

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ЕЛЕКТРОВІМІРЮВАЛЬНИХ ПРИБАДІВ В СИСТЕМІ MATHCAD

Подлесний С. В., Жук Я. А., Криворучек В. В.

Рассматриваются электроизмерительные приборы, для описания динамики которых можно использовать конечномерные модели, в которых электромагнитные и механические величины, характеризующие систему, фигурируют как формально равноправные и описываются уравнениями Лагранжа-Максвелла. Основой проведения исследований явилось математическое моделирование, позволяющее, используя систему компьютерной алгебры Mathcad, заменить изучение сложных электромеханических преобразователей энергии относительно простыми для практической реализации моделями и путем численного эксперимента подобрать рациональное сочетание параметров.

Розглядаються електровимірювальні прилади, для опису динаміки яких можна використовувати скінченномірні моделі, в яких електромагнітні і механічні величини, що характеризують систему, фігурують як формально рівноправні і описуються рівняннями Лагранжа-Максвелла. Основою проведення досліджень стало математичне моделювання, що дозволяє, використовуючи систему комп'ютерної алгебри Mathcad, замінити вивчення складних електромеханічних перетворювачів енергії відносно простими для практичної реалізації моделями і шляхом чисельного експерименту підібрати раціональне поєднання параметрів.

Electrical measuring instruments are studied in this paper. Finite-dimensional models, in which electromagnetic and mechanical quantities characterizing the system are considered as formally equal and described by the Lagrange-Maxwell equations, can be used for the description of the dynamics of electrical measuring instruments. Mathematical modeling, which allows with the usage of Mathcad computer algebra system to replace the study of complex electromechanical energy converters by relatively simple models for practical implementation and to select a rational combination.

Подлесний С. В.

канд. техн. наук, доц., зав. каф. технічної механіки ДДМА
texmex@dgma.donetsk.ua

Жук Я. А.

студент каф. АВП ДДМА
jaroslawjuk@outlook.com

Криворучек В. В.

студент каф. АВП ДДМА
krivoruchek1@mail.ru

ДДМА – Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

УДК 621.34

Подлесний С. В., Жук Я. А., Криворучек В. В.

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ЕЛЕКТРОВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИБЛАДІВ В СИСТЕМІ MATHCAD

Аналогові електровимірювальні прилади являють собою найважливішу групу технічних засобів електричних вимірювань. Простота, зручність реалізації, висока точність, широкий частотний діапазон, наочність показань, реєстрації і висока надійність сприяють широкому поширенню аналогових приладів в різних галузях науки і техніки. Роль динамічних вимірювань особливо велика в галузях техніки і виробництва, для яких характерне створення нових технологічних процесів і випробування нових машин, приладів і апаратів, вивчення об'єктів в екстремальних умовах.

Для вирішення основних завдань динаміки при вимірах використовується специфічний математичний апарат. Електромеханічні вимірювальні прилади мають механічні і електричні степені вільності. Зв'язок між механічною і електричною ланками відбувається, як правило, через залежність електричної ланки (струм у контурі, потенціал вузла тощо) від механічних переміщень (лінійних або кутових) тих чи інших рухомих елементів системи. Для складання рівнянь електровимірювальних приладів вельми зручним є апарат аналітичної механіки, в якому електромагнітні і механічні величини, що характеризують систему, фігурують як формально рівноправні і рівняння руху виходять за допомогою рівнянь Лагранжа-Максвелла.

У даній статті розглядаються електровимірювальні прилади. Головна увага звертається на складанні замкнутої системи диференціальних рівнянь руху електромеханічної системи. Використовується електромеханічна аналогія сила – напруга. Наводиться ряд прикладів аналізу конкретних аналогових електровимірювальних приладів.

Основою проведення досліджень є математичне моделювання, яке, використовуючи сучасні досягнення обчислювальної техніки, дає можливість замінити вивчення складного електромеханічного перетворювача енергії відносно простою для практичної реалізації моделлю.

Розгляду цього питання приділялася і приділяється досить велика увага [1–6]. Саме моделювання здійснювалося з використанням різних пакетів прикладних програм (ППП), таких як Simulink (середовища MATLAB), Mathcad, MAPC і ін. Є широке розмаїття типів електромеханічних систем та підходів до моделювання їх роботи. Використання одного з підходів для моделювання роботи одного з типів електромеханічних систем і присвячена пропонована робота.

