Министерство образования и науки Украины
Донбасская государственная машиностроительная академия

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению практических работ по дисциплине

«Системы автоматического проектирования станков»

(для студентов специальности 7.090203)

Краматорск ДГМА 2009 г.

УДК 621.9

Методические указания к выполнению контрольной работы по дисциплине «Системы автоматического проектирования станков» (для студентов специальности 7.090203) / Сост. С.А. Гаков, – Краматорск: ДГМА, 2009. – 68 с.

Составители Гаков С.А., ассист.

Ответственный за выпуск Ковалев В.Д., д.т.н., проф.

ВВЕДЕНИЕ

Для выполнения сложных расчетов, связанных с выполнением многих инженерных задач, может быть использована уникальная программа MathCad [1-6]. Эта автоматизированная система разрешает динамично обрабатывать данные в числовом и формульном (аналитическом) виде. Программа MathCad имеет также возможности проведения расчетов и подготовки форматированных научных и технических документов.

Программа MathCad рассматривает широкий спектр задач, таких как:

– подготовка научно-технической документации, которая включает в себя текст, формулы в обычном для специалистов виде;

– вычисление результатов математических операций с числовыми константами, переменными и размерными физическими величинами;

– операции с векторами и матрицами;

– решение уравнений и систем уравнений (неравенств);

– построение двумерных и трехмерных графиков;

– тождественные преобразования выражений (в том числе их упрощение);

– аналитическое решение уравнений и систем;

– дифференцирование и интегрирование (аналитическое и численное);

– решение дифференциальных уравнений;

– анализ данных.

Научно-технические документы, как правило, имеют формулы, результаты расчетов в виде таблиц данных и графиков, текстовые комментарии или описания, другие иллюстрации. В программе MathCad им соответствуют два вида объектов: формулы и текстовые блоки. Формулы вычисляются с использованием числовых констант, переменных, функций (стандартных и определенных пользователем), а также с использованием общепринятых определений математических операций.

В данном учебно-методическом пособии приведенные практические положения и рекомендации, относительно широкого использования MathCad в работе инженерно-технических работников как для проведения вычислений, так и для формирования документов.

Более детально математические операции, которые присутствуют в программной среде MathCad, рассмотрено к каждой приведенной практической работе. Рассмотрена работа с матрицами, возможность решения линейных и нелинейных систем уравнений, линейная и сплайнова интерполяция, символьные алгебраические вычисления, символьные действия из математического анализа (дифференцирование, интегрирование, и т.п.), определение решения дифференциальных уравнений, специальные функции.

Основные положения, которые рассматриваются в этой работе, относятся к базовому программному продукту MathCad . Сейчас есть несколько его версий [3, 6], каждая из них имеет свои особенности, но основные операции для выполнения вычислений присутствуют во всех новых разработках MathCad .

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Объекты программы MathCad: формулы и текстовые блоки, - располагаются в документе MathCad, который называется рабочий лист. В процессе выполнения расчетов формулы обрабатываются постепенно, слева направо и сверху вниз.

Ввод информации выполняется в место положения курсора, который может быть представлен в одном из трех видов:

1) курсор в виде крестика используется, если этот курсор определяет местоположение следующего объекта;

2) угловой курсор используется при введении формул. Этот курсор указывает на текущий элемент выражения;

3) текстовый курсор (I-образная вертикальная черточка) используется при введении текста.

1 ИНТЕРФЕЙС ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ

1.1 Математические панели

Математических панелей в MathCad девять. Приоткрываются панели с помощью соответствующих команд панели Math (Математические) (рис.1), однако можно использовать и стандартный метод обращения к меню Toolbars (Инструменты), меню View (Вид).

Кратко охарактеризуем все панели семейства Math (Математические).

– Calculator (Калькулятор, Арифметика). На данной панели расположены арифметические операторы, цифры от 0 до 9, наиболее распространенные функции и математические константы, а также операторы вывода (рис.1, а).

– Graph (Графические, Графики). С помощью этой панели можно вызвать шаблоны для построения разнообразных графиков и поверхностей. На панели также расположены ссылки на инструменты для анализа данных (рис.1, б).

– Matrix (Матричные, Матрица). На панели расположены операторы создания, обращение, транспонирование матриц, а также операторы матричных индексов и колонок. На панели также расположены операторы для работы с векторами (рис.1, в).

– Evaluation (Выражения). На панели находятся ссылки на все операторы ввода и вывода в MathCad, а также шаблоны для создания пользовательских операторов (рис.1, г).

– Calculus (Вычислительные, Вычисление, Матанализ). На панели находятся применяемые при решении задач математического анализа операторы: определенного и неопределенного интегралов, производных, лимитов, сложений и произведений, символ бесконечности (рис.1, д).

– Boolean (Булевые, Логика). Эта панель предназначена для задания логических операторов (рис.1, е).

– Programming (Программирование). Панель содержит операторы языка программирования MathCad (рис.1, ж).

– Greek (Греческие, Греческий Алфавит). На данной панели расположенные буквы греческого алфавита (рис.1, з).

– Symbolic (Символика, Символы). Панель предназначена для проведения аналитических преобразований (рис.1, и).

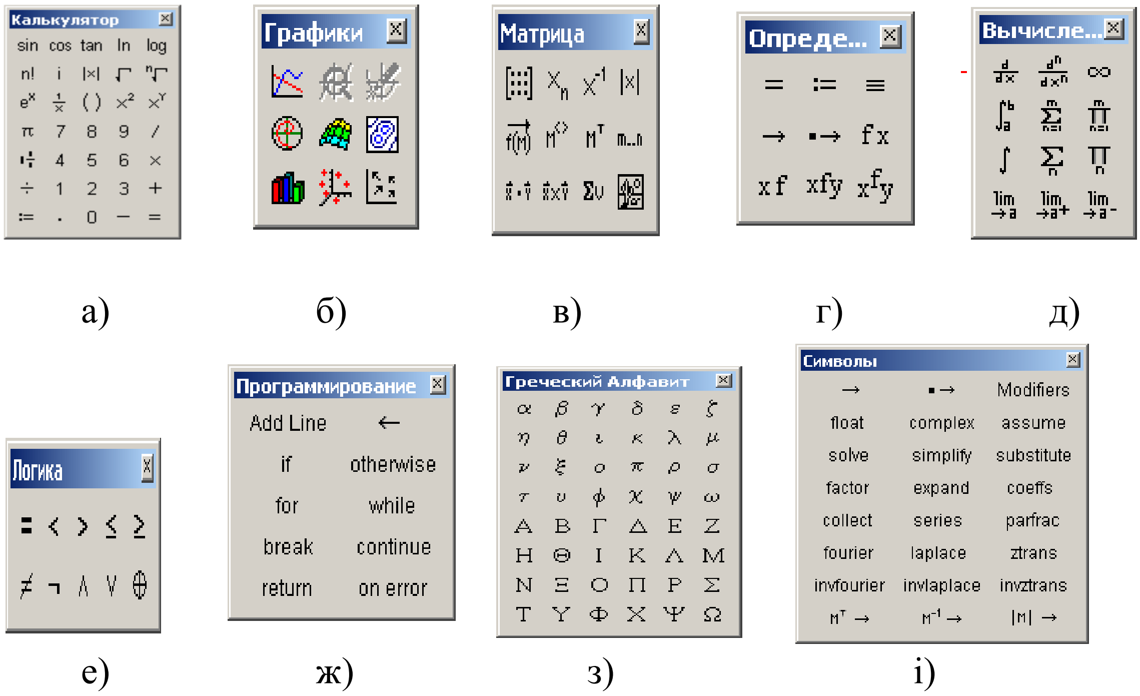


Рисунок 1 – Математические панели инструментов программы MathCad

2 СОЗДАНИЕ ФОРМУЛ

Формулы - основные объекты MathCad. Новый объект по умолчанию является формулой. Для того, чтобы начать ввод формулы необходимо установить крестообразный курсор в нужное место и начать ввод букв, цифр, знаков операций. При этом создается область формулы, в которой появляется угловой курсор.

Элементы формул можно вводить с клавиатуры или с помощью панелей.

Формулы, которые введены в MathCad, автоматически приводятся к стандартной научно-технической форме записи.

В программе MathCad можно использовать буквенные определения, которым сопоставляются числовые значения, и которые рассматриваются как переменные. Буквенные значения задаются с помощью оператора присваивания (он вводится символом ":="). Таким же образом можно задавать числовые последовательности, аналитически определенные функции, матрицы, векторы.

При введении бинарного оператора за знаком операции автоматически появляется заполнитель в виде прямоугольника, в это место вводится следующий операнд. Для управления порядком операций используются круглые скобки, которые можно вводить вручную. Угловой курсор разрешает автоматизировать такие действия:

– для выделения элементов формулы, которые в рамках операции должны рассматриваться как одно целое, используется клавиша Space;

– при нажатии каждого раза на клавишу Space угловой курсор расширяется, включая элементы формулы, которые расположены рядом с данным;

– после введения знака операции элементы в пределах углового курсора автоматически заключаются в скобки.

Если все значения переменных известны, то для вычисления числового значения выражения (скалярного, векторного или матричного) необходимо подставить все числовые значения и выполнить заданные действия. В программе MathCad применяется оператор вычисления, который вводится символом "=". Кроме того, есть возможность задавать значение известных параметров, провести вычисление с представлением аналитическими формулами, результат присвоить некоторой переменной, а потом использовать оператор вычисления для вывода значения этой переменной.

Комментарии, описания и иллюстрации располагаются в текстовых блоках, которые игнорируются при проведении расчетов.

При изменении любой формулы программа автоматически выполняет необходимые вычисления, обновляя при этом значения и графики, которые изменились.

При проведении расчетов с использованием реальных физических величин учитывается их размерность. В программе MathCad единицы измерения (в любой системе) присоединяются к значению величины с помощью знака умножения.

3 ГРАФИКИ

Графики, которые строятся на основе результатов вычислений также рассматриваются как формулы.

В Mathcad встроено несколько типов разных графиков, которые можно разбить на две группы: двумерные и трехмерные графики.

Все основные типы графиков и инструменты работы с ними расположены на рабочей панели Graph (Графические) семейства Math (Математические) (рис.2,б):

– График кривой в двумерной декартовой системе координат (X-Y Plot).

– График кривой в полярной системе координат (Polar Plot).

– Поверхность (Surface).

– Контурный график (Contour Plot).

– Столбиковая трехмерная (3D) диаграмма (3D Bar Plot).

– Точечный трехмерный (3D) график (3D Scatter Plot).

– Векторное поле (Vector Field).

Аналогично панели Graph (Графические) список всех типов графиков Mathcad расположен в одноименном подменю меню Insert (Вставка).

3.1 Двумерные графики

В Mathcad существует несколько способов задания кривых в декартовой системе координат, однако первый шаг для всех один и тот же.

Первым шагом есть введения специальной заготовки для будущего графика - так называемой графической области. Ввести графическую область как для декартового, так и для любого другого графика можно: из панели Graph (Графические), командой одноименного меню Insert (Вставка) или нажатием комбинации клавиш Shift+2.

Графическая область представляет собой две вложенные рамки. Во внутренней отображаются непосредственно кривые зависимости. Пространство между рамками служит для визуализации разного рода служебной информации. Графическую область можно увеличивать и уменьшать с помощью специальных маркеров, расположенных на ее внешней рамке. Перемещать по документу и удалять графические области можно так же, как простые формулы. Окно форматирования вида графической области (Properties (Свойства) также целиком совпадает с аналогичным окном для формул. Открыть его можно с помощью одноименной команды контекстного меню графика (вызывается щелчком правой кнопкой мыши на графической области).

В окне Properties (Свойста) могут быть полезными два параметра, расположенных на вкладке Display.

– Highlight Region (Цветная область). Установив этот флажок можно на палитре Choose Color (Выбор цвета) определить наиболее подходящий цвет заливки для графической области.

– Show Border (Показать границу). Параметр отвечает за отображение внешней границы графической области. По умолчанию граница не визуализируется.

После того как графическая область будет введена, в общем случае нужно задать два размерных вектора, которые определяют значение координат точек. Сделать это можно разными способами.

Наиболее простым методом задания координатной сетки есть так называемый быстрый метод. При его применении пользователь задает только имя переменной и вид функции, а шкалы осей и величину шага между узловыми точками автоматически определяет система. Чтобы построить кривую функции быстрым методом, можно выполнить следующую последовательность действий.

1. Ввести графическую область.

2. В специальном маркере, расположенном в центре под внутренней рамкой графической области, задать имя переменной.

3. В центральный маркер, расположенный по левую сторону от внутренней рамки, ввести функцию или имя функции.

К недостаткам рассмотренного метода относится прежде всего то, что область изменения переменной для всех функций определяется одинаково: от -10 до 10.

Для того, чтобы изменить область изменения, нужно просто уменьшить интервал изменения переменной или функции. Для этого необходимо выделить графическую область щелчком левой кнопки мыши. Непосредственно под крайними значениями (для оси X) или по левую сторону от них (для оси Y) появятся цифры, которые отражают максимальные и минимальные величины координат узловых точек графика. Чтобы изменить их значения необходимо удалить старые величины и ввести другие. Изменения границ по оси X вызывает автоматический перерасчет крайних значений по оси Y.

На практике же, как правило, приходится определять границы сразу по обеим осям. Это связано с тем, что хорошо подобрать интервал по оси значений функции системе удается далеко не всегда. Это можно сделать для настраивания вида графика рассмотренной функции, изменяя диапазон как по оси X, так и по оси Y.

В ряде случаев намного удобнее задать векторы данных самостоятельно. Выполнить это можно с помощью оператора ранжированной переменной (вводится из панели Matrix (Матричные)).

Чтобы задать вектор значений переменной с помощью оператора Range Variable (Ранжированная переменная), выполняется следующая последовательность действий.

1. Ввести имя переменной вместе с оператором присваивания.
2. Задать левую границу интервала построения и поставить запятую.
3. Ввести оператор ранжированной переменной.
4. В левом маркере введенного оператора задать вторую точку на промежутке (тем самым определяется шаг).
5. В правый маркер оператора ранжированной переменной вводится значение правой границы на интервале.

В результате переменная и функция будут заданы в виде двух размерных векторов, по которым будет построен график.

Использование способа построения графика с помощью оператора ранжированной переменной имеет очень важное преимущество перед быстрым методом, поскольку позволяет задавать произвольным образом шаг между узловыми точками.

Построить график в Mathcad можно и по готовым векторам или таблицам данных, полученных, например, при эксперименте или выполнении практической работы.

В Mathcad на одну графическую область можно поместить до 16 кривых. Чтобы добавить к уже имеющемуся графику еще один, можно выполнить следующую последовательность действий.

1. Установить курсор по правую сторону от выражения, которое определяет координаты последнего ряда данных по оси Y (предварительно выделив его).
2. Опустить курсор на строку ниже, нажать на знак запятой (,) и в маркер, который появился, ввести выражение для новой функции или имени функции.

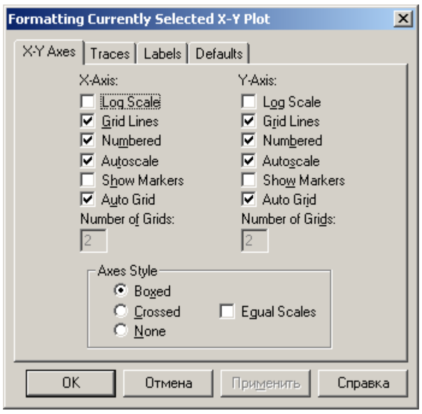
С помощью описанного метода можно построить графики функций одной переменной. Если же кривые, которые нужно отобразить на одной области, зависят от разных переменных, то их, полностью аналогично добавлению новых функций, следует ввести через запятую в нижний маркер в том же порядке, в котором вводились соответствующие им функции.

Задание графиков в полярной системе координат с технической точки зрения не имеет ровно никаких принципиальных отличий от создания графиков на декартовой плоскости. Для начала нужно ввести графическую область. Выполнить это можно или с помощью специальной кнопки Polar Plot (Полярный график) панели Graph (Графические), или комбинацией клавиш Ctrl+7. Как и в случае зависимости X-Y, для полярного графика существует два основных метода построения: быстрый способ построения и использование ранжированных переменных. При задании полярной системы координат по быстрому методу система автоматически определит область изменения угла от 0 до 360°. В отличие от области изменения угла, величину диапазона полярного радиуса можно задать произвольным образом непосредственно на графической области.

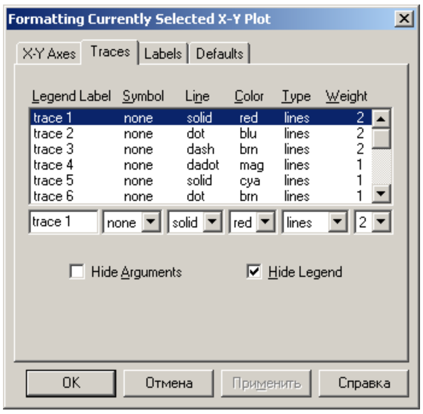
Для форматирования графика необходимо дважды нажать на область графика. Для управления отображением линий на графику существует вкладка Traces (Линии) (рис.2, а), где приведен формат каждой линии и элементы управления изменением формата. Поле Legend Label (Описание) задает описание линии, которое отображается, если снять флажок Hide Legend (Закрыть описание) (рис. 2,б). Маркеры для отдельных точек можно выбрать из списка Symbol (Символ), из списка Line (Тип линии) выбирается тип линии, а из списка Color (Цвет) - цвет графика. Список Type (Тип) определяет средство связи отдельных точек графика, а список Weight (Толщина) - толщину линии на графике (рис.2,в).

Форматирование данных графика выполняется с использованием диалогового окна Result Format (рис.2, г).

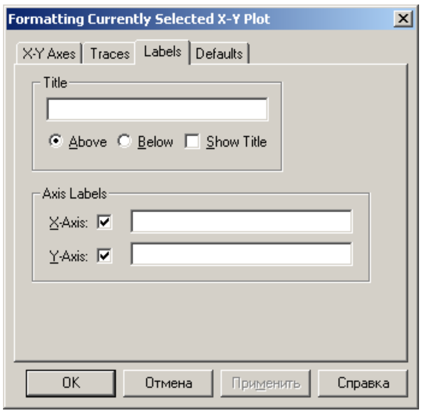
Аналогично можно построить и отформатировать график в полярных координатах. Для его построения нужно воспользоваться командой Insert/ Graph/Polar Plot.



