

## МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ЯК УЗАГАЛЬНЕНОЇ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МАШИНИ У ДВОФАЗНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ

Шеремет О. І., Пристінський М. С.

Рассмотрены особенности математического представления асинхронного двигателя как обобщенной электрической машины в двухфазной ортогональной системе координат. При этом используется ряд общепринятых допущений и ограничений. Современный уровень развития компьютерной техники дает возможность с учетом принятых допущений строить модель асинхронного двигателя в фазных координатах. Для упрощения математических моделей систему уравнений трехфазной асинхронной машины, записанную в фазных координатах, принято представлять в ортогональной системе координат, которая вращается в пространстве в общем случае с произвольной угловой скоростью. При реализации микропроцессорной системы управления асинхронным электроприводом с преобразователем частоты, построенной на транзисторных модулях IGBT и с широтно-импульсной модуляцией выходного напряжения, наилучшей является динамическая модель асинхронного двигателя в системе координат, вращающейся с частотой вращения поля статора.

Розглядаються особливості математичного представлення асинхронного двигуна як узагальненої електричної машини в двофазній ортогональній системі координат. При цьому використовується ряд загальноприйнятих припущень і обмежень. Сучасний рівень розвитку комп'ютерної техніки дає можливість з урахуванням прийнятих припущень будувати модель асинхронного двигуна в фазних координатах. Для спрощення математичних моделей систему рівнянь трифазної асинхронної машини, записану в фазних координатах, прийнято представляти в ортогональній системі координат, що обертається в просторі в загальному випадку з довільною кутовою швидкістю. При реалізації мікропроцесорної системи керування асинхронним електроприводом з перетворювачем частоти, побудованої на транзисторних модулях IGBT і з широтно-імпульсною модуляцією вихідної напруги, найкращою є динамічна модель асинхронного двигуна в системі координат, що обертається з частотою обертання поля статора.

In the article we have featured the mathematical representation of the asynchronous engine as the generalized electric machine in a two-phase orthogonal coordinate system are considered. A number of generally accepted assumptions and limitations are used. The current level of development in the computer technology makes it possible to build the model of an induction motor in phase coordinates, taking into account the assumptions made. To simplify mathematical models, the system of equations in a three-phase asynchronous machine has been written in phase coordinates and its usually represented in an orthogonal coordinate system and rotates in space in the general case with an arbitrary angular velocity. When implementing a microprocessor control system for an asynchronous electric drive with a frequency converter built on transistor modules IGBT and with pulse width modulation of the output voltage, the best is the dynamic model an asynchronous motor in a coordinate system rotating at the rotational speed of the stator field.

Шеремет О. І.

канд. техн. наук, доц. каф. ЕСА ДДМА, докторант ДДТУ  
sheremet-oleksii@ukr.net

Пристинский М. С.

магістр каф. ЕСА ДДМА

ДДМА – Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

ДДТУ – Дніпровський державний технічний університет (ДДТУ), м. Кам'янське.

УДК 621.313.3

Шеремет О. І., Пристінський М. С.

## МАТЕМАТИЧНИЙ ОПИС АСИНХРОННОГО ДВИГУНА ЯК УЗАГАЛЬНЕНОЇ ЕЛЕКТРИЧНОЇ МАШИНИ У ДВОФАЗНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ

Останнім часом частотно-регульований електропривод змінного струму і, перш за все, асинхронний електропривод став головним типом регульованого промислового електроприводу серійно випускається провідними вітчизняними та зарубіжними електротехнічними фірмами. Асинхронні двигуни – одні з найпоширеніших електричних машин, і часто є одними з основних перетворювачів електричної енергії в механічну роботу. Найбільшою перевагою є відсутність контакту між нерухомими і рухливими частинами, наприклад, в двигунах постійного струму такий контакт здійснюється через щітки і колектор. Проте, асинхронні двигуни мають доволі складну математичну інтерпретацію [1].

