

ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРНОЇ АЛГЕБРИ ПРИ ВИКЛАДІ РОЗДІЛУ «ПЛОСКИЙ РУХ» В КУРСІ ТЕОРЕТИЧНОЇ МЕХАНІКИ

Подлесний С. В., Стадник О. М.

Рассматривается использование деятельностного подхода в изучении темы «плоское движение твердого тела» на примере многозвенного шарнирного механизма по использованию пакета Mathcad. Рассмотрена задача синтеза шарнирного четырехзвенного механизма кривошипно-коромыслового типа в зависимости от коэффициента изменения средней скорости коромысла, угла размаха коромысла, минимального угла наклона коромысла в начале рабочего хода и допустимого угла давления шатуна на коромысло. Разработаны две методики расчета законов движения, линейных и угловых скоростей и ускорений звеньев и характерных точек механизма. Методики реализованы в системе Mathcad, выполнено сравнение результатов расчетов по обоим методикам.

Розглянуто використання діяльнісного підходу у вивченні теми «плоский рух твердого тіла» на прикладі багатоланкового шарнірного механізму з використанням пакета Mathcad. Розглянута задача синтезу шарнірного чотириланкового механізму кривошипно-коромислового типу в залежності від коефіцієнту зміни середньої швидкості коромисла, кута розмаху коромисла, мінімального кута нахилу коромисла на початку робочого ходу і допустимого кута тиску шатуна на коромисло. Розроблені дві методики розрахунку законів руху, лінійних і кутових швидкостей і прискорень ланок і характерних точок механізму. Методики реалізовані в системі Mathcad, виконано порівняння результатів розрахунків за обома методиками.

This article deals with the use of the activity approach in studying the topic "plane motion of a rigid body" on the example of a multi-link hinged mechanism for using the Mathcad package. The problem of the synthesis of the four-link hinged mechanism of crank-rocker type is considered depending on the coefficient of variation of the average rocker speed, the beam swing angle, the minimum angle of the rocker inclination at the beginning of the working stroke and the allowable angle of the rod pressure on the beam. Two methods for calculating the laws of motion, linear and angular velocities, and accelerations of links and characteristic points of the mechanism are developed. The methods are implemented in the Mathcad system, the results of calculations are compared with the help of the both methods.

Подлесний С. В.

канд. техн. наук, доц., зав. каф. технічної механіки ДДМА
texmex@dgma.donetsk.ua

Стадник О. М.

ст. викл. каф. технічної механіки ДДМА
texmex@dgma.donetsk.ua

УДК 378.147, 531, 621.01

Подлесний С. В., Стадник О. М.

ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРНОЇ АЛГЕБРИ ПРИ ВИКЛАДІ РОЗДІЛУ «ПЛОСКИЙ РУХ» В КУРСІ ТЕОРЕТИЧНОЇ МЕХАНІКИ

До перспективних напрямків розвитку вищої інженерної освіти відносять актуалізацію змісту і методів навчання, впровадження в навчальний процес технологій, які забезпечують формування компетентного фахівця, що володіє сучасними засобами інформаційного пошуку, науково-технічного аналізу і вирішення інженерних завдань. Як показує досвід провідних вітчизняних і зарубіжних вузів, в ряду пріоритетних виділяються технології навчання, що базуються на використанні персональних комп'ютерів, телекомунікаційних систем, програмних продуктів для моделювання різних процесів.

Теоретична механіка є фундаментом розвитку технічних наук. На основних законах і принципах теоретичної механіки базується більшість інженерних дисциплін – опір матеріалів, будівельна механіка, гідравліка, теорія механізмів і машин, деталі машин і ін. Добре знання курсу теоретичної механіки вимагає не тільки глибокого засвоєння теорії, а й умінь застосувати отримані знання на практиці: грамотно поставити завдання, вирішити її, проаналізувати результати і при необхідності вибрати оптимальний варіант рішення. Застосування в навчальному процесі комп'ютерних технологій полегшує математичну частину рішення задач, а також робить процес вивчення теоретичної механіки цікавішим. В даний час розвиток засобів обчислювальної техніки і її програмного забезпечення привело до появи досить великої кількості спеціалізованих пакетів прикладних програм, призначених для проведення математичних розрахунків. До їх числа відносяться такі пакети, як Mathematica, Maple, Mathcad, MatLab, Derive і ін. Всі вони дозволяють виробляти складні обчислення, мають широкі графічними можливостями і можуть виконувати аналітичні операції. Головними перевагами Mathcad при вирішенні задач в курсі теоретичної механіки і його основною перевагою перед іншими математичними системами є легкість і наочність програмування завдання, відображення математичних виразів в тому вигляді, в якому вони зазвичай записуються в зошитах студентів (в нотації, близькою до математичної), що істотно спрощує застосування системи.

Можливість застосування пакетів прикладних програм неодноразово розглядалася фахівцями в галузі викладання теоретичної механіки [1–11]. В зазначених роботах основним інструментом дослідження приймається апарат векторної алгебри, що дозволяє зберегти алгоритм графічного методу дослідження і притаманну останньому наочність. Такий підхід доцільно використовувати, наприклад, в навчальному процесі при вивченні студентами курсу теорії механізмів і машин. Аналітичні методи дослідження кінематики механізмів можуть базуватися або на векторному поданні параметрів, або на диференціальних залежностях між переміщеннями, швидкостями і прискореннями, як скалярами.

