

Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія (ДДМА)

ОПР МАТЕРІАЛІВ

Методичні вказівки до самостійної роботи

**для студентів усіх механічних спеціальностей
денної прискореної форми навчання**

Затверджено
на засіданні методичної ради
Протокол № 3 від 19.12.19

Краматорськ
ДДМА
2019

ЗМІСТ

ВСТУП	5
1 ТЕМИ І ПИТАННЯ ПРИСКОРЕНОГО КУРСУ ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ, ЇХ МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ	6
Тема 1. Вступ. Метод перерізів	6
Тема 2. Розтягання-стискання	6
Тема 3. Геометрія плоских перерізів	6
Тема 4. Епюри при плоскому згині	7
Тема 5. Теорія напруженого стану. Теорії міцності	7
Тема 6. Напруження при плоскому згині	8
Тема 7. Переміщення в пружних системах	8
Тема 8. Зсув. Кручення	9
Тема 9. Стійкість стиснутих стрижнів	9
2 ПЛАН-ГРАФІК НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ	10
3 КОНТРОЛЬНІ ТОЧКИ КУРСУ	11
4 ЗРАЗКИ МАТЕРІАЛІВ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ	12
4.1 Зразок завдань вхідного контролю	12
4.2 Зразок завдань контрольної роботи 1	12
4.3 Зразок завдань контрольної роботи 2	13
4.4 Зразок картки опитування 1 з теорії	13
4.5 Зразки завдань контрольної роботи 3	14
4.6 Зразки завдань контрольної роботи 4	14
4.7 Зразок картки опитування 2 з теорії	15
4.8 Зразки екзаменаційних білетів	15
5 ПИТАННЯ ДО ОПИТУВАНЬ З ТЕОРІЇ	17
5.1 Опитування 1	17
5.2 Опитування 2	20
6 ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ ДО ЕКЗАМЕНАЦІЙНИХ БІЛЕТІВ	24
7 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ВХІДНОГО КОНТРОЛЮ, КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ І ЕКЗАМЕНАЦІЙНИХ БІЛЕТІВ	26
7.1 Задача 1 вхідного контролю	26
7.2 Задача 2 вхідного контролю	27
7.3 Задача 1 контрольної роботи 1 і задача 1 екзаменаційних білетів	28
7.4 Задача 2 контрольної роботи 1	31
7.5 Задача 1 контрольної роботи 2	33
7.6 Задача 2 контрольної роботи 2	35

7.7	Задача контрольної роботи 3 (варіант 1)	38
7.8	Задача контрольної роботи 3 (варіант 2)	40
7.9	Задача 1 контрольної роботи 4 (варіант 1)	43
7.10	Задача 1 контрольної роботи 4 (варіант 2)	47
7.11	Задача 2 контрольної роботи 4 (варіант 1)	50
7.12	Задача 2 контрольної роботи 4 (варіант 2)	53
7.13	Задача 2 екзаменаційних білетів (варіант 1)	57
7.14	Задача 2 екзаменаційних білетів (варіант 2)	60
ЛІТЕРАТУРА		63
ДОДАТКИ		
	Додаток А. Основні параметри катаних профілів	65
	Додаток Б. Формула крайніх ординат	71

ВСТУП

Прискорений курс опору матеріалів вивчають студенти, які закінчили заклади вищої освіти 1 рівня – коледжі й технікуми і мають певний рівень початкової освіти для бакалаврської підготовки. Цим пояснюється кількість навчального часу, яка планується для даного курсу: вона значно менша тієї кількості годин, що відводяться на повний курс цієї дисципліни, котрий читається випускникам середніх шкіл.

Досвід показує, що в запланований проміжок часу неможливо розглянути на необхідному рівні всі теми повного курсу. Тому цей курс вимушено скорочують, залишаючи в ньому тільки ті теми, які є найбільш важливими для майбутніх фахівців.

Прискорений курс є достатньо насиченим, потребує від студентів неабиякого відношення до навчального процесу, особливо в разі, коли вони поєднують навчання з роботою і відвідують заняття нерегулярно. В таких умовах значно посилюється роль їх самостійної роботи, яка потребує більш чіткої організації і планування. Сприяти цьому призвані методичні розробки, в яких був би зосереджений весь необхідний студентам навчальний і довідковий матеріал для їх успішного навчання. Необхідність появи таких розробок стала особливо актуальною у зв'язку з прийнятим в академії комплексом заходів по суттєвому підвищенню успішності студентів.

Дані методичні вказівки мають за мету створення найбільш сприятливих умов для самостійної роботи студентів по вивченню ними теоретичних і практичних аспектів курсу. Вони містять перелік тем і питань курсу, джерела їх методичного забезпечення, план – графік навчального процесу, контрольні точки курсу, зразки матеріалів для поточного і підсумкового контролю знань, перелік питань до поточних опитувань з теорії і теоретичних питань екзаменаційних білетів, приклади розв'язання задач вхідного контролю, контрольних робіт і екзаменаційних білетів, список рекомендованої літератури, додатки з необхідними довідково – інформаційними матеріалами.

Розрахунково – графічні роботи (РГР) є важливою складовою курсу. Вони закладають фундамент отримання студентами необхідних навичок розв'язання практичних задач. Досвід показує, що без виконання тієї чи іншої РГР у студента мало шансів успішно пройти відповідну контрольну точку і отримати допуск до екзамену. Зважаючи на це, завдання для РГР видаються по ґрунтовному навчальному посібнику / 9 /, в якому разом з відповідними методичними вказівками наводяться і детально розібрані приклади виконання завдань, що є дуже зручним для самостійної роботи студентів.

Слід зазначити, що в основу даних вказівок покладені раніше виконані методичні розробки /17 та інші /, які з часом втратили свою актуальність, і досвід їх впровадження в навчальний процес. Всі матеріали зі списку рекомендованої літератури присутні в бібліотеці академії у достатній кількості. Ті з них, що розроблені викладачами академії, виставлені також в Інтернеті на сайті: <http://www.dgma.donetsk.ua/>.

1 ТЕМИ І ПИТАННЯ ПРИСКОРЕНОГО КУРСУ ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ, ЇХ МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

Тема 1. Вступ. Метод перерізів

1.1. Основні поняття, задачі та місце дисципліни «Опір матеріалів» у системі інженерної підготовки. Прийняті допущення. Реальні об'єкти і розрахункові схеми. Типові елементи конструкцій.

1.2. Зовнішні сили та їх класифікація. Внутрішні зусилля, метод перерізів. Напруження повні, нормальні та дотичні. Зв'язок напружень з внутрішніми зусиллями.

Основні теоретичні відомості: /1/, с. 9-15, 37-41.

Додаткові джерела: /2/, с. 7-20; /3/, с. 5-17; /4/, с. 13-21, 42-48; /7/, с. 4-23; /16/, с. 4-21.

Тема 2. Розтягання-стискання

2.1. Розтягання – стискання. Визначення напружень. Зв'язок напружень і деформацій, закон Гука. Коефіцієнт Пуассона.

2.2. Побудова епюр подовжніх сил і напружень при розтяганні – стисканні. Умови міцності. Визначення допустимих напружень. Умова жорсткості.

2.3. Механічні випробування матеріалів на розтягання і стискання. Діаграми розтягання і стискання, їх особливі точки. Показники міцності та пластичності. Матеріали крихкі та пластичні.**

2.4. Статично визначені та статично невизначені стрижневі системи, що працюють на розтягання – стискання. Ступінь статичної невизначеності, план її розкриття.*

Основні теоретичні відомості: /1/, с. 42-43, 83-97, 112-114, 130-134.

Додаткові джерела: /2/, с. 20-37; /3/, с. 18-32; /4/, с. 48-49, 93-111, 127-130, 147-152; /5/, с. 7-9, 12-15; /7/, с. 24-39, 50-73, 76-79; /8/, с. 7-27; /15/, с. 9-10; /16/, с. 2-47, 54-69.

Методи і приклади розв'язання задач: /1/, с. 43, 115-123; /3/, с. 18-32; /4/, с. 49-50, 130-139; /5/, с. 9-14; /6/, с. 5-32; /7/, с. 39-46, 53-54, 73-76, 79-87; /9/, с. 5-13, 23-33; /10/, с. 7-22; /15/, с. 10-33; /16/, с. 73-86.

Тема 3. Геометрія плоских перерізів

3.1. Статичні моменти площини. Центральні осі та центр ваги плоскої фігури. Положення центрів ваги найпростіших фігур. Способи визначення центрів ваги фігур складної конфігурації.

3.2. Моменти інерції плоскої фігури, їх види. Зв'язок полярного і осевих моментів інерції. Головні осі інерції. Формули для моментів інерції найпростіших фігур.

3.3. Залежності між моментами інерції плоскої фігури при паралельному переносі та повороті осей координат.

3.4. Головні центральні осі плоскої фігури, їх положення. Визначення головних моментів інерції.

Основні теоретичні відомості: /1/, с. 17-29.

Додаткові джерела: /2/, с. 104-120; /3/, с. 91-105; /4/, с. 21-35; /5/, с. 23-30; /7/, с. 139-152; /15/, с. 56-60; /16/, с. 135-156.

Методи і приклади розв'язання задач: /1/, с. 34-35; /4/, с. 41-42; /5/, с. 30-34; /6/, с. 42-49; /7/, с. 152-154; /9/, с. 74-81; /10/, с. 46-49; /15/, с. 61-76; /16/, с. 157-163.

Тема 4. Епюри при плоскому згині

4.1. Балки і рами, їх елементи і різновиди. Типи опор і опорні реакції. Внутрішні зусилля, правила знаків. Диференціальні залежності при згині.

4.2. Правила побудови епюр внутрішніх зусиль для балок. Особливості епюр у місцях прикладення до балки зосереджених сил і моментів, також на ділянках, де є розподілене навантаження і де воно відсутнє. Визначення екстремальних значень згинальних моментів.

4.3. Особливості та правила побудови епюр внутрішніх зусиль для плоских рам. Перевірка правильності побудов.

Основні теоретичні відомості: /1/, с. 46-66;

Додаткові джерела: /2/, с. 42-68; /3/, с. 36-52; /4/, с. 53-73; /5/, с. 56-63; /6/, с. 62-78; /7/, с. 170-176; /11/, с. 5-11; /16/, с. 208-239.

Методи і приклади розв'язання задач: /3/, с. 53-59; /4/, с. 73-75; /6/, с. 62-78; /7/, с. 133-159, 174-186; /9/, с. 34-73, 92-103; /10/, с. 28-46; /11/, с. 12-18; /15/, с. 34-55.

Тема 5. Теорія напруженого стану. Теорії міцності

5.1. Напружений стан у точці тіла, його задавання і компоненти. Індeksi нормальних і дотичних напружень. Закон парності дотичних напружень.

5.2. Головні площадки, головні напруження і головні напрями. Типи напружених станів. Пряма і зворотна задачі теорії напруженого стану.

5.3. Аналітичне розв'язання прямої і зворотної задач теорії плоского напруженого стану.**

5.4. Графічне розв'язання прямої і зворотної задач теорії плоского напруженого стану, круги Мора.

5.5. Об'ємний напружений стан. Напруження і деформації. Узагальнений закон Гука. Питома потенційна енергія пружної деформації, її складові.

Основні теоретичні відомості: /1/, с. 152-187.

Додаткові джерела: /2/, с. 68-94; /3/, с. 60-82; /4/, с. 170-208;

/5/, с. 16-23; /7/, с. 94-99, 260-266; /16/, с. 91-114, 340-352.

Методи і приклади розв'язання задач: /1/, с. 157-158, 166-167, 176-177, 191-192; /4/, с. 183, 196, 212-214; /5/, с. 19; /6/, с. 33-41; /16/, с. 114-118, 352-353.

Тема 6. Напруження при плоскому згині

6.1 Плоский згин, його різновиди. Чистий згин, визначення нормальних напружень. Умова міцності.

6.2 Поперечний згин. Визначення дотичних напружень, формула Журавського.

6.3 Еквівалентні напруження в стрижні при поперечному згині. Повна перевірка міцності балки; умови міцності, допустимі напруження.

Основні теоретичні відомості: /1/, с. 237-261.

Додаткові джерела: /2/, с.132-156; /3/, с. 116-143; /4/, с. 259-275, 279-282; /5/, с. 64-74; /6/, с. 68-69; /7/, с. 176-189, 195-198; /16/, с. 239-277.

Методи і приклади розв'язання задач: /2/, с. 156-162; /4/, с.270-271, 276-279, 282-284; /5/, с. 74-76; /6/, с. 69-78; /7/, с. 189-194, 198-199; /9/ с. 92-103; /10/, с. 31-37; /12/, с.5-10; /15/, с. 77-140; /16/, с. 314-328.

Тема 7. Переміщення в пружних системах

7.1. Потенційна енергія пружної деформації стрижня і стрижневої системи в загальному випадку навантаження. Потенційна енергія балок і плоских рам.

7.2. Теорема Кастіліано, її недоліки при визначенні переміщень в стрижневих системах.

7.3. Метод і інтеграли Мора для визначення переміщень в стрижневих системах.

7.4. Числові способи визначення інтегралів Мора: правило Верещагіна, формула крайніх ординат.

7.5. Статично невизначені балки і рами, ступень їх статичної невизначеності і послідовність розрахунку. Особливості багатопробіжних нерозрізних балок.

7.6. Канонічні рівняння методу сил, їх коефіцієнти і фізична сутність. Деформаційна перевірка. Визначення переміщень у статично невизначених балках і рамах.

Основні теоретичні відомості: /1/, с. 354-390, 392-397, 404-412, 416-417.

Додаткові джерела: /4/, с. 381-413, 417-429, 437-443, 450-451; /5/, с. 87-91, 95-96, 126-131; /11/, с. 75-79, 101; /13/, с. 6-42, 51-56; /14/, с. 6-21, 24-43, 54-58; /16/, с. 425-445, 453-474.

Методи і приклади розв'язання задач: /1/, с. 370-371, 380-381, 383-384, 397-403; /4/, с. 410-413, 429-434, 443-445; /5/, с. 96-98, 131-144; /6/, с. 114-131, 159-175; /9/, с. 136-152; /11/, с. 79-89, 101-105; /12/, с. 22-33; /13/, с. 44-51, 56-60; /14/, с. 22-23, 46-53, 58-63; /16/, с. 445-450, 475-480.

Тема 8. Зсув. Кручення

8.1. Чистий зсув, напруження і деформації. Закон Гука при зсуві. Умова міцності, допустимі напруження.

8.2. Кручення. Зв'язок потужності з крутним моментом. Побудова епюр крутних моментів. Характер деформації і напружений стан стрижнів при крученні.

8.3. Визначення напружень і деформацій при крученні. Умови міцності та жорсткості.

Основні теоретичні відомості: /1/, с. 44-45, 193-199, 201-203, 206-213.

Додаткові джерела: /2/, с. 94-100, 123-132; /3/, с. 83-89, 108-115; /4/, с. 50-52, 214-236; /5/, с. 34-36, 40-48; /7/, с. 99-107, 110-113, 115-127, 132-134; /15/, с. 141-143; /16/, с. 121-130, 166-182.

Методи і приклади розв'язання задач: /1/, с. 46, 200-201, 203-204, 213-215; /2/, с. 100-104, 132; /3/, с. 87-88, 90, 115; /4/, с. 52, 221-222, 225-227, 235-236; /5/, с. 48; /6/, с. 50-59; /7/, с. 107-110, 113-115, 127-133; /10/, с. 23-28; /15/, с. 143-150; /16/, с. 130-133, 195-204.

Тема 9 . Стійкість стиснутих стрижнів

9.1. Поняття стійкості стиснутого стрижня. Види пружної рівноваги. Критична сила і критичне напруження. Задача Ейлера.

9.2. Межі застосування формули Ейлера для критичного напруження. Формула Ясинського. Розрахунки на стійкість стиснутого стрижня з використанням коефіцієнта зменшення основного допустимого напруження.

Основні теоретичні відомості: /1/, с. 492-505.

Додаткові джерела: /4/, с. 560-576; /5/, с. 149-160; /7/, с. 319-332, 335-337; /13/, с. 60-75, 77-80; /14/, с. 64-79, 82-85; /16/, с. 483-491.

Методи і приклади розв'язання задач: /1/, с. 504-506; /4/, с. 575-577; /5/, с. 160-165; /6/, с. 211-217; /7/, с. 332-335; /9/, с. 191-205; /12/, с. 34-40; /13/, с. 75-76, 80-81; /14/, с. 80-81, 86-87; /16/, с. 492-496, 501-503.

Примітки: * Питання для розгляду на практичних заняттях.

** Питання для самостійного вивчення.

2 ПЛАН-ГРАФІК НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ

Календарний і тематичний плани проведення лекцій і практичних занять наведені в таблиці 1.

Таблиця 1 – Плани аудиторних занять

Тиждень	Теми лекцій	Зміст практичних занять
Семестр 2а		
1	1. Вступ. Метод перерізів.	Вступ. Вхідний контроль(ВК)
2	2. Розтягання – стискання (п.2.1, 2.2)	Приклади РГР 1.1 /9/
3	3. Геометрія плоских перерізів (п.3.1, 3.2, 3.3)	1.Розтягання – стискання (п.2.4). 2.Приклад РГР1.3 /9/
4	3. Геометрія плоских перерізів (п. 3.4). Приклади РГР 3.1	Контрольна робота №1 (КР1)
5	4. Епюри при плоскому згині (п.4.1, 4.2). Приклади консольних балок	Приклади РГР2.2 /9/
6	4. Епюри при плоскому згині (п. 4.3). Приклади консольних рам	Приклади РГР 2.4 /9/
7	5. Теорія напруженого стану. Теорії міцності (п. 5.1, 5.2, 5.4)	Приклади РГР 2.4 /9/
8	5. Теорія напруженого стану. Теорії міцності (п. 5.5, 5.6)	1. Контрольна робота №2 (КР2). 2. Опитування з теорії №1 (ОТ1)
Семестр 2б		
1	6. Напруження при плоскому згині (п. 6.1, 6.2)	Визначення нормальних і дотичних напружень при плоскому згині
2	7. Переміщення в пружних системах (п. 8.1, 8.2, 8.3)	1. Напруження при плоскому згині (п. 6.3). 2. Приклад РГР 4.1 /9/.
3	7. Переміщення в пружних системах (п. 8.4)	Визначення переміщень в балках і рамах
4	7. Переміщення в пружних системах (п. 8.5, 8.6)	Контрольна робота № 3 (КР3)
5	7. Переміщення в пружних системах (приклад РГР 5.2 /9/)	Приклад 1 РГР 5.1 /9/
6	8. Зсув. Кручення (п. 8.1, 8.2, 8.3)	Приклад 2 РГР 5.1 /9/
7	9. Стійкість стиснутих стрижнів (п.9.1)	Практичні розрахунки на зсув і кручення

3 КОНТРОЛЬНІ ТОЧКИ КУРСУ

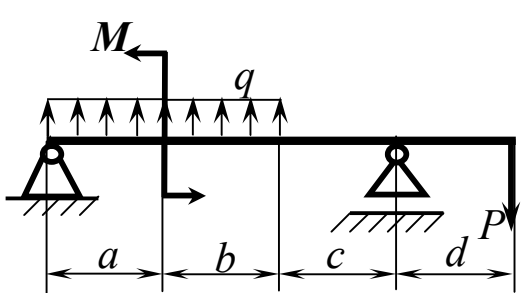
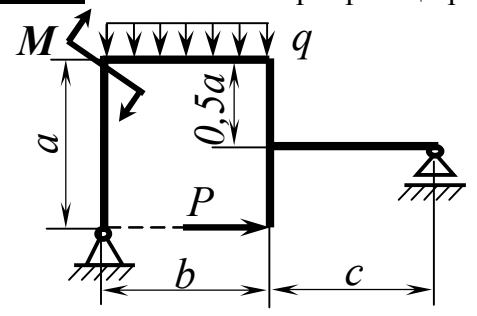
Перелік і характеристики контрольних точок містяться в таблиці 2.