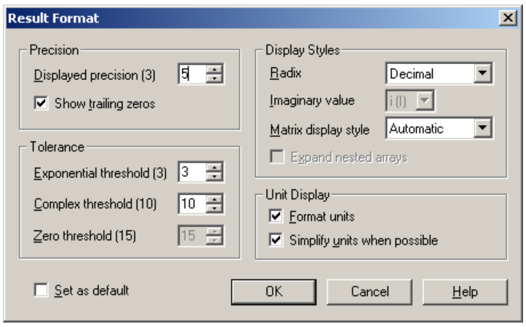
а)



б)



в)



г)

Рисунок 2 – Диалоговые окна для форматирования графиков

3.2 Трехмерные графики

Для построения трехмерных графиков можно использовать наиболее простой и практически важный, быстрый метод построения трехмерного графика (QuickPlot). В его основе лежит тот же принцип, который используется и при быстром задании двумерной зависимости: пользователь определяет только вид функции, а все параметры построения, такие как шаг между узловыми точками, диапазон шкал осей и система координат, задаются автоматически системой.

Типы трехмерных графиков следующие:

Contour Plot - график линий уровня (график поверхности);

3D Bar Plot - график трехмерной гистограммы;

3D Scatter Plot - график множества точек;

Vector Field Plot - график векторного поля. График векторного поля немного отличается от других типов двумерных графиков. Его содержание заключается в построении некоторого вектора в каждой точке плоскости *XY*. Чтобы задать вектор на плоскости, необходимы два скалярных числа. Поэтому в Mathcad принято, что векторное поле задает комплексная матрица. Действительные части каждого ее элемента задают проекцию вектора на ось *X*, а мнимые - на ось *Y*.

Чтобы создать трехмерный график, нужно нажать кнопку с изображением каждого из типов трехмерных графиков на панели инструментов Graph (Графики). В результате появится пустая область графика с тремя осями (рис. 3) и единым заполнителем в нижнем левом углу. В этот заполнитель ввести или имя *z* функции *z(x,y)* двух переменных для быстрого построения трехмерного графика, или имя матричной переменной *z*, которая задает функцию *z(x,y)* на плоскости *XY*.

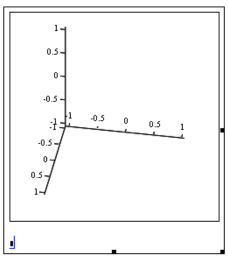


Рисунок 3 – Область для создания трехмерных графиков

3.2.1 Способ построения с использованием быстрого методу построения трехмерного графика

Последовательность создания трехмерного графика с использованием быстрого метода построения трехмерного графика (QuickPlot) следующая.

1. Сначала необходимо ввести графическую область трехмерного графика. Аналогично зависимости *X*-*Y*, сделать это можно тремя стандартными способами: нажатием кнопки Surface Plot (Поверхность) панели Graph (Графические), использованием одноименной команды меню Insert (Вставка) или нажатием комбинации клавиш Ctrl+2.

Для построения трехмерных графиков существует только один маркер заполнения. В общем случае в нем должен быть прописан массив, который содержит координаты узловых точек по всем трем осям.

2. После того как графическая область введена, следует задать вид функции, которая определяет трехмерную область. В отличие от *X*-*Y*-зависимостей, просто ввести ее выражения в маркер нельзя - при этом будет выдано сообщение об ошибке: This variable is undefined (Данная переменная не определенна). В маркер графической области вводится имя заданной функции, для которой строится трехмерный график. Однако, в отличие от двумерного случая, прописанным должен быть лишь непосредственно текст имени, без переменных в скобках.

При использовании данной методики поверхность задается на стандартном интервале от -5 до 5 для переменных. Такой диапазон во многих случаях может быть неприемлемый. Для форматирования параметров графиков быстрого построения существует специальная вкладка Quick Plot Data (Данные графика быстрого построения) окна форматирования трехмерных графиков 3D-Plot Format. Открывается это окно двойным нажатием левой кнопки мыши на графической области или с помощью команды Format (Формат) ее контекстного меню (рис. 5).

Все параметры настройки графика быстрого построения расположены на вкладке Plot 1 (График 1). В общем случае таких вкладок может быть больше, это связано с тем, что на одной графической области может быть размещено несколько поверхностей. Чтобы это выполнить, просто вводятся через запятую имена функций, графики которых должны быть построены. Вкладка Plot 1 (График 1) содержит три меню настраивания, два из которых: Range 1 и Range 2 (Ряд 1 и Ряд 2), идентичны друг другу. Эти меню отвечают за характеристики сетки построения поверхности вдоль каждой из осей переменных (соответствие переменной ряда определяется последовательностью введения ее при задаче имени функции) и содержат следующие параметры настраивания:

– Start (Начало). В поле данного параметра можно произвольным образом задать начальную точку построения прямоугольника по данной оси.

– End (Конец). В поле данного параметра определяется конечная точка интервала.

– # of Grids (Количество линий сетки). Параметр определяет, на какое количество отрезков будет разбит интервал построения для выбранной переменной (что отвечает числу отображенных линий сетки). Эта величина обратная шагу изменения переменной.

Аналогично двумерному случаю, интервал по каждой из осей переменных разбивается на заданное количество отрезков. Границы этих отрезков дают координаты узловых точек. При этом, если количество отрезков по *X* равняется *N*, а по *Y* - *M*, то для каждого значения *X* будет существовать *M* точек с разными координатами по *Y*, и, наоборот, каждому *Y* будет отвечать *N* значений *X*. Визуально это можно представить в виде сетки, которая определяется шагом по каждой из переменных, а в узлах находятся точки, относительно которых определяется функция.

Когда сетка разбивки задана, исчисляются значение функции в ее узлах. Если остановиться на этом этапе и визуализировать только точки, то будет построен так называемый точечный график (Data Points). Каждая точка соединяется с соседней при помощи отрезков прямых, при этом применяются сглаживание и другие графические эффекты, в результате чего, в зависимости от величины шагов сетки, выходит более или менее гладкая поверхность.

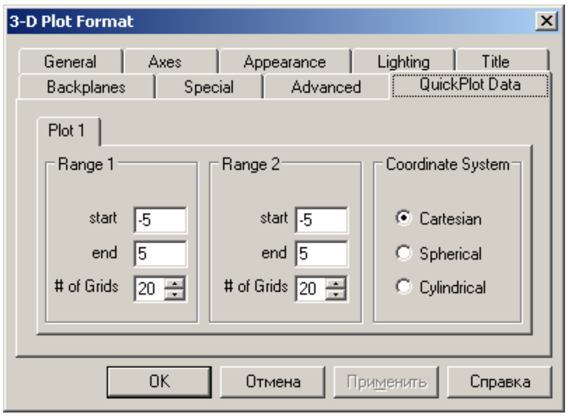


Рисунок 4 – Окно для форматирования трехмерных графиков

Третье меню вкладки Plot 1 (График 1) - Coordinate System (Система координат) определяет, в какой системе координат следует отобразить данную зависимость. Возможные следующие варианты:

– Cartesian (Декартова). График отображается в декартовой системе координат.

– Spherical (Сферическую). График отображается в сферической системе координат.

– Cylindrical (Цилиндрическая). График отображается в цилиндрической системе координат.

В диалоге 3-D Plot Format (Форматирование 3-D графика) доступно большое количество параметров, изменение которых способно повлиять на внешний вид графика. Они сгруппированы по принципу действия на нескольких вкладках.

Остановимся кратко на возможностях оформления трехмерных графиков.

Изменение типа графика. Чтобы изменить тип уже имеющегося графика (например построить вместо поверхности график линий уровня и т.д.), надо установить соответствующий переключатель в нижней части вкладки General (Общие) и нажать кнопку ОК. График будет преобразован (рис.5).

Обращение графика. Простейший способ ориентации системы координат с графиком в трехмерном пространстве - это перетаскивание ее указателем мыши. Можно перемещать при нажатой левой кнопке мыши указатель в границах графика, и будет видно, как вращается график.

Изменение ориентации графика. С помощью полей Rotation (Вращение), Tilt (Наклон) и Twist (Поворот) на вкладке General (Общие) определяют соответствующие углы вращения, наклона и поворота (в градусах) и тем самым задают направление всех трех осей координат в пространстве.

Стиль осей можно изменить с помощью группы переключателей Axes Style (Стиль осей) и задать один из следующих стилей осей координат:

– Perimeter (Периметр),

– Corner (Угол),

– None (Нет) - осы отсутствуют.

Если установить флажок Show Box (Показать куб), то координатное пространство будет изображено в виде куба.

Масштабирование графика - можно задать числовое значение масштаба в поле Zoom (Масштаб) вкладки General (Общие).

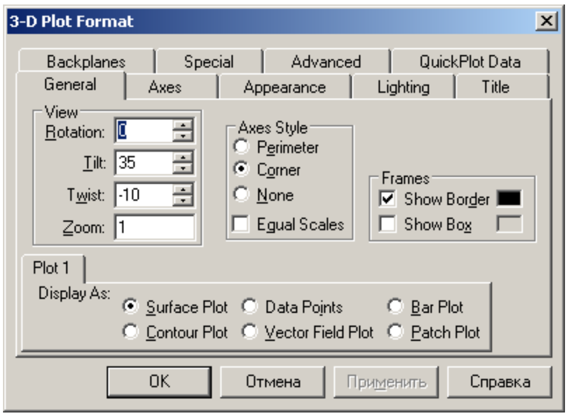


Рисунок 5 – Вкладка General (Display as) для изменения типа графика

Форматирование осей выполняется с использованием вкладки Axes (Оси) (рис.6). Вкладка Axes (Оси) содержит три вложенных вкладки, в которых задаются параметры для каждой из трех координатных осей. В частности, можно включить или отключить отображение линий сетки, нумерацию и задать диапазон по каждой из осей.

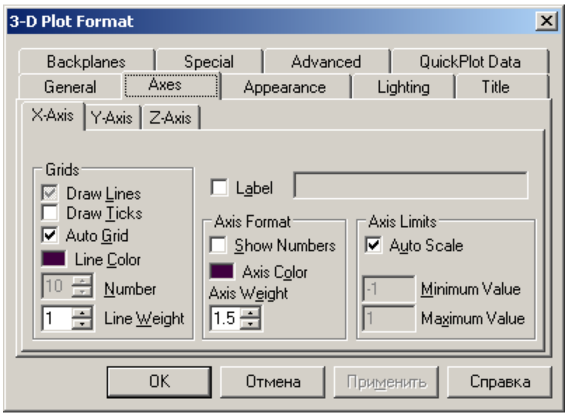


Рисунок 6 – Вкладка Axes (Оси) форматирования осей

С помощью еще одной вкладки — Backplanes (Плоскости заднего плана) (рис. 7) задается отображение проекций координатной сетки на три спрятанные плоскости трехмерного графика.

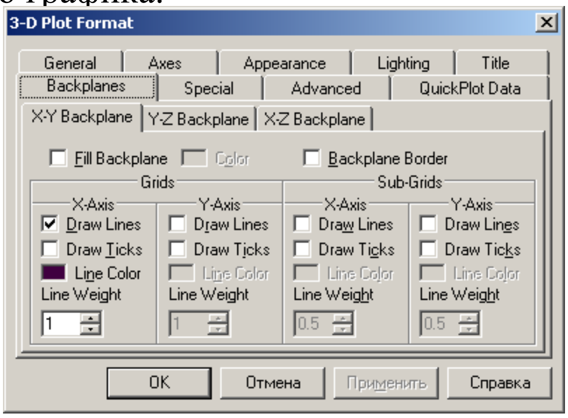


Рисунок 7 – Вкладка Axes (Оси) форматирования осей

С помощью вкладки Appearance (Оформление) (рис. 8) можно изменить стиль задания заливки линий для контурного и поверхностного графиков. При выборе переключателя Fill Surface (Заливка поверхности) из группы Fill Options (Опции заливки) можно получить доступ к опциям цвета (в группе Color Options). Если выбрать переключатель Solid Color (Один цвет), то получится однотонная заливка поверхности. Если установить переключатель Colormap (Цветовая схема), то поверхность или контурный график будут залиты разными цветами и оттенками, причем выбрать цветовую схему можно на вкладке Advanced (Дополнительно) (рис. 9).

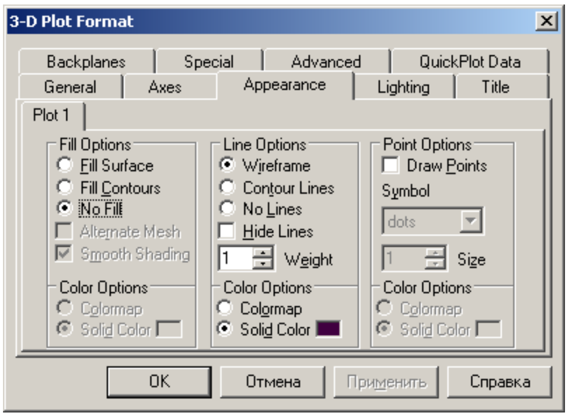


Рисунок 8 – Вкладка Appearance (Оформление) стиля задания заливки

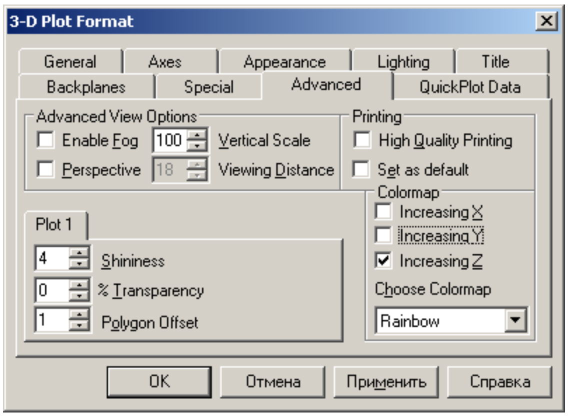


Рисунок 9 – Вкладка Advanced (Дополнительно) для задания цвета в спецэффектов

Заголовок графика можно изменить с помощью вкладки Title (Заголовок) (рис. 10).

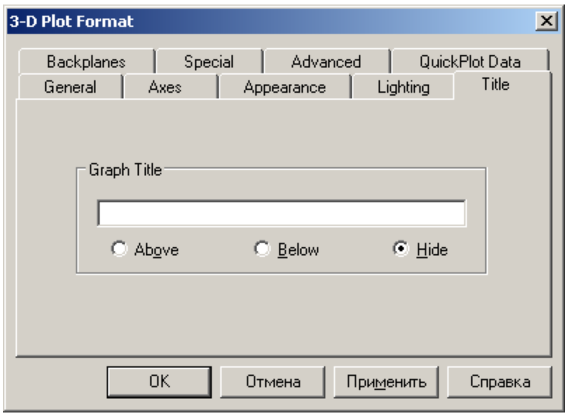


Рисунок 10 – Вкладка TITLE для изменения заголовка графика

3.2.2 Способ построения трехмерного графика с помощью матрицы значений

Существует еще один способ построения трехмерного графика с помощью матрицы значений, которая представляет собой таблицу из трех колонок: в первой будут расположены координаты точек по оси *X*, во второй - по оси *Y*, в третьей - по оси *Z*. В Mathcad существует специальная функция *matrix(m,n,f)* (матрица). Функция формирует матрицу, элементы которой равны значениям функции *f(x,y)*, исходя из того условия, что $x=i$, $y=j$ (т.е. переменные определяются равными соответствующим матричным индексам данного элемента). Количество строк создаваемой матрицы определяется в первом маркере имени функции (параметр *m)*, количество колонок - во втором (параметр *n*).

Аналогично двумерному случаю, задать поверхность можно, используя оператор ранжированной переменной по готовым матрицам.

3.2.3 Способ построения с помощью специальной матричной функции *CreateMesh*

Можно создать график также с помощью специальной матричной функции CreateMesh (Создать сетку).

Функция CreateMesh(F,s,sl,t,tl,sgrid,tgrid,fmap) вводится в маркер графической области и имеет пустые маркеры, в которые последовательно вводятся:

– имя матрицы значений или функции *F*;
– начальное значение первой переменной *s*;
– начальное значение второй переменной *sl*;
– конечное значение первой переменной *t;*
– конечное значение второй переменной *tl;*
– число линий сетки по первый переменной *sgrid*;
– количество линий сетки по второй переменной *tgrid*;
– карта отображения *frnap*.

Кроме поверхностей в пространстве можно задавать и разного рода линии. Для этого существует специальная функция CreateSpace(F,t,tl,tgrid,frnap) (Создать пространство). Она имеет пять маркеров, в которые последовательно вводятся имя массива данных или системы параметрических уравнений, начальное и конечное значения параметра, количество разбивок промежутка параметра, карта отображения.

Параметрическое закручивание разрешает создавать графики, которые заданы в параметрической форме. Последовательность действий при использовании алгоритма параметрического закручивания следующая.

1. Задать уравнение любой функции *f(x).*

2. Задать систему параметрического закручивания и соединить ее в один массив:

$$A(u,v) :=u,$$
$$B(u,v):=f(u)cos(v),$$
$$C(u,v):=f(u)sin(v),$$

$$M(u,v):=\begin{pmatrix} A(u,v) \\ B(u,v) \\ C(u,v) \end{pmatrix}.$$

3. Внести в маркер следующую запись: *CreateMesh(M, s,sl,t,tl,sgrid,tgrid).*

4 СИМВОЛЬНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

При аналитических вычислениях результат получают в нечисловой форме в результате тождественных преобразований, среди которых более простыми есть раскрытия скобок.

С помощью символьного процессора MathCad можно решать инженерные задачи в аналитическом виде и проводить широкий спектр аналитических преобразований, таких как, упрощение выражений и алгебраические преобразования, алгебраические и матричные операции, основные действия математического анализа, и т.д.

Расписание алгебраического выражения - это математическое преобразование, которое переводит степени и произведения в более простые соотношения. При расписании тригонометрических выражений функции кратного аргумента превращаются в функции одинарного аргумента, и т.д.. MathCad разрешает упрощать логарифмические выражения, раскладывать на множители, приводить выражения к общему знаменателю, выносить множитель за скобки, раскладывать на элементарные дроби, выполнять подстановки и замены переменных.

Символьные вычисления можно выполнять в таких вариантах:

– с помощью команд меню;

– с помощью оператора символьного вывода, ключевых слов символьного процессора и обычных формул.

Для символьных вычислений с помощью команды предназначены главное меню Symbolic (Символика), которое объединяет математические операции. Для реализации второго подхода применяются все средства MathCad (например, Calculator, Evaluation, и т.п.).

