

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ ПРИ ТОЧЕНИИ

Ивченко Т. Г.

С использованием метода геометрического программирования определены оптимальные режимы резания, обеспечивающие при заданных ограничениях минимальную себестоимость обработки. Исследованы различные технические ограничения при черновой чистовой и тонкой обработках. На основании разработанной методики установлены закономерности изменения оптимальных значений подачи и скорости резания от шероховатости обработанной поверхности и радиуса при вершине лезвия инструмента при чистовом и тонком точении. Обосновано достижение экстремума функции себестоимости при оптимальных режимах резания.

З використанням метода геометричного програмування визначені оптимальні режими різання, що забезпечують для заданих обмежень мінімальну собівартість обробки. Досліджені різні технічні обмеження під час чорнкової чистової та тонкої обробки. На підставі розробленої методики встановлені закономірності зміни оптимальних значень подачі й швидкості різання від шорсткості обробленої поверхні й радіусів при вершині леза інструмента під час чистового й тонкого точіння. Обґрунтовано досягнення екстремуму функції собівартості при оптимальних режимах різання.

With the using of the geometric programming method, optimum cutting conditions to ensure minimum cost of processing at given technical limitations determined. Different possible technical limitations at the clean and draft sharpening and boring are investigational. On the basis of the developed technique regularities of changes in the optimal values of feed and cutting speed on the roughness of the machined surfaces and radii at the top of the blade tools are installed during finishing and fine turning. The reach extreme of objective function is grounded at the optimum of cutting mode.

Ивченко Т. Г.

канд. техн. наук, доц. ДонНТУ  
irina\_petryaeva@mail.ru

УДК 621.9: 658.5

Ивченко Т. Г.

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ ПРИ ТОЧЕНИИ

Одним из резервов повышения эффективности машиностроительного производства является определение параметров, обеспечивающих минимальную себестоимость обработки, в связи с чем, весьма актуальны задачи по оптимизации процессов резания.

Широко используемый в настоящее время для оптимизации режимов резания метод линейного программирования [1], позволяет осуществлять одновременную оптимизацию скорости резания и подачи с учетом действующих при резании ограничений по критерию максимальной производительности. Однако этот метод не позволяет решать задачи оптимизации режимов резания в случае нелинейной целевой функции, каковой является себестоимость обработки деталей.

Такого недостатка лишены методы нелинейного программирования, в частности метод геометрического программирования (МГП), нашедший широкое применение для поиска оптимальных проектных решений в различных областях инженерных исследований [2]. Методика оптимизация режимов резания с использованием МГП, представленная в ряде работ, дает решение для частных случаев обработки: чистового и тонкого точения стали [3], тонкого точения чугуна [4]. Представляет интерес дальнейшее развитие МГП применительно к задачам оптимизации режимов резания для различных условий обработки.

Цель представляемой работы – с использованием МГП определить оптимальные режимы резания, обеспечивающие минимальную себестоимость обработки при заданных ограничениях для различных условий обработки точением.

Основное требование МГП состоит в том, что все компоненты задачи оптимизации должны быть выражены количественно в виде обобщенных положительных полиномов от управляемых параметров. Возможность использования МГП для оптимизации режимов резания обусловлена тем, что целевая функция и ограничения могут быть представлены в виде суммы компонентов, каждый из которых выражается степенной функцией:

$$V_i = C_i X_1^{\alpha_{i1}} X_2^{\alpha_{i2}} \dots X_j^{\alpha_{ij}} \dots X_m^{\alpha_{im}} \quad (i = 1 \dots n), \quad (j = 1 \dots m), \quad (1)$$

где  $C_i$  – положительная константа;  $X_j$  – оптимизируемые параметры;  $\alpha_{ij}$  – произвольные вещественные числа;  $n$  – количество компонентов;  $m$  – количество параметров.

В соответствии с МГП задачи оптимизации формулируются следующим образом:

1) прямая задача МГП – минимизировать  $g(x) = \sum C_i \prod_j X_j^{\alpha_{ij}}$  при ограничениях  $X_j > 0$ ,

$C_i > 0$ ;

2) двойственная задача МГП – максимизировать  $V(W) = \prod_i (C_i / W_i)^{W_i}$  при ограничениях

$$\sum_i W_i = 1, \quad \sum \alpha_{ij} W_i = 0.$$

В этих выражениях  $g(x)$  – прямая функция,  $V(W)$  – двойственная функция,  $W_i$  – положительные веса. В противоположность другим методам оптимизации в МГП вначале находят экстремум целевой функции и относительный вклад каждой компоненты в его значение, а затем – оптимальные значения переменных параметров.

