

УДК 621.09.011: 621.785-97: 621.791.13

Загорянский В. Г.
Гайкова Т. В.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ТОЛЩИНЫ ПРОСЛОЙКИ ИНТЕРМЕТАЛЛИДОВ НА СОПРОТИВЛЕНИЕ НА ОТРЫВ СЛОЕВ БИМЕТАЛЛА МЕДЬ-АЛЮМИНИЙ

Биметаллы, полученные плакированием взрывом, подвергаются различным последующим технологическим операциям (прокатке, термической обработке, формоизменяющим операциям обработки давлением и др.). Механические и эксплуатационные свойства биметаллов после этих операций могут значительно изменяться.

Необходимость исследований влияния условий плакирования и последующей обработки конкретного биметалла на его прочностные и эксплуатационные свойства определяется сложностью физических и структурных процессов, происходящих в зоне соединения слоев биметалла [1].

Для биметалла медь-алюминий (образцы, полученные совместной прокаткой при двухкомпонентной деформации с обжатием пакета до 55...60 %) известна зависимость статической прочности соединений от толщины прослойки интерметаллидов (диффузионной зоны, содержащей интерметаллидные фазы), получаемых нагревом при температурах 150...550 °С [2]. Эта зависимость близка к гиперболической, то есть с увеличением толщины интерметаллидной прослойки по зависимости, близкой к обратно-пропорциональной, снижается прочность соединения слоев биметалла.

Значительная доля научных работ, освещающих результаты исследований структуры, механических и эксплуатационных свойств биметаллов, полученных плакированием взрывом, посвящена эффектам влияния границы соединения слоев в биметалле на его механические и эксплуатационные свойства [3–5].

Отметим, что для биметалла медь-алюминий, получаемого плакированием взрывом, отсутствуют исследования, посвященные установлению закономерностей влияния толщины прослойки интерметаллидов на прочность соединения слоев биметалла. Таким образом, установление закономерностей влияния толщины прослойки интерметаллидных соединений системы медь-алюминий, в большом количестве присутствующих в оплавленном металле и образующихся в процессе последующих термических воздействий, на прочность соединения слоев рассматриваемого биметалла является актуальным.

Цель работы – на основе обработки результатов экспериментов получение зависимости сопротивления на отрыв соединения слоев биметалла медь-алюминий, полученного плакированием взрывом, от толщины прослойки образующихся при плакировании интерметаллидов.

Материалы исследования. Образцы медно-алюминиевого биметалла, в соответствии с рекомендациями [2], нагревали в печи под слоем кварцевого песка при температурах 200...500 °С с шагом 25° и временем выдержки 0,5...4 ч с охлаждением в воде. Механические испытания выполнялись по известным методикам, принятым при испытании на отрыв слоев биметаллических листовых образцов [6–7].

Значения прочности на отрыв $\sigma_{отр}$, МПа, соединения в биметалле медь-алюминий, полученном плакированием взрывом, в зависимости от толщины интерметаллической прослойки δ , мкм, приведены в табл. 1 и на рис. 1.

Таблица 1

Значения прочности на отрыв $\sigma_{отр}$ соединения медно-алюминиевого биметалла от толщины δ интерметаллической прослойки

δ , мкм (x)	4	8	16	23	35	41	53	62
$\sigma_{отр}$, МПа (y)	85	62	49	34	21	18	13	10

Графическое построение нелинейной зависимости не дает ответа на вопрос о том, какой аналитический вид имеет эта функция, то есть будет ли эта зависимость дробно-рациональной, гиперболической, логарифмической и т. д.

Выберем вид эмпирической формулы для данной нелинейной зависимости, воспользовавшись методикой, приведенной в работе [8]. Примем, что искомая функция (y) есть функция одной переменной (x) с двумя параметрами a и b . В качестве набора функций, из которых будем выбирать эмпирическую зависимость, рассмотрим: 1) линейную функцию $y = ax + b$; 2) показательную $y = ab^x$; 3) дробно-рациональную $y = \frac{1}{ax + b}$; 4) логарифмиче-

скую $y = a \ln x + b$; 5) степенную $y = ax^b$ (она определяет параболическую зависимость, если параметр $b > 0$, и гиперболическую зависимость $b < 0$; если $b = 0$, то зависимость вырождается в линейную); 6) гиперболическую $y = a + \frac{b}{x}$; 7) дробно-рациональную функцию вида

$$y = \frac{x}{ax + b}.$$

Для наилучшего выбора вида аналитической зависимости $y = f(x, a, b)$, соответствующей построенному графику (рис. 1), выполняем следующие промежуточные вычисления.