При математичному описі асинхронної машини використовуються загальноприйняті припущення і обмеження, а саме [2]:

- магнітна система машини не насичена;
- втрати в сталі відсутні;
- фазні обмотки машини симетричні і розташовані точно на  $120^\circ$  (для трифазних машин);
- магніторушійні сили обмоток і магнітні поля розподілені уздовж кола повітряного зазору за синусоїдальним законом;
- величина повітряного зазору постійна;
- ротор машини симетричний;
- реальна розподілена обмотка замінена еквівалентною зосередженою, яка створює ту ж магніторушійну силу.

Сучасний рівень розвитку комп'ютерної техніки дає можливість з врахуванням прийнятих припущень будувати модель асинхронного двигуна у фазних координатах. Проте структурна схема моделі при цьому виходить вельми складною через наявність змінних коефіцієнтів в рівняннях зв'язків фазних струмів і потокозчеплень машини, які залежать від миттєвого значення кута повороту ротора відносно магнітних осей статора двигуна [3].

Метою роботи є аналіз математичного опису і динамічної моделі асинхронного двигуна як узагальненої електричної машини у двофазній системі координат, котра найчастіше використовується під час синтезу систем автоматичного керування.

Для спрощення математичних моделей систему рівнянь трифазної асинхронної машини, записану у фазних координатах, прийнято представляти в ортогональній системі координат  $(x-y)$ , що обертається в просторі в загальному випадку з довільною кутовою швидкістю  $\omega_k$ . На рис. 1 показано розкладання трифазного вектора  $\vec{V}_s$  у декількох двофазних системах координат [4, 5].

Еквівалентна напруга статора в системі координат  $(x-y)$  пов'язана з фазними напруги трифазної машини наступними співвідношеннями:

$$U_{sx} = \frac{2}{3} \left[ U_{\Phi A} \cos \omega_k t + U_{\Phi B} \cos \left( \omega_k t - \frac{2\pi}{3} \right) + U_{\Phi C} \cos \left( \omega_k t + \frac{2\pi}{3} \right) \right]; \quad (1)$$

$$U_{sy} = -\frac{2}{3} \left[ U_{\Phi A} \sin \omega_k t + U_{\Phi B} \sin \left( \omega_k t - \frac{2\pi}{3} \right) + U_{\Phi C} \sin \left( \omega_k t + \frac{2\pi}{3} \right) \right], \quad (2)$$

де  $U_{\Phi A}$ ,  $U_{\Phi B}$ ,  $U_{\Phi C}$  – фазні напруги для фаз А, В, С відповідно;

$U_{sx}$ ,  $U_{sy}$  – напруги статора, представлені у ортогональній двофазній системі координат.

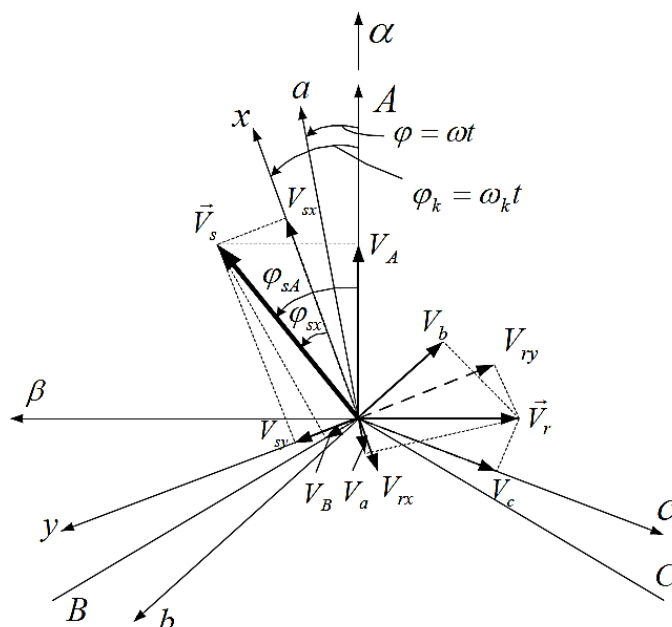


Рис. 1. Розкладання трифазного вектора у двофазних системах координат

Аналогічні співвідношення пов'язують еквівалентні значення струмів і потокозчеплень двигуна з відповідними фазними значеннями змінних. Підставляючи в ці рівняння вирази для реальної фазної напруги, одержимо

