

Останнім часом змінилася сама концепція проектування. Традиційні способи проектування не відповідають сучасним вимогам.

Метод моделювання (оптимальний).

Технологічні задачі, що виникають у КШП відрізняються великою розмаїтістю, але їх можна розділити на класи:

1).Визначення сил і тисків деформування. Дуже важливо правильно установити силові параметри, для вибору устаткування, для розрахунку оснащення.

2).Визначення характеру розподілу напруг на контактних поверхнях і усередині деформируемого тіла.

3).Аналіз кінцевої формозміни.

4).Аналіз граничної формозміни. Необхідно вміти прогнозувати технологічну деформируемість- здатність даного тіла в даному процесі деформуватися без руйнувань, тобто вміти оцінити ресурс пластичності.

Роль математичного моделювання значно зростає в сучасних умовах, у зв'язку з появою нових ЕОМ. Раніше недоступні задачі зараз легко зважуються чисельними методами.

Теорія обробки металів тиском, як основа технологічної обробки розвивається по трьох головних напрямках:

1).Механіка процесів ОМД. Оцінюється напружено-деформований стан, залежність технологічних режимів від параметрів процесу, умови переходу металу в пластичний стан.

2).Фізика процесів ОМД. Розглядається реологія металу, властивості матеріалу, структура, що спостерігаються явища у фізичних експериментах.

3).Фізико- хімія процесів. Розглядається зв'язок пластичної деформації з хімічним складом, будівля кристалічних ґрат.

Класифікація процесів кування і штампування.

У залежності від класифікаційних ознак розрізняють наступні класи процесів кування і штампування:

1).Гаряча, холодна, напівгаряча, напівхолодна.

2).Об'ємна, листова.

3).Загальна і локальна.

4). Високошвидкісна і звичайна.

Жодна з класифікацій не може бути повної.

Стосовно до теорії процесів більш сприятлива класифікація, що розглядає теорію напруженого стану:

1). Процеси обтиснення.

2).Процеси розтягання.

3).Процеси гнучкості.

4).Процеси зрушення, зрізу.

Класифікація технологічних процесів:

1)Об'ємні процеси (кування, об'ємне штампування).

2)Листові процеси:

а. розділові (різання, вирубка, пробивання).

б. формозмінні (гнучка, витяжка, отбортовка, формування).

Допущення, прийняті при теоретичному аналізі.

При аналізі процесів ОМД завжди приходиться приймати допущення, гіпотези спрямовані на спрощення розв'язуваної технічної задачі.

Клас А- спрощення, зв'язані зі зменшенням числа незалежних перемінних:

1).Стале (стаціонарне) плин. Якщо задача розглядається в Ейлеровій незалежній системі координат, то можна прийняти, що всі характеристики процесу (руху, плину ,напруги,

деформації) не міняються з часом, тоді істи можливість не розглядати вихідні (початкові) умови і з числа перемінних виключити такий параметр як час (хід) процесу.

2).Пласко деформований стан. При рішенні задач вибирають систему координат у такий спосіб щоб у напрямку однієї координати (до приклада Z) була відсутня деформація, тобто плин відбувався тільки в площині XOY . Тоді площина Z - головна, на ній відсутні дотичні напруження.

$$T_{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_X & \tau_{XY} & 0 \\ \tau_{YX} & \sigma_Y & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_X + \sigma_Y}{2} \end{Bmatrix} ;$$

У головних напругах:

$$T_{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{Bmatrix} ;$$

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_X - \sigma_Y}{2}\right)^2 + \tau_{XY}^2} ;$$

$$\left. \begin{matrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \end{matrix} \right\} = \underbrace{\frac{\sigma_X + \sigma_Y}{2}}_{\sigma_{cp}} \pm \tau_{\max} ;$$

Знаючи значення головних напруг σ_1, σ_3 можна знайти компоненти напруг на довільній площадці і навпаки.

$$\left. \begin{matrix} \sigma_X \\ \sigma_Y \end{matrix} \right\} = \sigma_{cp} \pm \tau_{\max} \cdot \cos 2\alpha ;$$

$$\tau_{XY} = \tau_{\max} \cdot \sin 2\alpha ;$$

3).Пласко- напружений стан. Припускають, що в напрямку однієї з осей Y чи Z деформація є а напругу отсутствует, тоді тензор напруг приймає наступний вид.

$$T_{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_X & \tau_{XY} & 0 \\ \tau_{YX} & \sigma_Y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix} ;$$

4).Осесимметричная деформація. При проходженні координати θ картина плину не міняється. Площадка θ є головної, тобто σ_{θ} є головною напругою, дотичних напружень на цій площадці немає.

$$T_{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_r & \tau_{r\theta} & \tau_{rz} \\ 0 & \sigma_{\theta} & 0 \\ \tau_{zr} & 0 & \sigma_z \end{Bmatrix} ;$$

5). Гіпотеза Хаара фон чи Кишені гіпотеза повної пластичності: перехід матеріалу з пружного в пластичний стан настає тоді, коли не одне, а дві головних напруги дорівнюють межі плинності на зрушення. Звідси випливає рівність двох головних напруг.

$$\sigma_r = \sigma_{\theta} \text{ чи } \sigma_r = \sigma_z \text{ чи } \sigma_{\theta} = \sigma_z$$

Клас Б- допущення, зв'язані з реологической моделлю деформируемого тіла.

1). Умова нестисливості: при пластичному деформуванні зміною обсягу деформуємого тіла зневажають.

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0 ;$$

чи

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = 0 ;$$

2).Зневага пружними деформаціями. Пластичної деформації завжди передують пружна, при великих ступенях деформації частка її незначна.

3).Ідеальне пластичне тіло (ідеальна пластичність)- припущення, що матеріал у процесі деформації не упрочнюється і напруження пластичності протягом усього процесу постійно.

4).Изотропність матеріалу. Приймається допущення, що властивості матеріалу однакові в будь-якому напрямку. Для листових матеріалів це дуже грубе допущення, тому що в холоднокатаного листа анізотропія металу дуже істотна, але при об'ємному штампуванні таке допущення дуже прийнятне.

5).Припущення про ізотермичності процес, при якому нерівномірністю розподілу температури в тілі заготівлі зневажають. Як у холодних, так і в гарячих процесах нерівномірність деформацій супроводжується нерівномірністю тепловиділення.

Щирі полюси температур необхідно враховувати при куванні відповідальних кувань, матеріалів з особливими властивостями (титан, магній і т.д.).

6).Зневага масовими й інерційними силами.

При постановці технологічних задач важливо також чітко визначитися з так названими граничними умовами. Т.е. повинні заздалегідь чи задати установити ті чи умови значення параметрів, що спостерігаються на поверхні вогнища деформації, на границях заготівлі, на контактних поверхнях. До граничних умов відносяться умови контактного тертя. Якщо граничні умови задані в напруженнях, то це задача прямого типу; якщо ж умови на границях вогнища деформації задані в чи деформаціях у швидкостях деформацій, то задача зворотного типу; задача змішаного типу- коли на одних площадках задані напруження, а на інших чи деформації швидкості деформацій.

Механічні схеми деформацій (МСД).

МСД являють собою сукупність схем як деформацій, так і напруг.

Лінійних напруг-2, плоских-3, об'ємних-4.

$$\text{МСД}=2+9+12=23.$$

Оскільки з кожної із семи схем напруг може сполучатися кожна з трьох схем деформацій, то за значеннями напруг не можна однозначно установити відповідну схему деформацій. Для того, щоб це зробити, необхідно від схем напруг перейти до схем компонентів девиатора напруг. Справа в тім, що компоненти девиатора володіють тим же властивістю що і компоненти деформацій, тобто їхня сума дорівнює нулю. Отже схем компонентів девиатора також тільки три.

Знаючи характеристики тензора напруг, установлюємо величину гідростатичного тиску, значення компонентів кульового тензора і переходимо до девиатора напруг, однозначно встановлюючи ту схему деформацій, що відповідає даному сполученню напруг.

$$T^{\delta} - T^0 = D^{\sigma}$$

По схемах головних деформацій можна судити про характер плинності металу, формоутворення структури і якості деформуємої заготівлі.

Наприклад:

При такій схемі деформації метал добре проробляється, утворюється текстура, волокно.

При такій схемі деформації метал розтріскується, наявні дефекти можуть розкриватися, з'являтися тріщини, особливо це шкідливо для литих заготівель.

Зрушення- найкраща схема для пророблення структури матеріалу.

З погляду забезпечення пластичності краща схема напруг- усебічний нерівномірний тиск.

З погляду нерівномірних енергетичних витрат краща схема- різнойменна схема напруженого стану.

У цілому, для поліпшення показників пластичності варто уникати компонентів напруг, що розтягують.

Схеми напруг і деформацій для різних процесів:

- 1).Пряме видавлювання.
- 2).Протягання.
- 3).Осаду.
- 4).Осаду без бочкообразования.
- 5).Прокатка.
- 6).Гнучка листової заготівлі.
- 7).Витяжка.

Розрахунок тисків і сил деформування.

У процесах кування і штампування робочий орган робить як правило зворотно-поступальний рух. Тим самим він прикладає через робочий інструмент енергію (силу деформування). Для того, щоб визначити цю силу потрібно проаналізувати сам процес деформування.

$$\begin{aligned}dF &= dF_k \cdot \cos \alpha ; \\dP_n &= \sigma_n \cdot dF_k ; \\dP &= dP_n \cdot \cos \alpha ; \\dP &= \sigma_n \cdot dF_k \cdot \cos \alpha ; \\P &= \int_F \sigma_n dF = \int_F dV_{\Sigma} = V_{\Sigma} .\end{aligned}$$

Це принцип заміни проектування сил проектуванням площин: проекція тиску на площину дорівнює добутку тиску на проекцію самої площадки на площину перпендикулярну до напрямку руху робочого органа.

$$\begin{aligned}1000 \text{ кН} &= 100 \text{ т.с}; \\1 \text{ кг.с.} &= 10 \text{ Н}.\end{aligned}$$

Більш зручно представляти силовий параметр у відносному виді, тобто у виді питомого чи зусилля тиску деформування.

$$p = \frac{P}{F} \text{ Мпа} \left(\frac{\text{кг.с.}}{\text{мм}^2} \right);$$

Знаючи питоме зусилля можна розраховувати силові параметри для процесів деформування заготівель будь-яких розмірів. Також зручно представляти тиск у відносному (безрозмірному) виді. Для цього тиск представляється як правило у виді двох множників.

$$\begin{aligned}p &= m \cdot \sigma_s \text{ чи} \\p &= m \cdot 2k \text{ (ПДС)};\end{aligned}$$

m- коефіцієнт, що залежить від схеми процесу, геометричних параметрів, ступеня деформації, умов тертя і т.д.

σ_s (2k)- величина, що встановлює характер впливу на силовий режим властивостей деформируемого матеріалу. На σ_s впливає швидкісний режим процесу, ступінь деформації (зміцнення), температура деформації і т.д.

$$m = \frac{p}{\sigma_s} \text{ чи } m = \frac{p}{2k} = \bar{p}.$$

\bar{p} - відносне (безрозмірне) питоме зусилля, приведене тиск. У математичних моделях бажано одержувати результати в більш загальному, критеріальному чи безрозмірному виді.

$$\bar{p} =$$

$$p = \bar{p} \cdot \sigma_s = \bar{p} \cdot 2k \text{ (МПа);}$$

$$P = p \cdot F \text{ (кН).}$$

Робота деформування.

$$A = P \cdot S \text{ (Дж=Н} \cdot \text{м)};$$

Для визначення сили деформування потрібно в такий спосіб знати розподіл (середнє значення) нормальних напруг на границі вогнища деформації, на осі чи симетрії на контактній поверхні. Для цього існує багато методів, але визначення напруг є не єдиним методом розрахунку силових параметрів. Наприклад по методу верхньої оцінки напруги не розглядаються, а силу деформування знаходять з балансу (рівності) чи робіт потужностей сил, прикладених до заготівлі ззовні і, що розвиваються усередині вогнища деформації.

Рішення технологічних задач методом ліній ковзання.

Метод ліній ковзання є досить прийнятним методом теоретичного аналізу напружено-деформованого стану, оцінки показників силового режиму, контактних напруг і граничної технологічної деформируемості, він посилено використовується для рішення технологічних задач ОМД.

Характерні допущення:

- 1).Ідеальна пластичність.
- 2).Жесткопластическая середовище.
- 3).Плоскодеформированное стан.
- 4).Изотропность матеріалу.
- 5).Граничні умови наперед задані або в напругах, або в деформаціях (швидкостях деформацій), або змішано.

Алгоритм застосування методу:

- 1).Аналіз процесу (на цьому етапі виділяється вогнище деформації).
- 2).Формуємо граничні умови (вхідна, вихідна швидкості плину, значення напруг на вільній поверхні).
- 3).Будуємо сітку полючи ліній ковзання.
- 4).Будуємо годограф швидкостей.
- 5).Перевірка дотримання граничних умов у швидкостях і напругах. При недотриманні-перебудова полючи ліній ковзання
- 6).Перевірка відсутності пластичних деформацій у твердих зонах, перевірка позитивного знака потужності сил деформування.
- 7).Розрахунок компонентів напруг починаючи з відомої границі.
- 8).Побудова епюр.
- 9).Інтегрування получившихся епюр, з'ясування сил деформування, питомих зусиль (тисків) деформування.
- 10).Аналіз полючи напруг. З'ясування зон з несприятливою схемою ПДВ (зони з напругами, що розтягують,).
- 11).Розрахунок накопиченого ступеня деформації уздовж лінії плину металу.
- 12).Оцінка ступеня витрати запасу пластичності, розрахунок технологічної деформируемості.

Побудова ліній ковзання.

Вихідні умови- схема деформування, напрямок руху робочого інструмента., значення геометричних параметрів, умови тертя по який обчислюється кут φ_K між лінією ковзання і контактною поверхнею.

$$\varphi_K = \frac{\arccos 2\mu_s}{2} ;$$

При побудові використовуються такі властивості ліній ковзання як безперервність, ортогональність і т.д. Іноді використовуються різні аналітичні залежності.

Способи побудови ліній ковзання.

1). Аналітичний- інтегруючи диференціальні рівняння рівноваги одержують рівняння для ліній ковзання (характеристичні рівняння).

2). Використовуючи координати вузових крапок.

3). Використовуючи деякі властивості ліній ковзання (можна підібрати придатні функції).

4). Графічний- точна криволінійна сітка замінюється наближеної з кусочно-лінійних відрізків.

Задача- удавлення пуансона в пластичний півпростір.

$$A: \sigma_z = 0;$$

$$\sigma_x = -2k;$$

$$\sigma_{CP} = -k;$$

$$\mu_s = 0.$$

Поле Прандтля:

$$\Delta \sigma_{CP} = \pm 2k \cdot \Delta \omega;$$

$$\Delta \omega = \omega_{AB} = \frac{\pi}{2};$$

$$\sigma_{CP.B} = \sigma_{CP.A} \pm 2k \cdot \omega_{AB};$$

$$\sigma_x - \sigma_z = 2k;$$

$$\sigma_{CP} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2};$$

$$\sigma_x = \sigma_z + 2k;$$

$$\sigma_{CP} = \frac{\sigma_z + \sigma_z + 2k}{2} = \sigma_z + k;$$

$$\sigma_z + k = -k - 2k \cdot \omega_{AB};$$

$$\sigma_z = -2k \cdot (1 + \omega_{AB});$$

$$\sigma_{z.B} = -2k \cdot (1 + \omega_{AB}).$$

Поле Хилла:

$$P = |\sigma_{z.B}| = 2k \cdot (1 + \frac{\pi}{2}) = 2k \cdot 2,57;$$

$$\bar{p} = \frac{P}{2k} \approx 2,6.$$

Удавлення:

$$\omega_{AB} = \frac{\pi}{2} + \varphi;$$

$$p = 2k \cdot (1 + \frac{\pi}{2} + \varphi);$$

$$\bar{p} = 2,57 + \varphi.$$

Закрите прошивання:

$$\Delta \omega = \omega_{AB};$$

$$\omega_{AB} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}, \quad \omega_{AB} = \pi;$$

$$p = 2k \cdot (1 + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2});$$

$$\bar{p} \approx 4,14, \quad \bar{p} \approx 4,0.$$

Осаду клина:

$$\omega_{AB} = \beta, \quad \bar{p} = 1 + \beta.$$

Осаду без тертя:

$$\omega_{AB} = 0, \quad \bar{p} = 1, \quad \beta = 0, \quad \mu_s = 0.$$

Задача: пластична деформація кільцевої заготовки під рівномірним внутрішнім тиском.

З математики відомо, що лінія, що перетинає всі промені, що виходять з однієї і тієї ж точки під тим самим кутом називається логарифмічною спіраллю.

$$\rho = R_0 \cdot e^{A\theta}; \quad A = \operatorname{ctg} \alpha, \quad \text{у даному випадку } \operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg} 45^\circ = 1;$$

$$\ln \frac{\rho}{R_0} = \theta; \quad \theta_{AB} = \omega_{AB} = \Delta\omega; \quad \ln \frac{R_H}{R_0} = \theta_{AB};$$

Для перебування полюси напруг необхідно мати граничні умови (ГУ):

$$\sigma_{rB} = 0 \quad \text{у крапці В}$$

Умова пластичності:

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \pm 2 \cdot k;$$

$$\sigma_r - \sigma_\theta = 2 \cdot k;$$

$$\sigma_\theta = -2 \cdot k;$$

$$\sigma_{cB} = -k;$$

Знаючи σ_c в одній крапці лінії ковзання можна знайти його значення у всіх інших крапках. Для цього використовується правило, що: зміна середньої напруги при переміщенні уздовж лінії ковзання пропорційно зміні кута нахилу лінії ковзання, тобто куту повороту лінії ковзання. Коефіцієнтом пропорційності служить величина ($\pm 2k$).

$$\sigma_{cA} - \sigma_{cB} = \pm 2 \cdot k \cdot \omega_{AB};$$

$$\sigma_{cA} = 2k\omega_{AB} - k;$$

$$\theta_{AB} = \ln \frac{R_H}{R_0} = \omega_{AB};$$

$$\sigma_{rA} - \sigma_{\theta A} = +2k;$$

$$\sigma_{cA} = \frac{\sigma_{rA} + \sigma_{\theta A}}{2} = \frac{\sigma_{rA} + \sigma_{rA} - 2k}{2} = \sigma_{rA} - k;$$

$$\sigma_{\theta A} = \sigma_{rA} - 2k;$$

$$\sigma_{rA} - k = 2 \cdot k \cdot \omega_{AB} - k;$$

$$\sigma_{rA} = 2 \cdot k \cdot \omega_{AB};$$

$$\sigma_{rA} = 2 \cdot k \cdot \ln \frac{R_H}{R_0};$$

$$\bar{p} = \frac{P}{2 \cdot k} = \ln \frac{R_H}{R_0} \quad \text{чи} \quad \bar{p} = \ln \bar{R};$$

Для аналізу процесу деформування широко використовується і метод побудови сітки ліній ковзання по координатах вузлових крапок.

Наприклад дуже популярна так називана двухцентровая віялова сітка ліній ковзання. Вона побудована на двох початкових дугах однакового радіуса. Координати вузлових крапок такої сітки приводяться в літературі і її можна застосовувати для аналізу всіляких процесів деформування.

Аналіз процесу відкритого штампування.

Відкрите штампування є популярним процесом. Після побудови сітки полюси ліній ковзання приступають до розрахунку полюси напруг, виходячи з граничних умов. У даному прикладі, тому що ми перейшли до плоскодеформированному плинну, відкинули облой, те на границі АМ думаємо відомими граничні умови для напруг. Нормальна напруга на цій границі

$\sigma_x = 0$. До такої границі, вільної від навантажень примикає найпростіше поле ліній ковзання, складене з прямолінійних відрізків, отже, у трикутній області АМ0.0 буде рівномірний напружений стан. Щоб знайти друга напруга скористаємося умовою пластичності:

$$\text{ГУ: } \sigma_x = 0;$$

$$\text{УП: } \sigma_x - \sigma_z = \pm 2 \cdot k;$$

$$\sigma_z = -2 \cdot k;$$

$$\sigma_c = \frac{\sigma_x + \sigma_z + \sigma_y}{3} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} = \frac{0 - 2k}{2} = -k.$$

У крапці 0.0:

$$\sigma_z = -2k, \omega = \frac{\pi}{4}, \sigma_c = -k;$$

$$\left. \begin{matrix} \sigma_x \\ \sigma_z \end{matrix} \right\} = \sigma_c \pm k \cdot \cos \alpha;$$

$$\tau_{xz} = k \cdot \sin 2\alpha;$$

Отже:

$$\begin{aligned} \text{(Л-1)} \quad \left. \begin{matrix} \sigma_x \\ \sigma_z \end{matrix} \right\} &= \sigma_c \pm k \cdot \sin 2\omega \\ \tau_{xz} &= -k \cdot \cos 2\omega \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \text{для будь-яких полів;} \\ k = \frac{\sigma_c}{\sqrt{3}}. \end{array} \right.$$

Для рівнокутної сітки $\sigma_{cp,0.0} = -k, \omega_{0.0} = \frac{\pi}{4}$.

Кут нахилу ліній ковзання ω збільшується при переміщенні уздовж β -ліній і зменшується при переміщенні уздовж α -ліній. Кут нахилу при переході через кожен вузол сітки міняється на ту саму величину:

$$\omega_{0,n} = \omega_{0.0} + \gamma \cdot n.$$

При проходженні α -лінії ω зменшується на кожній ділянці на величину γ .

$$\omega_{m,n} = \omega_{0.0} + \gamma \cdot (n - m) \quad \text{(Л-2)};$$

Таким чином, підставляючи m і n можна легко визначити кут нахилу в будь-якій крапці. Можна помітити, що у вузлових крапках з однаковою різницею m і n кут нахилу буде також однаковий, і, тому що від кута нахилу залежить дотичне напруження τ_{xz} , те і воно буде однаково в цих крапках. Лінії, що зв'язують такі вузлові крапки називаються ізоклінами.