Метою роботи є створення та дослідження за допомогою математичних моделей електровимірювальних приладів в середовищі Mathcad.

Розглянемо динаміку одного з таких приладів (рис. 1). Електромагнітний датчик для реєстрації крутильних коливань навколо осі z включає намотану з товстого дроту на круглу котушку 1 з повітряним центральним зазором. У середині зазору нерухомо розташована феромагнітна пластина 2, а на осі закріплена друга, але вже рухлива феромагнітна пластина 3. На осі пластини закріплена спіральна пружина 4 і демпфер (на малюнку не показаний). Вал коливається під дією збурюючого моменту $M_z = M_z(t)$, моменту спіральної пружини $M_{пр} = c\varphi$. Електричний ланцюг складається з елемента із заданою електрорушійною силою E і активного опору R . Центр мас рухомої системи лежить на осі обертання z , а момент інерції вала щодо цієї осі дорівнює J_z . При крутильних коливаннях вала змінюється індуктивність котушки $L = L(\varphi)$, де φ – кут повороту вала. При зміні індуктивності змінюється струм ланцюга. На вал так само діє сила опору, пропорційна його кутовій швидкості, що викликається демпфером, що створює момент опору $M_{оп} = \beta\dot{\varphi}$.

Електромеханічна система має два ступені свободи. Виберемо узагальнені координати: φ – кут повороту вала, q (електричний заряд) – узагальнена координата, яка фіксує стан електричної частини ланцюга.

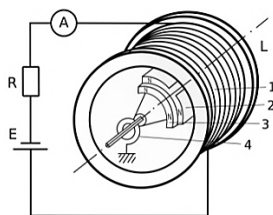


Рис. 1. Електромагнітний датчик для реєстрації крутильних коливань

Рівняння Лагранжа-Максвелла для системи з двома степенями вільності мають вигляд:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = - \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}} + Q_{\varphi}, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}} + Q_q. \quad (2)$$

Кінетична енергія T електромеханічної системи дорівнює сумі кінетичної енергії T_1 механічної частини системи і енергії магнітного поля T_2 електричного кола:

$$T = T_1 + T_2 = \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} L(\varphi) \dot{q}^2. \quad (3)$$

Потенційна енергія:

$$\Pi = \frac{c \varphi^2}{2}. \quad (4)$$

Дисипативна функція має вигляд:

$$\Phi = \frac{1}{2} \beta \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} R \cdot \dot{q}^2. \quad (5)$$

Узагальнені сили:

$$Q_{\varphi} = M_z(t), \quad Q_q = E. \quad (6)$$

Підставляючи (3) – (6) в (1) – (2), отримаємо:

$$J \ddot{\varphi} - \frac{1}{2} \frac{\partial L(\varphi)}{\partial \varphi} \dot{q}^2 + \beta \dot{\varphi} + c \varphi = M_z(t), \quad (7)$$

$$L(\varphi) \ddot{q} + \frac{\partial L(\varphi)}{\partial \varphi} \dot{\varphi} \dot{q} + R \dot{q} = E. \quad (8)$$

Для того, щоб рівняння (7), (8) можна було проінтегрувати, потрібно задати значення збурюючого і магнітного моментів, а також індуктивності. Будемо вважати:

$$M_z(t) = \alpha \cos(\nu t) + \gamma \sin(\nu t), \quad L(\varphi) = \eta_1 \varphi + \eta_2 \varphi^2. \quad (9)$$

Тоді рівняння (7), (8) приймуть вигляд:

$$J \ddot{\varphi} - \frac{1}{2} (\eta_1 + 2\eta_2 \varphi) \dot{q}^2 + \beta \dot{\varphi} + c \varphi = \alpha \cos(\nu t) + \gamma \sin(\nu t), \quad (10)$$

$$(\eta_1 \varphi + \eta_2 \varphi^2) \ddot{q} + (\eta_1 + 2\eta_2 \varphi) \dot{\varphi} \dot{q} + R \dot{q} = E. \quad (11)$$

Для моделювання роботи механізму задамося конкретними значеннями параметрів: $J = 12(\text{кг} \times \text{м}^2)$, $c = 20 (\text{Н/м})$, $\beta = 2 (\text{Н} \times \text{с/м})$, $\eta_1 = 2 (\text{мкГн})$, $\eta_2 = 0,05 (\text{мкГн})$, $\alpha = 3 (\text{Н} \times \text{м})$, $\gamma = 2 (\text{Н} \times \text{м})$, $v = \pi/3$, $R = 10 (\text{Ом})$, $E = 60 (\text{В})$.

