

Министерство образования и науки Украины
Донбасская государственная машиностроительная академия

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ
по дисциплине

**«Динамика и прочность
металлургических машин»**

для студентов специальности 7.090218
"Металлургическое оборудование"

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
"Автоматизированные
лургические машины и
оборудование"

метал-

Краматорск 2012

УДК 621.771

Конспект лекций по дисциплине “Динамика и прочность металлургических машин” для студентов специальности 7.090218 “Металлургическое оборудование”/ Сост. Э.П. Грибков. – Краматорск: ДГМА, 2012. – 64 с.

Рассмотрены основные положения прикладной динамики машин, вопросы теоретического исследования динамических процессов в механических системах металлургического оборудования, приведены оценки статистических характеристик эксплуатационной нагруженности, усталостной прочности и долговечности деталей металлургических машин.

Составитель

Э.П. Грибков, ст. препод.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|-----------|
| 1 Введение. Общие сведения о динамических нагрузках металлургических машин | 5 |
| История развития науки о динамике..... | 5 |
| Общие сведения о динамических нагрузках металлургических машин..... | 6 |
| Общие свойства металлургических машин | 8 |
| Основные направления снижения динамичности металлургических машин..... | 9 |
| 2 Основные положения прикладной динамики машин | 9 |
| Колебания и удар в элементах конструкций металлургических машин..... | 9 |
| Основные законы динамики | 10 |
| Схематизация механической системы | 11 |
| Число степеней свободы механической системы | 13 |
| Классификация сил..... | 18 |
| 3 Составление уравнений движения системы. Определение основных характеристик механических систем. Устойчивость состояний равновесия и движения..... | 20 |
| Способы составления уравнений движения..... | 20 |
| Основное уравнение свободных колебаний линейной системы ... | 21 |
| Устойчивость состояний равновесия и режимов движения | 23 |
| 4 Динамические нагружения и их влияние на главную линию привода и рабочую клеть прокатного стана | 24 |
| Неустойчивый процесс прокатки и его динамические воздействия на главную линию прокатного стана..... | 24 |
| Влияние динамического нагружения на изменение упругой деформации рабочей клетки и точность проката | 31 |
| 5 Динамические процессы в непрерывных прокатных станах | 35 |
| 6 Способы снижения динамических нагрузок | 41 |

| | |
|--|-----------|
| Принципы действия виброизоляторов, поглотителей (демпферов) и амортизаторов | 41 |
| 7 Основные предпосылки и методы расчёта на прочность. | |
| Расчёт на прочность при статических нагрузках. | |
| Малоцикловая усталость | 45 |
| Виды разрушений и основные механические свойства материалов | 45 |
| Расчёт на прочность по коэффициентам запаса прочности | 47 |
| Расчёт на прочность при статических нагрузках | 48 |
| 8 Оценка расчётных характеристик сопротивления усталости и эксплуатационной нагружённости машин | 50 |
| Факторы, влияющие на сопротивление усталости | 50 |
| 9 Расчёты на прочность и долговечность при напряжениях, переменных во времени..... | 55 |
| Расчёты на прочность при регулярных режимах нагружения | 55 |
| Расчёт на прочность и долговечность при нерегулярных режимах нагружений | 58 |
| Приложение А Определение податливостей элементов рабочей клетки..... | 63 |
| Литература..... | 65 |

1 ВВЕДЕНИЕ. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ МАШИН

Металлургические машины характеризуются непрерывным характером работы с числом включений до 2500 в час и динамическим, близким к ударному, характером нагружения.

Кроме того, многие узлы и механизмы подвергаются воздействию высоких быстроменяющихся температур, а также имеют быстроизнашивающиеся фрикционные пары, что приводит к быстропрогрессирующим зазорам с большими ударами при замыкании.

Помимо этого на долговечность существенно влияют явления, возникающие при повышении скорости соударений деталей до 15...20 м/с: при интенсивном соударении деталей с большими скоростями происходит их разрушение вне зависимости от запасов прочности, заложенных в них при расчете.

Кинестатические методы в этом случае являются неэффективными:

$$[\sigma] = \sigma_b / n, \quad (1.1)$$

где $[\sigma]$ – допустимые напряжения, Н/мм²; σ_b – предел прочности материала (в некоторых случаях используется предел текучести), Н/мм²; n – коэффициент запаса прочности, который назначается в зависимости от условий работы, температуры окружающей среды, степени ответственности детали. Чаще всего коэффициент запаса прочности назначается на основании экспериментальных данных и опыта эксплуатации аналогичного оборудования. Но часто этот путь неприемлем для принципиально новых машин, работающих с нагрузками или скоростями, существенно отличающихся от существующих.

Согласно исследованиям до 90% всех разрушений носят усталостный характер или вызваны динамическими нагрузками.

Вышесказанное приводит к выводу о возрастании роли специальных методов расчёта, позволяющих определять действительный уровень нагрузок, действующих в деталях и узлах металлургических машин, то есть динамических методов расчёта.

История развития науки о динамике

Многие ученые внесли весомый вклад в развитие и совершенствование методов динамических расчетов.

Необходимо подчеркнуть особую роль в развитии науки о динамических и колебательных нагрузках известного академика Артоболевского Ивана Ива-

новича. Он проанализировал задачи, связанные с движением машин, включая вопросы колебаний в машинах, пневмо, гидро- и электросистемах, а также вопросы, касающиеся экстремальной динамики машин.

Первые работы по изучению нагрузок на тела с учетом перемещений, скоростей и ускорений появились ещё в XVII веке. В 20-х годах XIX века впервые появились работы Навье и Кориолиса по расчёту маховых масс.

Далее следует отметить работы Виттенбауэра, который вывел уравнение кинетической энергии путём построения диаграммы энергия-масса: $T = mV^2/2$; $T = I\omega^2/2$. Первые работы по динамике на русском языке были написаны Жуковским и Мерцаловым.

Общие сведения о динамических нагрузках металлургических машин

Как уже говорилось, уровень динамики при работе металлургических машин весьма высок, однако каждый тип машин имеет свои специфические особенности с точки зрения характера и режимов нагружения.

Рассмотрим условия эксплуатации типичных металлургических машин и характер их нагружения.

Перегрузочные рейферные козловые краны (рудные дворы доменных цехов)

Технические характеристики: грузоподъёмность – до 30 т; ёмкость рейфера – до 6 м³; общая масса с грузом – до 960 т.

Мост крана установлен на двух опорах – жёсткой и гибкой, каждая из которых опирается при помощи балансиров на двухосные тележки. Число ходовых колёс – 32, механизм передвижения каждой опоры имеет 4 индивидуальных привода, состоящих из асинхронного электродвигателя мощностью до 30 кВт каждый и трёхступенчатого редуктора.

Пуск крана происходит, как правило, за 4 с и сопровождается большими динамическими нагрузками в приводных валах механизма.

Ходовые колёса во время пуска совершают примерно пол-оборота, причем в течение 1 с от начала включения двигателя (что соответствует повороту ходовых колёс на 20...25°) скорости приводов малы и носят колебательный характер. Затем скорость движения резко возрастает, начинается разгон крана.

Статические нагрузки от сил сопротивления передвижению крана малы по отношению к номинальным моментам двигателей.

Сравнение динамических и статических нагрузок показывает, что максимальное отношение моментов сил упругости при установившемся периоде к статическому моменту доходит до 10. Это отношение, безусловно, не может характеризовать нагруженность двигателей и их несущую способность, но тем

не менее оно показывает насколько велико различие между фактическими и статическими нагрузками только от сил сопротивления (рисунок 1.1).

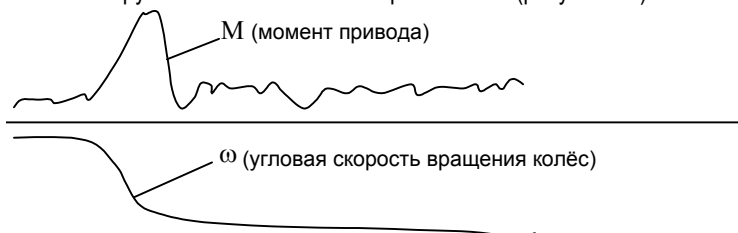


Рисунок 1.1 – Пример осциллограммы механизма передвижения козлового крана

Механизм поворота кислородных конвертеров

Этот механизм является одним из наиболее ответственных, к которым предъявляются самые высокие требования по надёжности и безотказности в работе.

Для конвертеров ёмкостью 100-160 т применяют 6...8-двигательный привод, для 300...400 т – 12-двигательный двухсторонний привод. Применяются двигатели фланцевые постоянного тока со встроенными дисковыми тормозами, которые приводят в движение быстроходные редукторы, снабженные пружинными демпферами, расположенными в корпусе редуктора. Пружинные демпферы и гидравлические амортизаторы позволили в значительной мере снизить динамические нагрузки и раскачивание корпуса.

В стационарных приводах 100-тонного конвертера в зависимости от кинематических схем наблюдается большая неравномерность распределения нагрузок между валами редукторов (коэффициент неравномерности находится в диапазоне от 2 до 3), интенсивные колебательные процессы в приводе и колебания корпуса конвертера, которые можно наблюдать визуально (амплитуда таких колебаний достигает 100 мм).

Непрерывные прокатные станы

Характерной особенностью непрерывных полосовых станов является то, что при нагружении одной из клеток динамические процессы через полосу передаются на предыдущие клетки с появлением нагрузок, соизмеримых с нагрузками при захвате, а динамические нагрузки в главных линиях клеток при захвате металла могут превышать момент прокатки в два раза.

При нарушении равенства объёмов металла, проходящего через клетки стана, происходит перегрузка главной линии какой-либо клетки и возникает пробуксовка валков. В этом случае в приводах возбуждаются кроме обычных

затухающих колебаний колебания с постоянными амплитудами – автоколебания.

Обжимные станы

Особенности работы обжимных станов:

- динамическое приложение нагрузок в период захвата металла валками;
- буксование валков;
- удары слитков о валки;
- удары в зазорах главной линии;
- резкое повышение технологических нагрузок вследствие уменьшения температуры металла, упора прокатываемой заготовки в линейки, ошибочное повышение степени обжатия.

Основная причина разрушений – нагрузки колебательного характера. Наиболее частым разрушениям подвергаются рабочие валки, соединительные шпиндели, подшипники.

Иногда поломки шпинделя приводят к срыву с фундамента шестеренной клетки и даже главного электродвигателя из-за действия больших осевых сил, возникающих при косом изломе шпинделя.

Общие свойства металлургических машин

Независимо от назначения и конструктивных особенностей все машины и, в частности, металлургические машины, обладают общими свойствами – *упругостью звеньев и способностью при определенных условиях к возбуждению колебательных процессов*. Поэтому теоретические методы исследования динамических явлений во всех машинах являются общими.

Привод любой машины состоит из элементов, которые можно привести к **сосредоточенным массам** (ротор электродвигателя, маховики, движущиеся массы рабочих органов машины и т.д.) и **упругим связям** (валы, муфты, зубчатые передачи, шпиндели и т.д.). Под действием **внешних нагрузок** (моменты электродвигателей и тормозов, сопротивление рабочей машины) упругие элементы деформируются, а сосредоточенные массы вращаются с различными мгновенными скоростями, и каждая из масс в некоторые моменты времени опережает или отстает от соседней. Упругие звенья между ними периодически закручиваются и раскручиваются с увеличением или уменьшением момента сил упругости относительно передаваемого среднего момента.

Переменная составляющая момента от крутильных колебаний может быть настолько большой, что суммарное мгновенное значение периодически изменяющихся моментов сил упругости значительно превысит статические и инерционные нагрузки и может привести к перегрузкам и поломкам деталей машины. Воздействия переменных напряжений кроме того являются одной из основных причин усталостного разрушения деталей. Около 90% разрушений

деталей машин носят усталостный характер и происходят под действием переменных динамических нагрузок.

Основные направления снижения динамичности металлургических машин

- 1 Максимально возможное упрощение кинематических схем.
- 2 Рациональное размещение приводов отдельных механизмов в машинах с минимальной длиной приводных линий.
- 3 Упрощение конструкций механизмов путём применения индивидуальных приводов на каждый механизм, исключая трансмиссии и муфты включения; внедрение компактных приводов типа двигатель-редуктор; использование планетарных, волновых и тому подобных передач; использование безредукторных приводов.
- 4 Более широкое внедрение гидро- и пневмоприводов, применение комбинированных электрогидро- и пневмоприводов.
- 5 Применение многодвигательных приводов, улучшающих динамические характеристики и повышающих надёжность.
- 6 Выбор на ЭВМ ещё в стадии проектирования оптимальных динамических параметров систем механизмов и машин.
- 7 Разработка новых кинематических схем и приводов.

Литература [1, с.350-403]; [2, с. 71-73, 87-89].

2 ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПРИКЛАДНОЙ ДИНАМИКИ МАШИН

Колебания и удар в элементах конструкций металлургических машин

В курсе «Динамика и прочность металлургических машин» будут рассматриваться преимущественно механические колебания.

Механические колебания – колебания во времени каких-либо механических величин: кинематических (координат точек тела или деформаций) или динамических (сил, моментов, напряжений).

Когда речь идёт о колебаниях механических величин, часто пользуются термином *вибрация*. При этом обычно имеют в виду перемещение точек колеблющегося тела, которое обусловлено деформациями и мало по сравнению с размерами тела. Нередко представление о вибрациях также связывают с относительно высокой частотой колебательного процесса.

Механический удар – совокупность быстротечных явлений, возникающих из-за кратковременного действия весьма больших сил. Для удара характерны резкие изменения скоростей точек тела.

Проблемы, связанные с механическими ударами и колебаниями, возникают во множестве различных практических ситуаций. Однако между внешне различными ситуациями существует их внутренняя общность, которая является основой для единых теоретических подходов.

Теоретические подходы указывают пути для снижения вредного воздействия колебаний и ударов на работоспособность машин.

Можно выделить следующие основные типы явлений:

- **свободные колебания** – колебания, совершаемые механической системой, лишенной притока энергии извне, если система выведена из состояния устойчивого равновесия, а затем предоставлена самой себе;
- **критические состояния**, связанные с потерей устойчивости равновесного состояния при определенных значениях параметров системы (например, вращающиеся упругие валы при определенных угловых скоростях);
- **вынужденные колебания** – колебания, возникающие вследствие действия на механическую систему внешних сил, заданным образом меняющихся во времени независимо от движения системы (вынуждающих сил);
- **параметрические колебания** – колебания, происходящие вблизи равновесного состояния системы вследствие заданного периодического изменения её параметров;
- **автоколебания** – устойчивые колебательные процессы, поддерживаемые за счёт источников энергии неколебательного характера, при этом силы, подводимые к системе от таких источников, меняются во времени в зависимости от движения системы и при отсутствии движения они равны нулю;
- **ударные скоротечные явления** – кинематика их характеризуется резкими изменениями скоростей, а динамика – возникновением, а затем исчезновением весьма больших ударных сил.

Также можно дополнительно выделить вид колебательных явлений в механической системе, называемый переходным процессом. **Переходные процессы** наблюдаются при неустановившихся режимах работы, таких как запуск двигателя, приложение и сброс нагрузки, а также переходы с одного установившегося процесса на другой.

Основные законы динамики

Динамика – раздел теоретической механики, в котором изучаются движения материальных тел в зависимости от сил, их вызывающих.

В **статике** изучаются задачи о приведении системы сил к простейшему виду и относительно покое материальных тел.

В кинематике рассматриваются задачи о геометрических характеристиках механического движения.

В основе динамики лежат физические законы, подтверждённые многовековой практической деятельностью человека.

Закон I (закон инерции) – изолированная материальная точка сохраняет свою скорость неизменной по абсолютной величине и по направлению.