Загальне правило: зміна σ_{cp} пропорційна зміні ω .

$$\Delta \sigma_{cp} = \pm 2 \cdot k \cdot \Delta \omega \quad \text{(Л-3)};$$

З цієї формули випливає, що уздовж прямих ліній ковзання σ_{cp} не міняється. Проаналізуємо на лінії β_0 .

$$\sigma_{cp0.1} = \sigma_{cp0.0} - 2k \cdot (1) \cdot \gamma;$$

$$\sigma_{cp0.4} = \sigma_{cp0.0} - 2k \cdot (4) \cdot \gamma;$$

$$\sigma_{cp0.n} = \sigma_{cp0.0} - 2k \cdot n \cdot \gamma;$$

$$\sigma_{cpm,n} = \sigma_{cp0.0} - 2k \cdot (n + m) \cdot \gamma \quad \text{(Л-3а)}.$$

Лінії, що з'єднують вузлові крапки з однаковою $(m+n)$, тобто з однаковою величиною σ_{cp} називаються ізобарами. Знаючи величину $\omega_{m,n}$ і $\sigma_{cpm,n}$ можна обчислити σ_x, σ_z і τ_{xz} будь-якої вузлової крапки. При цьому формули (Л-1), з огляду на , що $\omega_{0.0} = \frac{\pi}{4}$ приймають вид.

$$\left. \begin{matrix} \sigma_x \\ \sigma_z \end{matrix} \right\} = \sigma_{CP0.0} - 2k \cdot (n+m) \cdot \gamma \pm k \cdot \cos 2 \cdot (n-m) \cdot \gamma ;$$

$$\tau_{xz} = k \cdot \sin 2 \cdot (n-m) \cdot \gamma ;$$

Для нерівнокутних полів ліній ковзання переважно приймати функції в більш загальному виді, тобто (Л-1). У таких полях кут нахилу ліній ковзання і кут між контактною поверхнею і лінії ковзання, що φ_K обгинає, встановлюється в залежності від заданого граничного μ_s значення .

$$\varphi_K = \frac{\arccos 2 \cdot \mu_s}{2} ;$$

За обчисленим значенням напруг будуюмо епюру напруг $\left(-\frac{\sigma_z}{2k} \right)$ для вузлових крапок, розташованих на осі симетрії. У принципі можна побудувати епюру напруг огибающей ліній ковзання на границі вогнища деформації.

$$\left| \frac{\sigma_z}{2k} \right| = 1 + 1,25 \cdot \left(\ln \frac{x}{0,5h_3} \right) ;$$

Знаючи епюри розподілу напруг σ_z можна інтегрувати в межах розмірів кування функцію напруг $\frac{\sigma_z}{2k}$ і одержати зусилля деформування кування для першого випадку- ПДС, межі інтегрування від 0 до $a/2$ чи ж у відносних величинах від 0 до a/h_3 . Причому значення в межах $\sigma_z = 1$ обчислюються відразу, а уздовж кривої σ_z межі стануть від 1 до a/h_3 .

$$1 + \int_1^{a/h_3} 1,25 \cdot \ln \frac{x}{0,5 \cdot h_3} \cdot d \cdot \left(\frac{x}{0,5 \cdot h_3} \right) ;$$

У результаті одержуємо силу деформування. Для обчислення тиску деформування її необхідно розділити на площу.

$$\frac{1}{a/h_3} \cdot \int_1^{a/h_3} 1,25 \cdot \ln \frac{x}{0,5 \cdot h_3} \cdot d \cdot \left(\frac{x}{0,5 \cdot h_3} \right) ;$$

Остаточно одержимо:

$$\bar{p}_{ni} = \frac{p}{\sigma_s^*} = 1 + 1,25 \cdot \left(\ln \frac{a}{h_3} + \frac{h_3}{a} \right) - 0,25 + 2 \cdot \mu_s \cdot \frac{S}{h_3} ;$$

σ_s^* - напруга плинності матеріалу деформируемой заготовлі при даних температурно-швидкісних умовах. Наприклад при гарячому штампуванні сталей σ_s^* потрібно брати при температурі 800°C. Підпір з боку заусенця враховується в такий спосіб: раніше при розрахунку напруг у поле ліній ковзання ми думали, що на границях (на переході до заусенцю) на лінії AN $-\frac{\sigma_z}{2k} = 1$, тобто вплив заусенця приймалося рівним нулю.

$$\left. \begin{matrix} 2 \cdot \mu_s \cdot \frac{S}{h_3} = \Delta P_{3AVC} \\ \sigma_z = \left| \frac{\sigma_z}{2k} \right| = 1 \end{matrix} \right\} = 1,5 + 2 \cdot \mu_s \cdot \frac{S}{h_3} ;$$

Додаючи величину ΔP_{3AVC} ми врахуємо додаткові витрати тиску деформування, викликані наявністю заусенця.

Для осесимметричної заготовлі інтегрування σ_z виконується в осесимметричних координатах в інтервалі від 0 до d/h_3 . Щоб мати можливість такого інтегрування необхідно:

$$-\left| \frac{\sigma_z}{2k} \right| = 1 + 1,25 \cdot \ln \left(\frac{d}{h_3} - \frac{S}{0,5 \cdot h_3} \right);$$

Інтегруючи при такій перемінній у межах такого кування і розділивши на площу поперечного переріза кування, одержуємо вираз для розрахунку тисків деформування осесимметричного кування.

$$\bar{p} = 1,25 \cdot \left(\ln \frac{d}{h_3} + \frac{2 \cdot h_3}{d} - \frac{h_3^2}{2 \cdot d^2} \right) - 0,875;$$

При значеннях $\frac{d}{h_3} > 25$ величину $\frac{h_3^2}{2 \cdot d^2}$ звичайно опускають.

Для обліку підпору з боку заусенця точно також використовують значення σ_z на границі вогнища деформації, тобто на лінії AN.

$$\bar{p} = 1,25 \cdot \left(\ln \frac{d}{h_3} + \frac{2 \cdot h_3}{d} - \frac{h_3^2}{2 \cdot d^2} \right) - 0,375 + 2 \cdot \mu_s \frac{S}{h_3};$$

Щоб визначити силу деформування кування необхідно:

$$P = p_n \cdot F_n + p_3 \cdot F_3;$$

для плоского заусенця: $\bar{p}_3 = 1 + \mu_s \cdot \frac{S}{h_3},$

для осесимметричного заусенця $\bar{p}_3 = 1,5 + \mu_s \cdot \frac{S}{h_3};$

$$p = \bar{p} \cdot \sigma_s^* - \text{для ПДС};$$

$$\sigma_s^* = 2k = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_s = 1,155 \cdot \sigma_s.$$

де $\beta = 1,155$ - коефіцієнт Лодэ.

Для швидкого експрес-аналізу американці використовують метод фіктивного диска:

$$\bar{p} = 1 + 0,17 \cdot \frac{d + 2 \cdot S}{h_3}.$$

Рішення технологічних задач енергетичним методом.

Метод заснований на законі збереження енергії. Зовнішня енергія, прикладена до заготівлі дорівнює енергії самого процесу деформування, енергії, витраченої на подолання сил тертя, енергії витраченої на додаткові зсуви, зрізи, нерівномірність деформування.

$$A_A = P \cdot U_s = p \cdot F \cdot U_s;$$

$$N_A = P \cdot V_0 = p \cdot F \cdot V_0;$$

$$A_A = A_d + A_T + A_C.$$

З теорії пружності відомо, що величина питомої роботи (віднесена до одиниці об'єму тіла) дорівнює половині скалярного добутку інтенсивності деформації й інтенсивності напруг.

$$dA_d = 0,5 \cdot \sigma \cdot \varepsilon;$$

$$dA_d = \sigma_i \cdot \varepsilon_i;$$

$$\int dA_d = \int \sigma_i \cdot \varepsilon_i dV;$$

$$A_d = \iiint_V \sigma_i \cdot \varepsilon_i dV.$$

Умова пластичності: $\sigma_i = \sigma_s;$

Робота сил тертя: $A_T = \iint_F \tau_K \cdot U_K dF_T$, $\tau_K = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s$.

Іноді замість роботи розглядають баланс потужностей:

$$N_A = P \cdot V_0 = p \cdot F \cdot V_0 ;$$

$$N_A = N_\partial + N_T + N_C \quad (\text{Э-1});$$

$$p \cdot F \cdot V_0 = \iiint_V \sigma_s \cdot \dot{\epsilon}_i dV + \iint_{F_T} \tau_K \cdot [V_K] dF_T + \iint_{F_C} \tau_s \cdot [V_C] dF_C \quad (\text{Э-1});$$

$$N_C = \iint_{F_C} \tau_s \cdot [V_C] dF_C .$$

$$[V_C] = |V_{z1} - V_{z2}| ;$$

$$\tau_s = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} .$$

У теорії пластичності доведено, що рішення, засновані на кінематично можливих полях переміщень (швидкостях переміщень) дають верхню оцінку кінематичних витрат, а рішення, засновані на статичних полях швидкостей дають нижню оцінку, а між ними знаходиться реальна оцінка. Отже з усіх верхніх оцінок є найкращою та, котра дає мінімальне значення, а з усіх нижніх оцінок та, котра дає максимальне значення.

Пошук оптимальних значень (варіація) технологічно варьйруемых параметрів є найважливішою особливістю енергетичного методу. Визначення найкращого (мінімального) значення енергії сил деформування (процедура мінімізації), функції по будь якому параметру (а) чи функціоналу по ряду параметрів (a_i) є також складовою частиною рішення технологічних задач.

$$\frac{\partial N_a}{\partial a_i} = 0 \quad (\text{Э-2});$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial a} = 0 \quad (\text{Э-2a}).$$

Метод верхньої оцінки.

Сутність методу верхньої оцінки(Джонсон, Кудо, 1955р.) полягає в тім, що пластична зона чи точна сітка замінюється наближеним полем, складеним із твердих кінематичних (частіше трикутних) елементів. У процесі деформації ці елементи переміщуються відносно один одного, тобто сковзують уздовж граничних поверхонь не відриваючись одне від одного. Розрив швидкостей спостерігається тільки в дотичних компонентів швидкостей, а нормальні складові на межах зон не зазнають розриву.

1). Усередині елемента матеріал не деформується, тобто він абсолютно твердий і швидкості всіх точок усередині цього елемента однакові.

$$N_\partial = 0 ;$$

$$N_A = N_T + N_C ;$$

$$p \cdot F \cdot V_0 = \iint_{F_T} \tau_K \cdot [V_K] \cdot dF_T + \iint_{F_C} \tau_s \cdot [V_C] \cdot dF_C .$$

2). Задача зводиться до пласкої (ПДС)- граничні поверхні між граничними елементами-пласкі, зменшується розрахунок граничних площ.

$$F_{ij} = F_{12} = l_{12} \cdot L ;$$

$$[V_C] = \text{const} = V_{ij} ;$$

$$[V_{ik}] = \text{const} .$$

Таким чином усі підінтегральні функції- постійні величини й інтегрування заміняємо підсумовуванням.

$$p \cdot B \cdot L \cdot V_0 = \sum^n k \cdot F_{ij} \cdot V_{ij} + \sum^m \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot k \cdot F_{ik} \cdot V_{ik} ;$$

$$\tau_s = k , \mu_s = 0..0,5 .$$

При граничному терті ($\mu_s = 0,5$) $\tau_s = k$.

Прийmemo L=1:

$$p \cdot B \cdot V_0 = \sum^n k \cdot l_{ij} \cdot V_{ij} + \sum^m 2 \cdot \mu_s \cdot k \cdot l_{ik} \cdot V_{ik} \quad (\text{Э-1б});$$

Постійні величини виносимо за знак підсумовування ($2 \cdot \mu_s \cdot k$), (k).

Обидві частини рівнянь енергетичного балансу розділимо на $B \cdot V_0$ і винесемо (k) за загальну дужку:

$$p = \frac{1}{B \cdot V_0} \cdot k \cdot \left[\sum^n l_{ij} \cdot V_{ij} + 2 \cdot \mu_s \cdot \sum^m l_{ik} \cdot V_{ik} \right] ;$$

$$\frac{p}{2 \cdot k} = \frac{1}{2 \cdot B \cdot V_0} \cdot \left[\sum^n l_{ij} \cdot V_{ij} + 2 \cdot \mu_s \cdot \sum^m l_{ik} \cdot V_{ik} \right] ;$$

$$\bar{p} = \frac{1}{2 \cdot B \cdot V_0} \cdot \left[\sum^n l_{ij} \cdot V_{ij} + 2 \cdot \mu_s \cdot \sum^m l_{ik} \cdot V_{ik} \right] \quad (\text{Э-1в}).$$

B- ширина інструмента.

Для реалізації цього рівняння потрібно побудувати в осередку деформації розривне поле швидкостей. Для цього необхідно або замінити точне поле ліній ковзання, або використовувати експериментальні дані. Число трикутних елементів довільно (варьиремый параметр).

Для визначення величин швидкостей розриву V_{ij} і швидкостей ковзання на контактних поверхнях потрібно побудувати годограф швидкостей (векторна діаграма, на якій графічно зображені величини і напрямки швидкостей переміщень усіх зон пластичної області).

Вихідна точка 0- полюс годографа. V_0 і V_{BBLX} можна визначити виходячи з умови сталості об'єму з урахуванням реального ступеня деформації.

$$V_{BBLX} = V_0 \cdot \lambda \text{ - витяжка,}$$

$$\lambda = \frac{F_{BX}}{F_{BBLX}} \text{ - коефіцієнт витяжки.}$$

Правило побудови: забезпечити розрив тільки дотичних складових. На годографі кожній пластичній зоні відповідає окрема точка. При правильній побудові кінематичні граничні умови завжди дотримуються. Відрізки, що з'єднують точки i, j показують величину розриву швидкості на граничній поверхні.

Алгоритми рішення задач.

№	Енергетичний метод	Метод верхньої оцінки
1	Аналіз технологічних задач, виділення осередку деформації, установлення контактних поверхонь, напрямку плину і виходу металу з осередку деформації, наявність застійних зон, аналіз умов тертя.	
2	Прийняття допущень:(осесиметрична чи пласка задача, $\sigma_i = \sigma_s = const$, τ_k).	Тільки пласка
3	Прийняття розрахункової схеми процесу (осі координат, розміри	

	осередку деформації), розбиваємо осередок деформації на характерні зони.	
4	Формуємо кінематичні граничні умови (КГУ).	
5	Підбір кінематично можливих полів швидкостей (КМПШ): V_r, V_z, V_θ	Побудова годографу
6	Перевірка КМПШ, годографа, перевірка дотримання усіх вимог.	Перевірка годографа
7	Обчислення інтенсивності швидкостей деформацій: $\varepsilon_i^*, [V_c], [V_k]$.	$l_{ij}, V_{ij}, l_{ik}, V_{ik}$
8	Обчислення інтегралів: N_σ, N_T, N_C	$\sum_i^n \sum_k^m$
9	Рішення рівняння енергетичного балансу $\bar{p} =$	$\bar{p} =$
10	Мінімізація по варіюемим параметрам: $\frac{\partial N}{\partial a} = 0$	$\frac{\partial \bar{p}}{\partial a} = 0$

Допущення, характерні для енергетичного методу.

- 1). Задача або осесиметрична, або плоска.
- 2). Ізотропність матеріалу.
- 3). Середовище жорсткопластичне незміцнюєме.
- 4). Процес сталий.
- 5). Граничні умови наперед задані у швидкостях і величинах контактної тертя ($\mu_s = const$).
- 6). Процес не розвантажується в процесі роботи.

Основні умови для рішення енергетичного методу.

- 1). Кінематичні граничні умови.
- 2). Умови сталості об'єму.
- 3). Умова нерозривності нормальних компонентів швидкостей.

Осадка або стиск штаби.

$$\text{КГУ: } V_{\text{БЛХ}} = V_0 \cdot \lambda = V_0 \cdot \frac{B}{2 \cdot h};$$

$$\bar{p} = \frac{1}{2 \cdot B \cdot V_0} \cdot [(l_{12} \cdot V_{12} + l_{13} \cdot V_{13} + l_{23} \cdot V_{23} + \dots) + 2 \cdot \mu_s \cdot (l_{02} \cdot V_{02} + l_{03} \cdot V_{03})];$$

Якщо виразити l_{ij} і V_{ij} через геометричні параметри заготовів або процесу, то задачу можна вирішити аналітично.

$$l_{12} = \sqrt{h^2 + (B/2)^2};$$

Приклад №1: осадка високої штаби.

$$\frac{V_{12}}{V_0} = \frac{l_{12}}{h} \text{ отже } V_{12} = \frac{V_0 \cdot l_{12}}{h};$$

i-j	l_{ij}	V_{ij}	$l_{ij} \cdot V_{ij}$
1-2	$\frac{1}{2} \cdot \sqrt{B^2 + h^2}$	$\frac{V_0 \cdot l_{12}}{h}$	$\frac{V_0}{h} \cdot \frac{1}{4} \cdot (B^2 + h^2)$
0-2	-/-	-/-	-/-
1-3	-/-	-/-	-/-
0-3	-/-	-/-	-/-

$$\bar{p} = \frac{1}{2 \cdot B \cdot V_0} \cdot \left[4 \cdot \frac{V_0}{h} \cdot \frac{1}{4} \cdot (B^2 + h^2) \right] = \frac{1}{2} \cdot B \cdot h \cdot (B^2 + h^2) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{B}{h} + \frac{h}{B} \right);$$

$$\bar{p} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{B}{h} + \frac{h}{B} \right) \text{ -Євстратов.}$$

$$\frac{B}{h} = 1 \Rightarrow \bar{p} = 1; \quad \frac{B}{h} = 10 \Rightarrow \bar{p} = 5,05, \quad \frac{B}{h} = 0,5 \Rightarrow 1,25.$$

Приклад №2: стиск тонкої штаби.

$$l_{12} = l_{23} = l_{34} = \dots = l_{2n,2n+1} = \frac{h}{2 \cdot \cos \alpha};$$

$$n = \frac{B}{2 \cdot h \cdot \cos \alpha};$$

$$l_{13} = l_{15} = l_{17} = l_{2n-1} = h \cdot \operatorname{tg} \alpha;$$

$$V_{12} = V_{23} = V_{34} = V_{2n,2n+1} = \frac{V_0}{2 \cdot \cos \alpha};$$

$$V_{13} = V_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha;$$

$$V_{15} = 2 \cdot V_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha;$$

$$V_{17} = 3 \cdot V_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha;$$

$$V_{1,2n+1} = n \cdot V_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Підставляючи отримані значення $l_{ij}, V_{ij}, l_{ik}, V_{ik}$ одержимо формулу для розрахунку \bar{p} для стиску тонкої штаби.

$$\bar{p} = \frac{1}{\sin \alpha} + \mu_s \cdot \frac{B}{2 \cdot h} \quad (\text{Алюшин});$$

Даний вираз можна мінімізувати по параметру α . Максимальне значення $\sin 2\alpha = 1$, воно повідомляє мінімальне значення \bar{p} і це при $\alpha = 45^\circ$.

$$\bar{p} = \frac{1}{\sin 90^\circ} + \mu_s \cdot \frac{B}{2 \cdot h} = 1 + \mu_s \cdot \frac{B}{2h};$$

$$\bar{p} = 1 + \mu_s \cdot \frac{B}{2 \cdot h}.$$

Поперечне видавлювання.

$$1-2: l_{12} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot R_C, \quad V_{12} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot h_2, \quad l_{12} \cdot V_{12} = 2 \cdot R_C \cdot h_2.$$

i-j	l_{ij}	V_{ij}	$l_{ij} \cdot V_{ij}$
1-2	$\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot R_C$	$\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot h_2$	$2 \cdot R_C \cdot h_2$
1-3	$\sqrt{(h_2 - R_C)^2 + (R_0 - R_C)^2}$	$\sqrt{(h_2 - R_C)^2 + (R_0 - R_C)^2}$	$(h_2 - R_C)^2 \cdot (R_0 - R_C)^2$
2-3	$\sqrt{R_C^2 + (R_0 - h_2 - R_C)^2}$	$\sqrt{R_C^2 + (R_0 - h_2 - R_C)^2}$	$R_C^2 + (R_0 - h_2 - R_C)^2$
3-4	$\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot h_2$	$\frac{2}{\sqrt{2}} \cdot R_C$	$2 \cdot R_C \cdot h_2$

$$\bar{p} = \frac{1}{2 \cdot R_0 \cdot h_2} \cdot \left(\sum l_{ij} \cdot V_{ij} \right);$$

Після спрощення:

$$\bar{p} = 2 \cdot R_0^2 + 2 \cdot R_0 \cdot h_2 - 2 \cdot R_C \cdot R_0 + R_0^2 - R_0 \cdot h_2 + h_2^2;$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial R_c} = 0 \Rightarrow 4 \cdot R_c + 2 \cdot h_2 - 2 \cdot R_0 = 0;$$

$$2 \cdot R_c + h_2 - R_0 = 0;$$

$$R_c = \frac{R_0 - h_2}{2}.$$

Це оптимальне значення. Підставляємо його у вираз для \bar{p} й одержуємо формулу для розрахунку \bar{p} плоского поперечного видавлювання:

$$\bar{p} = \frac{R_0}{h} + \frac{h}{4 \cdot R_0}.$$

Ця формула добре узгоджується з експериментальними даними при $\frac{h_\phi}{R_0} > 0,6$, де $h_\phi = 2h_2$. Цю формулу можна використовувати і для розрахунку приведенного тиску бічного видавлювання:

$$\bar{p} = 2 \cdot \left(\frac{R_0}{d} \right)^2 + \frac{1}{8} \cdot \left(\frac{d}{R_0} \right)^2;$$

Додаткові витрати на подолання сил тертя можна врахувати додаванням доданка $+\Delta \bar{p}_{TP} = 2 \cdot \mu_s \frac{H}{R_0}$.