Таблиця 2 – Перелік і характеристики контрольних точок (КТ)

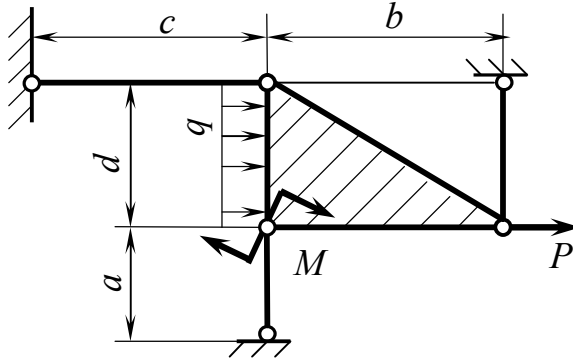
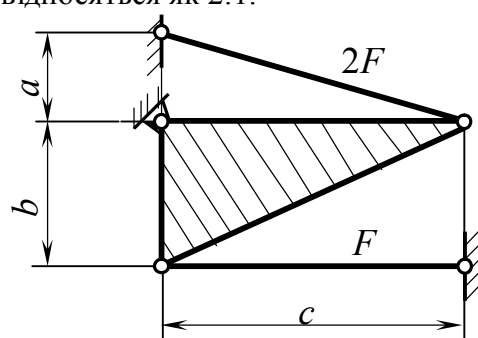
Перелік КТ	Стислий зміст	Терміни контролю		Оцінка, балів	
		семе- стр	тиж- день	min	max
Змістовий модуль 1					
ВК	Визначення реакцій балки і рами	2а	1	2	5
РГР 1.1	Розрахунок статично визначеної стрижневої системи при розтяганні – стисканні /9/	2а	3	2	4
РГР 1.3	Розрахунок статично невизначеної стрижневої системи при розтяганні – стисканні /9/	2а	4	2	4
КР1	Розв'язання двох задач: перша – на визначення діаметра і абсолютного подовження (скорочення) найбільш навантаженого стрижня статично визначеної сталеві конструкції, що працює на розтягання-стискання, друга – на визначення співвідношення між зусиллями у стрижнях один раз статично невизначеної конструкції при розтяганні-стисканні.	2а	4	4	6
РГР 3.1	Визначення головних моментів інерції складного перерізу	2а	5	2	4
РГР 2.2	Побудова епюр внутрішніх зусиль двохопорної статично визначеної балки /9/	2а	6	2	4
РГР 2.4	Побудова епюр внутрішніх зусиль двохопорної статично визначеної рами /9/	2а	7	3	5
КР2	Розв'язання двох задач: перша – на побудову епюр внутрішніх зусиль двохопорної статично визначеної балки, друга – на побудову епюр внутрішніх зусиль двохопорної статично визначеної рами	2а	8	5	8
ОТ1	Відповіді на п'ять коротких питань з тем 1...5	2а	8	6	10
Усього				28	50
Змістовий модуль 2					
РГР 4.1	Повна перевірка міцності двотаврової балки /9/	2б	3	3	6
КР3	Розв'язання задачі на побудову епюр внутрішніх зусиль і підбір перерізу двохопорної статично визначеної двотаврової балки та визначення лінійного або кутового переміщень в ній	2б	4	6	10
РГР 5.1	Розрахунок один раз статично невизначеної балки /9/	2б	7	3	6
РГР 5,2	Розрахунок один раз статично невизначеної рами /9/	2б	7	3	6
КР4	Розв'язання двох задач – на розкриття статичної невизначеності балки і рами	2б	8	6	12
ОТ2	Відповіді на п'ять коротких питань з тем 6..9	2б	8	6	10
Усього				27	50
Разом				55	100

4 ЗРАЗКИ МАТЕРІАЛІВ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ

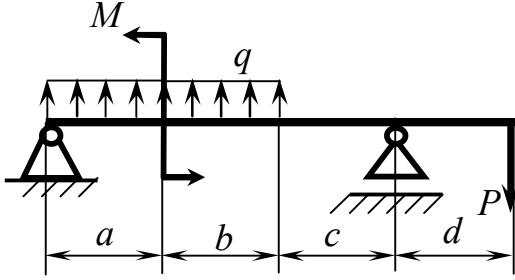
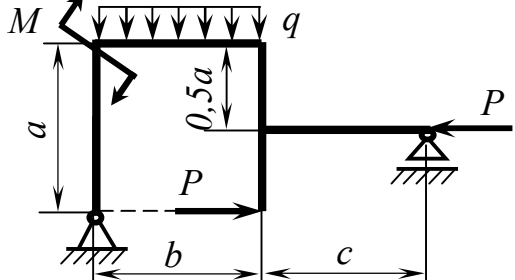
4.1 Зразок завдань вхідного контролю

ОПР МАТЕРІАЛІВ (прискорений курс) Вхідний контроль Варіант	
<p>Задача 1. Визначити опорні реакції балки</p> 	<p>Задача 2. Визначити опорні реакції рами</p> 

4.2 Зразок завдань контрольної роботи 1

ОПР МАТЕРІАЛІВ (прискорений курс) Контрольна робота КР1 Варіант	
<p>Задача 1. Визначити діаметр і абсолютне подовження (скорочення) найбільш навантаженого стрижня сталеві конструкції.</p> 	<p>Задача 2. Визначити співвідношення між зусиллями у стрижнях конструкції при її довільному навантаженні, якщо стрижні виготовлені з однакового матеріалу, а площі їхніх поперечних перерізів співвідносяться як 2:1.</p> 

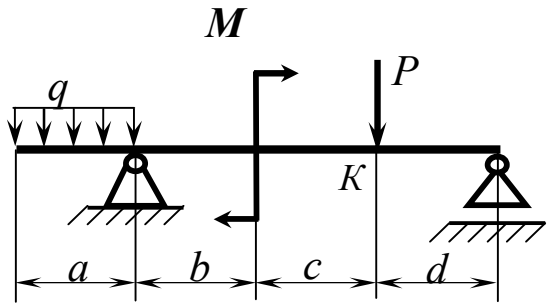
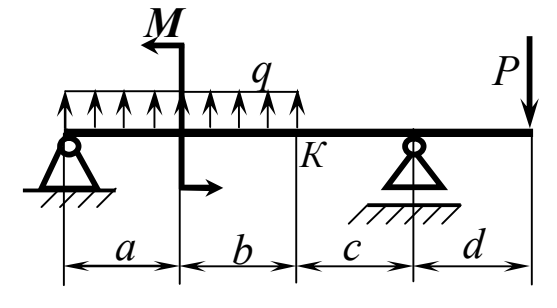
4.3 Зразок завдань контрольної роботи 2

ОПІР МАТЕРІАЛІВ (прискорений курс) Контрольна робота КР2 Варіант	
<p>Задача 1. Побудувати епюри внутрішніх зусиль для балки</p> 	<p>Задача 2. Побудувати епюри внутрішніх зусиль для рами</p> 

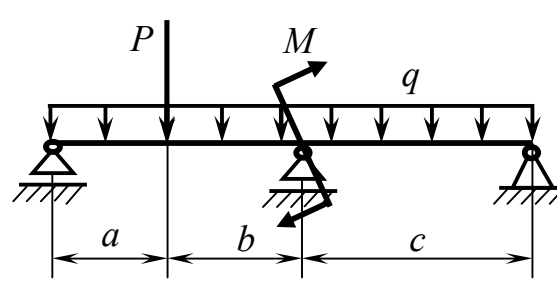
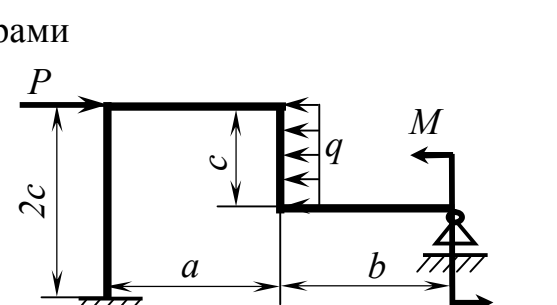
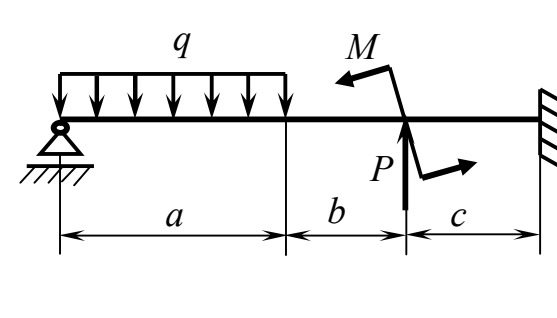
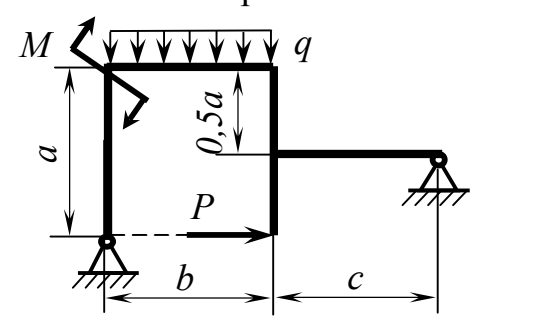
4.4 Зразок картки опитування 1 з теорії

Опір матеріалів (прискорений курс) Опитування з теорії ОТ1 Варіант
<ol style="list-style-type: none">1. Дайте визначення головних центральних осей і головних моментів інерції плоскої фігури.2. Наведіть і поясніть схемою формули для визначення через кут повороту α_0 головних моментів інерції довільної плоскої фігури.3. Укажіть область застосування теорії міцності Мора. Наведіть і поясніть умову міцності за цією теорією.4. Які напруження виникають в поперечному перерізі стрижня при його довільному навантаженні? Запишіть і поясніть формулу зв'язку між ними.5. За якою формулою підраховується абсолютне подовження або укорочення стрижня при розтяганні – стисканні? Поясніть її.

4.5 Зразки завдань контрольної роботи 3

<p align="center">ОПР МАТЕРІАЛІВ (прискорений курс) Контрольна робота КР3 Варіант</p>	<p align="center">ОПР МАТЕРІАЛІВ (прискорений курс) Контрольна робота КР3 Варіант</p>
<p>Для заданої сталевій балки побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. Визначити переміщення точки K.</p>	<p>Для заданої сталевій балки побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. Визначити кут повороту перерізу K.</p>
	

4.6 Зразки завдань контрольної роботи 4

<p align="center">ОПР МАТЕРІАЛІВ (прискорений курс) Контрольна робота КР4 Варіант</p>	
<p>Задача1. Розкрити статичну невизначеність балки</p> 	<p>Задача2. Розкрити статичну невизначеність рами</p> 
<p align="center">ОПР МАТЕРІАЛІВ (прискорений курс) Контрольна робота КР4 Варіант</p>	
<p>Задача1. Розкрити статичну невизначеність балки</p> 	<p>Задача2. Розкрити статичну невизначеність рами</p> 

4.7 Зразок картки опитування 2 з теорії

**Опір матеріалів
(прискорений курс)
Опитування з теорії ОТ2
Варіант**

1. Наведіть і поясніть формулу для обчислення максимальних дотичних напружень при плоскому згинанні двотаврової балки.
2. Наведіть і поясніть формулу для визначення погонного кута закручування вала.
3. Як визначається ступінь статичної невизначеності стрижневої системи? Поясніть на прикладі плоскої рами.
4. Назвіть числові способи обчислення інтегралів Мора.
5. Назвіть основні етапи визначення кутових переміщень у статично невизначених балках і рамах.

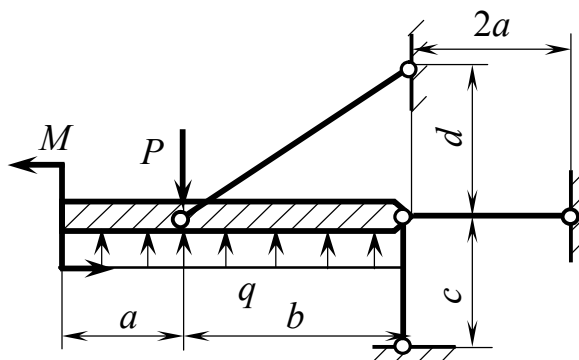
4.8 Зразки екзаменаційних білетів

Донбаська державна машинобудівна академія
Напрями: ІМ, Зв, Маш
Навчальна дисципліна: **Опір матеріалів
(прискорений курс)**
ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ №

1. Теоретичне питання (20 балів): Канонічні рівняння методу сил, їх коефіцієнти і фізична сутність. Деформаційна перевірка. Визначення переміщень у статично невизначених балках і рамах.

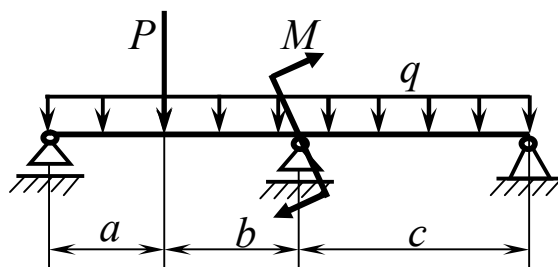
2. Задача 1 (30 балів)

Визначити діаметр і абсолютне подовження (скорочення) найбільше навантаженого стрижня сталеві конструкції, якщо $[\sigma]=160$ МПа



3. Задача 2 (50 балів)

Для заданої балки побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо $[\sigma] = 160$ МПа.



Затверджено на засіданні кафедри технічної механіки (протокол №18 від 15.05.18).

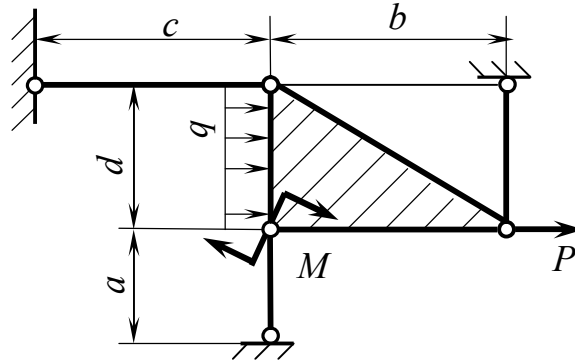
В.о.зав. кафедри

Холодняк Ю.С.

1. Теоретичне питання (20 балів): Межі застосування формули Ейлера для критичного напруження. Формула Ясинського. Розрахунки на стійкість стиснутого стрижня з використанням коефіцієнта зменшення основного допустимого напруження.

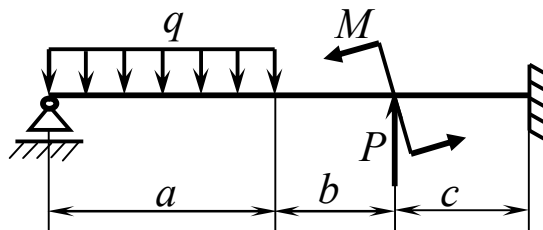
2. Задача 1 (балів)

Визначити діаметр і абсолютне подовження (скорочення) найбільше навантаженого стрижня сталеві конструкції, якщо $[\sigma]=160$ МПа



3. Задача 2 (50 балів)

Для заданої балки побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо $[\sigma] = 160$ МПа.



Затверджено на засіданні кафедри технічної механіки (протокол №18 від 15.05.18).

В.о.зав. кафедри

Холодняк Ю.С.

5 ПИТАННЯ ДО ОПИТУВАНЬ З ТЕОРІЇ

5.1 Опитування 1

Теми: «Вступ. Метод перерізів», «Розтягання –стискання», «Геометрія плоских перерізів», «Епюри при плоскому згині», «Теорія напруженого стану. Теорії міцності».

1. Дайте визначення предмету «Опір матеріалів». На яких припущеннях він базується?

2. Яким методом визначаються внутрішні силові фактори в навантажених тілах? Назвіть його сутність.

3. Скільки внутрішніх силових факторів виникає в поперечних перерізах стрижня при його довільному навантаженні? Назвіть їх.

4. Дайте визначення напружень. В яких одиницях вони вимірюються?

5. Які напруження виникають в поперечному перерізі стрижня при його довільному навантаженні? Запишіть і поясніть формулу зв'язку між ними.

6. Наведіть і поясніть формули зв'язку між напруженнями і внутрішніми силовими факторами в поперечному перерізі стрижня.

7. Який вид навантаження стрижня зветься розтяганням – стисканням? Наведіть і поясніть формулу для визначення напружень в стрижні при цьому навантаженні.

8. Що таке волокно стрижня? Як деформуються волокна стрижня при розтяганні – стисканні?

9. Запишіть і поясніть закон Гука при розтяганні – стисканні. Назвіть значення модуля пружності першого роду для сталі.

10. За якою формулою підраховується абсолютне подовження або укорочення стрижня при розтяганні – стисканні? Поясніть її.

11. Що таке коефіцієнт Пуассона? Вкажіть границі його змінювання та значення для сталі.

12. Дайте визначення пластичності та крихкості. Наведіть приклади пластичних і крихких матеріалів.

13. Запишіть і поясніть умови міцності при розтяганні – стисканні.

14. Які напруження вважаються небезпечними для пластичних і крихких матеріалів?

15. Наведіть і поясніть формулу для визначення допустимих напружень для пластичних матеріалів.

16. Наведіть і поясніть формулу для визначення допустимих напружень для крихких матеріалів.

17. Які механічні властивості можна визначити з діаграми розтягання маловуглецевої сталі?

18. Що зветься границею пропорційності матеріалу? Наведіть і поясніть формулу для її обчислення.

19. Що зветься границею пружності матеріалу? Наведіть і поясніть формулу для її обчислення .
20. Що зветься границею текучості матеріалу? За якою формулою вона визначається?
21. Що зветься границею міцності матеріалу? За якою формулою вона визначається?
22. Які показники визначають пластичність сталі? Наведіть і поясніть формули для їх обчислення.
23. Які механічні показники можна визначити з діаграм стискання маловуглецевої сталі й чавуну?
24. Назвіть послідовність дій з розкриття статичної невизначеності стрижневих систем, що працюють на розтягання– стискання.
25. Що є сутністю статичного боку задачі з розкриття статичної невизначеності стрижневих систем, що працюють на розтягання– стискання?
26. У чому сутність геометричного боку задачі з розкриття статичної невизначеності стрижневих систем, що працюють на розтягання– стискання?
27. Назвіть сутність фізичного боку задачі з розкриття статичної невизначеності стрижневих систем, що працюють на розтягання– стискання?
28. Дайте визначення статичних моментів плоскої фігури.
29. Які осі плоскої фігури зветься центральними? Що таке центр ваги плоскої фігури?
30. Наведіть формули для визначення координат центра ваги плоскої фігури. Поясніть їх.
31. Покажіть на схемах положення центрів ваги круга, прямокутника, трикутника.
32. Якими методами визначається положення центрів ваги складних фігур? Назвіть сутність цих методів.
33. За якими формулами визначаються координати центра ваги складної фігури? Дайте необхідні пояснення.
34. Дайте визначення осьових, полярного та відцентрового моментів інерції плоскої фігури. Наведіть необхідну схему.
35. Який зв'язок існує між осьовими і полярним моментами інерції плоскої фігури?
36. Назвіть одиниці виміру статичних моментів і моментів інерції плоскої фігури. Які з цих моментів можуть бути від'ємними?
37. Які осі зветься головними осями інерції плоскої фігури? Покажіть на схемах їх положення у фігур з однією та двома осями симетрії.
38. Дайте визначення головних центральних осей і головних моментів інерції плоскої фігури.
39. Як підраховуються головні моменти інерції круга та прямокутника? Приведіть необхідні схеми і формули.