В представляемой работе в качестве критерия оптимизации принимается переменная часть себестоимости обработки детали режущим инструментом за один проход, зависящая от

режимов резания. При решении задачи двухпараметрической оптимизации, то есть определения оптимальных значений скорости резания и подачи с заданной глубиной резания в условиях однопроходной обработки, целевая функция имеет:

$$C = V^{-1}S^{-1} + MV^{k_V} S^{k_S}, \quad (2)$$

где  $M = (t_c + A_u/A)t^{x/m}/C_T$ ;  $k_V = 1/m - 1$ ;  $k_S = y/m - 1$ ;  $A$  – стоимость станкоминуты;  $A_u$  – стоимость одного периода стойкости инструмента;  $t_c$  – время смены инструмента;  $C_T$  – коэффициент и  $x, y, m$  – показатели, характеризующие степень влияния глубины  $t$ , подачи  $S$  и стойкости  $T$  на скорость резания  $V$ .

Для чернового точения наиболее распространено ограничение по прочности пластины режущего инструмента:

$$34\tilde{n}^{1.35}t^{0.77}K_\varphi \geq C_P K_P S^{y_P} t^{x_P}, \quad (3)$$

где  $c$  – толщина пластины;  $K_\varphi = (\sin 60^\circ / \sin \varphi)^{0.8}$  – коэффициент, учитывающий влияние главного угла в плане  $\varphi$ ;  $C_P, K_P$  – коэффициенты и  $x_P, y_P$  – показатели, характеризующие степень влияния глубины  $t$  и подачи  $S$  на силу резания  $P_z$ .

Для чернового растачивания в связи с возможным значительным вылетом державки расточного инструмента необходимо учитывать ограничение по жесткости режущего инструмента:

$$4P_z l^3 / Ed^4 \leq f_p; \quad 4C_P K_P t^{x_P} s^{y_P} l^3 / Ed^4 \leq f_p, \quad (4)$$

где  $l$  – вылет державки резца;  $d$  – диаметр оправки (размер державки резца);  $E$  – модуль упругости материала державки резца;  $f_p$  – допустимая стрела прогиба резца.

Ограничения необходимо представить в следующем виде:

$$C_1 S^{y_P} \leq 1, \quad (5)$$

где  $C_1 = C_P K_P t^{x_P} / 34 K_\varphi c^{1.35} t^{0.77}$  – для точения;  $C_2 = 4C_P K_P t^{x_P} l^3 / f_p Ed^4$  – для растачивания.

Для чистовой и тонкой токарной обработки необходимо учитывать ограничение по предельно допустимой шероховатости обработанной поверхности  $R_a$ :

$$k_0 S^{k_1} (90 + \gamma)^{k_4} r^{k_2} V^{k_3} \leq R_a, \quad (6)$$

где  $k_0, k_1, k_2, k_3, k_4$  – коэффициент и показатели, которые характеризуют степень влияния подачи  $S$ , радиуса при вершине  $r$ , скорости  $V$  и переднего угла  $\gamma$  на шероховатость обработанной поверхности  $R_a$ , обусловленные условиями обработки.

Это ограничение необходимо представить в следующем виде:

$$C_3 S^{k_1} V^{k_3} \leq 1, \quad (7)$$

где коэффициент  $C_3 = k_0 (90 + \gamma)^{k_4} r^{k_2} / R_a$ .