Проте є необхідність розширення спектра використання засобів комп'ютерної алгебри для більш кращого неформального засвоєння студентами знань теоретичної механіки.

Метою роботи є використання діяльнісного підходу у вивченні теми «плоский рух твердого тіла» на прикладі багатоланкового шарнірного механізму з використання пакета Mathcad.

Широке використання в техніці отримали плоскі важільні механізми. Нижче розглянуто приклад такого механізму і досліджена його кінематика.

При вирішенні задачі синтезу шарнірних ланкових механізмів частина параметрів повинна бути задана, а інша частина визначена в процесі синтезу.

Розглянемо шарнірний чотириланковий механізм (рис. 1). Механізм $OABO_1$ може бути трьох видів: кривошипно-коромисловим, двокривошипним і двокоромисловим. Далі будемо розглядати кривошипно-коромисловий механізм. Синтез такого механізму розглянуто в роботі [11]. Позначимо довжини ланок: $OA = l_1$, $AB = l_2$, $BO_1 = l_3$, $OO_1 = l_4$.

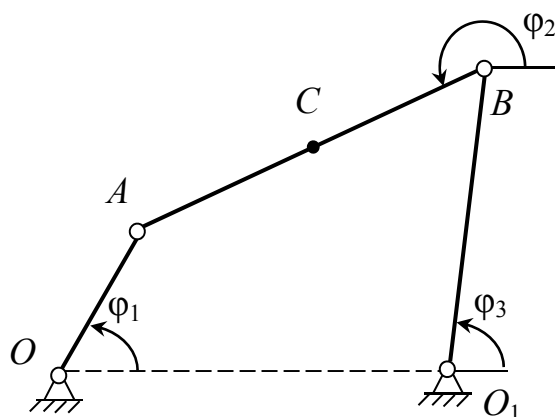


Рис. 1. Кривошипно-коромисловий механізм в довільний момент часу

Для кривошипно-коромислового механізму повинна виконуватися умова: $l_1 + l_4 \leq l_2 + l_3$.

У розробленій програмі в системі комп'ютерної алгебри Mathcad в якості вхідних прийняті наступні параметри (рис. 2):

- коефіцієнт зміни середньої швидкості коромисла K ;
- кут розмаху коромисла, ψ_{\max} ;
- мінімальний кут нахилу коромисла на початку робочого ходу γ_{\min} ;
- допустимий кут тиску шатуна на коромисло θ ;
- довжина стійки l_4 .

При цих вхідних даних кут θ між співпадаючими напрямками шатуна і кривошипа при крайніх положеннях коромисла дорівнює:

$$\theta(x) = \arctg \frac{x \cdot \sin\left(\frac{\psi_{\max}}{2} + \gamma_{\min}\right) + x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\psi_{\max}}{2} - \gamma_{\min}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\psi_{\max}}{2}\right)} - \arctg \frac{x \cdot \sin(\gamma_{\min})}{\sin\left(\frac{\psi_{\max}}{2}\right)} \cdot \frac{1}{l_4 + \frac{x \cdot \cos(\gamma_{\min})}{\sin\left(\frac{\psi_{\max}}{2}\right)}}$$

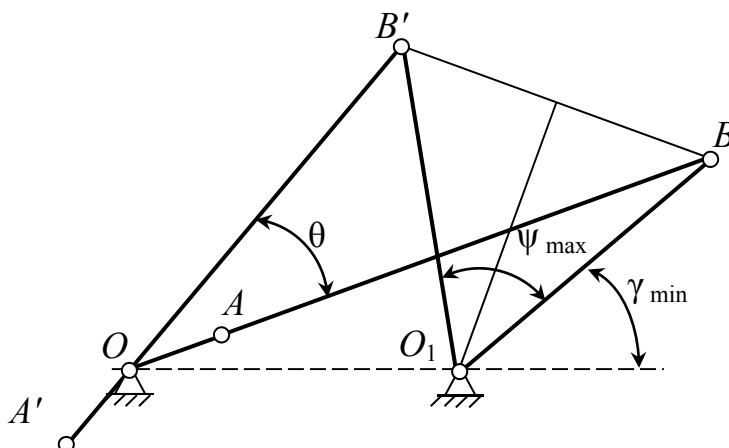


Рис. 2. Геометрична побудова до програми

Розрахунок виконаний при наступних вихідних даних: $K := 1.2$, $\Psi_{\max} := 1.309$, $\gamma_{\min} := 1.2217$, $\theta := 0.7854$, $d := 1$.

Визначені наступні довжини ланок: кривошип – $l_1 = 0,416$ м, шатун – $l_2 = 1$ м, коромисло – $l_3 = 1$ м.

Розрахункова частина програми доповнена графічною частиною (приклад наведений на рис. 3), в якій виводиться зображення ланок кінематичної схеми в одному із заданих положень кривошипа. Виводяться також траєкторії деяких точок (точки А, В і точка С – середня точка шатуна АВ). Змінюючи кут нахилу кривошипа, можна отримати зображення ланок в інших положеннях кінематичної схеми.