Этот закон утверждает существование инерциальных систем.

Система отсчёта называется инерциальной, если изолированная материальная точка по отношению к этой системе находится в покое или движется прямолинейно и равномерно.

Изолированной точка считается, когда действиями на неё всех прочих материальных точек можно пренебречь.

Инертность – свойство материального тела, проявляющееся в сохранении движения, совершаемого им при отсутствии действующих сил, и в постепенном изменении этого движения с течением времени, когда на тело начинают действовать силы.

Закон II (основной закон динамики) – ускорение, сообщаемое материальной точке приложенной к ней силой, имеет направление силы и по модулю пропорционально силе: $\vec{F} = m \vec{a}$.

Сила – количественная мера воздействий материальных тел.

Силы характеризуются не скоростями точек, а изменением скоростей (ускорением) \vec{a} . Из анализа основного закона динамики следует, что при $\vec{F} = 0$ ускорение отсутствует.

Масса m характеризует степень сопротивляемости материальной точки изменению её скорости, то есть является мерой инертности материальной точки.

Закон III (закон равенства действия и противодействия) – силы, с которыми два тела действуют друг на друга, равны по модулю и направлены в противоположные стороны по одной прямой.

Закон IV (закон независимости действия сил) – при одновременном действии нескольких сил ускорение материальной точки \vec{a} равно векторной сумме ускорений, которые имела бы эта точка при действии каждой из сил в отдельности:

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n, \quad (2.1)$$

где $\vec{a}_1 = \vec{F}_1 / m$; $\vec{a}_2 = \vec{F}_2 / m$; ...; $\vec{a}_n = \vec{F}_n / m$.

Схематизация механической системы

Важным этапом, предшествующим теоретическому изучению динамических процессов, происходящих в реальной механической системе, является схематизация этой системы.

Схематизация реальной механической системы заключается в выборе идеализированной физической модели, правильно отображающей поведение этой системы при изучении определенного класса явлений.

Различают два вида физических моделей: динамические и статистические.

При исследовании физических процессов на основе **динамических моделей** пренебрегают всеми статистическими явлениями в исследуемой системе:

- все параметры динамической модели имеют фиксированные, вполне определенные значения;
- математическим зависимостям (динамическим законам), получаемым на основе динамической модели, придаётся смысл достоверных количественных характеристик состояния системы.

Статистические модели используются для учёта происходящих в механической системе случайных процессов. Их получают непосредственно на основе динамической модели соответствующей системы.

Учёт всех факторов, влияющих на динамические свойства системы, приводит к динамической модели такой сложности, что математическое описание такой системы неосуществимо. Поэтому на практике реальную механическую систему упрощают и учитывают лишь факторы, оказывающие наиболее существенное влияние на динамические свойства системы. Упрощение динамической модели связывают с понятием корректности модели.

Корректная модель – максимально допустимая по простоте модель, правильно отображающая те особенности динамического поведения реальной системы, которые подлежат изучению.

Допустимость принятых идеализаций оценивается сопоставлением результатов теоретических и экспериментальных исследований.

Опыт экспериментально-теоретических исследований динамических процессов в механических системах металлургического оборудования показал, что для этих систем удовлетворительными являются **два вида схематизации**:

- 1) динамические модели или схемы с сосредоточенными параметрами (**дискретные модели**);
- 2) динамические модели или схемы с распределёнными параметрами (**непрерывные модели**).

Первый вид схематизации подразумевает возможность таких идеализаций: **сосредоточенная масса** – материальная точка, имеющая конечные массу или массовый момент инерции; **сосредоточенная сила** – сила, действующая в точке; **упругая механическая связь** – связь, представленная в виде безынерционного соединения.

Второй вид схематизации основан на допустимости идеализированного представления реальной механической системы в виде одно-, двух- или трёх-мерных упругоинерционных сплошных сред, свойства которой определяются методами теории упругости и пластичности.

Сплошная среда – некая субстанция, непрерывно заполняющая объём исследуемой механической системы. Сплошная среда сохраняет основные свойства системы, кроме атомарного строения, микро- и макроструктуры.

Такая идеализация позволяет использовать дифференциальное и интегральное исчисления.

При исследовании динамических процессов в приводах металлургического оборудования, как правило, используется схематизация первого вида.

При исследовании сплошных сред (балочные, рамочные конструкции, оболочки и т.п.) используется схематизация второго вида.

Процессы в механической системе на основе динамической модели описываются при помощи дифференциальных уравнений, система которых представляет собой **математическую модель** реальной механической системы.

Математическая и динамическая модели всегда однозначно соответствуют друг другу.

В зависимости от линейности или нелинейности математической модели различают соответственно линейные и нелинейные динамические модели.

Нелинейность динамических моделей обусловлена в основном:

- упругими характеристиками элементов системы;
- нелинейными динамическими характеристиками двигателей;
- диссипативными (рассеивающими) силами, имеющими сложный характер (нелинейный) зависимости от параметров движения системы.

Число степеней свободы механической системы

Сложность теоретического анализа колебаний зависит от числа степеней свободы механической системы, то есть от наименьшего числа кинематических величин (обобщённых координат), однозначно определяющих положение всех точек.

В динамической задаче о колебаниях положение всех точек находится в функциональной зависимости от времени, то есть обобщённые координаты являются не постоянными числами, а функциями от времени. Основная задача динамического исследования состоит именно в нахождении этих функций, то есть в определении закона движения системы.

После решения этой задачи без труда могут быть найдены деформации, напряжения и внутренние силы в связях системы.

В теории упругости материал полностью занимает весь объём деформируемого тела, то есть расчётная схема (модель) содержит бесконечно много

материальных точек с бесконечно малыми массами и представляет в идеале систему с бесконечно большим числом степеней свободы.

При решении практических задач используют упрощённые схемы с конечным числом степеней свободы. В таких расчётных схемах некоторые наиболее лёгкие части системы считаются безмассовыми и представляются в виде безынерционных связей. Например, при динамическом анализе приводов металлургического оборудования такими частями представляют промежуточные валы, муфты, зубья и пр. Остальные тела, за которыми признано свойство инерции считаются математическими точками или абсолютно твёрдыми телами.

Движение таких систем полностью описывается несколькими обобщёнными координатами. Для одной и той же механической системы обобщённые координаты можно выбрать по-разному. Наиболее удачный выбор определяет удобную структуру уравнений. Но при упрощении схемы пренебрежение абсолютно всеми инерционными свойствами системы недопустимо, так как в этом случае задача будет не динамической.

Рассмотрим, например, безмассовую линейно-упругую пружину (рис. 2.1,а), к концу которой приложена сила P , заданная в виде функции времени t . Обозначим через c коэффициент жесткости пружины, т. е. статическую силу, вызывающую единичное удлинение пружины. Тогда перемещение x её конца определяется обычной статической формулой:

$$x = P / c. \quad (2.2)$$

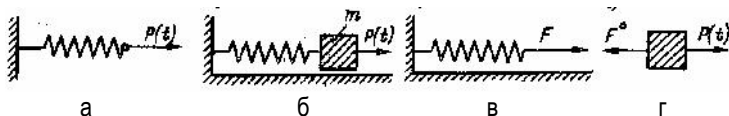


Рисунок 2.1 – Расчётные схемы для одномассовой механической системы

Такая постановка задачи, в сущности, не является динамической, хотя найденное перемещение не постоянное, а представляет собой некоторую функцию времени. Подлинная динамика процессов в реальных механических системах связана со свойством инерции, и это свойство в том или ином виде должно быть отражено в расчётной схеме.

Простейший пример динамической системы представлен на рис. 2.1,б, где с концом пружины связан груз массой m . Здесь уже нельзя обойтись чисто статическими соотношениями. В частности, надо иметь в виду, что сила F , действующая на пружину (рис. 2.1,в) не равна внешней силе P .

Согласно рис. 2.1,г дифференциальное уравнение движения груза в проекции на ось имеет вид

$$F^o x - P = m \ddot{x}, \quad (2.3)$$

где $F^o x = - c x$ — проекция реакции пружины F^o на ось x .

Таким образом,

$$m\ddot{x} + cx = P(t). \quad (2.4)$$

В отличие от выражения (2.2), служащего формулой для непосредственного вычисления x , соотношение (2.4) представляет собой дифференциальное уравнение относительно функции x . Для определения этой функции необходимо проинтегрировать уравнение (2.4), подчинив решение тем или иным заданным начальным условиям. После решения уравнения (2.4) по функции перемещения находят внутренние усилия, напряжения и т. п.

Можно сказать, что в рассматриваемом примере одной функцией x полностью определяется деформированное состояние в любой момент времени. Подобные системы обладают одной степенью свободы.

Несколько других характерных примеров систем с одной степенью свободы показано на рисунке 2.2.

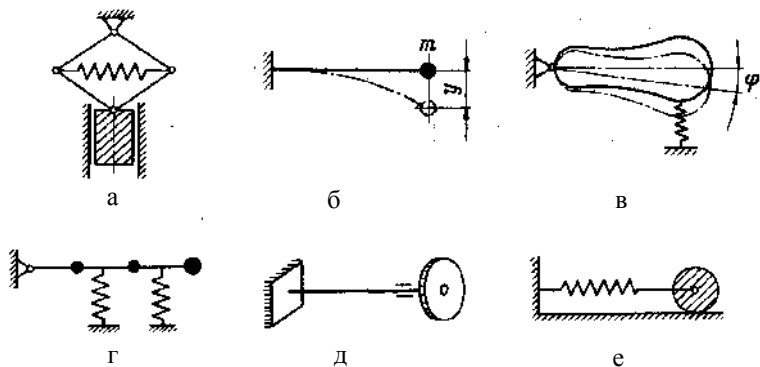


Рисунок 2.2 – Примеры систем с одной степенью свободы

В первой системе (рисунок 2.2,а) все элементы подвески — стержни, образующие ромб, и упругая пружина — полагаются безмассовыми, так что единственной обобщенной координатой служит ордината какой-либо точки груза (скажем, его центра масс). Отметим, что отсчет обобщенных координат всегда удобнее вести от состояния равновесия системы: этот естественный выбор начала отсчета обеспечивает наиболее компактную запись соответствующих уравнений.

Вторая система (рис. 2.2,б) представляет собой упругую безмассовую консоль, на конце которой закреплен точечный груз с конечной массой m . Если, как обычно, вертикальные перемещения точек системы малы, то их горизонтальными перемещениями вообще можно пренебречь. Тогда единственной обобщенной координатой служит прогиб конца балки y (вертикальное отклоне-

ние концевого груза). Конечно, и в данном случае удобнее всего отсчитывать динамические перемещения от статического уровня расположения груза.

Третья система (рис. 2.2,в) представляет собой упруго подвешенное жесткое тело, способное поворачиваться вокруг шарнирно-неподвижной опоры. Здесь наиболее удобно и естественно принять за обобщенную координату угол поворота тела вокруг оси шарнира φ . То же относится к четвертой системе (рис. 2.2,г), если считать балку абсолютно жесткой (разумеется, число безмассовых пружин, на которых подвешена балка, не влияет на число степеней свободы системы). От третьей и четвертой систем принципиально не отличается пятая система (рис. 2.2,д), состоящая из массивного диска, закрепленного на упругом валу, который закручивается при колебаниях.

Для того чтобы установить число степеней свободы последней системы (рис. 2.2,е), необходимо четко сформулировать условия качения упруго закрепленного цилиндрического катка. Если качение происходит без скольжения, то система имеет одну степень свободы (горизонтальное перемещение оси катка однозначно определяет и угол его поворота вокруг оси); если же качение сопровождается скольжением, то система обладает двумя степенями свободы.

На рис. 2.3 представлено несколько систем с двумя степенями свободы.

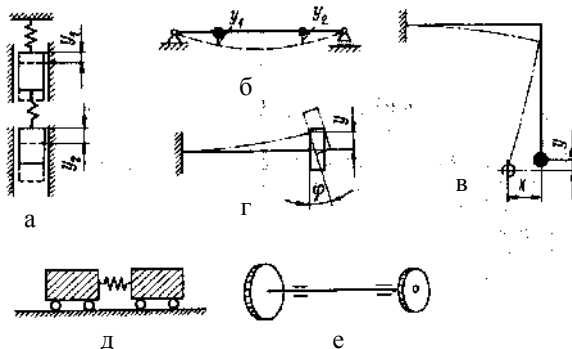


Рисунок 2.3 – Примеры систем с двумя степенями свободы

В первой системе (рисунок 2.3,а) за обобщенные координаты можно принять показанные на рисунке вертикальные отклонения грузов от состояния равновесия y_1 и y_2 , но не лишен смысла и другой выбор – например, принять за обобщенные координаты абсолютное отклонение верхнего груза и относительное (по отношению к верхнему грузу) отклонение нижнего груза.

Для второй системы (рис. 2.3,б) наиболее естественно принять за обобщенные координаты прогибы двух точечных грузов y_1 и y_2 и вести отсчет прогибов от состояния равновесия системы.

Точечный груз, закрепленный на конце Г-образного упругого стержня (рис. 2.3,в) имеет возможность перемещаться как по вертикали (y), так и по горизонтали (x), причем эти перемещения имеют одинаковый порядок малости.

Особенностью четвертой системы (рис. 2.3,г) является конечность размеров груза, совершающего плоское движение и связанного с упругой балкой. В этом случае за обобщенные координаты удобно принять прогиб конца балки y и угол его поворота φ .

Движение пятой системы (рис. 2.3,д) определяется двумя горизонтальными перемещениями грузов, однако упругие колебания определяются одной функцией — изменением расстояния между грузами, т. е. удлинением пружины. В этом смысле система имеет только одну (колебательную) степень свободы. То же относится и к последней системе (рис. 2.3,е), где упругие колебания определяются относительным (взаимным) углом поворота дисков.

Системы, представленные на рисунке 2.4, обладают тремя степенями свободы.

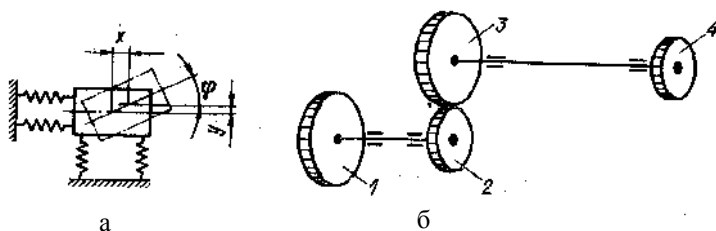


Рисунок 2.4 – Примеры систем с тремя степенями свободы

К первой схеме (рисунок 2.4,а) приводятся многие практические задачи о плоских колебаниях, например, фундаментов под машины.

За три обобщенные координаты второй системы (рис. 2.4,б) можно принять, например, углы поворота дисков (колес) 1, 2 и 4 (угол поворота колеса 3 непосредственно определяется через угол поворота диска 2 с помощью передаточного отношения). Здесь важно отметить, что упругие колебания системы определяются всего двумя величинами: взаимным поворотом дисков 1, 2 и взаимным поворотом дисков 3, 4.

Во всех рассмотренных примерах число степеней свободы оказалось конечным благодаря допущениям, что деформируемые части механических систем лишены массы (безынерционные упругие связи), а тела, обладающие массой, совершенно недеформируемы.

Классификация сил

Силы, действующие извне на механическую систему, а также внутренние силы, развивающиеся в ее связях, весьма разнообразны как по своей природе, так и по той роли, которую они играют в колебательном процессе. Опишем свойства различных типов сил, в основном применительно к системам с одной степенью свободы.

Позиционные силы. Позиционные — это такие силы, которые определяются мгновенной конфигурацией системы, ее отклонениями от некоторого избранного положения, чаще всего от положения равновесия.