40. Запишіть і поясніть формули для перетворення осьових і відцентрового моментів інерції плоскої фігури при паралельному перенесенні осей координат.

41. Запишіть і поясніть формули для перетворення осьових моментів інерції плоскої фігури при повороті осей координат.

42. Запишіть і поясніть формулу для перетворення відцентрового моменту інерції плоскої фігури при повороті осей координат.

43. Як визначити кут, на який треба повернути довільні центральні осі плоскої фігури, щоб вони зробились головними? Наведіть і поясніть відповідну формулу.

44. Наведіть і поясніть схемою формули для визначення через кут повороту α_0 головних моментів інерції довільної плоскої фігури.

45. Наведіть і поясніть формули для визначення без використання кута повороту α_0 головних моментів інерції довільної плоскої фігури.

46. Дайте визначення балки, прогону, консолі, рами, стійки, ригеля.

47. Як поведуть себе волокна стрижня при згинанні? Що таке нейтральний шар?

48. Скільки і яких внутрішніх силових факторів виникає в балках при плоскому згинанні в загальному випадку навантаження? Назвіть правила знаків для цих факторів.

49. Скільки і яких внутрішніх силових факторів виникає в плоских рамах в загальному випадку навантаження? Назвіть правила знаків для них.

50. Дайте визначення характерних перерізів балок і рам. Яким методом визначаються внутрішні силові фактори в цих перерізах?

51. Запишіть і поясніть диференціальні залежності при плоскому згинанні стрижня.

52. Сформулюйте правило визначення поперечних сил у довільному перерізі балки.

53. Сформулюйте правило визначення згинального моменту в довільному перерізі балки.

54. Сформулюйте правило визначення подовжньої сили в довільному перерізі рами.

55. Сформулюйте правило визначення поперечної сили в довільному перерізі рами.

56. Сформулюйте правило визначення величини і напрямку згинального моменту в довільному перерізі рами. З якого боку він відкладається на епюрі?

57. Якими лініями зображуються епюри поперечних сил і згинальних моментів на ділянках балок і рам з рівномірно розподіленим навантаженням?

58. Якими лініями зображуються епюри поперечних сил і згинальних моментів на ділянках балок і рам, де розподілене навантаження відсутнє?

59. Назвіть особливість епюри згинальних моментів у місці, де епюра поперечних сил перетинає базу.

60. Назвіть компоненти напруженого стану в точці тіла. Які індекси їм надають?
61. Сформулюйте закон парності дотичних напружень.
62. Дайте визначення головних напружень, головних площадок і головних напрямів.
63. Які типи напружених станів Вам відомі? Чим вони відрізняються один від одного?
64. Сформулюйте пряму і зворотню задачі теорії напруженого стану.
65. Якими методами розв'язують основні задачі теорії плоского і об'ємного напружених станів?
66. Наведіть і поясніть формулу для визначення максимальних дотичних напружень в точці тіла. Як розташована площадка їх дії?
67. Дайте визначення головних деформацій. Як їх позначають і як вони пов'язані з головними напруженнями?
68. Запишіть і поясніть узагальнений закон Гука.
69. Дайте визначення питомої потенційної енергії пружної деформації. Назвіть її складові.
70. Назвіть призначення теорій міцності. Дайте визначення критерія міцності та еквівалентного напруження.
71. Сформулюйте першу теорію міцності, назвіть область її застосування. Запишіть і поясніть умову міцності за цією теорією.
72. Сформулюйте другу теорію міцності, назвіть область її застосування. Запишіть і поясніть умову міцності за цією теорією.
73. Сформулюйте третю теорію міцності, вкажіть область її застосування. Запишіть і поясніть умову міцності за цією теорією.
74. Сформулюйте четверту теорію міцності, вкажіть область її застосування. Запишіть і поясніть умову міцності за цією теорією.
75. Укажіть область застосування теорії міцності Мора. Наведіть і поясніть умову міцності за цією теорією.

5.2 Опитування 2

Теми: «Напруження при плоскому згині», «Зсув. Кручення», «Переміщення в пружних системах», «Стійкість стиснутих стрижнів».

1. Наведіть і поясніть формулу для визначення нормальних напружень при плоскому згинанні стрижня.
2. Наведіть і поясніть формулу для визначення максимальних нормальних напружень в стрижні при плоскому згинанні.
3. Дайте визначення осьових моментів опору.
4. Наведіть і поясніть формулу для обчислення осьових моментів опору круга і прямокутника.
5. Зобразіть епюру нормальних напружень в поперечному перерізі стрижня при плоскому згинанні, вкажіть на ній місця максимуму цих напружень.

6. Наведіть і поясніть формулу для визначення дотичних напружень при плоскому згинанні стрижня. Назвіть її автора.
7. Зобразіть епюру дотичних напружень при плоскому згинанні балки прямокутного поперечного перерізу, вкажіть на ній місце максимуму цих напружень.
8. Наведіть і поясніть формулу для обчислення максимальних дотичних напружень при плоскому згинанні балки прямокутного поперечного перерізу.
9. Зобразіть епюру дотичних напружень при плоскому згинанні двотаврової балки, вкажіть місце максимуму цих напружень.
10. Наведіть і поясніть формулу для обчислення максимальних дотичних напружень при плоскому згинанні двотаврової балки.
11. Наведіть і поясніть формули для підрахунку еквівалентних напружень при плоскому згинанні стрижня за третьою та четвертою теоріями міцності.
12. Наведіть умови міцності стрижня при плоскому згинанні.
13. Запишіть формули для визначення допустимих дотичних напружень за третьою та четвертою теоріями міцності.
14. Який вид напруженого стану зветься чистим зсувом? Чому?
15. Наведіть і поясніть закон Гука при зсуві.
16. Наведіть і поясніть формулу для визначення абсолютного зсуву.
17. Що визначає модуль пружності другого роду? Назвіть його значення для сталі.
18. Наведіть і поясніть формулу зв'язку модулів пружності першого і другого роду.
19. Наведіть і поясніть умову міцності при зсуві (зрізі).
20. Що зветься крученням? Як зветься стрижні, які працюють на кручення?
21. Переважно яку форму поперечного перерізу мають стрижні, що працюють на кручення? Який її різновид більш доцільний?
22. Сформулюйте, як визначається крутний момент у довільному перерізі вала.
23. Запишіть і поясніть формулу зв'язку крутного моменту з потужністю, що передається валом.
24. Який вид напруженого стану і характер деформації виникають у валах при крученні?
25. Наведіть і поясніть формулу для визначення дотичних напружень у поперечному перерізі вала.
26. Наведіть і поясніть формулу для визначення максимальних дотичних напружень у поперечному перерізі вала.
27. Дайте визначення полярного моменту опору. Як він пов'язаний з осьовими моментами опору?
28. Наведіть і поясніть формули для обчислення полярних моментів опору для валів суцільного та пустотілого перерізів.
29. Зобразіть епюри дотичних напружень у поперечному перерізі суцільних та пустотілих валів, вкажіть на них місця максимуму цих напружень.

30. Наведіть і поясніть формулу для визначення погонного кута закручування вала.
31. Наведіть і поясніть умови міцності й жорсткості вала при крученні.
32. Які види пружної рівноваги стиснутого стрижня Вам відомі? Які з них є небезпечними з точки зору подовжнього згину?
33. Дайте визначення стійкої рівноваги стиснутого стрижня.
34. Дайте визначення нестійкої рівноваги стиснутого стрижня.
35. Дайте визначення байдужої рівноваги стиснутого стрижня.
36. Дайте визначення критичної сили і критичного напруження для стиснутого стрижня.
37. Наведіть і поясніть формулу Ейлера для критичної сили.
38. Наведіть і поясніть формулу Ейлера для критичного напруження.
39. Наведіть формулу для визначення приведеної довжини стиснутого стрижня. Назвіть фізичну сутність цієї величини.
40. Наведіть і поясніть формулу для визначення гнучкості стиснутого стрижня.
41. Вкажіть межі застосування формули Ейлера для критичного напруження.
42. Запишіть і поясніть формулу Ясинського для критичного напруження в сталевих стрижнях.
43. Вкажіть межі застосування формули Ясинського для критичного напруження.
44. Що таке коефіцієнт зменшення основного допустимого напруження? Від яких факторів він залежить?
45. Наведіть і поясніть умову стійкості стиснутого стрижня при використанні коефіцієнта зменшення основного допустимого напруження.
46. Розтлумачте спосіб визначення потенційної енергії пружної деформації стрижня.
47. Скільки складових має потенційна енергія пружної деформації стрижня в загальному випадку його навантаження? Назвіть найбільше вагомими з них.
48. Як визначається потенційна енергія пружної деформації стрижневої системи? Наведіть відповідну формулу.
49. Наведіть і поясніть формулу для підрахунку потенційної енергії пружної деформації стрижня від дії подовжньої сили.
50. Наведіть і поясніть формулу для підрахунку потенційної енергії пружної деформації стрижня від дії однієї з поперечних сил.
51. Наведіть і поясніть формулу для підрахунку потенційної енергії пружної деформації стрижня від дії одного із згинальних моментів.
52. Наведіть і поясніть формулу для підрахунку потенційної енергії пружної деформації стрижня від дії крутного моменту.
53. Наведіть і поясніть формулу, яку використовують звичайно для підрахунку потенційної енергії пружної деформації балки при плоскому згинанні.

54. Наведіть і поясніть формулу, яку використовують звичайно для підрахунку потенційної енергії пружної деформації плоскої рами.
55. Яка теорема встановлює зв'язок потенційної енергії пружної деформації з переміщеннями в системі? Сформулюйте її.
56. Що таке узагальнена сила і переміщення точки її прикладання в теоремі Кастіліано?
57. Назвіть причину обмеженого застосування теореми Кастіліано в інженерних розрахунках. Який метод усуває цю причину?
58. Розтлумачте сутність методу Мора для визначення переміщень у пружних системах.
59. Скільки інтегралів Мора можна записати для стрижня в разі його довільного навантаження? Який з них використовують звичайно при визначенні переміщень у балках і плоских рамах?
60. Назвіть числові способи обчислення інтегралів Мора.
61. Сформулюйте правило Верещагіна для обчислення інтегралів Мора.
62. Наведіть і поясніть схемою формулу крайніх ординат.
63. Як визначається знак поправки на кривизну в формулі крайніх ординат? Поясніть прикладом.
64. Дайте визначення статично визначених і статично невизначених стрижневих систем. Які переваги мають статично невизначені системи в порівнянні зі статично визначеними?
65. Як визначається ступінь статичної невизначеності стрижневої системи? Поясніть на прикладі плоскої рами.
66. Що таке розкриття статичної невизначеності стрижневої системи? Назвіть його основні етапи.
67. Що таке основна і еквівалентна системи? Покажіть їх на прикладі один раз статично невизначеної рами або балки.
68. Яке призначення канонічних рівнянь методу сил? Яка їх фізична сутність?
69. Запишіть канонічне рівняння методу сил для один раз статично невизначеної системи. Як визначаються його коефіцієнти?
70. Запишіть канонічні рівняння методу сил для двічі статично невизначеної системи. Вкажіть однакові коефіцієнти в цих рівняннях.
71. Яка основна система вважається оптимальною для багатопрогонних нерозрізних балок?
72. Як будуються епюри поперечних сил і згинальних моментів у багатопрогонних нерозрізних балках?
73. Назвіть сутність деформаційної перевірки розрахунку статично невизначеної системи. Скільки разів вона виконується?
74. Назвіть основні етапи визначення лінійних переміщень у статично невизначених балках і рамах.
75. Назвіть основні етапи визначення кутових переміщень у статично невизначених балках і рамах.

6 ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ ДО ЕКЗАМЕНАЦІЙНИХ БІЛЕТІВ

1. Основні поняття, задачі та місце дисципліни «Опір матеріалів» у системі інженерної підготовки. Прийняті допущення. Реальні об'єкти і розрахункові схеми. Типові елементи конструкцій.

2. Зовнішні сили та їх класифікація. Внутрішні зусилля, метод перерізів. Напруження повні, нормальні та дотичні. Зв'язок напружень з внутрішніми зусиллями.

3. Розтягання – стискання. Визначення напружень. Зв'язок напружень і деформацій, закон Гука. Коефіцієнт Пуассона.

4. Побудова епюр подовжніх сил і напружень при розтяганні – стисканні. Умови міцності. Визначення допустимих напружень. Умова жорсткості.

5. Механічні випробування матеріалів на розтягання і стискання. Діаграми розтягання і стискання, їх особливі точки. Показники міцності та пластичності. Матеріали крихкі та пластичні.

6. Статично визначені та статично невизначені стрижневі системи, що працюють на розтягання – стискання. Ступінь статичної невизначеності, план її розкриття.

7. Статичні моменти площини. Центральні осі та центр ваги плоскої фігури. Положення центрів ваги найпростіших фігур. Способи визначення центрів ваги фігур складної конфігурації.

8. Моменти інерції плоскої фігури, їх види. Зв'язок полярного і осьових моментів інерції. Головні осі інерції. Формули для моментів інерції найпростіших фігур.

9. Залежності між моментами інерції плоскої фігури при паралельному переносі та повороті осей координат.

10. Головні центральні осі плоскої фігури, їх положення. Визначення головних моментів інерції.

11. Балки і рами, їх елементи і різновиди. Внутрішні зусилля, правила знаків. Диференціальні залежності при згині.

12. Правила побудови епюр внутрішніх зусиль для балок. Особливості епюр у місцях прикладення зосереджених сил і моментів, також на ділянках, де є розподілене навантаження і де воно відсутнє. Визначення екстремальних значень згинальних моментів.

13. Особливості й правила побудови епюр внутрішніх зусиль для рам. Перевірка правильності побудов.

14. Напружений стан у точці тіла, його задавання і компоненти. Індeksi нормальних і дотичних напружень. Закон парності дотичних напружень.

15. Головні площадки, головні напруження і головні напрямки. Типи напружених станів. Пряма і зворотна задачі теорії напруженого стану.

16. Аналітичне розв'язання прямої і зворотної задач теорії плоского напруженого стану.

17. Графічне розв'язання прямої і зворотної задач теорії плоского напруженого стану, круги Мора.

18. Об'ємний напружений стан. Напруження і деформації. Узагальнений закон Гука. Питома потенційна енергія пружної деформації, її складові.

19. Теорії міцності, їх призначення. Критерії міцності та еквівалентні напруження. Перша і друга теорії міцності, їх області застосування і недоліки, умови міцності.

20. Третя і четверта теорії міцності, їх області застосування і недоліки, умови міцності. Теорія міцності Мора.

21. Плоский згин, його різновиди. Визначення нормальних і дотичних напружень.

22. Еквівалентні напруження при поперечному згині. Повна перевірка міцності балки; умови міцності, допустимі напруження.

23. Чистий зсув, напруження і деформації. Закон Гука при зсуві. Умова міцності, допустимі напруження.

24. Кручення. Зв'язок потужності з крутним моментом. Побудова епюр крутних моментів. Характер деформації і напружений стан стрижнів при крученні, визначення напружень і деформацій, умови міцності та жорсткості.

25. Потенційна енергія пружної деформації стрижня і стрижневої системи в загальному випадку навантаження. Потенційна енергія балок і плоских рам. Теорема Кастіліано, її недоліки.

26. Метод і інтеграли Мора для визначення переміщень в стрижневих системах. Числові способи підрахунку цих інтегралів: правило Верещагіна, формула крайніх ординат.

27. Статично невизначені балки і рами, ступень їх статичної невизначеності і послідовність розрахунку. Особливості багатопрогонних нерозрізних балок.

28. Канонічні рівняння методу сил, їх коефіцієнти і фізична сутність. Деформаційна перевірка. Визначення переміщень у статично невизначених балках і рамах.

29. Поняття стійкості стиснутого стрижня. Види пружної рівноваги. Критична сила і критичне напруження. Задача Ейлера.

30. Межі застосування формули Ейлера для критичного напруження. Формула Ясинського. Розрахунки на стійкість стиснутого стрижня з використанням коефіцієнта зменшення основного допустимого напруження.

7 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ВХІДНОГО КОНТРОЛЮ, КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ І ЕКЗАМЕНАЦІЙНИХ БІЛЕТІВ

7.1 Задача 1 вхідного контролю

Умова задачі: визначити опорні реакції балки (рис. 1). Прийняти:
 $q = 10 \text{ кН/м}$; $P = 18 \text{ кН}$; $M = 16 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $a = 2 \text{ м}$; $b = 3 \text{ м}$; $c = 1 \text{ м}$; $d = 2 \text{ м}$.

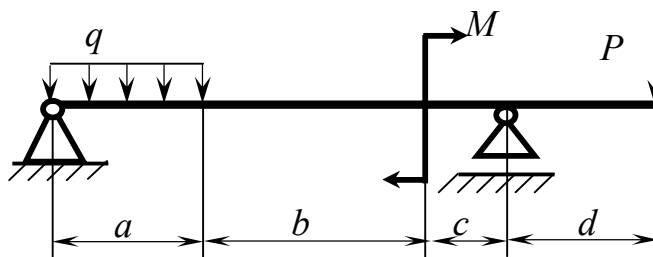


Рисунок 1

Розв'язання задачі

1. Зображуємо розрахункову схему (рис. 2).

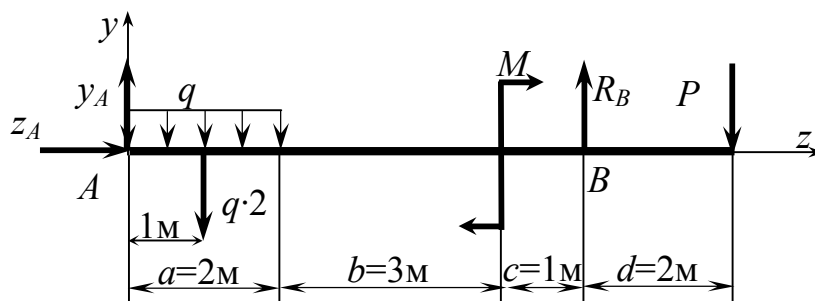


Рисунок 2

2. Записуємо рівняння рівноваги балки:

$$\begin{cases} \sum m_A = -q \cdot 2 \cdot 1 - M + R_B \cdot 6 - P \cdot 8 = 0; & (1) \\ \sum m_B = -y_A \cdot 6 + q \cdot 2 \cdot 5 - M - P \cdot 2 = 0; & (2) \\ \sum P_z = z_A = 0. & (3) \end{cases}$$

3. Визначаємо опорні реакції.

Із рівняння (1):

$$R_B = \frac{1}{6} \cdot (q \cdot 2 \cdot 1 + M + P \cdot 8) = \frac{1}{6} \cdot (20 + 16 + 144) = 30 \text{ кН}.$$

Із рівняння (2):

$$y_A = \frac{1}{6} \cdot (q \cdot 2 \cdot 5 - M - P \cdot 2) = \frac{1}{6} \cdot (100 - 16 - 36) = 8 \text{ кН}.$$

Із рівняння (3): $z_A = 0$.

4. Виконуємо перевірку:

$$\sum P_y = y_A - q \cdot 2 + R_B - M - P = 8 - 20 + 30 - 18 = 0.$$

Реакції визначені вірно.

7.2 Задача 2 вхідного контролю

Умова задачі: визначити опорні реакції рами (рис. 3). Прийняти: $q = 10 \text{ кН/м}$; $P = 18 \text{ кН}$; $M = 16 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $a = 2 \text{ м}$; $b = 3 \text{ м}$; $c = 1 \text{ м}$.

