

**РОЗРОБКА МЕТОДУ РОЗРАХУНКУ КРИВИХ ДЕФОРМУВАННЯ ВОЛОКНИСТИХ КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ З МЕТАЛЕВОЮ МАТРИЦЕЮ**

*Розроблено метод побудови кривих деформування металевих композиційних матеріалів (КМ), які зміцнені безперервними круглими волокнами. Метод враховує механічні властивості структурних компонент (волокна і матриці), їх розміри та взаємне положення в КМ. Враховуючи ортотропність властивостей, метод розповсюджується на деформування волокнистих КМ в умовах лінійного навантаження (розтяг або стиск) в площинах, що перпендикулярні напрямку волокон.*

*Аналіз процесу деформування волокнистих КМ показує, що при деформуванні виникає суттєва нерівномірність деформації пластичної матриці. Так, оцінка деформування КМ системи АІ-В показує, що при зміні кроку волокон в межах 0,16 – 0,24 мм та діаметрі волокон 0,14 мм величина межі пропорційності композиту становить 0,12 – 0,42 від межі пропорційності матриці.*

*Отримані залежності, що дозволяють розраховувати криві деформування металевого композиту в пружньопластичній області на основі властивостей матеріалу матриці. Отримані криві деформування для типових КМ систем АІ-В для деформацій до 0,5 – 0,6%.*

*Метод може бути ефективним для прогнозування пластичних властивостей при проектуванні структури нових КМ.*

**Ключові слова:** *волокнисті композиційні матеріали, криві деформування, металева матриця, волокно, деформації, напруження.*

Для розрахунку процесів пластичного формоутворення конструкцій необхідно знати механічні властивості волокнистих композиційних матеріалів (КМ) на металевій матриці (ВМКМ). Основним показником наряду з модулем пружності та границею міцності являється діаграма деформування у вигляді залежності напруження  $\sigma$  від деформації  $\epsilon$ . Як показано в роботах [1, 2, 3] механічні властивості ВМКМ часто визначають експериментально. Однак, враховуючи невеликий ступінь пластичної деформації до руйнування (0,5 – 0,6%) [4], експериментальні методи мають багато недоліків пов'язаних з використанням спеціальних тензOMETричних методів та виміром малих величин деформації в широкому діапазоні напружень.

Тому актуальними являються роботи присвячені аналітичному розрахунку кривих деформування ВМКМ в пружньопластичній області.

Метою роботи є розробка методу побудови кривих деформування металевих КМ, які зміцнені круглими волокнами, на основі властивостей структурних компонент (матриці і волокна), їх розмірів та взаємного положення в КМ.

В роботі розглянутий аналітичний метод побудови кривої деформування ВМКМ при випробуваннях на одновісний стиск або розтяг. При цьому вважаємо, що пластичні деформації ВМКМ можуть розвиватися в площині, що перпендикулярна напрямку волокон відносно деформованого стану приймаємо наступні припущення:

1. Деформації вздовж осі волокон відсутні;
2. В силу малості деформацій вважаємо деформований стан лінійним. Деформації розвиваються в напрямку осі прикладання зовнішнього лінійного навантаження.
3. Матеріал матриці пружньопластичний, що зміцнюється за ступеневим законом.

На рис.1. показана схема деформування елементарного об'єму ВМКМ, який містить два волокна з'єднанні матрицею, наприклад для матеріалу ВКА-2. В процесі деформування вважаємо також, що для структурних компонент виконуються наступні умови:

а – волокна ВМКМ являються абсолютно жорсткими по відношенню до матриці, тому що модуль пружності алюмінієвої матриці  $E_a = 0,71 \cdot 10^5$  МПа, а борного волокна  $E_g = 4,2 \cdot 10^5$  МПа;

б – матеріал матриці пружньопластичний;

в – в процесі розрахунку враховуємо форму граничної поверхні між волокном та матрицею. При цьому вважаємо, що міцність з'єднання на граничній поверхні волокна та матриці достатня для деформування матриці.