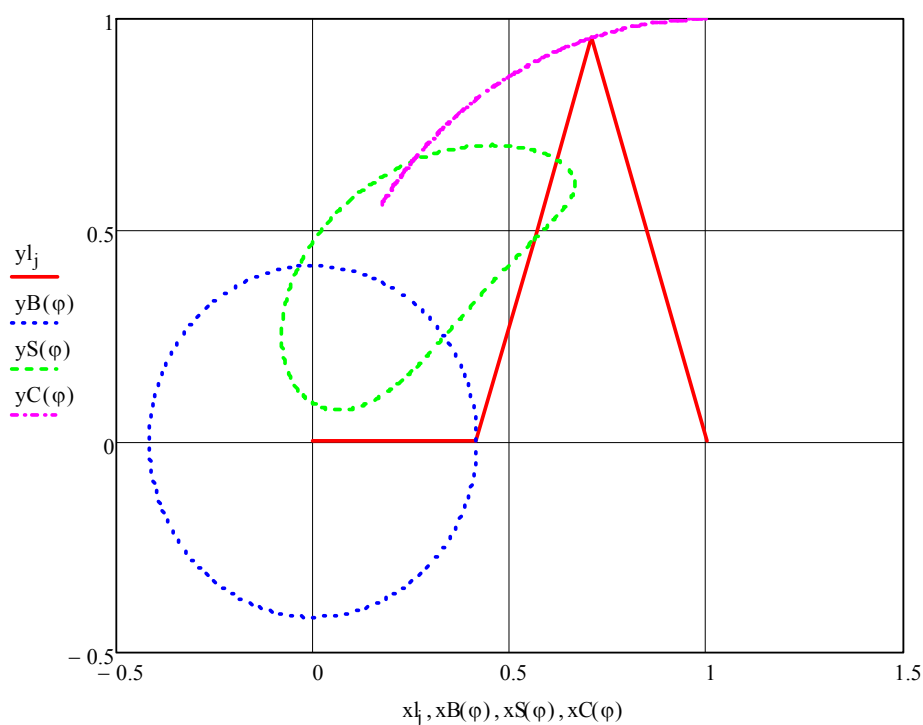


Рис. 3. Кінематична схема в одному із положень кривошипа і траєкторії точок А, В, С

Розглянемо два варіанти розрахунку.

Перший варіант. Виконаємо аналітичне визначення законів руху, лінійних і кутових швидкостей і прискорень ланок і характерних точок механізму.

Довжина відрізка АВ дорівнює:

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 = l_2^2.$$

Підставивши значення координат точок А і В, отримаємо:

$$a \cos \varphi_3 + b \sin \varphi_3 = c, \quad (1)$$

де $a = x_{O_1} - l_1 \cos \varphi_1$; $b = y_{O_1} - l_1 \sin \varphi_1$;

$$c = (l_2^2 - l_1^2 - l_3^2 - l_4^2 + 2x_{O_1} l_1 \cos \varphi_1 + 2y_{O_1} l_1 \sin \varphi_1) / (2l_3).$$

Розділимо обидві частини останнього рівняння на $\sqrt{a^2 + b^2}$ і позначимо:

$$\sin \delta = a / \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \cos \delta = b / \sqrt{a^2 + b^2}.$$

Тоді рівняння (1) може бути записано у вигляді:

$$\sin(\delta + \varphi_3) = c / \sqrt{a^2 + b^2},$$

або

$$\varphi_3 = \arcsin \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \arcsin \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \quad (2)$$

Розглядаючи трикутники $ОАО_1$ і $АВО_1$, знайдемо:

$$\varphi_2 = \varphi_3 - \arccos \frac{l_2^2 + l_3^2 - l_1^2 - l_4^2 + 2l_1l_4 \cos \varphi_1}{2l_2l_3}. \quad (3)$$

Знаючи кут φ_2 , неважко знайти координати будь-якої точки шатуна. Виконані в системі Mathcad наші розрахунки і побудови повністю збіглися з результатами роботи [11].

Кутові швидкості і прискорення можна знайти, вирішуючи системи рівнянь, представлених в матричній формі:

$$A \cdot W = B, \quad A \cdot E = D, \quad (4)$$

де

$$A = \begin{vmatrix} -l_2 \sin \varphi_2 & l_3 \sin \varphi_3 \\ l_2 \cos \varphi_2 & -l_3 \cos \varphi_3 \end{vmatrix} \text{ – матриця коефіцієнтів лівих частин рівнянь;}$$

$$W = \begin{vmatrix} \omega_2 \\ \omega_3 \end{vmatrix} \text{ – вектор невідомих кутових швидкостей;}$$

$$B = \begin{vmatrix} l_1 \omega_1 \sin \varphi_1 \\ -l_1 \omega_1 \cos \varphi_1 \end{vmatrix} \text{ – вектор правих частин рівнянь швидкостей;}$$

$$E = \begin{vmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{vmatrix} \text{ – вектор невідомих кутових прискорень;}$$

$$D = \begin{vmatrix} l_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1 + l_2 \omega_2^2 \cos \varphi_2 - l_3 \omega_3^2 \cos \varphi_3 \\ l_1 \omega_1^2 \sin \varphi_1 + l_2 \omega_2^2 \sin \varphi_2 - l_3 \omega_3^2 \sin \varphi_3 \end{vmatrix} \text{ – вектор правих частин рівнянь прискорень.}$$

Другий (наближений) варіант полягає в наступному. За допомогою методу малого параметру знайдемо залежність кутів φ_2 – шатуна та φ_3 – куліси від кута φ_1 оберту кривошипу. Розглянемо багатоланковий механізм у довільний момент часу (рис. 1). Задача має один ступінь вільності. У якості узагальненої координати візьмемо кут оберту φ_1 кривошипу $q_1 = \varphi_1$.

Тоді $\dot{q}_1 = \dot{\varphi}_1 = \omega_1$, $\ddot{q}_1 = \ddot{\varphi}_1 = \varepsilon_1$.