Если механическая система имеет одну степень свободы и q — обобщенная координата, то обобщенная позиционная сила записывается в виде $F^\circ = F^\circ(q)$. В случае, когда знаки F° и q противоположны, т. е. направление силы противоположно отклонению системы, такая позиционная сила называется **восстанавливающей**. В частности, к восстанавливающим относятся силы упругости, обусловленные деформациями упругих связей — внешних или внутренних. В практических задачах эти деформации чаще всего весьма малы и для процесса деформирования можно полагать справедливым закон Гука. При этом восстанавливающая сила линейно связана с координатой q и может быть записана в виде $F^\circ = -cq$ (см., например, рис. 2.1, г). Коэффициент пропорциональности c чаще всего называют **коэффициентом жесткости** (иногда пользуются терминами **обобщенный коэффициент жесткости**, **коэффициент упругости**). В других случаях возникновение восстанавливающих сил не связано со свойством упругости, они имеют иную природу. Это могут быть сила плавучести, сила тяжести или смешанная сила.

Характеристикой жесткости (упругости, квазиупругости) механической системы называют зависимость $F = -F^\circ(q)$, где F отличается от восстанавливающей силы F° только знаком. Величину F можно толковать как внешнюю силу, которая при ее статическом приложении вызывает отклонение q . Для линейных систем характеристика представляет собой прямую в координатах q, F .

Диссипативные силы. При колебаниях механических систем кроме восстанавливающих сил неизбежно развиваются силы сопротивления R° , связанные со скоростями точек системы. Чаще всего они совершают необратимую отрицательную работу, что приводит к диссипации (рассеянию) механической энергии. К таким силам относятся силы трения в опорах и сочленениях механической системы, силы сопротивления среды (жидкой или газообразной), в которой происходят колебания, силы внутреннего трения в материале элементов системы и, наконец, силы, возникающие при деформировании специальных поглотителей энергии (демпферов).

Какой бы ни была природа трения, направление диссипативных сил в любой момент процесса движения противоположно скорости движения, а ве-

личины этих сил, как правило, тем или иным образом связаны со значениями скорости.

Диссипативные свойства механических систем с одной степенью свободы описываются при помощи **характеристик трения** – кривых зависимости обобщенной силы сопротивления R° от обобщенной скорости \dot{q} . Следует иметь в виду, что при построении характеристик трения по оси ординат принято откладывать значения силы $R = -R^\circ(q)$, приложенной к элементу трения.

В механических системах с несколькими степенями свободы сила линейного сопротивления может быть представлена в виде

$$R^\circ = -b\dot{q}, \quad (2.5)$$

где R° – вектор сил сопротивления; \dot{q} – вектор обобщенных скоростей; b – коэффициент сопротивления.

Вынуждающие силы. Характеристики восстанавливающих и диссипативных сил определяются исключительно свойствами механической системы, а сами силы не только влияют на движение, но, можно сказать, и управляются этим движением, поскольку зависят от перемещений и скоростей.

Другую важную категорию образуют вынуждающие силы, т. е. силы, заданные в виде явных функций времени и потому не зависящие от движения системы, к которой они приложены:

$$P = \begin{pmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ \dots \\ P_n(t) \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Примером могут служить силы, передающиеся от вращающегося неуправновешенного ротора на фундамент машины. Такие силы являются причиной вынужденных колебаний системы, на которой установлена машина. Этот вид возбуждения называется инерционным. В других случаях вынуждающие силы могут развиваться вследствие других причин, например периодических изменений давления в цилиндрах двигателей внутреннего сгорания, периодического изменения сил притяжения электромагнитов, питаемых переменным током, (в электровибромашинах) и др.

Законы изменения вынуждающих сил во времени весьма разнообразны.

Наиболее распространенные законы:

- гармоническая вынуждающая сила (рисунок 2.5,а)—в машинах с равномерно вращающимися, не вполне уравновешенными роторами;
- периодическая вынуждающая сила (рис. 2.5,б) — в машинах с кривошипно-шатунными механизмами;

- периодические кратковременные импульсы (рис. 2.5, в) — в вибрационно-ударных формовочных машинах; в некоторых случаях длительность отдельных импульсов настолько мала, что их можно считать мгновенными (ковочные штамповочные молоты, копровые устройства и т. п.);
- непериодические вынуждающие силы (рис. 2.5, г) — в двигателях прокатного стана при одном из первых проходов и др.

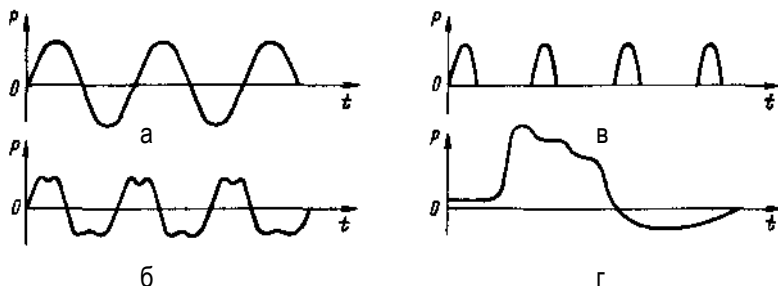


Рисунок 2.5 – Законы изменения вынуждающих сил

В некоторых случаях вынуждающие силы не являются заданными детерминированными функциями времени, а представляют собой случайный процесс (например, воздействие дороги на движущийся автомобиль, нагрузка на исполнительные органы горных выемочных машин и т. п.).

Силы смешанного характера. В сложных механических системах могут развиваться силы смешанного характера, не разложимые на сумму типа

$$F^{\circ}(q) + R^{\circ}(\dot{q}) + P(t) .$$

То есть в этих силах невозможно выделить восстанавливающую, диссипативную или вынуждающую составляющие.

Литература [1, с.7-13]; [2, с.74-75]; [3, с.4-17].

3 СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ СИСТЕМЫ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ. УСТОЙЧИВОСТЬ СОСТОЯНИЙ РАВНОВЕСИЯ И ДВИЖЕНИЯ

Способы составления уравнений движения

Прямой способ. По этому способу массы мысленно отделяют от безмассового силового каркаса (упругого скелета) системы и для каждой из них

записывают дифференциальные уравнения движения, причем действие отброшенных упругих связей заменяют их реакциями. Этот способ удобен в тех случаях, когда реакции связей (силы упругости и вязкости) не слишком сложно выражаются через характерные перемещения и скорости.

Обратный способ. Идея состоит в том, что все массы системы отделяют от ее безмассового силового каркаса и анализируют его деформации под действием заданных внешних сил (пар) и сил инерции (моментов сил инерции) отделенных масс.

Обратный способ удобен при анализе свободных и вынужденных колебаний многомассовых систем.

Основное уравнение свободных колебаний линейной системы

Рассмотрим простейший случай, типичный для системы с одной степенью свободы без диссипации энергии (рисунок 3.1).

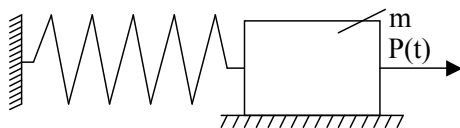


Рисунок 3.1 – Расчётная схема линейной системы

Допустим, что возбуждающая сила $P(t)$ отсутствует, но состояние равновесия каким-либо способом было нарушено и затем система была предоставлена самой себе. Движение, происходящее в таких условиях, и представляет собой свободные колебания.

Для определения движения необходимо задаться начальным смещением x_0 и начальной скоростью V_0 (начальными условиями):

$$x = x_0; \quad V = V_0 \quad \text{при } t=0. \quad (3.1)$$

В любой момент движения на груз m действует горизонтальная реакция пружины $-cx$.

Дифференциальное уравнение движения

$$m\ddot{x} + cx = P(t) \quad (3.2)$$

принимает вид

$$m\ddot{x} + cx = 0; \quad \ddot{x} + (c/m)x = 0;$$

$$\ddot{x} + p^2 x = 0, \quad (3.3)$$

где p – постоянная, зависящая от свойств системы:

$$p = \sqrt{c / m} . \quad (3.4)$$

Решение уравнения (3.3) можно представить в виде

$$x = C_1 \sin(pt) + C_2 \cos(pt) \quad (3.5)$$

или

$$x = A \sin(pt + \alpha) . \quad (3.6)$$

Постоянные C_1 и C_2 определяются из начальных условий:

$$C_1 = V_0 / p; \quad C_2 = x_0 ,$$

так что

$$x = x_0 \cos(pt) + (V_0 / p) \sin(pt) . \quad (3.7)$$

Аналогично

$$A = \sqrt{x_0^2 + (V_0 / p)^2}; \quad \alpha = \arctg(px_0 / V_0) , \quad (3.8)$$

где A – амплитуда колебаний; α – начальная фаза колебаний.

Из закона движения (3.6) видно, что движение представляет собой гармонические колебания (рисунок 3.2).

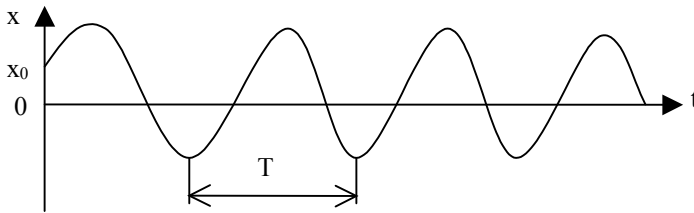


Рисунок 3.2 – Пример осциллограммы гармонических колебаний

Гармонические колебания характеризуются тем, что повторение процесса начинается после такого промежутка времени T (**период колебаний**), по истечении которого аргумент $(pt + \alpha)$ (**фаза колебаний**) увеличится на 2π .

Отсюда

$$T = 2\pi / p .$$

Тогда число колебаний в единицу времени, то есть частота колебаний, $f = 1 / T = p / 2\pi$, а физический смысл постоянной p – число колебаний в 2π единицу времени (угловая частота колебаний).

Из выражения (3.4) видно, что частота p зависит от параметров системы и не зависит от характера начального возмущения, вызвавшего колебательный процесс. По этому признаку угловую частоту свободных колебаний называют **собственной частотой**.

В общем случае собственная частота системы определяется по формуле

$$p = \sqrt{c/a}, \quad (3.9)$$

где a – коэффициент инерции (иногда называют приведенной массой); c – обобщенный коэффициент жёсткости.

Если упругая связь образована несколькими пружинами, то общий коэффициент жёсткости подвеса для схем с последовательным расположением пружин (рисунок 3.3,а)

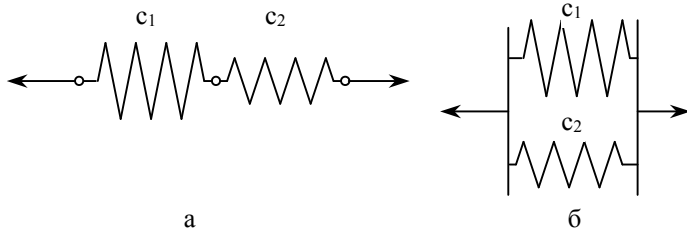


Рисунок 3.3 – Примеры систем с различным расположением пружин

$$c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}. \quad (3.10)$$

Для схем с параллельным расположением пружин (рис. 3.3,б)

$$c = c_1 + c_2. \quad (3.11)$$

Коэффициенты жёсткости c определяют методами теории сопротивления материалов.

Устойчивость состояний равновесия и режимов движения

Различают устойчивое и неустойчивое состояние равновесия системы. Для решения вопроса об устойчивости состояния нужно исследовать последствия возможности нарушения этого состояния, то есть изучить общие свойства движения, которое возникает после каких-либо малых начальных возмущений состояния равновесия. Такое состояние называется **возмущённым**.

Неустойчивое состояние – состояние, при котором система, совершая возмущенное движение, удаляется от состояния равновесия.

Состояние считается устойчивым если при возмущённом движении система остаётся в непосредственной близости от равновесного состояния или постепенно к нему приближается.

В механических системах часто нормальным состоянием является стационарный режим движения. Для таких систем устойчивость определяется затухающим характером дополнительного движения, вызванного мгновенными

возмущениями. Если дополнительное движение уводит систему от стационарного режима движения, то режим считается неустойчивым.

Для консервативных механических систем с конечным числом степеней свободы устойчивость определяется по **теореме Лагранжа-Дирихле**. Согласно этой теореме система устойчива, если в состоянии равновесия её потенциальная энергия имеет минимум.

Применительно к консервативным системам с одной степенью свободы признаком минимума потенциальной энергии является положительность коэффициента жёсткости c .

Для консервативных систем со степенью свободы больше единицы минимуму потенциальной энергии отвечает система неравенств (**критерий Сильвестра**):

$$c_{11} > 0; \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix} > 0; \dots; \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{vmatrix} > 0. \quad (3.12)$$

Если система не обладает свойством консервативности, то для исследования устойчивости необходимо исследовать характер возмущенного движения. Обычно для проверки устойчивости нет необходимости изучать возмущённое движение во всех подробностях. Достаточно ограничиться анализом начала процесса возмущённого движения (когда в связи с малостью отклонений уравнение линейно).

Литература [1, с.13-50]; [3, с. 22-46; 124-131].

4 ДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЖЕНИЯ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ГЛАВНУЮ ЛИНИЮ ПРИВОДА И РАБОЧУЮ КЛЕТЬ ПРОКАТНОГО СТАНА

Неустойчивый процесс прокатки и его динамические воздействия на главную линию прокатного стана

При прокатке в валках зачастую возникает явление буксования. При этом буксование бывает частичным или полным.

Принято различать следующие типы буксования:

- кратковременные, с последующим переходом к устойчивому процессу прокатки;

- интенсивные, с часто чередующимися захватами металла и проскальзываниями;
- полные, с прекращением пластической деформации металла и его остановки при вращающихся валках.

Как правило, при буксовании на поверхности металла остаются следы, однако поверхность может оставаться и гладкой.

Основная причина неустойчивого процесса прокатки (буксования) – это снижение величины коэффициента трения на контактных поверхностях между рабочими валками и прокатываемым металлом.

Какие же факторы оказывают влияние на величину коэффициента трения? В основном это следующее:

- окалина на поверхности металла;
- состояние поверхности валков и материал, из которого они изготовлены;
- окружная скорость вращения валков;
- величина обжатия в проходе;
- температура нагрева металла;
- химический состав прокатываемого металла;
- удельное давление (при холодной прокатке);
- несоблюдение закона постоянства объёма между клетями (для непрерывных станов).

Рассмотрим более подробно влияние, например, окалины.

Окалина образуется на металле при высокой температуре и сохраняется на слитке при его транспортировке. Окалина полностью удаляется только после нескольких проходов.

Процесс разрушения окалины происходит постепенно, поэтому по длине раската состояние и количество окалины неодинаково. Вследствие этого коэффициент трения в разных местах заготовки будет различным, что и приводит к возникновению пробуксовок с чередующимися захватами.

Частичная кратковременная пробуксовка валков может быть объяснена тем, что по мере поворота валков окалина разрушается, изменяется характеристика поверхности металла, увеличивается коэффициент трения, а значит, повышается сила сцепления металла с валками и пробуксовка заканчивается.

Прекращение процесса буксования, как правило, добиваются путем снижения скорости прокатки.

Буксование весьма опасно, его возникновение приводит к следующему:

- возбуждает динамические нагрузки в главной линии стана;
- способствует быстрому износу валков;
- уменьшает производительность стана;
- нарушает цикл прокатки, что затрудняет автоматизацию стана.

Очевидно, что при буксовании возникают большие динамические нагрузки, т.к. буксование приводит к следующему:

- изменению скорости течения металла;
- периодическому захвату;
- изменению (уменьшению) полезного сопротивления машины;
- возникновению переходных процессов в электродвигателях привода стана.