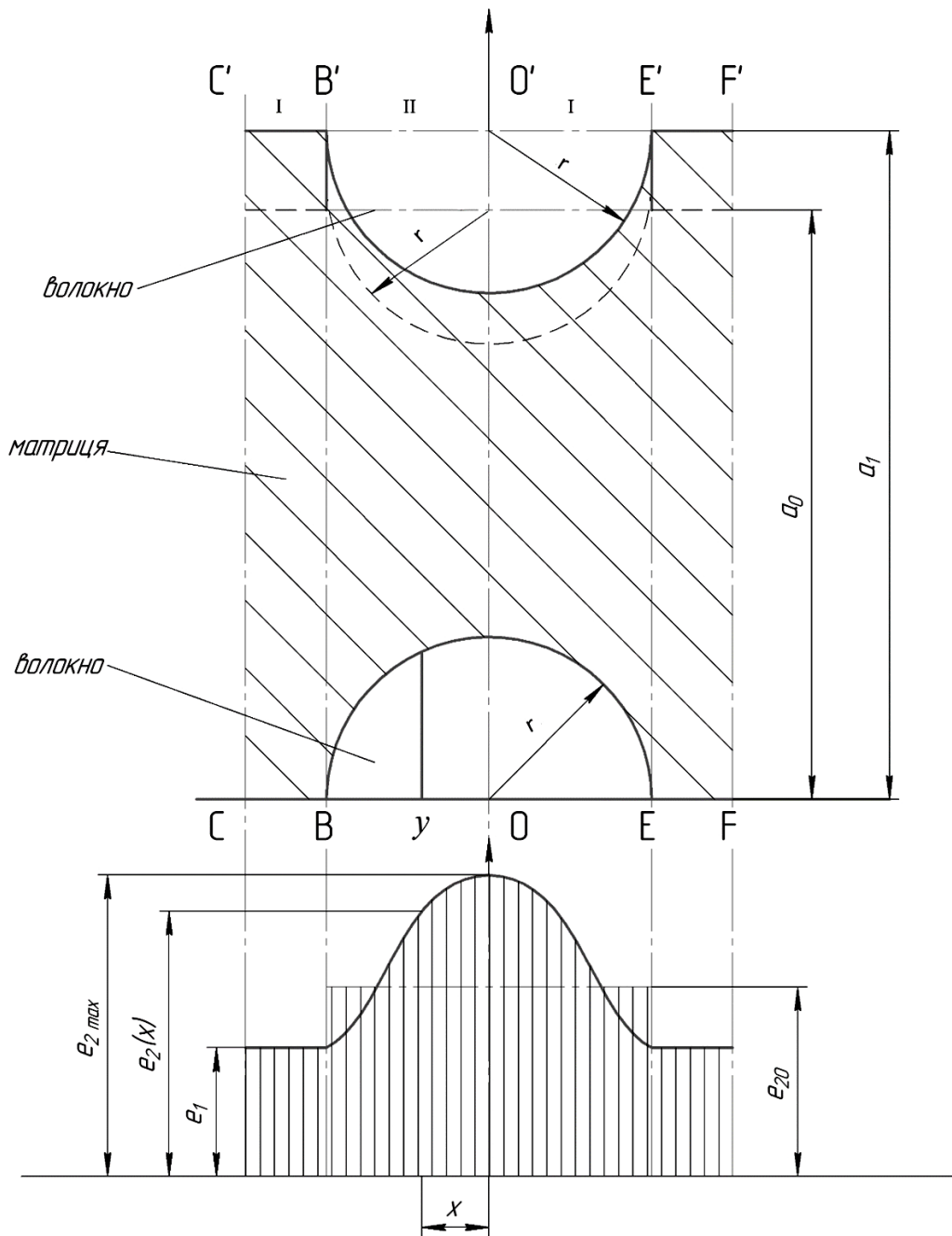


Рис. 1. Формалізоване представлення вихідних даних для розрахунку деформацій матриці ВМКМ (схема деформування елементарного об'єму).

Напруження розтягування в композиційному матеріалі  $\sigma_k$  визначаємо у феноменологічній постановці (на макрорівні напруження усереднені рівномірно по площині перерізу) [5]. Тоді при розтягуванні або стисканні зразків можна записати рівняння рівноваги сил у вигляді:

$$\sigma_k = \frac{1}{F_0} [(n + 1)F_1\sigma_1 + nF_2\sigma_2], \quad (1)$$

де  $F_0$  – площа поперечного перерізу зразка;

$F_1$  і  $\sigma_1$  – відповідно площа перерізу і напруження в зонах рівномірних деформацій;

$F_2$  і  $\sigma_2$  – площа перерізу напруження в матриці між волокнами в моношарах;

$n$  – кількість моношарів волокон.