Аналіз існуючих досліджень показує, що кут φ_2 оберту шатуна змінюється від $\varphi_{2 \min}$ до $\varphi_{2 \max}$ при положеннях механізму коли кривошип та куліса паралельні (рис. 4).

В ці моменти часу кутова швидкість ω_2 приймає нульові значення, бо миттєвий центр швидкості шатуна знаходиться в нескінченності. Це і є умова екстремальних значень кута φ_2 . Введемо нову змінну α за допомогою співвідношення:

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_{2 \max} + \varphi_{2 \min}}{2} + \alpha = \varphi_{2 \text{cp}} + \alpha. \quad (5)$$

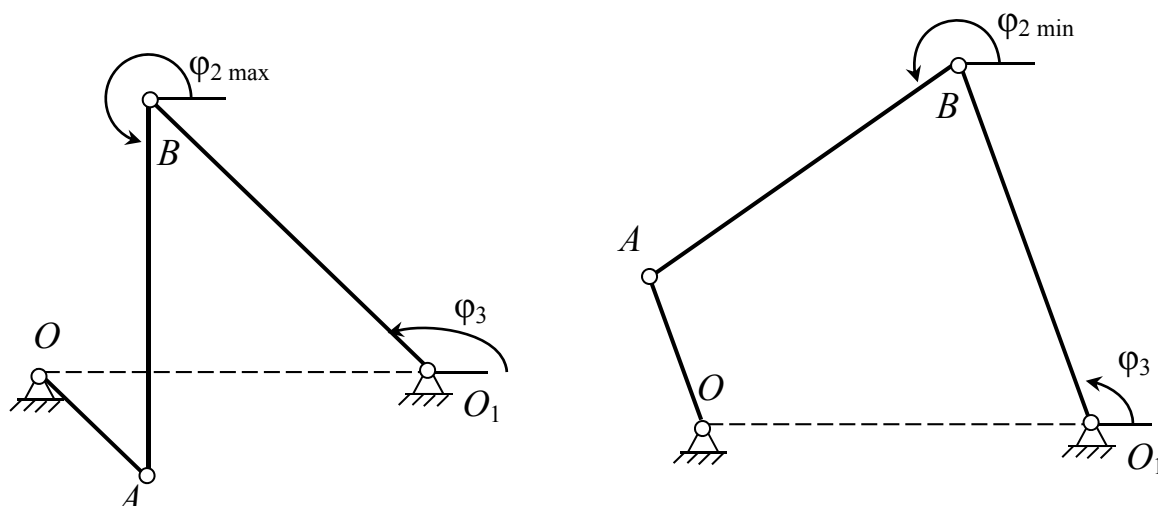


Рис. 4. Положення механізму коли кривошип та куліса паралельні

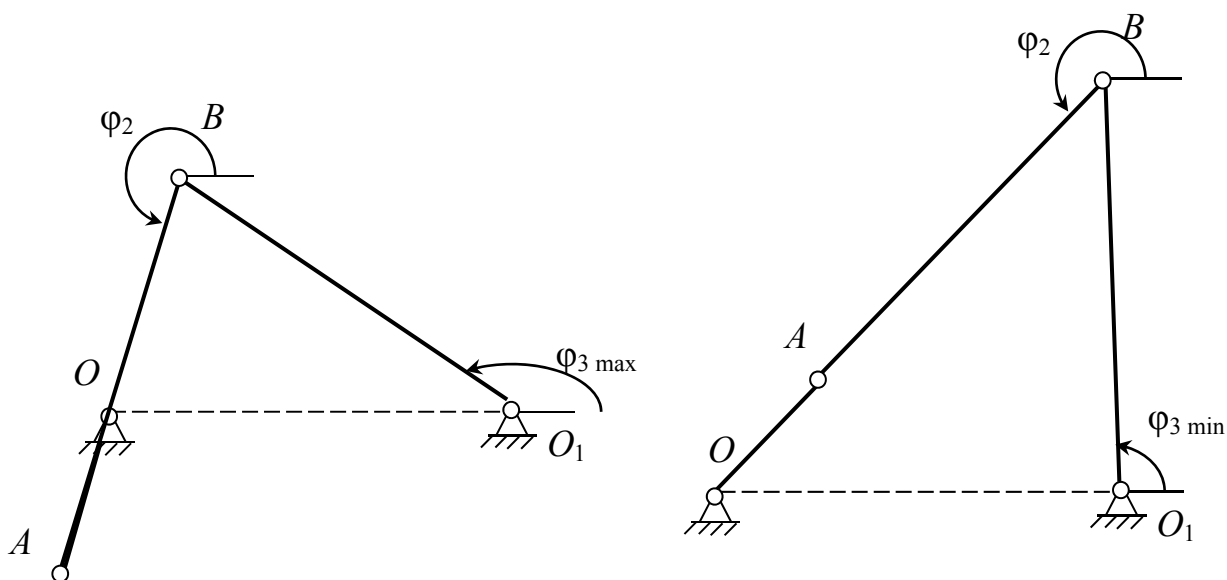
Аналогічно для куліси введемо нову змінну β :

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_{3\max} + \varphi_{3\min}}{2} + \beta = \varphi_{3\text{cp}} + \beta, \quad (6)$$

$$\text{де } \varphi_{2\text{cp}} = \frac{\varphi_{2\max} + \varphi_{2\min}}{2}; \quad \varphi_{3\text{cp}} = \frac{\varphi_{3\max} + \varphi_{3\min}}{2}.$$

Крайні положення куліси $\varphi_{3\max}$ та $\varphi_{3\min}$ визначаються з рис. 5. В цих положеннях кут швидкість ω_3 дорівнюється нулю – умова екстремальних значень φ_3 .