Для прокатных станов особенно опасны динамические нагрузки, проходящие через ноль и изменяющие свое направление. При этом происходит раскрытие зазоров в приводных линиях с периодическими упругими ударами и резким повышением общей напряженности приводной линии.

Характер колебательных процессов в главной приводной линии при неустойчивом процессе прокатки определяется характером изменения крутящих моментов на валках, который зависит от наличия и характера пробуксовки, а также некоторых других факторов (биение валков, разброс механических свойств, разнотолщинность и т.д.).

Как показывают экспериментальные исследования, при пробуксовке можно выделить следующие характерные случаи колебательных процессов в приводных линиях:

- колебания низкой частоты;
- автоколебания, близкие к гармоническим;
- релаксационные автоколебания.

Колебания низкой частоты

Колебания низкой частоты возникают в основном при наличии на подкате печной окалины, когда её разрушение происходит по мере поворота валков.

По теории Александра Петровича Чекмарева обновление контактной поверхности происходит пропорционально углу поворота валка φ и заканчиваться при угле поворота φ , равном углу захвата α .

То есть при $\varphi = \alpha$ будет новый срыв.

При этом давление металла на валки будет изменяться от минимального (близкого к нулю) значения до максимального (близкого к давлению при установившемся процессе), а затем давление снова уменьшится.

В процессе разрушения окалины происходит чередование захватов и срывов, поэтому при пробуксовке изменение момента сил сопротивления упруго можно представить в виде функции угла поворота:

$$M_2 = M_c + M_{пр} \varphi_{в} / \alpha, \quad (4.1)$$

где M_c – начальный момент (очень невелик по величине и расходуется на холостое вращение рабочих валков); $M_{пр}$ – момент прокатки; $\varphi_{в}$ – угол поворота рабочего валка; α – угол захвата металла валками.

Составим двухмассовую систему, приводя её к рабочим валкам, тогда $\varphi_2 = \varphi_a$.

Дифференциальные уравнения движения якоря электродвигателя и рабочих валков будут иметь вид:

$$\begin{cases} I_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_1; \\ I_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_c + M_n \frac{\varphi_2}{\alpha}. \end{cases} \quad (4.2)$$

Будем рассматривать отношение M_n/α как дополнительную упругую связь системы (т.е. в нашей двухмассовой системе будет не одна, а две упругие связи). Назовем отношение M_n/α технологической жесткостью при захвате:

$$c_n = M_n/\alpha. \quad (4.3)$$

Решение системы (4.2) (трехмассовая система) сведется к решению системы двух дифференциальных неоднородных уравнений, одно из которых содержит дополнительный член, содержащий в себе время (угол поворота). Кроме того, следует отметить, что в нашем случае будет также две собственных частоты колебаний: p_1 (главная) и p_2 (вторая), поскольку упругих связей две.

Решение системы уравнений при условии мнимых (комплексных) корней биквадратного частотного уравнения будет иметь вид (по отношению к перемещению валков)

$$\varphi_2 = C_1 \cos p_1 t + C_2 \sin p_1 t + C_3 \cos p_2 t + C_4 \sin p_2 t + (M_1 - M_c)/c_{12}. \quad (4.4)$$

Пусть $M_1 - M_c = M_a$, тогда уравнение моментов сил упругости будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} M_{12} = M_a - M_a \left(\frac{p_2^2}{p_2^2 - p_1^2} \right) \left(1 - \frac{I_2 p_1^2}{c_n} \right) \cos p_1 t + \\ + M_a \left(\frac{p_1^2}{p_2^2 - p_1^2} \right) \left(1 - \frac{I_2 p_2^2}{c_n} \right) \cos p_2 t, \end{aligned} \quad (4.5)$$

где частоты p_1 и p_2 можно найти, используя следующие зависимости:

$$\begin{aligned} \left(\frac{p_{1,2}}{p_0} \right)^2 = \frac{1}{2} \left[(1 - n_1 \gamma) \mp \sqrt{(1 - n_1 \gamma)^2 + 4 n_1 n_2 \gamma} \right]; \\ n_1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2}; n_2 = \frac{I_2}{I_1 + I_2}; p_0 = \sqrt{\frac{c_{12}(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}}; \gamma = \frac{c_n}{c_{12}}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

При буксовании линии стана в ней возбуждаются двухчастотные колебания – с низкой и высокой частотами (рисунок 4.1), которые зависят от коэффициентов распределения жесткости γ и масс системы m_1 и m_2 .



M – момент сил упругости в универсальном шпинделе;

i – ток электродвигателя; α – угловые перемещения шпинделя

Рисунок 4.1 – Пример осциллограммы сложных колебаний упругих моментов с двумя частотами при буксовании

Мгновенные динамические нагрузки в системе могут принимать максимальные положительные, максимальные отрицательные или нулевые значения, что, как уже говорилось, может приводить к размыканию зазоров и динамическим ударам и может служить причиной разрушения машины.

Автоколебания, близкие к гармоническим

Экспериментальные исследования показали, что в машинах, в частности в приводах прокатных станов, могут возникать колебательные процессы с постоянными амплитудами при стационарных режимах нагружения и отсутствии периодических внешних сил.

Такое явление принято называть автоколебаниями.

Автоколебания обладают следующими характерными особенностями:

- постоянной незатухающей амплитудой колебаний, поддерживаемой внешними силами;
- пополнение затраченной энергии на колебания происходит за счет постоянного источника энергии (в нашем случае электродвигателя);
- величина амплитуд зависит от колебательных характеристик системы и не зависит от начальных условий;
- период колебаний, как и амплитуда, определяется собственными характеристиками системы;
- нет периодического изменения внешних сил, т.е. периодический характер колебаний создается за счет неперiodического источника внешних сил;
- автоколебания исчезают сразу же после исчезновения причин, их вызывающих.

Дополнительные нагрузки от автоколебаний, как показывают исследования, могут достигать значительных величин и их следует учитывать при расчёте деталей приводов на усталостную выносливость.

Наблюдается два основных вида автоколебаний:

- гармонические (или близкие к ним) (рисунок 4.2,а);
- релаксационные (разрывный характер) (рис. 4.2,б).

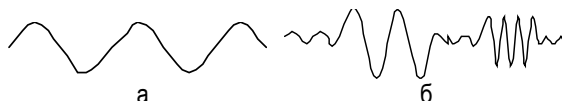
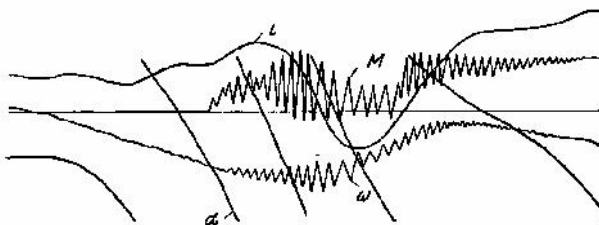


Рисунок 4.2 – Примеры осциллограмм гармонических и релаксационных колебаний

При небольшом изменении сил трения в системе возбуждаются колебания, близкие к синусоидальным, с частотой, мало отличающейся от собственной частоты колебаний системы (рисунок 4.3).



M – момент сил упругости в универсальном шпинделе;

i – ток электродвигателя; ω – скорость вращения электродвигателя;

α – угловые перемещения шпинделя

Рисунок 4.3 – Пример осциллограммы автоколебаний, близких к гармоническим

Если переменное трение значительное, то возникают автоколебания релаксационные (или разрывные), существенно отличающиеся от гармонических. Частота этих колебаний больше, чем собственная частота системы (рисунок 4.4).

Единой четкой теории о причине возникновения автоколебаний в настоящее время нет. Основными из таких теорий являются следующие:

теория Кайдашевского Н.Л. и Хайнина С.Э. – автоколебания вызываются падающей характеристикой сил трения в зависимости от относительной скорости скольжения;

теория Ишлинского А.Ю. и Каргельского И.В. – причина возникновения автоколебаний заключается в зависимости сил трения от продолжительности неподвижного контакта трущихся поверхностей.

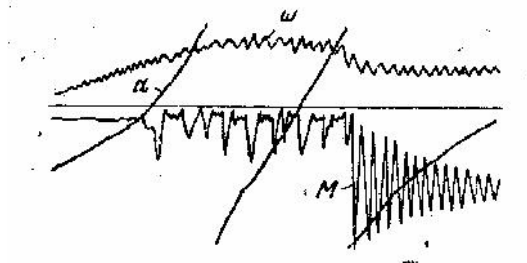


Рисунок 4.4 – Пример осциллограммы релаксационных автоколебаний блюминга 950

Ни одна из теорий не дает полной картины и точного объяснения. Как принято говорить, теории дополняют друг друга.

Независимо от принимаемой теории причина возникновения автоколебаний заключена в природе сил трения.

Релаксационные автоколебания

Возникновение их можно описать так:

- моменты в линии возрастают при отсутствии относительного движения между валками и металлом;
- момент сил упругости достигает величины момента трения покоя, происходит срыв валков;
- под действием сил упругости и трения происходят колебания валков;
- между металлом и валками появляется переменная относительная скорость;
- сразу после срыва валки движутся в направлении момента электродвигателя;
- скорость меняется, а с изменением её изменяются и скорость скольжения и момент сил трения. Когда они станут равны (M_{12} и $M_{тр}$) – снова стоп и новый цикл.

Аналитическое описание этого процесса практически невозможно – нет описания трения, а использование экспериментальных данных имеет локальный характер.

Влияние динамического нагружения на изменение упругой деформации рабочей клетки и точность проката

Точность геометрических характеристик готового металлопроката определяется во время прокатки. Изменение размеров полосы происходит вследствие изменения упругих деформаций нагруженных частей рабочей клетки, которые являются результатами изменения давления металла на валки и динамического нагружения упругой системы рабочей клетки.

Факторы, влияющие на изменение давления при прокатке, а следовательно, упругой деформации клетки:

- изменение температуры металла;
- неоднородность металла (химический состав и структура);
- непостоянство размеров подката;
- натяжение полосы;
- трение между валками и полосой;
- биение валков и т.д.

Итак, все причины, вызывающие изменение давления металла на валки, будут одновременно оказывать влияние и на изменение деформации рабочей клетки, а следовательно, и на точность геометрических характеристик подката.

При обычных расчётах величины пружины клетки не учитывают характер изменения нагрузки во времени, т.е. задачу рассматривают как статическую.

Однако в реальности переходные и неустойчившиеся процессы, имеющие место при прокатке, могут использоваться для статических расчётов только с очень большим допущением.

Рассмотрим рабочую клетку прокатного стана.

Система является достаточно сложной, однако её можно представить в виде одномассовой расчётной схемы (рисунок 4.5).

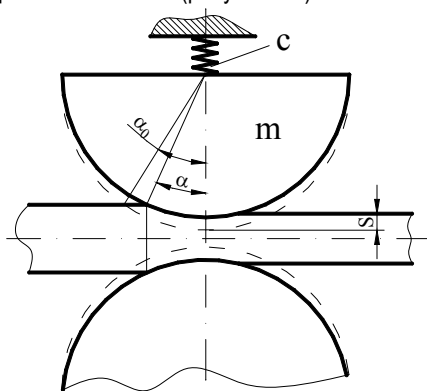


Рисунок 4.5 – Расчётная схема для определения упругой деформации рабочей клетки

Дифференциальное уравнение движения массы такой системы будет иметь следующий вид:

$$m \frac{d^2 S}{dt^2} + cS = F(\tau), \quad (4.7)$$

где m – приведенная масса валков с подушками, уравнивающего механизма и других элементов; S – упругая деформация рабочей клетки; c – жёсткость связи (клетки); $F(\tau)$ – возмущающая сила, изменяющаяся во времени.

Рассмотрим процесс захвата металла валками. В начальный момент времени ($t=0$) нагрузки отсутствуют. В этом случае решение уравнения будет иметь вид

$$S = \frac{1}{mp} \int_0^t F(\tau) \sin p(t - \tau) d\tau, \quad (4.8)$$

где τ – переменная, изменяющаяся от 0 до t ; p – собственная частота колебаний упругой системы рабочей клетки.

Для анализа процесса захвата металла валками примем линейный характер нарастания нагрузки в системе (давление металла на валки) (рисунок 4.6):

$$\begin{aligned} F(\tau) &= P \frac{\tau}{t_0} - \text{при } t = 0 \dots t_0; \\ F(\tau) &= P - \text{при } t > t_0, \end{aligned} \quad (4.9)$$

где P – полная сила прокатки; t_0 – время захвата металла валками.

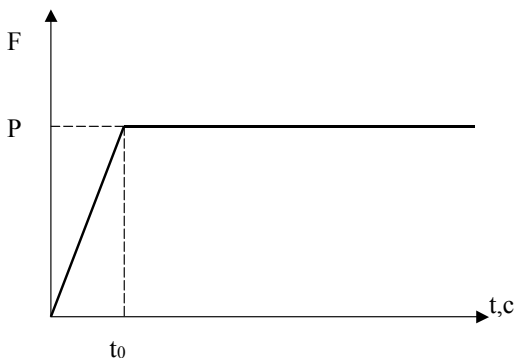


Рисунок 4.6 – Закон нарастания нагрузки при захвате металла валками

Подставив значение $F(\tau)$, имеем:

$$S = \frac{P}{mp^2} - \frac{P}{mp^2} \frac{\sin pt_0}{pt_0} \cos pt_0 + \frac{P}{mp^2} \frac{1 - \cos pt_0}{pt_0} \sin pt_0. \quad (4.10)$$

Выразив через одну тригонометрическую функцию, будем иметь:

$$S = S_{\text{ст}} + S_{\text{ст}} \frac{\sin \pi \lambda}{\pi \lambda} \sin(pt + \gamma), \quad (4.11)$$

где $S_{\text{ст}} = P / mp^2$ – статическая деформация рабочей клетки; $\lambda = \frac{t_0}{T}$ – отношение времени захвата к периоду колебаний упругой системы клетки; $p = \sqrt{c/m}$ – частота собственных колебаний системы; $\gamma = -\arctg \frac{\sin 2\pi \lambda}{1 - \cos 2\pi \lambda}$ – вспомогательный параметр; $T = p / 2\pi$ – частота колебаний системы.

Из выражения (4.11) следует, что в общем случае при динамическом захвате упругая деформация рабочей клетки состоит из статической деформации и динамической составляющей (рисунок 4.7). Амплитуда колебаний деформаций зависит от параметра λ : чем меньше λ , тем больше динамическая амплитуда и общая деформация клетки в момент захвата (рисунок 4.8). При $\lambda \geq 5$ динамическая составляющая деформаций не превышает 5% от статической.

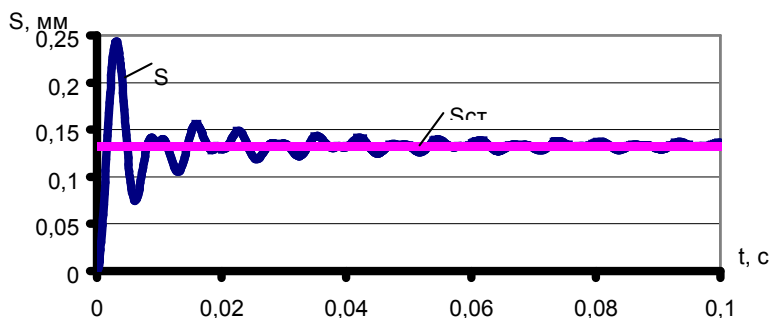


Рисунок 4.7 – Характер изменения упругой деформации клетки при захвате металла валками

Колебания суммарной упругой деформации рабочей клетки могут сказаться на точности размеров проката, особенно при сравнительно больших деформациях и малой толщине полосы. Соответственно перемещению S будут изменяться напряжения и усилия в упругих связях рабочей клетки, что необходимо учитывать при расчетах.