У (1) нелінійність  $\sigma_k$  спостерігатиметься при нелінійності одного із доданків у квадратних дужках.

У пружній зоні ( $e \leq e_p$ ,  $e_p$  – величина деформацій в точці переходу від пружних до пластичних деформацій) існує лінійна залежність виду  $\sigma = Ee$ . Для пластичної області приймемо нелінійний, наприклад, ступеневий закон  $\sigma = Ke^m$ . Тоді величина, що характеризує перехід пружних деформацій у пластичні, для матеріалу матриці визначиться виразом.

$$e_{pm} = \left(\frac{K}{E}\right)^{\frac{1}{1-m}}, \quad (2)$$

де  $E$  – модуль пружності;

$K$  і  $m$  – константи ступеневої апроксимації і кривої деформування в пластичній області. Враховуючи, що для металевих композитів, що розглядаються, поперечний переріз волокна круглий, то для визначення деформацій в проміжку між волокнами моношару, можна записати

$$e_2 = \ln \frac{a_1 - 2\sqrt{r^2 - x^2}}{a_0 - 2\sqrt{r^2 - x^2}}, \quad (3)$$

де  $r$  – радіус волокна;

$x$  – відстань від центру волокна до перерізу, що розглядається;

$a_0$  та  $a_1$  – відстань між волокнами в напрямку деформування, відповідно, до та після деформації.

Рівномірні деформації в шарах без волокон визначаються співвідношенням (4) при  $x = r$ :

$$e_1 = \ln \frac{a_1}{a_0} \approx \frac{a_1 - a_0}{a_0} \quad (4)$$

Оскільки наявність волокна у матеріалі зумовлює локалізацію деформацій, зазвичай  $e_2 > e_1$ . З цього випливає, що при рівномірних загальних пружних деформаціях зразка  $e_1$  деформації  $e_2$  можуть перевищувати межю пропорційності  $e_{cp}$  і в металевих композитах будуть мати місце пластично деформовані області.

Величина  $e_1$ , при якій виникають пластичні деформації  $e_2$  у матриці між волокнами, визначаються величиною межі пропорційності для металевих композитів у цілому:

$$e_{pk} = \frac{e_1}{e_{2max}} e_{pm}, \quad (5)$$

де  $e_{2max}$  – максимальна величина деформацій між волокнами при  $x = 0$ .

Після підстановки виразів (2), (3) (4) та заміни логарифму першим членом його розкладання в ряд, отримуємо залежність:

$$e_{pk} = \left(1 - \frac{2r}{a_0}\right) \left(\frac{K}{E}\right)^{\frac{1}{1-m}} \quad (6)$$

Формула (6) показує, що межа пропорційності, обчислена за деформаціями, залежить від механічних властивостей матеріалу матриці та структурних параметрів металевго композиту.

Межа пропорційності, визначена за напруження, з урахуванням (1):

$$\sigma_{\text{пц}} = \frac{E}{F_0} \left( \frac{K}{E} \right)^{\frac{1}{1-m}} \left[ (n+1)F_1 + \frac{n}{2}F_2 \left( 1 - \frac{2r}{a_0} \right) \right] \quad (7)$$

Оцінки, виконані для типових структур, зокрема, КМ системи А1-В, показують, що при зміні кроку волокон в межах 0,16–0,24 мм та діаметрі волокон 0,14 мм величина межі пропорційності композиту становить 0,12–0,42 від межі пропорційності матриці.

Наведена оцінка деформаційних властивостей демонструє, що з метою підвищення точності діаграми деформування композитів з жорсткими армуючими компонентами їх слід апроксимувати нелінійними функціями. Разом з тим необхідно відзначити, що нехтування лінійною ділянкою деформування навіть при розрахунку інтегральних характеристик процесів (роботи деформування та ін.) не тягне за собою появи великих похибок розрахунку.

Діаграми деформування металевих композитів, зміцнених волокнами круглої форми, можуть бути побудовані аналітично з використанням наступної залежності:

$$\sigma_k = \frac{K}{\delta} \left\{ e_1^m (\delta - 2nr) + \left[ \frac{1}{r} \int_0^1 \left( \frac{a_1 - a_0}{a_0 - \sqrt{2r^2 - x^2}} \right)^m dx \right] 2nr \right\} \quad (8)$$

На рис. 2. показані діаграми, одержані аналітично.