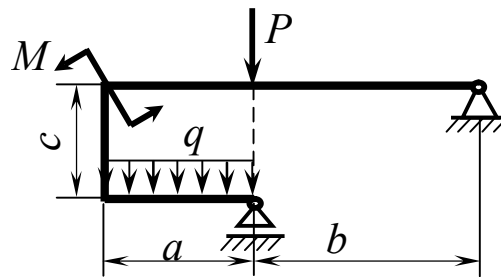


Рисунок 3

Розв'язання задачі

1. Зображуємо розрахункову схему (рис. 4).

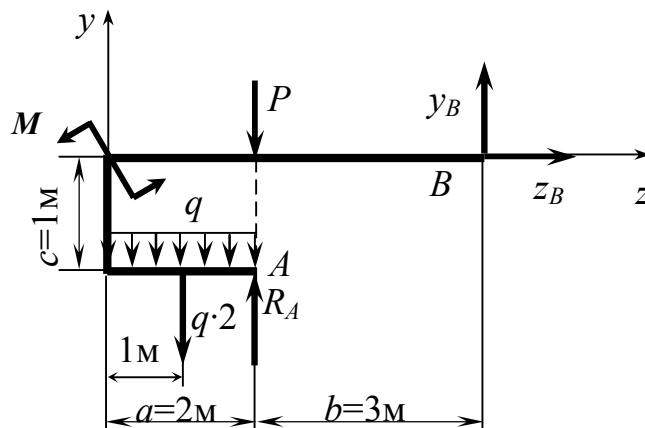


Рисунок 4

2. Записуємо рівняння рівноваги рами:

$$\begin{cases} \sum m_B = P \cdot 3 + q \cdot 2 \cdot 4 + M - R_A \cdot 3 = 0; & (4) \\ \sum P_y = -q \cdot 2 - P + R_A + y_B = 0; & (5) \\ \sum P_z = z_B = 0. & (6) \end{cases}$$

3. Визначаємо опорні реакції.

Із рівняння (4):

$$R_A = \frac{1}{3} \cdot (P \cdot 3 + q \cdot 2 \cdot 4 + M) = \frac{1}{3} \cdot (54 + 80 + 16) = 50 \text{ кН}.$$

Із рівняння (5):

$$y_B = q \cdot 2 + P - R_A = 20 + 18 - 50 = -12 \text{ кН}.$$

Із рівняння (6): $z_B = 0$.

4. Виконуємо перевірку:

$$\sum m_A = q \cdot 2 \cdot 1 + M + y_B \cdot 3 - z_B \cdot 1 = 20 + 16 - 36 - 0 = 0.$$

Реакції знайдені правильно.

7.3 Задача 1 контрольної роботи 1 і задача 1 екзаменаційних білетів

Умова задачі: визначити діаметр і абсолютне подовження (скорочення) найбільш навантаженого стрижня сталеві конструкції (рис. 5). Прийняти: $a = 2 \text{ м}$, $b = 3 \text{ м}$, $c = 4 \text{ м}$, $P = 200 \text{ кН}$, $M = 250 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $q = 300 \text{ кН/м}$.

Розв'язання задачі

1. Позначаємо номери стрижнів і осі координат. Стрижні відкидаємо, а їхню дію на тіло, яке є заштрихованим, замінюємо реакціями \bar{N}_1 , \bar{N}_2 і \bar{N}_3 , котрі спрямовані уздовж відповідних стрижнів (від тіла, якщо вважати стрижні розтягнутими) і дорівнюють поздовжнім силам у цих стрижнях. Позначаємо також потрібні точки і кут α (рис. 6).

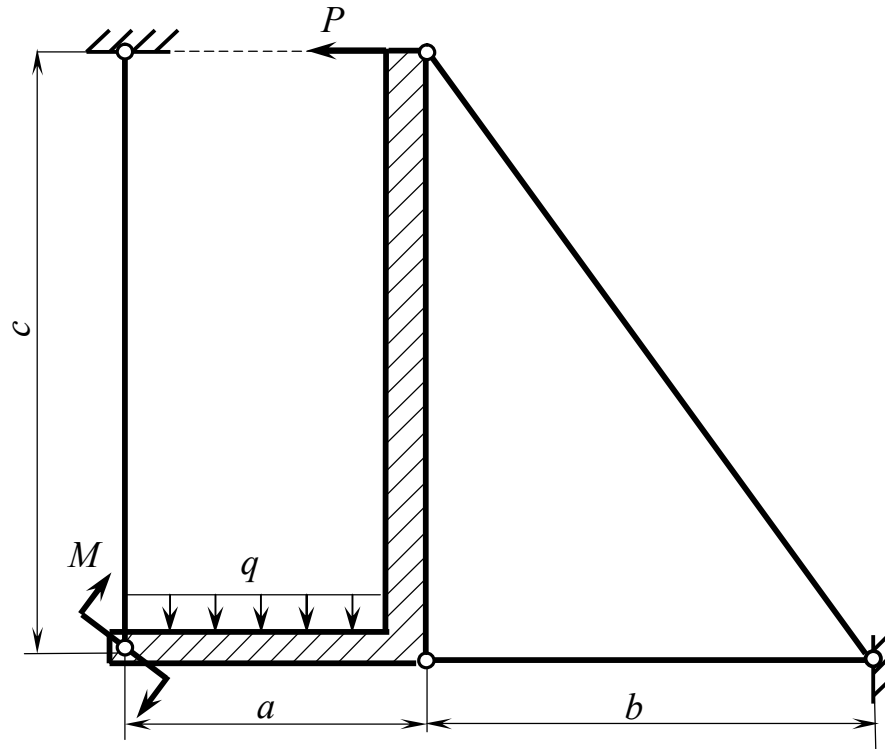


Рисунок 5

2. Спростуємо систему сил. Розподілене навантаження замінюємо його рівнодійною, яка дорівнює площі епюри цього навантаження і прикладена посередині навантаженої ділянки тіла. Силу \bar{N}_2 розкладаємо на складові уздовж осей координат - \bar{N}_2^y і \bar{N}_2^z (див. рис. 6). Значення цих складових визначаємо таким чином:

$$N_2^y = N_2 \cdot \cos \alpha ,$$

$$N_2^z = N_2 \cdot \sin \alpha .$$

При цьому значення $\sin \alpha$ і $\cos \alpha$ підраховуємо, використовуючи прямокутний трикутник DBE :

$$\sin \alpha = \frac{BE}{BD} = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{3}{5} = 0,6 ,$$

$$\cos \alpha = \frac{DE}{BD} = \frac{4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{4}{5} = 0,8 .$$

3. Класифікуємо діючу систему сил. Вона є довільною плоскою, для якої можна скласти три незалежних рівняння рівноваги, саме стільки, скільки невідомих реакцій присутнє в даній задачі.

4. Складаємо ці рівняння. З усіх можливих варіантів вибираємо такі, які забезпечують найбільш просте розв'язання рівнянь рівноваги, а саме:

$$\begin{cases} \sum m_A = -M - q \cdot 2 \cdot 1 + P \cdot 4 - N_2 \cdot \cos \alpha \cdot 2 - N_2 \cdot \sin \alpha \cdot 4 = 0; & (7) \\ \sum m_B = -M + q \cdot 2 \cdot 4 + P \cdot 4 - N_1 \cdot 5 = 0; & (8) \\ \sum P_z = N_3 + N_2 \cdot \sin \alpha - P = 0. & (9) \end{cases}$$

5. Розв'язуємо систему рівнянь рівноваги.
Із рівняння (7):

$$-250 - 600 + 800 - N_2 \cdot 0,8 \cdot 2 - N_2 \cdot 0,6 \cdot 4 = 0;$$

$$-50 - 4 \cdot N_2 = 0; \quad N_2 = -\frac{50}{4} = -12,5 \text{ кН.}$$

Із рівняння (8):

$$N_1 = \frac{1}{5} \cdot (-M + q \cdot 2 \cdot 4 + P \cdot 4) = \frac{1}{5} \cdot (-250 + 300 \cdot 2 \cdot 4 + 200 \cdot 4) = 590 \text{ кН.}$$

Із рівняння (9):

$$N_3 = -N_2 \cdot \sin \alpha + P = -(-12,5) \cdot 0,6 + 200 = 207,5 \text{ кН.}$$

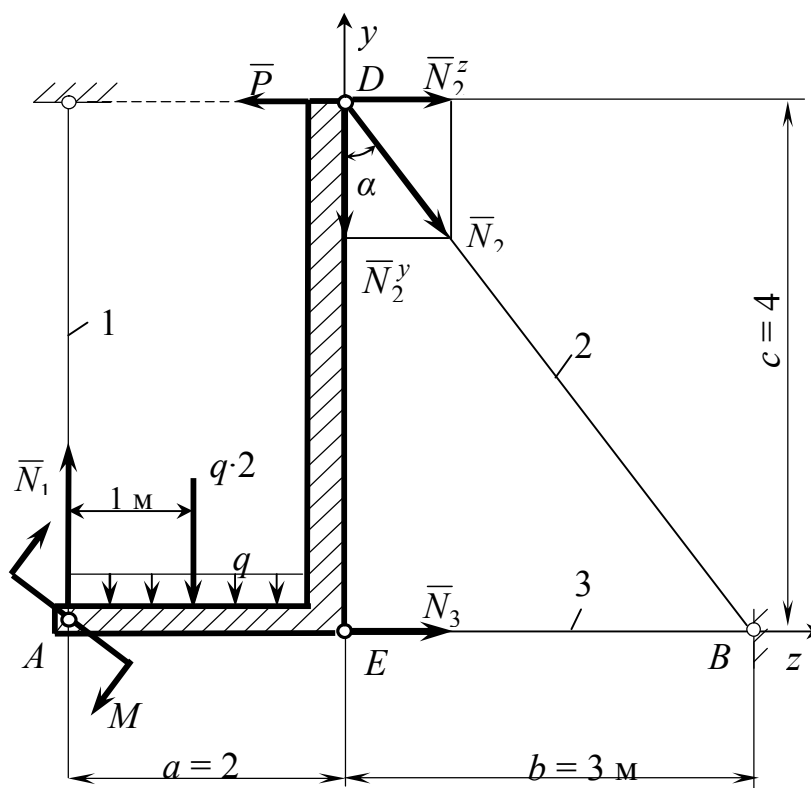


Рисунок 6

6. Виконуємо перевірку розв'язання системи рівнянь. Для цього складаємо додаткове рівняння рівноваги і підставляємо в нього знайдені величини зусиль у стрижнях конструкції:

$$\sum P_y = N_1 - q \cdot 2 - N_2 \cdot \cos \alpha = 590 - 600 - (-12,5) \cdot 0,8 = 600 - 600 = 0.$$

Оскільки ця умова рівноваги виконується, робимо висновок про вірність знайдених зусиль. Їхні знаки вказують на те, що стрижні 1 і 3 розтягнуті (бо N_1 , і N_3 – додатні), а стрижень 2 – стиснутий (бо N_2 – від'ємне).

7. Визначаємо найбільш навантажений стрижень конструкції. Ним є стрижень 1, у якого найбільше (за модулем) діюче зусилля: $N_1 = 590$ кН.

8. Визначаємо площу перерізу і діаметр цього стрижня :

$$F_1 \geq \frac{|N_1|}{[\sigma]} = \frac{590 \cdot 10^3}{160} = 3688 \text{ мм}^2; \quad d \geq \sqrt{\frac{4 \cdot F_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3688}{3,14}} = 68,5 \text{ мм}.$$

Із нормального ряду (додаток А) приймаємо: $d = 71$ мм.

9. Визначаємо абсолютне подовження стрижня 1:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot F_1} = \frac{N_1 \cdot l_1 \cdot 4}{E \cdot \pi \cdot d^2} = \frac{590 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 4}{2 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot 71^2} = 3,0 \text{ мм}.$$

7.4 Задача 2 контрольної роботи 1

Умова задачі: визначити співвідношення між зусиллями у стрижнях конструкції (рис. 7) при її довільному навантаженні, якщо стрижні виготовлені з однакового матеріалу, а площі їхніх поперечних перерізів співвідносяться як 2:1. Прийняти: $a = 2$ м, $b = 3$ м, $c = 4$ м.

Розв'язання задачі

1. На схемі конструкції робимо додаткові позначення (рис. 8) , віртуально повертаємо заштриховане тіло OB на малий кут $d\varphi$ і визначаємо співвідношення між абсолютними подовжніми деформаціями стрижнів.

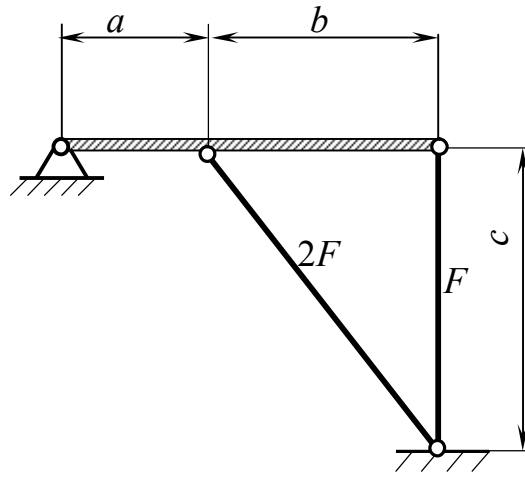


Рисунок 7

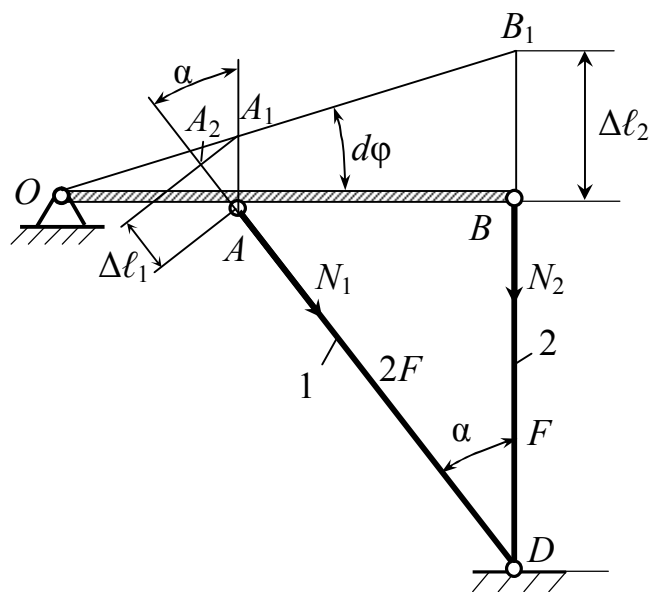


Рисунок 8

$$\begin{cases} \Delta \ell_1 = AA_2 = AA_1 \cdot \cos \alpha = AA_1 \cdot \frac{BD}{AD} = AA_1 \cdot \frac{4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 0,8 \cdot AA_1; & (10) \\ \Delta \ell_2 = BB_1; & (11) \\ \frac{BB_1}{AA_1} = \frac{OB}{OA} = \frac{5}{2} = 2,5. & (12) \end{cases}$$

Із виразу (10) знаходимо:

$$AA_1 = \Delta \ell_1 / 0,8 = 1,25 \cdot \Delta \ell_1. \quad (13)$$

Підставивши вирази (11) і (13) у вираз (12), маємо:

$$\Delta l_2 = 2,5 \cdot A A_1 = 2,5 \cdot 1,25 \cdot \Delta l_1 = 3,125 \cdot \Delta l_1. \quad (14)$$

2. Із закону Гука при розтяганні – стисканні визначаємо співвідношення між зусиллями у стрижнях конструкції:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot \ell_1}{E \cdot F_1} = \frac{N_1 \cdot \ell_1}{2 \cdot E \cdot F}; \quad (15)$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot \ell_2}{E \cdot F_2} = \frac{N_2 \cdot \ell_2}{E \cdot F}. \quad (16)$$

Підставивши вирази (15) і (16) у вираз (14), маємо:

$$\frac{N_2 \cdot \ell_2}{E \cdot F} = 3,125 \cdot \frac{N_1 \cdot \ell_1}{2 \cdot E \cdot F},$$

або після перетворень і з урахуванням значень $\ell_1 = 5\text{ м}$ та $\ell_2 = 4\text{ м}$:

$$N_2 = 3,125 \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{2} N_1 = 1,953 \cdot N_1.$$

7.5 Задача 1 контрольної роботи 2

Умова задачі: побудувати епюри внутрішніх зусиль для балки (див. рис. 1). Прийняти: $q = 10 \text{ кН/м}$; $P = 18 \text{ кН}$; $M = 16 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $a = 2 \text{ м}$; $b = 3 \text{ м}$; $c = 1 \text{ м}$; $d = 2 \text{ м}$.

Розв'язання задачі

1. Зображуємо розрахункову схему (див. рис. 2).
2. Визначаємо опорні реакції (див. пункт 3 задачі 9.1): $y_A = 8 \text{ кН}$; $z_A = 0$; $R_B = 30 \text{ кН}$.
3. Помічаємо на розрахунковій схемі характерні перерізи балки (рис. 9,а).

4. Визначаємо поперечні сили (Q) у характерних перерізах:

$$\begin{aligned} Q_1 &= y_A = 8 \text{ кН}; & Q_2 &= Q_1 - q \cdot 2 = 8 - 10 \cdot 2 = 8 - 20 = -12 \text{ кН}; \\ Q_3 &= Q_4 = Q_5 = Q_2 = -12 \text{ кН}; & Q_6 &= Q_5 + R_B = -12 + 30 = 18 \text{ кН}; \\ Q_7 &= Q_6 = 18 \text{ кН}. \end{aligned}$$

5. Будуємо епюру поперечних сил (рис. 9,б).

У перерізі D еюра Q перетинає базу. Параметр ℓ_D визначаємо із умови: $Q_D = y_A - q \cdot \ell_D = 0$. Звідси: $\ell_D = y_A / q = 8 / 10 = 0,8$ м.

6. Визначаємо згинальні моменти (M) у характерних перерізах:

$$M_1 = 0; M_2 = y_A \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 = 8 \cdot 2 - 20 = 16 - 20 = -4 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = y_A \cdot 5 - q \cdot 2 \cdot 4 = 8 \cdot 5 - 10 \cdot 2 \cdot 4 = 40 - 80 = -40 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_4 = M_3 + M = -40 + 16 = -24 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_5 = M_6 = y_A \cdot 6 - q \cdot 2 \cdot 5 +$$

$$+ M = 8 \cdot 6 - 10 \cdot 2 \cdot 5 + 16 = 48 - 100 + 16 = -36 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_7 = 0;$$

$$M_D = y_A \cdot \ell_D - q \cdot \ell_D \cdot \ell_D / 2 = 8 \cdot 0,8 - 10 \cdot 0,8 \cdot 0,8 / 2 = 6,4 - 3,2 = 3,2 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

7. Будуємо епюру згинальних моментів (рис. 9,в).