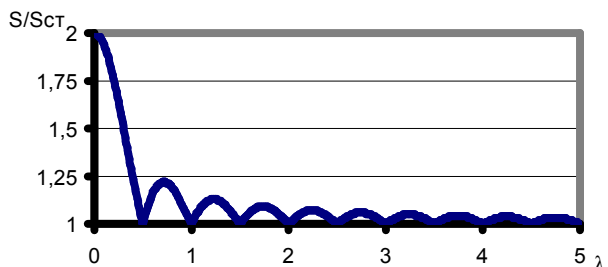


Рисунок 4.8 – Зависимость динамической составляющей деформации от параметра её нагружения

В качестве примера рассмотрим клеть кварто непрерывного стана холодной прокатки 500/1300x1200. Упругую систему рабочей клетки можно представить в виде одномассовой расчетной схемы, представленной на рисунке 4.9, где m - приведенная масса рабочего валка, c - суммарная жесткость станины рабочей клетки (жесткость клетки) и контакта рабочего и опорного валков.

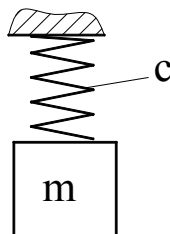


Рисунок 4.9 – Эквивалентная схема упругой системы клетки

Жесткость отдельных элементов станины удобно выразить через обратную величину - податливость.

Для рассматриваемого стана:
приведенная жесткость

$$c = \frac{1}{e_1 + e_2 + \dots + e_7} = 9,75 \cdot 10^9 \text{ Н / м},$$

где $e_1 \dots e_7$ – податливости основных элементов клетки (приложение А);
приведенная масса

$$m = 23150 \text{ Нс}^2 / \text{м}.$$

Соответственно частота и период колебаний системы:

$$p = \sqrt{c/m} = 650 \text{ с}^{-1}; \quad T = 2\pi / p = 0,0097 \text{ с}.$$

Минимальная продолжительность захвата металла валками последней клетки (при условии ровной кромки задающего листа для станов холодной прокатки) при скорости прокатки 15м/с и длине дуги контакта 5мм равна 0,00033 с. Тогда минимальная величина параметра приложения нагрузки составит $\lambda_{\min}=0,034$. При этом согласно графику $S/S_{\text{ст}}=f(\lambda)$ (см. рис. 4.8) действительная деформация клетки равна в первый период захвата металла валками удвоенному значению статической деформации. Затем колебания затухают и деформация приближается к статической. Для других клеток с меньшей скоростью захвата и большей длиной очага деформации отношение t_0/T уменьшается и при $\lambda > 3$ динамическая составляющая упругой деформации клетки не превышает 10% от статической.

Литература [1, с.84-106; 232-238]; [4, с. 26-50].

5 ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В НЕПРЕРЫВНЫХ ПРОКАТНЫХ СТАНАХ

В непрерывных группах клеток соседние клетки связаны между собой кинематической (движущейся) связью – прокатываемой полосой. При этом нарушение работы одной клетки приводит к нарушению работы всей линии привода стана.

Существенную роль в формировании характера этих колебаний играет упругая связь прокатываемой полосы.

При комплексном изучении колебаний системы привода стана и полосы необходимо учитывать следующие основные факторы:

- податливость полосы и главной линии клеток непрерывного стана;
- характер нагружения рабочих клеток;
- взаимосвязь механических колебаний с электродвигателями и т.д.

Рассмотрим схему двух клеток, связанных между собой упругой полосой (рисунок 5.1).

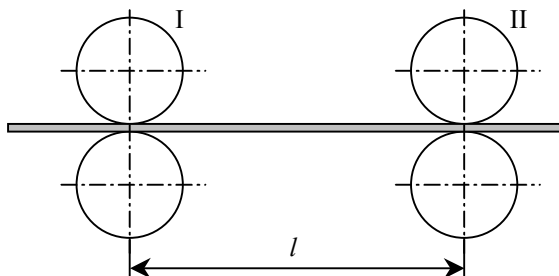


Рисунок 5.1 – Расчётная схема непрерывного прокатного стана

Допустим, резко увеличивается момент во второй клетке. При этом полоса между клетями будет испытывать дополнительную деформацию (натяжение). Причем величина дополнительного натяжения полосы

$$T = c_1 \varphi_2, \quad (5.1)$$

где c_1 – коэффициент жёсткости полосы между клетями (технологическая жёсткость), Н/рад:

$$c_1 = \frac{EFR}{l},$$

E – модуль упругости материала полосы, Н/мм²; F – площадь поперечного сечения полосы, мм²; R – радиус рабочих валков, мм; l – расстояние между соседними клетями, мм; φ_2 – угол поворота второй клетки, рад.

Во второй клетке появление дополнительного натяжения вызовет переходный процесс, при этом величина дополнительного момента от натяжения

$$M_2^1 = TR. \quad (5.2)$$

Учитывая вращение валков,

$$T = c_1(\varphi_2 - \varphi_1) = c_1(\varphi_2 - \omega_1 t), \quad (5.3)$$

где ω_1 – угловая скорость валков в первой клетке, рад/с; t – время поворота валков, с.

Таким образом, дополнительный момент

$$M_2^1 = Rc_1(\varphi_2 - \omega_1 t). \quad (5.4)$$

В переходном процессе скорости движения металла на выходе из первой и входе во вторую клеть неодинаковы, так как при изменении величины натяжения изменяется и величина опережения металла.

Для упрощения решения принимаем величину опережения постоянной.

Определим общий момент сил сопротивления на валках второй клетки:

$$M_2 = M_c + M_2^1, \quad (5.5)$$

где M_c – статический момент на валках при стационарном процессе прокатки, Н м.

Переходные процессы привода, возникающие вследствие динамических колебаний системы, сопровождаются значительными колебаниями тока в якоре электродвигателя.

Запишем уравнение баланса электродвижущих сил в цепи якоря электродвигателя:

$$U = L \frac{di}{dt} + Ri + e, \quad (5.6)$$

где U – напряжение, приводимое к якору, В; L – коэффициент самоиндукции цепи якоря; i – сила тока, А; R – сопротивление цепи якоря, Ом; e – противоэлектродвижущая сила якоря, В.

Для системы управления «генератор-двигатель» можно записать:

$$\frac{dU}{dt} = L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{de}{dt}. \quad (5.7)$$

Учитывая, что $M_1 = c_m i$ и $e = c_e \omega$, дифференциальное уравнение момента электродвигателя можно записать в следующем виде:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{L}{c_m} \frac{d^2 M_1}{dt^2} + \frac{R}{c_m} \frac{dM_1}{dt} + c_e \frac{d\omega}{dt}, \quad (5.8)$$

где c_m, c_e – постоянные электродвигателя; $d\omega/dt = d^2\varphi/dt^2$.

Составим дифференциальное уравнение движения двухмассовой системы (одной клетки):

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_1; \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_2. \end{cases} \quad (5.9)$$

Динамические процессы в системе привода с учётом действия электродвигателя и упругой полосы между клетями описываются следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} I_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_1; \\ \frac{L}{c_m} \frac{d^2 M_1}{dt^2} + \frac{R}{c_m} \frac{dM_1}{dt} + c_e \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} = \frac{dU}{dt}; \\ I_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_2; \\ M_2 = M_c + c_n(\varphi_2 - \omega_1 t). \end{cases} \quad (5.10)$$

Пренебрегая индуктивностью цепи якоря электродвигателя ($L=0$) и принимая прямолинейный характер изменения напряжения, подводимого к электродвигателю, получим

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_1; \\ \frac{R}{c_m} \dot{M}_1 + c_e \ddot{\varphi}_1 = \dot{U}; \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_2; \\ M_2 = M_c + c_n(\varphi_2 - \omega_1 t). \end{cases} \quad (5.11)$$

Решая систему относительно φ_1 получим

$$\begin{aligned} \frac{d^5 \varphi_1}{dt^5} + \frac{c_e c_m}{R I_1} \frac{d^4 \varphi_1}{dt^4} + \left(c_{12} \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} - \frac{c_n}{I_2} \right) \frac{d^3 \varphi_1}{dt^3} + \frac{c_e c_m (c_{12} - c_n)}{R I_1 I_2} \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} - \\ - \frac{c_{12} c_n}{I_1 I_2} \frac{d \varphi_1}{dt} = \frac{c_m}{R I_1 I_2} (c_{12} - c_n) \frac{U_n}{t_p} - \frac{c_{12} c_n \omega_1}{I_1 I_2}, \end{aligned} \quad (5.12)$$

где U_n – номинальное напряжение якоря электродвигателя, В; t_p – время разгона электродвигателя.

При этом соотношение $dU/dt = U_n/t_p$ описывает линейный закон изменения напряжения во времени.

В итоге имеем дифференциальное однородное уравнение пятого порядка. Для упрощения формы записи уравнения примем:

$$\begin{aligned} a = c_e c_m / R \quad (\text{угловой коэффициент механической характеристики электро-} \\ \text{двигателя}); \quad a_0 = a / I_1; \quad f^2 = p^2 - c_n / I_2; \quad n = a(c_{12} - c_n) / (I_1 I_2); \\ d = c_{12} c_n / (I_1 I_2), \end{aligned}$$

где p – частота собственных колебаний двухмассовой системы главной линии.

Характеристическое уравнение, полученное из дифференциального однородного, будет иметь следующий вид:

$$\lambda^5 + a\lambda^4 + f^2\lambda^3 + n\lambda^2 - d\lambda = 0. \quad (5.13)$$

Очевидно, что один из корней этого уравнения равен нулю. В этом случае стан совершает движение как жёсткая система.

Колебательная система с уравнением частот четвёртой степени будет устойчивой при условии, что все коэффициенты при λ положительны и выполняется условие

$$a_0 n f^2 > n^2 - a_0^2 d, \quad (5.14)$$

где f – частота колебаний системы; n – коэффициент затухания; a_0 – наклон характеристик электродвигателя; d – коэффициент связи между характеристиками электродвигателя и силами сопротивления машины.

Общее решение уравнения (5.12):

$$\begin{aligned} \varphi_1 = & e^{\tau_1 t} (C_1 \cos p_1 t + C_2 \sin p_1 t) + e^{\tau_2 t} (C_3 \cos p_2 t + \\ & + C_4 \sin p_2 t) + \left(\frac{c_m (c_{12} - c_n) U_H}{R c_{12} c_n} \frac{1}{t_p} - \omega_1 \right) t, \end{aligned} \quad (5.15)$$

где τ_1, τ_2 – дискриминанты решения корней биквадратного уравнения.

Следует отметить, что собственных частот у системы будет две, так как имеются две упругие связи с жёсткостями c_{12} и c_n .

Уравнение момента M_1 , исходя из решения уравнения движения, –

$$M_1 = M_c + M', \quad (5.16)$$

где M' – соответствующее изменение величины момента привода в зависимости от изменения угловой скорости.

В самом общем случае, момент электродвигателя состоит из двух составляющих – постоянного статического момента и дополнительных колебательных составляющих с двумя разными частотами:

- низкой (колебания упругой полосы между валками);
- высокой (эта частота чуть ниже собственной частоты колебаний линии стана без полосы).

В целом динамические нагрузки в линии стана (в приводе) зависят от многих технологических и электромеханических факторов:

- размеров и упругих свойств полосы;
- расстояния между клетями;
- диаметра валков;

- жесткости звеньев главной линии;
- распределения масс в системе;
- величины электромеханических постоянных двигателя привода.

Экспериментально установлено, что в переходный период натяжение полосы изменяется по гармоническому закону с затухающими амплитудами. Характер изменения токов в якоре двигателя полностью повторяет изменения натяжения полосы.

При прочих равных условиях значения частот колебаний системы зависят от жесткости полосы. Чем меньше жесткость полосы, тем ниже первая частота p_1 . Вторая частота стремится к собственной частоте колебаний системы без полосы $p_2 \rightarrow p$. При отсутствии полосы $p_1 = 0$, $p_2 = p$.

Рассмотрим графики зависимости частот собственных колебаний системы от отношения жесткостей системы для различных значений распределения масс $n_1 = I_1 / (I_1 + I_2)$ (рисунок 5.2).

Исследования позволяют сделать вывод: неучёт упругой связи между клетями или пренебрежение податливостью элементов главной линии могут исказить физическую картину переходных процессов в механической системе и привести к ошибочным результатам в расчётах динамических нагрузок.

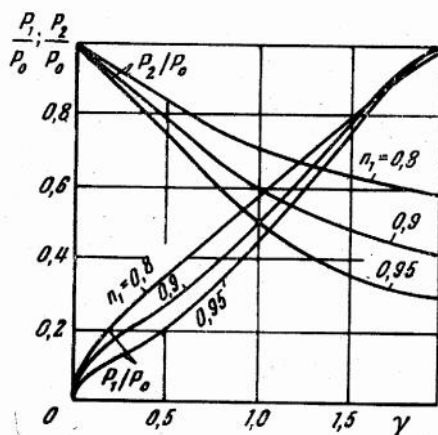


Рисунок 5.2 – Графики частот колебаний главной линии стана при наличии упругой связи между клетями

Литература: [1, с.226-232]; [4, с.52-54].

6 СПОСОБЫ СНИЖЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

Задачи, решение которых позволяет снизить вероятность поломок металлургического оборудования:

1 *В области технологии:*

- получение более точных вероятностных зависимостей для расчёта средних, максимальных и эквивалентных технологических динамических нагрузок на рабочие органы машин с учётом рассеивания технологических параметров процесса и неравномерности распределения силовых потоков в трансмиссиях.

2 *В области оборудования:*

- создание расчётных схем и методов расчётов механизмов и машин, соответствующих реальным условиям их нагружения в стационарных и переходных режимах;
- проектирование машин со статическими определяемыми схемами и минимальным приведенным моментом инерции, исключение избыточных связей и циркуляции мощности в системе «рабочий орган – трансмиссия – привод»;
- создание быстродействующих предохранительных и амортизационных устройств и определение места их установки в кинематической цепи.

3 *В области автоматизации:*

- разработка надёжных быстродействующих датчиков технологических нагрузок, температуры, скорости, ускорения и т.д.;
- создание алгоритмов расчёта технологических нагрузок по параметрам, поддающимся определению и контролю на входе металлургического агрегата;
- создание автоматизированных систем диагностики оборудования и определения его состояния.

Принципы действия виброизоляторов, поглотителей (демпферов) и амортизаторов

В основе данных устройств лежат следующие теоретические положения:

- амплитуды вынужденных колебаний могут быть достаточно малыми, если собственная частота системы значительно меньше частоты возбуждения;
- трение приводит к поглощению колебательной энергии, и вынужденные колебания происходят с меньшими амплитудами, чем при отсутствии трения (этот эффект особенно заметен в резонансной области);
- благодаря силам трения свободные колебания постепенно затухают.

На первом положении базируются **виброизоляторы**, то есть упругие элементы, специально вводимые в механическую систему для защиты от колебаний путём значительного снижения собственной частоты.

Второе положение лежит в основе действия поглотителей колебаний (демпферов). Главной частью любого поглотителя является элемент трения.

Для защиты от толчков и ударов применяются амортизаторы – устройства, которые представляют собой комбинации виброизоляторов и поглотителей.

Виброизоляторы.

Различают активные и пассивные системы виброизоляции.

В активной системе виброизоляторы устанавливают между источником вибрации и основанием для защиты основания от вынуждающих сил $P(t)$ (рис. 6.1,а).

Пассивная система, наоборот, служит для защиты объектов (приборов, станков) от воздействия колебания основания $f(t)$, то есть от кинематического возбуждения (рис. 6.1,б).

