

УДК 621.573

Главацкий К. Ц., Бондаренко Л. Н., Черкудинов В. Э.

## МИНИМАЛЬНЫЙ РАДИУС ПЕРЕГИБА КОНВЕЙЕРНЫХ ЛЕНТ СТРОИТЕЛЬНЫХ И ДОРОЖНЫХ МАШИН НА КРИВЫХ ВЫПУКЛОСТЯХ ВНИЗ

Сопротивление качению ленты по роликоопоре строительной и дорожной машины (строительный конвейер, конвейер траншейного экскаватора, конвейер грейдер-элеватора, конвейер карьерного многоковшового экскаватора и его перегружателя) согласно существующей методики  $W = \omega(q_m + q_l) = \omega q$ , где  $\omega$  – коэффициент сопротивления движению ленты, зависящий от типа подшипников, смазки, уплотнений и других условий и колеблется в пределах  $\omega = 0,018 \dots 0,040$  в зависимости от условий работы и типа ленты;  $q_m$ ,  $q_l$  – погонные нагрузки от транспортирующего груза и ленты.

Минимальный радиус перегиба ленты конвейера на кривой, выпуклостью вниз, рекомендуется определять из формулы [1]:

$$R_{min} = \frac{S_{min}}{q}. \quad (1)$$

Трудно оценить точность этой формулы, но с точки зрения размерности к ней претензий нет.

Существующие теории мало уделяют внимания тому, что движущей силой роликов является сопротивление качению или сцепление ленты с поверхностью ролика (трение покоя).

Если с определением сопротивления покоя проблемы отсутствуют, то с сопротивлением как качению ленты по ролику, так и в самих подшипниковых узлах роликов проблем много ввиду отсутствия аналитической зависимости для определения сопротивлений качению.

Многими авторами было получено большое количество формул для определения сопротивления, в первую очередь, качению. Но они обычно содержали величины, которые определялись экспериментально и часто требовали большего труда и средств, чем определения непосредственно сопротивления.

Аналитические зависимости и не могли быть получены до решения основных задач о контактных напряжениях и деформациях методами теории упругости Г. Герцем в 1881–1882 гг. Только через 60 лет после исследований Герца Д. Табором [2] получены аналитические зависимости по определению коэффициента трения качения как при линейном, так и точечном контактах.

После исследований Табора исследования по определению сопротивления качению несколько ослабли, что, очевидно, связано с повышением мощности машин привода и возникновением более перспективных исследований в аэродинамических сопротивлениях.

К нерешенным частям проблемы следует отнести: 1) влияние продольного усилия в конвейерной ленте как нити на ее прогибы; 2) конструкция подшипникового узла роликоопоры на сопротивление ее вращению.

Целью статьи является определить при заданном радиусе  $R$  дуги окружности трассы конвейера натяжение ленты, обеспечивающее необходимое ее давление на роликоопору.

Материалы исследований. Пусть несущая конструкция части трассы ленточного конвейера выполнена с размерами, показанными на рис. 1.