Результати моделювання представлені на нижче наведених графіках (рис. 2).

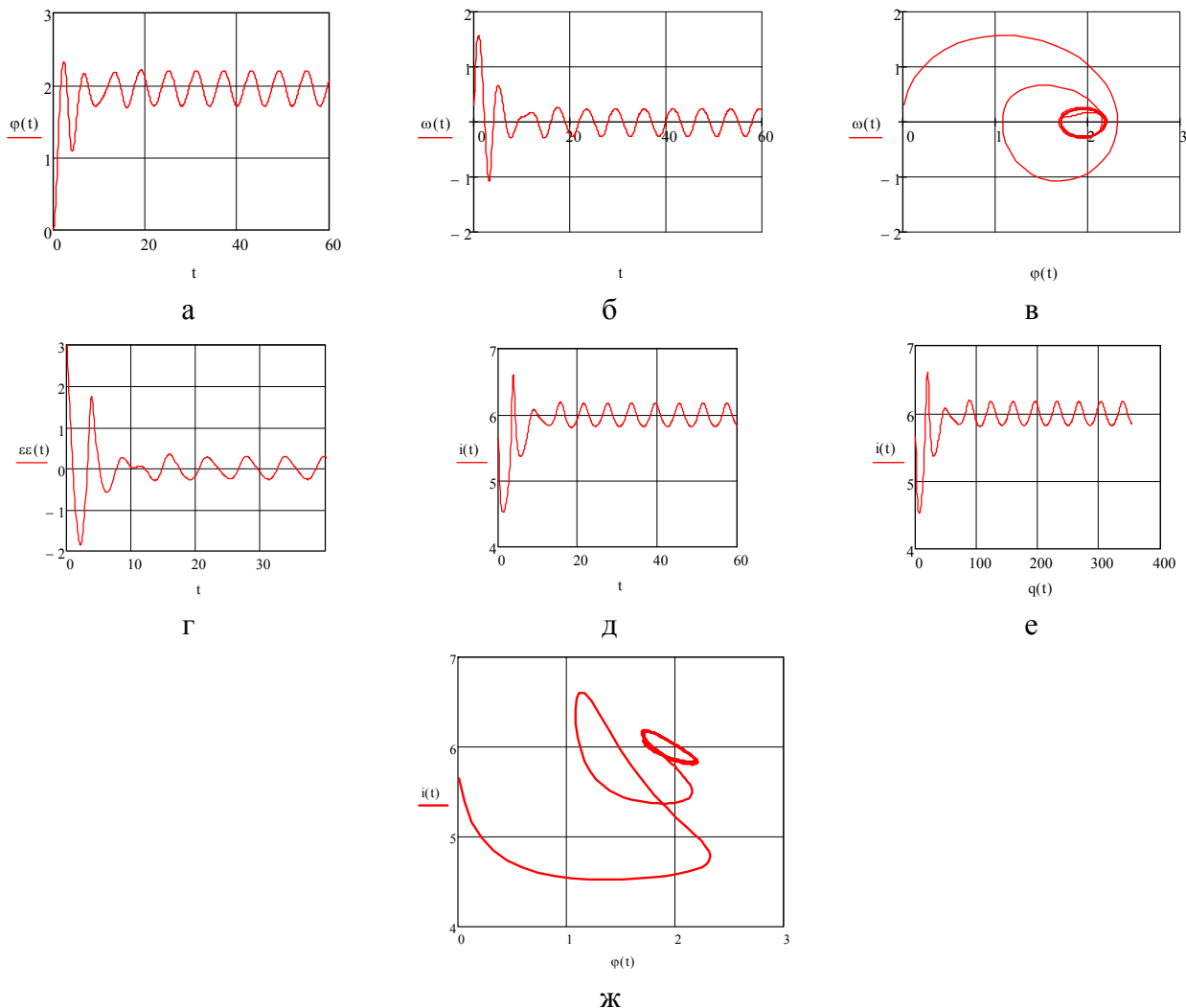


Рис. 2. Результати моделювання:

а – залежність кута повороту від часу; б – залежність кутової швидкості від часу; в – фазовий портрет механічних коливань; г – залежність кутового прискорення від часу; д – залежність струму від часу; е – фазовий портрет електричних коливань; ж – залежність струму від кута повороту вала

Загасання в системі визначається наявністю відповідних коефіцієнтів демпфірування.