$$U_{\Phi A} = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0); \quad (3)$$

$$U_{\Phi B} = U_m \cos\left(\omega_0 t - \frac{2\pi}{3} + \varphi_0\right); \quad (4)$$

$$U_{\Phi C} = U_m \cos\left(\omega_0 t + \frac{2\pi}{3} + \varphi_0\right). \quad (5)$$

Можна отримати вирази для складових напруги в еквівалентній двофазній системі координат:

$$U_{sx} = U_m \cos[(\omega_o - \omega_k)t + \varphi_o], \quad (6)$$

$$U_{sy} = U_m \sin[(\omega_o - \omega_k)t + \varphi_o], \quad (7)$$

де  $U_m$  – амплітудне значення фазної напруги;

$\omega_o$  – частота обертання поля статора двигуна в просторі;

$\varphi_o$  – початкова фаза напруги фази А двигуна.

Система рівнянь електромагнітної рівноваги асинхронного двигуна у формі Коши в системі координат (x–y) може бути представлена таким чином:

$$\begin{cases} \frac{d\Psi_{sx}}{dt} = U_{sx} - R_s i_{sx} + \omega_k \Psi_{sy}; \\ \frac{d\Psi_{sy}}{dt} = U_{sy} - R_s i_{sy} - \omega_k \Psi_{sx}; \\ \frac{d\Psi_{rx}}{dt} = -R_r i_{rx} + (\omega_k - \omega) \Psi_{ry}; \\ \frac{d\Psi_{ry}}{dt} = -R_r i_{ry} - (\omega_k - \omega) \Psi_{rx}, \end{cases} \quad (8)$$

де  $\Psi_{sx}, \Psi_{sy}$  – потокозчеплення еквівалентних статорних контурів;

$\Psi_{rx}, \Psi_{ry}$  – потокозчеплення еквівалентних роторних контурів;

$i_{sx}, i_{sy}$  – еквівалентні струми статора;

$i_{rx}, i_{ry}$  – еквівалентні струми ротора;

$R_s, R_r$  – активні опори фазних обмоток статора і ротора;

$\omega$  – частота обертання ротора двигуна.

Для розв'язання цієї системи рівнянь її необхідно доповнити рівняннями зв'язку еквівалентних струмів та потокозчеплень машини у системі координат  $(x-y)$ . Рівняння для потокозчеплень при розкладенні у ортогональній двофазній системі координат матимуть наступний вигляд:

$$\begin{cases} \Psi_{sx} = L_s i_{sx} + L_m i_{rx}; \\ \Psi_{sy} = L_s i_{sy} + L_m i_{ry}; \\ \Psi_{rx} = L_m i_{sx} + L_r i_{rx}; \\ \Psi_{ry} = L_m i_{sy} + L_r i_{ry}. \end{cases} \quad (9)$$

Коефіцієнти в рівняннях зв'язку між еквівалентними струмами і потокозчепленнями не залежать від миттєвого значення кута повороту ротора відносно магнітної осі статора двигуна. Для побудови математичної моделі асинхронного двигуна зручніше користуватися зворотними залежностями, тобто залежностями  $i = f(\psi)$ , які мають вигляд:

$$\begin{cases} i_{sx} = \frac{1}{\sigma L_s} \Psi_{sx} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \Psi_{rx}; \\ i_{sy} = \frac{1}{\sigma L_s} \Psi_{sy} - \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \Psi_{ry}; \\ i_{rx} = -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \Psi_{sx} + \frac{1}{\sigma L_r} \Psi_{rx}; \\ i_{ry} = -\frac{L_m}{\sigma L_s L_r} \Psi_{sy} + \frac{1}{\sigma L_r} \Psi_{ry}, \end{cases} \quad (10)$$

де  $\sigma$  – коефіцієнт розсіювання двигуна.

