

УДК 621.01:541

Сивак Р. И.  
Нахайчук О. В.  
Сивак И. О.

## ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИИ ТРАЕКТОРИИ НАГРУЖЕНИЯ НА ПЛАСТИЧНОСТЬ

Основной задачей обработки металлов давлением является получение заготовок заданной формы без нарушения сплошности. В связи с этим актуальной остаётся проблема оценки пластичности деформируемых металлов, особенно при немонокотной пластической деформации. Механизм накопления и залечивания повреждений при немонокотной пластической деформации в настоящее время полностью не изучен. Поэтому нет единой точки зрения относительно оценки деформируемости металлов при немонокотном нагружении [1–5].

Целью работы является исследование влияния геометрических характеристик траектории нагружения на пластичность при условии, что немонокотность нагружения обусловлена изломом этой траектории в пространстве деформаций.

Модель накопления повреждений при немонокотном нагружении базируется на гипотезе, что повреждения имеют направленный характер и описываются тензором второго ранга. Компоненты этого тензора определяются механикой протекания пластической деформации в конкретном технологическом процессе, а также материальными функциями, которые описывают физико-механические свойства материала.

Введем, следуя А. А. Илюшину [6] и Г. Д. Делю [5] тензор повреждений  $\psi_{ij}$ , компоненты которого определяются следующим образом:

$$\psi_{ij} = \int_0^{e_u^*} F(e_u, \eta, \mu_\sigma) \beta_{ij} de_u, \quad (1)$$

где  $F(e_u, \eta, \mu_\sigma)$  – положительная функция, которая характеризует чувствительность материала к схеме напряженного состояния.

Компоненты направляющего тензора  $\beta_{ij}$  равняются [5]:

$$\beta_{ij} = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{d\varepsilon_{ij}}{de_u}. \quad (2)$$

Из соотношений теории течения:

$$d\varepsilon_{ij} = \frac{3}{2} \frac{de_u}{\sigma_u} S_{ij} \quad (3)$$

вытекает, что:

$$\frac{d\varepsilon_{ij}}{de_u} = \sqrt{\frac{3}{2}} \beta_{ij} = \frac{3}{2} \frac{S_{ij}}{\sigma_u} \quad (4)$$

или:

$$\beta_{ij} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{S_{ij}}{\sigma_u}, \quad (5)$$

где  $S_{ij}$  – компоненты девиатора напряжений;  $\sigma_u$  – интенсивность напряжений.

Представим тензор  $\sigma_{ij}$  в виде:

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + \sigma \delta_{ij}, \quad (6)$$

где  $\sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij}$  – среднее напряжение.

Кроме того, используем известные соотношения:

$$\mu_{\sigma} = \frac{2S_2 - S_1 - S_3}{S_1 - S_3}; \quad (7)$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = 0; \quad 2\sigma_u^2 = (S_1 - S_2)^2 + (S_2 - S_3)^2 + (S_3 - S_1)^2, \quad (8)$$

где  $\mu_{\sigma}$  – параметр Надаи-Лоде.

После решения системы уравнений (7), (8) находим:

$$\frac{S_1}{\sigma_u} = \mp \frac{1}{3} \frac{\mu_{\sigma} - 3}{\sqrt{\mu_{\sigma}^2 + 3}}; \quad \frac{S_2}{\sigma_u} = \pm \frac{1}{3} \frac{2\mu_{\sigma}}{\sqrt{\mu_{\sigma}^2 + 3}}; \quad \frac{S_3}{\sigma_u} = \mp \frac{1}{3} \frac{\mu_{\sigma} + 3}{\sqrt{\mu_{\sigma}^2 + 3}}. \quad (9)$$

Из (5) и (9) следует, что главные компоненты тензора  $\beta_{ij}$  равны:

$$\beta_1 = \mp \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{\mu_{\sigma} - 3}{\sqrt{\mu_{\sigma}^2 + 3}}; \quad \beta_2 = \pm \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{2\mu_{\sigma}}{\sqrt{\mu_{\sigma}^2 + 3}}; \quad \beta_3 = \mp \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{\mu_{\sigma} + 3}{\sqrt{\mu_{\sigma}^2 + 3}}. \quad (10)$$