С помощью меню Symbolic (Символика) можно выполнять такие операции:

Symbolic/Evaluate (Символика/Вычисление) символьное вычисление, в том числе с плавающей точкой (рис.11,а);

Symbolic/Simplify (Символика/Упрощение выражений) упрощение выражений;

Symbolic/Expand (Символика/Разложение выражений) разложение выражений на элементарные;

Symbolic/Factor(Символика/Разложение на множители) разложение на множители;

Symbolic/Collect(Символика/Подобные) приведение подобных;

Symbolic/Polynomial Coefficients (Символика/Полиномиальные коэффициенты) вывод коэффициентов полиномов;

Symbolic/Variable(Символика/Переменная/...) решение уравнения; подстановка переменных; дифференцирование; интегрирование; разложение в ряды; разложение на элементарные дроби (рис.11,б));

Symbolic/Matrix(Символика/Матрицы) действия с матрицами (рис.11,в);

Symboli/Transform(Символика/Интегральные преобразования) преобразование Фурье, Лапласа) (рис.11,г).

Последовательность выполнения вычислений можно задать с использованием Стиля Вычислений (рис.11, д).

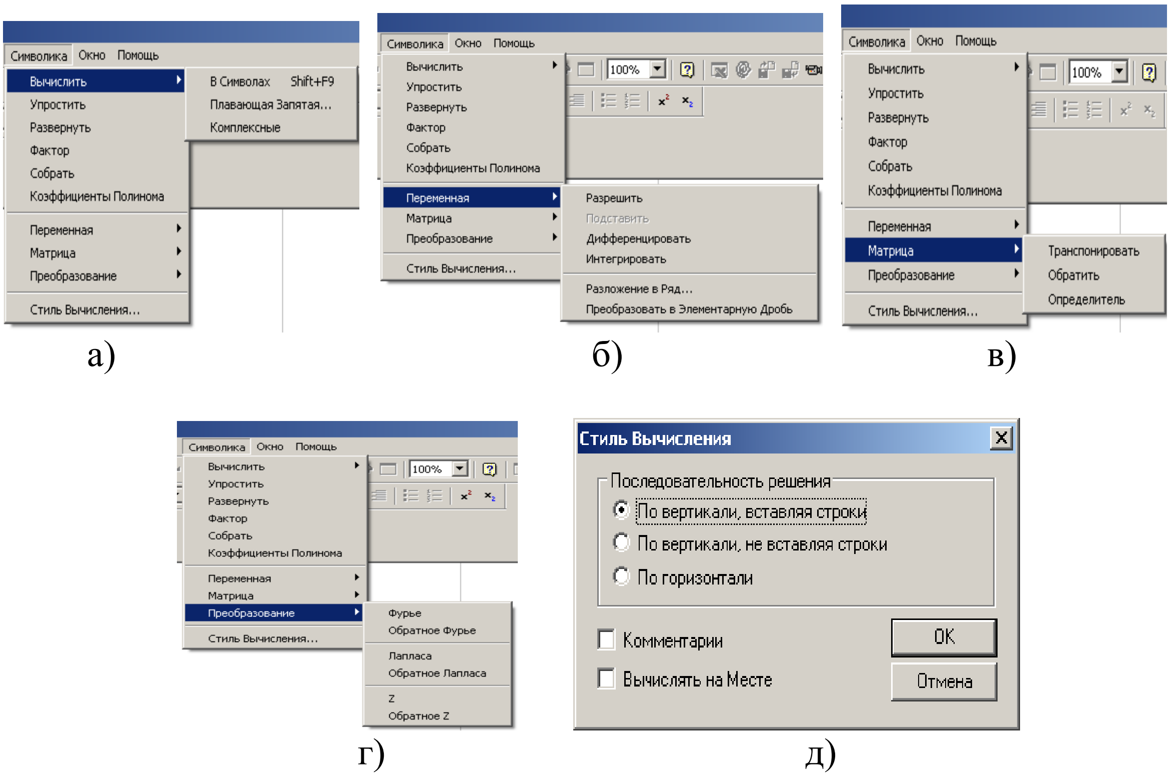


Рисунок 11 – Команды меню Symbolic

5 ДЕЙСТВИЯ С МАТРИЦАМИ

С помощью встроенных функций MathCad матрицы можно объединять, выделять в них подмассивы, определять размеры массивов, максимальные, минимальные значения, нахождение собственных чисел и векторов. Для матриц определенны следующие операции: добавление, произведение, обращение, транспонирование, и т.п..

Создать матрицу можно следующим образом:

записать оператор присваивания, для введения правой части использовать команду Insert/Matrix или на панели инструментов Matrix. В окне, которое раскроется, задать число строк и столбцов матрицы. Вектор является матрицей с одним столбцом. Ввести значение элементов матрицы в соответствующие места. Дальше можно выполнять все необходимые операции с матрицами

Для работы с элементами матрицы используются индексы элементов. Нумерация строк и столбцов матрицы начинается из нуля. Индекс элемента определяется на панели инструментов Matrix кнопкой Subscript (рис.1,в), например Mn,k. Два индекса, которые определяют элемент матрицы, отделяются запятой. Номер столбца матрицы отображается как верхний индекс, который заключен в угловые скобки, для чего используется кнопка Column на панели инструментов Matrix, например, M<1> .

Для проведения операций с матрицами используется меню Symbolic и команда Matrix (рис. 12).

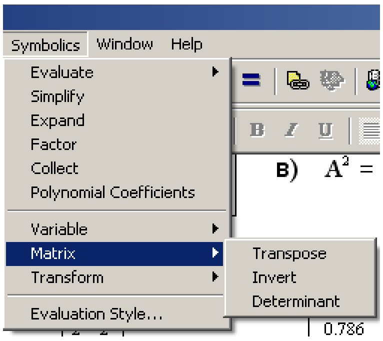


Рисунок 12 – Меню Symbolic для работы с матрицами в символьном виде.

6 НАХОЖДЕНИЕ КОРНЕЙ УРАВНЕНИЯ, РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

Для числового поиска корней уравнения в MathCad используется встроенная функция *root*. Она позволяет решать уравнение вида *f(x)=0*, где *f(x)*- уравнение, корни которого необходимо найти, *x* - неизвестная. Использование функции *root* требует задания начального приближения.

Функция *polyroot* возвращает вектор, который имеет все корни уравнения, коэффициенты которого задаются вектором *v*. Коэффициенты *у* вектора *v* располагаются в порядке возрастания степеней в уравнении.

Существует возможность символьного решения уравнения. Для этого необходимо обратиться к меню Symbolic/Variable/Solve. Корни уравнения выводят в виде вектора.

Можно также находить решение уравнения графически. Графическое решение заключается в определении по графику функции, которая отвечает левой части уравнения, при какой величине аргумента данная функция принимает значение, равное правой части уравнения.

Все методы решения систем линейных алгебраических уравнений можно разделить на две основных группы: прямые (метод Крамера, метод Гауса, и т.п.) и итеративные методы. При использовании прямых методов расчеты можно вести как численно, так и символьно. Итеративные методы применяются в численных решениях.

Для решения систем линейных и нелинейных уравнений используется "блок решений", который начинается из ключевого слова *given* и заканчивается вызовом функции *find*. Между ними находятся уравнение. Всем неизвестным в уравнении должны быть присвоены начальные значения. В уравнении, для которого необходимо найти решение, нужно использовать знак логического равенства = на панели инструментов Evaluation. Как аргументы в функции должны быть неизвестные, которые необходимо найти.

Решение системы линейных уравнений с помощью встроенной функции *lsolve(A,b)* возвращает вектор решений *b*. Матрица А - квадратная невырожденная, вектор *b* - вектор правых частей в системе уравнений.

С помощью символьного процессора MathCad можно получать аналитические решения системы уравнений, используя оператор *solve*. В этом случае система должна быть занесена в виде вектора в левый маркер оператора. Переменные, значения которых отыскиваются, следует вводить через запятую в правый маркер оператора *solve*. Ответ будет возвращен в виде матрицы, в строках которой будут записаны найденные значения неизвестных системы уравнений.

Аналитические решения можно также получить с помощью "блока решений", который начинается из ключевого слова *given.*

Приближенные решения системы уравнений можно получить с использованием встроенной функции *minerr(x1,...).* Эта функция подобная по своей работе к функции *find*, однако она имеет другие условия для завершения итеративного процесса поиска решений. Функция *minerr* позволяет находить решение в том случае, когда их не находит функция *find*.

7 ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ И ИНТЕГРАЛОВ

Аналогично большинству других наиболее важных математических операций, в MathCad существует численное и символьное дифференцирование. Символьный метод имеет преимущества в том плане, что результат можно получить в виде функции, которую можно будет использовать в дальнейших расчетах. Численный же подход имеет преимущества в некоторых специфических задачах. MathCad позволяет вычислять как обычную производную, так и производные более высоких порядков, а также частные производные (рис. 13).

Оператор простого дифференцирования на панели Calculus для вычисления первой производной имеет два маркера, принцип заполнения которых следующий: в верхний вводится функция, в нижний - переменная, по которой вычисляется производная.

Рисунок 13 – Диалоговое окно для вычисления производных и интегралов

Результат может быть представлен в символьному виде, если использовать оператор символьного вывода **→,** а потом обратиться к символьному процессору Symbolic/Evaluate (Символика/Вычислить в символах) (рис. 14).

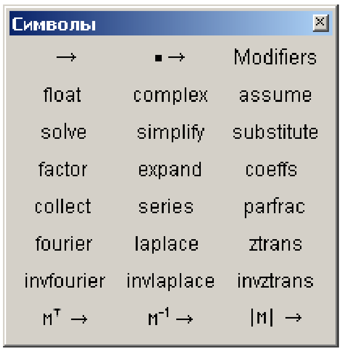


Рисунок 14 –Меню символьного процессора Symbolic для вычисления в символах

При символьном дифференцировании можно оперировать с функциями нескольких переменных. Оператор дифференцирования может соединяться с любым вычислительным или символьным оператором. Особенно полезным есть оператор Simplify, так как выражение производной выдается в неупрощенном виде. Для упрощения ответа следует использовать операторы Collect (Приводить подобные), Factor (Раскладывает выражение на множители) и Expand (Раскрывать скобки).

Чтобы получить численное значение производной в нужной точке исходя из результатов символьного расчета, нужно сделать следующее:

1. Найти функцию производной, используя оператор символьного вывода (→).

2. Присвоить переменной соответствующее числовое значение.

3. Скопировать полученное выражение для производной и вычислить его символьно.

Панель Calculus (Вычисление) содержит два оператора интегрирования. Первый, Indefinite Integral (Неопределенный интеграл), позволяет определить вид функции, которая интегрируется (рис. 15). Оператор неопределенного интеграла содержит два маркера, которые заполняются соответственно принятому в математике представлению: в левый вводится функция (или имя функции), под знак дифференциала - переменная интегрирования.

Чаще всего результат интегрирования представляет собой громоздкое выражение. В этом случае его следует упрощать. Наиболее универсальный инструмент, который для этого используется - оператор Simplify (Упростить). Однако иногда выражение можно упростить (оператор Collect), разложив по степеням (оператор Expand) или приведя дробь к общему знаменателю (оператор Factor). Чтобы задействовать нужный символьный оператор, следует выделить выражение интеграла и нажать соответствующую кнопку на панели Symbolic (Символьные). Применить к результату интегрирования можно и сразу несколько символьных операторов.

Нахождение определенного интегралу выполняется подобно тому как вычисляется неопределенный интеграл. Для интегрирования необходимо обратиться на панели Символьные к функции *simplify*. Ввести оператор интегрирования. В соответствующих местах заполнить имя первой переменной и границы интегрирования. Если необходимо вычислить кратные интегралы, то на месте введения функции под интегралом ввести еще один оператор интегрирования, границы интегрирования и подынтегральную функцию. Аналогично выполняется интегрирование по нескольким переменным.

Можно определить интеграл в символьном виде, например, $\int_a^b x dx \to \frac{1}{2}b^2 - \frac{1}{2}a^2$.

Для числового интегрирования MathCad предлагает воспользоваться встроенными программами вычисления интегралов (рис. 15). Для того, чтобы обратиться к приближенному расчету, необходимо в контекстном меню выбрать один из методов интегрирования.

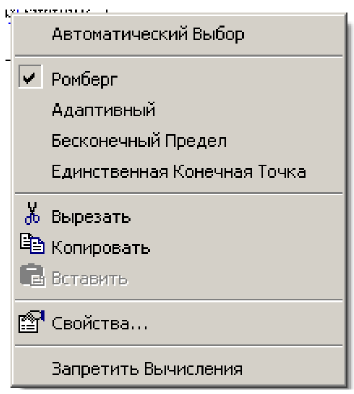


Рисунок 15 –Меню со встроенными программами для числового интегрирования

8 ВЫЧИСЛЕНИЕ ОБЫЧНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Дифференциальные уравнения - это уравнения, в которых неизвестными есть функции одной или нескольких переменных. Эти уравнения имеют соотношение между функциями, которые необходимо найти, и их производными. Если в уравнении присутствуют производные по одной переменной, то это есть обычные дифференциальные уравнения (ОДУ). Найти решение дифференциального уравнения (или проинтегрировать его) - это значит определить неизвестную функцию на заданном интервале изменения ее переменную. Дифференциальное уравнение имеет одно решение, вместе с уравнением заданы начальные условия.

С помощью MathCad можно найти решение задач Коши, для которых заданы начальные условия, и функции, которые необходимо отыскать, т.е. заданные значения этой функции в начальной точке интервала интегрирования уравнения. В большинстве случаев дифференциальное уравнение первого порядка можно записать в стандартной форме (форме Коши):

$$y^{/}(t) = f(y(t), t), \tag{1}$$

и только с такой формою уравнения может работать вычислительный процессор MathCad. Вместе с уравнением (1) необходимо задать начальные условия – значение функции $y(t_0)$ в некоторой точке t_0. Таким образом, необходимо найти функцию $y(t)$ на интервале $[t_0, t]$.

Для числового интегрирования в MathCad есть возможность использовать блок *Given/Odesolve* или встроенные функции. Вычислительный блок *Given/Odesolve*, который реализовывает решение одного обычного дифференциального уравнения методом Рунге –Кутта, состоит из трех частей:

ключевое слово *Given*;

дифференциальное уравнение и начальное условие, которые записаны с помощью логических операторов, причем начальное условие должно записываться в форме

$$y(t_0)=b;$$

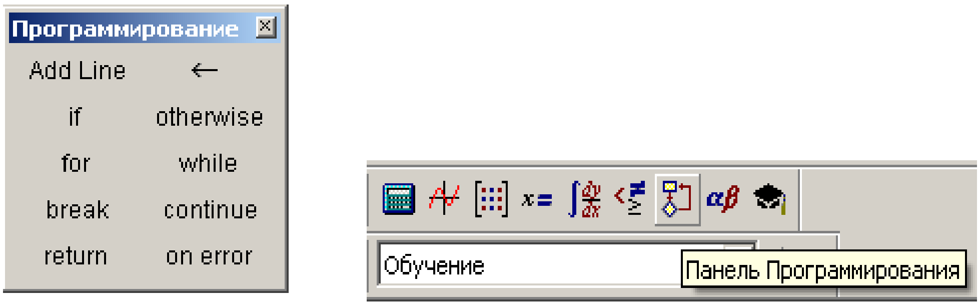
Odesolve(t,t_1) – встроенная функция для решения ОДУ относительно переменной t на интервале $[t_0, t]$.

Для решения ОДУ можно использовать также встроенные функции *rkfixed, Pkadapt, Bestoer*.

9 ПРОГРАММИРОВАНИЕ В MATHCAD

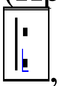
Для написания программ в среде MathCad [4,6] существует специальная панель Programming (Программирование) (рис.16, а), она относится к панели Math (Математические) (рис.16, б).

Язык программирования MathCad имеет предельно малое количество операторов (рис. 16, а). Чтобы написать программу, прежде всего для нее должен быть создан блок. Выглядит он как черная вертикальная линия с маркерами, в которые записывают те или иные выражения алгоритма.



а) б)

Рисунок 16–Панель программирования

Чтобы построить единичный элемент программного блока, используется кнопка команды Add Line (Добавить линию) панели Programming (Программирование). При этом в области курсора появится следующий объект: , в который можно занести две строки программы. Для создания большего числа строк программы необходимо последовательно нажимать несколько раз соответствующую кнопку на панели Programming. Программный блок можно создать и внутри уже заданного блока.

Для присвоения значений переменным и функциям в MathCad используется специальный оператор: ← (Local Definition - Локальное присваивание), расположенный на панели Programming (Программирование). Использовать оператор обычного присваивания := в программах нельзя. Локальные переменные и функции имеют приоритет над глобальными в рамках родной программы. Несколько переменных можно объявлять в одной строке через запятую.

Практически любая программа создается с использованием специальных управляющих операторов, таких как оператор цикла **for** или оператора условия **if**.

Чтобы задать нужный оператор, используются соответствующие кнопки панели Programming (Программирование). Просто набрать оператор из клавиатуры нельзя - он будет воспринят системой MathCad как неизвестная функция. Такие операторы как: **if, for, while,** активируют код, расположенный в левом верхнем маркере, в том случае, если выполняется условие в правом. Для задачи условия используются также операторы панели Boolean (Логические). Можно задать и комплекс условий.

С помощью оператора простого цикла **for** можно организовать выполнение операции или проверку условия для ряда конкретных значений переменной. Оператор **for** имеет три маркера: в двух верхних маркерах, соединенных символом принадлежности, задается имя переменной, по которой организуется цикл, и ряд принятых ею значений. В нижнем маркере определяется операция или комплекс операций, которые должны быть выполнены для каждого значения переменной.

С помощью второго оператора цикла **while** (Пока) можно организовать цикл, который будет работать до тех пор, пока некоторое условие будет выполняться. Оператор **while** имеет два маркера, в которые вводятся соответственно условия работы цикла и выражение для операций, которые будут выполняться на каждом шаге цикла **while**. Количество шагов выполнения цикла не нужно определять явным образом.

Если в некоторых ситуациях при работе программы необходимо прервать работу цикла, для этого надо использовать оператор **break** (Прервать). Этот оператор почти всегда работает с оператором **if** (Если) или **on error** (Перехват ошибок).

Программный оператор условия **if** (Если) используется практически во всех создаваемых алгоритмах. Условный оператор **if** имеет два маркера: ▪ **if** ▪ . В правый маркер вводится условие, в левый - операция, которая выполняется в случае, если условие выполняется (если же оно не выполняется, то программа, пропускает данный фрагмент). В маркер оператора может быть внесено несколько условий.

Если алгоритм имеет несколько условий, при этом выполнение одного из них может привести к невыполнению или ошибке в других операторах условий, то можно использовать специальный оператор **continue** (Продолжить). Его применение аналогично применению оператору **break** (Прервать).