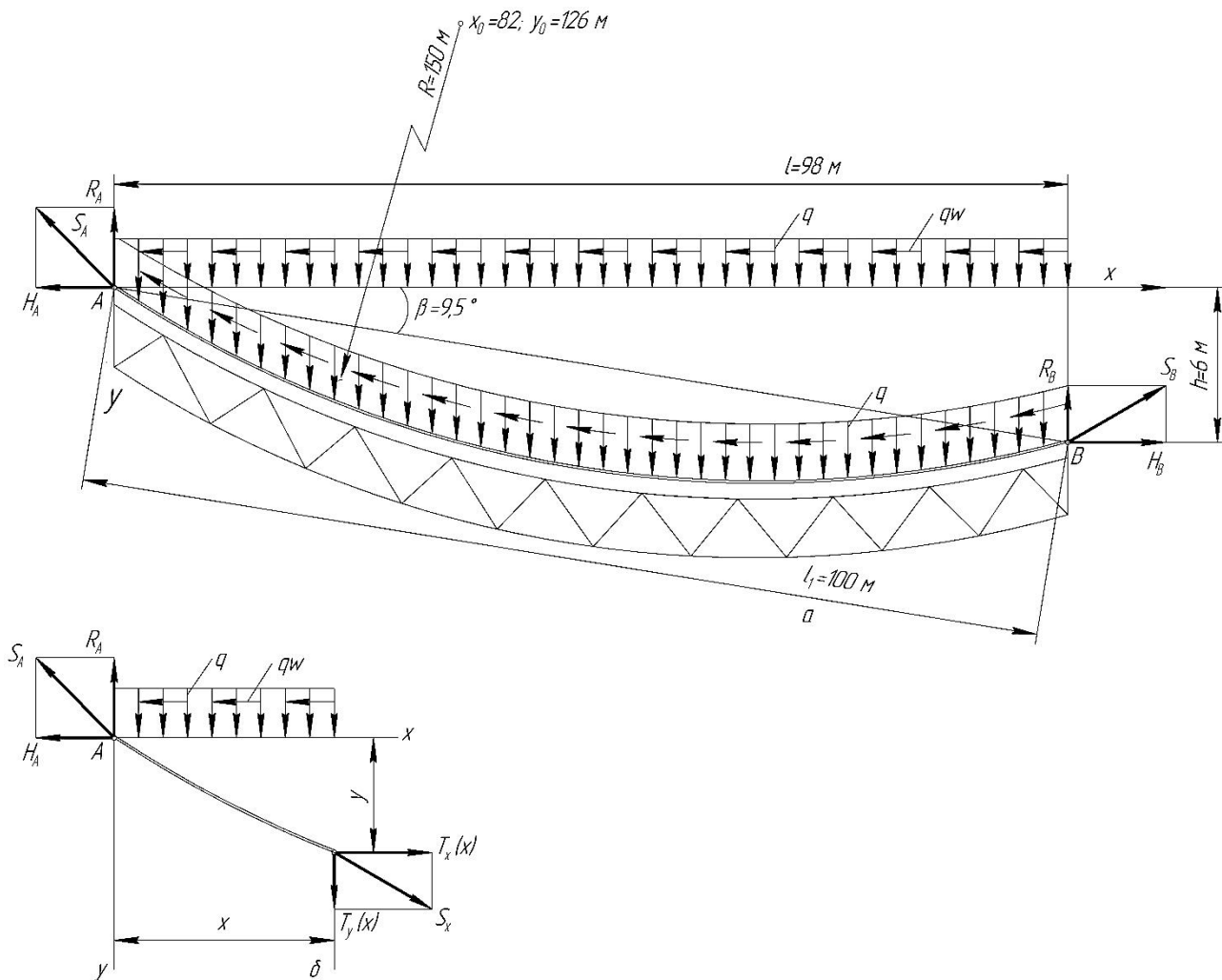


Рис. 1. Схема части трассы конвейера с кривой выпуклостью вниз

Сначала описано влияние на прогиб ленты и ее натяжение сопротивления ее движению по роликам.

Лента считается идеально гибкой и растягивающие усилия в любом сечении касательными к кривой провисания. В конечных точках A и B (рис. 1, а) усилия, действующие в ленте равны реакциям  $T_A$  и  $T_B$ . Представляя реакции в виде горизонтальных (H) и вертикальных (B) составляющих, из рассмотрения статические стороны задачи, получено:

$$\sum X = -H_A - \omega ql + H_B = 0;$$

$$\sum Y = -R_A - R_B + ql = 0;$$

$$\sum M_B = -H_A h + R_A l - \frac{ql^2}{2} - \omega qlh = 0.$$

Откуда:

$$H_A = H_B - \omega lq; \tag{1}$$

$$R_A = ql - R_B; \tag{2}$$

$$R_B = -H_A \frac{h}{l} + \frac{ql}{2} - \omega hq. \tag{3}$$

Из рассмотрения равновесия части ленты (рис. 1, б) найдено:

$$\sum X = -H_A - T_x(x) - q\omega x = 0;$$

$$\sum Y = -R_A + qx + T_y(x) = 0;$$

Откуда

$$T_x(x) = H_A + q\omega x; \quad (4)$$

$$T_y(x) = qx - R_A = H_A \frac{h}{l} + q\left(\frac{l}{2} + \omega h - x\right). \quad (5)$$

Суммарное растягивающее усилие в любом сечении ленты с учетом, что  $H_B = H_A + \omega ql$ :

$$\begin{aligned} T(x) &= \sqrt{T_x^2(x) + T_y^2(x)} = \\ &= \sqrt{(H_A + q\omega x)^2 + \left[H_A \frac{h}{l} + q\left(\omega h + \frac{l}{2} - x\right)\right]^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Поскольку в несущей ленту конструкции длина по кривой отличается не более чем на 10 % от длины пролета, то можно применить  $H_A = S_A = S_{min}$ , а  $T(x) = S(x)$  [3].