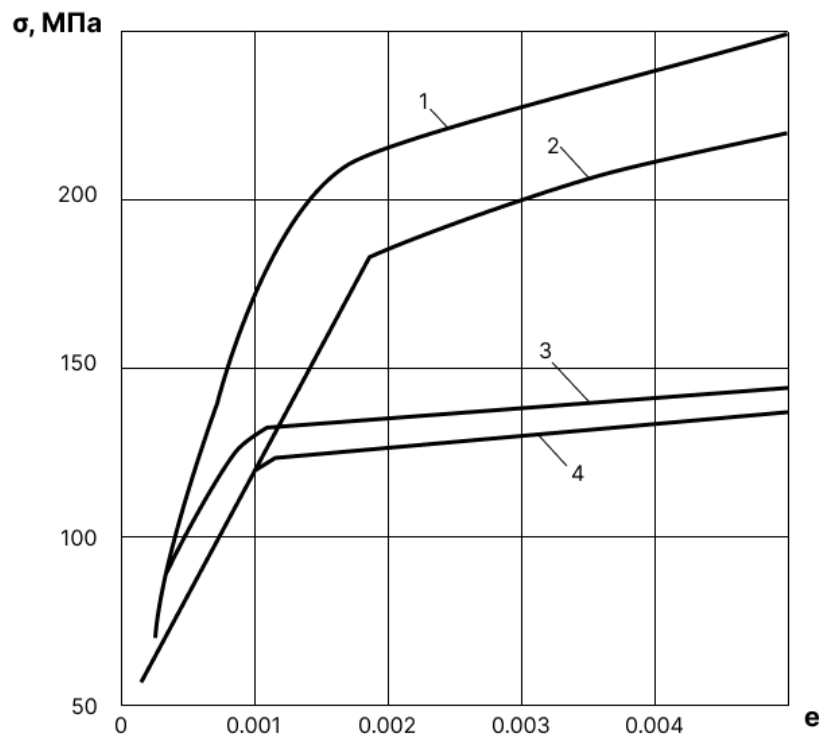


Рис. 2. Діаграми деформування боралюмінієвого композита, отриманих аналітично, та їх порівняння з властивостями відносних сплавів алюмінієвої матриці:

1 – ВМКМ система АМг6-В; 2 – алюмінієвий сплав АМг-6; 3 – ВМКМ система АД33-В; 4 – алюмінієвий сплав АД33

## ВИСНОВКИ

1. Розроблено метод побудови кривих деформування металевих композиційних матеріалів, які зміцнені безперервними круглими волокнами. Метод враховує механічні властивості структурних компонент (волокна і матриці), їх розміри та взаємне положення в КМ. Враховуючи ортотропність властивостей, метод розповсюджується на деформування волокнистих КМ в умовах лінійного навантаження (розтяг або стиск) в площинах, що перпендикулярні напрямку волокон. Отримані залежності, що дозволяють розраховувати криві деформування  $\sigma - \epsilon$  в пружньопластичній області отримані криві деформування для типових КМ систем А1-В.

2. Аналіз процесу деформування волокнистих КМ показує, що при деформуванні виникає суттєва нерівномірність деформацій пластичної матриці. Так, оцінка деформування КМ системи А1-В показує, що при зміні кроку волокон в межах 0,16 – 0,24 мм та діаметрі волокон 0,14 мм величина межі пропорційності композиту становить 0,12 – 0,42 від межі пропорційності матриці.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Композиционные материалы. Справочник. Под ред. Д.М. Карпиноса. Киев: Наукова думка, 1985. 592 с.
2. Композиционные материалы. Т. 8. Анализ и проектирование конструкций. Под ред. Л. Браутмана и Р. Крока. Москва: Мир. 1978. 508с.
3. Кривов Г. А., Титов В. А., Лупкин Б. В. и др. Конструкции из металлических композиционных материалов. Киев: Техніка. 1992. 224 с.
4. Кривов Г. А., Титов В. А., Федоренко Ю. М. Модерирование технологических процессов формования деталей из плоских металлополимерных композитов. *Механика композитных материалов*. 1995. 3. С. 417–427.
5. Титов В. А., Митрофанова В. В., Шлянников В. Н. и др. Построение диаграмм деформирования КМ на металлической матрице, упроченной непрерывными волокнами. *Технология производства деталей из композиционных материалов*. Москва: ВИМИ. 1991. С. 57.