На первом этапе оптимизации режимов резания решается система линейных уравнений для определения коэффициентов весомостей  $W_{01}, W_{01}, W_{11}$ , которая имеет вид:

– при черновой обработке с ограничениями по прочности пластины и жесткости инструмента:

$$\begin{cases} W_{01} + W_{02} = 1; \\ -W_{01} + k_V W_{02} = 0; \\ -W_{01} + k_S W_{02} + y_p W_{11} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

– при чистовой и тонкой обработке с ограничениями по допустимой шероховатости поверхности:

$$\begin{cases} W_{01} + W_{02} = 1; \\ -W_{01} + k_V W_{02} + k_3 W_{11} = 0; \\ -W_{01} + k_S W_{02} + k_1 W_{11} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Решения этих систем:

– при ограничениях по прочности пластины и жесткости инструмента:

$$W_{01} = \frac{k_V}{1 + k_V}; \quad W_{02} = \frac{1}{1 + k_V}; \quad W_{11} = \frac{W_{01}(1 + k_S) - k_S}{y_p}. \quad (10)$$

при ограничениях по допустимой шероховатости поверхности:

$$W_{01} = \frac{k_S k_3 - k_V k_1}{k_S k_3 - k_V k_1 + k_3 - k_1}; \quad W_{02} = \frac{k_3 - k_1}{k_S k_3 - k_V k_1 + k_3 - k_1}; \quad W_{11} = \frac{W_{01}(1 + k_V) - k_V}{k_3}. \quad (11)$$

Особенностью МПП является возможность уже на первом этапе решения оценить вклад каждой составляющей целевой функции в общую себестоимость  $C$  (1). Стоимость первой составляющей, связанной с машинной обработкой оценивается весомостью  $W_{01}$ , а составляющей, связанной со сменой инструмента –  $W_{02}$ . Далее вычисляется экстремум целевой функции, для чего рассчитывается максимум двойственной функции  $V(W)$ :

$$V(W) = (1/W_{01})^{W_{01}} (M/W_{02})^{W_{02}} C_i^{W_{11}}. \quad (12)$$

На основании найденного экстремума целевой функции составляется система линейных уравнений для определения оптимальных режимов резания:

$$\begin{cases} V(W)W_{01} = V^{-1}S^{-1}; \\ V(W)W_{02} = MV^{k_V} S^{k_S}. \end{cases} \quad (13)$$

В результате решения этой системы определяются оптимальные подача  $S_o$  и скорость резания  $V_o$ :

$$S_o = \left( \frac{W_{01}^{k_V} W_{02} V(W)^{k_V+1}}{M} \right)^{1/(k_S - k_V)}; \quad V_o = \left( \frac{W_{01}^{k_S} W_{02} V(W)^{k_S+1}}{M} \right)^{1/(k_V - k_S)}. \quad (14)$$

Примеры определения оптимальных режимов резания, обеспечивающих минимальную себестоимость обработки стали, приведены для токарной обработки вала (наружное продольное точение) диаметром  $D = 100$  мм, длиной  $L = 250$  мм из стали 45 на токарно-винторезном станке с ЧПУ 16К20Ф3. Для этих условий принято: стоимость станкоминуты  $A = 0,5$  коп/мин, стоимость одного периода стойкости инструмента  $A_u = 15$  коп/период; время смены инструмента  $t_c = 1$  мин.

Для чистовой обработки используются сборные резцы с механическим креплением пластин из твердого сплава Т15К6 (передний угол  $\alpha = 0^\circ$ , радиус при вершине  $r = 1$  мм); глубина

резания  $t = 2$  мм; требуемая шероховатость обработанной поверхности  $R_a = 3,2$  мкм. Для указанных условий обработки принятые следующие коэффициенты и показатели, которые характеризуют степень влияния глубины, подачи и стойкости на скорость резания:  $C_V = 350$ ,  $x_V = 0,15$ ,  $y_V = 0,35$ ,  $m = 0,2$ . Тогда  $C_T = 525 \cdot 10^{10}$ ,  $k_V = 4$ ,  $k_S = 0,75$  [5].