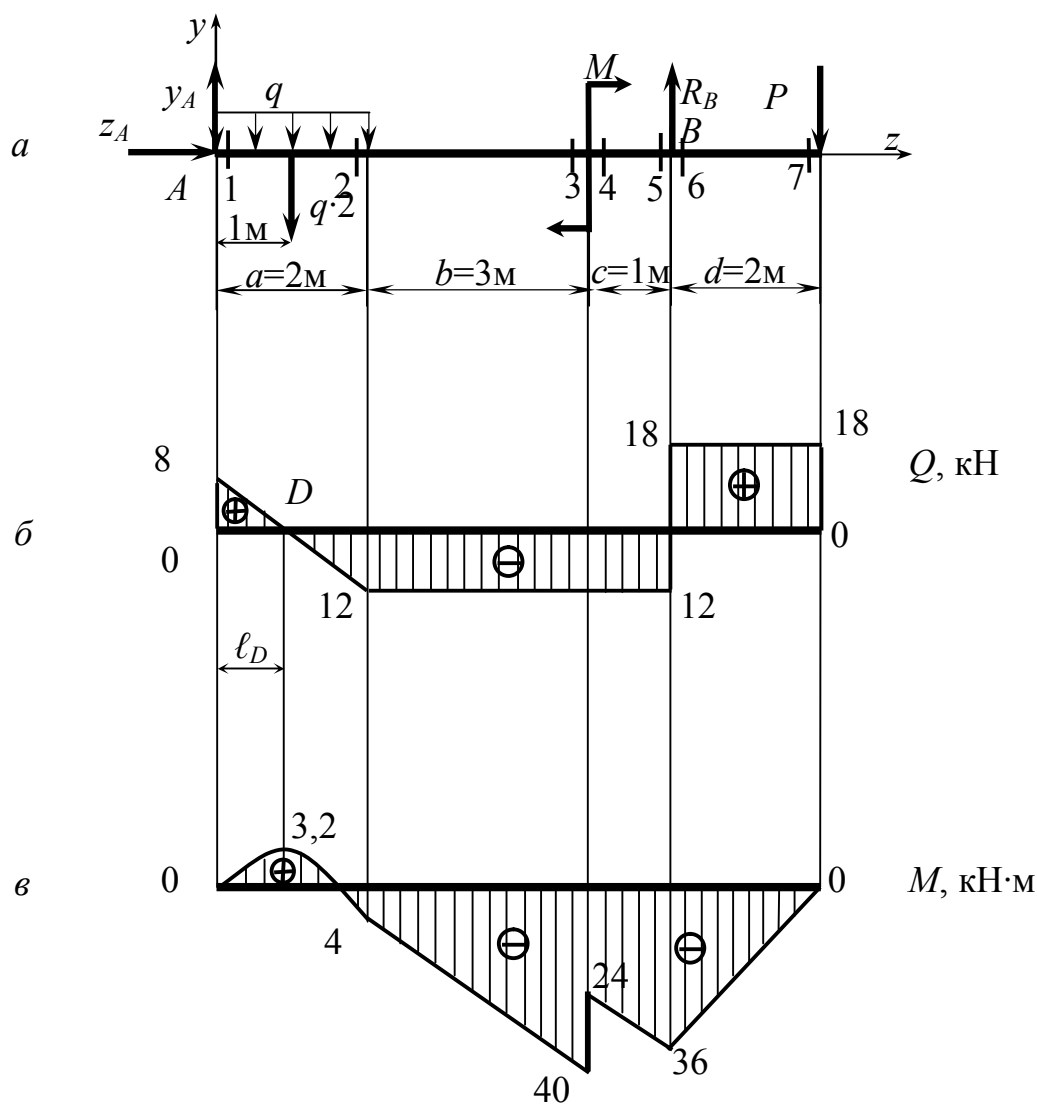


Рисунок 9

8. Перевіримо правильність побудованих епюр, “рухаючись” у протилежному напрямку:

$$\begin{aligned}
Q_7 = Q_6 = P = 18 \text{ кН}; \quad Q_5 = Q_4 = Q_3 = Q_2 = Q_6 - R_B = 18 - 30 = \\
= -12 \text{ кН}; \quad Q_1 = Q_2 + q \cdot 2 = -12 + 10 \cdot 2 = -12 + 20 = 8 \text{ кН}. \\
M_7 = 0; \quad M_6 = M_5 = P \cdot 2 = -18 \cdot 2 = -36 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_4 = -P \cdot 3 + R_B \cdot 1 = \\
= -18 \cdot 3 + 30 \cdot 1 = -54 + 30 = -24 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_3 = M_4 - M = -24 - 16 = \\
= -40 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_2 = -P \cdot 6 + R_B \cdot 4 - M = -18 \cdot 6 + 30 \cdot 4 - 16 = \\
= -108 + 120 - 16 = -4 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_1 = 0; \quad M_D = -P \cdot (8 - \ell_D) + \\
+ R_B \cdot (6 - \ell_D) - M - q \cdot (2 - \ell_D) \cdot (2 - \ell_D) / 2 = -18 \cdot (8 - 0,8) + \\
+ 30 \cdot (6 - 0,8) - 16 - 10 \cdot (2 - 0,8) \cdot (2 - 0,8) / 2 = -129,6 + 156 - 16 - \\
- 7,2 = 3,2 \text{ кН} \cdot \text{м}.
\end{aligned}$$

Як бачимо, результати “ прямої ” і “ зворотної ” побудов обох епюр повністю співпадають, що свідчить про їх правильність.

7.6 Задача 2 контрольної роботи 2

Умова задачі: побудувати епюри внутрішніх зусиль для рами (див. рис. 3). Прийняти: $q = 10 \text{ кН/м}$; $P = 18 \text{ кН}$; $M = 16 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $a = 2 \text{ м}$; $b = 3 \text{ м}$; $c = 1 \text{ м}$.

Розв'язання задачі

1. Зображуємо розрахункову схему (див. рис. 4).
2. Визначаємо опорні реакції (див. пункт 3 задачі 7.2): $R_A = 50 \text{ кН}$; $z_B = 0$; $y_B = -12 \text{ кН}$, $y'_B = 12 \text{ кН}$.
3. Помічаємо на розрахунковій схемі характерні перерізи рами (рис. 10).

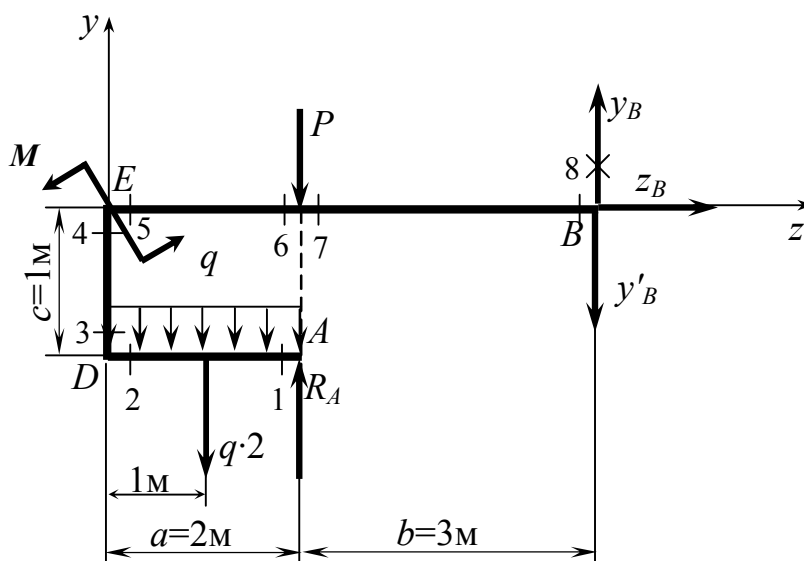


Рисунок 10

4. Визначаємо подовжні сили (N) в кожному з характерних перерізів:

$$N_1 = N_2 = 0; N_3 = N_4 = -R_A + q \cdot 2 = -50 + 10 \cdot 2 = -50 + 20 = -30 \text{ кН}; N_5 = N_6 = N_7 = N_8 = 0.$$

5. Будуємо епюру N (рис. 11).

6. Визначаємо поперечні сили (Q) в характерних перерізах рами:

$$Q_1 = -R_A = -50 \text{ кН}; Q_2 = -R_A + q \cdot 2 = -50 + 10 \cdot 2 = -30 \text{ кН}; Q_3 = Q_4 = 0; Q_5 = Q_6 = y'_B + P = 12 + 18 = 30 \text{ кН}; Q_7 = Q_8 = y'_B = 12 \text{ кН}.$$

7. Будуємо епюру Q (рис. 12).

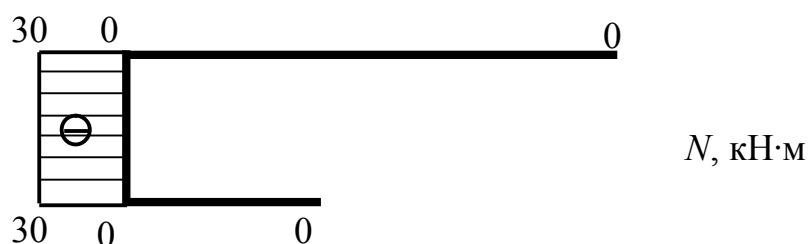


Рисунок 11

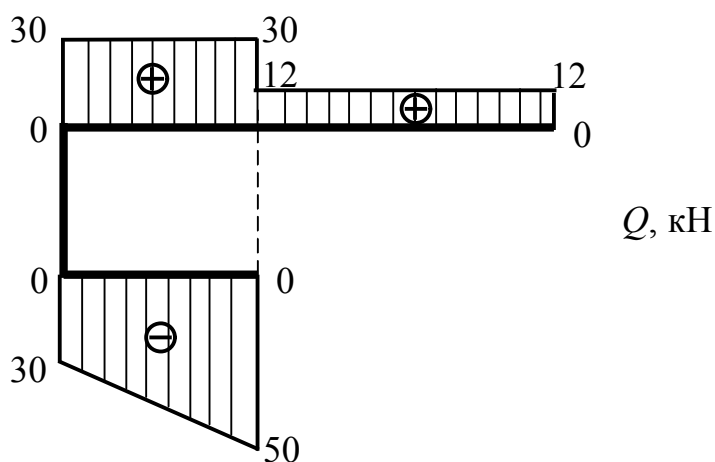


Рисунок 12

8. Визначаємо (за модулем) величини згинальних моментів (M) в характерних перерізах рами:

$$M_1 = 0; M_2 = M_3 = M_4 = R_A \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 = 50 \cdot 2 - 10 \cdot 2 \cdot 1 = 100 - 20 = 80 \text{ кН·м}; M_5 = M_4 + M = 80 + 16 = 96 \text{ кН·м}; M_6 = M_7 = y'_B \cdot 3 = 12 \cdot 3 = 36 \text{ кН·м}; M_8 = 0.$$

9. Будуємо епюру M (рис. 13).

При побудові цієї епюри визначені величини M відкладаються від бази з боку стиснутих волокон.

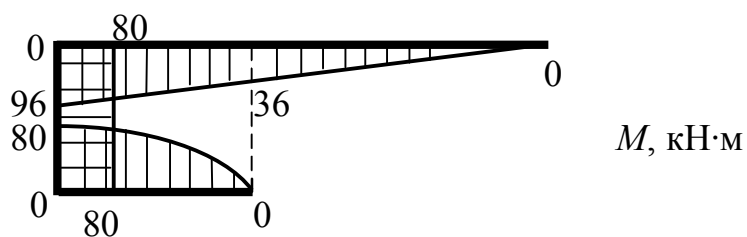


Рисунок 13

10. Аналізуючи рівновагу вузлів рами, перевіряємо правильність побудови епюр.

Вузол D :

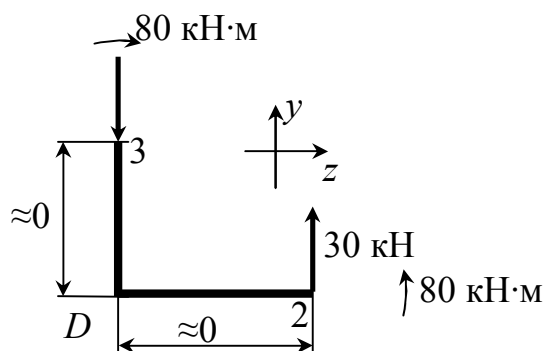


Рисунок 14

$$\begin{cases} \sum P_y = -30 + 30 = 0; \\ \sum P_z = 0; \\ \sum m_D = 80 + 30 \cdot 0 - 80 = 0. \end{cases}$$

Вузол E :

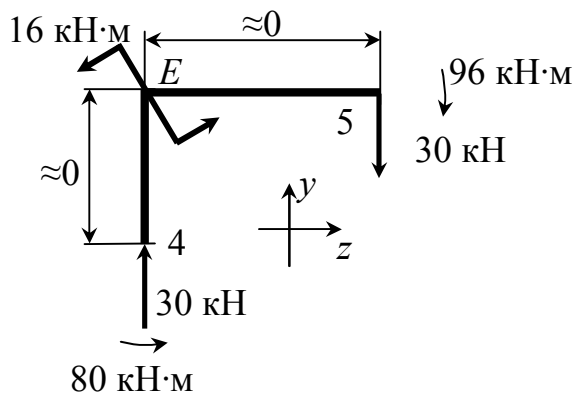


Рисунок 15

$$\begin{cases} \sum P_y = -30 + 30 = 0; \\ \sum P_z = 0; \\ \sum m_E = 80 + 16 - 96 - 30 \cdot 0 = 0. \end{cases}$$

Як бачимо, обидва вузли рами перебувають в рівновазі. Це означає, що всі епюри побудовані правильно.

7.7 Задача контрольної роботи 3 (варіант 1)

Умова задачі: для заданої сталеві балки (рис. 16) побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо $[\sigma] = 160$ МПа. Визначити переміщення точки K . Прийняти: $q = 10$ кН/м; $P = 18$ кН; $M = 16$ кН·м; $a = 2$ м; $b = 3$ м; $c = 1$ м; $d = 2$ м.

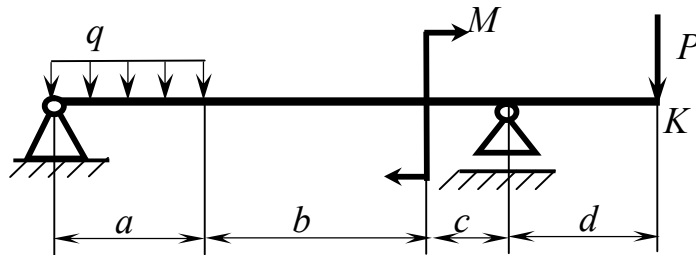


Рисунок 16

Розв'язання задачі

1. Визначаємо опорні реакції балки (див. рис. 2 і пункт 3 задачі 7.1):
 $y_A = 8$ кН; $z_A = 0$; $R_B = 30$ кН.
2. Будуємо епюри поперечних сил і згинальних моментів (див. рис. 9).
3. Визначаємо потрібний момент опору перерізу балки (W_x) і відповідний номер двотавра:

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{40 \cdot 10^6}{160} = 250000 \text{ мм}^3 = 250 \text{ см}^3.$$

Із сортаменту (див. додаток А) вибираємо двотавр 22а, у якого $W_x = 254 \text{ см}^3$; $J_x = 2790 \text{ см}^4$.

4. У точці K навантаженої балки згідно з методом Мора прикладаємо вертикальну одиничну силу $\bar{P} = 1$, визначаємо відповідні опорні реакції і будуємо епюру згинальних моментів \bar{M} (рис. 17):

$$\begin{cases} \sum m_B = \bar{y}_A \cdot 6 - \bar{P} \cdot 2 = 0; & (17) \\ \sum m_A = \bar{R}_B \cdot 6 - \bar{P} \cdot 8 = 0; & (18) \\ \sum P_z = \bar{z}_A = 0. & (19) \end{cases}$$

Із рівняння (17): $\bar{y}_A = \frac{\bar{P} \cdot 2}{6} = \frac{1 \cdot 2}{6} = \frac{1}{3}$.

Із рівняння (18): $\bar{R}_B = \frac{\bar{P} \cdot 8}{6} = \frac{1 \cdot 8}{6} = \frac{4}{3}$.

Із рівняння (19): $\bar{z}_A = 0$.

Перевірка: $\sum P_y = -\bar{y}_A + \bar{R}_B - \bar{P} = -\frac{1}{3} + \frac{4}{3} - 1 = 0$.

Реакції знайдені вірно.

Еюра \bar{M} :

$$\begin{aligned} M_1 = 0; \quad M_2 = -\bar{y}_A \cdot 2 = -\frac{1}{3} \cdot 2 = -0,667 \text{ м}; \quad M_3 = M_4 = -\bar{y}_A \cdot 5 = \\ = -\frac{1}{3} \cdot 5 = -1,667 \text{ м}; \quad M_5 = M_6 = -\bar{y}_A \cdot 6 = -\frac{1}{3} \cdot 6 = -2 \text{ м}; \quad M_7 = 0. \end{aligned}$$

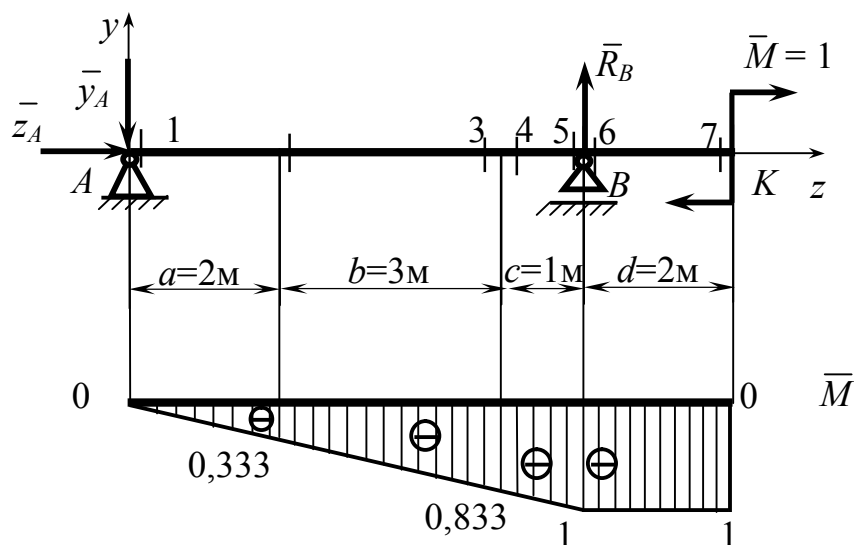


Рисунок 17

5. Переміщення точки K балки визначаємо за формулою крайніх ординат (додаток Б), “перемножуючи” епюру M (див. рис. 9,в) і епюру \bar{M} (див. рис. 17), які для зручності зображені разом на рисунку 18:

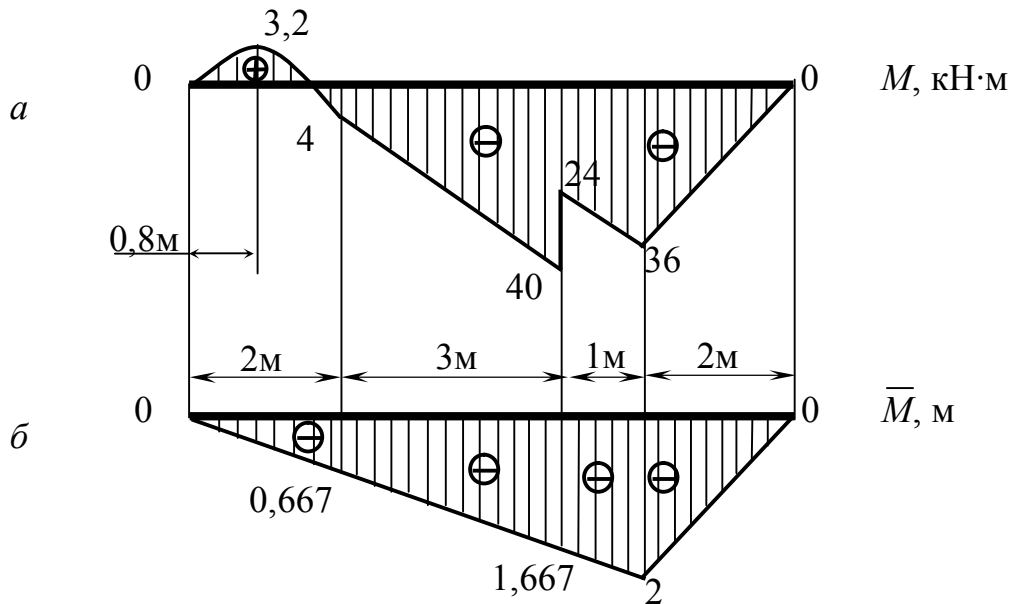


Рисунок 18

$$\begin{aligned}
 \delta_K &= M \times \bar{M} = \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-4) \cdot (-0,667) + 0 \cdot (-0,667) + (-4) \cdot 0] + \\
 &+ \frac{10 \cdot 2^3}{24E \cdot J_x} \cdot (0 - 0,667) + \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-4) \cdot (-0,667) + 2 \cdot (-40) \cdot (-1,667) + \\
 &+ (-4) \cdot (-1,667) + (-40) \cdot (-0,667)] + \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-24) \cdot (-1,667) + \\
 &+ 2 \cdot (-36) \cdot (-2) + (-24) \cdot (-2) + (-36) \cdot (-1,667)] + \\
 &+ \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-36) \cdot (-2) + 2 \cdot 0 \cdot 0 + (-36) \cdot 0 + 0 \cdot (-2)] = \frac{1277,564}{6E \cdot J_x} = \\
 &= \frac{1277,564 \cdot 10^{12}}{6 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 2790 \cdot 10^4} = 38,159 \text{ мм}.
 \end{aligned}$$

Результат є додатним, а це означає, що переміщення відбувається за напрямком одиничної сили, тобто вниз.