## REFERENCES

1. Composite materials. Directory. Ed. D.M. Karpinosa. Kyiv: Naukova dumka. 1985. 592 p. (*in Russian*).
2. Composite materials. Т. 8. Analysis and design of structures. Ed. L. Brautman and R. Krok. Moscow: Mir. 1978. 508 p. (*in Russian*).
3. Kryvov G.A., Titov V.A., Lupkin B.V., et al. Structures from metallic composite materials. Kyiv: Technika. 1992. 224 p. (*in Russian*).
4. Kryvov G.A., Titov V.A., Fedorenko Yu.M., et al. Moderation of technological processes of forming parts from flat metal-polymer composites. *Mechanics of composite materials*. 1995. 3, pp. 417-427. (*in Russian*).
5. Titov V.A., Mitrofanova V.V., Shlyannikov V.N. Construction of diagrams of CM deformation on a metal matrix reinforced with continuous fibers. *Technology of production of parts from composite materials*. Moscow: VYMY. 1991, p. 57. (*in Russian*).

**Titov V., Nazaruk T. Development of the method for calculating the deformation curves of fiber composite materials with a metal matrix.**

*A method of constructing deformation curves of metal composite materials reinforced with continuous round fibers has been developed. The method takes into account the mechanical properties of structural components (fibers and matrices), their sizes and relative position in composite materials (CM). Taking into account the orthotropy of the properties, the method is extended to the deformation of fibrous CM under conditions of linear loading (tension or compression) in planes perpendicular to the direction of the fibers.*

*The analysis of the process of deformation of fibrous CM shows that during deformation there is a significant non-uniformity of deformations of the plastic matrix. Thus, the evaluation of the deformation of the CM of the A1-B system shows that with a change in the fiber pitch within 0.16-0.24 mm and a fiber diameter of 0.14 mm, the value of the limit of proportionality of the composite is 0.12-0.42 of the limit of proportionality of the matrix.*

*The obtained dependencies allow calculating the deformation curves of the metal composite in the elastoplastic region based on the properties of the matrix material. Deformation curves obtained for typical A1-B CM systems for deformations up to 0.5–0.6%.*

*The method can be effective for predicting plastic properties when designing the structure of new CMs.*

**Key words:** deformation curves, fibrous composite materials, metal matrix, fiber, deformations.

**Титов В. А., Назарук Т. А. Разработка метода расчета кривых деформирования волокнистых композиционных материалов с металлической матрицей**

Разработан метод построения кривых деформирования металлических композиционных материалов (КМ), укрепленных непрерывными круглыми волокнами. Метод учитывает механические свойства структурных компонентов (волокна и матрицы), их размеры и взаимное положение в КМ. Учитывая ортотропность свойств, метод распространяется на деформирование волокнистых КМ в условиях линейной нагрузки (растяжение или сжатие) в плоскостях, перпендикулярных направлению волокон.

Анализ процесса деформирования волокнистых КМ показывает, что при деформировании возникает существенная неравномерность деформаций пластической матрицы. Так, оценка деформирования КМ системы А1-В показывает, что при изменении шага волокон в пределах 0,16-0,24 мм и диаметре волокон 0,14 мм величина предела пропорциональности композита составляет 0,12–0,42 от предела пропорциональности матрицы.

Получены зависимости, позволяющие рассчитывать кривые деформирования металлического композита в упругопластической области на основе свойств материала матрицы. Получены кривые деформирования для типичных систем КМ А1-В для деформаций до 0,5–0,6%.

Метод может быть эффективен для прогнозирования пластических свойств при проектировании структуры новых КМ.

**Ключевые слова:** композиционные волокнистые материалы, кривые деформирования, металлическая матрица, волокно, деформации, напряжения.

**Тітов В'ячеслав Андрійович** – д-р техн. наук, професор, НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського»

**Titov Viacheslav** – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute

**Титов Вячеслав Андреевич** – д-р техн. наук, професор, НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського»

E-mail: vat.kpi@gmail.com

ORCID: 0000-0002-4234-6961

**Назарук Тетяна Олександрівна** – магістрант, НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського»

**Nazaruk Tetiana** – Master Student, Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute

**Назарук Татьяна Александровна** – магістрант, НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського»

E-mail: divateese@icloud.com

НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute – National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine.

НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» – Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», г. Киев, Украина.

*Стаття надійшла до редакції 10.05.22 р.*