Оператор **otherwise** (Иначе) предназначен для определения действия, которое должно быть выполнено, если условие оператора **if** (Если) окажется ошибочным. Одновременно может быть использовано несколько условных операторов **if** (Если). Оператор **otherwise** (Иначе) в таком случае будет задействован, если не выполнятся условия всех операторов **if** (Если).

С помощью оператора **return** (Возвратить) можно прервать работу программы и возвратить некоторое значение. Этот оператор используется при ошибочной ситуации в программе.

В MathCad существует возможность использовать специальный оператор **on error** (Перехват ошибок). Он дает возможность в программах избегать ошибок и обходить их. Этот оператор по синтаксису полностью отвечает оператору **if**.

10 ОБРАБОТКА ДАННЫХ СРЕДСТВАМИ MATHCAD

Известно, что экспериментальные данные, как правило, задаются дискретно в виде массива данных из двух пар чисел (x_i, y_i). В связи с этим возникает задача аппроксимации дискретных данных непрерывной функцией $f(x)$. В MathCad для обработки экспериментальных данных существуют встроенные функции, которые позволяют выполнять интерполяцию.

Для построения линейной интерполяции служит встроенная функция *linterp*

linterp(x,y, t) – функция, которая аппроксимирует данные векторов *x* и *y* кусочно-линейной зависимостью;

– *x* – вектор действительных данных аргумента;

– *y* – вектор действительных данных значений того же размера;

– *t* – значение аргумента, при котором вычисляется интерполяционная функция.

Замечание: элементы вектора *x* должны быть определены в порядку возрастания.

Чтобы осуществить линейную интерполяцию, надо выполнить следующие действия:

1. Ввести векторы данных *x* и *y*.

2. Определить функцию *linterp (x, в, t)* .

3. Вычислить значение этой функции в необходимых точках, например, *linterp(x,y,2.4)* =3.52 или *linterp(x,в,6)* =5.9, или построить ее график.

Замечание: функция *A (t)* на графику имеет аргумент *t,* а не *x*. Это означает, что функция *A (t)* исчисляется не только при заданных значениях аргумента, а в намного большем количестве аргументов в интервале изменения переменной, что автоматически обеспечивает Mathcad. Mathcad, по умолчанию, соединяет точки графика прямыми линиями, осуществляет их линейную интерполяцию.

В большинстве практических приложений желательно соединить экспериментальные точки не ломанной линией, а гладкой кривой. Лучше всего для этих целей подходит интерполяция кубическими сплайнами, т.е. отрезками кубических парабол.

interp(s,x,y,t) - функция, которая аппроксимирует данные векторов *x* и *y* кубическими сплайнами;

– s - вектор вторых производных, созданный одной из функций *cspline, pspline* или *lspline*;

– *x* - вектор действительных данных аргумента, элементы которого расположены в порядке возрастания;

– *y* - вектор действительных значений того же размера;

– *t* - значение аргумента, при котором исчисляется функция, которая интерполируется.

Перед применением функции *interp* необходимо предварительно определить первый из ее аргументов - векторную переменную *s*. Выполняется это с помощью одной из трех встроенных функций тех же аргументов *(x,y)*.

– *ispiine(x,y)* - вектор значений коэффициентов линейного сплайна;

– *pspiine(x,y)* - вектор значений коэффициентов квадратичного сплайна;

– *cspline(x,y)* - вектор значений коэффициентов кубического сплайна;

– *x, y* - векторы данных.

Более сложный тип интерполяции - так называемая интерполяция *В-сплайнами*. В отличие от обычной сплайн-интерполяции, сшивание элементарных В-сплайнов выполняется не в точках *x* и *y*, а в других точках, координаты которых предлагается ввести пользователю. Сплайны могут быть полиномами 1, 2 или 3 степени (линейные, квадратичные или кубические). Применяется интерполяция В-сплайнами точно так же, как и обычная сплайн-интерполяция, разница состоит только в определении вспомогательной функции коэффициентов сплайна.

Практическая работа №1
Нахождение корней уравнения в MathCad

Цель работы: нахождение корней уравнения в программе MathCad с использованием встроенных функций *root***,** *polyroots*, символьного решения.

Указания к выполнению практической работы:

I Нахождение корней уравнения в программе MathCad с использованием встроенной функции *root*

1. Запустить программу MathCad .

2. Записать на рабочем листе MathCad вид функции *f(x)*, для которой необходимо найти на заданном интервале корни.

3. Создать цикл из точек интервала, на котором определяются корни, и вычислить в этих точках функцию *f(x)*. Построить график функции *f(x)* и график функции $x0=0$ (т.е. ось *x*).

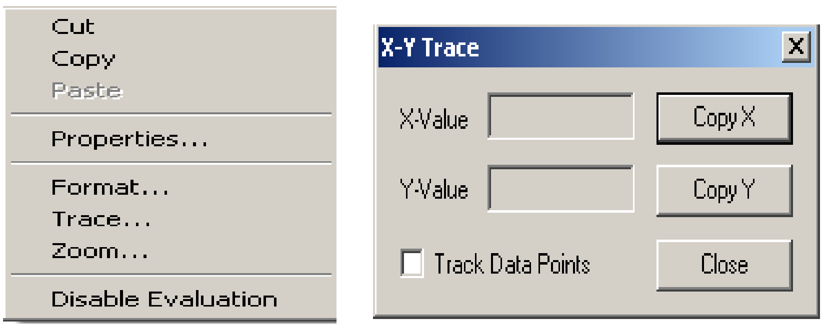
4. Определить точки пересечения двух кривых *f(x)* и *x0*, которые будут приближением к корням уравнения.

4.1. Использовать для определения на графике значений корней в контекстном меню (рис.17, а) опцию Trace (рис. 17,б), установить флажок в окне Track Data Point.

4.2. Подвести курсор мыши к точкам пересечения кривых, координаты точек пересечения кривых, т.е. корни, будут представлены в окнах X-Value и У- Value, а на графике отобразится вертикальная прямая.

5. Задать для независимой переменной *x* начальное приближение, которое выбирается как значение точки пересечения кривых *f(x)* и *x0*. Обратиться ко встроенной в MathCad функции *root(f(x), x)* (функция *root* возвращает значение независимой переменной *x*, для которой *f(x)* равняется *0*) и найти корень *x1*.

6. Найти второй *(x2)* и третий *(x3)* корни уравнения $f(x)=0$ (уравнение третьей степени имеет не больше трех действительных корней), задав для них соответственно их начальные значения как координаты точек пересечения кривых *f(x)* и *x0* и использовав функцию *root*.



а) б)

Рисунок 17 – Диалоговые окна для определения координат точек пересечения кривых

II Нахождение корней уравнения в программе MathCad с использованием встроенной функции *polyroots*, которая возвращает вектор, имеющий все корни уравнения, коэффициенты уравнения при этом задаются вектором.

1. Записать на рабочем листе MathCad вид функции *f(x),* для которой необходимо найти на заданном интервале корни.

2. Записать как вектор *v* все коэффициенты уравнения, расположить их в порядке увеличения степеней.

3. Найти корни, обратившись ко встроенной функции *r:=polyroots(v),* результат будет получено относительно трансформированного вектора $\mathbf{r}^{\mathbf{T}}$**.**

4. Для интервала нахождения корня и количества элементов вектора $\mathbf{r}^{\mathbf{T}}$ создать соответствующие циклы и вычислить значение функции в точках цикла.

5. Построить график функции в точках цикла, а также в найденных точках корней, в которых функция будет иметь значения, равные нулю.

III Нахождение корней уравнения в программе MathCad с использованием символьных решений уравнений.

1. Ввести левую часть уравнения.

2. Ввести знак равенства с использованием панели управления Evaluation (Выражения) или с помощью нажатия клавиш Ctrl + =.

3. За знаком равенства ввести правую часть уравнения.

4. Выделить переменную, относительно которой решается уравнение.

5. Выбрать команду Symbolic/Variable/Solve.

По окончанию решения корни уравнения выводятся в виде вектора.

IV Найти приближенное решение с использованием функции *minerr(x1,...).*

1. Задать приближение последовательно для первого корня x:=1.

2. Ввести ключевое слово *given* (дано), из которого начинается блок решений.

3. Записать уравнение, используя знак логического равенства между правой и левой частями уравнения.

4. Обратиться к функции *minerr(x).* Корень будет найдено.

Таблица 1.1 – Варианты заданий к практической работе № 1

№ варианта	Интервал нахождения корней	Уравнение
1	2	3
1	[-1; 3]	$x^3-2,92x^2+1,4355x+0,791=0$
2	[-2; 3]	$x^3-2,56x^2-1,325x+4,395=0$
3	[-3,5; 2,5]	$x^3+2,84x^2-5,606x-14,766=0$
4	[-2,5; 2,5]	$x^3+1,41x^2-5,472x-7,38=0$

Продолжение табл.1.1

1	2	3
5	[-1,6; 1,1]	$x^3+0,85x^2-0,432x+0,044=0$
6	[-1,6; 1,6]	$x^3-0,12x^2-1,478x+0,192=0$
7	[-1,6; 0,8]	$x^3+0,77x^2-0,251x-0,017=0$
8	[-1,4; 1]	$x^3+0,88x^2-0,3999x-0,0376=0$
9	[-1,4; 2,5]	$x^3+0,78x^2-0,827x-0,1467=0$
10	[-2,6; 1,4]	$x^3+2,28x^2-1,9347x-3,90757=0$
11	[-2,6; 3,2]	$x^3-0,805x^2-7x+2,77=0$
12	[-3; 3]	$x^3-0,345x^2-5,569x+3,15=0$
13	[-2; 3,4]	$x^3-3,335x^2-1,679x+8,05=0$
14	[-1; 2,8]	$x^3-2,5x^2+0,0099x+0,517=0$
15	[-1,2; 3]	$x^3-3x^2+0,569x+1,599=0$
16	[-2,5; 2,5]	$x^3-2,2x^2+0,82x+0,23=0$
17	[-1,2; 4,6]	$x^3-5x^2+0,903x+6,77=0$
18	[-1; 7,4]	$x^3-7,5x^2+0,499x+4,12=0$
19	[-1.6; 9]	$x^3-7,8x^2+0,899x+8,1=0$
20	[-3,4; 2]	$x^3+2x^2-4,9x-3,22=0$
21	[-3,4; 1,2]	$x^3+3x^2-0,939x-1,801=0$
22	[-4,6; 3,0]	$x^3+5,3x^2+0,6799x-13,17=0$
23	[-2,4; 8,2]	$x^3-6,2x^2-12,999x+11,1=0$
24	[-3,2; 2,7]	$x^3-0,34x^2-4,339x-0,09=0$
25	[-1; 3]	$x^3-1,5x^2+0,129x+0,07=0$
26	[-1; 3]	$x^3-5,5x^2+2,79x+0,11=0$
27	[-1; 3]	$x^3-5,7x^2-6,219x-2,03=0$
28	[-1; 3]	$x^3-3,78x^2-7,459x-4,13=0$
29	[-1; 3]	$x^3-5x^2-9,9119x+0,01=0$
30	[-1; 3]	$x^3-7x^2-1,339x-7,55=0$

Пример

I Для уравнения $f(x)=x^3-0.001\cdot x^2-0.7044\cdot x+0.139$ найти корни на интервале [-1, 1], шаг изменения переменной *x* равен 0.1.

1 Записать цикл из точек интервала x:=-1, -0.9..1.

2 Записать функции $f(x)=x^3-0.001\cdot x^2-0.7044\cdot x+0.139$ и *x0*=0.

3 Построить графики для этих функций.

4 Определить на графике точки пересечения кривых $f(x)=x^3-0.001\cdot x^2-0.7044\cdot x+0.139$ и *x0*=0.

5 Задать как приближение значения точек пересечения x1, x2, x3. В примере x1=-0.9, x2=0.2, x3= 0.7.

6 Вычислить значение корней с помощью формул: *root (f(x1),x1), root (f(x2),x2), root (f(x3),x3).* Полученные значения корней такие: x1=-0.92, x2=0.21, x3= 0.721 (рис. 18).

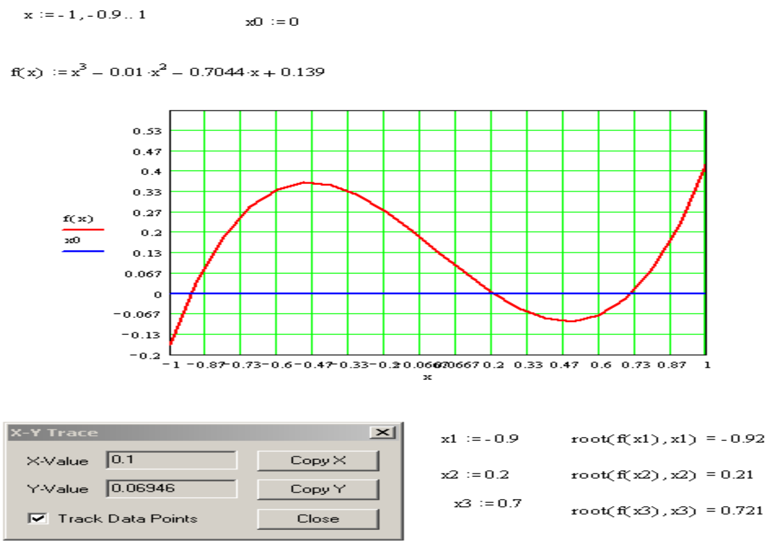


Рисунок 18 – Результат нахождения корней с использованием функции *root*

II Для уравнения $f(x) = x^3 - 7 \cdot x^2 - 1.339 \cdot x + 7.55$ найти корни на интервале [-1.1, 7.1] , шаг изменения переменной *x* равен 0.1.

1. Создать вектор из коэффициентов уравнения, используя панель управления Matrix (Матрица) (рис.19) и задав один столбец и четыре строки для коэффициентов уравнения.

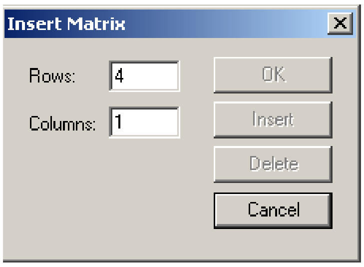


Рисунок 19 – Диалоговое окно для определения вектора из коэффициентов уравнения

Вектор из коэффициентов уравнения будет иметь следующий вид

$$v := \begin{vmatrix} 7.55 \\ -1.339 \\ -7 \\ 1 \end{vmatrix}$$

2. С помощью встроенной функции r:=*polyroots*(v) найти корни уравнения и представить их в виде вектора $\mathbf{r}^{\mathbf{T}}$, транспонированного по отношению к **r**, то есть преобразованного из столбца в строку.

3. Создать циклы для переменной *x* и количества найденных корней:

$$x := -1.1, -1..7.1$$

$$j = 0,1..2.$$

4. Построить графики для функции и определить функцию в точках корней. В точках корней значения функции равны нулю.

5. Определить значения корней на графике (рис. 20).

$f(x) := x^3 - 7 \cdot x^2 - 1.339 \cdot x + 7.55$

$v := \begin{bmatrix} 7.55 \\ -1.339 \\ -7 \\ 1 \end{bmatrix}$

$r := \text{polyroots}(v)$

$r^T = (-1.055 \quad 1.017 \quad 7.038)$

$x := -1.1, -1 .. 7.1$

$j := 0, 1 .. 2$

$r_j =$

-1.055
1.017
7.038

$f(x) =$

-0.778
0.889
2.356
3.629
4.714
5.617
6.345
6.902
7.295
7.53
7.613
7.55
7.347
7.01
6.545
5.958

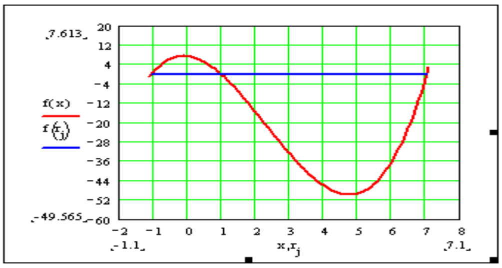


Рисунок 20 – Результат нахождения корней с использованием функции *polyroots*

III Для уравнения $f(x) = x^3 - 7 \cdot x^2 - 1.339 \cdot x + 7.55$ найти корни с использованием символьных решений уравнений.

1. Записать левую часть уравнения

$$x^3 - 7 \cdot x^2 - 1.339 \cdot x + 7.55.$$

2. Поставить логический знак «=» и в правой части записать 0.

3. Выделить переменную x.

4. Обратиться в главном меню MathCad к команде Symbolic/Variable/ Solve.

Найдены корни уравнения запишутся в виде вектора:

$$\left(x^3 - 7 \cdot x^2 - 1.339x\right) + 7.55 = 0$$

$$\begin{bmatrix} -1.0548347262813942430 \\ 1.0170068872772705837 \\ 7.0378278390041236593 \end{bmatrix}$$

IV Найти приближенное решение вышеприведенного уравнения с использованием функции $minerr(x1, \ldots)$.

1. Задать приближение последовательно для первого корня x:=1.

2. Ввести ключевое слово *given* (дано), с которого начинается блок решений.

3. Записать уравнение, используя знак логического равенства между правой и левой частью уравнения.

4. Обратиться к функции *minerr*(*x*). Корень будет найдено.

5. Аналогические действия выполнить для двух других корней уравнения, поскольку уравнения третьей степени имеет не больше трех корней.

$x := 1$

Given

$x^3 - 7 \cdot x^2 - 1.339x + 7.55 = 0$

$\mathrm{minerr}(x) = 1.017$

$x := 7$

Given

$x^3 - 7 \cdot x^2 - 1.339x + 7.55 = 0$

$\mathrm{Minerr}(x) = 7.038$

$x := -1$

Given

$x^3 - 7 \cdot x^2 - 1.339x + 7.55 = 0$

$\mathrm{Minerr}(x) = -1.055$

Контрольные вопросы

1 Какие встроенные функции позволяют находить корни уравнения?
2 Как выполняется символьное нахождение корней уравнений?

Практическая работа №2
Действия с матрицами в MathCad

Цель работы: выполнение действий с матрицами в программе MathCad .

Указания к выполнению практической работы:

1. Запустить программу MathCad .

2. Создать матрицы $A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ -m & n & k \\ c & b & -a \end{vmatrix}$, $B = \begin{vmatrix} b-c \\ m \;\; b \\ n \;\; k \end{vmatrix}$, $C = \begin{vmatrix} n & a \\ m & b \end{vmatrix}$, $D = \begin{vmatrix} a-b \\ -n \\ c+b \end{vmatrix}$, $M = \begin{vmatrix} b-a & c \end{vmatrix}$, $K = \begin{vmatrix} n & -a & a+b \\ m & b & n+m \\ c & n & c-b \end{vmatrix}$ из коэффициентов *a, b, c, m, k, n* в соответствии с вариантом задания.