При $\frac{h}{R_0} < 0,3$ варто використовувати розривні поля з великою кількістю трикутних елементів. У цьому випадку підійде модель плоскої осадки тонкої штаби і формула Алюшина при $\mu_s = 0,5$.

Верхня оцінка тисків прямого видавлювання.

i-j	l_{ij}	V_{ij}	$l_{ij} \cdot V_{ij}$
1-2	B	$V_0 \cdot \frac{B-a}{h}$	
0-2	$\sqrt{h^2 + (B-a)^2}$	$V_0 \cdot \frac{l_{02}}{h}$	
2-3	$\sqrt{h^2 + a^2}$	$V_0 \cdot \frac{B-a}{h} \cdot \frac{l_{23}}{h}$	

$$\frac{V_{12}}{V_0} = \frac{B \cdot a}{h}, \frac{V_{02}}{V_0} = \frac{l_{02}}{h}, \frac{V_{23}}{V_{13}} = \frac{l_{23}}{h}, V_{13} = V_0 \cdot \left(\frac{B-a}{a} \right).$$

Розрахункова залежність після спрощення:

$$\bar{p} = \frac{1}{2 \cdot B \cdot V_0} \cdot \sum l_{ij} \cdot V_{ij};$$

$$\bar{p} = \frac{B-a}{h} + \frac{h}{2 \cdot a};$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial h} = 0;$$

$$-\frac{B-a}{h^2} + \frac{1}{2 \cdot a} = 0;$$

$$h^2 = 2 \cdot a \cdot (B - a);$$

$$h = \sqrt{2 \cdot a \cdot (B - a)}.$$

Це оптимальна висота осередку деформації для даного поля. Підставляючи дане значення h у формулу для приведенного тиску одержимо вираз для розрахунку приведенного тиску плоского прямого видавлювання:

$$\bar{p} = \sqrt{\frac{2 \cdot (B - a)}{a}}.$$

Тертя враховується також, як і в попередньому прикладі.
Для зворотного видавлювання:

$$\bar{q}_{OBR} = \bar{p}_{PP} \cdot \frac{B}{B - a} \text{ при } \mu_s = 0.$$

Зворотне видавлювання.

i-j	l_{ij}	V_{ij}
1-2	$\sqrt{r^2 + h_1^2}$	$V_0 \cdot \frac{l_{12}}{h_0}$
0-2	$\sqrt{r^2 + (h_0 - h_1)^2}$	$V_0 \cdot \frac{l_{02}}{h_0}$
2-3	h_0	$V_0 \cdot \frac{h_0 - h_1}{h_0} + V_0 \cdot \lambda \cdot \frac{h_0 - h_2}{h_0}$
0-3	$\sqrt{(R - r)^2 + (h_0 - h_2)^2}$	
3-4	$\sqrt{(R - r)^2 + h_2^2}$	

$$\frac{V_{12}}{V_0} = \frac{l_{12}}{h_0} \Rightarrow V_{02} = V_0 \cdot \frac{l_{02}}{h_0};$$

$$\frac{\Delta 1}{V_0} = \frac{h_0 - h_1}{h_0}, \quad \frac{\Delta 2}{V_{BBLX}} = \frac{h_0 - h_2}{h_0}.$$

Підставляючи $l_{ij} \cdot V_{ij}$ у вираз для приведенного тиску- мінімізуємо:

$$h_0 = 4 \cdot r \cdot \sqrt{\frac{R - 1}{7}}, \quad h_1 = h_2 = \frac{3}{4} \cdot h_0.$$

Підставляючи оптимальні значення осередку деформації у формулу для приведенного тиску одержимо розрахункові вирази для \bar{p} зворотного видавлювання (Тархов):

$$\bar{p} = \frac{\bar{R}}{2} \cdot \sqrt{\frac{7}{R - 1}}.$$

Зусилля (тиск) розкриття напівматриць при поперечному і комбінованому видавлюванні.

При поперечному чи комбінованому видавлюванні використовуються рознімні матриці. Для утримання матриць у зімкнутому стані потрібно значне зусилля.

У рівнянні енергетичного балансу в лівій частині будуть присутні активні сили, що містять як (p) так і (q) . При поділі складових, утримуючих V_M і V_0 можна роздільно одержати вирази для розрахунку як тисків деформування (p) так і тисків розкриття напівматриць (q) . Усі вирази енергетичного балансу повинні бути лінійними відносно V_M і V_0 . По методу верхньої оцінки вимога лінеаризації швидкостей витримується автоматично. Використовуючи метод

інверсії можна використовувати результати, отримані для прямого видавлювання для розрахунку тисків зворотного видавлювання.

$$\bar{p}_0 = \bar{p}_2 \cdot \frac{h_2}{S}, \quad \bar{q} = \bar{p}_0 - \frac{2 \cdot \mu_s}{\sin 2\alpha}.$$

Аналіз процесів комбінованого видавлювання.

Процеси комбінованого видавлювання йдуть в оптимальному саморегульованому енергетичному режимі. Матеріал має кілька ступенів волі плину, тобто кілька напрямків видавлювання, тому загальна необхідна енергія деформування істотно менше ніж у схемах видавлювання в одному напрямку. Матеріал тече в тім напрямку, у якому опір витіканню найменше. Заздалегідь важко прогнозувати напрямок переважного плину металу. З цієї причини процеси комбінованого видавлювання проектувати сутужніше, тому що важко прогнозувати характер заповнення порожнини, а отже і формоутворення штампуемой деталі і наростання її розмірів і контурів.

$$V_h + W_s = V_0 \cdot R_0.$$

У такий спосіб швидкісні параметри використовуються в якості варьиремых. Установивши оптимальне значення вихідної швидкості W можна установити величину збільшення розмірів у тім чи іншому напрямку. Тим самим створюється можливість імітувати процес формоутворення від початку і до кінця процесу і прогнозувати характер заповнення порожнини, а також оцінити можливість забезпечення необхідних розмірів штампуемой деталі.

Прогнозування утворення дефектів.

$\bar{p}_{y=0} < \bar{p}_y > 0$ - це умова відсутності утяжини. Якщо умова не витримується то поява утяжини стає неминучою. Так встановлюють те значення h_x , при якому починає утворюватися утяжина.

Розрахунок ступеня деформації.

Точність побудови розривного поля швидкостей можна оцінити і по траєкторіях переміщення часток всередині осередку деформації. Поля швидкостей можна побудувати використовуючи траєкторії переміщення часток отримані з експериментів (метод сіток, метод виявлення волокна). Вектори переміщення елементарних зон можуть послужити додатковою інформацією для оцінки прийнятності обраного розрахункового поля.

Використовуючи інформацію про швидкості розриву на граничних поверхнях між елементарними зонами можна обчислити ступені деформації при перетинанні цих меж.

На лінії розриву швидкості перетворення зсувної деформації обчислюється по формулі:

$$\gamma_{ij} = \frac{V_{ij}^{\tau}}{V_{ij}^n};$$

V_{ij}^{τ} – дотичний компонент швидкості;

V_{ij}^n – нормальний компонент швидкості.

Знаючи збільшення можна обчислити накопичений ступінь деформації в межах даного каналу, побудувати гистограммы розподілу накопиченої деформації по перетині заготівлі, оцінити нерівномірність деформації і підкоректувати поля швидкостей щоб підвищити рівномірність витікання металу.

Знаючи гистограммы можна обчислити γ_{CP} і e_{CP} :

$$e_{CP} = \frac{\gamma_{CP}}{\sqrt{3}}.$$

У такий спосіб знаючи ступінь деформації ми можемо оцінити зміцнення матеріалу і використовуючи криві зміцнення установити истинные тиски:

$$p = \bar{p} \cdot \sigma_s \text{ [МПа];}$$

$$P = p \cdot F \text{ [кН].}$$

**Побудова кінематично можливих полів швидкостей.
Визначення функцій переміщень і полів швидкостей.**

$$N_A = N_\partial + N_C + N_T \text{ (}\exists\text{-1);}$$

$$N_\partial = \sigma_s \cdot \iiint_V \varepsilon_i^* dV .$$

Для опису плин у металу в осередку пластичної деформації потрібно використовувати деякі придатні функції. Компоненти плинів уздовж різних координатних осей повинні відповідати деяким умовам- насамперед граничним. Як правило в процесах ОМТ спостерігається значна нерівномірність пластичного плин у: поруч із зонами з високими ступенями деформацій розташовуються зони з незначними ступенями деформацій. Така нерівномірність викликає додаткові витрати енергії, зокрема на зрушення і зрізи. Можливості енергетичного методу дозволяють забезпечити постановку і рішення таких задач. Суть у тім, що використовуються розривні рішення, коли в пластичній області виділяються ряд доповнюючих одна одну зон, у межах яких деформація відносно рівномірна, тобто така, опис якої можливо більш простими залежностями. Рекомендується використовувати експериментальні дані про характер плин у металу.

Таким чином використовуючи експериментальні, аналогові чи гіпотетичні поля плинів підбирають, встановлюють функції переміщень U_x, U_y, U_r, U_z і швидкостей V_x, V_y, V_r, V_z .

Етапи рішення задач:

- 1).Повинні вибиратися системи координат для осередку деформації і зон.
- 2).Установлення граничних умов (швидкостей переміщень).
- 3).Якщо припущення про рівномірність деформацій викликає сумнів, то впливає подальша розбивка осередку деформації на більш елементарні зони.
- 4).Для елементарних зон осередку деформації виписуються координати всіх границь із указівкою всіх граничних умов. Виділяються і відзначаються також поверхні на границях, які можна віднести до поверхонь контактного тертя.
- 5).Починаючи з зони, пов'язаної з активним деформуючим інструментом установлюють функції переміщень чи швидкостей переміщень.
- 6).Потрібно встановити безперервність нормальних складових швидкостей V_n .
- 7).Потрібно встановити відповідність умові нестисливості полів швидкостей.

Умова нестисливості:

$$(\exists-3) \begin{cases} \varepsilon_r^* + \varepsilon_z^* + \varepsilon_\theta^* = 0; (\text{осесимметричная}) \\ \varepsilon_x + \varepsilon_z = 0. (\text{ПДС}) \end{cases}$$

У диференціальному виді умова нестисливості:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{V_r}{r} = 0; (\text{осесимметричная}) \\ \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0. (\text{ПДС}) \end{cases}$$

Вибір КМПШ- найбільш важливий етап рішення задач енергетичним методом.

КМПШ- ті переміщення (V) котрі відповідають умовам:

- 1).сталості V.
- 2).КГУ.
- 3).умові нерозривності нормального компонента швидкостей переміщень.

Умова нестисливості вимагає, щоб сума трьох компонентів була рівною нулю, отже можна вибрати нескінченно велике число цих компонентів і задача має не єдине рішення. Критерієм вибору найбільш придатних функцій є принцип мінімальної енергії. Підбір таких придатних функцій вимагає й інтуїції і досвіду.

Значного полегшення рішення задач можна домогтися, якщо контактні поверхні, границі осередку деформації описувати поверхнями, рівнобіжними і перпендикулярними прийнятим координатним осям. При цьому форма перетинів елементарних зон стає простою і створюється можливість легко задовольнити нерозривність нормальної складової швидкості і відповідність ГУ. Крім того, при таких границях елементарних зон легко прийняти поле рівнобіжного плину, коли компонента швидкості переміщення залежить тільки від однієї (власної) координати. Для таких полів плину приймають і використовують умову нестисливості в більш простій формі:

$$V_z = V_z(z) ;$$

$$V_r = V_r(r) .$$

Заміна частных похідних производится простими:

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{V_r}{r} = 0 \text{ (осесимметрич.)};$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d(V_r \cdot r)}{dr} + \frac{dV_z}{dz} = 0 ;$$

$$\frac{dV_z}{dz} = -\frac{1}{r} \cdot \frac{d(V_r \cdot r)}{dr} = const .$$

Інтегруючи роздільно ці диференціальні рівняння можна одержати загальні залежності для КМППШ при осесимметричному плинні:

$$\int dV_z = \int C dz ;$$

$$\left. \begin{aligned} V_z &= C_1 \cdot z + C_2 \\ V_r &= -\frac{C_1}{2} \cdot r + \frac{C_3}{r} \end{aligned} \right\} (\text{Э-4});$$

У цих вираженнях C_1, C_2, C_3 - постійні інтегрування, обумовлені з заданих граничних умов для даної області.

Для ПДС умова нестисливості в диференціальній формі виглядає в такий спосіб:

$$\frac{dV_z}{dz} + \frac{dV_x}{dx} = 0 ;$$

$$\varepsilon_z^* + \varepsilon_x^* = 0 .$$

У результаті інтегрування одержимо:

$$\left. \begin{aligned} V_z &= C_1 \cdot z + C_2 \\ V_x &= -C_1 \cdot x + C_3 \end{aligned} \right\} (\text{Э-5});$$

Для об'ємного НДС умова нестисливості виглядає в такий спосіб:

$$\varepsilon_z^* + \varepsilon_x^* + \varepsilon_y^* = 0 ;$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0 ;$$

$$\left. \begin{aligned} V_z &= C_1 \cdot z + C_2 \\ V_x &= C_3 \cdot x + C_4 \\ V_y &= -(C_1 + C_3) \cdot y + C_5 \end{aligned} \right\} (\text{Э-6});$$

Після знаходження цих функцій по рівняннях Коші визначаємо швидкості деформацій:

$$\varepsilon_z^* = \frac{dV_z}{dz} ;$$

$$\varepsilon_r^* = \frac{dV_r}{dr} \text{ и т.д.}$$

Перевіряють дотримання умов нестисливості, перевіряють відповідність ГУ й умові нерозривності нормальних компонентів швидкості. Лише після цього приступають до наступних етапів розрахунку. У тих випадках, коли компонента швидкості переміщення залежить не тільки від власної, але і суміжних координат, то з'являються зсувні деформації і швидкості деформацій.

$$\gamma_{rz}^* = \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} ; \text{ (осесимметрич)}$$

Інтенсивність швидкостей деформацій обчислюється по виразах:

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{(\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_y)^2 + (\dot{\varepsilon}_y - \dot{\varepsilon}_z)^2 + (\dot{\varepsilon}_z - \dot{\varepsilon}_x)^2 + \frac{3}{2} \cdot (\dot{\gamma}_{xy}^2 + \dot{\gamma}_{yz}^2 + \dot{\gamma}_{zx}^2)} ;$$

Для осесимметричної задачі:

$$\dot{\varepsilon}_i = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \left(\dot{\varepsilon}_z^2 + \dot{\varepsilon}_r^2 + \dot{\varepsilon}_\theta^2 + \frac{1}{2} \cdot \dot{\gamma}_{rz}^2 \right)} \quad (\text{Э-7});$$

При виборі КМПШ варто прагнути до одержання більш простих залежностей і складність функцій відповідала би рівню складності прийнятих припущень.

Лінеаризація інтенсивності швидкостей деформацій.

Для полегшення інтегрування вираження N_θ доцільно використовувати лінеаризоване вираження $\dot{\varepsilon}_i$. Існує два види таких виражень.

$$1). \dot{\varepsilon}_i = \beta \cdot |\dot{\varepsilon}_{\max}|, \quad \beta = \frac{2}{\sqrt{3}} - \text{ для ПДС.}$$

$$2). \sqrt{a^2 + b^2} = |a| + 0,4 \cdot |b|, \quad \text{при } |a| > |b|.$$

Коли підбираються більш складні функції (нелінійні), те в цих вираженнях повинні бути передбачені варьируемые коефіцієнти a_i . Величина цих коефіцієнтів устанавлюється виходячи з умови мінімуму енергії тобто з рівняння (Э-2).

Пласка осадка.

Допущення:

$$1). \sigma_i = \sigma_s = \text{const}.$$

2). ізотропність матеріалу.

$$3). T = \text{const}.$$

$$4). V_0 = \text{const}.$$

Незважаючи на наявність тертя припускаємо, що перекручування бічної поверхні немає, кожна компонента швидкості залежить від своєї координати:

$$N_a = N_\theta = +2 \cdot N_T ;$$

$$N_a = p \cdot F \cdot V_0 ;$$

$$N_a = p \cdot B \cdot V_0 ;$$

КГУ на поверхні нижньої плити:

$$\text{При } z = 0, V_z = 0 ;$$

$$\text{При } z = h, V_z = -V_0(W) ;$$

$$\text{При } x = 0, V_x = 0 ;$$

$$\text{При } x = \frac{B}{2}, V_x = V_{BbLX} = V_0 \cdot \lambda = V_0 \cdot \frac{B}{2 \cdot h}.$$

КМПШ: (Э-5)

$$\begin{aligned}
V_Z &= C_1 \cdot z + C_2; \\
V_X &= -C_1 \cdot x + C_3; \\
0 &= C_1 \cdot 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = 0; \\
W &= C_1 \cdot h \Rightarrow C_1 = \frac{W}{h}; \\
0 &= -C_1 \cdot 0 + C_3 \Rightarrow C_3 = 0; \\
\left. \begin{aligned} V_Z &= -\frac{V_0}{h} \cdot z; \\ V_X &= \frac{V_0}{h} \cdot x; \end{aligned} \right\} &\text{КМПШ}; \\
\dot{\varepsilon}_Z + \dot{\varepsilon}_X &= 0; \\
\frac{dV_Z}{dz} + \frac{dV_X}{dx} &= 0; \\
-\frac{V_0}{h} + \frac{V_0}{h} &= 0.
\end{aligned}$$

1). КВПС задовольняють умові нестисливості.

2). Відповідність КГУ: при $x = \frac{B}{2}$, $V_X = V_{\text{ВЫХ}} = V_0 \cdot \frac{B}{2 \cdot h}$.

3). Відповідає умові нерозривності нормальної складової на границі осередку деформації. При $z=h$ $V_Z = -V_0$, тобто швидкості руху інструмента на контактній поверхні.

У такий спосіб знайдене поле швидкостей кінематично можливе. Для рішення інтегралів знаходимо $V_K, \dot{\varepsilon}_i$ і.т.д.

$$\begin{aligned}
\tau_K &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s = \mu_s \cdot \sigma_s^*; \\
\dot{\varepsilon}_i &= \sqrt{\frac{2}{3} \cdot (\dot{\varepsilon}_Z + \dot{\varepsilon}_X)} = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{V_0}{h}\right)^2 + \left(\frac{V_0}{h}\right)^2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_0}{h}; \\
N_o &= \sigma_s \int_0^{B/2} \int_0^1 \int_0^1 \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_0}{h} dx \cdot dz \cdot dy = \sigma_s \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_0}{h} \cdot \frac{B}{2} \cdot h \cdot 1 = \sigma_s \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{B}{2} \cdot h; \\
N_{TP} &= \int_0^{B/2} \int_0^1 \varepsilon_K \cdot V_K \cdot dx \cdot dy = \int_0^{B/2} \int_0^1 v_K \cdot \frac{V_0}{h} \cdot dx \cdot dy = \int_0^{B/2} \int_0^1 \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot \frac{V_0}{h} \cdot x \cdot dx \cdot dy = \\
&= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot \frac{V_0}{h} \cdot \frac{B^2}{8}
\end{aligned}$$

Після визначення всіх складових, вхідних у рівняння енергетичного балансу підставляємо їх у (Э-1) і вирішуємо відносно (р). При цьому потрібно суворо врахувати всі деформуємі зони і всі поверхні тертя (зрізу).

$$p \cdot B \cdot V_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_s \cdot \frac{2 \cdot V_0}{h} \cdot \frac{B}{2} \cdot h + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot \frac{V_0}{2 \cdot h} \cdot \frac{4 \cdot B^2}{4};$$

Поділяємо обидві частини на $(B \cdot V_0)$:

$$p = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_s + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot \frac{B}{2 \cdot h};$$

Обидві частини поділяємо на $\sigma_s^* = 2 \cdot k = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_s$:

$$\bar{p} = \frac{p}{\sigma_s} = 1 + \mu_s \cdot \frac{B}{2 \cdot h}.$$

У цьому процесі форма осередку деформації аналогічна, розміри ті ж. Але в рівняння балансу повинні бути введені складові, враховуючі витрати на потужності зрізів між зонами 1 і 2, 2 і 3:

$$[V_C] = |V_{Z2} - V_{Z1}|;$$

В другій зоні КМПШ зовсім аналогічно полю для пласкої осадки:

$$V_Z = -\frac{V_0}{h} \cdot z;$$

$$V_X = \frac{V_0}{h} \cdot x;$$

$$[V_C] = \left| -\frac{V_0}{h} \cdot z \right|.$$

Обчислимо потужність зрізу на границях 1 і 2, 2 і 3:

$$N_C = \int_0^h \int_0^1 \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_0}{h} \cdot z \cdot dz \cdot dy = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_0}{h} \cdot \int_0^h \int_0^1 z \cdot dz \cdot dy = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_0}{h} \cdot \frac{h^2}{2} = \Delta p_C \cdot B \cdot V_0;$$

Складемо мінібаланс:

$$\Delta p_C \cdot B \cdot V_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_s \cdot \frac{V_0}{h} \cdot \frac{h^2}{2};$$

$$\Delta p_C = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{h}{B};$$

$$\Delta p_C = \frac{\Delta p_C}{\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_s} = \frac{h}{2 \cdot B};$$

Вираз для протягання плоскої заготовки:

$$\bar{p} = 1 + \frac{h}{2 \cdot B} + \mu_s \cdot \frac{B}{2 \cdot h};$$

Вплив тертя μ_s значний, коли $\frac{B}{h} > 4$, а вплив $\frac{h}{B}$ істотний у вузьких заготовках, тобто

$$\frac{B}{h} < 3.$$

Осадка циліндричної заготовки.