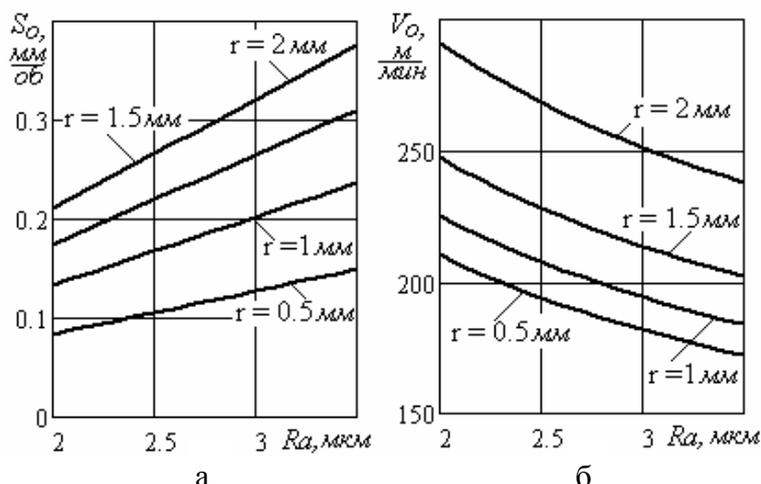


Рис. 1. Графики зависимости оптимальных значений подачи  $S_o$  (а) и скорости резания  $V_o$  (б) от шероховатости обработанной поверхности  $R_a$  для различных радиусов при вершине  $r$  при чистовом точении

Коэффициенты и показатели, которые характеризуют степень влияния подачи, переднего угла, радиуса при вершине и скорости резания на шероховатость обработанной поверхности:  $k_0 = 7,0$ ;  $k_1 = 0,85$ ;  $k_2 = -0,65$ ;  $k_3 = -0,36$ ;  $k_4 = 0,15$  [5].

Представленные на рис. 1 графики свидетельствуют о том, что оптимальная подача  $S_o$  увеличивается с увеличением шероховатости поверхности  $R_a$  и радиуса при вершине  $r$ ; оптимальная скорость резания  $V_o$  увеличивается с увеличением радиуса при вершине  $r$  и уменьшается с увеличением шероховатости поверхности  $R_a$ .

Расчетные значения коэффициентов  $C_{01} = 392,7$ ,  $C_{02} = 1,257 \cdot 10^{-10}$ ,  $C_{11} = 4,296$ . Коэффициенты весомостей, определенные в соответствии с формулой (11), равны:  $W_{01} = 0,752$ ,  $W_{02} = 0,248$ ,  $W_{11} = 0,666$ .

Оптимальные значения подачи и скорости резания, рассчитанные в соответствии с формулами (14) равны:  $S_o = 0,216$  мм/об,  $V_o = 209$  м/мин.

Для тонкого точения используются резцы, оснащенные эльбором (передний угол  $\alpha = 0^\circ$ , радиус при вершине  $r = 0,5$  мм); глубина резания  $t = 0,5$  мм; требуемая шероховатость поверхности  $R_a = 0,8$  мкм. Для указанных условий обработки приняты следующие коэффициенты и показатели:  $C_T = 52,6 \cdot 10^4$ ,  $k_V = 0,65$ ,  $k_S = -0,5$  [5].

Коэффициенты и показатели, которые характеризуют степень влияния подачи, переднего угла, радиуса при вершине и скорости резания на шероховатость обработанной поверхности:  $k_0 = 0,16$ ;  $k_1 = 0,59$ ;  $k_2 = -0,29$ ;  $k_3 = -0,19$ ;  $k_4 = 0,66$  [5].

Расчетные значения коэффициентов  $C_{01} = 392,7$ ,  $C_{02} = 1,257 \cdot 10^{-10}$ ,  $C_{11} = 4,766$ . Коэффициенты весомостей, определенные в соответствии с формулой (11), равны:  $W_{01} = 0,27$ ;  $W_{02} = 0,73$ ,  $W_{11} = 1,076$ .

Оптимальные значения подачи и скорости резания, рассчитанные в соответствии с формулами (14) равны:  $S_o = 0,12$  мм/об,  $V_o = 145$  м/мин.

Для тонкого точения, также как и для чистового, оптимальная подача  $S_o$  увеличивается с увеличением шероховатости поверхности  $R_a$  и радиуса при вершине  $r$ ; оптимальная скорость резания  $V_o$  увеличивается с увеличением радиуса при вершине  $r$  и уменьшается с увеличением шероховатости поверхности  $R_a$  (рис. 2).