7.8 Задача контрольної роботи 3 (варіант 2)

Умова задачі: для заданої сталевий балки (див. рис. 16) побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. Визначити кут повороту перерізу K . Прийняти: $q = 10 \text{ кН/м}$; $P = 18 \text{ кН}$; $M = 16 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $a = 2 \text{ м}$; $b = 3 \text{ м}$; $c = 1 \text{ м}$; $d = 2 \text{ м}$.

Розв'язання задачі

1. Визначаємо опорні реакції балки (див. рис. 2 і пункт 3 задачі 7.1):
 $y_A = 8 \text{ кН}$; $z_A = 0$; $R_B = 30 \text{ кН}$.
2. Будуємо епюри поперечних сил і згинальних моментів (див. рис. 9).
3. Визначаємо потрібний номер двотавра (див. пункт 3 задачі 9.6): це двотавр 22а, у якого $W_x = 254 \text{ см}^3$; $J_x = 2790 \text{ см}^4$.
4. У точці К ненавантаженої балки згідно з методом Мора прикладаємо одиничний момент $\bar{M} = 1$, визначаємо відповідні опорні реакції і будуємо епюру згинальних моментів (рис. 19):

$$\begin{cases} \sum m_B = \bar{y}_A \cdot 6 - \bar{M} = 0; & (20) \\ \sum m_A = \bar{R}_B \cdot 6 - \bar{M} = 0; & (21) \\ \sum P_z = 0. & (22) \end{cases}$$

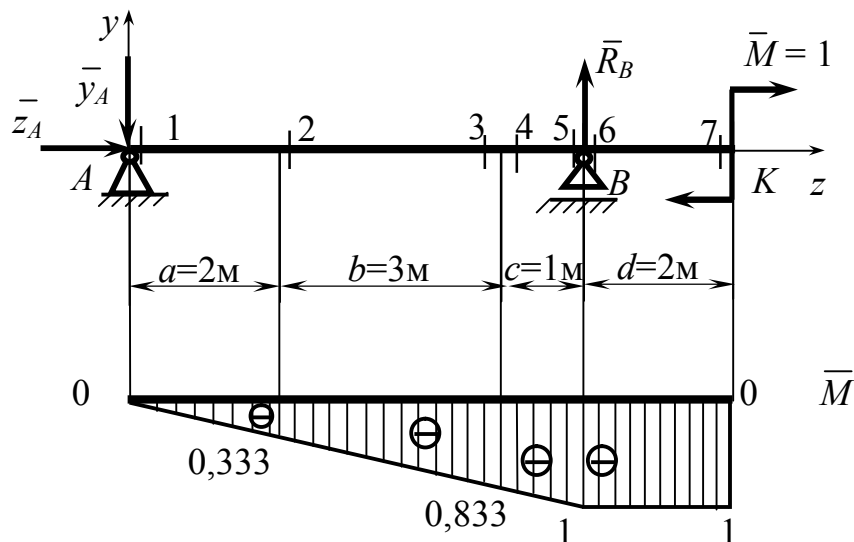


Рисунок 19

Із рівняння (20): $\bar{y}_A = \frac{\bar{M}}{6} = \frac{1}{6} \text{ м}^{-1}$.

Із рівняння (21): $\bar{R}_B = \frac{\bar{M}}{6} = \frac{1}{6} \text{ м}^{-1}$.

Із рівняння (22): $\bar{z}_A = 0$.

Перевірка: $\sum P_y = -\bar{y}_A + \bar{R}_B = -\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 0$.

Реакції знайдені вірно.

Епюра \bar{M} :

$$M_1 = 0; M_2 = -\bar{y}_A \cdot 2 = -\frac{1}{6} \cdot 2 = -0,333;$$

$$M_3 = M_4 = -\bar{y}_A \cdot 5 = -\frac{1}{6} \cdot 5 = -0,833;$$

$$M_5 = M_6 = -\bar{y}_A \cdot 6 = -\frac{1}{6} \cdot 6 = -1;$$

$$M_7 = -\bar{y}_A \cdot 8 + \bar{R}_B \cdot 2 = -\frac{1}{6} \cdot 8 + \frac{1}{6} \cdot 2 = -1.$$

5. Кут повороту перерізу K балки визначаємо за формулою крайніх ординат (див. додаток B), “перемножуючи” епюру M (див. рис. 9,в) і епюру \bar{M} (див. рис. 19), які для зручності показані разом на рисунку 20:

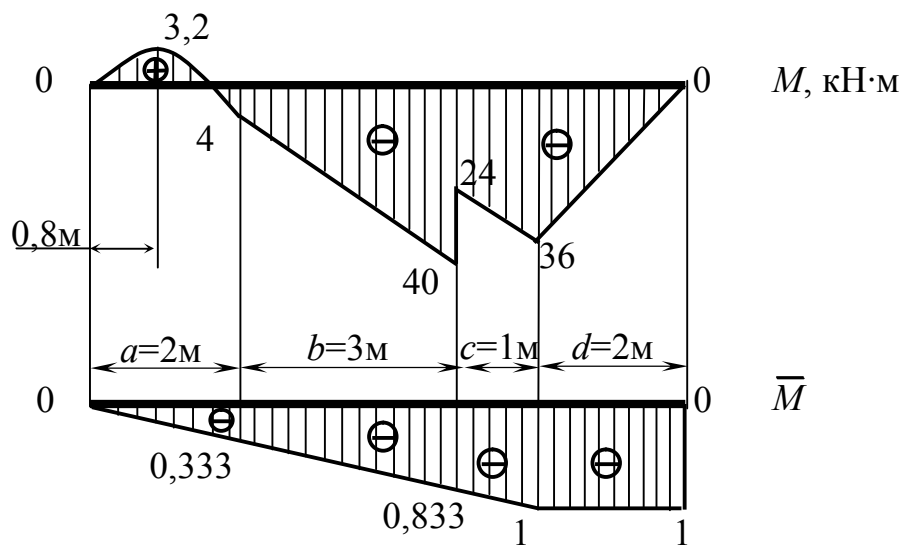


Рисунок 20

$$\begin{aligned} \theta_K = M \times \bar{M} = & \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-4) \cdot (-0,333) + 0 \cdot (-0,333) + \\ & + (-4) \cdot 0] + \frac{10 \cdot 2^3}{24E \cdot J_x} \cdot (0 - 0,333) + \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-4) \cdot (-0,333) + \\ & + 2 \cdot (-40) \cdot (-0,833) + (-4) \cdot (-0,833) + (-40) \cdot (-0,333)] + \\ & + \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-24) \cdot (-0,833) + 2 \cdot (-36) \cdot (-1) + (-24) \cdot (-1) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (-36) \cdot (-0,833)] + \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-36) \cdot (-1) + 2 \cdot 0 \cdot (-1) + \\
& + (-36) \cdot (-1) + 0 \cdot (-1)] = \frac{638,508}{6E \cdot J_x} = \frac{638,508 \cdot 10^9}{6 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 2790 \cdot 10^4} = \\
& = 0,019 \text{ рад.} = 1,089 \text{ град.}
\end{aligned}$$

Результат є додатним: переміщення відбувається за напрямком одиничного моменту, тобто за напрямком руху годинникової стрілки.

7.9 Задача 1 контрольної роботи 4 (варіант 1)

Умова задачі: розкрити статичну невизначеність балки (рис. 21).
 Прийняти: $q = 10 \text{ кН/м}$; $P = 18 \text{ кН}$; $M = 16 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $a = 2 \text{ м}$; $b = 3 \text{ м}$;
 $c = 1 \text{ м}$; $d = 2 \text{ м}$.

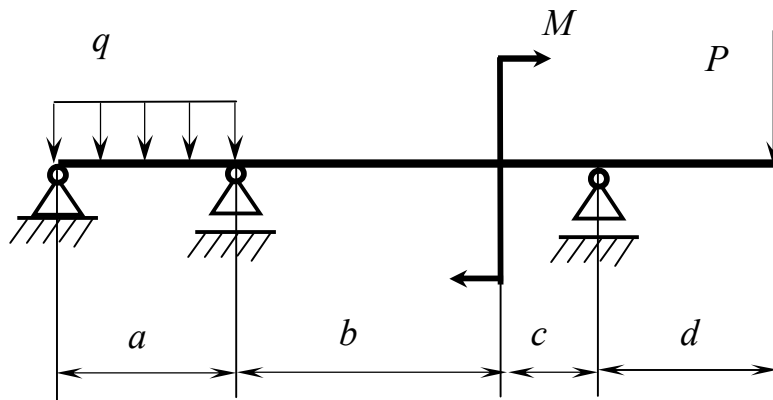


Рисунок 21

Розв'язання задачі

1. Визначаємо ступінь статичної невизначеності балки (рис. 22,а), тобто різницю між кількістю реакцій і кількістю рівнянь рівноваги:

$$n = 4 - 3 = 1.$$

У балки одна “зайва” реакція.

2. Для визначеності “зайвої” реакції приймаємо основну систему у вигляді балки з врізаним шарніром над проміжною опорою B (рис. 22,б).

3. Завантажуємо основну систему заданим навантаженням і невідомим моментом X_1 у врізаному шарнірі, отримуємо еквівалентну систему (рис. 22,в).

4. Визначаємо реакції основної системи від дії на неї заданого навантаження (рис. 22,г).

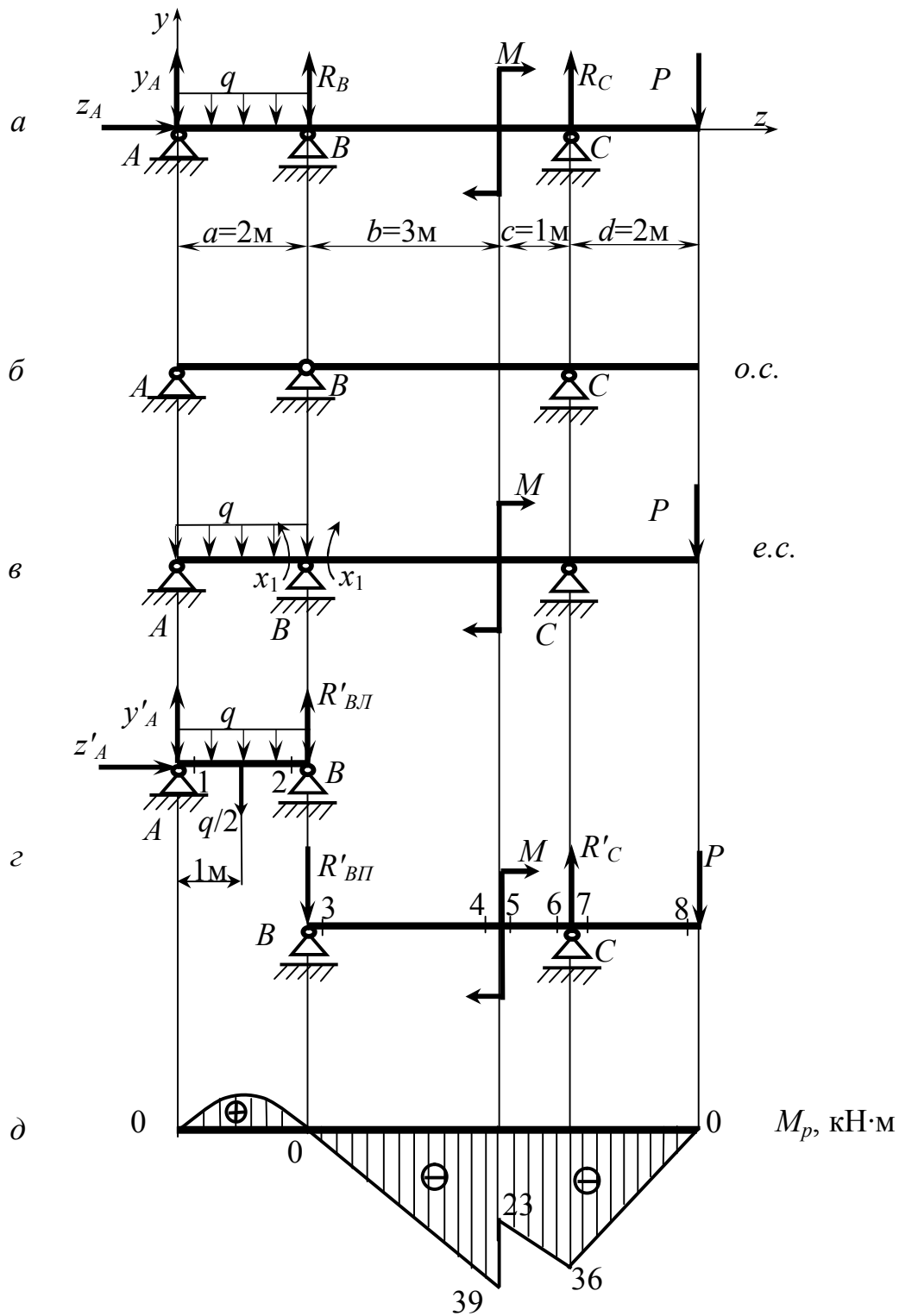


Рисунок 22

Ліва частина (AB):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum m_B = -y'_A \cdot 2 + q \cdot 2 \cdot 1 = 0; \end{array} \right. \quad (23)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum m_A = R'_{BП} \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 = 0; \end{array} \right. \quad (24)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum P_z = z'_A = 0. \end{array} \right. \quad (25)$$

$$\text{Із рівняння (23): } y'_A = \frac{q \cdot 2 \cdot 1}{2} = \frac{10 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 10 \text{ кН.}$$

$$\text{Із рівняння (24): } R'_{BII} = \frac{q \cdot 2 \cdot 1}{2} = \frac{10 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 10 \text{ кН.}$$

$$\text{Із рівняння (25): } z'_A = 0.$$

$$\text{Перевірка: } \sum P_y = y'_A + R'_{BII} - q \cdot 2 = 10 + 10 - 10 \cdot 2 = 0.$$

Реакції визначені вірно.

Права частина (BC):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum m_C = -R'_{BII} \cdot 4 - M - P \cdot 2 = 0; \\ \sum m_B = -M + R'_C \cdot 4 - P \cdot 6 = 0. \end{array} \right. \quad (26)$$

$$\quad (27)$$

$$\text{Із рівняння (26): } R'_{BII} = \frac{1}{4} \cdot (-M - P \cdot 2) = \frac{1}{4} \cdot (-16 - 18 \cdot 2) = -13 \text{ кН.}$$

$$\text{Із рівняння (27): } R'_C = \frac{1}{4} \cdot (M + P \cdot 6) = \frac{1}{4} \cdot (16 + 18 \cdot 6) = 31 \text{ кН.}$$

$$\text{Перевірка: } \sum P_y = R'_{BII} + R'_C - P = -13 + 31 - 18 = 0.$$

Реакції визначені вірно.

5. Будуємо епюру M_P , тобто епюру згинальних моментів основної системи від дії на неї заданого навантаження (рис. 22,д):

$$M_1 = M_2 = M_3 = M_8 = 0; M_4 = R'_{BII} \cdot 3 = -13 \cdot 3 = -39 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_5 = M_4 + M = -39 + 16 = -23 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_6 = M_7 = R'_{BII} \cdot 4 +$$

$$+ M = -13 \cdot 4 + 16 = -36 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Слід зауважити, що при даній схемі балки визначення реакцій y'_A та R'_{BII} при побудові епюри M_P не є обов'язковим, бо значення згинальних моментів у перерізах 1 і 2, які розташовані біля опор A і B , явно дорівнюють нулю, а екстремальне значення згинального моменту на ділянці AB для подальшого розрахунку не потрібне.

6. Визначаємо опорні реакції основної системи від дії на неї одиничних моментів $\bar{X}_1 = 1$ (рис. 23,а).

Ліва частина (AB):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum m_B = -\bar{y}_A \cdot 2 + \bar{X}_1 = 0; \\ \sum m_A = -\bar{R}_{BII} \cdot 2 + \bar{X}_1 = 0; \\ \sum P_z = \bar{z}_A = 0. \end{array} \right. \quad (28)$$

$$\quad (29)$$

$$\quad (30)$$

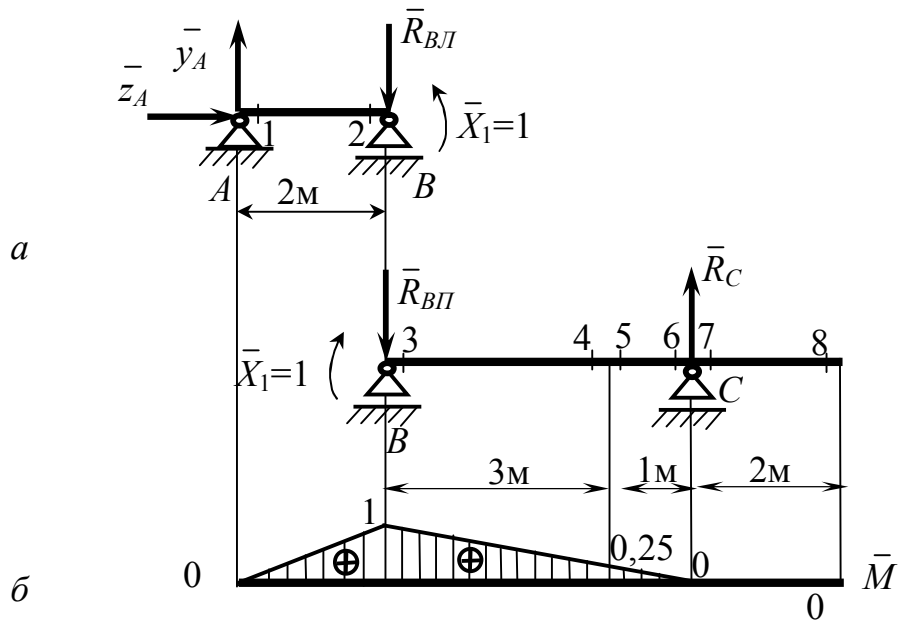


Рисунок 23

Із рівняння (28): $\bar{y}_A = \frac{\bar{X}_1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ м}^{-1}$.

Із рівняння (29): $\bar{R}_{B/II} = \frac{\bar{X}_1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ м}^{-1}$.

Із рівняння (30): $\bar{z}_A = 0$.

Перевірка: $\sum P_y = \bar{y}_A - \bar{R}_{B/II} = 0,5 - 0,5 = 0$.