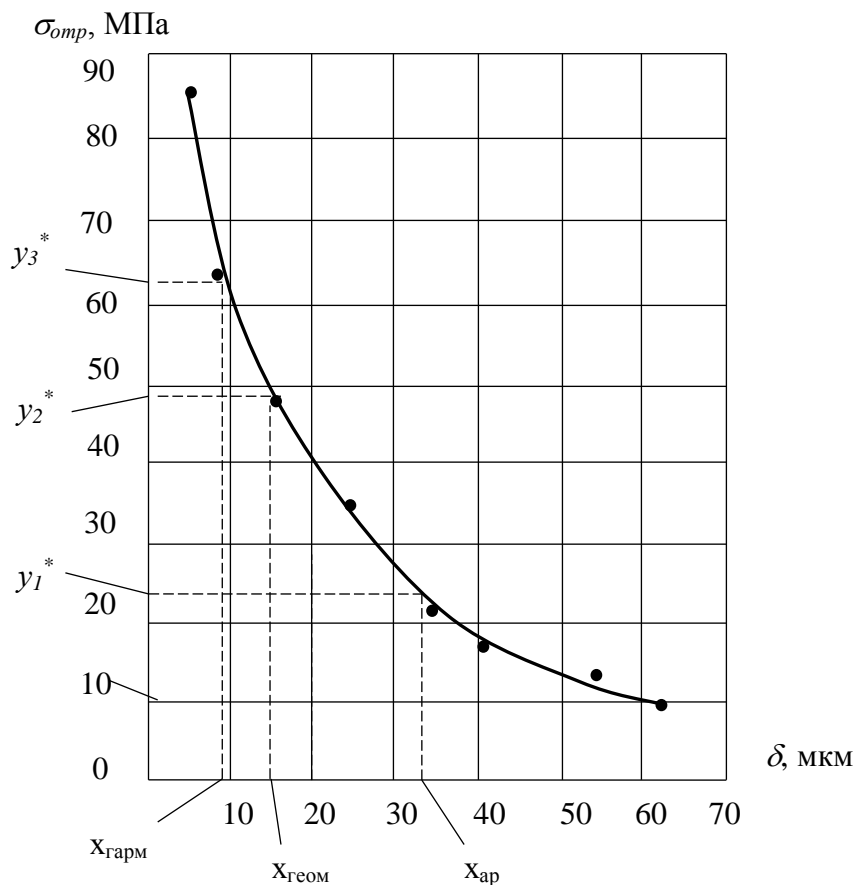


Рис. 1. Зависимость $\sigma_{отр}$ соединения от толщины δ прослойки интерметаллидов

На заданном отрезке изменения независимой переменной выберем точки, достаточно надежные и по возможности далеко отстоящие друг от друга. Для простоты будем считать, что это точки x_1 и x_n (n – число наблюдений, в нашем случае $n = 8$).

Предположим, что в данном примере крайние табличные значения достаточно надежны. Проведем вспомогательные вычисления и найдем для крайних значений независимой переменной $x_1 = 4$ и $x_8 = 62$ среднее арифметическое:

$$x_{ар} = \frac{x_1 + x_8}{2} = \frac{4 + 62}{2} = 33,$$

среднее геометрическое:

$$x_{геом} = \sqrt{x_1 x_8} = \sqrt{4 \cdot 62} \approx 16;$$

среднее гармоническое:

$$x_{гарм} = \frac{2x_1 \cdot x_8}{x_1 + x_8} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 62}{4 + 62} \approx 8.$$

По вычисленным значениям независимой переменной найдем из построенного графика (рис. 1) соответствующие значения зависимой переменной:

$$x_{ар} \rightarrow y_1^*,$$

$$x_{геом} \rightarrow y_2^*,$$

$$x_{гарм} \rightarrow y_3^*.$$

для пока еще неизвестной аналитической зависимости $y = f(x, a, b)$.

По графику найдем значения функции, соответствующие вычисленным значениям аргумента: для $x_{ар} = 33$ имеем $y_1^* \approx 23$; для $x_{геом} = 16$ $y_2^* \approx 49$; для $x_{гарм} = 8$ $y_3^* \approx 62$.