Вираз для електромагнітного моменту асинхронного двигуна є векторним добутком будь-якої пари просторових векторів струмів та потокозчеплень. Таким чином, в системі координат  $(x-y)$  можна використовувати шість рівнянь для відшукування електромагнітного моменту двигуна. При використанні будь-якого з цих виразів результат буде один і той же.

$$\left\{ \begin{aligned} M &= \frac{3}{2} p_n (\Psi_{sx} i_{sy} - \Psi_{sy} i_{sx}) \\ M &= \frac{3}{2} p_n (i_{rx} \Psi_{ry} - i_{ry} \Psi_{rx}); \\ M &= \frac{3}{2} L_m p_n (i_{rx} i_{sy} - i_{ry} i_{sx}) \\ M &= \frac{3}{2} \frac{L_m}{\sigma L_s L_r} p_n (\Psi_{rx} \Psi_{sy} - \Psi_{ry} \Psi_{sx}) \\ M &= \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_s} p_n (i_{rx} \Psi_{sy} - i_{ry} \Psi_{sx}) \\ M &= \frac{3}{2} \frac{L_m}{L_r} p_n (\Psi_{rx} i_{sy} - \Psi_{ry} i_{sx}) \end{aligned} \right. \quad (11)$$

де  $p_n$  – кількість пар полюсів асинхронного двигуна.

Вибір того або іншого вигляду рівняння для електромагнітного моменту здійснюється з умови раціональної побудови структурної схеми математичної моделі.

Рівняння руху двигуна в одномасовій механічній системі має вигляд:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J_\Sigma} (M - M_c), \quad (12)$$

де  $J_\Sigma$  – сумарний момент інерції ротора двигуна і механізму;

$M_c$  – статичний момент навантаження електроприводу.

Структурна схема асинхронного двигуна в довільній системі координат ( $x$ – $y$ ) представлена на рис. 2.

В залежності від вибору швидкості обертання системи координат  $\omega_k$  рівняння електромагнітної рівноваги асинхронного двигуна дещо видозмінюються, проте механічна характеристика двигуна, розрахована в системі координат, що обертається в просторі з будь-якою кутовою швидкістю  $\omega_k$ , змін не зазнає.

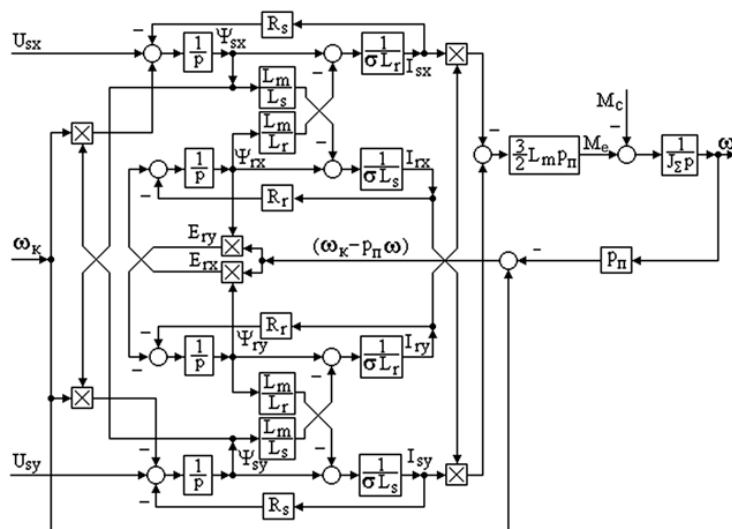


Рис. 2. Структурна схема асинхронного двигуна в системі координат, що обертається в просторі з довільною кутовою швидкістю  $\omega_k$

В теорії електроприводу найчастіше використовуються дві найбільш зручні системи координат, які є окремими випадками розглянутої вище:

– система координат, нерухома відносно статора електричного двигуна, тобто така система матиме  $\omega_k = 0$ ;

– система координат, нерухома відносно ротора електричного двигуна, тобто вона обертається з частотою обертання ротора  $\omega_k = \omega$ .