Отмечено, что уравнение (6) отличается от классического наличием коэффициента  $\omega$  и тем, что натяжение принято в точке А ввиду их разности в точках А и В.

Для определения классического натяжения ленты в пролёте, а следовательно, и минимального давления ленты на ролик, кроме показанных на рис. 1, а размеров принято:  $q_M = 1850 \text{ Н/м}$  – погонный вес материала на ленте;  $q_L = 148 \text{ Н/м}$  – погонный вес ленты;  $d_p = 127 \text{ мм}$  – диаметр роlikоопоры;  $S_A = S_{min} = 13 \text{ кН}$ ; расстояние между роlikоопорами  $l_p = 1,3 \text{ м}$ ;  $\omega = 0,035$  – коэффициент сопротивления движению.

Отмечено, что учет коэффициента сопротивления движения в формуле (6) (гибкая лента) мало влияет как на натяжение, так и на прогибы.

В дальнейшем найдено давление на роlikоопору с учетом прогиба несущей конструкции выполненной по окружности радиуса  $R$ . Сопротивление движению ленты при  $\omega = 0,035$  составляет 6,85 кН и натяжение ленты в точке В  $S_B = 19,85 \text{ кН}$ .

С учетом расстояния между роlikоопорами  $l_p = 1,3 \text{ м}$  нагрузка от материала и ленты на одну роlikоопору составит  $Q_H = (q_M + q_L)l_p = 2727 \text{ Н}$ . Уменьшение давления на роlikоопору за счет натяжения  $S(x)$   $Q(x) = S(x)l_p/R$  м составит максимальное значение при  $S_B = 19,85 \text{ кН}$ , т. е.  $Q(l) = 172 \text{ Н}$  и сопротивление качению должно преодолеть давление на ролик  $Q_o = Q_H - Q(l) = 2555 \text{ Н}$ . Сопротивление вращению роlikоопоры будет соответствовать сопротивлению двух подшипников приведенному к радиусу ролика  $r_p = d_p/2 = 63,5 \text{ мм}$ .

С учетом веса ролика давление на один подшипник  $Q = (Q_o + q_p)/2 = 1380 \text{ Н}$ .

Наружный диаметр подшипника выбирается из конструктивных соображений и равен 0,5...0,6 от диаметра ролика. Принят подшипник № 306 с  $D = 72 \text{ мм}$ ,  $d = 30 \text{ мм}$ , числом шариков  $z = 2,9(D + d)/(D - d) = 7$ , диаметром шариков  $d_{ш} = 0,3(D - d) = 12,6$ , средним диаметром  $D_{cp} = (D + d)/2 = 51 \text{ мм}$ , радиусом желоба  $r_{ж} = 0,515d_{ш} = 6,49 \text{ мм}$  [4].

Для определения сопротивления в подшипниках роlikоопоры найдены его составляющие при движении шариков по внутренней (в) и наружной (н) обоймам.

Сила, действующая на наиболее загруженный шарик [4]:

$$P_0 = \frac{5Q}{Z} = 986 \text{ Н.}$$

Полуширина пятна контакта шарика с наружной обоймой [5]:

$$b_{OH} = 1,397 n_{BHO} \sqrt[3]{\frac{P_0}{E} \frac{1}{2/r_{ш} - 1/r_H - 1/r_{ж}}}, \quad (7)$$

где  $n_{BHO}$  – коэффициент, зависящий от соотношения  $(1/r_{ш} - 1/r_{ж})/(1/r_{ш} - 1/r_H)$ ;

$r_H = d/2 + 3z_{ш}$  – диаметр беговой дорожки наружной обоймы;

$E = 2,1 \times 10^5$  МПа – модули упругости материалов шарика и обоймы.