Для крайних значений вычислим среднее арифметическое

$$y_{ар} = \frac{y_1 + y_8}{2} = \frac{85 + 10}{2} \approx 48,$$

среднее геометрическое

$$y_{геом} = \sqrt{y_1 y_8} = \sqrt{85 \cdot 10} \approx 29$$

и среднее гармоническое

$$y_{гарм} = \frac{2y_1 y_n}{y_1 + y_n} = \frac{2 \cdot 85 \cdot 10}{85 + 10} \approx 18.$$

Сравним найденные из графика y_1^* , y_2^* , y_3^* с вычисленными значениями $y_{ар}$, $y_{геом}$, $y_{гарм}$ и оценим следующие погрешности результата сравнения:

$$|y_1^* - y_{ap}| = \varepsilon_1 = |23 - 48| = 25,$$

$$|y_1^* - y_{2eom}| = \varepsilon_2 = |23 - 29| = 6,$$

$$|y_1^* - y_{2apm}| = \varepsilon_3 = |23 - 18| = 5,$$

$$|y_2^* - y_{ap}| = \varepsilon_4 = |49 - 48| = 1,$$

$$|y_2^* - y_{2eom}| = \varepsilon_5 = |49 - 29| = 20,$$

$$|y_3^* - y_{ap}| = \varepsilon_6 = |62 - 48| = 14,$$

$$|y_3^* - y_{2apm}| = \varepsilon_7 = |62 - 18| = 44.$$

Найдем из этих ошибок минимальную:

$$\varepsilon = \min \{ \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_7 \}.$$

Если наименьшей среди всех абсолютных ошибок окажется ε_1 , то в качестве аналитической зависимости для данного графика хорошим приближением служит линейная функция $y = ax + b$; если ε_2 , то $y = ab^x$; если ε_3 , то $y = \frac{1}{ax + b}$; если ε_4 , то $y = a \ln x + b$; если ε_5 , то $y = ax^b$; если ε_6 , то $y = a + \frac{b}{x}$; если ε_7 , то $y = \frac{x}{ax + b}$.

Поскольку наименьшей из всех абсолютных ошибок является ε_4 , то в качестве аналитической зависимости следует выбрать логарифмическую функцию $y = a \ln x + b$.

Для нахождения коэффициентов выбранной аналитической зависимости $y = f(x, a, b)$ воспользуемся методом наименьших квадратов.

Методом наименьших квадратов найдем коэффициенты a и b в эмпирической формуле $y = a \ln x + b$ для функции, заданной табл. 1.

Логарифмическая функция

$$y = a \ln x + b \quad (1)$$

приводится к линейному виду:

$$y = aq + b. \quad (2)$$

Методика обработки данных в данном случае следующая [9]. Согласно методу наименьших квадратов параметры функции $f(x)$ следует выбирать так, чтобы сумма квадратов невязок

$$S = \sum_{i=1}^n (f(x_i) - y_i)^2 \quad (3)$$

была наименьшей.

Если $f(x)$ – линейная функция, то есть $y = ax + b$, то $S = \sum_{i=1}^n (ax_i + b - y_i)^2$, а неизвестные параметры a и b определяются из системы нормальных уравнений:

$$\begin{cases} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)a + \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)b = \sum_{i=1}^n x_i y_i; \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)a + nb = \sum_{i=1}^n y_i, \end{cases} \tag{4}$$

где n – число наблюдений.

Находятся необходимые для решения суммы $\sum_{i=1}^n x_i$, $\sum_{i=1}^n y_i$, $\sum_{i=1}^n x_i^2$, $\sum_{i=1}^n x_i y_i$.

Промежуточные вычисления представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты промежуточных вычислений

i	x_i	y_i	$q_i (\ln x_i)$	$q_i^2 ((\ln x_i))$	$x_i q_i$
1	4	85	1,38629	1,9218121	117,835
2	8	62	2,07944	4,3240771	128,9254
3	16	49	2,77259	7,6872482	135,8568
4	23	34	3,13549	9,831324	106,6068
5	35	21	3,55535	12,6405	74,66231
6	41	18	3,71357	13,790617	66,8443
7	53	13	3,97029	15,763218	51,61379
8	62	10	4,12713	17,033238	41,27134
Σ		292	24,7402	82,992035	723,6158

В соответствии с этим, система нормальных уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} 82,99a + 24,74b = 723,72, \\ 24,74a + 8b = 292. \end{cases}$$

Системы линейных уравнений решаются или методом Гаусса или, если система задана в матричной форме, с использованием функций Microsoft Excel.