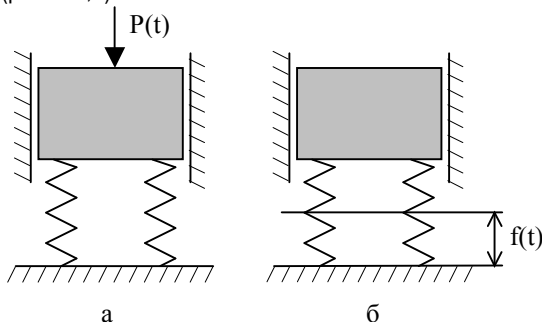


Рисунок 6.1 – Типы виброизоляторов

Во всех случаях необходим расчёт виброизоляции. Применять виброизоляционные устройства недопустимо без расчёта, так как случайная, необоснованная установка упругих элементов может принести вред.

При активной виброизоляции быстроходных машин требуется, чтобы отношение частоты вынужденных колебаний к частоте собственных колебаний системы $\omega/p > 4$, при этом $K_d < 1,5$, а тихоходных (с $\omega < 500$ об/мин) – $\omega/p > 3$ и $K_d < 0,125$.

На практике применяют принципиально равноценные варианты установок виброизоляторов: опорный (рисунок 6.2,а); подвесной на сжатие (рис. 6.2,б) и растяжение (рис. 6.2,в). Если в изолируемой машине преобладают горизонтальные вынуждающие силы, то используется маятниковая подвеска (рис. 6.2,г).

Поглотители колебаний (демпферы)

В некоторых случаях поглотители колебаний применяются в чистом виде, без параллельно включенных упругих элементов. Так, существуют различные схемы поглотителей: жидкостного трения, сухого трения и гистерезисного типа.

В поглотителях жидкостного трения демпфирование создаётся силами вязкости, возникающими при относительных перемещениях двух деталей, между которыми есть некоторый зазор, заполненный вязкой жидкостью (например, силиконом) (рисунок 6.3,а).

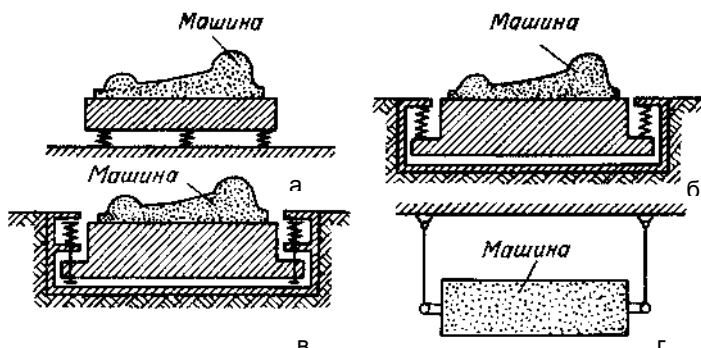


Рисунок 6.2 – Примеры установки виброизоляторов

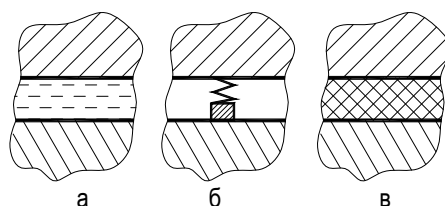


Рисунок 6.3 – Виды поглотителей колебаний

В поглотителях сухого трения демпфирование создаётся силами трения, возникающими при проскальзывании одной детали относительно другой при определённой силе поджатия, которая создаётся системой пружин (рис. 6.3,б). Если сила поджатия будет слишком велика, то обе детали будут двигаться вместе и из-за отсутствия проскальзывания энергия не будет рассеиваться. Если же поджатие будет очень слабым, то рассеивание механической энергии будет мало из-за незначительной силы трения. Поэтому такие конструкции требуют выбора оптимальной силы поджатия.

В поглотителях гистерезисного типа (внутреннего трения) при колебаниях происходит интенсивное рассеяние энергии в прокладке между деталями, передающими нагрузку (рисунок 6.3,в). Прокладку выполняют из материала с большим внутренним трением (типа резины).

Колебания могут быть уменьшены или полностью устранены с помощью поглотителей ударного действия.

Плавающий ударный демпфер представляет собой дополнительный груз, который свободно, с некоторым зазором помещается в демпфируемый объект (рисунок 6.4,а). Используется для гашения колебаний тяг органов управления машинами.

Маятниковый ударный демпфер (рисунок 6.4,б) предназначен для гашения колебаний высотных конструкций (башенных сооружений, труб).

Ударные пружинные демпферы в различном конструктивном исполнении используют для устранения высокочастотных вибраций и для уменьшения колебаний виброизолированных машин при прохождении через резонанс (рисунок 6.4,в).

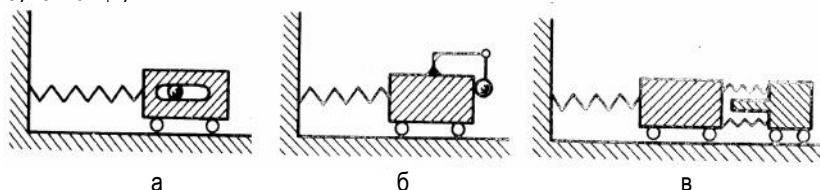


Рисунок 6.4 – Поглотители ударного действия

Амортизаторы.

Как правило, в металлургических машинах роль амортизаторов выполняют резиновые, пневматические и пружинные буферы. Но, однако, они имеют ряд недостатков, так как в процессе работы накапливают энергию, приводят к возникновению возрастающих сил торможения с большими пиковыми значениями. В настоящее время в качестве амортизаторов применяются более эффективные гидравлические тормозные цилиндры, в которых для повышения плавности хода амортизатора используются вместо одного дросселирующего отверстия несколько. В результате такого технического решения возникающий перед поршнем динамический напор сохраняется постоянным во время полного хода, а значит, сохраняется постоянной противодействующая сила.

Литература [4, с.198-219].

7 ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОСЫЛКИ И МЕТОДЫ РАСЧЁТА НА ПРОЧНОСТЬ. РАСЧЁТ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ СТАТИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ. МАЛОЦИКЛОВАЯ УСТАЛОСТЬ

Виды разрушений и основные механические свойства материалов

Вид разрушения деталей машин зависит от типа материала, характера изменения нагрузки во времени, формы и размеров детали, температуры, внешней среды и других факторов.

Нагрузки делят на статические, переменные и ударные.

Статические нагрузки – нагрузки, которые медленно изменяются от нуля до своего конечного значения и затем не изменяются или изменяются незначительно в течение всего срока эксплуатации.

Ударные нагрузки – нагрузки, характеризующиеся высокими скоростями их возрастания.

Переменные нагрузки – нагрузки, изменяющиеся во время эксплуатации по какому либо закону.

Основные параметры, используемые при анализе переменных нагрузок:

- $\sigma_{\max}, \sigma_{\min}$ – максимальное и минимальное по алгебраическому значению напряжения цикла;
- $\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) / 2$ – амплитуда напряжений цикла;
- $\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) / 2$ – среднее значение напряжений цикла;
- $R = \sigma_{\max} / \sigma_{\min}$ – коэффициент асимметрии цикла нагружения.

Различают следующие виды законов изменения переменных нагрузок:

- 1 Симметричный цикл: $\sigma_{\max} = \sigma_{\min} = \sigma_a$; $R = -1$ (подчиняются изменения нормальных напряжений в валах и осях).
- 2 Отнулевой (пульсационный): $\sigma_m = \sigma_a = \sigma_{\max} / 2$; $\sigma_{\min} = 0$; $R = 0$ (изменения изгибающих напряжений у корня зуба шестерни).
- 3 Асимметричный цикл (изменения растягивающих напряжений в затянутых болтах, напряжений в клапанных пружинах).
- 4 Случайный процесс изменения нагрузки (изменение момента в главной линии при запуске прокатного стана).

При однократном приложении статической нагрузки может возникать вязкое, хрупкое или квазихрупкое разрушение.

Вязкое – разрушение, которому предшествует большая пластическая деформация и на которое затрачивается большая работа.

Хрупкое – разрушение, протекающее практически без заметных пластических деформаций при малых затратах энергии.

Квазихрупкое – разрушение, занимающее промежуточное положение между вязким и хрупким, то есть протекающее с некоторой небольшой пластической деформацией и с затратой определенной энергии на разрушение.

Период работы машины (часы, годы и т.п.) от момента возникновения первой макроскопической трещины усталости (обычно длиной 0,1...0,5 мм) до окончательного разрушения называется **живучестью**.

При изучении роста трещин используют методы и понятия механики разрушения.

Для определения живучести конструкции необходимо знать зависимость между длиной трещины и остаточной прочностью.

Под **остаточной прочностью** понимают нагрузку или напряжения, которые приводят к разрушению детали с заданной трещиной при их однократном приложении.

Для оценки характеристик сопротивления материала и деталей усталостному разрушению проводят усталостные испытания лабораторных образцов, моделей и деталей натурных размеров на специальных усталостных машинах, которые различают по виду нагружения (изгиб в одной плоскости, изгиб при вращении, кручение, растяжение-сжатие, сложное нагружение). Типы испытываемых образцов, методы испытаний и обработка результатов регламентируются ГОСТ. Число испытываемых образцов должно быть не меньше 15.

Пределом выносливости при симметричном цикле нагружения называется то наибольшее значение амплитуды переменного напряжения, ниже которого образцы не разрушаются до базы испытания. **База испытания** N_B – число циклов, при достижении которого испытания прекращают, если образец не разрушился. Для углеродистых и низколегированных сталей $N_B = 10^7$ циклов. Кривая усталости (кривая Велера) представлена на рисунке 7.1.

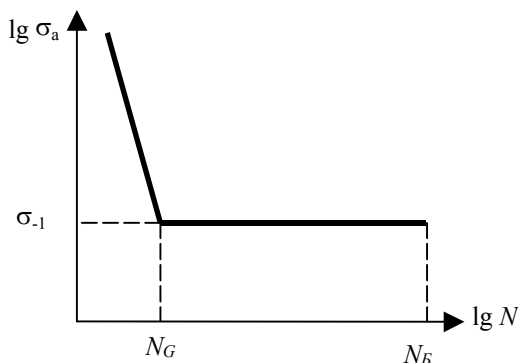


Рисунок 7.1 – Результаты усталостных испытаний при симметричном цикле нагружения

Для сталей разрушение образцов обычно наблюдается при количестве циклов $N_G = 1 \dots 3 \cdot 10^6$.

Уравнение кривой усталости:

$$\begin{aligned} \sigma_a^m N &= \sigma_{-1}^m N_G \quad \text{при } \sigma_a \geq \sigma_{-1}; \\ N &= \infty \quad \text{при } \sigma_a < \sigma_{-1}, \end{aligned} \quad (7.1)$$

где показатель степени m характеризует наклон левой ветви кривой усталости.

Расчёт на прочность по коэффициентам запаса прочности

В настоящее время всё большее распространение получают методы расчёта на прочность с использованием коэффициентов запаса прочности по напряжениям n_σ , по предельным нагрузкам n_Q и по долговечности n_L .

- 1 Расчёт коэффициента запаса прочности по напряжениям:

$$n_\sigma = \sigma_{\text{lim}} / \sigma_{\text{экв}} \geq [n_\sigma], \quad (7.2)$$

где σ_{lim} – предельное напряжение; $\sigma_{\text{экв}}$ – эквивалентное напряжение, определяемое по одной из теорий прочности.

- 2 Расчёт по предельным нагрузкам:

$$n_Q = Q_{\text{lim}} / Q_{\text{раб}} \geq [n_Q], \quad (7.3)$$

где Q_{lim} – предельная нагрузка, при которой происходит потеря работоспособности; $Q_{\text{раб}}$ – рабочая (эксплуатационная) нагрузка.

3 Расчёт по долговечности:

$$n_L = L_{\text{lim}} / L_{\text{paб}} \geq [n_L], \quad (7.4)$$

где L_{lim} – предельная наработка детали в ходе эксплуатации, по достижении которой наступает потеря её работоспособности; $L_{\text{paб}}$ – рабочая или нормативная наработка, принятая в качестве допустимой при эксплуатации.

Нормативные коэффициенты запаса прочности $[n_\sigma]$, $[n_Q]$, $[n_L]$ устанавливаются на основе опыта расчётов и проектирования машин и сопоставления их значений с результатами наблюдений за поведением машин в ходе эксплуатации.

Эти значения зависят от ответственности конструкции, уровня технологии изготовления, однородности свойств материала, вида нагрузок, характера и степени опасности разрушения, точности определения нагрузок и характеристик прочности и ряда других факторов.

В некоторых учебниках рекомендуется дифференциальный метод определения нормативного коэффициента запаса прочности, согласно которому эта величина представляется в виде произведения коэффициентов, каждый из которых учитывает отдельный фактор и выбирается также в некоторых пределах. При произвольном выборе коэффициентов в заданных пределах можно получить большие колебания величины нормативного коэффициента запаса прочности. В результате полученное значение нормативного коэффициента запаса прочности может не соответствовать оптимальному.

Расчёт на прочность при статических нагрузках

При статических нагрузках расчёт на прочность деталей из пластичных материалов производится по пределу текучести материала. Допускаемые напряжения в этом случае

$$[\sigma] = \sigma_m / [n_m], \quad (7.5)$$

где $[n_m] = 1,5 \dots 2,5$ (небольшие значения нормативного коэффициента запаса прочности объясняются тем, что достижение рабочими напряжениями предела текучести не приводит к разрушению детали, а приводит к появлению пластической деформации части её объёма и возможным остаточным изменениям формы и размеров).

В случае необходимости расчёт ведут по предельным нагрузкам, вычисляемым с учётом допуска определённых пластических деформаций.

Следует иметь в виду, что с ростом размеров детали предел текучести снижается вследствие ухудшения качества металла из-за снижения степени пластической деформации при заготовительных операциях, ухудшения условий термической обработки, повышения неоднородности металла.

Если предел текучести определён на образцах, вырезанных из заготовок малых размеров и нет данных о влиянии масштабного фактора, можно определить предел текучести по приближённой формуле:

$$\sigma_m = K_1 \sigma'_m, \quad (7.6)$$

где σ'_m – предел текучести, определённый на образцах; K_1 – масштабный фактор.

Для углеродистых сталей $K_1 = 1$, а для легированных:

$$K_1 = 1 - 0,2 \lg(d / 7,5) \quad \text{– при диаметре детали } d \leq 150 \text{ мм;}$$

$$K_1 = 0,74 \quad \text{– при диаметре детали } d > 150 \text{ мм.}$$

Расчёт на прочность при статических нагрузках деталей из хрупких материалов производится по пределу прочности при растяжении и сжатии. При этом допускаемые напряжения

$$[\sigma_b] = \sigma_b K_{ds} / ([n_b] K_s), \quad (7.7)$$

где $[n_b] = 2,5 \dots 4,0$ – коэффициент запаса прочности по пределу прочности для деталей из хрупких материалов; $K_{ds} = (\sigma_b)_d / (\sigma_b)_{10}$ – коэффициент влияния диаметра образца на предел прочности хрупких материалов; $(\sigma_b)_d$ – предел прочности материала детали натуральных размеров без концентраторов напряжений; $(\sigma_b)_{10}$ – предел прочности материала гладкого образца диаметром 10 мм; $K_s = (\sigma_b)_d / (\sigma_b)_D$ – эффективный коэффициент концентрации напряжений при статических нагрузках для хрупких материалов; $(\sigma_b)_D$ – предел прочности материала детали натуральных размеров с концентраторами напряжений.