1). Задача осесиметрична.

2). Допущення як і для ПДС.

3). Уся заготовка знаходиться в пластичному стані.

Приймаємо розрахункову схему, вибираємо систему координат.

КГУ: при $z = 0, V_Z = 0$;

При $z = h, V_Z = W$;

При $r = 0, V_r = 0$;

При $r = R_0, V_r = V_{БЛХ} = W \cdot \frac{R_0}{2 \cdot h}.$

КМПШ: $V_Z = C_1 \cdot z + C_2, V_r = -\frac{C_1}{2} \cdot r + \frac{C_3}{4}.$

При $z = 0 \quad 0 = C_1 \cdot 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = 0;$

$$\text{При } z = h - W = C_1 \cdot h + 0 \Rightarrow C_1 = -\frac{W}{h};$$

$$\text{При } r = 0 \quad 0 = -\frac{C_1}{2} \cdot 0 + \frac{C_3}{0} \Rightarrow C_3 = 0.$$

$$V_z = -\frac{W}{h} \cdot z;$$

$$V_r = \frac{W}{2 \cdot h} \cdot r;$$

$$\dot{\varepsilon}_z = \frac{dV_z}{dz} = -\frac{W}{h}, \quad \dot{\varepsilon}_r = \frac{dV_r}{dr} = -\frac{W}{2 \cdot h}, \quad \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{V_r}{r} = \frac{W}{2 \cdot h}.$$

$$\sum \dot{\varepsilon} = 0;$$

$$\sum \dot{\gamma}_{rz} = 0.$$

Поля швидкостей кінематично можливі тому що дотримуються всі умови.

$$N_A = N_\theta + 2 \cdot N_T;$$

$$p \cdot V_0 \cdot \pi \cdot R_0^2 = N_A = p \cdot W \cdot \pi \cdot R_0^2;$$

$$N_\theta = \sigma_s \cdot \int_0^h \int_0^{R_0} \int_0^{2\pi} \frac{W}{h} \cdot dz \cdot dr \cdot d\theta \cdot r;$$

$$\dot{\varepsilon}_i = \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{W}{h}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{W}{2 \cdot h}\right)^2} = \frac{W}{h};$$

$$N_\theta = \sigma_s \cdot \frac{W}{h} \cdot h \cdot \frac{R_0^2}{2} \cdot 2 \cdot \pi = \sigma_s \cdot W \cdot \pi \cdot R_0^2;$$

$$N_T = \iint \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot V_K \cdot dr \cdot r \cdot d\theta = \iint \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot \frac{W}{2 \cdot h} \cdot r \cdot dr \cdot r \cdot d\theta =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot \frac{W}{2 \cdot h} \cdot \int_0^{R_0} \int_0^{2\pi} dr \cdot r^2 \cdot d\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot \frac{W}{2 \cdot h} \cdot \frac{R_0^3}{3} \cdot 2 \cdot \pi = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot [\pi \cdot W \cdot R_0^2] \cdot \frac{R_0}{3 \cdot h}$$

$$p \cdot W \cdot \pi \cdot R_0^2 = \sigma_s \cdot W \cdot \pi \cdot R_0^2 + 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot \frac{W}{h} \cdot \frac{R_0^3}{3} \cdot \pi \cdot R_0;$$

Скоротимо на $W \cdot \pi \cdot R_0^2$:

$$p = \sigma_s + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot \frac{2 \cdot R_0}{3 \cdot h};$$

Одержуємо формулу для розрахунку тиску деформування.

Щоб представити вираз в більш зручному- критеріальному виді, поділяємо обидві частини на σ_s й у результаті одержуємо формулу приведенного (безрозмірного) тиску осадки циліндричної заготовки:

$$\bar{p} = \frac{p}{\sigma_s};$$

$$\bar{p} = 1 + \beta \cdot \mu_s \cdot \frac{2 \cdot R_0}{3 \cdot h} \quad \left(\beta = \frac{2}{\sqrt{3}}\right).$$

Тиск деформування при радіальному видавлюванні.

Процес призначений для одержання осесиметричних деталей з фланцями чи стовщеннями розташованими на видаленні від країв заготовки.

Приймаємо схему процесу:

Допущення: $\sigma_i = \sigma_s = const$, τ_K , $W = const$.

КГУ:

1-я зона:-----

2-я зона:

при $z = 0, V_z = 0$;

При $z = h, V_z = -W$;

При $r = 0, V_r = 0$;

При $r = R_0, V_r = V_{BbIX} = W \cdot \frac{R_0}{2 \cdot h}$.

3-я зона:

при $z = 0, V_z = 0$;

При $z = h, V_z = 0$;

При $r = R_0, V_r = W \cdot \frac{R_0}{2 \cdot h} = V_{BbIX}$;

При $r = R_1, V_r = V_{BbIX2} = W \cdot \lambda$.

4-я зона:-----

КМПШ:

1: $V_z = -W, V_r = 0$;

2: $V_z = -W \cdot \frac{z}{h}, V_r = \frac{W}{2 \cdot h} \cdot r$;

3: $V_z = C_1 \cdot z + C_2, V_r = -\frac{C_1}{2} \cdot r + \frac{C_3}{r}$;

4: $V_z = 0, V_r = 0$.

При $z = 0$ $0 = C_1 \cdot 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = 0$;

При $z = h$ $0 = C_1 \cdot h + 0 \Rightarrow C_1 = 0$;

При $r = R_0$ $W \cdot \frac{R_0}{2 \cdot h} = \frac{C_3}{R_0} \Rightarrow C_3 = W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h}$.

$$V_z = 0 ;$$

$$V_r = W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h \cdot r} .$$

Перевіряємо дотримання умов нестисливості, КГУ, умов нерозривності. У другій зоні умови дотримуються (дивися задачу осадки).

$$\dot{\varepsilon}_{i2} = \frac{W}{h} ;$$

Для третьої зони:

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{dV_r}{dr} = -W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h \cdot r^2} ;$$

$$\dot{\varepsilon}_z = \frac{dV_z}{dz} = 0 ;$$

$$\dot{\varepsilon}_\theta = \frac{V_r}{r} = W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h \cdot r^2}$$

$$\sum \dot{\varepsilon} = 0 ;$$

$$\dot{\gamma}_{rz} = 0 ;$$

$$\dot{\varepsilon}_i = \beta \cdot |\dot{\varepsilon}_{\max}| = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h \cdot r^2} ;$$

$$N_A = \sum^2 N_\partial + \sum^3 N_T + \sum^3 N_C .$$

Зона 2:

$$N_\partial = \int_0^{R_0} \int_0^h \int_0^{2\pi} \sigma_s \cdot \frac{W}{h} \cdot dr \cdot dz \cdot r \cdot d\theta = \sigma_s \cdot W \cdot \pi \cdot R_0^2 ;$$

Зона 3:

$$N_\partial = \int_{R_0}^{R_1} \int_0^h \int_0^{2\pi} \sigma_s \cdot \beta \cdot W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h \cdot r^2} \cdot dr \cdot dz \cdot r \cdot d\theta = \sigma_s \cdot \beta \cdot W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h} \cdot \ln \frac{R_1}{R_0} \cdot h \cdot 2 \cdot \pi =$$

$$\sigma_s \cdot \beta \cdot [W \cdot R_0^2 \cdot \pi] \cdot \ln \frac{R_1}{R_0}$$

$$N_A = p \cdot \pi \cdot R_0^2 \cdot W ;$$

Зріз між зонами 1-2, 2-4 враховуємо по інтегралу N_C тільки для $\mu_s = 0,5$. Зріз між зонами 2-3:

$$[V_{C2-3}] = |V_{Z1} - V_{Z2}| = W \cdot \frac{z}{h} ;$$

$$N_C = \int_0^h \int_0^{2\pi} \tau_s \cdot W \cdot \frac{z}{h} \cdot dz \cdot R_0 \cdot d\theta = \frac{\mu_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{W}{h} \cdot \frac{h^2}{2} \cdot R_0 \cdot 2\pi = \frac{\mu_s}{\sqrt{3}} \cdot [W \cdot R_0^2 \pi] \cdot \frac{h}{R_0} ;$$

$$p \cdot [W \cdot R_0^2 \pi] = \sigma \cdot [W \cdot R_0^2 \pi] + \sigma_s \cdot \beta \cdot [W \cdot R_0^2 \pi] \cdot \ln \frac{R_1}{R_0} .$$

$$N_C = \int_0^{R_0} \int_0^{2\pi} \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{W}{2 \cdot h} \cdot r \cdot dr \cdot r \cdot d\theta = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{W}{2 \cdot h} \cdot \frac{R_0^3}{3} \cdot 2 \cdot \pi = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_0}{3 \cdot h} \cdot [W \cdot R_0^2 \cdot \pi] ;$$

$$[V_C]_{1-2} = |V_{r2} - V_{r1}| = \frac{W}{2 \cdot h} \cdot r .$$

Визначимо N_T для першої зони:

$$N_T = \int_h^{h+h_1} \int_0^{2\pi} \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot W \cdot dz \cdot R_0 \cdot d\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot W \cdot R_0 \cdot (h + h_1 - h) \cdot 2 \cdot \pi =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot \frac{2 \cdot h_1}{R_0} \cdot [W \cdot R_0^2 \cdot \pi]$$

Визначимо N_T для третьої зони:

$$N_T = \int_{R_0}^{R_1} \int_0^{2\pi} \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h \cdot r} \cdot dr \cdot r \cdot d\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot W \cdot \frac{R_0^2}{2 \cdot h} \cdot (R_1 - R_0) \cdot 2 \cdot \pi =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot \frac{(R_1 - R_0)}{h} \cdot [W \cdot R_0^2 \cdot \pi]$$

Тертя металу в області фланця обчислюємо з однієї (нижньої) сторони, тому що при однобічній подачі металу контакту з фланцем у верхній напівматриці немає. При двосторонній подачі металу, фланець узагалі не контактує з матрицею.

$$p \cdot [W \cdot R_0^2 \cdot \pi] = \sigma_s \cdot [W \cdot R_0^2 \cdot \pi] + \sigma_s \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot [W \cdot R_0^2 \cdot \pi] \cdot \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{h}{R_0} \cdot [W \cdot R_0^2 \cdot \pi] +$$

$$+ \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2 \cdot R_0}{3 \cdot h} \cdot [W \cdot R_0^2 \cdot \pi] + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot \frac{2 \cdot h_1}{R_0} \cdot [W \cdot R_0^2 \cdot \pi] + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot \frac{(R_1 - R_0)}{h} \cdot [W \cdot R_0^2 \cdot \pi]$$

Скоротимо на загальний множник $[W \cdot R_0^2 \cdot \pi]$:

$$p = \sigma_s + \sigma_s \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{h}{R_0} + \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2 \cdot R_0}{3 \cdot h} + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot \frac{2 \cdot h_1}{R_0} + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \cdot \sigma_s \cdot \frac{(R_1 - R_0)}{h} ;$$

Розділивши обидві частини на σ_s одержимо формулу для приведенного тиску радіального видавлювання фланців по середині заготівлі:

$$\bar{p} = 1 + \beta \cdot \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{h}{\sqrt{3} \cdot R_0} + \beta \cdot \frac{R_0}{3 \cdot h} + \beta \cdot \mu_s \cdot \frac{2 \cdot h_1}{R_0} + \beta \cdot \mu_s \cdot \frac{(R_1 - R_0)}{h} .$$

Модель, отримана енергетичним методом добре працює при $\frac{h}{R_0} < 0,6$. При великих

значеннях $\frac{h}{R_0}$ форма осередку деформації трохи відрізняється від прийнятої нами схеми, тому необхідно підбирати більш складні КМПШ.

Вираз можна використовувати і для визначення тиску деформування деталей із фланцями, розташованими по торцях. У цих випадках зріз між зонами 2 і 4 замінюється потужністю сил тертя між зоною 2 і поверхнею нижньої напівматриці:

$$\bar{p} = 1 + \beta \cdot \ln \frac{R_1}{R_0} + \frac{h}{\sqrt{3} \cdot R_0} + \beta \cdot \mu_s \cdot \frac{R_0}{3 \cdot h} + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_0}{3 \cdot h} + \beta \cdot \mu_s \cdot \frac{2 \cdot h_1}{R_0} + \beta \cdot \mu_s \cdot \frac{(R_1 - R_0)}{h} .$$

Облік зміцнення деформуємого металу.

При теоретичному аналізі приймається допущення про ідеальну пластичність, тобто незміцнюємість матеріалу. Це пов'язано з тим, що облік реальних значень напруги плинності, що змінюється по мере деформації нашттовхується на труднощі. При холодній деформації σ_s міняється внаслідок деформаційного зміцнення. При гарячій деформації відбувається як зміцнення (через швидкість деформування) так і разупрочнення. При деформуванні опір деформації росте і тим більший, чим більший ступінь деформації прикладається до заготівлі.

Для визначення истинного напруги плинності потрібно знати истинную ступінь деформації. На практиці використовуються наближені оцінки, коли показник ступеня деформації обчислюють по співвідношеннях геометричних параметрів вихідної заготівлі і готової деталі. Показник ступеня деформації виходячи з енергетичних передумов визначають методом Роберта Хілла.

Якщо середнє питоме зусилля для деформації заготівлі $= p$, а площа поперечного перерізу заготівлі F , то за малий проміжок часу чи за одиницю ходу преса (пуансона) Δh робота зовнішніх сил $A = p \cdot F \cdot \Delta h$ буде витрачена на пластичну деформацію металу з об'ємом $V = F \cdot \Delta h$. Тоді питома робота, віднесена до величини обсягу буде дорівнювати:

$$A_{y\partial} = \frac{A}{V} = \frac{p \cdot F \cdot \Delta h}{F \cdot \Delta h} = p ;$$

З іншої сторони питома робота буде дорівнює:

$$A_{y\partial} = e_c \cdot \sigma_s = e_c \cdot 2 \cdot k ;$$

Зіставимо отримані залежності й одержимо вираз:

$$p = e_c \cdot \sigma_s ;$$

$$e_c = \frac{p}{\sigma_s} = \bar{p} ;$$

$$e_c = \bar{p} .$$

У такий спосіб за середній ступінь деформації або за среднеинтегральный показник ступеня формозміни можна прийняти величину приведенного тиску деформування даного об'єму металу.

При розрахунку енергетичним методом можна прийти до аналогічних рішень виходячи з наступних припущень: нехай усі потужності сил деформування, тертя, зрізу в осередку

деформації можна замінити однією еквівалентною потужністю сил деформування, тоді рівняння енергетичного балансу можна записати в такий спосіб:

$$p \cdot F \cdot V_0 = \iiint_V (\sigma_s)_\varepsilon \cdot (\dot{\varepsilon}_i)_\varepsilon \cdot dV .$$

Для обчислення такого інтеграла можна використовувати правило про середнє значення інтегралу:

$$p \cdot F \cdot V_0 = (\sigma_s)_C \cdot (\dot{\varepsilon}_i)_C \cdot V ;$$

$$(\dot{\varepsilon}_i)_C = \frac{p \cdot F \cdot V_0}{(\sigma_s)_C \cdot V} ;$$

Але $\dot{\varepsilon}_i$ за звичай визначається:

$$(\dot{\varepsilon}_i)_C = \frac{de_C}{dt} ;$$

І тоді:

$$\int de_C = \int_0^t \frac{p \cdot F \cdot V_0}{(\sigma_s)_C \cdot V} \cdot dt ;$$

$$e_C = \int_0^t \frac{p \cdot F \cdot V_0}{(\sigma_s)_C \cdot V} \cdot dt ;$$

По Кудо Ходиаки:

$$p = \frac{(\sigma_s)_\varepsilon \cdot \iiint_V (\dot{\varepsilon}_i)_\varepsilon \cdot dV}{F \cdot V_0} ;$$

Процедура обліку зміцнення:

$$\bar{p} =$$

$$\sigma_s = f(e_C) ;$$

$$\sigma_s = f(\bar{p}) ;$$

$$p = \bar{p} \cdot \sigma_s \text{ [МПа]} ;$$

$$P = p \cdot F \text{ [кН]} ;$$

$$p \leq [p] = 2222 \text{ МПа} .$$

$$p_{ypp} = C \cdot (\bar{p})^{n+1} .$$

Слід зазначити, що за Хіллом виходять завищені значення розрахункових силових параметрів:

$$(\sigma_s)_C = \frac{\int_0^{e_C} \sigma_s \cdot (e) \cdot de}{e_C} ;$$

За Чудаковим:

$$(\sigma_s)_C = \frac{C \cdot e_n}{1+n} .$$

Для підвищення точності рекомендується враховувати зміцнення диференційоване по окремих зонах. При цьому для нестационарних процесів бажано простежити за переміщенням частки від початку процесу і до його завершення.

Зворотне видавлювання.

$$\frac{h_0}{D} = \sqrt{\frac{1 - \frac{d}{D}}{3 \cdot \frac{d}{D} \cdot \left(1 + \frac{d}{D}\right)}};$$

$$\bar{p}_1 = 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \mu_s \frac{R_0}{3 \cdot h} + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_0}{2 \cdot h};$$

$$N_A = N_{\partial 1} + N_{C1-4} + N_{T1-II} + N_{\partial 2} + N_{C1-2} + 2 \cdot N_{C2-4} + N_{T2-M};$$

Поля швидкостей у першій зоні: (дивися вище).

Поля швидкостей у другій зоні.

КГУ:

при $z = 0, V_z = 0$;

При $z = h, V_z = V_0 \cdot \lambda$;

При $r = R_{II}, V_r = V$;

При $r = R_M, V_r = 0$.

КМПШ:

$$1: V_z = C_1 \cdot z + C_2, V_r = -\frac{C_1}{2} \cdot r + \frac{C_3}{r};$$

$$\text{При } z = 0 \quad 0 = C_1 \cdot 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = 0;$$

$$\text{При } z = h \quad \lambda \cdot V_0 = C_1 \cdot h + 0 \Rightarrow C_1 = \frac{\lambda \cdot V_0}{h};$$

$$\text{При } r = R_M \quad 0 = -\frac{C_1}{2} \cdot R_M + \frac{C_3}{R_M} \Rightarrow C_3 = \frac{C_1}{2} \cdot R_M^2.$$

$$C_3 = \frac{\lambda \cdot V_0}{2 \cdot h} \cdot R_M^2;$$

$$V_z = \frac{\lambda \cdot V_0}{h} \cdot z;$$

$$V_r = -\frac{C_1}{2} \cdot \left(r - \frac{R_M^2}{r}\right);$$

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{\kappa \cdot V_0}{h}, \dot{\varepsilon}_r = -\frac{C_1}{2} - \frac{C_1 \cdot R_M^2}{r^2}, \dot{\varepsilon}_\theta = -\frac{C_1}{2} + \frac{C_1}{2} \cdot \frac{R_M^2}{r^2}.$$

$$\dot{\varepsilon}_i + \dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_\theta = 0.$$

Умова сталості об'єму задовільняється.

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{C_1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot r^4 + R_M^4}{r^4}};$$

Лінеаризований вираз.

Розрахуємо N_{C1-2} :

$$[V_c]_{1-2} = |V_{z2} - V_{z1}| = \frac{V_0 \cdot \lambda}{h} \cdot z - \left(-\frac{V_0}{h} \cdot z\right) = \frac{V_0}{h} \cdot z \cdot (1 + \lambda);$$

$$\begin{aligned}
N_C &= \int_0^h \int_0^{2\pi} \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_0}{h} \cdot z \cdot (1 + \lambda) \cdot dz \cdot R_n \cdot d\theta = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{V_0}{h} \cdot (1 + \lambda) \cdot R_{II} \cdot \frac{h^2}{2} \cdot 2 \cdot \pi = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot V_0 \cdot (1 + \lambda) \cdot R_{II} \cdot \pi = \\
&= \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot V_0 \cdot (1 + \lambda) \cdot \frac{R_{II}^2}{R_{II}} \cdot \pi \\
N_C &= \int_{R_{II}}^{R_M} \int_0^{2\pi} \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{C_1}{2} \cdot \left(r^2 - \frac{R_M^2}{r} \right) \cdot dr \cdot r \cdot d\theta = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{C_1}{2} \cdot \int_{R_{II}}^{R_M} \int_0^{2\pi} (r^2 - R_M^2) \cdot dr \cdot d\theta = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{C_1}{2} \times \\
&\times \left[\int_{R_{II}}^{R_M} \int_0^{2\pi} r^2 \cdot dr \cdot d\theta - \int_{R_{II}}^{R_M} \int_0^{2\pi} R_M^2 \cdot dr \cdot d\theta \right] = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot \frac{C_1}{2} \cdot \left[\frac{R_M^3 - R_{II}^3}{3} \cdot 2 \cdot \pi - R_M^2 \cdot (R_M - R_{II}) \cdot 2 \cdot \pi \right] = \\
&= \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot C_1 \cdot \pi \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot R_M^3 - \frac{1}{3} \cdot R_{II}^3 - R_M^2 \cdot R_M + R_M^2 \cdot R_{II} \right] = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \cdot C_1 \cdot \pi \cdot \left[-\frac{2}{3} \cdot R_M^3 + R_M^2 \cdot R_{II} - \frac{1}{3} \cdot R_{II}^3 \right]
\end{aligned}$$

Рішення наближених диференціальних рівнянь рівноваги й умов пластичності. Інженерний метод.