Це буде коли кривошип та шатун спрямовані вздовж однієї прямої лінії.

Рис. 5. Крайні положення куліси для $\varphi_{3\max}$ та $\varphi_{3\min}$

З рис. 4 та 5 знайдемо значення $\varphi_{2\max}$, $\varphi_{2\min}$, $\varphi_{3\max}$, $\varphi_{3\min}$:

$$\begin{aligned}
\varphi_{2\max} &= \arccos\left(\frac{\ell_2^2 + \ell_4^2 - (\ell_3 + \ell_1)^2}{2\ell_2 \cdot \ell_4}\right); \\
\varphi_{2\min} &= \arccos\left(\frac{\ell_2^2 + \ell_4^2 - (\ell_3 - \ell_1)^2}{2\ell_2 \cdot \ell_4}\right); \\
\varphi_{3\max} &= \arccos\left(\frac{(\ell_2 - \ell_1)^2 - \ell_3^2 - \ell_4^2}{2\ell_3 \cdot \ell_4}\right); \\
\varphi_{3\min} &= \arccos\left(\frac{(\ell_2 + \ell_1)^2 - \ell_3^2 - \ell_4^2}{2\ell_3 \cdot \ell_4}\right).
\end{aligned} \tag{7}$$

Рівняння геометричного аналізу в довільний момент часу мають вигляд:

$$\begin{cases} \ell_1 \cos \varphi_1 + \ell_2 \cos \varphi_2 = \ell_4 + \ell_3 \cos \varphi_3, \\ \ell_1 \sin \varphi_1 + \ell_2 \sin \varphi_2 = \ell_3 \sin \varphi_3; \end{cases} \tag{8}$$

За рахунок введення нових змінних ці рівняння набувають вигляду:

$$\begin{cases} \ell_1 \cos \varphi_1 + \ell_2 \cos(\varphi_{2\text{cp}} + \alpha) = \ell_4 + \ell_3 \cos(\varphi_{3\text{cp}} + \beta), \\ \ell_1 \sin \varphi_1 + \ell_2 \sin(\varphi_{2\text{cp}} + \alpha) = \ell_3 \sin(\varphi_{3\text{cp}} + \beta); \end{cases}$$

Будемо вважати α і β малими, тобто:

$$\begin{aligned}
\sin \alpha &\approx \alpha, & \cos \alpha &\approx 1, \\
\sin \beta &\approx \beta, & \cos \beta &\approx 1.
\end{aligned} \tag{9}$$

Тоді:

$$\begin{aligned}
\sin(\varphi_{2\text{cp}} + \alpha) &= \sin(\varphi_{2\text{cp}}) \cdot 1 + \alpha \cdot \cos(\varphi_{2\text{cp}}); \\
\cos(\varphi_{2\text{cp}} + \alpha) &= \cos(\varphi_{2\text{cp}}) \cdot 1 - \alpha \cdot \sin(\varphi_{2\text{cp}}); \\
\sin(\varphi_{3\text{cp}} + \beta) &= \sin(\varphi_{3\text{cp}}) \cdot 1 + \beta \cdot \cos(\varphi_{3\text{cp}}); \\
\cos(\varphi_{3\text{cp}} + \beta) &= \cos(\varphi_{3\text{cp}}) \cdot 1 - \beta \cdot \sin(\varphi_{3\text{cp}}).
\end{aligned} \tag{10}$$

Значення (10) треба підставити в (8). Звідки можна знайти вирази для кутів α та β .

$$\begin{aligned}
\alpha &= A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_{3\text{cp}}) + B_2; \\
\beta &= A_3 \cos(\varphi_1 - \varphi_{2\text{cp}}) + B_3,
\end{aligned} \tag{11}$$

де A_2 і A_3 – амплітуди гармонійних коливань кутів α та β :

$$\begin{aligned}
A_2 &= \frac{\ell_1}{\ell_2 \cdot \sin(\varphi_{3\text{cp}} - \varphi_{2\text{cp}})}; \\
A_3 &= \frac{\ell_1}{\ell_3 \cdot \sin(\varphi_{3\text{cp}} - \varphi_{2\text{cp}})};
\end{aligned} \tag{12}$$

B_2 і B_3 – їх сталі складові:

$$B_2 = \frac{l_2 \cos(\varphi_{2cp} - \varphi_{3cp}) - l_4 \cos \varphi_{3cp} - l_3}{l_2 \cdot \sin(\varphi_{2cp} - \varphi_{3cp})};$$

$$B_3 = \frac{l_2 + l_3 \cos(\varphi_{2cp} - \varphi_{3cp}) - l_4 \cos \varphi_{2cp}}{l_3 \cdot \sin(\varphi_{3cp} - \varphi_{2cp})}.$$
(13)

Це дозволяє отримати явний вигляд кутів φ_2 і φ_3 :

$$\varphi_2 = \varphi_{2cp} + A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_{3cp}) + B_2;$$

$$\varphi_3 = \varphi_{3cp} + A_3 \cos(\varphi_1 - \varphi_{2cp}) + B_3.$$
(14)

Якщо взяти похідну за часом можна знайти залежність кутової швидкості ω_2 шатуна від φ_1 та ω_1 :

$$\omega_2 = \dot{\varphi}_2 = \frac{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_{3cp})}{l_2 \sin(\varphi_{2cp} - \varphi_{3cp})} \cdot \omega_1.$$

Аналогічно для куліси:

$$\omega_3 = \dot{\varphi}_3 = \frac{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_{2cp})}{l_3 \sin(\varphi_{2cp} - \varphi_{3cp})} \cdot \omega_1.$$

Розрахунки були проведені для початкового положення коли $\varphi_1 = 0$ (рис. 6).