Данную систему, пользуясь матричными обозначениями, можно записать в виде:

$$A \cdot X = B, \tag{5}$$

где $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}$.

В нашем случае $A = \begin{pmatrix} 8 & 7,83 \\ 7,83 & 11,85 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} \ln a \\ b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 9,76 \\ 11,88 \end{pmatrix}$.

Матричное уравнение (5) имеет матрицу-решение:

$$X = A^{-1} \cdot B, \tag{6}$$

где A^{-1} – обратная матрица по отношению с матрицей A .

Находим A^{-1} с помощью стандартной функции МОБР категории Математические с использованием формул массива, затем в ячейках результатов вычисляем произведение обратной матрицы на вектор-столбец свободных членов с помощью функции МУМНОЖ той же категории.

Экранная копия рабочего листа Microsoft Excel с расчетами приведена на рис. 2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	x	y	q (ln x)	q ² ((ln x) ²)	ln x *y		y'		
2	4	85	1,3863	1,921812	117,835		83,719		
3	8	62	2,0794	4,324077	128,9254		64,536		
4	16	49	2,7726	7,687248	135,8568		45,354		
5	23	34	3,1355	9,831324	106,6068		35,311		
6	35	21	3,5553	12,6405	74,66231		23,692		
7	41	18	3,7136	13,79062	66,8443		19,313		
8	53	13	3,9703	15,76322	51,61379		12,208		
9	62	10	4,1271	17,03324	41,27134		7,8678		
10	Сумма	292	24,74	82,99203	723,6158				
11	Матрица коэффициентов			Свободные члены					
12	82,9920348	24,740165		723,6158		хар	33	уар	47,5
13	24,7401653	8		292		хгеом	15,748	угеом	29,155
14	Обратная матрица			Результат		хгарм	7,5152	угарм	17,895
15	0,15425998	-0,477052	a	-27,67428					
16	-0,4770522	1,6002937	b	122,0833					
17									

Рис. 2. Результаты расчетов на рабочем листе Microsoft Excel

Решая матричное уравнение, получаем вектор-столбец решения. Получаем, $a = -27,7$; $b = 122,1$.

Таким образом, логарифмическая зависимость имеет вид:

$$\sigma_{отр} = -27,7\delta + 122,1. \quad (7)$$

На рис. 2 в столбце y' приведены вычисленные по зависимости (5) значения $\sigma_{отр}$. Значения в этом столбце близки к экспериментальным, что в первом приближении может свидетельствовать об адекватности полученной математической модели.

ВЫВОДЫ

Обработка результатов экспериментов (нахождение значений сопротивления на отрыв соединения слоев биметалла медь-алюминий, полученного плакированием взрывом, в зависимости от толщины прослойки интерметаллидов) численным методом позволила установить вид зависимости между толщиной прослойки интерметаллидов и сопротивлением на отрыв слоев биметалла.

Искомая зависимость ближе всего к логарифмической функции. Для полученной логарифмической зависимости методом наименьших квадратов найдены значения коэффициентов при переменной.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Первухин Л. Б. Теоретические и технологические основы промышленного производства биметаллов / Л. Б. Первухин, О. Л. Первухина, С. Ю. Бондаренко // Изв. ВолгГТУ. Серия «Сварка взрывом и свойства сварных соединений». – Волгоград : ВолгГТУ, 2010. – Вып. 4. – № 5. – С. 85–82.