3. Выполнить действия с матрицами в соответствии с вариантом задания.

4. Найти ранг матрицы *A*.

5. В символьном виде выполнить транспонирование матрицы В, инвертирование матрицы А.

6. Найти обратную матрицу К. Найти детерминант матрицы А.

Таблица 2.1 – Варианты заданий к практической работе № 2

Номер варианта	Значение элементов матриц	Действия с матрицами
1	2	3
1	a=1; b=0.5; c=-1; m=2; k=-2.1;n=-0.8	1) $A+A\cdot M$; 2) $B\cdot C$; 3) M^3; 4)$D+m\cdot K$; 5)$A\cdot D+D\cdot M$; 6)K^{-2}
2	a=-2; b=1; c=1.5; m=-3; k=-0.1;n=1.8	1) $A+B\cdot M$; 2) $M\cdot C$; 3) B^3; 4)$C+m\cdot K$; 5)$AB+D\cdot K$ 6)D^{-3}
3	a=-1; b=5; c=1.3; m=0.9; k=0.1;n=-0.5	1) A-M; 2) $B\text{-}a\cdot C$ 3) $M^2\text{-}B$; 4)$D\text{-}\cdot K$; 5)$A+7\cdot D$; 6)A^{-2}
4	a=1; b=0.5; c=1; m=0.2; k=0.27 ;n=0.7	1) A^2; 2) $B\cdot C+M$; 3) $n\cdot M^2$; 4)D-K; 5)$A\cdot B\text{-}D\cdot C$; 6)D^{-2}
5	a=3; b=2.1; c=0.91; m=1.2; k=1; n=3	1) A^2+M; 2) B-M; 3) $b\cdot C^{-3}$; 4)D+3K; 5)$A\cdot K\text{-}D$; 6)M^{-2}
6	a=4; b=-0.5; c=-1; m=3.2; k=1.1;n=1.8	1) $A+B\cdot M$; 2) $M\cdot C$; 3) B^3; 4)$C+m\cdot K$; 5)$AB+D\cdot K$ 6)D^{-3}
7	a=1; b=2.5; c=0.3; m=1; k=-2.1;n=-0.8	1) A-M; 2) $B\text{-}a\cdot C$ 3) $M^2\text{-}B$; 4)$D\text{-}\cdot K$; 5)$A+7\cdot D$; 6)A^{-2}
8	a=2; b=0.5; c=-1.1; m=2; k=1.9 ;n=-3.8	1) A^2; 2) $B\cdot C+M$; 3) $n\cdot M^2$; 4)D-K; 5)$A\cdot B\text{-}D\cdot C$; 6)D^{-2}
9	a=3; b=-2.5; c=4; m=3; k=-2.1;n=0.8	1) A^2+M; 2) B-M; 3) $b\cdot C^{-3}$; 4)D+3K; 5)$A\cdot K\text{-}D$; 6)M^{-2}
10	a=3.1; b=1.5; c=2.1; m=3.2; k=1.1;n=-1.6	1) $A+A\cdot M$; 2) $B\cdot C$; 3) M^3; 4)$D+m\cdot K$; 5)$A\cdot D+D\cdot M$; 6)K^{-2}
11	a=-2; b=1; c=1.5; m=-3; k=-0.1;n=1.8	1) $A+B\cdot M$; 2) $M\cdot C$; 3) B^3; 4)$C+m\cdot K$; 5)$AB+D\cdot K$ 6)D^{-3}
12	a=-1; b=5; c=1.3; m=0.9; k=0.1;n=-0.5	1) A-M; 2) $B\text{-}a\cdot C$ 3) $M^2\text{-}B$; 4)$D\text{-}\cdot K$; 5)$A+7\cdot D$; 6)A^{-2}
13	a=1; b=0.5; c=1; m=0.2; k=0.27 ;n=0.7	1) A^2; 2) $B\cdot C+M$; 3) $n\cdot M^2$; 4)D-K; 5)$A\cdot B\text{-}D\cdot C$; 6)D^{-2}
14	a=3; b=2.1; c=0.91; m=1.2; k=1; n=3	1) A^2+M; 2) B-M; 3) $b\cdot C^{-3}$; 4)D+3K; 5)$A\cdot K\text{-}D$; 6)M^{-2}
15	a=4; b=-0.5; c=-1; m=3.2; k=1.1;n=1.8	1) $A+B\cdot M$; 2) $M\cdot C$; 3) B^3; 4)$C+m\cdot K$; 5)$AB+D\cdot K$ 6)D^{-3}
16	a=1; b=2.5; c=0.3; m=1; k=-2.1;n=-0.8	1) $A+B\cdot M$; 2) $M\cdot C$; 3) B^3; 4)$C+m\cdot K$; 5)$AB+D\cdot K$ 6)D^{-3}

Продолжение табл. 2.1

1	2	3
17	a=2; b=0.5; c=-1.1; m=2; k=1.9 ;n=-3.8	1) A-M; 2) B-a·C 3) M^2-B; 4)D-·K; 5)A+7·D; 6)A^{-2}
18	a=3; b=-2.5; c=4; m=3; k=-2.1;n=0.8	1) A^2; 2) B·C+M; 3) n·M^2; 4)D-K; 5)A·B-D·C; 6)D^{-2}
19	a=3.1; b=1.5; c=2.1; m=3.2; k=1.1;n=-1.6	1) A^2+M; 2) B-M; 3) b·C^{-3}; 4)D+3K; 5)A·K-D; 6)M^{-2}
20	a=1; b=0.5; c=-1; m=2; k=-2.1;n=-0.8	1) A+A·M; 2) B·C; 3) M^3; 4)D+m·K; 5)A·D+D·M; 6)K^{-2}
21	a=-2; b=1; c=1.5; m=-3; k=-0.1;n=1.8	1) A+B·M; 2) M·C; 3) B^3; 4)C+m·K; 5)AB+D·K 6)D^{-3}
22	a=-1; b=5; c=1.3; m=0.9; k=0.1;n=-0.5	1) A-M; 2) B-a·C 3) M^2-B; 4)D-·K; 5)A+7·D; 6)A^{-2}
23	a=1; b=0.5; c=1; m=0.2; k=0.27 ;n=0.7	1) A^2; 2) B·C+M; 3) n·M^2; 4)D-K; 5)A·B-D·C; 6)D^{-2}
24	a=3; b=2.1; c=0.91; m=1.2; k=1; n=3	1) A^2+M; 2) B-M; 3) b·C^{-3}; 4)D+3K; 5)A·K-D; 6)M^{-2}
25	a=4; b=-0.5; c=-1; m=3.2; k=1.1;n=1.8	1) A+B·M; 2) M·C; 3) B^3; 4)C+m·K; 5)AB+D·K 6)D^{-3}
26	a=1; b=2.5; c=0.3; m=1; k=-2.1;n=-0.8	1) A+A·M; 2) B·C; 3) M^3; 4)D+m·K; 5)A·D+D·M; 6)K^{-2}
27	a=2; b=0.5; c=-1.1; m=2; k=1.9 ;n=-3.8	1) A+B·M; 2) M·C; 3) B^3; 4)C+m·K; 5)AB+D·K 6)D^{-3}
28	a=3; b=-2.5; c=4; m=3; k=-2.1;n=0.8	1) A-M; 2) B-a·C 3) M^2-B; 4)D-·K; 5)A+7·D; 6)A^{-2}
29	a=3.1; b=1.5; c=2.1; m=3.2; k=1.1;n=-1.6	1) A^2; 2) B·C+M; 3) n·M^2; 4)D-K; 5)A·B-D·C; 6)D^{-2}
30	a=-2; b=1; c=1.5; m=-3; k=-0.1;n=1.8	1) A^2+M; 2) B-M; 3) b·C^{-3}; 4)D+3K; 5)A·K-D; 6)M^{-2}

Пример

Выполнить действия с матрицами, создав их из заданных коэффициентов a=1, b=2, c= 3, m=4, k=5, n=6. Матрицы имеют следующий вид:

$$M := (c - b\ \ a)$$

$$A := \begin{bmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & -c & -a \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} -c & a \\ -b & -c \\ a & b \end{bmatrix} D := \begin{bmatrix} c - b \\ a \\ c - a \end{bmatrix} \quad C := \begin{bmatrix} -c & b \\ a & n \end{bmatrix} K := \begin{bmatrix} m & c & -n \\ n & -b & -m \\ -k & a & c \end{bmatrix}$$

1. Создать матрицы.
   1.1. Выбрать панель управления Matrix (Матрица).

1.2. Определить число строк и столбцов для каждой матрицы (рис.21).

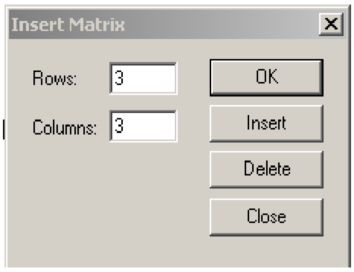


Рисунок 21 - Диалоговое окно для определения размера матрицы

1.3. Матрицы в примере имеют такие размеры: А - (3×3), В - (3×2), С(2×2), М(1×2), К(3×3).

1.4. Заполнить матрицы соответствующими параметрами (рис. 29).

2 Выполнить следующие действия с матрицами:

1) $A+n\cdot K$; 2)$A\cdot B$; 3) A^2; 4) $A\cdot D$; 5)$D\cdot M$; 6) D-1.

3 Найти ранг матрицы А (ранг матрицы -наибольший порядок минора этой матрицы, который отличный от нуля): *rank(A).*

4 В символьном виде выполнить транспонирование матрицы В, т.е. заменить местами строки и столбцы матрицы В.

4.1 Выделить матрицу В.

4.2 Обратиться в главном меню к команде Symbolic / Matrix/Transpose (рис. 28).

5 В символьном виде выполнить инвертирование матрицы А (т.е. найти матрицу, которая будет обратной к матрице А) .

5.1 Выделить матрицу А.

5.2 Обратиться в главном меню к команде Symbolic/Matrix/Invert (рис.28).

6 В символьном виде найти обратную матрицу К.

6.1 Выделить матрицу К.

6.2 Обратиться в главном меню к команде Symbolic / Matrix/Invert (рис.28).

7 В символьном виде найти детерминант (определитель) матрицы А.

7.1 Выделить матрицу А.

7.2 Обратиться в главном меню к команде Symbolic/Matrix/Determinant (рис.22).

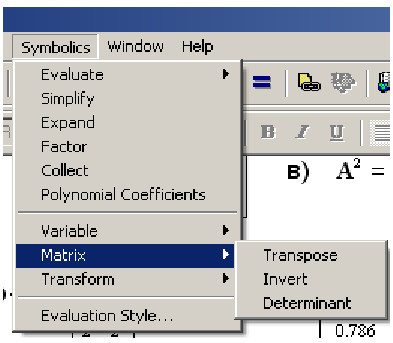


Рисунок 22 – Меню Symbolic для работы с матрицами в символьном виде

Задані матриці

$a := 1 \quad b := 2 \quad c := 3 \quad m := 4 \quad k := 5 \quad n := 6 \quad M := \begin{pmatrix} c-b & a \end{pmatrix}$

$$A := \begin{bmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & -c & -a \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} -c & a \\ -b & -c \\ a & b \end{bmatrix} \quad D := \begin{bmatrix} c-b \\ a \\ c-a \end{bmatrix} \quad C := \begin{bmatrix} -c & b \\ a & n \end{bmatrix} \quad K := \begin{bmatrix} m & c & -n \\ n & -b & -m \\ -k & a & c \end{bmatrix}$$

Знайти

а) $A + n\cdot K = \begin{bmatrix} 25 & 20 & -33 \\ 39 & -11 & -22 \\ -28 & 3 & 17 \end{bmatrix}$ б) $A\cdot B = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -9 & 4 \\ -1 & 9 \end{bmatrix}$ в) $A^2 = \begin{bmatrix} 13 & -5 & 4 \\ 10 & 1 & 9 \\ -9 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

г) $A\cdot D = \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \\ -3 \end{bmatrix}$ д) $D\cdot M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ е) $A^{-1} = \begin{bmatrix} -0.357 & 0.5 & -0.071 \\ -0.5 & 0.5 & -0.5 \\ 0.786 & -0.5 & 0.357 \end{bmatrix}$

ж) ранг матриці A $\quad \mathrm{rank}(A) = 3$

Обчислити в символьному вигляді

а) транспонування матриці $\begin{bmatrix} -c & a \\ -b & -c \\ a & b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -c & -b & a \\ a & -c & b \end{bmatrix}$

б) інвертування матриці $\begin{bmatrix} -c & b \\ a & n \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{-n}{(n\cdot c + a\cdot b)} & \frac{b}{(n\cdot c + a\cdot b)} \\ \frac{a}{(n\cdot c + a\cdot b)} & \frac{c}{(n\cdot c + a\cdot b)} \end{bmatrix}$

в) знайти детермінант матриці $\begin{bmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & -c & -a \end{bmatrix} \Rightarrow -a^3 + a\cdot c\cdot b - c^3 + b^3$

г) знайти обернену матрицю $\begin{bmatrix} b & 0 & n & 0 \\ n & 0 & n & c \\ n & 0 & n & 0 \\ n & a & n & b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{(b-n)} & 0 & \frac{-1}{(b-n)} & 0 \\ 0 & \frac{-b}{(a\cdot c)} & \frac{(b-c)}{(a\cdot c)} & \frac{1}{a} \\ \frac{-1}{(b-n)} & 0 & \frac{b}{(n\cdot(b-n))} & 0 \\ 0 & \frac{1}{c} & \frac{-1}{c} & 0 \end{bmatrix}$

Рисунок 23 – Результаты вычисления матриц

Контрольные вопросы

1 Як можно создать матрицу и вектор?
2 Какие действия выполняются с матрицами?
3 Как определяются элементы матрицы?

Практическая работа №3
Нахождение решений системы линейных уравнений в MathCad

Цель работы: нахождение решений системы линейных уравнений в программе MathCad .

Указания к выполнению практической работы:

I Найти решение системы линейных уравнений с использованием функции *soln.*

1 Запустить программу MathCad.

2 Создать матрицу А из коэффициентов при неизвестных.

3 Создать вектор b из свободных членов.

4 Обратиться к встроенной программе решения линейных уравнений *soln* и записать $soln_1 := A^{-1} \cdot b$.

5 Получить решение линейного уравнения у векторному виде

$$soln_1 = \begin{vmatrix} \\ \ldots \end{vmatrix}.$$

II Найти решение системы линейных уравнений с использованием так званого «блоку решений».

1 Задать начальные значения переменным, которые есть в уравнении.

2 Ввести ключевое слово *given* (дано), с которого начинается блок решений.

3 Записать уравнение, используя знак логического равенства между правой и левой частью уравнения из панели управления Evaluation (Выражения).

4 Ввести ключевое слово *find* (найти), которым заканчивается блок решений.

III Найти решение вышеприведенной системы уравнений с использованием функции *lsolve.*

1Создать матрицу А из коэффициентов при неизвестных.

2 Создать вектор b из свободных членов.

4 Обратиться к встроенной программе решения линейных уравнений *lsolve* и записать *lsolve(A,b).*

5 Получить результат решения линейного уравнения в векторном виде

$$lsolve := \begin{vmatrix} \\ \ldots \end{vmatrix}.$$

IV Найти приближенное решение с использованием функции $minerr(x1,\ldots)$.

1 Задать приближение последовательно для значений переменной x1, x2,… xn.

2 Ввести ключевое слово *given* (дано), с которого начинается блок решений.

3 Записать систему уравнений, используя знак логического равенства между правой и левой частями каждого уравнения.

4 Обратиться к функции *minerr*(*x*1,x2,..). Значения неизвестных будут найдены.

Таблица 3.1 – Варианты заданий к практической работе № 3

№ варианта	Коэффициенты при неизвестных				Свободные члени
	a_{11} a_{21} a_{31} a_{41}	a_{12} a_{22} a_{23} a_{24}	a_{13} a_{23} a_{33} a_{34}	a_{14} a_{24} a_{34} a_{44}	$в_1$ $в_2$ $в_3$ $в_4$
1	2	3	4	5	6
1	9	5	7	4	0
	4	6	7	8	6
	5	8	6	7	3
	5	6	7	8	7
2	9	6	3	8	3
	4	6	7	4	1
	2	3	5	3	4
	4	8	3	7	2
3	2	3	2	5	3
	5	2	5	7	2
	4	2	7	1	3
	7	5	1	4	2
4	1	4	2	5	8
	4	4	5	3	6
	1	2	6	8	7
	3	7	3	2	9
5	9	6	3	8	3
	4	6	7	4	8
	2	3	5	3	5
	4	8	3	7	9
6	2	4	7	4	2
	4	1	6	2	0
	8	3	6	7	3
	6	3	5	7	1
7	3	3	4	7	3
	2	6	4	6	4
	3	4	5	6	8
	1	9	3	5	2

Продолжение табл.3.1

1	2	3	4	5	6
8	2	1	5	2	1
	5	2	2	6	3
	2	2	1	2	0
	1	3	3	1	2
9	7	6	2	7	3
	4	9	5	5	2
	2	3	4	4	0
	1	5	6	6	2
10	3	6	5	2	3
	4	6	3	5	0
	2	3	2	6	4
	2	4	3	6	3
11	0,12	-0,43	0,14	0,64	-0,17
	-0,07	0,34	-0,72	0,32	0,62
	1,18	-0,08	-0,25	0,43	1,12
	1,17	0,53	-0,84	-0,53	1,15
12	0,12	-0,43	0,14	0,64	-0,17
	-0,07	0,34	-0,72	0,32	0,62
	1,18	-0,08	-0,25	0,43	1,12
	1,17	0,53	-0,84	-0,53	1,15
13	3,7	5,6	9,5	2	13
	4	3,36	31,1	1,5	0
	2	7,93	4,2	6,3	4,4
	2	42,7	3,7	6,2	3
14	1,3	1,6	5	2,2	3
	4,4	6,7	13	2,5	0
	2,8	0,73	12	67,8	4
	2	3,4	13	6	3
15	5,3	1,6	5,5	2	3,3
	4,1	6,4	3,9	5	0
	2,1	3,3	2,04	6	4,9
	2	4	3	6	3,1
16	3	6	5	0,2	3
	4	6	8,3	5,3	0
	2	3	2,6	6,1	4,1
	2	4	0,93	6	3,8
17	3	6	5	2	34,7
	4	6	3,6	5	0
	2	3,4	2	6	4,2
	2	44,7	3	6	3