Диференціальні рівняння рівноваги в загальному випадку розраховуються з превеликими труднощами. Наприклад при об'ємному напруженому стані виходить 13 рівнянь єднальних напруги з 13-ю невідомими. При осесиметричному- 6 рівнянь з 6 невідомими. При ПДС- 3 рівняння з 3 невідомими. Наявні труднощі математичного порядку не дозволяли одержати рішення технологічних задач ОМТ. У зв'язку з цим Зібель, Губкін, Унксов, Сторожев розглядали можливість постановки і рішення спрощених диференціальних рівнянь рівноваги й умов пластичності. Вироблений метод одержав назву «інженерного».

Суть методу:

- задачу зводять до плаского чи осесиметричному виду, геометрію зводять до простої фігури;
- напруги шукають тільки на контактній поверхні;
- нормальні напруги думають залежними тільки від однієї з координат, тобто замість частних похідних переходять до (к простим);
- використовують рівняння зв'язку між напругами і деформаціями, приймають гіпотезу Хаара-Кармана;
- плоскі перетини, виділені в обсязі тіла залишаються пласкими і після деформації;
- впливом дотичних напружень на розподіл нормальних напруг зневажають, тобто довільні площадки при складанні умов пластичності умовно вважають головними;
- впливом дотичних напружень на площинах поділу осередка деформації на елементарні пластичні зони і потужністю сил зрізу зневажають.

Спрощення умов пластичності.

У загальному випадку енергетична умова пластичності надзвичайно громіздка і не дозволяє інтегрувати диференціальне рівняння. Більш краще рівняння Сен-Венана:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \beta \cdot \sigma_s ;$$

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,155 \text{ (ПДС);}$$

$$\beta = 1 \text{ (при } \sigma_{сг} = \sigma_{\text{крайнее}} \text{).}$$

Труднощі полягають у тому, що ми працюємо з компонентами уздовж осей, а не з головними заслугами Унксова в тім, що він показав як у залежності від величини дотичних

напружень замість головних напруг у рівнянні пластичності використовуються нормальні напруги на довільній площадці.

При незначному τ , а саме $0 \leq \tau \leq 0,7 \cdot \tau_{\max}$ (при гарних умовах тертя) замість компонентів напруг в умові пластичності можна використовувати $\sigma_\rho - \sigma_\theta = \pm \beta \cdot \sigma_s$ або :

$$\sigma_\theta - \sigma_z = \pm \beta \cdot \sigma_s ;$$

$$\sigma_\rho - \sigma_z = \pm \beta \cdot \sigma_s .$$

У залежності від крайніх компонентів. При ПНС, коли один компонент дорівнює нулю може бути:

$$\sigma_\rho = \pm \beta \cdot \sigma_s ;$$

$$\sigma_z = \pm \beta \cdot \sigma_s .$$

При ПДС σ_{CG} дорівнює напівсумі двох інших напруг:

$$\sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \pm \beta \cdot \sigma_s .$$

При $0,7\tau_{\max} \leq \tau \leq \tau_{\max}$ в цьому діапазоні:

$$\sigma_\rho = \sigma_z ;$$

$$\sigma_\rho = \sigma_\theta ;$$

$$\sigma_\rho = \sigma_\theta = \sigma_z .$$

У диференціальній формі:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial \rho} ;$$

$$\partial \sigma_\rho = \partial \sigma_z .$$

Рішення задачі осадки циліндричної заготівлі.

Диференціальні рівняння рівноваги:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0; \\ \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{\tau_{\rho z}}{\rho} = 0. \end{cases}$$

Відмовляємося від визначення σ_z по висоті, тобто σ_z від z не залежить. Відмовляємося від вивчення розподілу τ уздовж контактної поверхні, тобто $\tau_{\rho z}$ не залежить від ρ . У такий спосіб залишається перше рівняння.

Використовуючи гіпотезу Хаара Кармана думаємо що $\sigma_\rho - \sigma_\theta = 0$:

$$\tau_{\rho z} = \left(\frac{\tau_K}{h/2} \right) \cdot z = \frac{2 \cdot \tau_K}{h} \cdot z ;$$

$$\frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} = \frac{2 \cdot \tau_K}{h} .$$

Вважаємо, що для визначення зусиль деформування важливо знати розподіл σ_z , а не σ_ρ . Якщо взяти умову пластичності для найгірших умов тертя, тоді:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial \rho} .$$

Оскільки ми зневажили впливом на σ_z або інших координат то можна записати:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial \rho} = \frac{d\sigma_z}{d\rho} ;$$

У підсумку одержимо:

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial \rho} + \frac{2 \cdot \tau_K}{h} = 0 .$$

Задаємо умови тертя:

$$\tau_K = \mu_s \cdot \sigma_s .$$

При цьому в розглянутому першому квадраті знак буде негативним:

$$\frac{d\sigma_z}{d\rho} + \frac{-2 \cdot \mu_s \cdot \sigma_s}{h} = 0 ;$$

$$\int d\sigma_z = \int 2 \cdot \mu_s \cdot \frac{\sigma_s}{h} \cdot d\rho ;$$

$$\sigma_z = 2 \cdot \mu_s \cdot \frac{\sigma_s}{h} \cdot \rho + C .$$

Для визначення C потрібно знати граничні умови. Якщо при відсутності тертя у всіх точках контакту $\sigma_z = -\sigma_s$, то припускаємо, що таку умову можна вважати справедливою для крайньої точки при $\rho = \frac{d}{2}$.

$$-\sigma_s = 2 \cdot \mu_s \cdot \frac{\sigma_s}{h} \cdot \frac{d}{2} + C ;$$

$$C = -2 \cdot \mu_s \cdot \frac{\sigma_s}{h} \cdot \frac{d}{2} - \sigma_s ;$$

$$C = -\sigma_s \cdot \left(1 + 2 \cdot \mu_s \cdot \frac{d}{2 \cdot h} \right) .$$

Підставивши C одержимо:

$$\sigma_z = -\sigma_s \cdot \left[1 + \frac{2 \cdot \mu_s}{h} \cdot \left(\frac{d}{2} - \rho \right) \right] .$$

Цей вираз показує розподіл нормальних контактних напруг. Знаючи закон розподілу можна визначити зусилля осадки:

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{d}{2}} |\sigma_z| \cdot d\rho \cdot d\theta \cdot \rho = 2 \cdot \pi \cdot \sigma_s \cdot \int_0^{\frac{d}{2}} \left[1 + \frac{2 \cdot \mu_s}{h} \cdot \left(\frac{d}{2} - \rho \right) \right] \cdot \rho \cdot d\rho ;$$

$$P = \sigma_s \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \mu_s}{6} \cdot \frac{d}{h} \right) .$$

Розділивши на площу одержимо вираз для тиску деформування:

$$p = \sigma_s \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \mu_s}{6} \cdot \frac{d}{h} \right) ;$$

Розділимо на σ_s :

$$\bar{p} = 1 + \frac{2 \cdot \mu_s}{6} \cdot \frac{d}{h} ;$$

$$\bar{p} = 1 + \mu_s \cdot \frac{d}{3 \cdot h} .$$

При $\mu_s = 0,5$ $\bar{p} \approx 1 + 0,17 \cdot \frac{d}{h}$;

При $\mu_s = 0$ $\bar{p} = 1$.

Для ПДС:

$$\frac{d\sigma_z}{dx} + \frac{2 \cdot \tau_K}{h} = 0.$$

Задача про деформування трубної (кільцевої заготівлі).

Думаємо, що така заготівля знаходиться в плоскодеформованому стані:

$$\varepsilon_z = 0, \sigma_z = \text{главное} = \sigma_{CT}, \tau_{\rho z} = 0.$$

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0.$$

Між собою головні напруги зв'язані умовою пластичності:

$$\sigma_\rho - \sigma_\theta = \pm \beta \cdot \sigma_s;$$

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \frac{-\beta \cdot \sigma_s}{\rho} = 0;$$

$$\int d\sigma_\rho = \int \beta \cdot \sigma_s \cdot \frac{d\rho}{\rho};$$

$$\sigma_\rho = \beta \cdot \sigma_s \cdot \ln(\rho \cdot C).$$

С знаходимо зі статичних граничних умов:

При $\rho = R_M$ $\sigma_\rho = 0$.

$$C = \frac{1}{R_H};$$

Одержуємо:

$$\sigma_\rho = \beta \cdot \sigma_s \cdot \ln\left(\rho \cdot \frac{1}{R_M}\right).$$

На внутрішній поверхні кільця:

$$p = -\sigma_\rho = \beta \cdot \sigma_s \cdot \ln \frac{R_H}{\rho};$$

$$\bar{p} = \ln \bar{R};$$

$$\sigma_\theta = \beta \cdot \sigma_s \cdot \left(1 - \ln \frac{\rho}{R_H}\right).$$

Відкрите прошивання.

$$6 < \frac{D}{d} \leq 2,0;$$

Для першої зони (осадка) як і для осадки циліндричної заготівлі виводиться формула диференційної рівноваги:

$$\frac{d\sigma_z}{d\rho} + \frac{2 \cdot \tau_K}{h} = 0;$$

$$\tau_K = \mu_s \cdot \sigma_s;$$

$$\sigma_z = \frac{2 \cdot \mu_s \cdot \sigma_s}{h} \cdot \rho + C.$$

При осадке, для знаходження C використовували граничні умови на краю циліндричної заготовки при $\rho = \frac{d}{2}$ $\sigma_z = \sigma_s$. У даному випадку, при $\rho = \frac{d}{2}$ заготовка зазнає підпору з боку другої зони.

$$\sigma_\rho = \sigma_s \cdot 1,1 \cdot \ln \frac{D}{d} ;$$

на цю величину σ_z буде більше:

$$\sigma_z = -\sigma_s \cdot \left(1 + 1,1 \cdot \ln \frac{D}{d} \right) .$$

При куванні тертя приймається граничним ($\mu_s = 0,5$) і C визначається:

$$C = -\sigma_s \cdot \left(1 + 1,1 \cdot \ln \frac{D}{d} + \frac{d}{2 \cdot h} \right) ;$$

Підставимо й одержимо:

$$\sigma_z = -\sigma_s \cdot \left(1 + 1,1 \cdot \ln \frac{D}{d} + \frac{d}{2 \cdot h} + \frac{0,5 \cdot d - \rho}{h} \right) ;$$

Для знаходження зусилля інтегруємо σ_z по площі прошивня і поділяємо на площу. Одержимо формулу для розрахунку тиску прошивання.

$$p = \sigma_s \cdot \left(1 + 1,1 \cdot \ln \frac{D}{d} + \frac{1}{6} \cdot \frac{d}{h} \right) ;$$

$$\bar{p} = 1 + 1,1 \cdot \ln \frac{D}{d} + \frac{1}{6} \cdot \frac{d}{h}$$

Осередок деформації в процесі, що розвивається, приблизно має наступну висоту:

$$h = \frac{1}{6} \cdot d ;$$

Тоді одержимо:

$$\bar{p} = 2 + 1,1 \cdot \ln \frac{D}{d} .$$

Закрите прошивання.

$$f = \frac{\pi \cdot d^2}{4} , f_k = \frac{\pi}{4} \cdot (D^2 - d^2) , F = \pi \cdot \frac{D^2}{4} ;$$

За аналогією з процесом прямого видавлювання припускаємо, що тиск деформування витрачений на сам процес видавлювання обчислюється як:

$$P_e = \sigma_s \cdot \ln \frac{F}{f_k} ;$$

Дійсно, при прямому видавлюванні з малим кутом заходу матриці ($\gamma \leq 30^\circ$) і $\mu_s \rightarrow 0$:

$$\bar{p} = \ln \frac{F}{f} = e ;$$

Оскільки тиск деформування ми прикладаємо не протипуансоном з діаметром D , а пуансоном з діаметром d , то тиск деформування, перелічений на торець пуансона буде більше на $\frac{F}{f}$:

$$p_1 = \frac{F}{f} \cdot \sigma_s \cdot \ln \frac{F}{f_k} ;$$

$$\bar{p}_1 = \frac{F}{f} \cdot \ln \frac{F}{f_K}.$$

Друга складова тиску деформування заготівлі визначається за аналогією з процесом осадки чи відкритого прошивання. Дійсно, у першій зоні деформація подібна осадке:

$$\bar{p}_2 = 1 + \frac{1}{6} \cdot \frac{d}{h} + \Delta \bar{p};$$

$\Delta \bar{p}$ - повинно врахувати вплив з боку другої зони (подібно процесу відкритого прошивання), де:

$$\Delta \bar{p} = 1,1 \cdot \ln \frac{D}{d};$$

У нашому випадку можна припустити, що в другій зоні напруги σ_ρ і σ_z зв'язані умовою пластичності:

$$\sigma_\rho - \sigma_z = \sigma_s;$$

$$\sigma_z = \sigma_s \cdot \ln \frac{F}{f_K};$$

$$\sigma_\rho = \sigma_s \cdot \left(1 + \ln \frac{F}{f_K} \right).$$

Тоді:

$$\bar{p}_2 = 1 + \frac{1}{6} \cdot \frac{d}{h} + 1 + \ln \frac{F}{f_K};$$

$$\bar{p} = \bar{p}_1 + \bar{p}_2 = 2 + \left(1 + \frac{F}{f} \right) \cdot \ln \frac{F}{f_K} + \frac{1}{6} \cdot \frac{d}{h};$$

По Сторожеву $\frac{h}{d} \approx \frac{1}{6}$ і тоді:

$$\bar{p} = 3 + \left(1 + \frac{F}{f} \right) \cdot \ln \frac{F}{f_K}.$$

Розрахункові значення сил деформування завищені, тому що при розрахунках приймали $\mu_s = 0,5$. У той же час недолік методу полягає в тім, що не враховуються витрати потужності, енергії сил деформування зрізу (зрушення) на границях між зонами.

Плоске осадка.

Використовуємо закон тертя Зібеля:

$$\frac{d\sigma_z}{dx} + \frac{2 \cdot \tau_K}{h} = 0;$$

$$\tau_K = \mu_s \cdot \sigma_s;$$

$$\sigma_z = \frac{2 \cdot \mu_s \cdot \sigma_s}{h} \cdot x + C;$$

$$x = \frac{B}{2}, \sigma_z = -\sigma_s \text{ (при } \mu_s = 0)$$

$$C = -\sigma_s \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot \mu_s}{h} \cdot \frac{B}{2} \right);$$

$$\sigma_z = -\sigma_s \cdot \left[1 + \frac{2 \cdot \mu_s}{h} \cdot \left(\frac{B}{2} - x \right) \right];$$

$$P = \int_0^1 \int_0^{B/2} |\sigma_z| \cdot dx \cdot dy;$$

$$p = \frac{P}{B/2};$$

$$\bar{p} = \frac{p}{\sigma_s} = 1 + \mu_s \cdot \frac{B}{2 \cdot h};$$

Використовуємо закон Амонтона-Кулона:

$$\tau_K = \mu \cdot \sigma_z;$$

$$d\sigma_z = \frac{2 \cdot \mu \cdot \sigma_z}{h} \cdot dx;$$

$$\sigma_z = C \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot \mu \cdot x}{h}\right);$$

С знаходимо з граничних умов: при $\frac{B}{2} \sigma_z = -\sigma_s$.

$$C = -\sigma_s \cdot \exp\left(\frac{2 \cdot \mu}{h} \cdot \frac{B}{2}\right);$$

$$\sigma_z = -\sigma_s \cdot \exp\left[\frac{2 \cdot \mu}{h} \cdot \left(\frac{B}{2} - x\right)\right];$$

Проінтегруємо і одержимо:

$$\bar{p} = \frac{1}{T} \cdot (e^T - 1), \text{ де } T = \frac{\mu \cdot B}{h}.$$

Звичайно максимум $\tau_K = \tau_s = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} = k$ - це максимальна величина. У даному випадку за законом Амонтона цього немає і при граничному терті тиск деформування виходить трохи завищеним, отже формула Ункова при $\mu_s = 0,4 \dots 0,5$ дає надзвичайно завищені значення.

Технологічні процеси листового штампування.

- 1). Розділові операції.
- 2). Формозмінні операції:

- гібка;
- витяжка;
- отбортовка;
- формування;
- обтиск;
- роздача.

Гібка.

- процес зміни форми заготівлі шляхом впливу на неї згинальних моментів чи поперечних сил.

При гібке згинальним моментом радіус штампуемой деталі поступово зменшується починаючи з визначених радіусів $\frac{\rho}{S} < 25$ у заготівлі з'являються шари, що зазнають залишкову пластичну деформацію. Зовнішні шари зазнають осьові розтягуючі деформації, а внутрішні- стискаючі окружні напруги і деформації. Між ними знаходиться так називаний нейтральний шар з нульовими напругами і з постійною довжиною. У загальному випадку нейтральний шар напруг і нейтральний шар деформацій не збігаються, але відшукування його положення- важлива задача.

Пружинение заготовлі є проблемною задачею. Після зняття навантаження пружна деформація знімається, а коли залишкова пластична деформація недостатня, розміри відштампованої деталі (α і R) будуть відрізнятися від розмірів інструмента.

Механіка процесу гнбки досить складна. Щоб забезпечити достатню пластичну деформацію й усунути вплив пружинения, мало одного згинаючого моменту. Для деталей малої кривизни рекомендується створювати додатковий силовий вплив.

При вигині моментом, напруги $\sigma_\rho, \sigma_\theta$ -головні, $\tau_{\theta\rho} = 0$.

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0 ;$$

$$\sigma_\rho - \sigma_\theta = \pm \beta \cdot \sigma_s ;$$

«+»-до зони стиску;

«-»- до зони розтягання.

Крайові умови:

$$\sigma_\rho = 0 \text{ при } \rho = \rho_B ;$$

$$\sigma_\rho = 0 \text{ при } \rho = R_M ;$$

Зона розтягання:

$$\sigma_\rho = -\beta \cdot \sigma_s \cdot \ln \frac{R_M}{\rho} ;$$

$$\sigma_\theta = \beta \cdot \sigma_s \cdot \left(1 - \ln \frac{R_M}{\rho} \right) .$$

Зона розтягання:

$$\sigma_\rho = -\beta \cdot \sigma_s \cdot \ln \frac{\rho}{\rho_B} ;$$

$$\sigma_\theta = \beta \cdot \sigma_s \cdot \left(1 + \ln \frac{\rho}{\rho_B} \right) .$$

На нейтральному радіусі при $\rho = \rho_M$:

$$\beta \cdot \sigma_s \cdot \ln \frac{\rho}{\rho_B} = \beta \cdot \sigma_s \cdot \ln \frac{R_M}{\rho_M} ;$$

$$\rho_M = \sqrt{\rho_B \cdot R_M} .$$

Для визначення зовнішнього згинаючого моменту, достатнього для забезпечення вигину його потрібно дорівняти до суми моментів внутрішніх напружень σ_θ які знаходять по інтегралу в межах тих ділянок згинаємої заготовлі, для яких σ_θ залежність від ρ координати має той самий характер:

$$M_H = \int_{\rho_B}^{R_M} |-\sigma_s| \cdot \rho \cdot d\rho + \int_{\rho_M}^{R_H} \sigma_s \cdot \rho \cdot d\rho = \sigma_s \cdot \frac{S^2}{4} .$$

Для об'ємно-напруженого стану межі інтегрування ті ж самі:

$$M_H = \beta \cdot \sigma_s \cdot \left(\frac{\rho_H^2}{2} \cdot \ln \frac{R_M \cdot \rho_B}{\rho_H} + \frac{R_M^2 - 2 \cdot \rho_H^2 + \rho_B^2}{4} \right) ;$$

$$M_H = \frac{P \cdot l}{4} = \sigma_s \cdot \frac{S^2}{4} ;$$

$$P = \sigma_s \cdot \frac{S^2}{l} .$$

Витяжка.

$$F = S \cdot d_u ;$$

$$P = S \cdot d_u \cdot \sigma_s ;$$

$$\frac{P}{F} = \sigma_r < \sigma_s .$$

Напружений стан дивися нижче.

$$\sigma_r \cdot F_{o.c} = P ;$$

$$\sigma_r = p \geq \sigma_s ;$$

$$\bar{p} < 1 .$$

Зусилля витрачається на деформування фланця, просторовий вигин у зоні перехідної крайки і її випрямлення в циліндричну стінку. Додатково витрачаються сили на подолання сил тертя в області фланця, під притиском і на перехідній крайці матриці r_M .