Реакції визначені вірно.

Права частина (BC):

$$\begin{cases} \sum m_C = -\bar{X}_1 + \bar{R}_{B/II} \cdot 4 = 0; & (31) \\ \sum m_B = -\bar{X}_1 + \bar{R}_C \cdot 4 = 0. & (32) \end{cases}$$

Із рівняння (31): $\bar{R}_{B/II} = \frac{\bar{X}_1}{4} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ м}^{-1}$.

Із рівняння (32): $\bar{R}_C = \frac{\bar{X}_1}{4} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ м}^{-1}$.

Перевірка: $\sum P_y = -\bar{R}_{B/II} + \bar{R}_C = -0,25 + 0,25 = 0$.

Реакції визначені вірно.

7. Будуємо епюру \bar{M} , тобто епюру згинальних моментів основної системи від дії на неї одиничних моментів $\bar{X}_1 = 1$ (рис. 23,б):

$$\begin{aligned} M_1 &= 0; M_2 = \bar{y}_A \cdot 2 = 0,5 \cdot 2 = 1; M_3 = \bar{X}_1 = 1; M_4 = M_5 = \bar{X}_1 - \bar{R}_{B/II} \cdot 3 = \\ &= 1 - 0,25 \cdot 3 = 0,25; M_6 = M_7 = \bar{X}_1 - \bar{R}_{B/II} \cdot 4 = 1 - 0,25 \cdot 4 = 0; \\ M_8 &= \bar{X}_1 - \bar{R}_{B/II} \cdot 6 + \bar{R}_C \cdot 2 = 1 - 0,25 \cdot 6 + 0,25 \cdot 2 = 1 - 1,5 + 0,5 = 0. \end{aligned}$$

8. Значення X_I визначаємо з канонічного рівняння методу сил:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0. \quad (33)$$

9. Коефіцієнти канонічного рівняння визначаємо за формулою крайніх ординат (див. додаток Б):

$$\begin{aligned} \delta_{11} = \bar{M} \times \bar{M} &= \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0) + \\ &+ \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0,25 \cdot 0,25 + 1 \cdot 0,25 + 0,25 \cdot 1) + \\ &+ \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 0,25 \cdot 0,25 + 2 \cdot 0 \cdot 0 + 0,25 \cdot 0 + 0 \cdot 0,25) = \frac{12}{6E \cdot J_x}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{1P} = M_P \times \bar{M} &= \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0) + \\ &+ \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot 0 \cdot 1 + 2 \cdot (-39) \cdot 0,25 + 0 \cdot 0,25 + (-39) \cdot 1] + \\ &+ \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-23) \cdot 0,25 + 2 \cdot (-36) \cdot 0 + (-23) \cdot 0 + (-36) \cdot 0,25] = \\ &= -\frac{176}{6E \cdot J_x}. \end{aligned}$$

10. Визначаємо X_I :

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{176}{6E \cdot J_x} : \frac{12}{6E \cdot J_x} = \frac{176}{12} = 14,667 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

7.10 Задача 1 контрольної роботи 4 (варіант 2)

Умова задачі: розкрити статичну невизначеність балки (рис. 24).
Прийняти: $q = 10 \text{ кН/м}$; $P = 18 \text{ кН}$; $M = 16 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $a = 2 \text{ м}$; $b = 3 \text{ м}$; ;
 $c = 1 \text{ м}$; $d = 2 \text{ м}$.

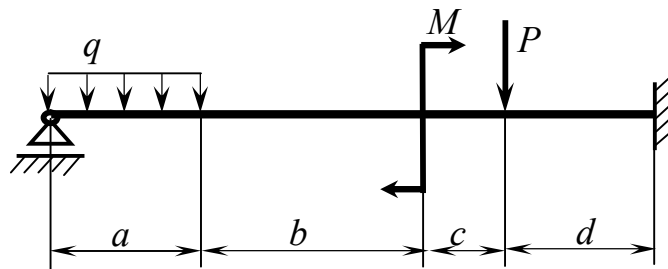


Рисунок 24

Розв'язання задачі

1. Визначаємо ступінь статичної невизначеності балки (рис. 25,а), тобто різницю між кількістю реакцій і кількістю рівнянь рівноваги:

$$n = 4 - 3 = 1.$$

У балки одна “зайва” реакція.

2. Для визначення “зайвої” реакції приймаємо основну систему у вигляді балки з жорстким кріпленням (рис. 25,б).

3. Завантажуємо основну систему заданим навантаженням і невідомою реакцією X_1 відкинутої опори B , отримуємо еквівалентну систему (рис. 25,в).

4. Будуємо епюру M_P , тобто епюру згинальних моментів основної системи від дії на неї заданого навантаження (рис. 25, г):

$$\begin{aligned} M_1 &= 0; M_2 = -q \cdot 2 \cdot 1 = -10 \cdot 2 \cdot 1 = -20 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_3 = -q \cdot 2 \cdot 4 = \\ &= -80 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_4 = M_3 + M = -80 + 16 = -64 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_5 = M_6 = \\ &= -q \cdot 2 \cdot 5 + M = -10 \cdot 2 \cdot 5 + 16 = -84 \text{ кН} \cdot \text{м}; \\ M_7 &= -q \cdot 2 \cdot 7 + M - P \cdot 2 = -10 \cdot 2 \cdot 7 + 16 - 18 \cdot 2 = -160 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

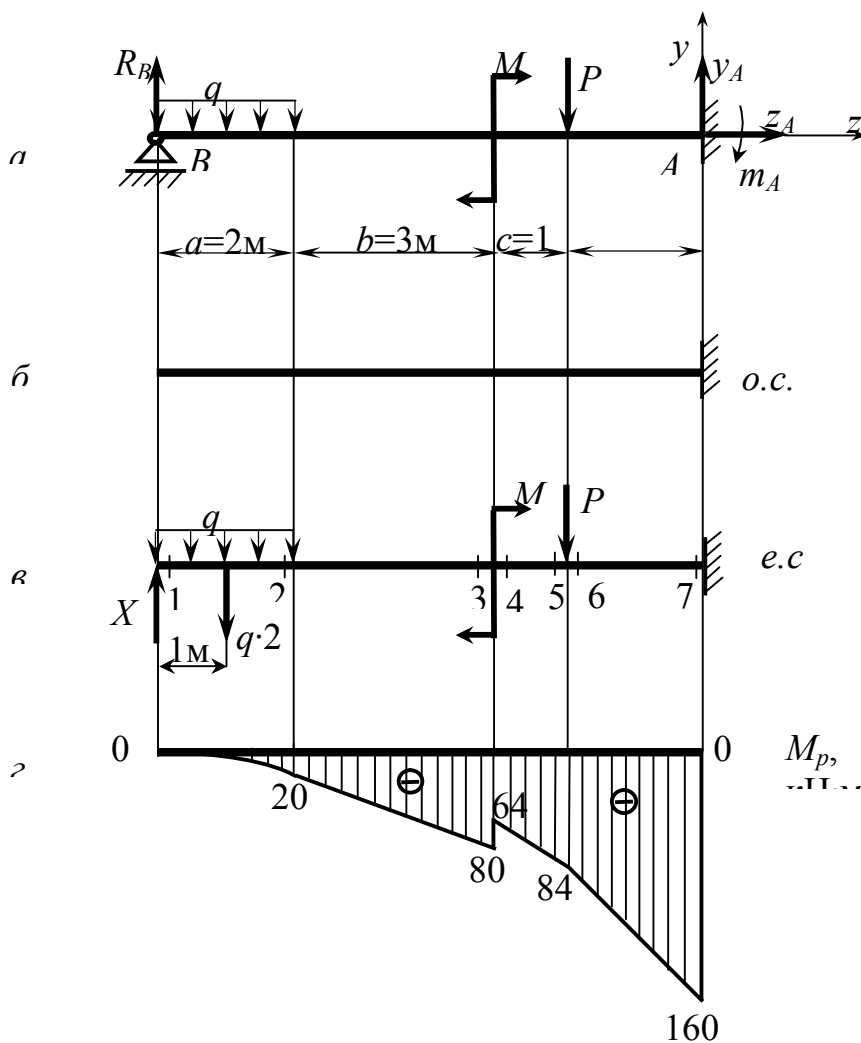


Рисунок 25

5. Будуємо епюру \bar{M} , тобто епюру згинальних моментів основної системи від дії на неї одиничної сили $\bar{X}_1 = 1$ (рис. 26):

$$M_1 = 0; M_2 = \bar{X}_1 \cdot 2 = 1 \cdot 2 = 2 \text{ м}; M_3 = M_4 = \bar{X}_1 \cdot 5 = 1 \cdot 5 = 5 \text{ м};$$

$$M_5 = M_6 = \bar{X}_1 \cdot 6 = 1 \cdot 6 = 6 \text{ м}; M_7 = \bar{X}_1 \cdot 8 = 1 \cdot 8 = 8 \text{ м}.$$

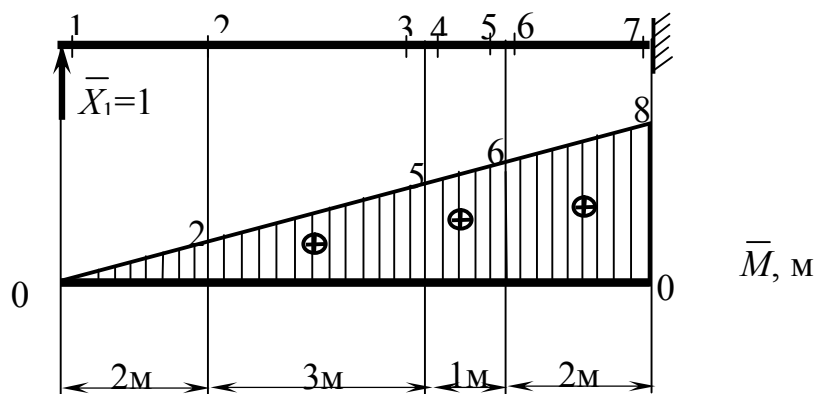


Рисунок 26

6. Значення X_I визначаємо з канонічного рівняння методу сил (33):

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0.$$

7. Коефіцієнти канонічного рівняння визначаємо за формулою крайніх ординат (див. додаток Б):

$$\delta_{11} = \bar{M} \times \bar{M} = \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 2 \cdot 2 + 0 \cdot 2 + 2 \cdot 0) +$$

$$+ \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 5 \cdot 5 + 2 \cdot 5 + 5 \cdot 2) +$$

$$+ \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 5 \cdot 5 + 2 \cdot 6 \cdot 6 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 5) +$$

$$+ \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 6 \cdot 6 + 2 \cdot 8 \cdot 8 + 6 \cdot 8 + 8 \cdot 6) = \frac{1024}{6E \cdot J_x};$$

$$\Delta_{1P} = M_P \times M = \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot (-20) \cdot 2 + 0 \cdot 2 + (-20) \cdot 0] +$$

$$+ \frac{10 \cdot 2^3}{24E \cdot J_x} \cdot (0 + 2) + \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-20) \cdot 2 + 2 \cdot (-80) \cdot 5 + (-20) \cdot 5 +$$

$$+ (-80) \cdot 2] + \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-64) \cdot 5 + 2 \cdot (-84) \cdot 6 + (-64) \cdot 6 + (-84) \cdot 5] +$$

$$+ \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-84) \cdot 6 + 2 \cdot (-160) \cdot 8 + (-84) \cdot 8 + (-160) \cdot 6] = - \frac{16392}{6E \cdot J_x}.$$

8. Визначаємо X_1 :

$$X_1 = - \frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{16392}{6E \cdot J_x} \cdot \frac{1024}{6E \cdot J_x} = \frac{16392}{1024} = 16,008 \text{ кН}.$$

7.11 Задача 2 контрольної роботи 4 (варіант 1)

Умова задачі: розкрити статичну невизначеність рами (рис. 27).

Прийняти: $q = 10 \text{ кН/м}$; $P = 18 \text{ кН}$; $M = 16 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $a = 2 \text{ м}$; $b = 3 \text{ м}$; $c = 1 \text{ м}$.

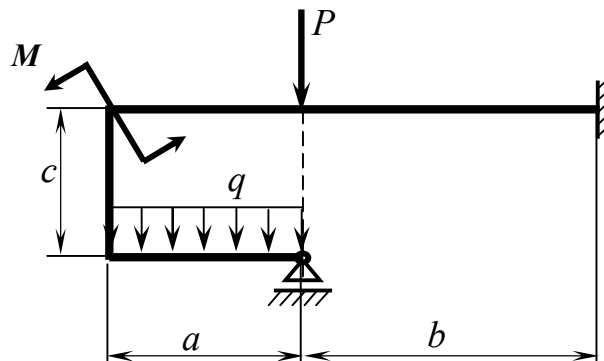


Рисунок 27

Розв'язання задачі

1. Визначаємо ступінь статичної невизначеності рами (рис. 28), тобто різницю між кількістю реакцій і кількістю рівнянь рівноваги:

$$n = 4 - 3 = 1.$$

У рами одна “зайва” реакція.

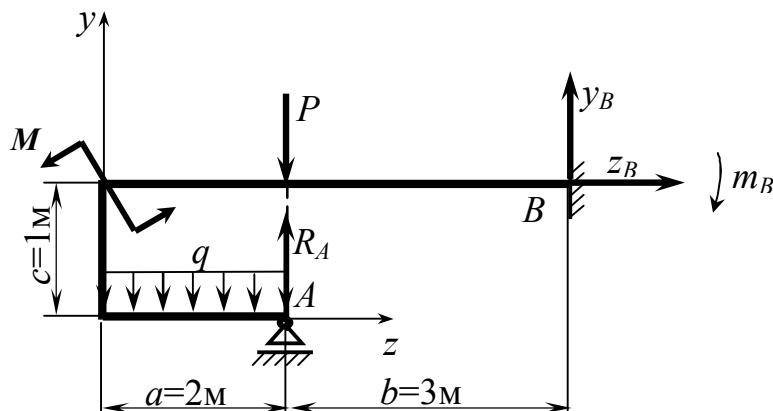


Рисунок 28

2. Для визначення “зайвої” реакції приймаємо основну систему у вигляді рами з відкинутою опорою A (рис. 29).



Рисунок 29

3. Завантажуємо основну систему заданим навантаженням і невідомою реакцією X_1 відкинутої опори, отримуємо еквівалентну систему (рис. 30).

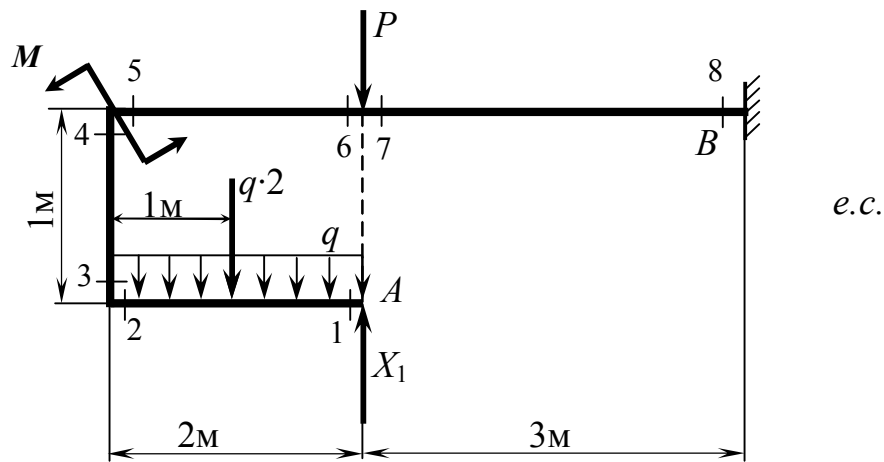


Рисунок 30

4. Будуємо епюру M_p , тобто епюру згинальних моментів основної системи від дії на неї заданого навантаження (рис. 31):

$$M_1 = 0; M_2 = M_3 = M_4 = q \cdot 2 \cdot 1 = 10 \cdot 2 \cdot 1 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_5 = M_4 - M = 20 - 16 = 4 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_6 = M_7 = q \cdot 2 \cdot 1 + M = 10 \cdot 2 \cdot 1 + 16 = 36 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_8 = q \cdot 2 \cdot 4 + M + P \cdot 3 = 10 \cdot 2 \cdot 4 + 16 + 18 \cdot 3 = 150 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

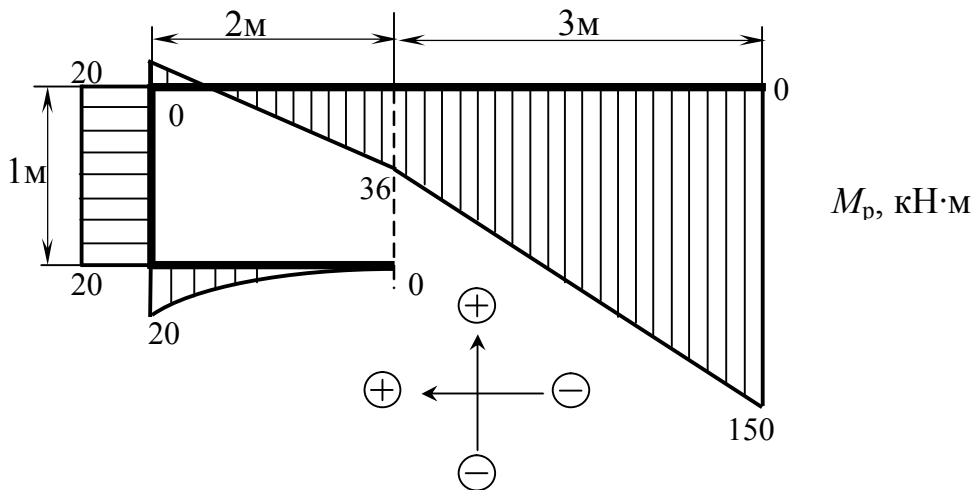


Рисунок 31

Визначені величини згинальних моментів відкладаємо від бази з боку стиснутих волокон.