## ВИСНОВКИ

При реалізації мікропроцесорної системи керування асинхронним електроприводом з перетворювачем частоти, побудованої на транзисторних модулях IGBT і з широтно-імпульсною модуляцією вихідної напруги, найкращою є динамічна модель асинхронного двигуна в системі координат, що обертається з частотою обертання поля статора [6]. По-перше, в цьому випадку завдання амплітуди і частоти вихідної напруги здійснюється у вигляді цифрового сигналу, а не у вигляді тригонометричних функцій, а по-друге, векторне перетворення зводиться до просторового повороту однієї системи координат відносно іншої на деякий кут [7].

Оскільки канали регулювання в системі векторного керування розділені, аналіз каналу регулювання потокозчеплення ротора доцільно проводити в режимі короткого замикання двигуна, а каналу регулювання моменту і частоти обертання двигуна – в режимі холостого ходу, коли електромагнітні перехідні процеси в каналі регулювання потокозчеплення ротора вже завершилися. Система векторного керування дозволяє розділити канали регулювання і забезпечити незалежне керування по модулю вектора потокозчеплення ротора і по електромагнітному моменту двигуна. Завдяки цьому в системах векторного керування з'являється можливість реалізувати двозонне регулювання частоти обертання за аналогією з електроприводом постійного струму [8]. У першій зоні регулювання від нуля до номінальної частоти обертання керування двигуном здійснюється одночасним збільшенням амплітуди і частоти вихідної напруги перетворювача частоти. У другій зоні регулювання від номінальної до максимальної частоти обертання двигуна здійснюється тільки за рахунок підвищення частоти вихідної напруги перетворювача.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Фираго Б. И. Регулируемые электроприводы переменного тока / Б. И. Фираго, Л. Б. Павлячик. – Минск : Техноперспектива, 2006. – 363 с.
2. Виноградов А. Б. Векторное управление электроприводами переменного тока / А. Б. Виноградов. – Иваново : ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В. И. Ленина», 2008. – 298 с.
3. Системы подчиненного регулирования электроприводов переменного тока с вентильными преобразователями / О. В. Слежановский, Л. Х. Дацковский, И. С. Кузнецов, Е. Д. Лебедев, Л. М. Тарасенко. – М. : Энергоатомиздат, 1983. – 256 с.
4. Моделирование асинхронных электроприводов с тиристорным управлением / Л. П. Петров, В. А. Ладензон, Р. Г. Подолов, А. В. Яковлев. – М. : Энергия, 1977. – 200 с.
5. Sheremet O. Decomposition and linearization of asynchronous motor mathematical models in relative units / O. Sheremet // *Electromechanical and energy saving systems*. – Kremenchuk : KrNU, 2017. – № 2/2017(38). – P. 18–25.
6. Быстров А. М. К анализу динамики двухдвигательного асинхронного электропривода с последовательным соединением статорных обмоток / А. М. Быстров, В. Ф. Глазунов, Б. Л. Ершов // *Известия высших учебных заведений. Энергетика*. – 1976. – № 6. – С. 48–53.
7. Акимов Л. В. Улучшение динамики трехкратноинтегрирующего асинхронного электропривода с векторным управлением методом диаграмм качества управления / Л. В. Акимов, Д. Г. Литвиненко // *Электротехнические и компьютерные системы*. – К. : Техника, 2011. – № 02(78). – С. 13–19.
8. Акимов Л. В. Улучшение динамики астатической системы векторного управления двухмассового асинхронного электропривода с постоянной нагрузкой / Л. В. Акимов, Д. Г. Литвиненко, А. А. Вакуленко // *Электротехнические и компьютерные системы*. – К. : Техника, 2011. – № 03(79). – С. 92–97.