1). Тиск для деформування фланця:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 ;$$

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \pm \sigma_s ;$$

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \sigma_s ;$$

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_s}{r} = 0 ;$$

$$\int d\sigma_r = -\frac{\sigma_s \cdot dr}{r} = -\int \sigma_s \cdot \frac{dr}{r} ;$$

$$\sigma_r = -\sigma_s \cdot \ln r \cdot C ;$$

при $r = R_M \quad \sigma_r = 0$.

$$0 = -\sigma_s \cdot \ln R_M \cdot \frac{1}{R_M} ;$$

$$C = \frac{1}{R_H} ;$$

$$\sigma_r = \sigma_s \cdot \ln \frac{R_H}{r} ;$$

$$\sigma_\theta = -\sigma_s \cdot \left(1 - \ln \frac{R_M}{r} \right) .$$

Максимальна величина σ_r складає σ_s , при $\ln \frac{R_H}{R_H} = 1$, коли $\frac{R_H}{R_H} = 2,72 = e$.

$$\sigma_r = \sigma_s \ln \frac{R_H}{R_H} ;$$

Це граничний ступінь витяжки або граничне значення співвідношення діаметра зовнішньої заготовки до діаметра витягуємого стаканчика:

$$K_{\text{ПРЕД}} = \frac{D_{\text{Н.ЗАГ}}}{D_{\text{Н}}} = 2,72 ;$$

$$m = \frac{1}{K_{\text{ПРЕД}}} = \frac{1}{2,72} = 0,368 .$$

Реально, на практиці такий ступінь деформації важко забезпечити, тому що додатково потрібні витрати на вигин і тертя. Граничний практичний коефіцієнт:

$$m \geq 0,45 ;$$

$$k \leq \frac{1}{0,45} = 2,222 .$$

Таким чином для деформування металу в області фланця потрібно прикласти розтягуючі напруги:

$$1). \sigma_r = \sigma_s \cdot \ln \frac{R_M}{R_H};$$

2). Витрати на здолаття сил тертя фланця по поверхні притиску за законом Амонтона:
 $T = \mu \cdot Q .$

При витяжці за рахунок максимальних окружних деформацій у зоні фланця спостерігається перемінна товщина фланця:

$$2). \sigma_{r2} = \frac{2 \cdot \mu \cdot Q}{\pi \cdot R_M \cdot S} .$$

3). Напряга σ_r необхідна для просторового вигину заготівлі на крайці матриці визначається з рівності роботи згинальних моментів на відповідному переміщенні заготівлі. Нехай ми зігнули заготівлю на величину кута $\Delta\gamma$.

$$A_{HM} = M_H \cdot \Delta\gamma = \sigma_s \cdot \frac{S^2}{4} \cdot \Delta\gamma ;$$

$$A_r = R_\gamma \cdot \Delta\gamma \cdot \sigma_r \cdot S = \sigma_s \cdot \frac{S^2}{4} \cdot \Delta\gamma ;$$

$$\sigma_r = \sigma_s \cdot \frac{S}{4 \cdot R \cdot \gamma} .$$

Роботу на випрямлення заготівлі знаходять так само, отже сумарні розтягуючі напруги, котрі витрачаються на просторовий вигин і випрямлення подвоюються.

$$\sigma_r = \sigma_s \cdot \frac{S}{2 \cdot R \cdot \gamma} ;$$

$$R_\gamma = r_M + \frac{S}{2} ;$$

$$3). \sigma_{r3} = \sigma_s \cdot \frac{S}{2 \cdot r_M + S} .$$

4). Витрати на тертя визначаються за аналогією з задачею Ейлера про тертя ремня об поверхню шківів, тобто множенням:

$$\sum \sigma_r \cdot e^{\mu \cdot \alpha} ;$$

$$\alpha - \text{кут обхвату ремнем шківів } \alpha = \frac{\pi}{2} = 1,6 .$$

Множник $e^{\mu \cdot \alpha}$ замінюється першими складовими в сумі, отриманої розкладанням у ряд:

$$e^{\mu \cdot \frac{\pi}{2}} \approx (1 + 1,6\mu) ;$$

Таким чином максимальні розтягуючі напруги, у небезпечному перерізі:

$$\sigma_{r, \max} = \sigma_s \cdot \left(\ln \frac{R_M}{R_H} + \frac{2 \cdot \mu \cdot Q}{\sigma_s \cdot \pi \cdot R_M \cdot S} + \frac{S}{2 \cdot r_M + S} \right) \cdot (1 + 1,6 \cdot \mu) .$$

Знаючи σ_r в небезпечному перерізі можна визначити і силу деформування множенням на площу небезпечного переріза:

$$P = \sigma_{r, \max} \cdot \pi \cdot R_H \cdot S .$$

Всі інші формули для практичних розрахунків виробів різних типорозмірів і формули для розрахунку зусиль деформування на наступних переходах, отримані виходячи з цієї формули і шляхом уточнення за допомогою різних експериментальних коефіцієнтів.

Для розрахунку Q використовуються різні експериментальні залежності. Приблизно тиск притиску $q=1 \dots 1,6$ МПа.

Коефіцієнт тертя μ приймається в залежності від характеристик матеріалу і виду застосовуваного змащення. При відсутності змащення для алюмінієвих сплавів $\mu=0,35$, для сталей і латуней $\mu=0,18 \dots 0,22$. При змащенні мінеральними оліями $\mu=0,12 \dots 0,16$. При використанні змащень з наповнювачами $\mu=0,06 \dots 0,12$.

По формулі можна виконати аналіз впливу технологічних факторів на величину розтягуючих напруг, і встановити величину вирішальних факторів, таких як r_M . Зменшення r_M викликає зріст σ_r . Товщина заготівлі S у небезпечному перерізі повинна бути постійна. Q та μ бажано знижувати. Чим менше відносні розміри заготівлі, тим легше її деформувати.

При зменшенні опору деформуванню всієї заготівлі якого-небудь ефекту підвищення ступеня витяжки немає. Цей ефект спостерігається коли забезпечується гарний опір деформації матеріалу заготівлі уздовж координати Z. При гідромеханічній витяжці матриця-це рідина, що блокує небезпечний переріз. Коли тиском впливають на торець фланця, то замість, розтягуючих напруг, одержують стискаючі, при цьому ступінь деформації виходить значно більшою. Спосіб нагрівання фланця й охолодження циліндричної ділянки дозволяє витягати труднодеформуємі метали (охолоджують рідким азотом до -100 °C). Усі ці прийоми використовуються для інтенсифікації технології витяжки.

Вирубка і пробивання.

Ці процеси відносять до розділових операцій листового штампування. У них відбувається різання, тобто відділення однієї частини заготівлі від іншої шляхом зрізу або зсуву. Процес йде з застосуванням спеціального інструмента представляючого аналог ножів. При різанні на ножицях поділ йде не по замкнутому контурі, а по прямій. А при вирубці і пробиванні навпаки. Якщо відокремлювана частина є виробом, то процес- вирубка, а якщо відходом- пробивання.

$$P = F \cdot \tau_s ;$$

де $F = L \cdot (S - h)$, L- периметр.

Пік зусилля при процесах вирубці –пробивання приходить не на початок ходу преса, а на деякій видаленні, коли величина зрізаємої ділянки, (S-h) зменшується відсотків на 30. Це порозумівається в такий спосіб:

Припустимо, що матеріал заготівлі зміцнюється. Оскільки в зоні поділу в основному йде зсувна деформація, значить величину зміцнення можна знайти по кривих зміцнення, вибираючи істинні напруження плинності:

$$\sigma_s^y = \frac{\sigma_B}{1 - \Psi_{III}} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{\Psi_{III}} \right)^{\frac{\Psi_{III}}{1 - \Psi_{III}}} ;$$

Ψ_{III} - відносне звуження шийки;

ε - відносний ступінь деформації.

$$\varepsilon = \frac{S - (S - h)}{S} = \frac{h}{S} ;$$

$$\tau_s = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} = 0,58 \cdot \sigma_s ;$$

$$P = 0,58 \cdot L \cdot (S - h) \cdot \sigma_s^y .$$

З рівняння для зусилля деформування можна встановити те значення глибини впровадження h, якому відповідає максимальне значення зусилля:

$$\frac{\partial P}{\partial h} = 0 .$$

У результаті рішення отримано, що максимум зусилля буде коли:

$$\varepsilon = \frac{h}{S} = \Psi_{III} .$$

І можна записати:

$$P = k \cdot 0,58 \cdot L \cdot (S - h) \cdot \sigma_B .$$

k - коефіцієнт, що враховує практичні умови штампування «коефіцієнт незнання».

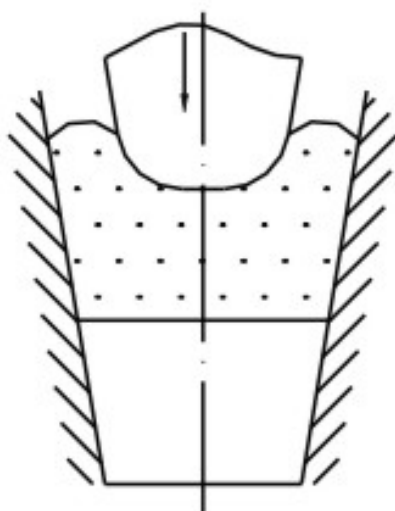
Крім зміцнення є й інші фактори, що викликають зсув піка зусилля в середню частину діаграми. Наприклад поворот головних осей напруг при вирубці.

Витяжка з утонением.

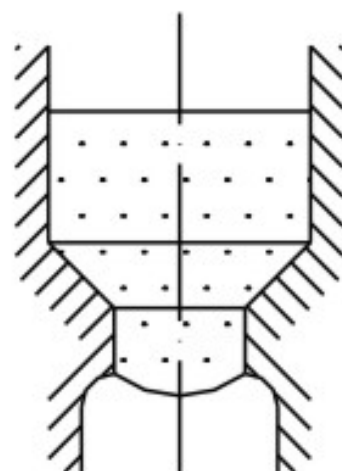
Використовується для одержання деталей із глибокою порожниною, коли одночасно зі зменшенням товщини стінки збільшується її довжина.

Нижня оцінка: $\bar{p} = \ln \frac{S_{n-1}}{S_n} .$

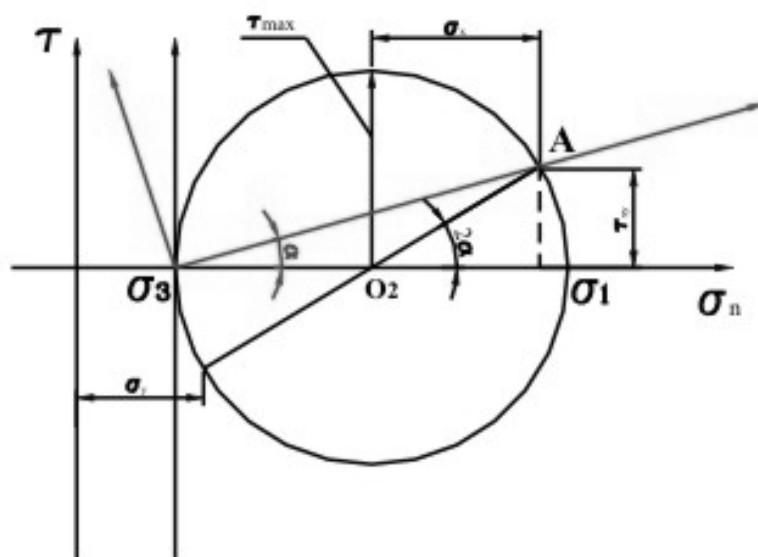
Верхня оцінка: $\bar{p} = \frac{1}{2 \cdot V_0 \cdot S_M} \cdot \left[\sum l_{ij} \cdot V_{ij} + 2 \cdot \mu_S \cdot \sum l_{ik} \cdot V_{ik} \right] .$

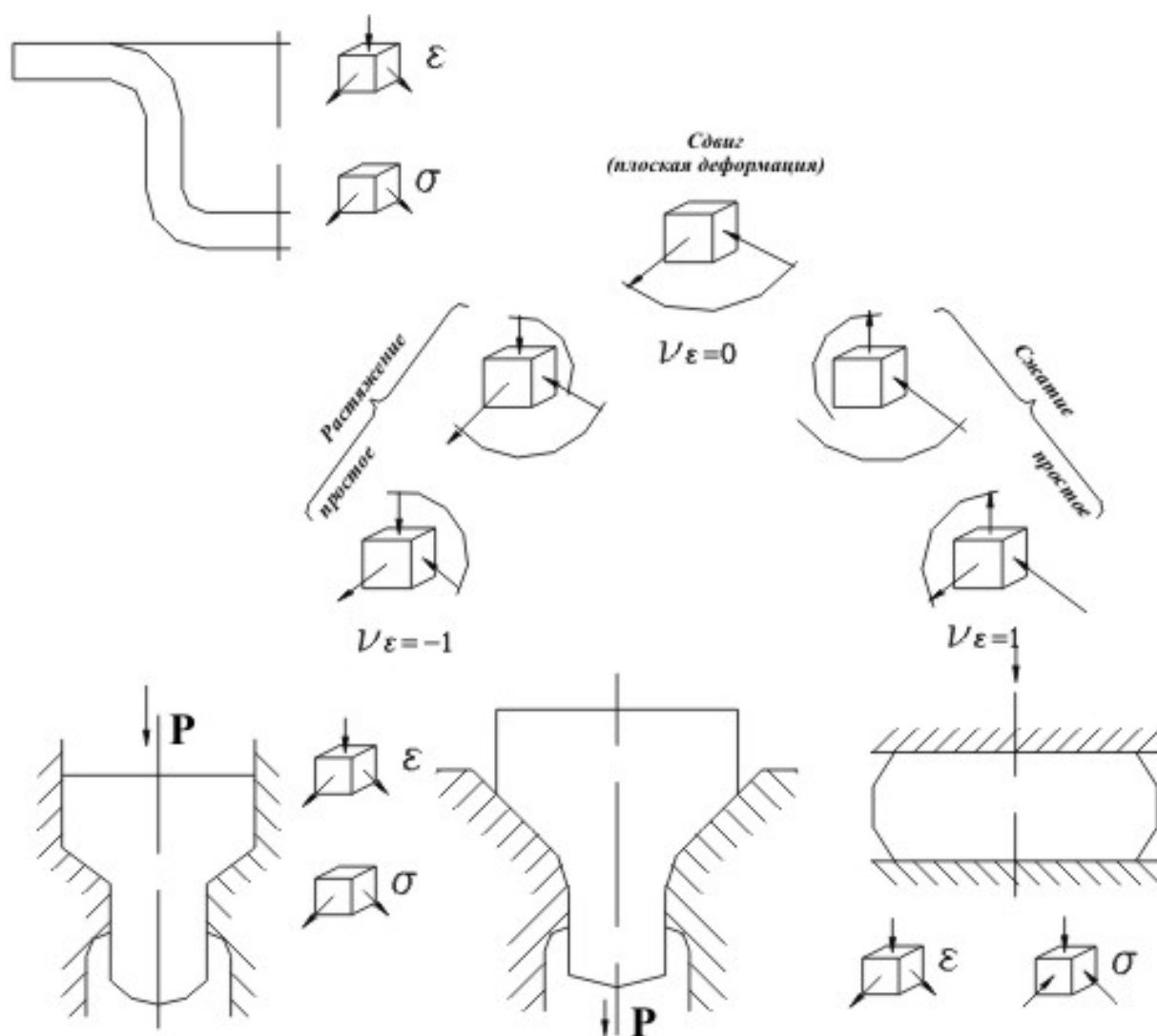


Неустановившийся процесс



Установившийся процесс

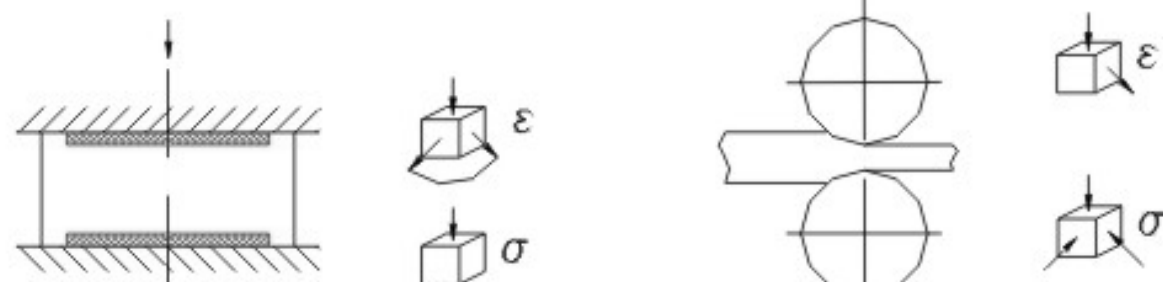




Прямое выдавливание

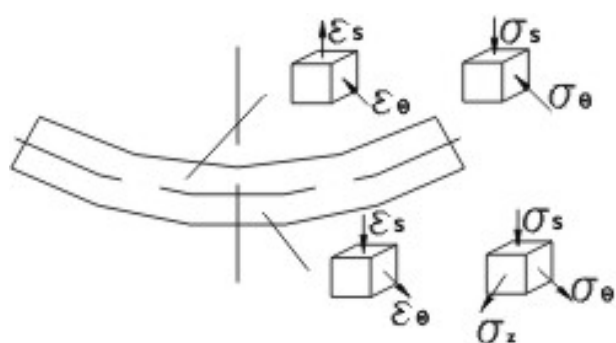
Волочение

Осадка

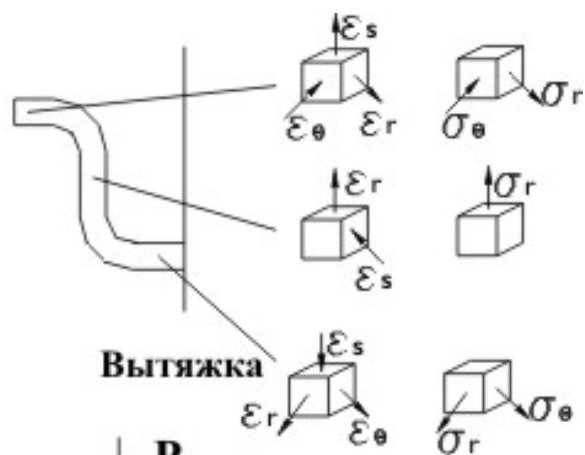


Осадка со смазкой

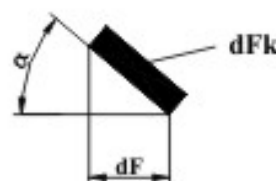
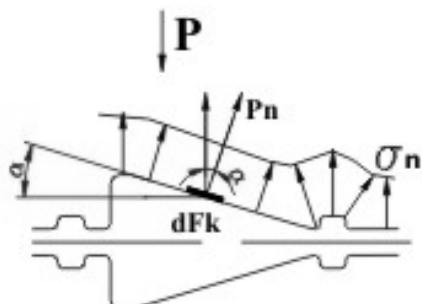
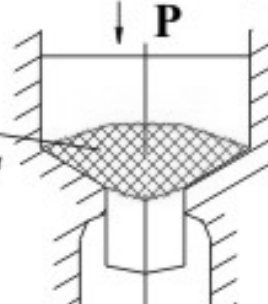
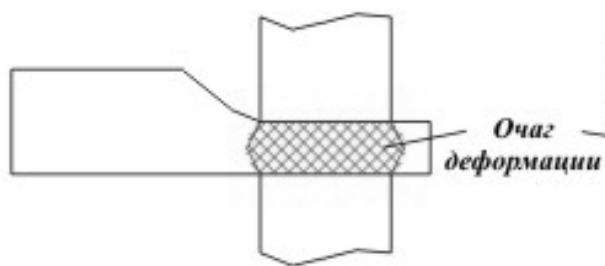
Прокатка



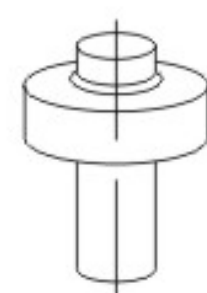
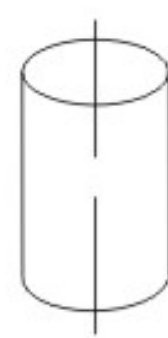
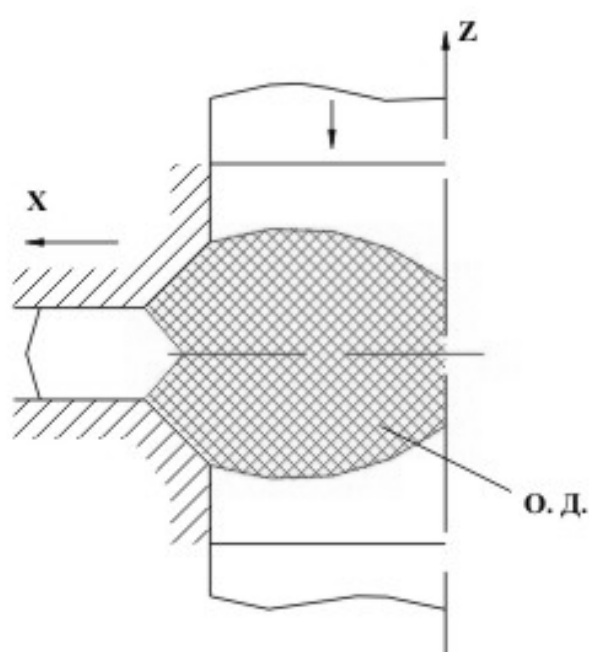
Гибка