Продолжение табл.3.1

1	2	3	4	5	6
18	3	6	5,1	0,2	4
	4	6	3,4	5,34	3
	2	3	2,7	6,7	4
	2	4	3,3	6	7
19	23	6	5	2,5	1,3
	4	6	3	5,2	0,78
	12	3	2	6,11	4,2
	12	4	3	6,78	3,76
20	1	5	5	2,3	3
	8	2	3,4	2,5	0
	6	3	0,2	6	4
	2	4	3	5	3
21	3	6	1,25	2	3
	2	5	3,3	8,2	2
	5	2	1,2	2	4
	2	4	1,3	9	2
22	1	6	5,9	2	3
	7	6,6	3	5	0
	3	3,3	2,1	6	2
	2	4,8	3	6	8
23	3	16	5	12	3
	0,4	6	13	5	0
	2	3	2	6	14
	0,2	4	3	16	3
24	1,3	16	1,5	2,22	3,2
	5	8	3,4	5,55	1,3
	3	3,3	2,2	6,77	4
	2	4,9	3,6	6,88	3
25	3	6	15	2	3
	4	6	3	5	0,4
	2	3	12	6	14
	2	4	3	6	0,3
26	3,3	7,6	5,5	2	3
	5,4	7	13	5	0
	9,2	4	2	6	4
	3,2	4	3	6	3
27	3	6	5	2	3
	0,44	9	3	5	0
	2	2	2	6	4
	0,67	5	3	6	3

Продолжение табл.3.1

1	2	3	4	5	6
28	3,35	3	5,3	2	3
	4,22	6,7	3,5	5	0
	2,8	3,8	2,9	6	4
	2,34	4	3,44	6	3
29	3	6	5,23	2	3
	4	6	11	5	0
	2	3	18	6	4
	2	4	13	6	3
30	13,4	6,33	5,1	2,11	3,33
	4,66	6,1	3,33	5,44	0,11
	2,22	6	2,55	6,33	4,44
	2,98	8	3,78	6,11	3,33

Пример

I Найти решение системы уравнений с использованием функции *soln*

$$\begin{cases} 2\cdot x - y + 2\cdot z = 1 \\ 2\cdot x - y + 3\cdot z = 1 \\ 5\cdot x - y + 4\cdot z = -3. \end{cases}$$

1 Создать матрицу A

$$A:=\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 5 & -1 & 4 \end{vmatrix}.$$

2 Создать вектор b

$$b:=\begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{vmatrix}.$$

3 Найти решение системы, используя функцию *soln*

$$soln_1 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 5 & -1 & 4 \end{vmatrix}^{-1} \cdot \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{vmatrix}.$$

4 Результат решения

$$A := \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 5 & -1 & 4 \end{bmatrix} \qquad b := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$soln_1 := A^{-1} \cdot b \qquad soln_1 = \begin{bmatrix} -1.333 \\ -3.667 \\ 0 \end{bmatrix}$$

II Найти решение вышеприведенной системы уравнений с использованием так званого «блоку решений»

1 Задать начальные значения переменным, которые присутствуют в уравнении

$$x=0;\ y=0;\ z=0.$$

2 Ввести ключевое слово *given* (дано), с которого начинается блок решений.

3 Записать уравнение, используя знак логического равенства между правой и левой частями уравнения из панели управления Evaluation (Выражения).

$$\begin{cases} 2 \cdot x - y + 2 \cdot z = 1 \\ 2 \cdot x - y + 3 \cdot z = 1 \\ 5 \cdot x - y + 4 \cdot z = -3. \end{cases}$$

4 Ввести ключевое слово *find* (найти), которым заканчивается блок решений.

find(x,y,z) =

5 Результат решения

$$x := 0 \qquad y := 0 \qquad z := 0$$

given

$$2 \cdot x - y + 2 \cdot z = 1$$

$$2 \cdot x - y + 3 \cdot z = 1$$

$$5 \cdot x - y + 4 \cdot z = -3 \qquad \text{find}(x,y,z) = \begin{bmatrix} -1.333 \\ -3.667 \\ 0 \end{bmatrix}$$

III Найти решение вышеприведенной системы уравнений с использованием функции *lsolve*.

1 Создать матрицу А

$$A := \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 5 & -1 & 4 \end{vmatrix}.$$

2 Создать вектор b

$$b := \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{vmatrix}.$$

3 Найти решение системы, используя функцию *lsolve*:

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 5 & -1 & 4 \end{pmatrix} \qquad b := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{lsolve}(A, b) = \begin{pmatrix} -1.333 \\ -3.667 \\ 0 \end{pmatrix}$$

IV Найти решение вышеприведенной системы уравнений с использованием функции *minerr (x,y,z).*

1 Задать начальные условия для неизвестных, например, x=1,y=1,z=1.

2 Ввести ключевое слово *given* (дано), с которого начинается блок решений.

3 Записать уравнения, используя знак логического равенства между правой и левой частью уравнения из панели.

4 Обратиться к функции *minerr (x,y,z).* Решение системы уравнений будет найдено.

$$x := 1 \qquad z := 1 \qquad y := 1$$

given

$$2 \cdot x - y + 2 \cdot z = 1$$

$$2 \cdot x - y + 3 \cdot z = 1$$

$$5 \cdot x - y + 4 \cdot z = -3$$

$$\mathrm{minerr}(x, y, z) = \begin{pmatrix} -1.333 \\ -3.667 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Контрольные вопросы

1 Какие встроенные функции позволяют найти решение системы линейных уравнений?

2 В каком виде представляются результаты решения системы линейных уравнений?

Практическая работа №4
Нахождение решений системы нелинейных уравнений в MathCad

Цель работы: нахождение решений системы нелинейных уравнений в программе MathCad .

Указания к выполнению практической работы:

I Найти решение системы нелинейных уравнений с использованием так называемого "блока решений".

1 Задать начальные значения переменным, которые есть в уравнении.

2 Ввести ключевое слово *given* (дано), из которого начинается блок решений.

3 Записать уравнение, используя знак логического равенства между правой и левой частями уравнения из панели управления.

4 Ввести ключевое слово *find* (найти), которым заканчивается блок решений.

II. Найти приближенное решение с использованием функции *minerr(x1,...).*

1 Задать приближение последовательно для значений переменной x1, x2,... xn.

2 Ввести ключевое слово *given* (дано), из которого начинается блок решений.

3 Записать систему уравнений, используя знак логического равенства между правой и левой частями каждого уравнения.

4 Обратиться к функции *minerr(x1,x2,..).* Значение неизвестных будет найдено.

Таблица 4.1 – Варианты задания к практической работе №4

№ варианта	Система уравнений	№ варианта	Система уравнений
1	2	3	4
1	$\begin{cases} 2x^2 + 5y^2 = 3 \\ 5x + 9y = 3 \end{cases}$	2	$\begin{cases} 3x^2 + 4y^2 = 4 \\ 3x + 4y = 2 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 5x^2 + 2y^2 = 4 \\ 2x + 7y = 1 \end{cases}$	4	$\begin{cases} 4x^2 + 5y^2 = 3 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 5x^2 + 6y^2 = 3 \\ 7x + 3y = 1 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 3x^2 + 5y^2 = 3 \\ 5x + 7y = 2 \end{cases}$
7	$\begin{cases} 7x^2 + 6y^2 = 3 \\ 5x + 3y = 2 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 5x^2 + 6y^2 = 3 \\ 3x + 7y = 2 \end{cases}$

9	$\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 2 \\ 2x + 7y = 3 \end{cases}$	10	$\begin{cases} 5x^2 + y^2 = 3 \\ 3x + 5y = 2 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 5 \\ 7x + y = 4 \end{cases}$	12	$\begin{cases} 8x^2 + 6y^2 = 4 \\ 2x + 2y = 3 \end{cases}$
13	$\begin{cases} 4x^2 + 3y^2 = 7 \\ 8x + 2y = 6 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 3x^2 + 4y^2 = 9 \\ 6x + 3y = 7 \end{cases}$
15	$\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 3 \\ 5x + 4y = 7 \end{cases}$	16	$\begin{cases} 4x^2 + y^2 = 9 \\ x + y = 3 \end{cases}$
17	$\begin{cases} 2x^2 + 7y^2 = 5 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$	18	$\begin{cases} 6x^2 + 7y^2 = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$
19	$\begin{cases} 3x^2 + y^2 = 5 \\ 7x + 3y = 6 \end{cases}$	20	$\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 4 \\ 8x + 7y = 5 \end{cases}$
21	$\begin{cases} 4x^2 + 2y^2 = 7 \\ 9x + y = 6 \end{cases}$	22	$\begin{cases} 5x^2 + 3y^2 = 6 \\ x + 4y = 3 \end{cases}$
23	$\begin{cases} 9x^2 + 7y^2 = 3 \\ 5x + y = 4 \end{cases}$	24	$\begin{cases} 6x^2 + y^2 = 4 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$
25	$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 7 \\ 4x + 5y = 3 \end{cases}$	26	$\begin{cases} 2x^2 + 9y^2 = 5 \\ x + 6y = 7 \end{cases}$
27	$\begin{cases} 3x^2 + 4y^2 = 9 \\ 9x + y = 3 \end{cases}$	28	$\begin{cases} 5x^2 + y^2 = 1 \\ 3x + 4y = 8 \end{cases}$
29	$\begin{cases} 3x^2 + 8y^2 = 7 \\ 6x + 5y = 4 \end{cases}$	30	$\begin{cases} 5x^2 + 9y^2 = 3 \\ 2x + 8y = 4 \end{cases}$

Пример

Найти решение системы нелинейных уравнений с использованием так называемого «блока решений».

1 Задать начальные значения переменным, которые есть в уравнении

x=1; y=1.

2 Ввести ключевое слово *given* (дано), с которого начинается блок решений.

3 Записать уравнения, используя знак логического равенства между правой и левой частью уравнения из панели управления

$$\begin{cases} 2x^2 + 5y^2 = 3 \\ 5x + 9y = 3 \end{cases}$$

4 Ввести ключевое слово *find* (найти), которым заканчивается блок решений.

find(x,y) =

5 Результат решения

$x := 1 \qquad y := 1$

Given

$2 \cdot x^2 + 5 \cdot y^2 = 3$

$5 \cdot x + 9 \cdot y = 3$

$$\mathrm{Find}(x, y) = \begin{bmatrix} -0.609 \\ 0.672 \end{bmatrix}$$

II Найти приближенное решение с использованием функции *minerr*(*x*1,…).

1 Задать приближения последовательно для значений переменной x=1, y=1.

2 Ввести ключевое слово *given* (дано), с которого начинается блок решений.

3 Записать систему уравнений, используя знак логического равенства между правой и лево частью каждого уравнения.

4 Обратится к функции *minerr*(*x*,y.). Значение неизвестных будет найдено.

$x := 1 \quad y := 1$

given $\quad 2 \cdot x^2 + 5 \cdot y^2 = 3$

$5 \cdot x + 9 \cdot y = 3 \qquad \mathrm{minerr}(x, y) = \begin{pmatrix} -0.609 \\ 0.672 \end{pmatrix}$.

Контрольные вопросы

1 Какие встроенные функции позволяют найти решение системы нелинейных уравнений?

2 В каком виде представляются результаты решения системы нелинейных уравнений?

3 Нужно ли задавать начальные приближения при решении системы нелинейных уравнений?

Практическая работа № 5
Символьные действия математического анализа в MathCad

Цель работы: определение неопределенных и определенных визначених интегралов и производных в программе MathCad с использованием символьных операций.

Указания к выполнению практической работы:

1 Запустить программу MathCad.

2 Записать на рабочем листе в соответствии с номером варианта формулы для определения неопределенных интегралов, определенных интегралов, производных первого порядка. От производных первого порядка определить производные второго, третьего порядков.

3 Применить последовательно к каждой функции команды меню Symbolic/Simplify, отметив последовательно каждую из функций.

Таблица 5.1 – Варианты задания к практической работе №5

Номер варианта	Неопределенные интегралы	Определенные интегралы	Производные
1	2	3	4
1	$\int \frac{x^4 - 3\cdot x^2 + 5\cdot\sqrt[3]{x} - 7\cdot x + 6}{\sqrt[3]{x}}\,dx$	$\int_0^{\pi} \sin(x)\,dx$	$\frac{d}{dx}\left[(x+1)^2\cdot(x-2)^3\right]$
2	$\int \left[\frac{\left(1+\sqrt{x}\right)^3}{\sqrt{x}}\right]dx$	$\int_0^1 e^{k\cdot x}\,dx$	$\frac{d}{dx}(\sin(x) + \cos(x) + \tan(x))$
3	$\int \cos(4\cdot x)^5\cdot\sin(4\cdot x)\,dx$	$\int_{-1}^{1} \frac{1}{1+x^2}\,dx$	$\frac{d}{dx}\left(e^x + \ln(x) - \operatorname{asin}(x) + \sqrt[3]{x}\right)$
4	$\int \frac{x^2}{\left(4\cdot x^3 + 9\right)^4}\,dx$	$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(x)}{\cos(x)^2}\,dx$	$\frac{d}{dx}\left(2^x\cdot\sin(x) + e^{3\cdot x}\right)$
5	$\int \frac{\cos\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\,dx$	$\int_1^2 \frac{1}{x\cdot\left(1+x^4\right)}\,dx$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{10}{\tan(x)} + 5\cdot\ln(x) + 6\cdot\operatorname{acos}(x) + 2\cdot\sqrt[4]{x}\right)$
6	$\int \frac{1}{\sin(x)^2\cdot\cos(x)^2}\,dx$	$\int_3^{10} \frac{1}{(x-1)\cdot\sqrt{x+6}}\,dx$	$\frac{d}{dx}\left(\sin\left(x^2\right) + \tan(x)\right)$

Продолжение табл. 5.1

1	2	3	4
7	$\int \frac{1}{1+\sin(x)}\,dx$	$\int_0^{\infty} \frac{x}{(1+x)^3}\,dx$	$\frac{d}{dx}\left[e^{(\tan(x))^2}\right]$
8	$\int \cos(\ln(x))\cdot\frac{1}{x}\,dx$	$\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}\,dx$	$\frac{d}{dx}\left[\frac{\sqrt[4]{\ln(\sin(x)+2)}}{(\tan(x))^3}\right]$
9	$\int \frac{1}{\cos(x)^2}\,dx$	$\int_0^{1} \ln(x)\,dx$	$\frac{d}{dx}\left(2^x\cdot\sin(x)+e^{3\cdot x}\right)$
10	$\int \frac{\sin(x)}{\cos(x)^2}\,dx$	$\int_0^{1} \frac{\operatorname{asin}(x)}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{10}{\tan(x)}+5\cdot\ln(x)+6\cdot\operatorname{acos}(x)+2\cdot\sqrt[4]{x}\right)$
11	$\int \frac{1}{\sin(x)\cdot\cos(x)}\,dx$	$\int_0^{1} e^x\,dx$	$\frac{d}{dx}\left(\sin\left(x^2\right)+\tan(x)\right)$
12	$\int \frac{x+3}{x^2+2}\,dx$	$\int_0^{2\cdot\pi} 4\cdot a^2\cdot(1-\cos(\phi))^2\,d\phi$	$\frac{d}{dx}\left[e^{(\tan(x))^2}\right]$
13	$\int \frac{\cos(x)}{5+\sin(x)^2}\,dx$	$\int_{-1}^{1} \frac{1}{1+x^2}\,dx$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{10}{\tan(x)}+5\cdot\ln(x)+6\cdot\operatorname{acos}(x)+2\cdot\sqrt[4]{x}\right)$
14	$\int \frac{1}{\sqrt{7-8\cdot x^2}}\,dx$	$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(x)}{\cos(x)^2}\,dx$	$\frac{d}{dx}\left(\sin\left(x^2\right)+\tan(x)\right)$
15	$\int \frac{\sin(2\cdot x)}{\sqrt{5-3\cdot\sin(x)^4}}\,dx$	$\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}\,dx$	$\frac{d}{dx}\left[e^{(\tan(x))^2}\right]$
16	$\int \frac{1}{x\cdot\sqrt{x^2-a^2}}\,dx$	$\int_0^{1} \ln(x)\,dx$	$\frac{d}{dx}\left[\frac{\sqrt[4]{\ln(\sin(x)+2)}}{(\tan(x))^3}\right]$
17	$\int \frac{1}{\sin(x)^4\cdot\cos(x)^2}\,dx$	$\int_0^{1} \frac{\operatorname{asin}(x)}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$	$\frac{d}{dx}\left(e^x+\ln(x)-\operatorname{asin}(x)+\sqrt[3]{x}\right)$
18	$\int \ln(x)^2\,dx$	$\int_0^{1} e^x\,dx$	$\frac{d}{dx}\left(2^x\cdot\sin(x)+e^{3\cdot x}\right)$

Продолжение табл. 5.1

1	2	3	4
19	$\int \frac{1}{x^2-9\cdot x+25}dx$	$\int_0^{2\cdot\pi} 4\cdot a^2\cdot(1-\cos(\phi))^2 d\phi$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{10}{\tan(x)}+5\cdot\ln(x)+6\cdot\operatorname{acos}(x)+2\cdot\sqrt[4]{x}\right)$
20	$\int \frac{3\cdot x+4}{x^2+7\cdot x+14}dx$	$\int_0^1 e^{k\cdot x}dx$	$\frac{d}{dx}\left(\sin\left(x^2\right)+\tan(x)\right)$
21	$\int \frac{1}{\left(3\cdot x^2+x+7\right)^2}dx$	$\int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2}dx$	$\frac{d}{dx}\left[e^{(\tan(x))^2}\right]$
22	$\int \frac{x^2+x-1}{x^3\cdot(x-2)^2}dx$	$\int_0^{\pi} \sin(x)dx$	$\frac{d}{dx}\left[\frac{\sqrt[4]{\ln(\sin(x)+2)}}{(\tan(x))^3}\right]$
23	$\int \frac{x^4+5\cdot x^3-7\cdot x^2+5}{x^3-x^2+5\cdot x-5}dx$	$\int_0^1 e^{k\cdot x}dx$	$\frac{d}{dx}\left[(x+1)^2\cdot(x-2)^3\right]$
24	$\int \frac{1}{1-x^4}dx$	$\int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2}dx$	$\frac{d}{dx}(\sin(x)+\cos(x)+\tan(x))$
25	$\int \sin\left(\frac{3\cdot x}{4}\right)\cdot\cos\left(\frac{x}{4}\right)dx$	$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(x)}{\cos(x)^2}dx$	$\frac{d}{dx}\left(e^x+\ln(x)-\operatorname{asin}(x)+\sqrt[3]{x}\right)$
26	$\int \sin(2\cdot x)\cdot\cos(5\cdot x)\cdot\sin(9\cdot x)dx$	$\int_1^2 \frac{1}{x\cdot\left(1+x^4\right)}dx$	$\frac{d}{dx}\left(2^x\cdot\sin(x)+e^{3\cdot x}\right)$
27	$\int \sin(x)^4\cdot\cos(x)^3dx$	$\int_3^{10} \frac{1}{(x-1)\cdot\sqrt{x+6}}dx$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{10}{\tan(x)}+5\cdot\ln(x)+6\cdot\operatorname{acos}(x)+2\cdot\sqrt[4]{x}\right)$
28	$\int \sin(x)^2\cdot\cos(x)^5dx$	$\int_0^{\infty} \frac{x}{(1+x)^3}dx$	$\frac{d}{dx}\left(\sin\left(x^2\right)+\tan(x)\right)$
29	$\int \frac{\sin(x)^5}{\cos(x)^4}dx$	$\int_0^1 \ln(x)dx$	$\frac{d}{dx}\left[e^{(\tan(x))^2}\right]$
30	$\int \cos(x)^6dx$	$\int_0^1 \frac{\operatorname{asin}(x)}{\sqrt{1-x^2}}dx$	$\frac{d}{dx}\left[\frac{\sqrt[4]{\ln(\sin(x)+2)}}{(\tan(x))^3}\right]$

Примеры

1 Найти неопределенный интеграл $\displaystyle\int \frac{1}{(x^2-10)\cdot\sqrt{x^2-10}}\,dx$.