Розглянемо іншу електродинамічну систему.

Для вимірювання крутильних коливань застосовується електродинамічний датчик (рис. 3). Датчик складається з двох котушок: нерухої 1 і рухої 2, насадженої на вісь O_1O_2 . Вісь датчика кріпиться до торця вала, що здійснює крутильні коливання (на рисунку не зображений). Нерухома котушка конструктивно виконана у вигляді двох половин, між якими проходить вісь O_1O_2 рухливої котушки.

Вал здійснює крутильні коливання під дією обурюючого моменту M_B щодо геометричної осі вала z . Момент сил пружності щодо цієї осі $M_{np} = -c\varphi$, де c – постійний коефіцієнт пружності на кручення, а φ – кут повороту вала. Момент інерції вала щодо осі z дорівнює J .

На валу так само встановлений демпфер 3, що створює момент опору пропорційний кутовій швидкості вала $M_o = -\beta (d\varphi / dt)$.

Обидві котушки послідовно з'єднані і підключені до одного джерела постійного струму з електрорушійною силою E .

При коливаннях вала і, отже, осі O_1O_2 датчика рухлива котушка 1 повертається по відношенню до нерухомої котушки 2. Це викликає зміну взаємної індуктивності M котушок, яка залежить від кута повороту φ вала: $M = M(\varphi)$. Зі зміною взаємної індуктивності змінюється струм в електричному ланцюзі, вимірюваний амперметром A . Амперметр, градуований в одиницях кута повороту, безпосередньо вимірює крутильні коливання вала.

Індуктивності котушок 1 і 2 постійні і відповідно рівні L_1 і L_2 . Омичний опір ланцюга постійний і дорівнює R . Силою тяжкості і моментом інерції рухомих частин датчика нехтуємо.

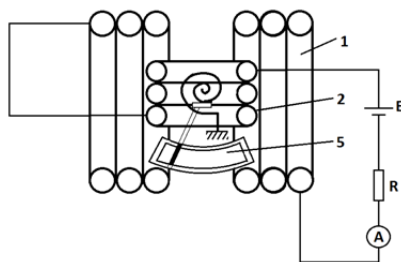


Рис. 3. Електромагнітний датчик для вимірювання крутильних коливань

Так само як і в вищерозглянутому прикладі електродинамічна система має два ступені свободи. Виберемо узагальнені координати: φ – кут повороту вала, q (електричний заряд) – узагальнена координата, яка фіксує стан електричної частини ланцюга.

Використаємо рівняння Лагранжа-Максвелла (1)–(2).

Електрокінетична енергія T даної електродинамічної системи дорівнює:

$$T = \frac{1}{2} J \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} (L_1 + M(\varphi) + L_2) \dot{q}^2. \quad (12)$$

Потенційна енергія Π , дисипативна функція Φ , узагальнені сили Q_φ і Q_q відповідно дорівнюють:

$$\Pi = \frac{c\varphi^2}{2}, \quad \Phi = \frac{1}{2} \beta \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} R \cdot \dot{q}^2, \quad Q_\varphi = M_B(t), \quad Q_q = E. \quad (13)$$

Підставляючи (12)–(13) в (1)–(2), отримаємо:

$$J\ddot{\varphi} + \beta\dot{\varphi} - \frac{1}{2} \frac{\partial M(\varphi)}{\partial \varphi} \dot{q}^2 + c\varphi = M_B(t); \quad (14)$$

$$(L_1 + M(\varphi) + L_2)\ddot{q} + \left(\frac{\partial M(\varphi)}{\partial \varphi} \dot{\varphi} + R\right)\dot{q} = E. \quad (15)$$

Диференціальні рівняння (14)–(15) описують «рух» даної електродинамічної системи. Зауважимо, що в кожне з цих рівнянь входять як механічні, так і електричні параметри системи. Врахуємо, що струм i та електричний заряд q пов'язані залежністю: $i = dq/dt$.