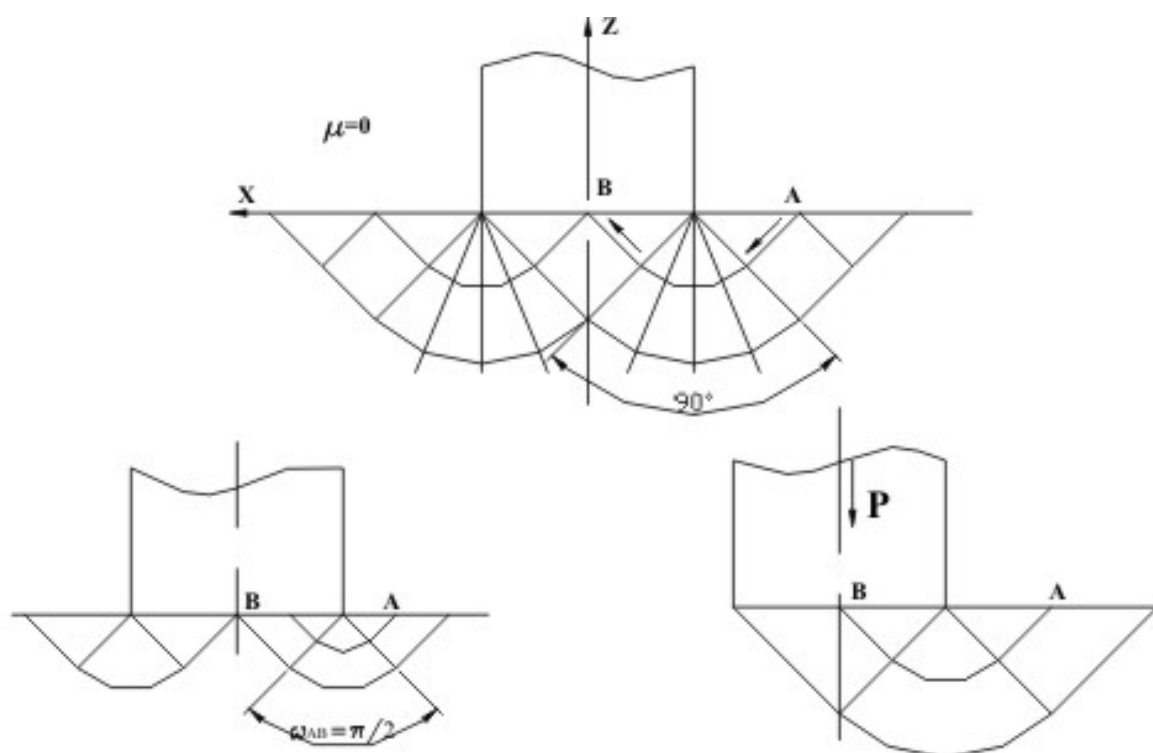


Вытяжка



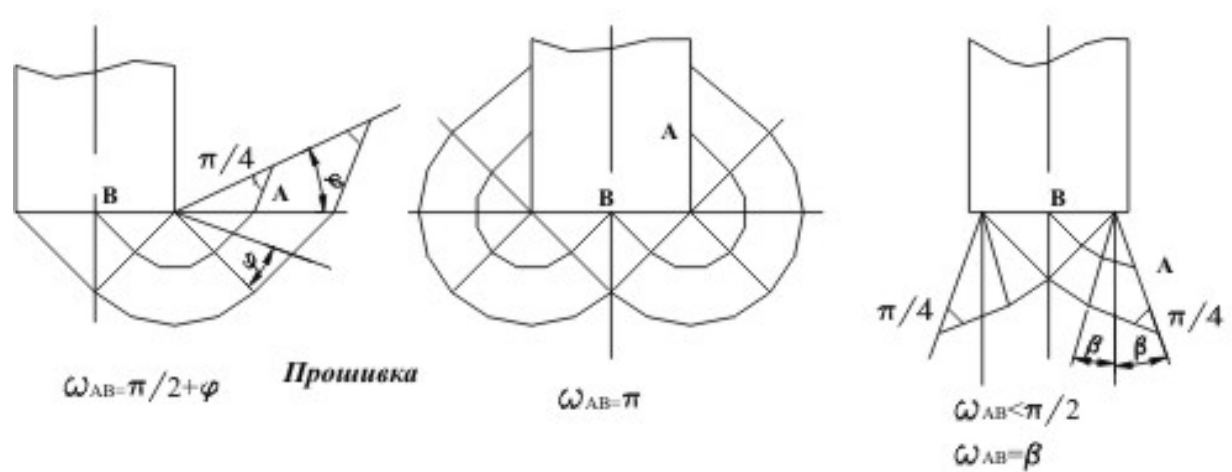
$$\begin{aligned} P_n &= \sigma_n \cdot dF_k \\ dP &= P_n \cdot \cos \alpha \\ dP &= \sigma_n \cdot dF_k \cdot \cos \alpha \end{aligned}$$



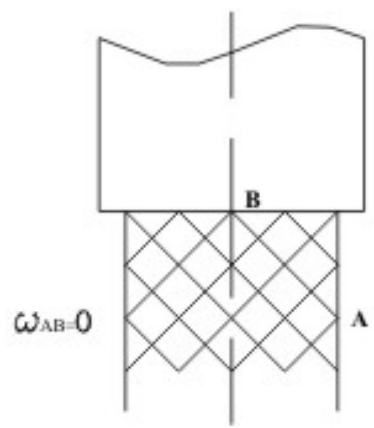


Поле Р. Хилла

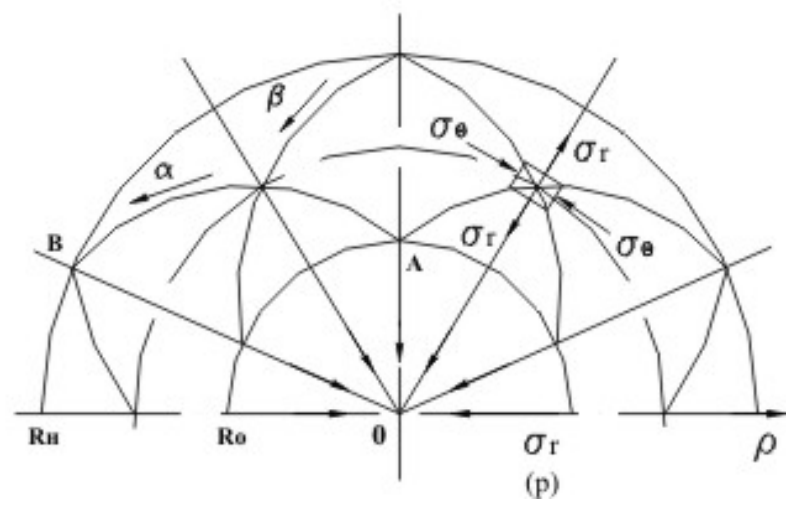
Поле Прандтля

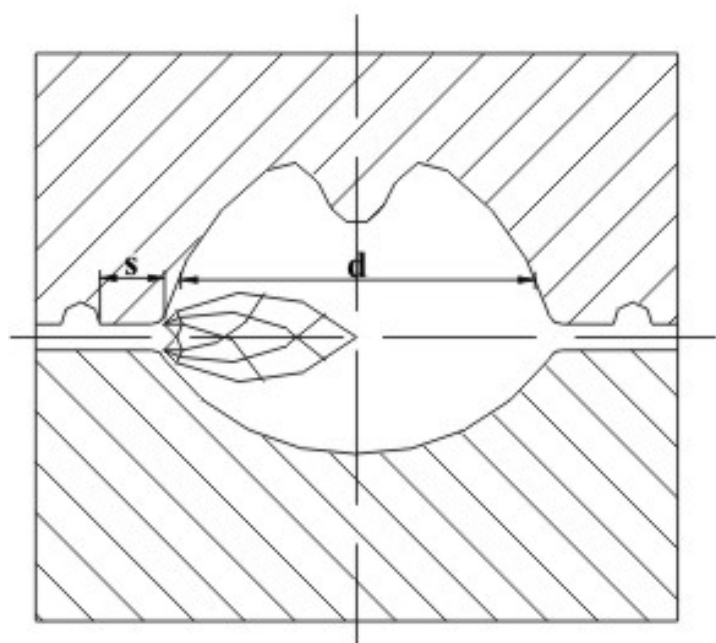
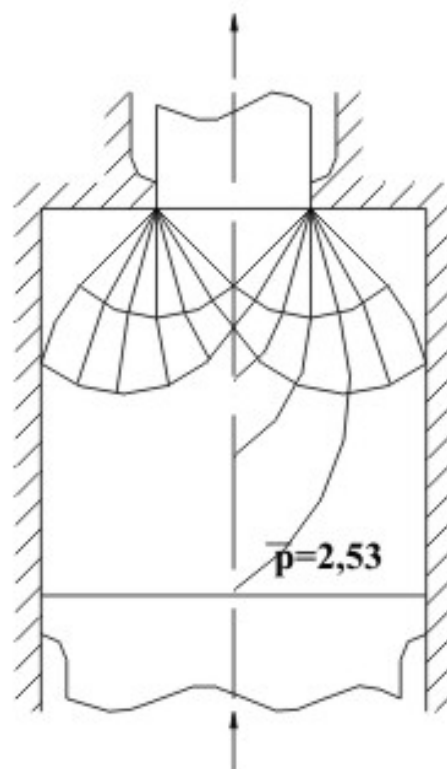
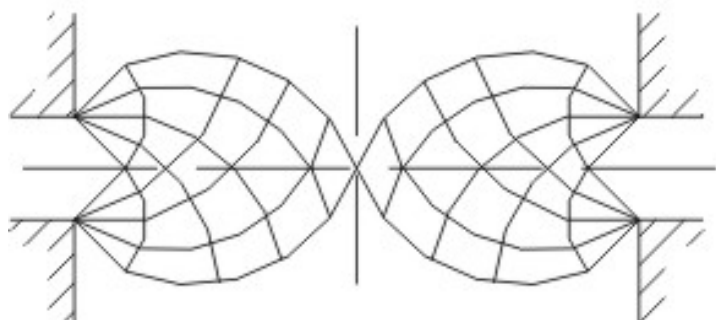
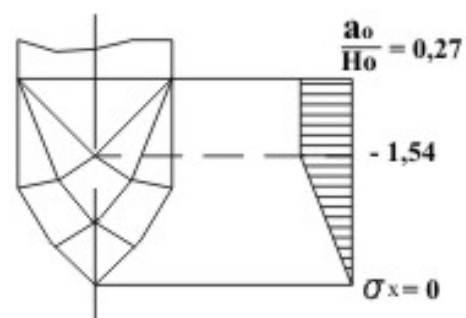
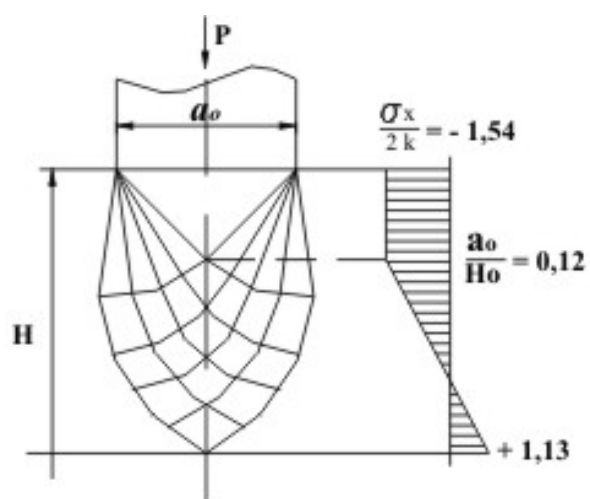


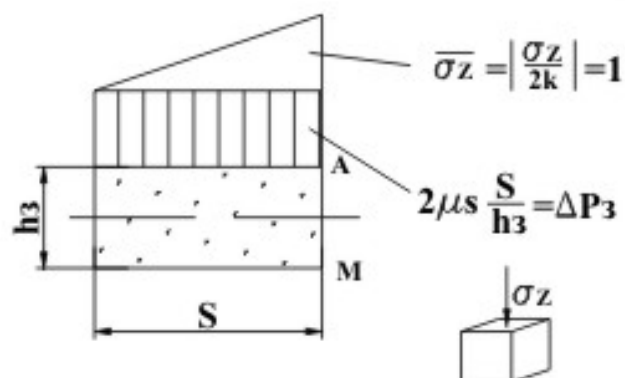
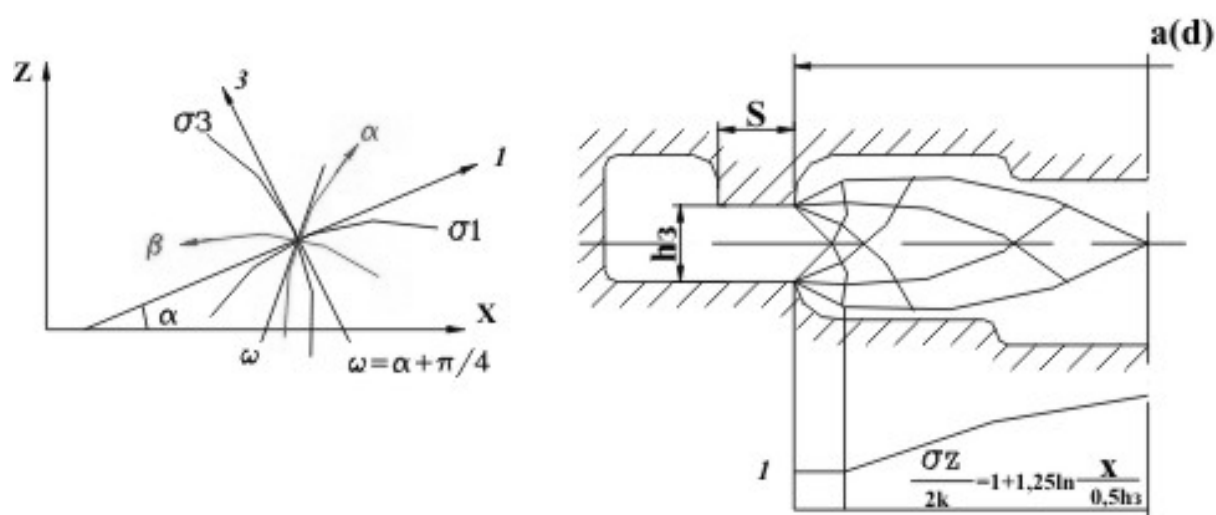
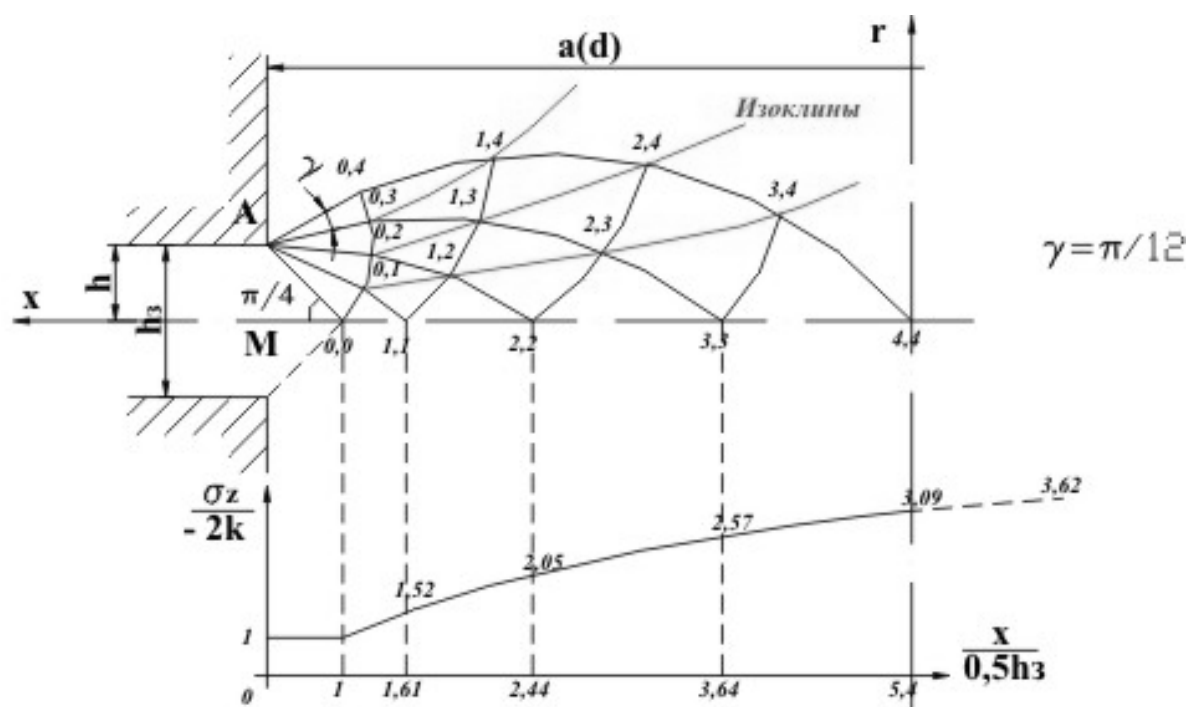
Прошивка

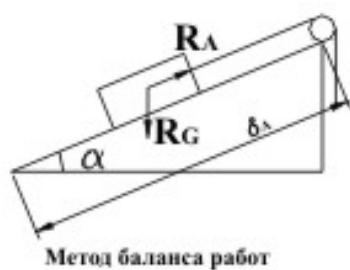


Осадка без трения





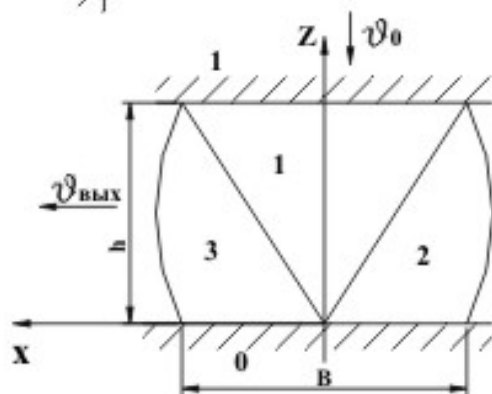
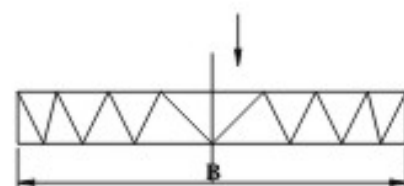
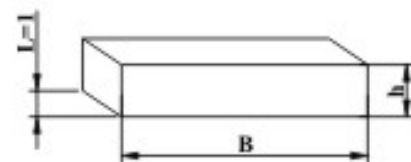
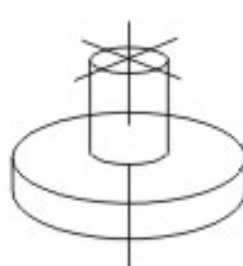
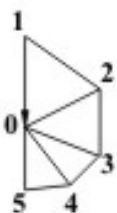
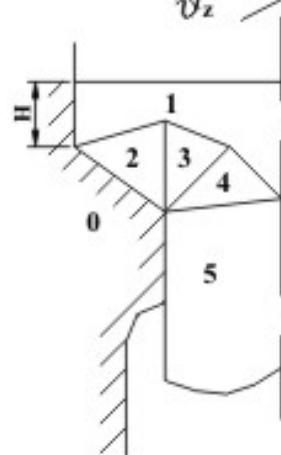
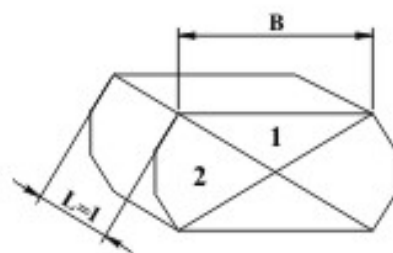
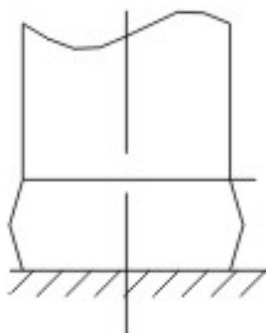
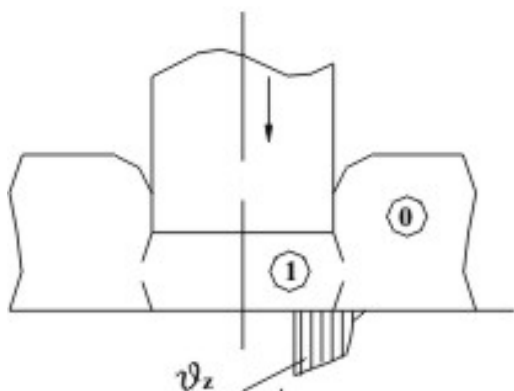
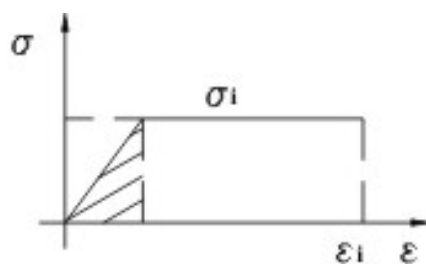




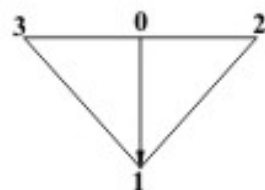
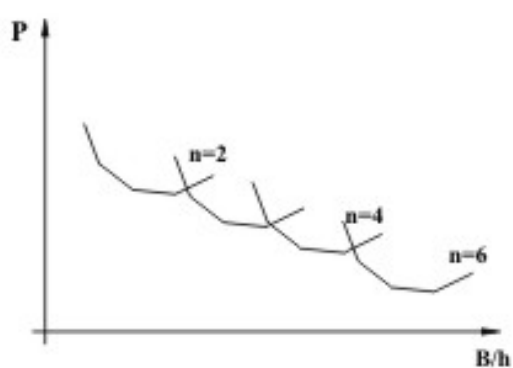
$$R_a \cdot \delta a = R_G \cdot \delta G$$