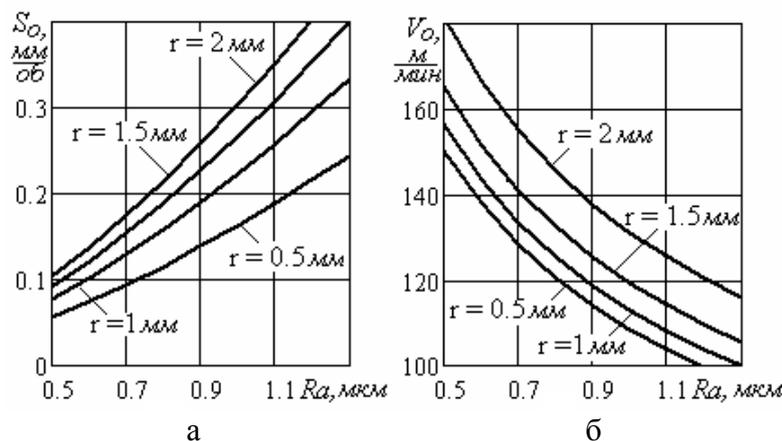


Рис. 2. Графики зависимости оптимальных значений подачи  $S_o$  (а) и скорости резания  $V_o$  (б) от шероховатости обработанной поверхности  $R_a$  для различных радиусов при вершине  $r$  при тонком точении

Из анализа установленных закономерностей изменения оптимальных режимов следует, что большие значения скорости резания и подачи для заданного уровня шероховатости могут быть приняты для больших радиусов при вершине, что при минимальной себестоимости обработки будет обеспечивать более высокую производительность.

Наличие аналитических зависимостей для определения оптимальных режимов резания существенно упрощает разработку рекомендаций по выбору рациональных условий обработки, что особенно актуально для чистового и тонкого точения.

Примеры определения оптимальных значений скорости резания  $V_o$  и подачи  $S_o$ , обеспечивающих минимальную себестоимость обработки чугуна, приведены для чернового, чистового и тонкого растачивания отверстия (диаметр  $D = 100$  мм, длина  $L = 50$  мм). Условия обработки: материал – чугун СЧ20 (НВ 190); резцы ВК8, ВК6 и эльбор (передний угол  $\alpha = 0^\circ$ ; главный угол резца в плане  $\varphi = 45^\circ$ ); глубина резания  $t_{черн} = 4$  мм;  $t_{чист} = 2$  мм;  $t_{тонк} = 1$  мм; толщина пластины  $s = 4,76$  мм; радиус при вершине  $r = 1$  мм; шероховатость поверхности  $R_a = 1$  мкм; стоимость станкоминуты  $A = 5$  коп/мин; стоимость одного периода стойкости инструмента  $A_u = 15$  коп/период; время смены инструмента  $t_c = 1$  мин.

Коэффициенты и показатели степеней в стойкостных, силовых зависимостях и зависимостях по шероховатости для разных видов обработки:

черновой:  $C_V = 243$ ;  $K_V = 0,66$ ;  $m = 0,2$ ;  $y_v = 0,40$ ;  $x_v = 0,15$ ;  $C_p = 92$ ;  $K_p = 1$ ;  $y_p = 0,75$ ;  $x_p = 1$ ;

чистовой:  $C_V = 292$ ;  $x = 0,15$ ;  $y = 0,20$ ;  $m = 0,2$ ;  $k_V = 4$ ,  $k_S = 0$ ;  $k_0 = 21$ ;  $k_1 = 1,8$ ;

тонкой:  $C_V = 53,33 \cdot 10^3$ ;  $K_V = 0,539$ ;  $x_v = 0,194$ ;  $y_v = 0,848$ ;  $m_v = 0,645$ ;  $k_1 = 1,15$ ;  $k_2 = 0,29$ ;  $k_3 = -0,18$ .

Для заданных условий обработки определены коэффициенты весомости:

для черновой обработки:  $W_{01} = 0,8$ ;  $W_{02} = 0,2$ ;  $W_{11} = 0,8$ ;

для чистовой обработки:  $W_{01} = 0,8$ ;  $W_{02} = 0,2$ ;  $W_{12} = 0,444$ ;

для тонкого точения:  $W_{01} = 0,306$ ;  $W_{02} = 0,639$ ;  $W_{11} = 0,417$ .

Оптимальные режимы резания:

для черновой обработки:  $S_{очерн} = 0,62$  мм/об;  $V_{очерн} = 91,3$  м/мин;

для чистовой обработки:  $S_{очист} = 0,2$  мм/об;  $V_{очист} = 130$  м/мин;

для тонкого точения:  $S_{отонк} = 0,1$  мм/об;  $V_{отонк} = 244,5$  м/мин.