Результат $\dfrac{-1}{10}\cdot\dfrac{x}{\sqrt{x^2-10}}$:

2 Найти определенный интеграл $\displaystyle\int_0^1 \frac{\operatorname{asin}(x)}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$.

Результат $\dfrac{1}{8}\cdot\pi^2$.

3 Найти производные первого порядка $\dfrac{d}{dx}2^x\cdot\sin(x)$.

Результат $2^x\cdot\ln(2)\cdot\sin(x)+2^x\cdot\cos(x)$.

4 Найти производные высокого порядка $\dfrac{d^4}{dx^4}\left(\dfrac{x^3}{x^2-4}\right)$.

Результат $96\cdot x\cdot\dfrac{\left(x^4+40\cdot x^2+80\right)}{\left(x^2-4\right)^5}$

$$\int_a^b x^5\,dx \text{ simplify } \rightarrow \frac{1}{6}\cdot b^6-\frac{1}{6}\cdot a^6$$

$$\frac{d^4}{dx^4}\left(a\cdot x^8-b\cdot x^6\right) \text{ simplify } \rightarrow 1680\cdot a\cdot x^4-360\cdot b\cdot x^2$$

Контрольные вопросы

1 Как найти в символьном виде определенные и неопределенные интегралы?

2 Можно ли применять символьные операции к интегралам по области, к трехмерным интегралам, к контурным интегралам?

3 Можно ли в символьному виде найти производные высоких порядков?

Практическая работа №6
Вычисление производных в задачах геометрии и частных производных

Цель работы: вычисление производных в задачах геометрии и нахождение частных производных высоких порядков в программе MathCad .

Указания к выполнению практической работы:

I Составить уравнение касательной и нормали к линии, которая задана уравнением y(x)=f(x) в точке M(x0,y0).

1 Задать значения x0 и y0 в точке M.

2 Записать уравнение линии y(x).

3 Определить производную от функции y(x) $\frac{d}{dx}y(x)\rightarrow$, использовав панель вычислений и панель символов. Присвоить значение производной функции yy(x): = $\frac{d}{dx}y(x)$.

4. Записать уравнение касательной у виде

$$\mathrm{tang}(x) := yy(x0)\cdot(x - x0) + y0,$$

5. Аналогично записать уравнение нормали $\mathrm{norm}(x) := \frac{-1}{yy(x0)}\cdot(x - x0) + y0$

6. Построить графики касательной и нормали.

7 Отформатировать графики.

II Выполнить числовое и символьное вычисление частных производных высшего порядка от функции трех переменных.

1 Записать функцию, от которой будут вычисляться производные второго порядка.

2 Обратиться к панели вычислений и выбрать оператор дифференцирования.

3 В соответствующем месте заполнения оператора записать функцию, переменную для дифференцирования и порядок дифференцирования.

4 Нажать правой кнопкой мыши на знак оператора дифференцирования и в контекстному меню выбрать View Derivative As (Показать производную как), установить флажок Partial Derivative (Частная производная).

5 Отметить оператор дифференцирования и обратиться к панели Символика/Вычислить/В символах.

6 Задать числовые значения для переменных, от которых вычисляется производная.

7 Вычислить числовые значения производных.

Таблица 6.1 – Варианты заданий к практической работе №6

Номер варианта	Функция f(x) для определения касательной и нормали	Точка M (x0,y0) для определения касательной и нормали	Функция f(x,y,z) для вычисления частной производной	Точка M (x0,y0,z0) для числового вычисления частной производной
1	2	3	4	5
1	$x^2 -3x+5$	(2,3)	$x^2 -3x^3y-4y^2+2y-z^3$	(0,1,2)
2	$x^2 +2x+6$	(-1.1)	$z^2e^{x*x+y*y}$	(0,0,0)
3	x^3-3x^2	(3,1)	$x\cos(y)+yz^4$	(1,0,0)
4	0.5x-sin(x)	(0, π/3)	$z\,ln(x^2-y^2)$	(3,1,3)
5	$(x-5)e^x$	(4,0)	$z\sin(xy)+z^2$	(1,1,1)
6	$1-(x-2)^{4/5}$	(2,1)	$x^2 +2y^2-3xy-4z^2$	(0,0,0)
7	x^5+5x-6	(0,-1)	$zx\cdot ln(y)+xy^2z$	(0,2,1)
8	$(x^3+4)/x^2$	(2,3)	y(x-zcos(x))	(0,0,0)
9	$\sqrt[3]{1-x^3}$	(0,1)	sin(x)(cos(z)+cos(y))	(1,0,0)
10	$\sin^2(x)$	(0.5,0.5)	$x^4yz+\sin(y)$	(2,1,0)
11	$x^2-0.5x^4$	(0,0)	$(x-y^2)*(z^3-x)$	(1,1,1)
12	x^3-3x^2	(0, π/3)	$x^2 -3x^3y-4y^2+2y-z^3$	(0,1,2)
13	0.5x-sin(x)	(4,0)	$z^2e^{x*x+y*y}$	(0,0,0)
14	$(x-5)e^x$	(2,1)	$x\cos(y)+yz^4$	(1,1,1)
15	$1-(x-2)^{4/5}$	(2,1)	$z\,ln(x^2-y^2)$	(3,1,3)
16	x^5+5x-6	(0,-1)	$z\sin(xy)+z^2$	(1,1,1)
17	0.5x-sin(x)	(0, π/3)	$x^2 +2y^2-3xy-4z^2$	(0,0,0)
18	$(x-5)e^x$	(4,0)	$zx\cdot ln(y)+xy^2z$	(0,2,1)

Продолжение табл. 6.1

1	2	3	4	5
19	$1-(x-2)^{4/5}$	(2,1)	y(x-zcos(x))	(0,0,0)
20	x^5+5x-6	(0,-1)	sin(x)(cos(z)+cos(y))	(1,0,0)
21	$(x^3+4)/x^2$	(2,3)	$zx\cdot ln(y)+xy^2z$	(0,2,1)
22	x^3-3x^2	(3,1)	y(x-zcos(x))	(0,0,0)
23	0.5x-sin(x)	(0, π/3)	sin(x)(cos(z)+cos(y))	(1,0,0)
24	$(x-5)e^x$	(4,0)	$x^4yz+\sin(y)$	(2,1,0)
25	$1-(x-2)^{4/5}$	(2,1)	$(x-y^2)*(z^3-x)$	(1,1,1)
26	x^5+5x-6	(0,-1)	$x^2 -3x^3y-4y^2+2y-z^3$	(0,1,2)
27	$(x^3+4)/x^2$	(2,3)	$z^2e^{x*x+y*y}$	(0,0,0)
28	$\sqrt[3]{1-x^3}$	(0,1)	$x\cos(y)+yz^4$	(1,0,0)
29	$\sin^2(x)$	(0.5,0.5)	$z\,ln(x^2-y^2)$	(3,1,3)
30	$x^2-0.5x^4$	(0,0)	$z\sin(xy)+z^2$	(1,1,1)

Пример

I Составить уравнение касательной и нормали к линии, которая задана уравнением $y(x)=x^4 -3x^3+4x^2-5x+1$ в точке M(0,1).

1 Задать значения x0 и y0 в точке M: x0:=0, y0:=1.

2 Записать уравнения лини $y(x):= x^4 -3x^3+4x^2-5x+1$.

3 Определить производную от функции y(x) $\frac{d}{dx}y(x)\rightarrow$, использовав панель вычислений и панель символов. Присвоить значение производной функции yy(x): = $\frac{d}{dx}y(x)$.

4 Записать уравнение касательной в виде

$$\mathrm{tang}(x) := yy(x0)\cdot(x-x0) + y0,$$

$$\mathrm{tang}(x) \rightarrow -5\cdot x+1.$$

5 Аналогично записать уравнение нормали

$$\mathrm{norm}(x) := \frac{-1}{yy(x0)}\cdot(x-x0) + y0$$

$$norm(x) \to \frac{1}{5}\cdot x + 1$$

6 Построить графики касательной и нормали.
7 Отформатировать графики.

$$x0 := 0 \qquad y0 := 1$$

$$y(x) := x^4 - 3\cdot x^3 + 4\cdot x^2 - 5\cdot x + 1 \qquad \frac{d}{dx}y(x) \to 4\cdot x^3 - 9\cdot x^2 + 8\cdot x - 5$$

$$yy(x) := \frac{d}{dx}y(x)$$

$$tang(x) := yy(x0)\cdot(x - x0) + y0 \qquad tang(x) \to -5\cdot x + 1$$

$$norm(x) := \frac{-1}{yy(x0)}\cdot(x - x0) + y0 \qquad norm(x) \to \frac{1}{5}\cdot x + 1$$

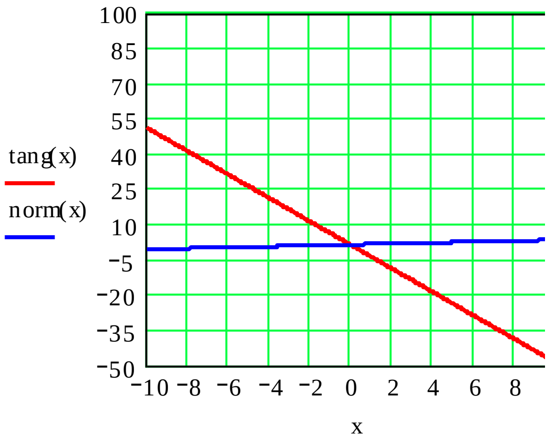


Рисунок 24- График касательной и нормали

II Записать функцию, от которой будут вычисляться производные второго порядку

$$f(x, y, z) := x^2 e^x + z - y\cdot z$$

2 Обратиться к панели вычислений и выбрать оператор дифференцирования $\frac{d^{\blacksquare}}{d\blacksquare^{\blacksquare}}$.

3 В соответствующие места заполнения оператора записать функцию, переменную для дифференцирования и порядок дифференцирования.

4 Нажать правой кнопкой мыши на знак оператора дифференцирования и в контекстному меню выбрать View Derivative As (Показать производную как), установить флажок Partial Derivative (Частная производная) (рис.25):

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(x^2 e^x + z - y\cdot z\right), \quad \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(x^2 e^x + z - y\cdot z\right), \quad \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(x^2 e^x + z - y\cdot z\right).$$

5 Отметить оператор дифференцирования и обратиться к панели Символика/Вычислить/В символах.

6 Задать числовые значения для переменных, от которых вычисляется производная x:=1, y:=1, z:=1.

7 Вычислить числовые значения производных.

$$f(x,y,z) := x^2 e^x + z - y \cdot z$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(x^2 e^x + z - y \cdot z\right) \qquad 2 \cdot \exp(x) + 4 \cdot x \cdot \exp(x) + x^2 \cdot \exp(x)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(x^2 e^x + z - y \cdot z\right) \qquad 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(x^2 e^x + z - y \cdot z\right) \qquad 0$$

$$px2 := 2 \cdot \exp(x) + 4 \cdot x \cdot \exp(x) + x^2 \cdot \exp(x) \quad x := 1 \qquad y := 1 \qquad z := 1$$

$$px2 := 2 \cdot \exp(x) + 4 \cdot x \cdot \exp(x) + x^2 \cdot \exp(x)$$

$$px2 = 19.028$$

$$py2 := 0 \qquad py2 = 0$$

$$pz2 := 0 \qquad pz2 = 0$$

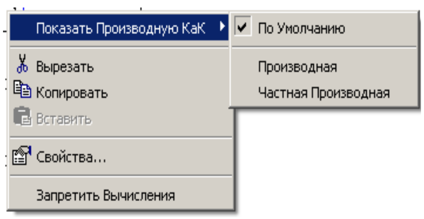


Рисунок 25 – Диалоговое окно Показать производную

Контрольные вопросы

1 Як найти касательную к любой кривой в MathCad?

2 Як найти нормаль к любой кривой в MathCad?

3 Як выполнить символьные вычисления частных производных высокого порядка?

4 Як выполнить числовые вычисления частных производных высокого порядка?

Практическая работа №7
Вычисление интегралов в задачах геометрии и механики

Цель работы: вычисление интегралов в задачах геометрии и механики в программе MathCad .

Указания к выполнению практической работы:

I Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной заданными линиями.

1 Записать уравнение кривых, которые ограничивают площадь плоской фигуры.

2 Найти точки их пересечения, для того чтобы использовать их у двукратном интегрировании.

3 Обратиться на панели Символы к функции *simplify*.

4 Ввести оператор интегрирования. В соответствующих местах заполнить имя первой переменной и границы интегрирования.

5 На месте ввода функции под интегралом ввести еще один оператор интегрирования, границы интегрирования и подынтегральную функцию

$$S = \iint_D dxdy.$$

II Вычислить координаты центру тяжести пластины.

1 Записать уравнения кривых, которые описывают область D пластины.

2 Найти точки их пересечения, для того чтобы использовать их в двукратном интегрировании.

3 Найти площадь S однородной пластинки через двойной интеграл.

3.1 Обратиться на панели Символы к функции *simplify*.

3.2 Ввести оператор интегрирования. В соответствующих местах заполнить имя первой переменной и границы интегрирования.

3.3 На месте ввода функции под интегралом ввести еще один оператор интегрирования, границы интегрирования и подынтегральную функцию

$$S = \iint_D dxdy.$$

4 Найти аналогично статические моменты M_x и M_y пластины относительно осей Ox и Oy как двойные интегралы

$$M_x = \iint_D ydxdy, \; M_y = \iint_D xdxdy.$$

5 Определить координаты центра тяжести как отношение подынтегральной функции, которая определяет статические моменты пластины относительно осей Ox и Oy

$$x = \frac{M_y}{S}, \qquad y = \frac{M_x}{S}.$$

Таблица 7.1 – Варианты задания к практической работе №7

Номер варианта	Функции для вычисления площади фигуры	Функции для вычисления координат центра тяжести фигуры
1	2	3
1	$x=y^2-2y$; $x+y=0$	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1;\ \frac{x}{5}+\frac{y}{3}=1$
2	$y=2-x$; $y^2=4x+4$	$y=x^2$; $y=2x^2$; $x=1$;$x=2$
3	$y^2=4x-4$; $y^2=2x$ (извне параболы)	$y^2=x$; $x^2=y$
4	$3y^2=25x$; $5x^2=9y$	$y=\sqrt{2x-x^2;}\ y=0$
5	$y^2+2y-3x+1=0$; $3x-3y-7=0$	$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1;\ \frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$
6	$y=4x-4x^2$; $y=x^2-5x$	$x^2+y^2=1;\ x+y=1$
7	$x=4-y^2$; $x+2y-4=0$	$x^2+y^2=4;\ x+y=2$
8	$y^2=4(x-1)$; $x^2+y^2=4$ (извне параболы)	$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1;\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}=1$
9	$x=y^2-2y$; $x+y=0$	$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1;\ \frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$
10	$y=2-x$; $y^2=4x+4$	$x^2+y^2=1;\ x+y=1$
11	$y^2+2y-3x+1=0$; $3x-3y-7=0$	$x^2+y^2=4;\ x+y=2$
12	$y=4x-4x^2$; $y=x^2-5x$	$y^2=x$; $x^2=y$
13	$x=4-y^2$; $x+2y-4=0$	$y=\sqrt{2x-x^2;}\ y=0$
14	$x=y^2-2y$; $x+y=0$	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1;\ \frac{x}{5}+\frac{y}{3}=1$
15	$y=2-x$; $y^2=4x+4$	$y=x^2$; $y=2x^2$; $x=1$;$x=2$
16	$y^2+2y-3x+1=0$; $3x-3y-7=0$	$x^2+y^2=1;\ x+y=1$
17	$y=4x-4x^2$; $y=x^2-5x$	$x^2+y^2=4;\ x+y=2$
18	$x=4-y^2$; $x+2y-4=0$	$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1;\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}=1$
19	$x=y^2-2y$; $x+y=0$	$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1;\ \frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$
20	$y=2-x$; $y^2=4x+4$	$x^2+y^2=1;\ x+y=1$
21	$y^2=4(x-1)$; $x^2+y^2=4$ (извне параболы)	$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1;\ \frac{x}{5}+\frac{y}{3}=1$
22	$y=2-x$; $y^2=4x+4$	$y=x^2$; $y=2x^2$; $x=1$;$x=2$

Продолжение табл. 7.1

1	2	3
23	y^2=4x-4; y^2=2x (извне параболы)	y^2=x; x^2=y
24	x=y^2-2y; x+y=0	y= $\sqrt{2x-x^2};\ y=0$
25	y=2-x; y^2=4x+4	$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1;\ \frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$
26	3y^2=25x; 5x^2=9y	$x^2+y^2=1;\ x+y=1$
27	x=y^2-2y; x+y=0	$x^2+y^2=4;\ x+y=2$
28	y^2+2y-3x+1=0; 3x-3y-7=0	$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1;\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}=1$
29	y=4x-4x^2; y=x^2-5x	y=x^2; y=2x^2; x=1;x=2
30	x=4-y^2; x+2y-4=0	y^2=x; x^2=y

Пример

I Вычислить площадь фигуры, которая ограничена линиями $x=4y-y^2$ и x+y=6.

1 Найти координаты точек пересечения заданных линий, для чего необходимо решить систему уравнений (одной из встроенных функций MathCad, графически или решить систему уравнений).

$$x=4y-y^2$$
$$x+y=6.$$

В результате будут получены точки пересечения A(4;2) и B(3;3).