Предполагается, что при немономонном нагружении разрушение наступает при условии, когда некоторая функция инвариантов тензора  $\psi_{ij}$  достигает определенного значения. Первый инвариант этого тензора равен нулю, так как вследствие несжимаемости материала  $\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 0$ . Без учета влияния третьего инварианта условие разрушения может быть записано в виде:

$$\psi_1^2 + \psi_2^2 + \psi_3^2 = 1. \quad (11)$$

Чтобы определить вид функции  $F(e_u, \eta, \mu_{\sigma})$ , которая входит в (1), рассмотрим простое нагружение, при котором  $\beta_{ij}$ ,  $\eta$ ,  $\mu_{\sigma}$  остаются постоянными, тогда [5]:

$$\psi_{ij} = \beta_{ij} \int_0^{e_u^*} F(e_u, \eta, \mu_{\sigma}) de_u = \beta_{ij} \varphi(e_u, \eta, \mu_{\sigma}), \quad (12)$$

где

$$\varphi(e_u, \eta, \mu_{\sigma}) = \int_0^{e_u^*} F(e_u, \eta, \mu_{\sigma}) de_u. \quad (13)$$

Так как  $\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2 = 1$ , из (11) вытекает, что при разрушении, если  $e_u = e_p$ ,  $\varphi(e_u, \eta, \mu_{\sigma}) = 1$ . Кроме того:

$$\varphi(0, \eta, \mu_{\sigma}) = 0. \quad (14)$$

Удовлетворяя этим условиям, предположим, что [5]:

$$\varphi = \sum_{k=1}^m b_k \left( \frac{e_u}{e_p(\eta, \mu_{\sigma})} \right)^{n_k}, \quad \sum b_k = 1, \quad n_k > 0. \quad (15)$$

В соответствии с (15) и (14) примем в дальнейшем:

$$\varphi = (1-a) \frac{e_u}{e_p(\eta, \mu_{\sigma})} + a \frac{e_u^2}{e_p^2}, \quad (16)$$

где  $e_p(\eta, \mu_{\sigma})$  – поверхность предельных деформаций;  $a$  – постоянная, которая зависит от механических характеристик металла. В данной работе  $a$  принято равным  $a = 0,48$ .

Удовлетворяя соотношениям (1), (13), (16) примем, что в общем случае:

$$\psi_1 = \int_0^{e_u} \left( 1 - a + 2a \frac{e_u}{e_p(\eta, \mu_\sigma)} \right) \beta_1 \frac{de_u}{e_p(\eta, \mu_\sigma)}. \quad (17)$$

Аналогичные выражения можно записать для  $\psi_2$  и  $\psi_3$ , которые входят в условие разрушения (11).

Для оценки величины использованного ресурса пластичности при немонотонном нагружении использовали выражение:

$$\psi = \psi_1^2 + \psi_2^2 + \psi_3^2. \quad (18)$$

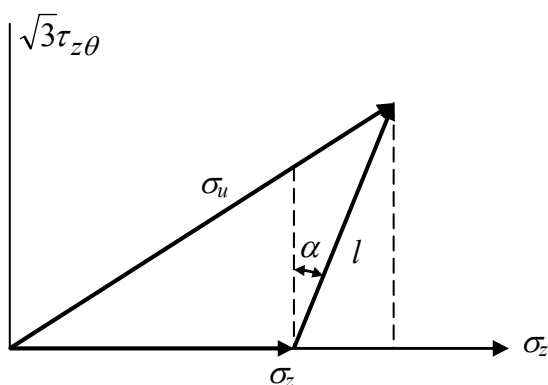


Рис. 1. Двухзвенная траектория нагружения

В качестве примера рассмотрим опыты на растяжение с последующим кручением и опыты на растяжение с последующим совместным кручением и растяжением, которые можно представить двухзвенными траекториями нагружения, схема траекторий нагружения в координатах  $\sqrt{3}\tau_{z\theta}$  и  $\sigma_z$  приведена на рис. 1.

Угол  $\alpha$  в опытах на растяжение до  $\sigma_z > \sigma_m$  и последующего кручения равняется нулю ( $\alpha = 0$ ) и изменяется от  $\alpha = 0$  до  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  в опытах, когда после растяжения до  $\sigma_z > \sigma_m$  реализуется совместное кручение с растяжением.

Интенсивность напряжений  $\sigma_u$  в этом случае будет равняться:

$$\sigma_u = \sqrt{\sigma_z^2 + l^2 + 2\sigma_z l \sin \alpha}. \quad (19)$$

Главные напряжения рассчитывали по формуле:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{z\theta}^2}, \quad (20)$$

где  $\tau_{z\theta} = l \cos \alpha$ .

Полученные значения использовали для определения параметра Надаи-Люде и главных компонент тензора  $\beta_{ij}$  по формулам (10).

Компоненты тензора повреждений рассчитывали по (17). При этом принимали, что  $a = 0,6$  и использовали поверхность предельных деформаций для стали 10, которую аппроксимировали зависимостью, полученной в работе [7]:

$$e_p(\eta, \mu_\sigma) = 0,68 \exp(0,43\mu_\sigma - 0,91\eta). \quad (21)$$

Показатель напряженного состояния  $\eta$  находили по формуле:

$$\eta = \frac{\sigma_z}{\sigma_u},$$

а степень деформации  $e_u$  для соответствующих значений  $\sigma_u$  находили по кривой течения  $\sigma_u(e_u)$  для стали 10.