На основании установленных зависимостей может быть рассчитан коэффициент изменения себестоимости обработки при отклонении выбранных режимов резания от их оптимального значения  $S = kS_o$ ,  $V = k^{(1-y_v)}V_o$ . ( $k$  – степень отклонения):

$$K_C = W_{01}k^{1-y_v+y_pW_{11}} + W_{02}k^{-k_V(1-y_v+y_pW_{11})+k_S-k_V} = K_1 + K_2. \quad (15)$$

Из графика, представленного на рис. 3, а, следует, что минимальная себестоимость чистовой обработки ( $K_{C_{\text{чист}}} = 1$ ) имеет место при  $k = 1$ , то есть при оптимальных режимах резания. При отклонении режимов резания от оптимальных как в меньшую, так и в большую сторону, себестоимость увеличивается. Первая составляющая  $K_1$  коэффициента  $K_c$ , связанная с машинной обработкой и оцениваемая весомостью  $W_{01}$ , постоянно возрастает с увеличением режимов резания, но вторая составляющая  $K_2$ , связанная со сменой инструмента и оцениваемая весомостью  $W_{02}$ , убывает.

В сравнении с чистовыми, режимы резания для черновой обработки, при которых достигается минимальная себестоимость ( $K_{C_{\text{черн}}} = 1$ ), значительно выше:  $k = 3$  (рис. 3, б). Однако, при отклонении режимов резания как в большую, так и в меньшую сторону от оптимальных, себестоимость также увеличивается.

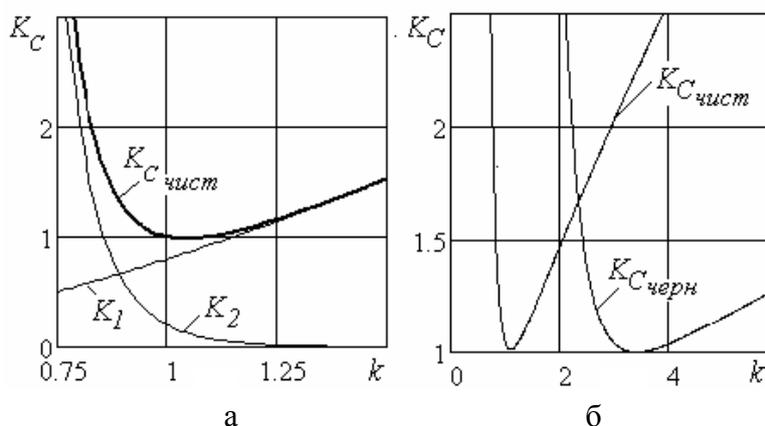


Рис. 3. Зависимость коэффициента изменения себестоимости обработки  $K_C$  от степени  $k$  отклонения режимов резания от оптимальных

### ВЫВОДЫ

Таким образом, представленная методика позволяет для любых условий чернового, чистового и тонкого точения и растачивания выполнять расчеты оптимальных режимов резания, обеспечивающих минимальную себестоимость обработки. Наличие аналитических зависимостей для определения оптимальных режимов резания существенно упрощает разработку рекомендаций по выбору рациональных условий обработки. На основании установленных зависимостей обосновано достижение минимума функции себестоимости при оптимальных режимах резания.

Разработанная методика может быть широко использована для любых видов обработки.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Старков В. К. Обработка резанием. Управление стабильностью и качеством в автоматизированном производстве / В. К. Старков. – М. : Машиностроение, 1989. – 296 с.
2. Кроль О. С. Оптимизация и управление процессом резания / О. С. Кроль, Г. Л. Хмеловский. – К. : УМК ВО, 1991. – 140 с.
3. Ивченко Т. Г. Оптимизация режимов резания при чистовом и тонком точении методом геометрического программирования / Т. Г. Ивченко, Е. Е. Шальская // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. – Донецк : ДонНТУ, 2010. – Вып. 39. – С. 91–97.
4. Івченко Т. Г. Двохкритеріальна оптимізація режимів різання під час обробки чавунів інструментами з надтвердих матеріалів / Т. Г. Івченко, С. В. Полякова // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. – Донецк : ДонНТУ, 2011. – Вып. 41. – С. 152–158.
5. Справочник технолога-машиностроителя. В 2-х т. Т. 2 / под ред. А. М. Дальского, А. Г. Сулова, А. Г. Косиловой, Р. К. Мещерякова. – М. : Машиностроение, 2001. – 944 с.