Проінтегрувати систему диференціальних рівнянь (14)–(15) і отримати рівняння «руху» можна, знаючи залежність обурюючого моменту M_B від часу і залежність взаємної індуктивності M котушок від кута повороту φ вала.

Для визначеності приймаємо:

$$M_B(t) = \alpha \cos(\nu t) + \gamma \sin(\nu t), \quad M(\varphi) = \eta_1 \varphi + \eta_2 \varphi^2. \quad (16)$$

Тоді рівняння (14), (15) приймуть вигляд:

$$J\ddot{\varphi} + \beta\dot{\varphi} - \frac{1}{2}(\eta_1 + 2\eta_2\varphi)i^2 + c\varphi = \alpha\cos(\nu t) + \gamma\sin(\nu t), \quad (17)$$

$$(L_1 + \eta_1\varphi + \eta_2\varphi^2 + L_2)\frac{di}{dt} + ((\eta_1 + 2\eta_2\varphi)\dot{\varphi} + R)i = E. \quad (18)$$

Виконаємо моделювання роботи пристрою при наступних параметрах: $J = 20$ (кг \times м²), $c = 20$ (Н/м), $\beta = 3$ (Н \times с/м), $\eta_1 = 20$ (мкГн), $\eta_2 = 4$ (мкГн), $\alpha = 12$ (Н \times м), $\gamma = 8$ (Н \times м), $\nu = \pi/4$, $R = 6$ (Ом), $E = 30$ (В), $L_1 = 4$ (мкГн), $L_2 = 20$ (мкГн).

Результати моделювання представлені на нижче наведених графіках (рис. 4).