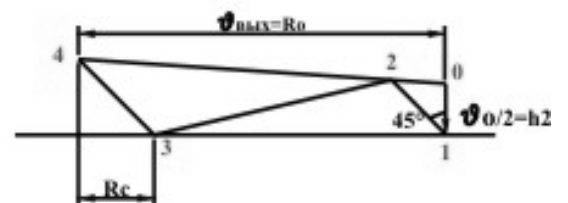
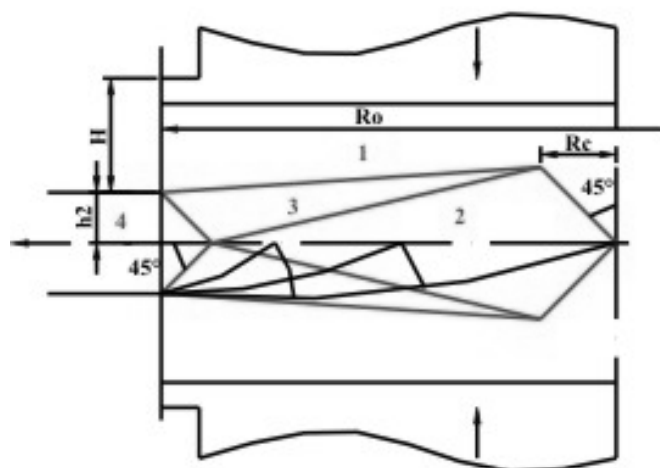
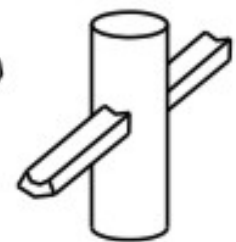
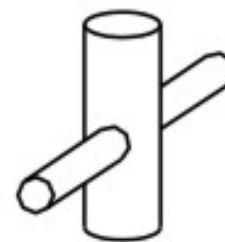
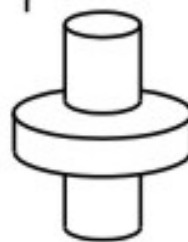
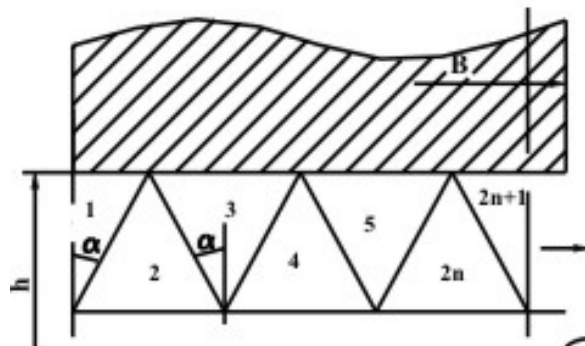
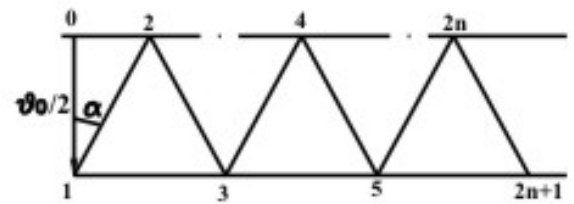
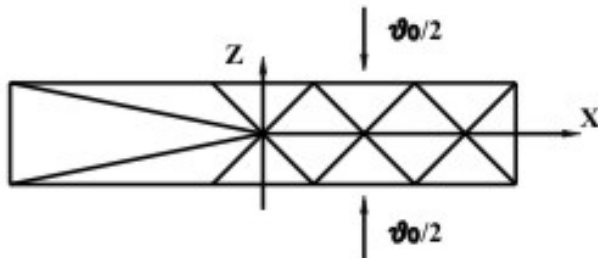
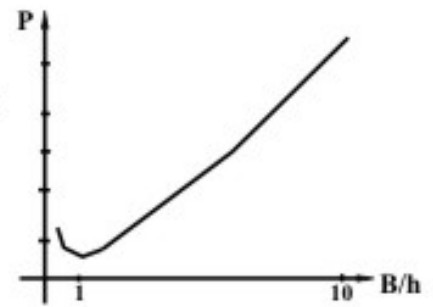
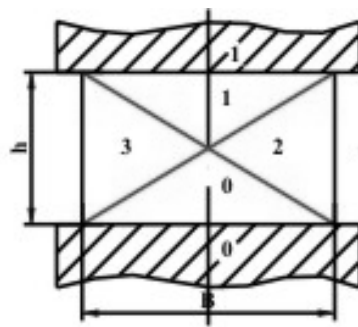
$$\delta G = \delta a \cdot \sin \alpha$$

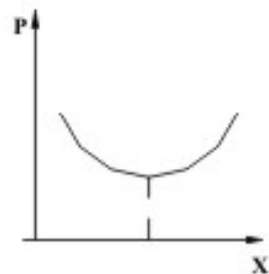
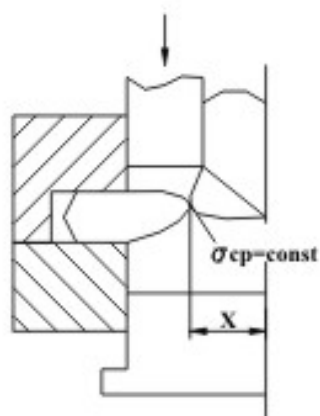
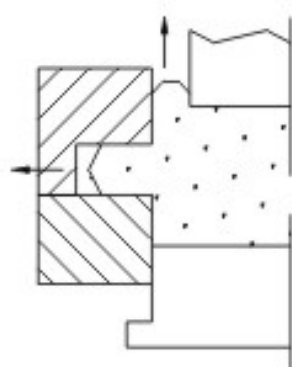
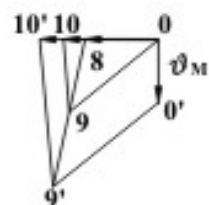
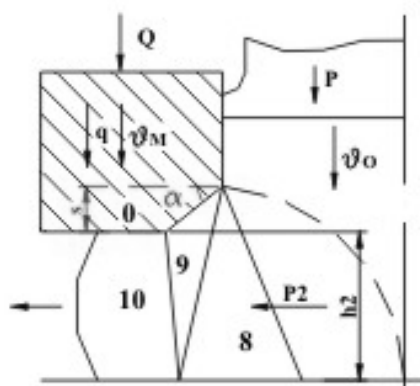
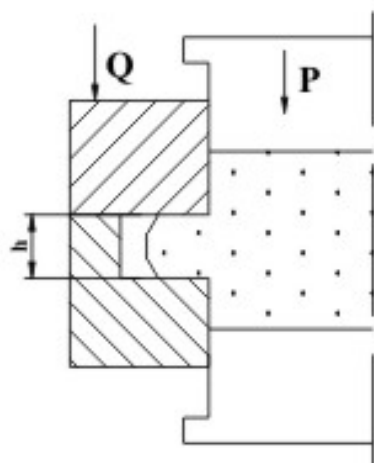
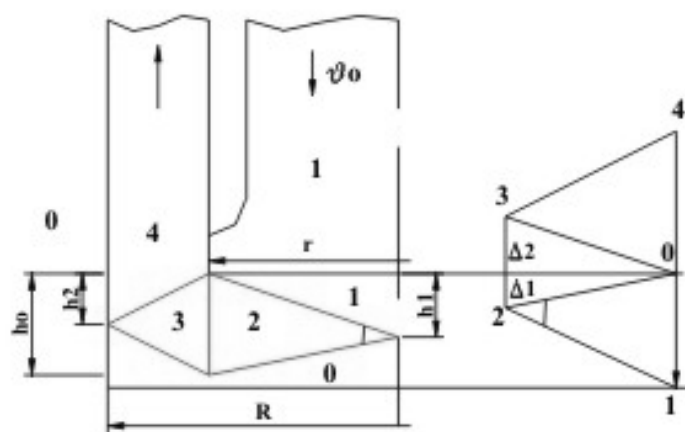
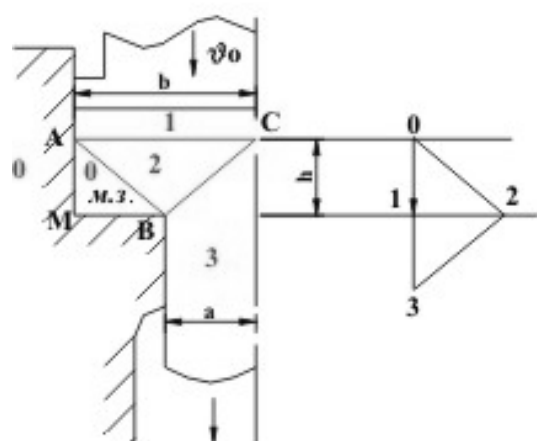
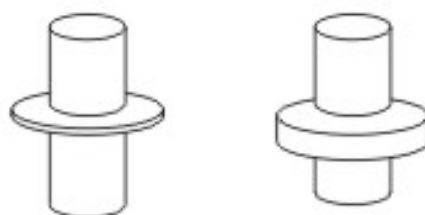
Метод баланса работ

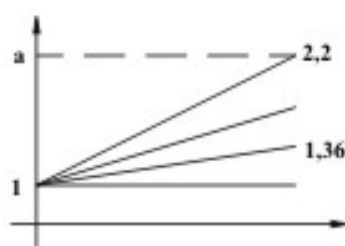
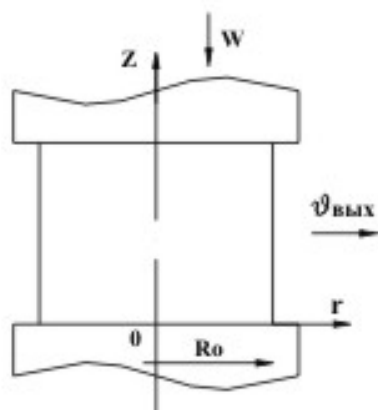
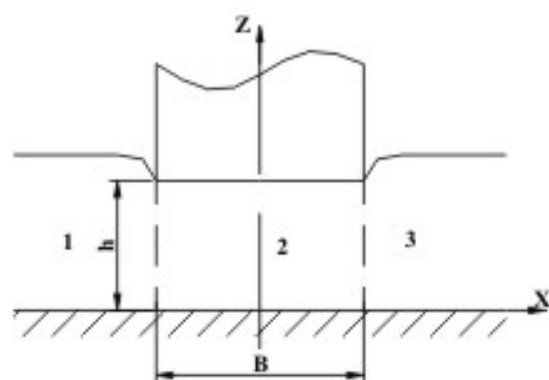
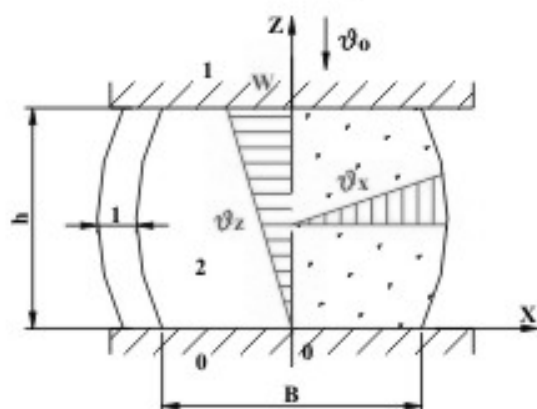
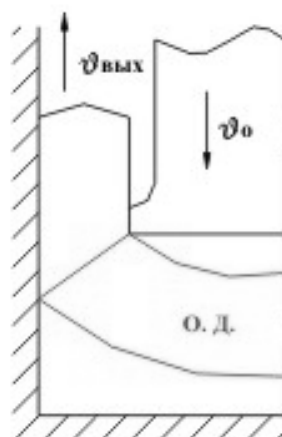
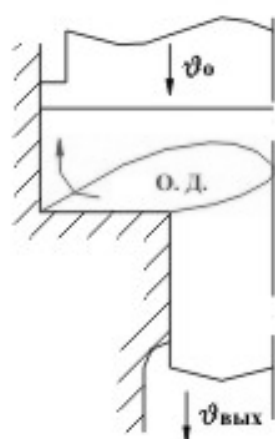
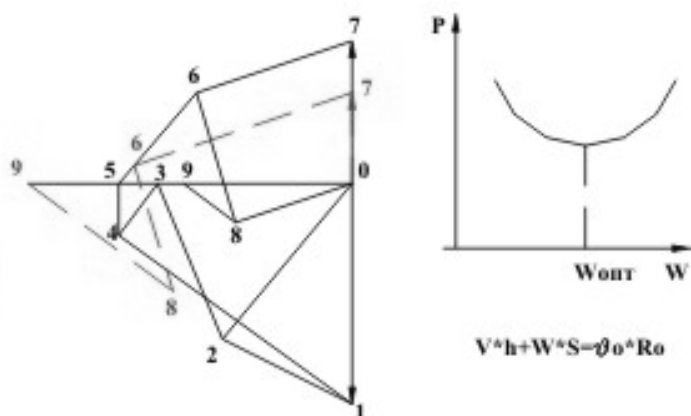
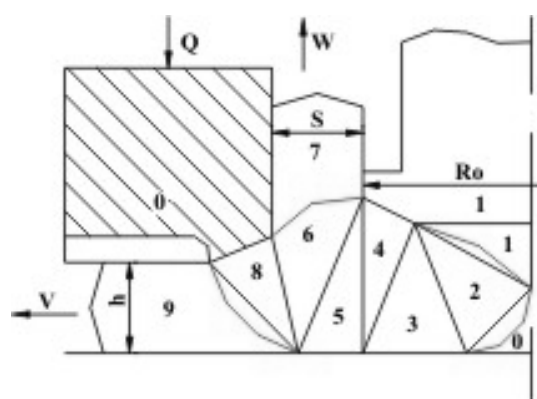


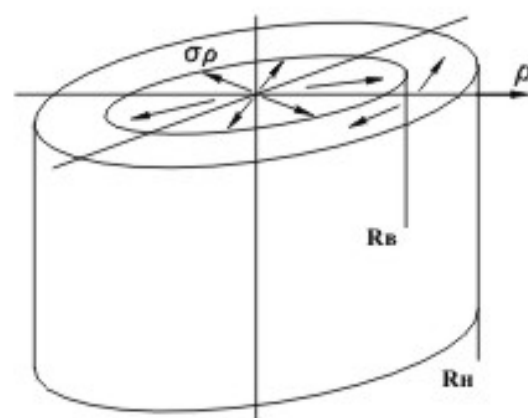
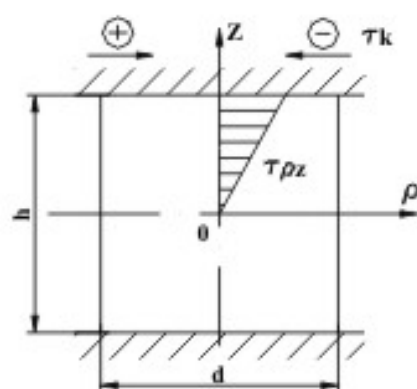
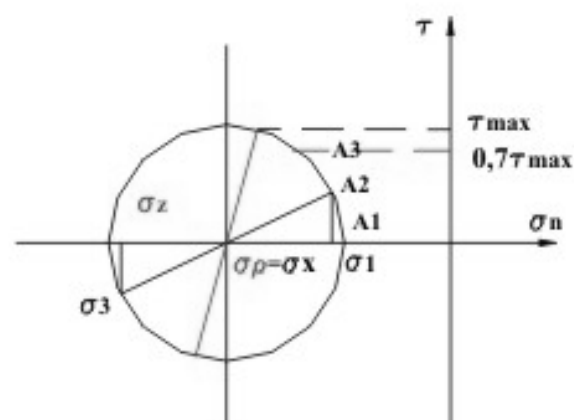
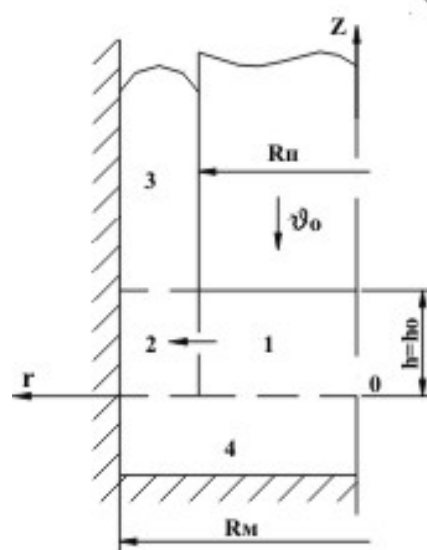
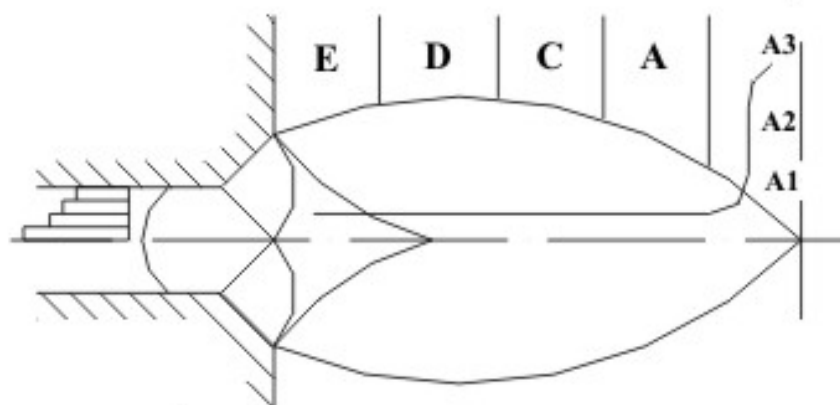
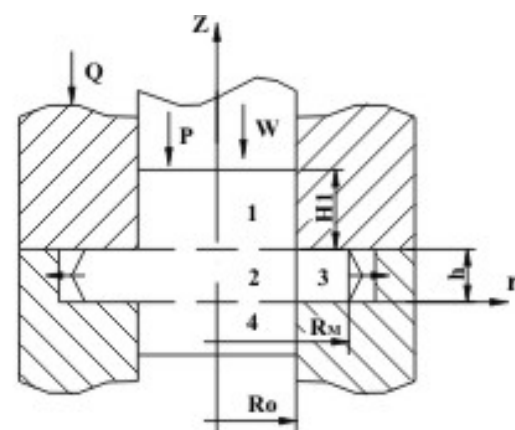
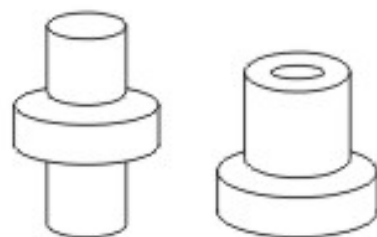
$\vartheta_{\text{ВЫХ}}$

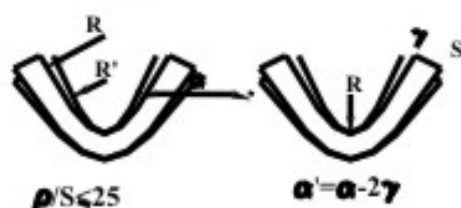
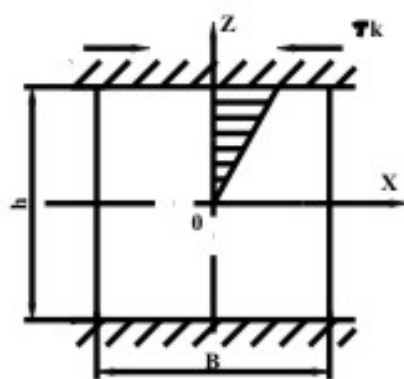
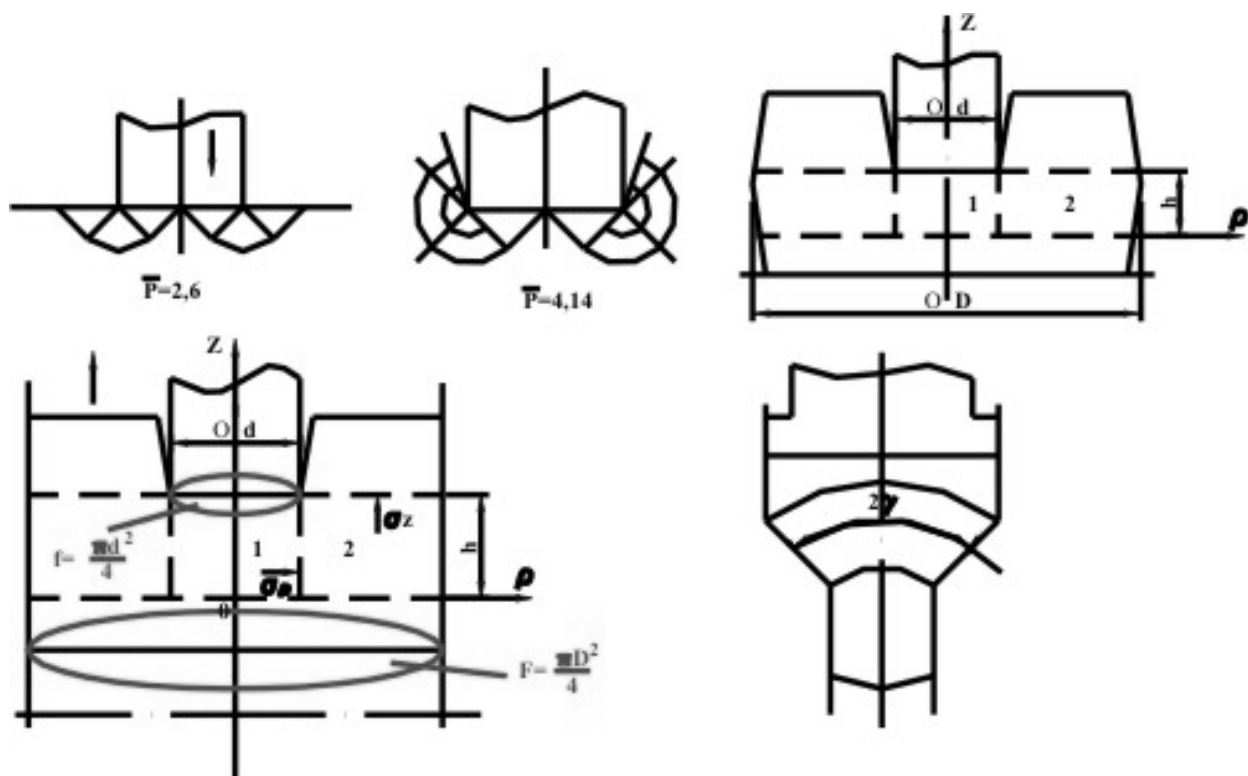












$$\sigma_T \rightarrow \sigma_{0,2}$$