Для этой схемы контакта  $n_{BHO} = 0,036$  и ему соответствует  $b_{OH} = 1,95$  мм.

При качении этого шарика по внутренней обойме:

$$b_{OB} = 1,397 n_{BBO} \sqrt[3]{\frac{P_0}{E} \frac{1}{2/r_{ш} + 1/r_B - 1/r_{ж}}}, \quad (8)$$

где  $r_B = d/2 + r_{ш} = 21,3$  мм – радиус беговой дорожки внутренней обоймы; величина  $n_{BHO}$  находится из соотношения  $(1/r_{ш} - 1/r_{ж})/(1/r_{ш} + 1/r_B)$ . Отношение при этом равно  $n_{BBO} = 0,0224$  чему соответствует  $n_{BHO} = 0,388$  и величина  $b_{OB} = 1,53$  мм.

Давление на один боковой шарик (рис. 2):

$$P_1 = P_0 \omega^{3/2} \gamma = 720 \text{ Н,}$$

где  $\gamma = 51,4^\circ$  – угол, координируемый положение шарика относительно линии действия силы  $Q$ .

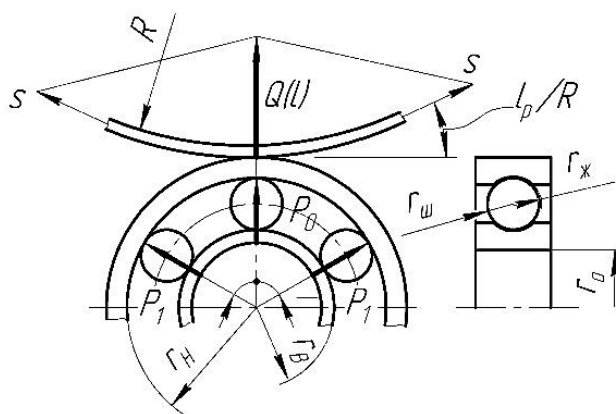


Рис. 2. К определению давления на ролик и сопротивления вращению ролика

Полуширины пятен контакта этих шариков находятся по формулам (7) и (8) при замене  $P_0$  на  $P_1$  и составляет  $b_{1H} = 1,42$ ;  $b_{1B} = 1,12$  мм.

Коэффициент трения качения найден с использованием формулы, полученной Табором [2] при коэффициенте гистерезисных потерь равном единице, поскольку в [6] доказано, что при точечном контакте и радиусе тела качения  $r \leq 100$  мм потери на гистерезис составляют не более 2 % для сталей.

Коэффициент трения качения наиболее нагруженного шарика при качении: по наружной обойме [7]:

$$K_{OH} = \frac{3b_{OB}}{16} = 0,6366 \text{ мм,} \quad (9)$$

при качении по внутренней обойме :

$$K_{ОВ} = \frac{3B_{ОН}}{16} = 0,287 \text{ мм.} \quad (10)$$

Их величины при качении шариков, расположенных под углом  $\gamma$ :  $K_{1Н} = 0,27$  и  $K_{1В} = 0,21 \text{ мм.}$

Сопротивления качению по наружной и внутренней обойме наиболее загруженного и двух боковых шариков:

$$W_{ОН} = \frac{K_{ОН} \times P_0}{r_{ш}} = 57,3 \text{ Н; } W_{ОВ} = \frac{K_{ОВ} \times P_0}{r_{ш}} = 44,9 \text{ Н;}$$

$$W_{1Н} = \frac{2K_{1Н} \times P_1}{r_{ш}} = 61,7 \text{ Н; } W_{1В} = \frac{2K_{1В} \times P_1}{r_{ш}} = 48,0 \text{ Н.}$$

Прежде чем приступить к определению сопротивления движению шариков относительно поверхности ролика рассмотрена задача парадокса Герона, древнегреческого философа, где суть заключается в следующем. Два жестко соединённых цилиндра разного диаметра передвигаются по соседним плоскостям разного уровня (рис. 3, а).

Необходимо объяснить толщину прохода или одинакового расстояния. Героном эта задача рассматривалась с философской точки зрения, а ее частичное решение получено в [8, 10].