Для деталей, находящихся в хрупком состоянии, нормативный коэффициент запаса прочности выбирают завышенным, учитывая внезапность такого разрушения при достижении напряжениями предельного уровня и более существенное рассеяние характеристик прочности хрупких материалов.

Литература: [2, с.89-101]; [5, с.23-34].

8 ОЦЕНКА РАСЧЁТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СОПРОТИВЛЕНИЯ УСТАЛОСТИ И ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ НАГРУЖЁННОСТИ МАШИН

Факторы, влияющие на сопротивление усталости

В результате проведения многочисленных экспериментов по определению сопротивления усталости σ_{-1} для деталей натурных размеров оказалось, что сопротивление усталости для деталей натурных размеров σ_{-1D} обычно в 2...6 раз меньше, чем для гладкого лабораторного образца малого диаметра (около 7,5 мм).

Для оценки этой разницы используется коэффициент K , учитывающий влияние всех факторов, свойственных детали натурных размеров, работающих в определенных условиях, на сопротивление усталости:

$$K = \sigma_{-1} / \sigma_{-1D}.$$

В общем случае на сопротивление усталости оказывают влияние следующие факторы:

- концентрация напряжений;
- масштабный фактор (влияние размеров поперечного сечения);
- качество обработки поверхности;
- эксплуатационные факторы (влияние температуры, коррозии, частоты изменения нагрузки и др.);
- технологические методы поверхностного упрочнения деталей (поверхностное пластическое деформирование, химико-термические методы, поверхностная закалка и др.).

В сварных соединениях существенную роль играют также дефекты сварки (непровары, подрезы, трещины, включения) и остаточные напряжения.

Концентрация напряжений

Если сечение детали меняется в каком-либо месте (например, в месте ступенчатого перехода, в канавке, резьбе, у кромки отверстия, у шпоночного паза), то максимальные напряжения в этом месте будут превышать номинальные напряжения, определяемые по традиционным формулам сопротивления материалов:

$$\sigma_{изг} = M_{изг} / W_{изг}; \sigma_{p(сж)} = P / F; \tau_{кр} = M_{кр} / W_{кр}.$$

Явление местного превышения напряжений по сравнению с номинальными в зонах резкого изменения размеров и очертаний детали называют концентрацией напряжений.

Для характеристики этой разницы в напряжениях вводится теоретический коэффициент концентрации напряжений:

$$\alpha_{\sigma} = \sigma_{\max} / \sigma_{\text{ном}} \quad (8.1)$$

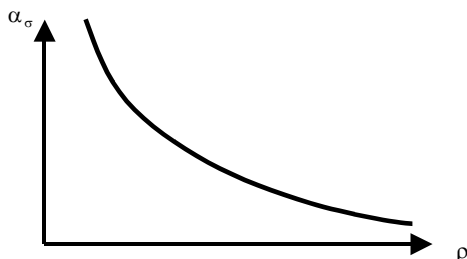


Рисунок 8.1 – Зависимость коэффициента концентрации напряжений α_{σ} от радиуса кривизны поверхности ρ

Величины α_{σ} для различных деталей находят или методами теории упругости, или специальными экспериментальными методами. Коэффициент α_{σ} существенно зависит от плавности переходов при изменении сечений ρ (рисунок 8.1).

Фактическое снижение предела выносливости детали вследствие концентрации напряжений характеризуется эффективным коэффициентом концентрации напряжений:

$$K_{\sigma} = \sigma_{-1d} / \sigma_{-1D} \quad (8.2)$$

где σ_{-1d} – предел выносливости образца без концентрации напряжений с размерами поперечного сечения, равными размерам поперечного сечения детали (для отделения влияния масштабного фактора).

Масштабный фактор

Влияние масштабного фактора проявляется во влиянии абсолютных размеров поперечного сечения гладких образцов на предел выносливости. Для характеристики этого влияния используется коэффициент

$$K_{d\sigma} = \sigma_{-1d} / \sigma_{-1} \quad (8.3)$$

Основными причинами проявления масштабного эффекта являются металлургический, технологический и статистический факторы.

Металлургический фактор связан со снижением механических свойств материала с ростом размеров отливки или поковки. При увеличении диаметра заготовки с 10 до 500 мм предел выносливости для углеродистых сталей снижается на 10%, а для легированных – на 15...20%. Это снижение предела выносливости связано со снижением деформации при ковке, ухудшением условий термической обработки больших заготовок, повышением неоднородности металла.

Для предела выносливости влияние металлургического фактора в ГОСТ 25504-82 оценивается коэффициентом $K_1: \sigma_{-1} = K_1 \sigma'_{-1}$.

Для углеродистых сталей $K_1 = 1$, а для легированных:

$$K_1 = 1 - 0,2 \lg(d / d_0) - \text{при } d \leq 150 \text{ мм};$$

$$K_1 = 0,74 - \text{при } d > 150 \text{ мм}, \quad (8.4)$$

где $d_0 = 7,5 \text{ мм}$.

Для деталей из серого чугуна влияние металлургического фактора более существенно. Так, при увеличении диаметра заготовки или толщины стенки до 50 мм предел прочности и предел выносливости уменьшаются на 50...80%.

Технологический фактор. Его влияние связано с тем, что при механической обработке в поверхностном слое образцов создаются наклеп и остаточные напряжения.

Статистический фактор. С повышением постоянной вариации напряжений, характеризующей чувствительность материала к концентрации напряжений и масштабному фактору, масштабный эффект увеличивается.

Влияние этого фактора, как и влияние концентрации напряжений и вида нагружения, объясняется статистической теорией подобия усталостного разрушения, основанной на использовании статистической теории прочности «наиболее слабого звена» Вейбулла. Смысл последней сводится к тому, что с ростом числа звеньев, то есть размера цепи, вероятность разрушения цепи возрастает при неизменной вероятности разрушения одного звена.

Фреттинг-коррозия

В местах запрессовки на вал или ось деталей (шестерни, подшипники, втулки) и в ряде других случаев контакта сопрягаемых деталей возникает резкое снижение (в 3...6 раз) предела выносливости. Для таких сопряжений зарождение усталостной трещины возникает у края напрессованной детали.

После распрессовки соединения на поверхности контакта можно обнаружить следы коррозии в виде затемненных пятен, а при контакте стальных деталей – и красный порошок, состоящий из окислов железа. Данное явление называется фреттинг-коррозией.

Причинами снижения предела выносливости при фреттинг-коррозии является концентрация напряжений у края контакта и сложные механические и физико-химические процессы, протекающие на стыке двух сопрягаемых деталей при малых взаимных циклических проскальзываниях вследствие упругих деформаций деталей.

Для валов с напрессованной деталью, передающих силу и момент, отношение $K_\sigma / K_{d\sigma}$, характеризующее снижение предела выносливости вслед-

ствие концентрации напряжений и масштабного фактора, может быть рассчитано:

$$K_{\sigma} / K_{d\sigma} = \sigma_{-1} / \sigma_{-1D} = (K_{\sigma} / K_{d\sigma})_0 \xi' \xi'', \quad (8.5)$$

где соответствующие соотношения и коэффициенты можно найти:

$$(K_{\sigma} / K_{d\sigma})_0 = 0,38 + 1,48 / g d \quad \text{— при } d < 150 \text{ мм};$$

$$(K_{\sigma} / K_{d\sigma})_0 = 3,6 \quad \text{— при } d \geq 150 \text{ мм};$$

$$\xi' = 0,305 + 0,00139 \sigma_b;$$

$$\xi'' = 0,65 + 0,014 \sigma_b \quad \text{— при } p \leq 25 \text{ МПа}; \quad \xi'' = 1 \quad \text{— при } p > 25 \text{ МПа};$$

p – давление посадки (при напрессовке кольца определяется по формуле Ляме).

Если в соединении нагрузки отсутствуют, то выражение (8.5) необходимо умножить на 0,85.

Для уменьшения влияния фреттинг-коррозии на предел выносливости применяют различные конструктивные и технологические мероприятия.

Конструктивные мероприятия

- 1 Разгружающая выточка на торце (рисунок 8.2,а).
- 2 Поясок на торце (рис. 8.2,б).
- 3 Утолщение подступичной части (рис. 8.2,в).
- 4 Разгружающая выточка у вала, нанесенная накаткой (рис. 8.2,г).

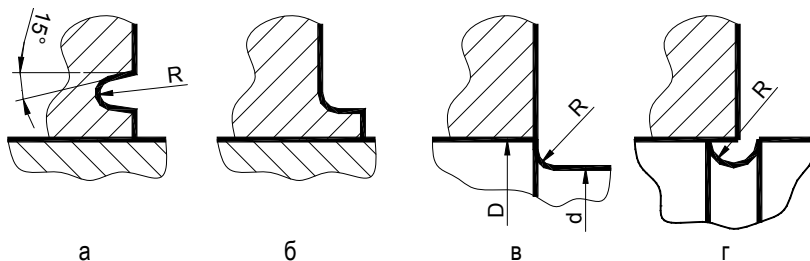


Рисунок 8.2 – Конструктивные меры по снижению влияния фреттинг-коррозии на предел выносливости

К технологическим мероприятиям относятся различные методы поверхностного упрочнения.

Качество обработки поверхности

Микронеровности на поверхности, остающиеся после механической обработки, являются источниками концентрации напряжений, снижающими предел выносливости, причем тем в большей степени, чем выше предел прочно-

сти стали. Это связано с тем, что с ростом предела прочности увеличивается чувствительность стали к концентрации напряжений. Коэффициент влияния качества обработки поверхности:

$$K_{F\sigma} = \sigma_{-1Rz} / \sigma_{-1Rz \leq 1} = 1 - 0,22 \lg Rz [\lg(\sigma_b / 20) - 1] - \text{при } Rz > 1 \text{ мкм};$$

$$K_{F\sigma} = 1 - \text{при } Rz \leq 1 \text{ мкм}. \quad (8.6)$$

Коррозия

Коррозия при одновременном действии переменных напряжений усиливает интенсивность образования и развития усталостных трещин. Это явление называется коррозионной усталостью. Кривая коррозионной усталости не имеет горизонтального участка. Предел выносливости при этом постоянно снижается с течением времени.

Влияние коррозии на предел выносливости гладких образцов учитывается коэффициентом

$$K_{кор} = \sigma_{-1кор} / \sigma_{-1}, \quad (8.7)$$

где $\sigma_{-1кор}$, σ_{-1} – пределы выносливости гладких лабораторных образцов в условиях коррозии и на воздухе соответственно.

Эффективными методами повышения сопротивления коррозионной усталости является применение технологических методов поверхностного упрочнения.

Технологические методы поверхностного упрочнения

В машиностроении нашли широкое применение методы поверхностного упрочнения, которые позволяют в 1,5...3 раза повысить предел выносливости и в 5...10 раз – долговечность.

К указанным методам относятся:

- поверхностно-пластическое деформирование (обкатка роликами, обдувка дробью, чеканка и др.);
- химико-термические методы (азотирование, цементация, цианирование);
- поверхностная закалка нагревом токами высокой частоты или лучом лазера;
- комбинированные методы (цементация с последующей обдувкой дробью и т.п.);
- прочие методы, которые применяются в исключительных случаях (плазменное напыление, поверхностное легирование и т.д.).

Влияние поверхностного упрочнения учитывается коэффициентом

$$K_v = \sigma_{-1D_{\text{упн}}} / \sigma_{-1D}, \quad (8.8)$$

где $\sigma_{-1D_{\text{упн}}}$ – предел выносливости детали с упрочненной поверхностью.

9 РАСЧЁТЫ НА ПРОЧНОСТЬ И ДОЛГОВЕЧНОСТЬ ПРИ НАПРЯЖЕНИЯХ, ПЕРЕМЕННЫХ ВО ВРЕМЕНИ

Расчёты на прочность при регулярных режимах нагружения

Методы расчёта на прочность при переменных напряжениях основаны на критерии появления первой макроскопической трещины усталости протяженностью до 0,5...1 мм.

Расчёт по коэффициентам запаса прочности

Пусть в детали возникают нормальные напряжения, изменяющиеся по асимметричному циклу с амплитудой σ_a и средними напряжениями σ_m при числе циклов за срок службы $N > N_G$, где $N_G = 2 \cdot 10^6$ циклов – абсцисса точки перелома кривой усталости.

Экспериментально установлено, что по повреждающему действию такой цикл напряжений эквивалентен симметричному циклу с амплитудой

$$\sigma_{aэ} = \sigma_a + \psi_{\sigma D} \sigma_m, \quad (9.1)$$

где $\psi_{\sigma D} = \psi_{\sigma} / K$ – коэффициент влияния асимметрии цикла нагружения для детали натуральных размеров с концентраторами напряжения.

Предел выносливости детали при симметричном цикле нагружения $\sigma_{-1D} = \sigma_{-1} / K$ является предельным напряжением в формуле

$$n_{\sigma} = \sigma_{lim} / \sigma_{эке}. \quad (9.2)$$

Поэтому коэффициент запаса прочности при линейном напряженном состоянии определяется по формуле

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1D}}{\sigma_{aэ}} = \frac{\sigma_{-1} / K}{\sigma_a + (\psi_{\sigma} / K) \sigma_m} = \frac{\sigma_{-1}}{K \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m}. \quad (9.3)$$

Если в детали возникают только касательные напряжения, то

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1D}}{\tau_{aэ}} = \frac{\tau_{-1}}{K \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m}. \quad (9.4)$$

Если действуют и нормальные, и касательные напряжения, то согласно гипотезе максимальных касательных напряжений условие прочности будет выглядеть следующим образом:

$$\sqrt{\sigma_{a3}^2 + 4\tau_{a3}^2} = \sigma_{-1D} / n. \quad (9.5)$$

Преобразовав это уравнение получим

$$\frac{\sigma_{a3}^2 + (2\tau_{a3})^2}{\sigma_{-1D}^2} = \frac{1}{n^2}; \quad \frac{\sigma_{a3}^2}{\sigma_{-1D}^2} + \frac{(2\tau_{a3})^2}{\sigma_{-1D}^2} = \frac{1}{n^2};$$

$$\frac{1}{(\sigma_{-1D}/\sigma_{a3})^2} + \frac{1}{(\sigma_{-1D}/2\tau_{a3})^2} = \frac{1}{n^2}. \quad (9.6)$$

Если учесть, что по этой гипотезе $\sigma_{-1D}/2 = \tau_{-1D}$, а также учитывая уравнения (9.3) и (9.4), получим:

$$\frac{1}{n_\sigma^2} + \frac{1}{n_\tau^2} = \frac{1}{n^2}; \quad \frac{n_\sigma^2 + n_\tau^2}{n_\sigma^2 n_\tau^2} = \frac{1}{n^2};$$

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} \geq [n] = 1,5 \dots 2,5. \quad (9.7)$$

Формулы (9.3), (9.4) и (9.7) были предложены Серенсенем и Кинасошвили в сороковых годах и используются в настоящее время.

Если количество циклов за срок службы детали меньше базового, то может быть учтено в расчёте на прочность некоторое повышение предельных амплитуд напряжений в левой части кривой усталости по сравнению с пределом выносливости σ_{-1D} . Из уравнения кривой усталости детали можно получить значение предельной амплитуды симметричного цикла σ_{-1DN} , соответствующей числу циклов N :

$$\sigma_{-1DN} = \sigma_{-1D} \sqrt[m]{N_G / N}.$$

В этом случае в формулах следует использовать вместо значения σ_{-1D} значение σ_{-1DN} .