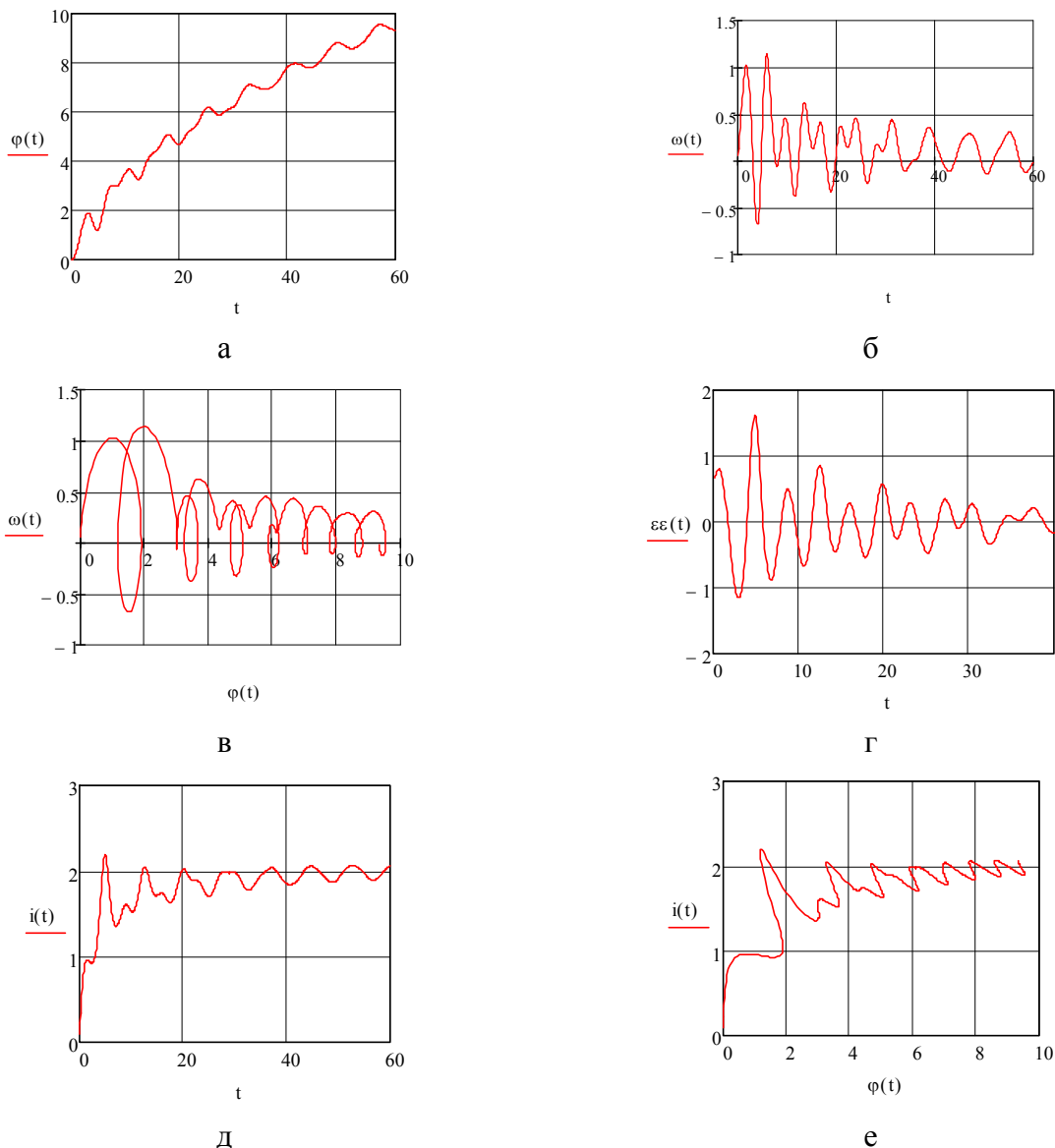


Рис. 4. Результати моделювання:

а – залежність кута повороту від часу; б – залежність кутової швидкості від часу; в – фазовий портрет механічних коливань, г – залежність кутового прискорення від часу; д – залежність струму від часу; е – залежність струму від кута повороту вала

Таким чином визначено залежність струму від кута повороту вала.

Значення струму вимірюються амперметром A , який градуирований в одиницях кута повороту i , отже, безпосередньо фіксує кути повороту валу, що здійснює крутильні коливання.

ВИСНОВКИ

Моделювання динаміки аналогових електровимірювальних приладів на базі рівнянь Лагранжа-Максвелла в системі Mathcad дозволяє зменшити матеріальні витрати на розробку електромеханічних пристроїв і шляхом варіювання параметрів підібрати їх раціональне поєднання. Якщо ж визначитися з критерієм оптимальності, то, маючи математичну модель і програму, можна виконати і оптимізацію параметрів.

Перспективно в нових розробках застосовувати поєднання аналогових пристроїв з цифровими, такими, як оптоелектронні та цифрові відлікові пристрої, пристрої автоматичної корекції похибки і процесорні засоби для реалізації складних алгоритмів вимірювань і підвищення метрологічних властивостей.

Доцільно подальше забезпечення метрологічної, інформаційної, енергетичної і конструктивної сумісності аналогових пристроїв з метою комплексного використання груп приладів в установках різного цільового призначення.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Соловьев В. А. Верификация и анализ возможности применения виртуальных электроизмерительных приборов при схемотехническом моделировании электротехнических устройств с импульсным потреблением постоянного тока в среде *Ni Multisim 10. 1* / В. А. Соловьев, Е. А. Вьюшин // *Наука и образование : научное издание МГТУ им. Н. Э. Баумана*. – 2015. – № 4. – С. 311–325.
2. Ройтбург Ю. С. Многоуровневый комплекс комплекных учебных лабораторий для практико-ориентированной подготовки кадров в области средств и систем промышленной автоматизации / Ю. С. Ройтбург // *Вектор науки Тольяттинского государственного университета*. – 2012. – № 3. – С. 253–260.
3. Кузнецов Е. М. Системное моделирование станции управления в составе установок электроцентробежных насосов / Е. М. Кузнецов, С. Г. Старостин / *Промышленная энергетика*. – М. : Энергопрогресс, 2012. – № 1. – С. 12–16.
4. Совершенствование лабораторного практикума обучения студентов по направлению подготовки «электромеханика» / В. И. Бондаренко, И. Л. Орловский, А. В. Пирожок и др. // *Электротехнические системы и комплексы*. – 2012. – № 20. – С. 412–438.
5. Шивринский В. Н. Ёмкостные преобразователи углового положения стрелочного указателя / В. Н. Шивринский // *Вестник Ульяновского государственного технического университета*. – 2015. – № 3 (71). – С. 47–49.
6. Коробов В. М. Повышение метрологической надёжности информационноизмерительных систем / В. М. Коробов // *Вестник Псковского государственного университета*. – 2013. – № 2. – С. 189–195.