Рассмотрена обратная задача. Между двумя плоскостями большей длины  $l_{нр}$  и меньшей  $l_{вр}$  помещен шарик радиусом  $r_{ш}$ . Движение шарика по плоскостям может осуществляться как перемещением одной, так и другой плоскостей.

а) Рассмотрен случай неподвижной плоскости большей длины и движения меньшей (применительно к рассматриваемому подшипнику № 306 этому соответствует вращение внутренней обоймы при неподвижной наружной) (рис. 3, б). Движение плоскости осуществляется силой  $P_В = W_{ОВ} + W_{1В} = 92,9 \text{ Н}$  на расстояние  $l_{вр} = 2\pi r_в = 133,8 \text{ мм}$  не дойдя до конца плоскости длиной  $l_{нр}$  расстояния  $\Delta l = 2\pi(r_н - r_в) = 2\pi(33,9 - 21,3) = 79,1 \text{ мм}$ .

б) Двигается плоскость большей длины при неподвижной меньшей длины (соответствует вращению наружной обоймы при неподвижной внутренней). Движение осуществляется силой  $P_Н = W_{ОН} + W_{1Н} = 119 \text{ Н}$  на расстояние  $\Delta l$ .

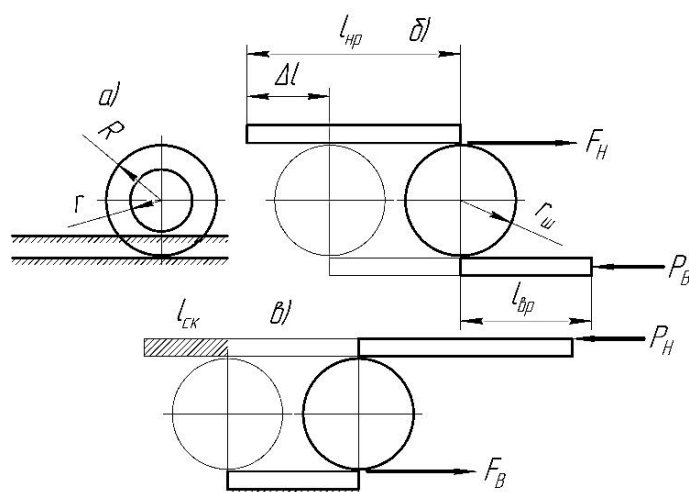


Рис. 3. Схемы к определению сопротивлений вращению роликоопоры:

а – задача Герона; б – движение шарика по плоскости большой длины с помощью сопротивлений качению по плоскости меньшей длины; в – движение шарика по плоскости меньшей длины с помощью сопротивлений качению по плоскости большей длины

Естественно, что эту длину шарик должен преодолеть скольжением по наружной или внутренней обоям. Для выяснения этого обстоятельства найдено сопротивление скольжению шариков  $W_{ск} = \mu Q = 0,1 \times 1380 = 138$  Н, где  $\mu = 0,1$  коэффициент трения скольжения (сталь по стали при густой смазке). Если скольжение происходит по внутренней обойме, то ее сопротивление вращению  $W_{ск.в} = W_{ов} + W_{1в} + W_{ск} = 92,9 + 138,0 = 230,9$  Н. Если же наоборот, то  $W_{ск.н} = W_{он} + W_{1н} + W_{ск} = 115,4 + 138,0 = 257$  Н.

Поскольку  $W_{ск.н} > W_{ск.в}$ , то в этом случае скольжение будет происходить по внутренней обойме на расстояние  $\Delta l = 79,1$  мм с качением только по беговой дорожке наружной обоймы.

Трение между лентой и роликом, необходимое для преодоления сопротивлений в подшипниках, найдено из работы сил сопротивлений и необходимого усилия.