Расчёт вероятности усталостного разрушения при регулярном многоцикловом нагружении

Амплитуда напряжений при регулярном режиме нагружения может иметь рассеяния на множестве всех деталей рассчитываемого типа, вследствие чего должна рассматриваться как случайная величина. Предел выносливости дета-

ли также является случайной величиной. В этом случае можно говорить о вероятности разрушения до $N = N_G$, которая равна вероятности осуществления неравенства

$$M = \sigma_{-1D} - \sigma_a < 0. \quad (9.8)$$

Вычисление этой вероятности осуществляется легко, если величины σ_{-1D} и σ_a нерелированы (то есть при изменении одной из величин – σ_{-1D} или σ_a – закон распределения второй величины не меняется) и распределены по нормальному закону со средними значениями $\bar{\sigma}_{-1D}$, $\bar{\sigma}_a$ и коэффициентами вариации $v_{\sigma_{-1D}}$, v_{σ_a} .

В этом случае величина M также распределена по нормальному закону со средним значением \bar{M} и дисперсией S_M^2 (дисперсия характеризует степень рассеяния случайной величины относительно своего среднего значения):

$$\bar{M} = \bar{\sigma}_{-1D} - \bar{\sigma}_a; \quad (9.9)$$

$$S_M^2 = S_{\sigma_{-1D}}^2 + S_{\sigma_a}^2. \quad (9.10)$$

Величина M может быть представлена в виде

$$M = \bar{M} + u_p S_M, \quad (9.11)$$

где u_p – квантиль нормального распределения, соответствующего вероятности p .

Величина u_p является нормированным отклонением случайной величины. Величина $p(\%)$ является вероятностью того, что случайная величина не превышает заданное число.

Вероятность разрушения детали равна вероятности осуществления неравенства (9.8) и соответствует квантили u_p в уравнении

$$M = \bar{M} + u_p S_M = 0. \quad (9.12)$$

Отсюда с учётом выражений (9.9) и (9.10)

$$u_p = -\bar{M} + u_p S_M = 0.$$

Введя обозначения $n = \bar{\sigma}_{-1D} / \bar{\sigma}_a$ (условный коэффициент запаса по средним значениям), $v_{\sigma_{-1D}} = S_{\sigma_{-1D}} / \bar{\sigma}_{-1D}$, $v_{\sigma_a} = S_{\sigma_a} / \bar{\sigma}_a$, получаем:

$$u_p = -\frac{n_{-1}}{\sqrt{v_{\sigma_{-1D}}^2 n^2 + v_{\sigma_a}^2}}. \quad (9.13)$$

Вычисленное значение u_p соответствует вероятности разрушения $p(\%)$, которую находят в таблицах по найденному значению u_p .

Расчёт на прочность и долговечность при нерегулярных режимах нагружений

Наиболее распространенным типом нерегулярного напряжения является случайное. При использовании методов схематизации случайного процесса реальное нагружение заменяют блочным, эквивалентным по степени вносимого усталостного повреждения.

Рассмотрим блочное нагружение совместно с кривой усталости детали, полученной при регулярном (например, гармоническом) нагружении (рисунок 9.1).

В одном блоке нагружения, соответствующем наработке при эксплуатации l_6 (часы, технологические циклы), амплитуды напряжений $\sigma_{ai} (i = 1 \dots r)$ повторяются v_{i6} раз (циклов). Сроку службы детали до появления усталостной трещины соответствует λ блоков нагружения. Полная наработка за срок службы $L = \lambda l_6$.

Количество циклов за срок службы, соответствующее амплитуде σ_{ai} , очевидно, составляет: $n_i = v_{i6} \lambda$.

В 1945г. Решетовым, Петрусевичем, Серенсенем была предложена *линейная гипотеза суммирования усталостных повреждений* при нерегулярном нагружении.

Согласно этой гипотезе **усталостное повреждение, вносимое амплитудами σ_{ai} , составляет долю n_i / N_i от полного, соответствующего появлению усталостной трещины,**

где N_i – число циклов по кривой усталости детали при регулярном нагружении, соответствующее амплитуде σ_{ai} .

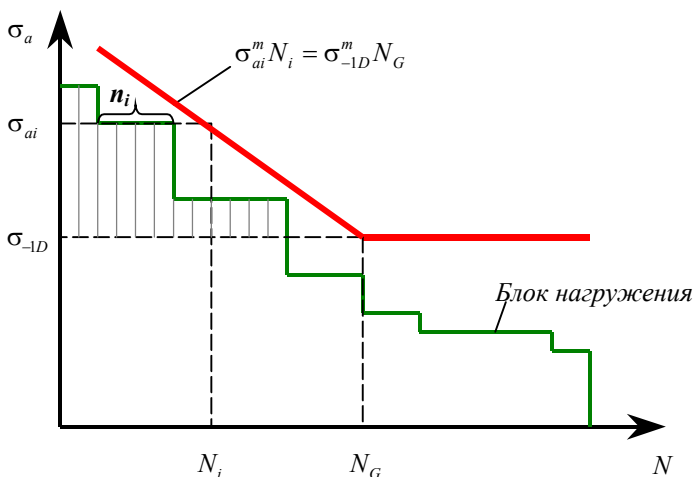


Рисунок 9.1 – Расчётная схема

Из уравнения кривой усталости получается:

$$N_i = \sigma_{-1D}^m N_G / \sigma_{ai}^m - \text{при } \sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D}; N_i = \infty - \text{при } \sigma_{ai} < \sigma_{-1D}. \quad (9.14)$$

Трещина усталости согласно гипотезе должна появиться тогда, когда сумма долей n_i / N_i по всем амплитудам станет равной единице, то есть

$$\sum_{i=1}^r n_i / N_i = 1. \quad (9.15)$$

В выражении (9.14) суммирование распространяется только на амплитуды, превышающие предел выносливости, то есть $\sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D}$.

Проверка линейной гипотезы осуществлялась, начиная с 50-х годов. Получение однозначного результата затрудняется тем, что усталостные долговечности n_i и N_i являются случайными величинами, так как усталостное разрушение имеет статистическую природу.

Обобщение большого числа экспериментальных данных с учётом рассеяния n_i и N_i показало, что экспериментально определенные суммы относительных долговечностей $a_s = \sum \bar{n}_i / \bar{N}_i$ в большинстве случаев лежат в пределах $0.1 < a_s < 1$. При этом было установлено, что величина a_s имеет тенденцию к уменьшению с уменьшением площади под кривой распределения амплитуд в относительных координатах $\sigma_{ai} / \sigma_{a \max} - \sum t_i$ (рисунок 9.2). За

вычетом амплитуд $\sigma_{ai} < 0,5\sigma_{-1D}$, как не влияющих на накопление усталостных повреждений, эта площадь равна:

$$\gamma = \sum_{i=1}^{r_1} \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a \max}} t_i (\sigma_{ai} > 0,5\sigma_{-1D}), \quad (9.16)$$

где r_1 – число ступеней в блоке после отбрасывания ступеней $\sigma_{ai} < 0,5\sigma_{-1D}$.

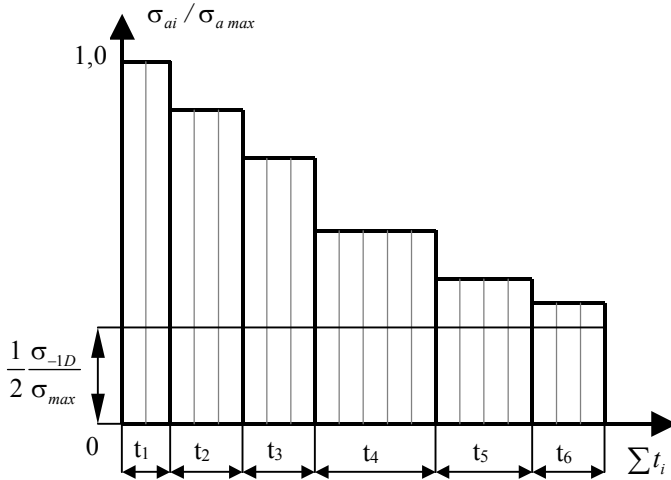


Рисунок 9.2 – Кривая распределения амплитуд в относительных координатах

С учётом этого корректированная линейная гипотеза суммирования усталостных повреждений (для кривой усталости с правым горизонтальным участком):

$$\sum_{i=1}^r \bar{n}_i / \bar{N}_i = a_p; \quad (9.17)$$

$$a_p = (\sigma_{a \max} \gamma - 0,5\sigma_{-1D}) / (\sigma_{a \max} - 0,5\sigma_{-1D}) - \text{при } a_p \geq 0,1; \\ a_p < 0,1 - \text{при } a_p = 0,1. \quad (9.18)$$

Аналогично можно получить уравнение корректированной линейной гипотезы в случае кривой усталости с двумя наклонными участками. В этом случае при подсчёте a_p следует использовать все амплитуды, так как неограниченный предел выносливости при $N \rightarrow \infty$ принимается равным нулю.

Расчёт на прочность при нерегулярном переменном нагружении по коэффициентам запаса прочности

Рассмотрим случай кривой усталости, имеющей горизонтальный участок. Подставляя начальные условия $N_i = (\sigma_{-1D}^m N_G) / \sigma_{ai}^m$, $n_i = v_{i\sigma} \lambda$ в выражение (9.17), получим

$$\sum_{(\sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D})} \frac{\lambda v_{i\sigma} \sigma_{ai}^m}{\sigma_{-1D}^m N_G} = a_p. \quad (9.19)$$

Отсюда получаем формулу для расчёта усталостной долговечности, выраженной числом блоков до появления первой усталостной трещины

$$\lambda = \frac{a_p \sigma_{-1D}^m N_G}{\sum_{(\sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D})} \sigma_{ai}^m v_{i\sigma}}. \quad (9.20)$$

Одновременно можно выполнить расчёт на прочность, используя концепцию запаса прочности. Условие (9.16) является предельным, при котором появляется усталостная трещина. Для предотвращения этого необходимо, чтобы все амплитуды напряжений были меньше предельных в n_σ раз. С этой целью в условие (9.16) необходимо подставить произведение $n_\sigma \sigma_{ai}$ вместо σ_{ai} :

$$\sum_{(n_\sigma \sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D})} \frac{\lambda v_{i\sigma} (n_\sigma \sigma_{ai})^m}{\sigma_{-1D}^m N_G} = a_p. \quad (9.21)$$

Из этого выражения можно записать

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1D}}{\sigma_{\text{экв}}} \geq [n], \quad (9.22)$$

где

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt[m]{\frac{\lambda}{a_{p\sigma} N_{G\sigma}} \sum_{(n_\sigma \sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D})} \sigma_{ai}^m v_{i\sigma}}. \quad (9.23)$$

Аналогично для касательных напряжений:

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1D}}{\tau_{\text{экв}}} \geq [n]; \quad (9.24)$$

$$\tau_{\text{экв}} = \sqrt[m]{\frac{\lambda}{a_{p\tau} N_{G\tau}} \sum_{(n_\tau \tau_{ai} \geq \tau_{-1D})} \tau_{ai}^m v_{i\tau}}. \quad (9.25)$$

При возникновении в детали и нормальных, и касательных напряжений

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} \geq [n] = 1,5 \dots 2,5 . \quad (9.26)$$

Величины нормальных и касательных эквивалентных напряжений приходится находить с помощью последовательных приближений в связи с тем, что они зависят от коэффициентов запаса прочности, определяющих пределы суммирования в зависимостях (9.23) и (9.25).

Литература [4, с.54-62]; [5, с.161-211].

ПРИЛОЖЕНИЕ А

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДАТЛИВОСТЕЙ ЭЛЕМЕНТОВ РАБОЧЕЙ КЛЕТИ

Податливость станины от действия изгибающих моментов

$$e_1 = \frac{l_n^2}{8EI_n} \left[\frac{l_n I_c + 4l_c I_n}{12(l_n I_c + l_c I_n)} \right], \quad (\text{A.1})$$

где l_n, l_c – длина поперечины и стоек; I_n, I_c – моменты инерции сечений поперечины и стоек; E – модуль упругости.

Податливость станины от действия поперечных и продольных сил

$$e_2 = \frac{1}{2} \left(k \frac{l_n}{GF_n} + \frac{l_c}{EF_c} \right), \quad (\text{A.2})$$

где F_n, F_c – площади сечений поперечины и стоек; G – модуль сдвига; $k=1,2$ – коэффициент формы сечения поперечины.

Податливость нажимного винта

$$e_3 = \frac{2}{\pi E d^2} \left[2h + \frac{t(n^2 - 1)}{h_1} \right], \quad (\text{A.3})$$

где d – внутренний диаметр нажимного винта; h – высота свободной части винта; h_1 – высота гайки; t – шаг резьбы; n – число витков гайки.

Податливость подпятника нажимного винта и подкладки под подпятник

$$e_4 = 4h_n / (\pi d_n^2 E), \quad (\text{A.4})$$

где h_n, d_n – высота и диаметр подпятника.

Податливость подушек валков

$$e_5 = h / (EF), \quad (\text{A.5})$$

где h, F – высота и площадь сечения подушки в направлении деформации.

Податливость гайки нажимного винта

$$e_6 = \frac{4h_1}{\pi \left[E(d_n^2 - d_{\text{в}}^2) + E_1(d_{\text{н.1}}^2 - d_{\text{в.1}}^2) \right]}, \quad (\text{A.6})$$

где h_1 – высота гайки; $d_n, d_{\text{в}}, d_{\text{н.1}}, d_{\text{в.1}}$ – соответственно наружный и внутренний диаметры стальной и бронзовой частей гайки.

Контактная податливость рабочего и опорного валков, а также роликовых подшипников качения

$$e_7 = \delta / P, \quad (\text{A.7})$$

где P – полное давление металла на валки; δ – сближение центров контактирующих поверхностей (сплющивание):

для опорного и рабочего валков –

$$\delta = q \frac{\ln 3,51 \cdot 10^6 (D_1 + D_2) / q}{3,63 \cdot 10^6}, \quad (\text{A.8})$$

где $q=P/L$ – распределенная нагрузка по длине бочки валка; D_1, D_2 – диаметры рабочего и опорного валков;

для роликовых подшипников –

$$\delta = 61 \cdot 10^{-8} q_1 \left[15,7 + \lg \frac{1}{q \left(2/d_p + 1/R_e \right) \left(2/d_p - 1/R_n \right)} \right], \quad (\text{A.9})$$

где $q_1=P/l_p$ – распределенная нагрузка по длине ролика; d_p – диаметр ролика;

R_B, R_H – внутренний и наружный радиусы кольца подшипника.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Динамика и прочность прокатного оборудования / Ф.К. Иванченко, П.И. Полухин, М.А. Тылкин, В.П. Полухин. – М.: Metallurgiya, 1970. – 486 с.
- 2 Машины и агрегаты металлургических заводов. В 3 т. – Т.3. Машины и агрегаты для производства и отделки проката. Учебник для вузов/ А.И. Целиков, П.И. Полухин, В.М. Гребеник и др. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Metallurgiya, 1988. – 680 с.
- 3 Пановко Я.Г. Основы теории колебаний и удара. – 4-е изд., перераб. и доп. – Л.: Политехника, 1990. – 272 с.
- 4 Іванченко Ф.К. та ін. Розрахунок машин і механізмів прокатних цехів: Навч. посібник / Ф.К. Іванченко, В.М. Гребеник, В.І. Ширяєв. – К.: Вища школа, 1995. – 455 с.
- 5 Когаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. – М.: Машиностроение, 1977. – 232 с.

Конспект лекций по дисциплине
«Динамика и прочность металлургических машин»
для студентов специальности 7.090218

Составитель

Эдуард Петрович Грибков

Подп. в печать Формат 60×90/16.
Ризогр. печать. Усл. печ. л. 4,0. Уч.-изд. л. 2,91
Тираж 45 экз. 3.№

ДГМА. 84313, Краматорск, Шкадинова, 72