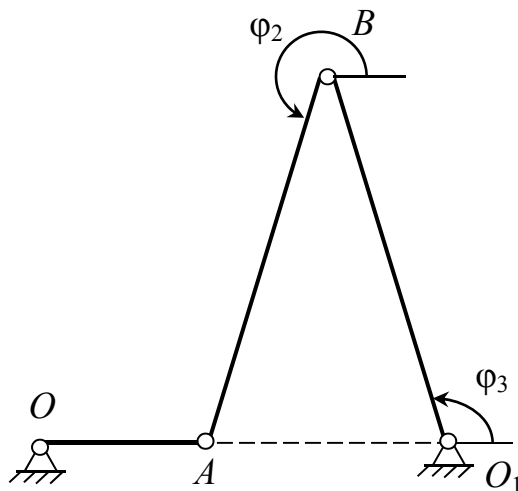


Рис. 6. Положення механізму, коли $\varphi_1 = 0$

Порівняємо обидва варіанти шляхом чисельного експерименту в системі Mathcad.

Графіки для кутів повороту φ_2 і φ_3 , розраховані по першому і другому варіантам, представлені на рис. 7.

Розрахунок за допомогою програми Mathcad кута повороту φ_2 по формулам (3) і (14) в залежності від довжини кривошипу показує, що різниця, показана на рис. 8 у відсотках, збільшується з ростом довжини кривошипу при сталих значеннях довжин шатуна і коромисла.

На рис. 9 показано траєкторію точки С (середина шатуна), побудовану по першому і другому варіантам.

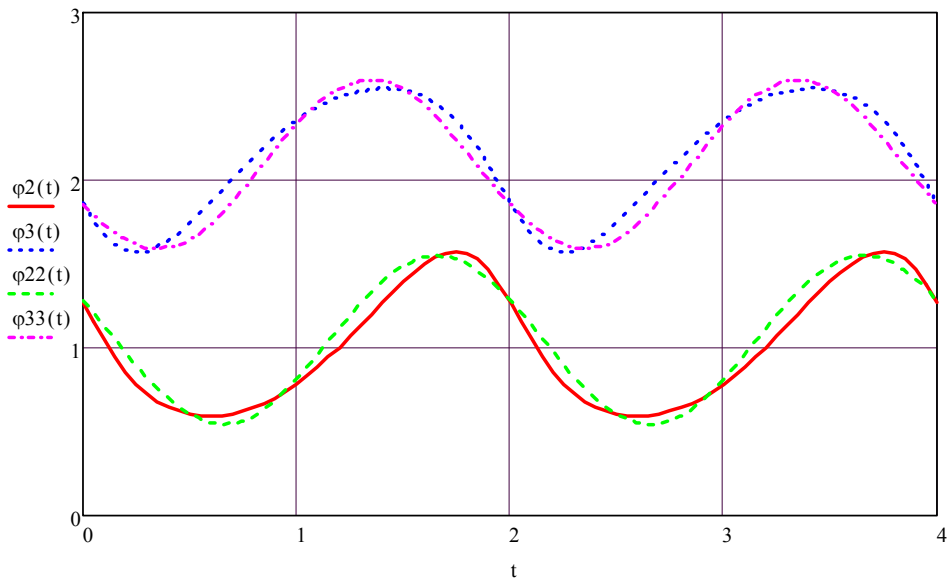


Рис. 7. $\varphi_2(t)$ і $\varphi(t)$ – кути повороту шатуна і коромисла, розраховані по першому варіанту; $\varphi_{22}(t)$ і $\varphi_{33}(t)$ – кути повороту шатуна і коромисла, розраховані по другому варіанту

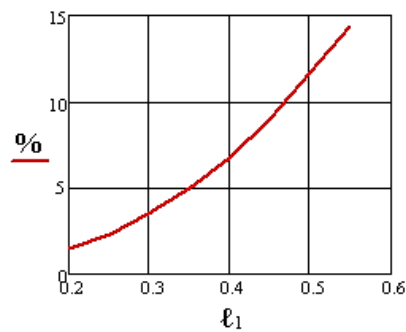


Рис. 8. Залежність у відсотках відхилення кута повороту φ_2 шатуна, розрахованого по другому варіанту від першого в залежності від довжини кривошипу