Расчеты выполнены для случаев  $\sigma_z = 1,8\sigma_m$ ,  $\sigma_z = 1,6\sigma_m$ ,  $\sigma_z = 1,4\sigma_m$ ,  $\sigma_z = 1,2\sigma_m$ . Длина вектора  $l$  принята постоянной и равной  $l = 0,4\sigma_m$ .

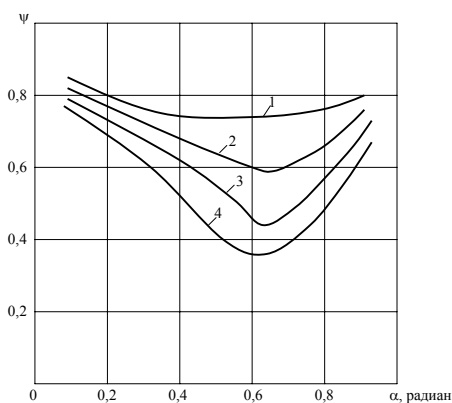


Рис. 2. Зависимость величины использованного ресурса пластичности  $\psi$  от угла излома траектории  $\alpha$  (1 –  $\sigma_z = 1,8\sigma_m$ ; 2 –  $\sigma_z = 1,6\sigma_m$ ; 3 –  $\sigma_z = 1,4\sigma_m$ ; 4 –  $\sigma_z = 1,2\sigma_m$ )

Из анализа зависимостей, приведенных на рис. 2 следует, что с увеличением значений  $\sigma_z$  перед изломом траектории нагружения степень использования ресурса пластичности увеличивается. При данном  $\sigma_z$  с увеличением угла излома траектории нагружения  $\alpha$  величина использованного ресурса пластичности уменьшается и достигает своего минимального значения при  $\alpha \approx 0,635$  радиана, а при дальнейшем увеличении угла  $\alpha$  использованный ресурс пластичности возрастает. То есть интенсивность накопления повреждений при немонотонном нагружении существенно зависит от геометрии траектории нагружения.

### ВЫВОДЫ

Проведённые исследования позволяют сделать вывод о том, что на интенсивность накопления повреждений при немонотонной пластической деформации основное влияние оказывает величина угла излома траектории нагружения. При некотором значении угла излома использованный ресурс пластичности принимает минимальное значение, которое тем меньше, чем меньше предшествующая излому пластическая деформация.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Дель Г. Д. *Технологическая механика* / Г. Д. Дель. – М. : Машиностроение, 1978. – 174 с.
2. Огородников В. А. *Энергия. Деформации. Разрушение (задачи автотехнической экспертизы)* / В. А. Огородников, В. Б. Киселёв, И. О. Сивак. – Винница : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2005. – 204 с.
3. Колмогоров В. Л. *Напряжения, деформации, разрушение* / В. Л. Колмогоров. – М. : Металлургия, 1970. – 229 с.
4. Богатов А. А. *Ресурс пластичности металлов при обработке давлением* / А. А. Богатов, О. И. Мижирецкий, С. В. Смирнов. – М. : Металлургия, 1984. – 144 с.
5. Дель Г. Д. *Пластичность деформированного металла* / Г. Д. Дель // *Физика и техника высоких давлений*. – 1982. – № 11. – С. 28–32.
6. Ильюшин А. А. *Основы математической теории термовязкоупругости* / А. А. Ильюшин, Б. Э. Победря. – М. : Наука, 1970. – 280 с.
7. Сивак И. О. *Деформируемость заготовок при радиальном выдавливании с контурной осадкой* / И. О. Сивак, Р. И. Сивак, И. С. Алиев // *Механика деформируемого твёрдого тела и обработка металлов давлением*. – Тула : ТулГУ. – 2000. – С. 278–284.
8. Хван Д. В. *Экспериментальная механика конечных деформаций* / Д. В. Хван, Ф. Х. Томилов, В. И. Корольков. – Воронеж : ЭЛИСТ, 1996. – 248 с.

Сивак Р. И. – канд. техн. наук, доц. ВНАУ;

Нахайчук О. В. – д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой ВНАУ;

Сивак И. О. – д-р техн. наук, проф., зав. кафедрой ВНТУ.

ВНАУ – Винницкий национальный аграрный университет, г. Винница.

ВНТУ – Винницкий национальный технический университет, г. Винница.

E-mail: sivak\_r\_i@mail.ru