2 Записать формулу для вычисления площади через кратный интеграл и использовать на панели Символы функцию *simplify*

$$\int_2^3\int_{6-y}^{4\cdot y-y^2} 1\,dx\,dy \text{ simplify } \rightarrow \frac{1}{6}$$

.

II Вычислить координаты центра тяжести пластины, которая ограничена кривыми y^2=4x+4 і y^2=-2x+4.

Площадь

$$2\cdot\int_0^2\int_{\frac{(y^2-4)}{4}}^{\frac{(4-y^2)}{2}} 1\,dx\,dy \text{ simplify} \rightarrow$$

Статические моменты относительно осей Ox и Oy

$$2\cdot\int_0^2\int_{\frac{(y^2-4)}{4}}^{\frac{(4-y^2)}{2}} x\,dx\,dy \text{ simplify } \rightarrow \frac{16}{5} \qquad 2\cdot\int_0^2\int_{\frac{(y^2-4)}{4}}^{\frac{(4-y^2)}{2}} y\,dx\,dy \text{ simplify } \rightarrow 6$$

Координаты центра тяжести

$$x := \frac{1}{8}\cdot\frac{16}{5} \qquad x = 0.4$$

$$y := \frac{6}{8} \qquad y = 0.75$$

Контрольные вопросы

1 Какие геометрические характеристики можно вычислить с использованием интегралов?

2 Как вычислить центр тяжести через интегралы?

Практическая работа №8
Решение обычных дифференциальных уравнений в MathCad

Цель работы: с использованием встроенных функций и блочной структуры найти решение обычных дифференциальных уравнений.

Указания к выполнению практической работы:

I Найти решение обычного дифференциального уравнения $y' = f(x,y)$ с использованием «блока решений».

1. Ввести ключевое слово *given* (дано), с которого начинается блок решений.
2. Записать уравнение, используя знак логического равенства между правой и левой частями уравнения с панели управления Evaluation (Выражения).
3. Задать начальные значения переменной, которая есть в уравнении.
4. Ввести ключевое слово *Odesolve,* которым заканчивается блок решений, то есть присвоить функции, относительно которой решается уравнение, значение *Odesolve* с параметрами интервала интегрирования.
5. Определить значение найденной функции в точках интервала, для чего создать соответствующий цикл.
6. Построить и отформатировать график найденной функции в точках интервала.

II Найти решение обычного дифференциального уравнения с использованием встроенной функции *rkfixed*.

1. Задать начальные значения переменной, которая есть в уравнении.

2. Записать уравнения, используя знак логического равенства между правой и левой частями уравнения с панели управления Evaluation (Выражения).

3. Задать количество шагов интегрирования уравнения на интервале.

4. Присвоить функции, относительно которой решается уравнение, значение *rkfixed* с параметрами: функция, интервал интегрирования, количество шагов на интервале интегрирования, оператор дифференциального уравнения.

5. Определить значение найденной функции в точках интервала, для чего создать соответствующий цикл.

6. Построить и отформатировать график найденной функции в точках интервала.

Таблица 8.1 – Варианты задания к практической работе №8

Номер варианта	Уравнение f(x,y)	Начальные условия	Интервал нахождения решения	Шаг изменения
1	2	3	5	5
1	$\frac{y}{\cos(x)\cdot\ln(y)}$	y(1)=1	[1,10]	1
2	tg(x)t(y)	y(0)=0	[0,5]	0.5
3	$\frac{y}{1+x^2}$	y(1)=1	[1,7]	
4	$-\frac{e^y+x}{y}$	y(1)=1	[1, 5]	0.25
5	cos(x-2y)-cos(x+2y)	y(0)=π/4	[0,4π]	π/2
6	2e-xcos(x)-y	y(0)=0	[0;3,5]	0,1
7	e-2ycos(x)-y	y(0)=0	[0;1]	0,05
8	ln | x+2,5xsin(x) |	y(0)=2,5	[1;3,5]	0,2
9	e35ysin(x)+y	y(0)=0	[0;1,5]	0,1
10	x2ln(x+y2)	y(0)=3,5	[1,2;2,4]	0,08
11	$\sqrt{x^2+\|y\cos(x)\|}$	y(0)=3,6	[4,1;6,7]	0,1
12	sin(x)+cos(y2)	y(0)=2,2	[0,8;3,2]	0,1
13	e-2xsin(x+y)	y(0)=16,2	[4,8;6,4]	0,1
14	0,7y+x·ln(x+y)	y(0)=2,5	[12,4;14,1]	0,08

15	0,5x+ye(x-y)	y(0)=3,1	[8,5;9,7]	0,05
16	x2+ycos(x)	y(0)=1,4	[0;2,3]	0,1
17	y2-exy	y(0)=1,7	[2,4;3,5]	0,05
18	xy-e(x-y)	y(0)=2,8	[1,6;3,1]	0,1
19	sin(xy)-e2x	y(0)=5,7	[14,5;16,3]	0,05
20	$\sqrt{x^2 + e^{xy}}$	y(0)=1,6	[5,2;6,8]	0,1
21	y/ln(y)	y(2)=1	[2;5]	0,25
22	e(x+y)-e(x-y)	y(0)=0	[0;2.5]	0,1
23	$-\sqrt{\dfrac{1+\cos(2x)}{1+\sin((y)}}$	y(π/4)=0	[π/4, 3π]	π/8
24	$\dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{y}$	y(1)=0	[1;4]	0.3
25	sin(3x)-y·tg(3x)	y(0)=1/3	[0,4]	0,25
26	cos(x-4y)-cos(x+4y)	y(0)=π/4	[0,4π]	π/2
27	2e-xcos(x)y	y(0)=0	[0;3,5]	0,1
28	e-2ycos(x)+y	y(0)=0	[0;1]	0,05
29	ln | x+sin(x) |	y(0)=2,5	[1,5;3,5]	0,2
30	ey+2sin(x)	y(0)=0	[0;1,5]	0,1

Пример

I Найти решение обычного дифференциального уравнения $\frac{d}{dx} y(x) = \cos(x) + \frac{1}{y(x)}$ на интервале [0,100]. Функция имеет такие начальные условия: y(0)=1.

1 Ввести ключевое слово *Given*.

2 Записать, используя логический знак равенства, следующее выражение:

$$\frac{d}{dx} y(x) = \cos(x) + \frac{1}{y(x)}.$$

3 Начальное условие записать следующим образом, используя логический знак равенства:

y(0)=1.

4 Вычислить числовое решение задачи через использование функции *Odesolve*:

y:=Odesolve(t,100).

5 Создать цикл t:=0,..10для определения точек интервала

t:=0,..10.

6 Построить график функции в точках интервала и отформатировать его.

Given

$y(0) = 1$ $\qquad \frac{d}{dx}y(x) = \cos(x) + \frac{1}{y(x)}$

$y := \mathrm{Odesolve}(x, 100)$

$y(5) = 2.302$ $\qquad y(35) = 8.011$

$x := 0..100$

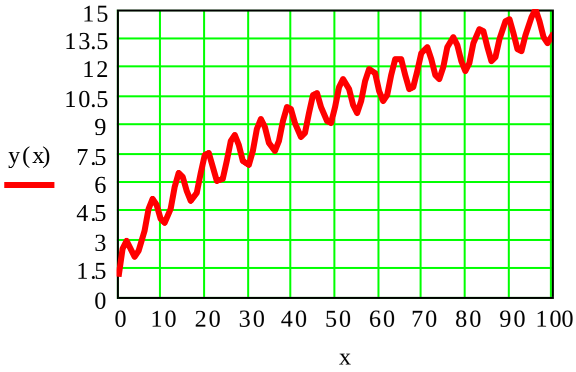


Рисунок 26- График функции

II Найти для вышеприведенной задачи решение с использованием встроенной функции rkfixed.

1. Задать начальное условие

y(0):=0.1.

2. Создать функцию $D(x, y) := \cos(x) + \frac{1}{y(x)}$.

3. Указать количество шагов интегрирования К:=100.

4. Вычислить числовое решение задачи с использованием функции rkfixed. Знак равенства выбирается на панели Логика (Логические).

y=rkfixed(y, x1,x2,К, D).

5. Создать цикл x:=0,..100 для определения точек интервала

x:=0,..100.

6. Построить график функции в точках интервала и отформатировать его.

$y0 := 1$

$K := 100$

$D(x, y) := \cos(x) + \frac{1}{y(x)}$

$x1 := 0 \qquad x2 := 100$

$y(x) = \mathrm{rkfixed}(y0, x1, x2, K, D).$

Примечание: результаты решения дифференциального уравнения двумя подходами должны совпадать. Можно также использовать для решения дифференциального уравнения следующие встроенные функции: *Bulstoer, Rkadapt.* Они имеют такие же параметры как и функция *rkfixed*, но результаты выдают с разной точностью:

$$y(x) = Bulstoer(y0, x1, x2, K, D),$$

$$y(x) = Rkadapt(y0, x1, x2, K, D).$$

Контрольные вопросы

1. Какие встроенные функции позволяют найти решение обычных дифференциальных уравнений?
2. Нужно ли обязательно задавать начальные условия для решения обычных дифференциальных уравнений?
3. Как влияет на результат количество точек разбивки интервала интегрирования обычных дифференциальных уравнений?

Практическая работа № 9
Интерполяция экспериментальных данных в MathCad

Цель работы: построить с помощью средств MathCad график функции, которая наилучшим образом отображает экспериментальную зависимость и которая представлена данными, которые приведены в таблице.

Указания к выполнению практической работы:

1. Набрать таблицу, которая соответствует варианту.
2. Осуществить линейную интерполяцию, для чего необходимо выполнить следующие действия:
   2.1. Ввести векторы данных x и y.
   2.2. Определить функцию *linterp (x,y, t)* .
   2.3. Вычислить значения этой функции в точках, которые выбрать самостоятельно.
3. Построить график функции.
4. Осуществить сплайн-интерполяцию, используя функцию *interp (s,x,y, t),* для чего необходимо выполнить следующие действия:
   4.1. Ввести векторы данных x и y.
   4.2. Ввести функцию *cspline (x,y)*, которая определяет первый аргумент функции *interp (s,x,y, t)*, как векторную величину значений коэффициентов кубического сплайна.
   4.3. Определить функцию *interp (s,x,y, t).*
   4.4. Вычислить значения этой функции в точках, которые задать такими же, как и для линейной интерполяции.
5. Построить график функции.

6. Выполнить сравнительный анализ полученных разными подходами интерполяционных графиков и значений функции в одинаковых точках.

Таблица 9.1 – Варианты задания к практической работе № 9

Номер варианта	Аргументы и значения	Данные						
1	2	3						
1	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	35,6	38,7	39,4	40,8	43,3	42,9	41,8
2	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	135,2	138,7	139,9	141,6	140,1	142,5	141,8
3	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	9,7	10,3	10,8	10,2	11,9	11,4	11,4
4	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	14,5	16,2	16,5	17,2	19,8	17,7	17,5
5	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	32,8	30,2	21,7	27,8	27,5	27,2	27,9
6	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	36,3	38,5	39,7	39,1	39,0	38,7	40,0
7	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	52,7	56,5	60,7	54,8	70,4	68,1	67,8
8	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	11,12	10,6	11,31	11,02	12,0	12,73	11,12
9	x	1	2	3	4	5	6	7
	У	1,8	2,9	2,0	3,6	3,8	3,9	4,1
10	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	9,8	10,1	10,3	11,9	10,9	11,8	12,1
11	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	4,7	4,6	4,6	5,3	5,3	5,5	5,6
12	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	2,12	1,28	1,71	1,6	1,11	1,18	1,02
13	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	2,46	2,38	2,79	2,63	2,86	3,46	4,32
14	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	51,4	54,9	57,4	57,7	58,9	64,3	67,8
15	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	17,7	19,5	19,4	20,6	20,8	22,5	23,6
16	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	45,0	47,3	48,8	47,1	45,4	45,8	46,1
17	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	14,6	13,6	12,0	18,7	19,8	20,1	21,5

Продолжение табл.9.1

1	2	3						
18	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	36,1	33,6	32,9	36,9	33,2	36,9	38,3
19	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	39,4	41,8	43,3	42,9	41,8	41,4	42,6
20	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	15,6	14,0	12,7	17,8	20,1	21,5	22,8
21	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	18,87	16,0	19,32	19,6	18,02	20,88	21,55
23	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	15,6	15,3	17,7	19,9	20,0	19,7	25,5
24	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	24,8	27,2	22,2	30,4	35,6	38,7	39,4
25	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	37,7	42,8	40,5	41,3	40,2	48,9	47,1
26	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	17,8	21,6	20,9	24,8	21,2	20,2	30,2
27	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	4,5	5,1	5,5	5,0	6,1	6,0	6,1
28	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	62,0	66,1	63,6	66,3	71,2	70,8	72,5
29	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	24,8	27,3	28,4	35,0	39,1	40,5	37,3
30	x	1	2	3	4	5	6	7
	y	3,1	3,5	3,7	3,8	4,9	4,1	4,3

Пример

Построить график экспериментально заданной функции

x	0	1	2	3	4	5	6
y	4,1	2,4	3	4,3	3,6	5,2	5,9

и определить ее значения для x=2.4 и x=7.

1. Создать векторы для переменных x и y.

$$x := (0\ \ 1\ \ 2\ \ 3\ \ 4\ \ 5\ \ 6)^T,$$

$$y := (4.1\ \ 2.4\ \ 3\ \ 4.3\ \ 3.6\ \ 5.2\ \ 5.9)^T.$$

2. Определить функцию линейной интерполяции *linterp(x,y,t).*

$$A(t) := \mathrm{linterp}(x, y, t).$$

3. Построить график функции.

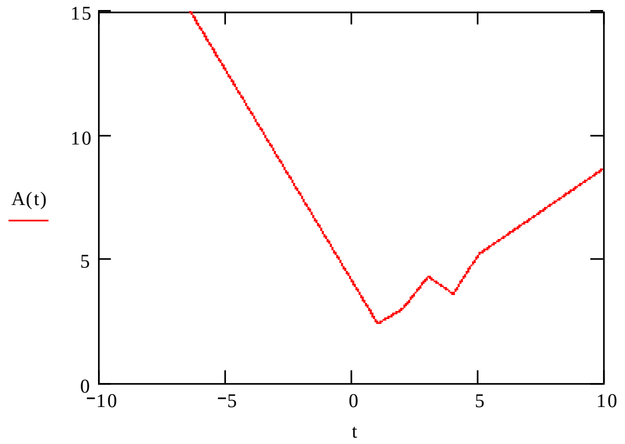


Рисунок 27- График функции линейной интерполяции

4. Вычислить значения функции в точках x=2.4 и x=7.

5. Определить функцию сплайн-интерполяции *interp (s,x,y, t)*, для чего необходимо выполнить следующие действия:

5.1. Ввести векторы данных x и y.

5.2. Ввести функцию *cspline (x,y)*, которая определяет первый аргумент функции *interp (s,x,y, t).*

$$x := (0\ \ 1\ \ 2\ \ 3\ \ 4\ \ 5\ \ 6)^{T},$$

$$y := (4.1\ \ 2.4\ \ 3\ \ 4.3\ \ 3.6\ \ 5.2\ \ 5.9)^{T}$$

$$s := \mathrm{cspline}(x, y)$$

$$A(t) := \mathrm{interp}(s, x, y, t)$$

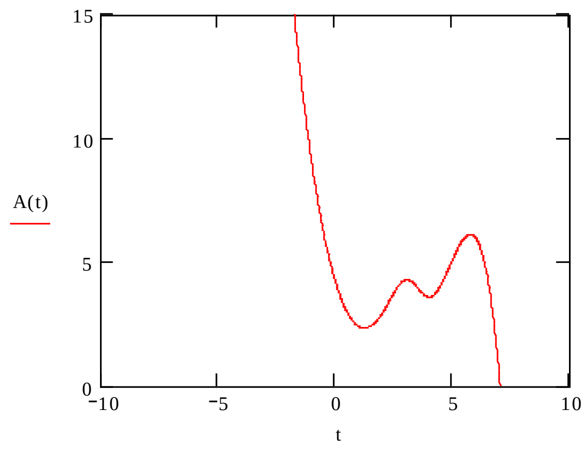


Рисунок 28- График функции сплайн-интерполяции

6. Провести сравнительный анализ результатов, которые получены при разных типах интерполяции.

Контрольные вопросы

1. Опишите особенности применения линейной интерполяции.
2. Опишите особенности применения сплайн-интерполяции.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1 Дьяконов И.И. Использование системы MathCad .– Киев: Диалектика, 1999.– 386 с.

2 Кирьянов Д.А. Самоучитель MathCad 11.– Санкт-Петербург: БВХ-Петербург, 2003.– 540 с.

3 Симанович С.В. Информатика. Базовый курс. – Санкт-Петербург: Питер, 2004.– 640 с.

4 Гурский Д.А. Вычисления в MathCad .– Минск: Новое знание, 2003.–814 с.

5 Гурский Д.А., Турбина Е.А. MathCad для студентов и школьников. Популярный самоучитель.– Санкт-Петербург: БВХ- Петербург, 2005.– 40 с.

6 Гурский Д.А., Турбина Е.А. Вычисления MathCad 12– Санкт-Петербург: Питер, 2006.– 546 с.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 1
ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ 4
1 ИНТЕРФЕЙС ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ 4
2 СОЗДАНИЕ ФОРМУЛ 5
3 ГРАФИКИ 6
4 СИМВОЛЬНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ 17
5 ДЕЙСТВИЯ С МАТРИЦАМИ 18
6 НАХОЖДЕНИЕ КОРНЕЙ УРАВНЕНИЯ, РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ 19
7 ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ И ИНТЕГРАЛОВ 20
8 ВЫЧИСЛЕНИЕ ОБЫЧНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ 22
9 ПРОГРАММИРОВАНИЕ В MATHCAD 23
10 ОБРАБОТКА ДАННЫХ СРЕДСТВАМИ MATHCAD 25
Практическая работа №1 Нахождение корней уравнения в MathCad 27
Практическая работа №2 Действия с матрицами в MathCad 32
Практическая работа №3 Нахождение решений системы линейных уравнений в MathCad 36
Практическая работа №4 Нахождение решений системы нелинейных уравнений в MathCad 44
Практическая работа № 5 Символьные действия математического анализа в MathCad 47
Практическая работа №6 Вычисление производных в задачах геометрии и частных производных 51
Практическая работа №7 Вычисление интегралов в задачах геометрии и механики 56
Практическая работа №8 Решение обычных дифференциальных уравнений в MathCad 59
Практическая работа № 9 Интерполяция экспериментальных данных в MathCad 63
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 67