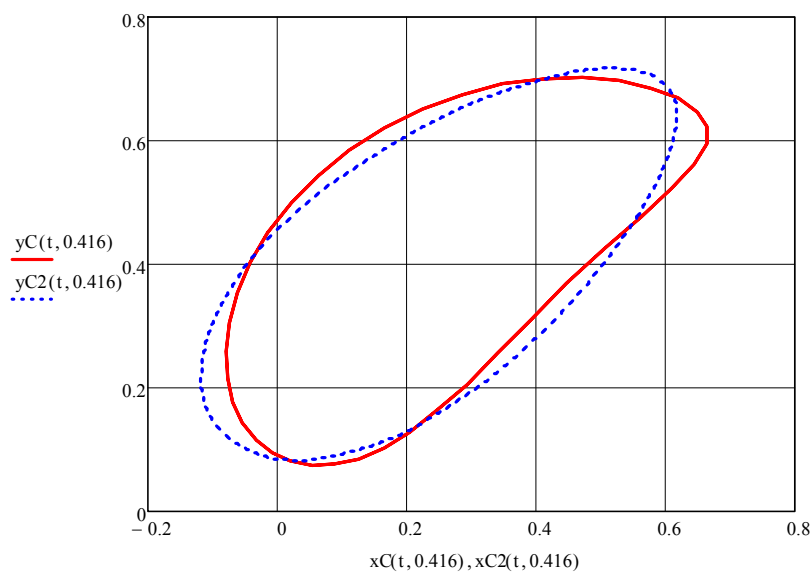


Рис. 9. Траєкторія точки С, розрахована по першому варіанту; \cdots траєкторія точки С, розрахована по другому варіанту

На наступних графіках (рис. 10 і 11) представлені розрахунки кутових швидкостей і прискорень шатуна і коромисла, розраховані по першому і другому варіантам.

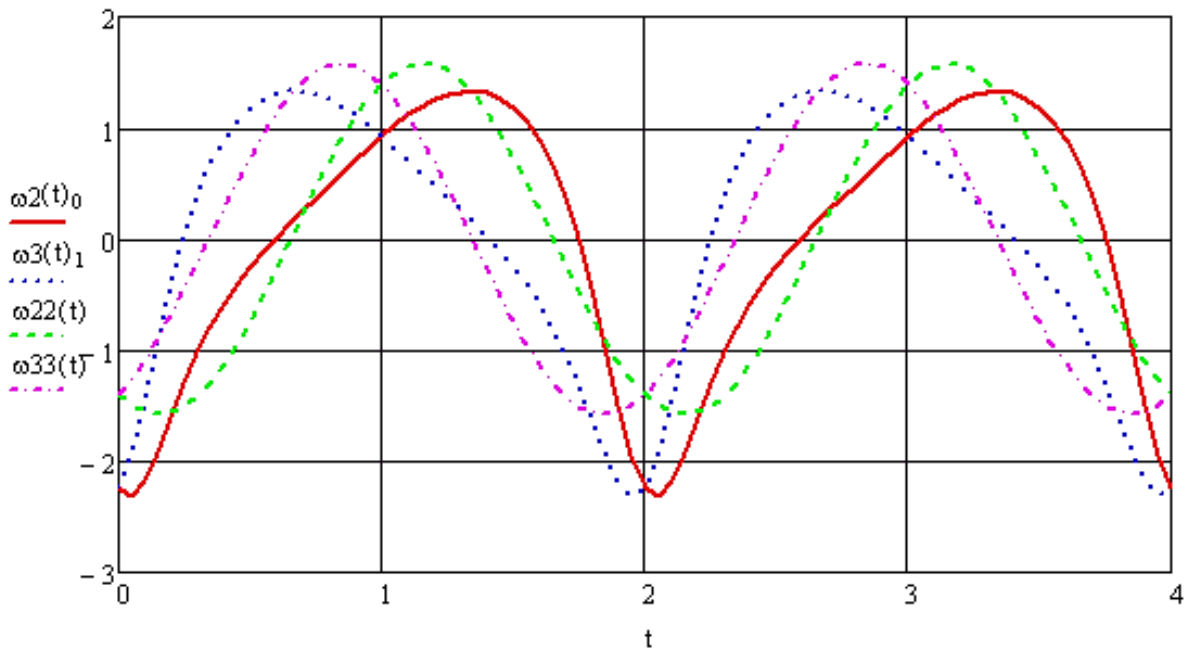


Рис. 10. $\omega_2(t)_0$ і $\omega_3(t)_1$ – кутові швидкості шатуна і коромисла, розраховані по першому варіанту; $\omega_{22}(t)$ і $\omega_{33}(t)$ – кутові швидкості шатуна і коромисла, розраховані по другому варіанту