При вращении внутренней обоймы работа сил трения в подшипнике будет складываться из работы сопротивлений  $W_{ов} + W_{1в} = 92,9$  Н на длине  $2\pi r$  и  $W_{он} + W_{1н}$  на этой же длине, т. е.  $A_в = 2\pi r_в (W_в + W_н) = 27$  Нм. При вращении наружной обоймы, кроме сопротивлений качению по ее беговой дорожке  $W_{он} + W_{1н} = 119$  Н и работе  $A_{он} = 2\pi r_н (W_{он} + W_{1н}) = 25,3$  Нм необходимо преодолеть и скольжение шариков по внутренней обойме на расстоянии  $\Delta l = 79,1$  мм, т. е.  $A_н = 2\pi r_н (W_{он} + W_{1н}) + 2\pi r_в (W_{ов} + W_{1в}) + 2\pi W_{ск} (r_н - r_в) = 56$  Нм.

Величина сопротивления качению ленты по ролику должна составлять: при вращении внутренней обоймы и учете двух шариков:

$$F_{лв} = \frac{A_в}{\pi r_p} = 135,4 \text{ Н} \quad (12)$$

при вращении наружной обоймы  $F_{лн} = 280,8$  Н.

Найдены величины сопротивлений качению и скольжению ленты по ролику.

1. Сопротивление качению

Для определения сопротивления воспользуемся формулой Табора [9], получившей развитие в работе [7].

Коэффициент трения качения при линейном контакте:

$$k = \frac{2b}{3\pi} e^{-1,2r_p}, \quad (13)$$

где  $b$  – полуширина пятна контакта, определяемая из выражения [5]:

$$b = 1,131 \sqrt{\frac{Q_0 r_p}{B} \left( \frac{1 - \mu_l^2}{E_l} + \frac{1 - \mu_p^2}{E_p} \right)},$$

где  $B$  – ширина ленты,  $B = 650$  мм;  $\mu_l$  – коэффициент Пуассона материала ленты,  $\mu_l = 0,4$ ;  $E_l$  – модуль упругости материала ленты,  $E_l = 750$  МПа [9];  $\mu_p$ ,  $E_p$  – коэффициент Пуассона и модуль упругости материала ролика,  $\mu_p = 0,3$ ;  $E_p = 2,1 \times 10^5$  МПа.

При этих данных  $b = 0,32$  мм,  $k = 0,068$  мм и сопротивление качению ленты по ролику  $W_{кч} = Q_0 k / r_p = 2,74$  Н, что значительно ниже величины, необходимой для вращения ролика.

2. Сопротивление трению покоя:

$$F_{ск} = Q_0 \mu = 2555 \mu$$

и при  $\mu \geq 0,11$  вращение ролика будет осуществляться в обоих случаях исполнения подшипниковых узлов.

Исходя из поставленной задачи и полученных решений найден радиус перегиба ленты, при котором будет отсутствовать скольжение ленты по ролику. Это возможно, когда:

$$\mu \left[ (q_M + q_L) l_P - \frac{S_{max} l_P}{R} \right] > F_{ЛН} = \frac{A_H}{\pi r_H}.$$

Откуда найдено:

$$R \geq \frac{S_{max}}{\mu(q_M + q_L) - \frac{F_{ЛН}}{l_P}} \quad (14)$$

в отличие от рекомендуемой величины [3]  $R = S/q$ .

Существенным отличием этой формулы от существующей является наличие в ней коэффициента трения покоя  $\mu$ .

Графическая зависимость  $R$  от  $\mu$  показана на рис. 4. Здесь же показаны схемы исполнения подшипникового узла при вращении внутренней и наружной обойм подшипника.

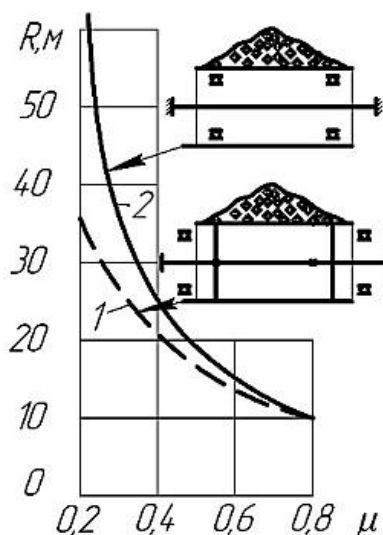


Рис. 4. Зависимость минимального радиуса перегиба ленты от коэффициента трения покоя: 1 – вращается внутренняя обойма подшипника; 2 – вращается наружная обойма подшипника

Величина коэффициента сопротивления движению ленты: при вращении внутренней обоймы подшипника

$$\omega_B = \frac{F_{ЛВ}}{Q_0(Q_B)} = 0,053(0,050);$$

при вращении наружной обоймы:

$$\omega_H = \frac{F_L}{Q_0(Q_B)} = 0,11(0,10),$$

в скобках – без учета перегиба.