2. Воронай Н. М. Влияние интерметаллической прослойки на статическую и усталостную прочность медеалюминиевых соединений / Н. М. Воронай, А. Е. Аснис // *Автоматическая сварка*. – 1967. – № 9. – С. 39–41.
3. Смирнов С. В. Моделирование расслоения при пластической деформации биметаллического материала, полученного сваркой взрывом / С. В. Смирнов, И. А. Веретенникова, Д. И. Вичужанин // *Вычислительная механика сплошных сред*. – 2014. – Т. 7. – № 4. – С. 398–411.
4. Формирование структуры и свойств слоистых соединений металлов / С. В. Гладковский, Т. А. Трунина, Е. А. Коковихин [и др.] // *Заготовительные производства в машиностроении*. – 2010. – № 4. – С. 41–45.
5. Гайкова Т. В. Влияние термообработки на качество металлического соединения разнородных металлов, изготовленных сваркой взрывом / Т. В. Гайкова // *Сучасні ресурсоенергозберігаючі технології гірничого виробництва : науково-виробничий журнал*. – Кременчук : КрНУ, 2015. – Випуск 2 (16). – С. 110–117.
6. Методы оценки качества многослойных материалов / А. Г. Кобелев, В. Н. Лебедев, Е. В. Кузнецов [и др.] // *Прогрессивные процессы обработки металлов давлением*. – М. : *Металлургия*, 1986. – С. 124–141.
7. Микляев П. Г. Методы механических испытаний многослойных листовых материалов (Обзор) / П. Г. Микляев // *Заводская лаборатория*. – 1991. – № 11. – С. 43–49.
8. Численные методы / Н. И. Данилина, Н. С. Дубровская, О. П. Кваша [и др.]. – М. : *Высш. школа*, 1976. – 368 с.
9. Экономико-математические методы и прикладные модели : учеб. пособ. для вузов / В. В. Федосеев, А. Н. Гармаш, Д. М. Дайитбегов [и др.] ; под ред. В. В. Федосеева. – М. : *ЮНИТИ*, 1999. – 391 с.

REFERENCES

1. Pervuhin L. B. *Teoreticheskie i tehnologicheskie osnovy promyshlennogo proizvodstva bime-tallov / L. B. Pervuhin, O. L. Pervuhina, S. Ju. Bondarenko // Izv. VolgGTU. Serija «Svarka vzryvom i svojstva svarnyh soedinenij»*. – Volgograd : *VolgGTU*, 2010. – Вып. 4. – № 5. – С. 85–82.
2. Voropaj N. M. *Vlijanie intermetallicheskoj proslojki na staticheskuju i ustalostnuju prochnost' medealju-minievyh soedinenij / N. M. Voropaj, A. E. Asnis // Avtomaticheskaja svarka*. – 1967. – № 9. – С. 39–41.
3. Smirnov S. V. *Modelirovanie rassloenija pri plasticheskoj deformacii bimetallicheskogo materiala, poluchennogo svarkoj vzryvom / S. V. Smirnov, I. A. Veretennikova, D. I. Vichuzhanin // Vychislitel'naja mehanika sploshnyh sred*. – 2014. – Т. 7. – № 4. – С. 398–411.
4. *Formirovanie struktury i svojstv sloistyh soedinenij metallov / S. V. Gladkovskij, T. A. Trunina, E. A. Kokovihin [i dr.] // Zagotovitel'nye proizvodstva v mashinostroenii*. – 2010. – № 4. – С. 41–45.
5. *Gajkova T. V. Vlijanie termoobrabotki na kachestvo metallicheskogo soedinenija raznorodnyh metallov, izgotovlennyh svarkoj vzryvom / T. V Gajkova // Suchasni resursoenergozberigajuchi tehnologii girnichogo virobnictva : naukovo-virobnichij zhurnal*. – Kremenчук : *KrNU*, 2015. – Vipusk 2 (16). – С. 110–117.
6. *Metody ocenki kachestva mnogoslajnyh materialov / A. G. Koblelev, V. N. Lebedev, E. V. Kuznecov [i dr.] // Progressivnye processy obrabotki metallov davleniem*. – М. : *Metallurgija*, 1986. – С. 124–141.
7. *Mikljaev P. G. Metody mehanicheskijh ispytanij mnogoslajnyh listovyh materialov (Obzor) / P. G. Mikljaev // Zavodskaja laboratorija*. – 1991. – № 11. – С. 43–49.
8. *Chislennye metody / N. I. Danilina, N. S. Dubrovskaja, O. P. Kvasha [i dr.]*. – М. : *Vysssh. shkola*, 1976. – 368 s.
9. *Jekonomiko-matematicheskie metody i prikladnye modeli : ucheb. posob. dlja vuzov / V. V. Fedoseev, A. N. Garmash, D. M. Dajitbegov [i dr.] ; pod red. V. V. Fedoseeva*. – М. : *JuNITI*, 1999. – 391 s.

Загорянский В. Г. – канд. техн. наук, доц. КрНУ им. М. Остроградского;

Гайкова Т. В. – канд. техн. наук, доц. КрНУ им. М. Остроградского.

КрНУ им. М. Остроградского – Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского, г. Кременчуг.

E-mail: zagor_vlad@ukr.net; tanyahaikova @ukr.net