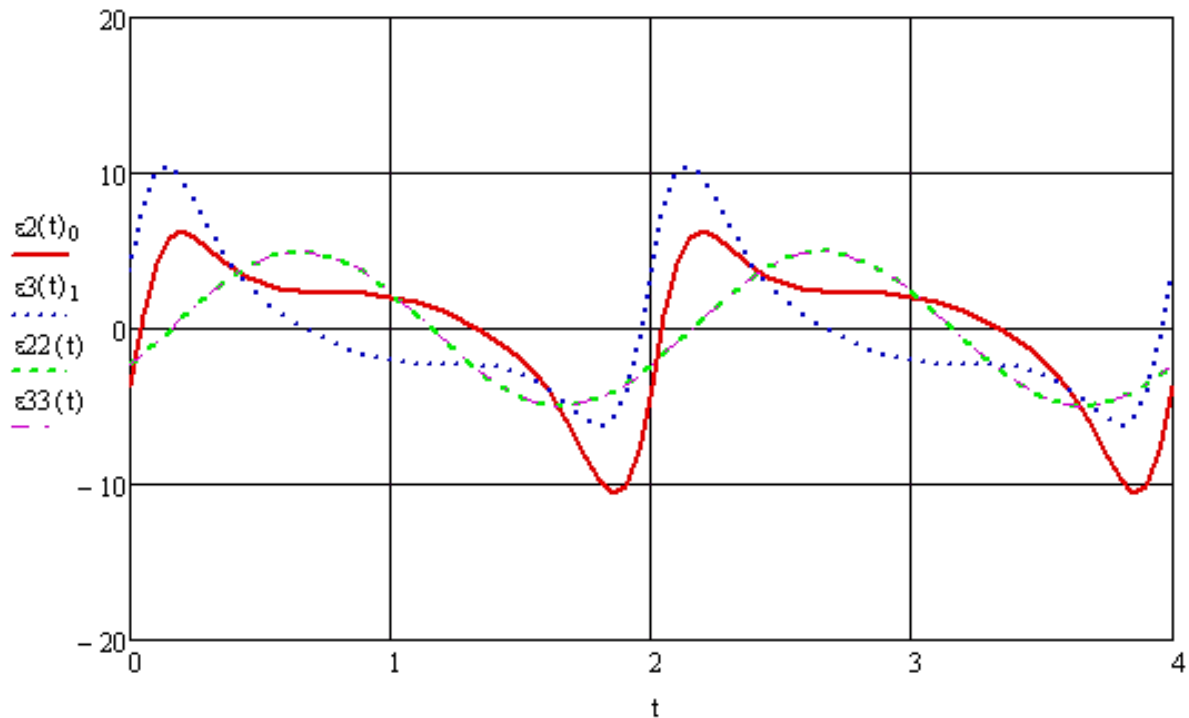


Рис. 11. $\varepsilon_2(t)_0$ і $\varepsilon_3(t)_1$ – кутові прискорення шатуна і коромисла, розраховані по першому варіанту; $\varepsilon_{22}(t)$ і $\varepsilon_{33}(t)$ – кутові прискорення шатуна і коромисла, розраховані по другому варіанту

ВИСНОВКИ

Використання пакета комп'ютерної алгебри Mathcad в комплексі з іноваційним діяльним підходом у вивченні теми «плоский рух твердого тіла» на прикладі багатоланкового шарнірного механізму в курсі теоретичної механіки сприяють зацікавленості студентів у вивченні матеріалу, розвивають практичні вміння та навички, демонструють комплексне використання вищої математики, теоретичної механіки і інформаційних технологій, істотно підвищують ефективність навчання.

Отримано явний вигляд кутів φ_2 і φ_3 шатуна і коромисла від φ_1 кута оберту кривошипа за методом малого параметру. Показана залежність у відсотках похибки проведених розрахунків від співвідношення довжини кривошипа до довжини шатуна. Це дозволило знайти ω_2 і ω_3 – кутові швидкості шатуна і коромисла в залежності лише від φ_1 кута оберту кривошипа та ω_1 його кутової швидкості.

У перспективі отримані результати можна буде використовувати і в інших розділах курсу, при розробці електронного підручника і дистанційного курсу навчання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Андреев Ю. М. Теоретична механіка. Комп'ютерний практикум : навч. посіб. / Ю. М. Андреев, Д. В. Лавінський, О. К. Морачковський. – Х. : НТУ «ХПІ», 2014. – 240 с.
2. Кіницький Я. Т. Аналітичне дослідження кінематики механізмів і класу з використанням системи Mathcad / Я. Т. Кіницький, М. В. Марченко, В. О. Харжевський // Вісник Хмельницького національного університету. – 2013. – № 6. – С. 7–10.
3. Бертяев В. Д. Теоретическая механика на базе Mathcad / В. Д. Бертяев : практикум. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 752 с.
4. Теоретическая механика. Курсовые работы с использованием Mathcad : учебное пособие / В. Д. Бертяев, Л. А. Булатов, В. И. Латышев и др. – М. : АСВ, 2010. – 304 с.
5. Джашишов А. Э. Применение информационных технологий в образовательном процессе технического университета на примере курса «теоретическая механика» / А. Э. Джашишов, В. П. Глазков // Вестник АГТУ : Информационные технологии в образовательной деятельности : сер. : Управление, вычислительная техника и информатика. – 2014. – № 3. – С. 125–133.
6. Ащепкова Н. С. Моделирование и кинематический анализ кривошипно-шатунного механизма / Н. С. Ащепкова // Вестник НТУ «ХПІ». – 2014. – № 62 (1104). – С. 4–11.
7. Зиборов К. А. Решение векторных уравнений кинематики механизмов с помощью программы Mathcad / К. А. Зиборов, И. Н. Мацюк, Э. М. Шляхов // Теория механизмов и машин. – 2008. – № 1(11). – С. 64–70.
8. Зиборов К. А. Силовой анализ механизмов с помощью программы MathCAD / К. А. Зиборов, И. Н. Мацюк, Э. М. Шляхов // Теория механизмов и машин. – 2010. – № 1(8). – С. 83–88.
9. Крохмаль Н. Н. Геометрический синтез шарнирного четырехзвенника на основе понятия передаточной функции плоской диады первого вида / Н. Н. Крохмаль // Известия Челябинского научного центра. – 2003. – Вып 3 (20). – С. 35–38.
10. Евграфов А. Н. Геометрический и кинестатический анализ плоских рычажных механизмов / А. Н. Евграфов, Г. Н. Петров // Теория механизмов и машин. – 2003. – № 2. – С. 50–63.
11. Верховод В. П. Использование программы Mathcad при синтезе передаточных рычажных механизмов / В. П. Верховод // Теория Механизмов и Машин. – 2011. – № 1. Том 9. – С. 69–76.