Следует отметить, что в справочной литературе эта величина зависит от многих факторов, но не зависит от исполнения подшипникового узла и рекомендуется в пределах  $\omega = 0,018 \dots 0,035$  при прямой роликоопоре и  $\omega = 0,02 \dots 0,04$  – при желобчатой. Очевидно

эти значения получены путем приведения коэффициента трения подшипников к цапфе (внутреннему диаметру). Поскольку качение шариков (роликов) происходит по беговой дорожке внутренней обоймы, то естественно, приведение необходимо проводить к внутренней обойме. Поскольку в подшипниках  $r_b/r_0 \approx 1,4$ , то величина условия работы конвейера в неотапливаемых помещениях с повышенной влажностью  $\omega = 0,035$ .

Отметим, что здесь принята прямая роликкоопора и при определении сопротивления качению ленты предполагалось равномерное распределение материала по ширине ленты. Это, как доказано в [1], мало влияет на расчетную величину полуширины пятна контакта и, естественно, на коэффициент трения качения.

Для определения радиуса  $R$  в трехроликовой опоре сопротивление в подшипниках можно находить, распределив равномерно нагрузку на все подшипники.

## ВЫВОДЫ

Анализ проведенных расчетов и полученных формул позволяет сделать следующие выводы и предложения:

- минимальный радиус перегиба ленты выпуклостью вниз зависит от величины трения покоя между лентой и роликом нелинейно увеличиваясь с его уменьшением;
- коэффициент сопротивления движению ленты зависит не только от типа подшипника качения, но и от схемы исполнения подшипникового узла: при вращении наружной обоймы (подшипник в ролике) сопротивление качению шарикового подшипника больше примерно в два раза по сравнению с узлом где вращается внутренняя обойма (узел на несущей конструкции);
- значительная зависимость сопротивления движению ленты от исполнения подшипникового узла требует экономических расчетов при применении того или иного подшипникового узла;
- нет оснований рассматривать конвейерную ленту как нить как с учетом, так и без учета продольных усилий за счет сопротивлений движению ленты ввиду больших прогибов при реальных натяжениях.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бондаренко Л. М. Уточнення розрахункової схеми навантаження групи тіл кочення / Л. М. Бондаренко, С. В. Ракша, М. Г. Брильова. – Дніпропетровськ : ДІІТ, 2005. – № 1. – С. 47–52.
2. Tabor D. The mechanism of rolling friction: the elastic range. – *Ros. Ray. Soc.*, 1955 – P. 198.
3. Расчеты грузоподъемных и транспортирующих машин. / Иванченко Ф. К. и др. – Киев : Вища школа, 1975. – 520 с.
4. Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин / С. Н. Кожевников. – М. : Машиностроение, 1969. – 584 с.
5. Писаренко Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. А. Матвеев – Киев : Наук. думка, 1988 – 736 с.
6. Бондаренко Л. М. Деформаційні опори в машинах / Л. М. Бондаренко, М. П. Довбня, В. С. Ловейкін. – Дніпропетровськ : Дніпро – VAL, 2002. – 200 с.
7. Джонсон К. Механика канатного взаимодействия / К. Джонсон. – М. : Лир, 1989. – 510 с.
8. Соотношения между работами сил трения качения и скольжения в парадоксе Герона / Бондаренко Л. Н. и др. – *Praha : Education and Science. – Dil. 20, 2001. – P. 12–14.*
9. Вайнсон А. А. Подъемно-транспортные машины / А. А. Вайнсон. – М. : Машиностроение, 1989. – 536 с.
10. Бондаренко Л. М. Вплив тертя кочення на зміну кінетичної енергії системи точок / Л. М. Бондаренко, К. Ц. Главацький, М. К. Небесний // Підйомно-транспортна техніка. – Дніпропетровськ : ДІІТ, 2010. – № 2. – С. 26–30.