5. Будуємо епюру \bar{M} , тобто епюру згинальних моментів основної системи від дії на неї одиничної сили $\bar{X}_1 = 1$ (рис. 32):

$$M_1 = 0; M_2 = M_3 = M_4 = M_5 = \bar{X}_1 \cdot 2 = 1 \cdot 2 = 2 \text{ м};$$

$$M_6 = M_7 = 0; M_8 = \bar{X}_1 \cdot 3 = 1 \cdot 3 = 3 \text{ м}.$$

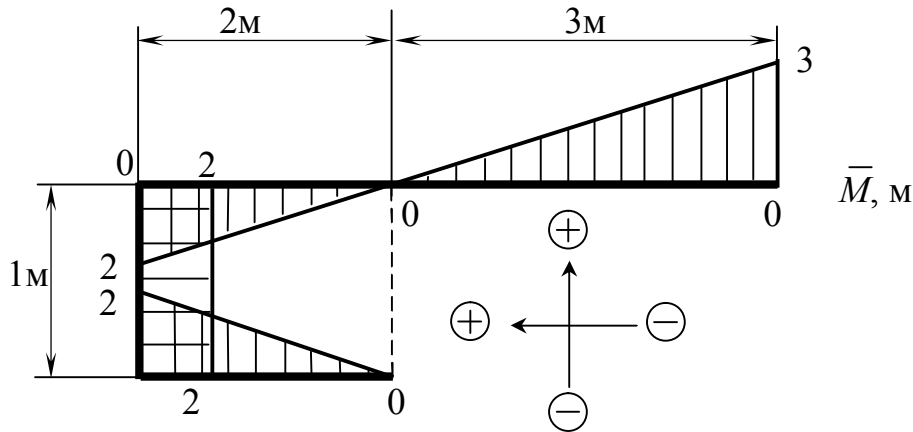


Рисунок 32

6. Значення X_1 визначаємо з канонічного рівняння методу сил (33):

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0.$$

7. Коефіцієнти канонічного рівняння визначаємо за формулою крайніх ординат (див. додаток Б):

$$\delta_{11} = \bar{M} \times \bar{M} = \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 0 \cdot 2) +$$

$$+ \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-2) \cdot (-2) + 2 \cdot (-2) \cdot (-2) + (-2) \cdot (-2) + (-2) \cdot (-2)] +$$

$$+ \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-2) \cdot (-2) + 2 \cdot 0 \cdot 0 + (-2) \cdot 0 + 0 \cdot (-2)] +$$

$$+ \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 3 \cdot 3 + 0 \cdot 3 + 3 \cdot 0) = \frac{110}{6E \cdot J_x};$$

$$\Delta_{1P} = M_P \times \bar{M} = \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-20) \cdot 2 + 2 \cdot 0 \cdot 0 + (-20) \cdot 0 + 0 \cdot 2] +$$

$$+ \frac{10 \cdot 2^3}{24E \cdot J_x} \cdot (2 + 0) + \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot 20 \cdot (-2) + 2 \cdot 20 \cdot (-2) + 20 \cdot (-2) +$$

$$+ 20 \cdot (-2)] + \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot 4 \cdot (-2) + 2 \cdot (-36) \cdot 0 + 4 \cdot 0 + (-36) \cdot (-2)] +$$

$$+ \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-36) \cdot 0 + 2 \cdot (-150) \cdot 3 + (-36) \cdot 3 + (-150) \cdot 0] = -\frac{3272}{6E \cdot J_x}.$$

8. Визначаємо X_I :

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{3272}{6E \cdot J_x} \cdot \frac{110}{6E \cdot J_x} = \frac{3272}{110} = 29,745 \text{ кН}.$$

7.12 Задача 2 контрольної роботи 4 (варіант 2)

Умова задачі: розкрити статичну невизначеність рами (рис. 33).
 Прийняти: $q = 10 \text{ кН/м}$; $P = 18 \text{ кН}$; $M = 16 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $a = 2 \text{ м}$; $b = 3 \text{ м}$; $c = 1 \text{ м}$.

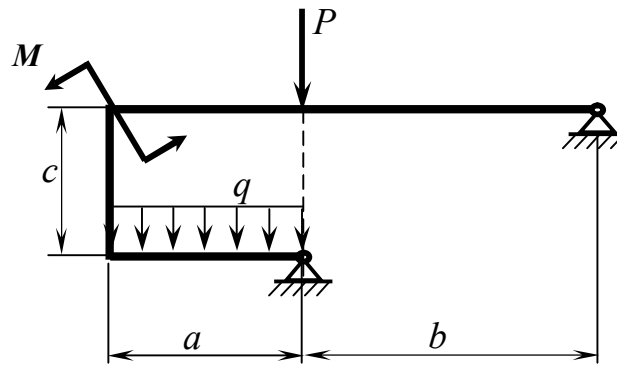


Рисунок 33

Розв'язання задачі

1. Визначаємо ступінь статичної невизначеності рами (рис. 34), тобто різницю між кількістю реакцій і кількістю рівнянь рівноваги: $n = 4 - 3 = 1$. У рами одна “зайва” реакція.

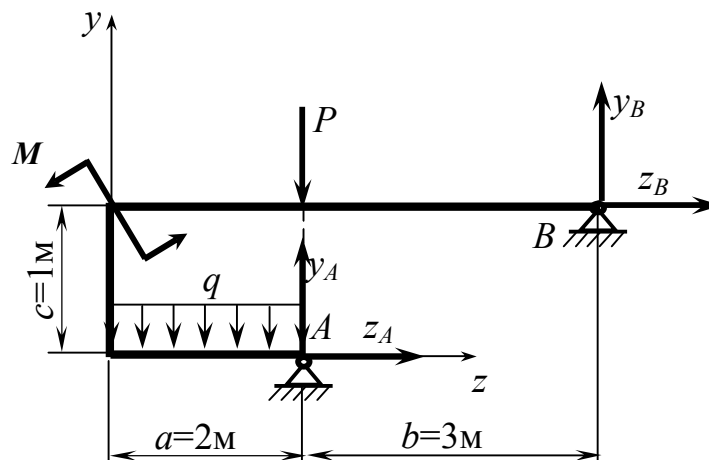


Рисунок 34

2. Для визначення “зайвої” реакції приймаємо основну систему у вигляді рами з перетвореною опорою A (рис. 35).

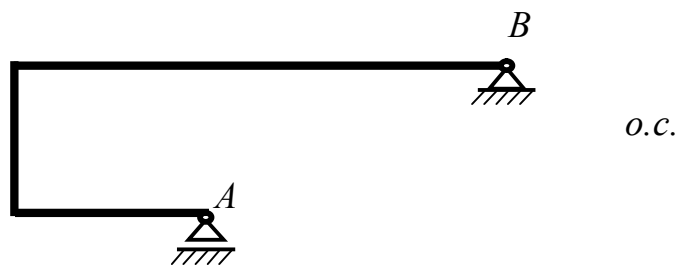


Рисунок 35

3. Завантажуємо основну систему заданим навантаженням і невідомою реакцією X_1 відкинутої в’язі, отримуємо еквівалентну систему (рис. 36).

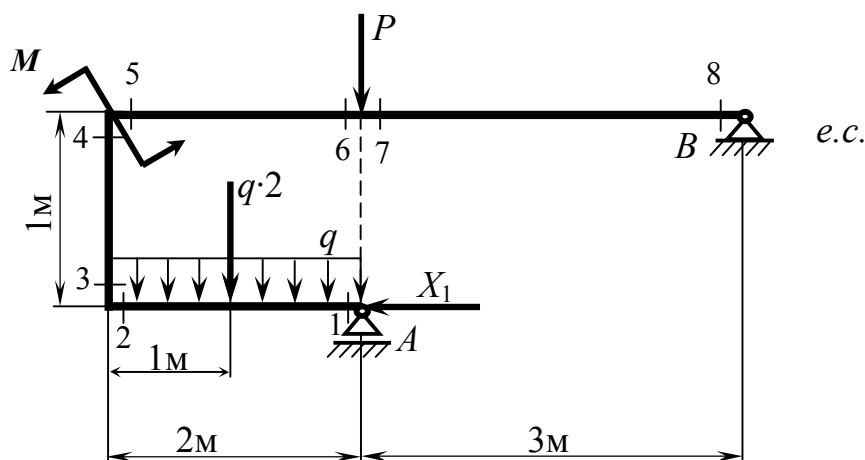


Рисунок 36

4. У якості епюри M_P , тобто епюри згинальних моментів основної системи від дії на неї заданого навантаження, беремо побудовану раніше епюру згинальних моментів ідентичної рами (див. рис. 13).

5. Завантажуємо основну систему одиничною силою $\bar{X}_1 = 1$ і визначаємо відповідні опорні реакції (рис. 37):

$$\begin{cases} \sum m_B = \bar{R}_A \cdot 3 - \bar{X}_1 \cdot 1 = 0; & (34) \\ \sum P_y = -\bar{R}_A + \bar{y}_B = 0; & (35) \\ \sum P_z = -\bar{X}_1 + \bar{z}_B = 0. & (36) \end{cases}$$

Із рівняння (34): $\bar{R}_A = \frac{\bar{X}_1 \cdot 1}{3} = \frac{1 \cdot 1}{3} = \frac{1}{3}$.

Із рівняння (35): $\bar{y}_B = \bar{R}_A = \frac{1}{3}$.

Із рівняння (36): $\bar{z}_B = \bar{X}_1 = 1$.

Перевірка:
$$\sum m_A = \bar{y}_B \cdot 3 - \bar{z}_B \cdot 1 = \frac{1}{3} \cdot 3 - 1 \cdot 1 = 0.$$

Реакції визначені правильно.

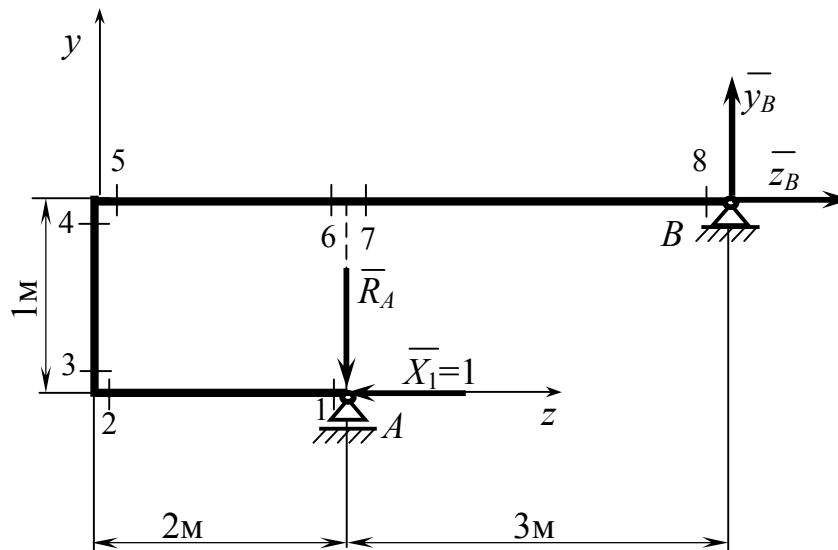


Рисунок 37

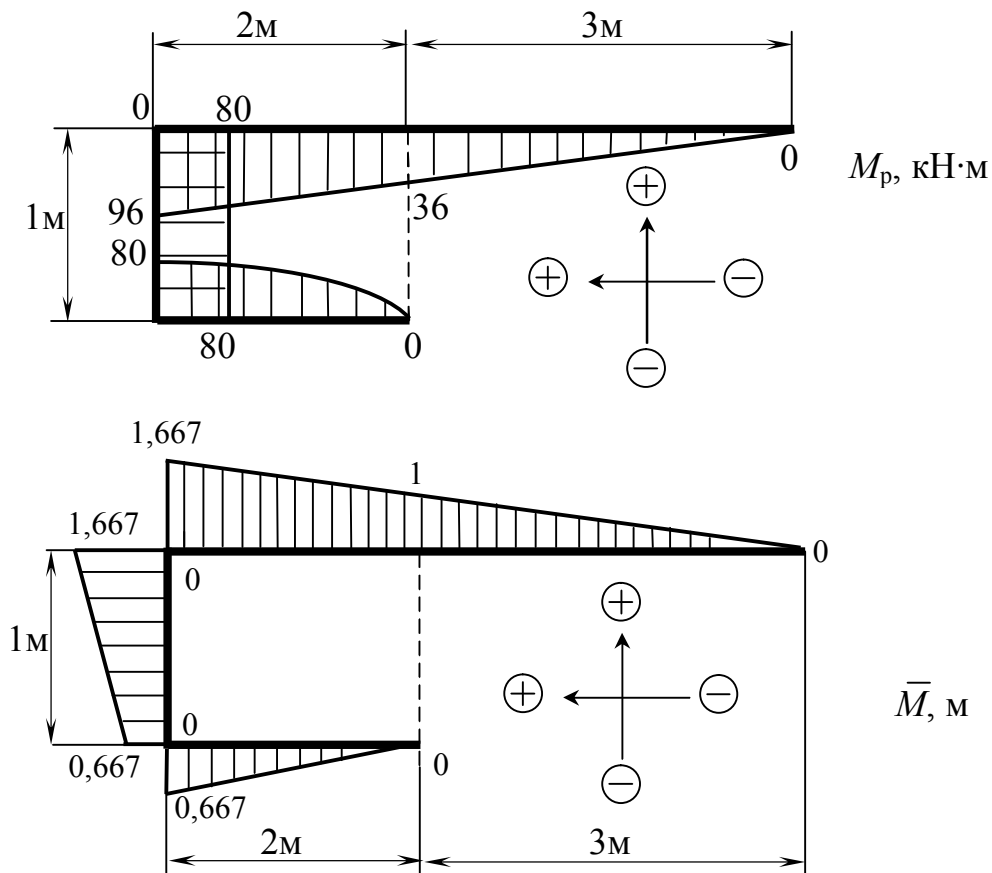


Рисунок 38

6. Будуємо епюру \bar{M} , тобто епюру згинальних моментів основної системи від дії на неї одиничної сили $\bar{X}_1 = 1$:

$$M_1 = 0; M_2 = M_3 = \bar{R}_A \cdot 2 = \frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3} = 0,667 \text{ м}; M_4 = M_5 = \bar{R}_A \cdot 2 + \\ + \bar{X}_1 \cdot 1 = \frac{1}{3} \cdot 2 + 1 \cdot 1 = \frac{5}{3} = 1,667 \text{ м}; M_6 = M_7 = \bar{X}_1 \cdot 1 = 1 \cdot 1 = 1 \text{ м}; M_8 = 0.$$

Для зручності зображуємо цю епюру разом з епюрою M_P (рис. 38).

7. Значення X_1 визначаємо з канонічного рівняння методу сил (33):

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0.$$

8. Коефіцієнти канонічного рівняння визначаємо за формулою крайніх ординат (див. додаток Б):

$$\delta_{11} = \bar{M} \times \bar{M} = \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-0,667) \cdot (-0,667) + 2 \cdot 0 \cdot 0 + (-0,667 \cdot 0) + \\ + 0 \cdot (-0,667)] + \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 0,667 \cdot 0,667 + 2 \cdot 1,667 \cdot 1,667 + 0,667 \cdot 1,667 + \\ + 1,667 \cdot 0,667) + \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 1,667 \cdot 1,667 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 1,667 \cdot 1 + 1 \cdot 1,667) + \\ + \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1) = \frac{38,236}{6E \cdot J_x};$$

$$\Delta_{1P} = M_P \times \bar{M} = \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot 80 \cdot (-0,667) + 2 \cdot 0 \cdot 0 + 80 \cdot 0 + 0 \cdot (-0,667)] + \\ + \frac{10 \cdot 2^3}{24E \cdot J_x} \cdot (-0,667 + 0) + \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-80) \cdot 0,667 + 2 \cdot (-80) \cdot 1,667 + \\ + (-80) \cdot 1,667 + (-80) \cdot 0,667] + \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-96) \cdot 1,667 + 2 \cdot (-36) \cdot 1 + \\ + (-96) \cdot 1 + (-36) \cdot 1,667] + \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot (-36) \cdot 1 + 2 \cdot 0 \cdot 0 + (-36) \cdot 0 + 0 \cdot 1] = \\ = -\frac{2099,092}{6E \cdot J_x}.$$

9. Визначаємо X_1 :

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{2099,092}{6E \cdot J_x} \cdot \frac{38,236}{6E \cdot J_x} = \frac{2099,092}{38,236} = 54,898 \text{ кН}.$$

7.13 Задача 2 екзаменаційних білетів (варіант 1)

Умова задачі: для заданої балки (див. рис. 21) побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.
 Прийняти: $q = 10 \text{ кН/м}$; $P = 18 \text{ кН}$; $M = 16 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $a = 2 \text{ м}$; $b = 3 \text{ м}$;
 $c = 1 \text{ м}$; $d = 2 \text{ м}$.

Розв'язання задачі

1...10 Розкриваємо статичну невизначеність балки (див. задачу 7.9):
 $X_1 = 14.667 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

11. Визначаємо опорні реакції еквівалентної системи (рис. 39).

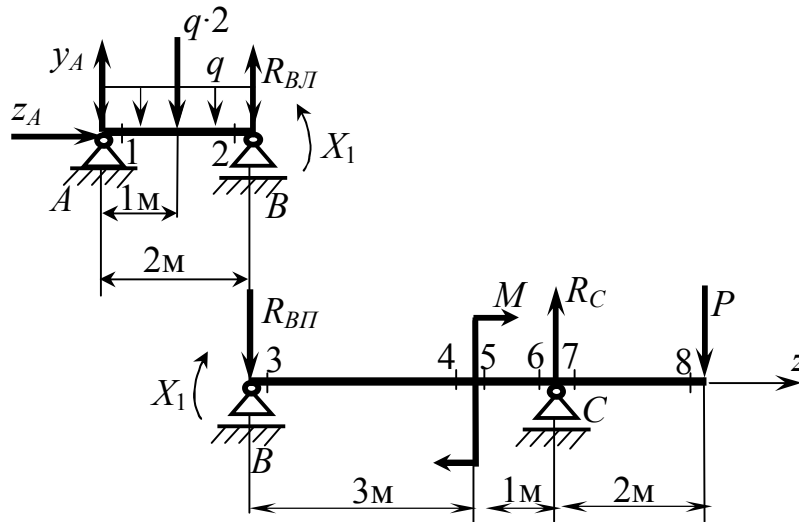


Рисунок 39

Ліва частина (AB):

$$\begin{cases} \sum m_B = -y_A \cdot 2 + q \cdot 2 \cdot 1 + X_1 = 0; & (37) \\ \sum m_A = -q \cdot 2 \cdot 1 + R_{B1} \cdot 2 + X_1 = 0; & (38) \\ \sum P_z = z_A = 0. & (39) \end{cases}$$

Із рівняння (37):

$$y_A = \frac{1}{2} \cdot (q \cdot 2 \cdot 1 + X_1) = \frac{1}{2} \cdot (10 \cdot 2 \cdot 1 + 14.667) = \frac{1}{2} \cdot 34.667 = 17.334 \text{ кН}.$$

Із рівняння (38):

$$R_{B1} = \frac{1}{2} \cdot (q \cdot 2 \cdot 1 - X_1) = \frac{1}{2} \cdot (10 \cdot 2 \cdot 1 - 14.667) = \frac{1}{2} \cdot 5.333 = 2.667 \text{ кН}.$$

Із рівняння (39):

$$z_A = 0.$$

Перевірка: $\sum P_y = y_A - q \cdot 2 + R_{BII} = 17,334 - 10 \cdot 2 + 2,667 \approx 0.$

Реакції визначені правильно.

Права частина (BC):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum m_B = -X_1 - M + R_C \cdot 4 - P \cdot 6 = 0; \\ \sum m_C = -X_1 - M + R_{BII} \cdot 4 - P \cdot 2 = 0. \end{array} \right. \quad (40)$$

$$(41)$$

Із рівняння (40):

$$R_C = \frac{1}{4} \cdot (X_1 + M + P \cdot 6) = \frac{1}{4} \cdot (14,667 + 16 + 18 \cdot 6) = 34,667 \text{ кН}.$$

Із рівняння (41):

$$R_{BII} = \frac{1}{4} \cdot (X_1 + M + P \cdot 2) = \frac{1}{4} \cdot (14,667 + 16 + 18 \cdot 2) = 16,667 \text{ кН}.$$

Перевірка: $\sum P_y = -R_{BII} + R_C - P = -16,667 + 34,667 - 18 = 0.$

Реакції визначені правильно.

12. Для еквівалентної системи будуюмо епюру поперечних сил (рис. 40,а):

$$Q_1 = y_A = 17,334 \text{ кН}; \quad Q_2 = y_A - q \cdot 2 = 17,334 - 10 \cdot 2 = -2,666 \text{ кН};$$

$$Q_3 = Q_4 = Q_5 = Q_6 = -R_{BII} = -16,667 \text{ кН}; \quad Q_7 = Q_8 = Q_6 + R_C =$$

$$= -16,667 + 34,667 = 18 \text{ кН}.$$

У перерізі D (див. рис. 40,а) епюра Q перетинає базу. Параметр ℓ_D визначаємо із умови: $Q_D = y_A - q \cdot \ell_D = 0$. Звідси: $\ell_D = y_A / q = 17,334 / 10 = 1,733 \text{ м}.$

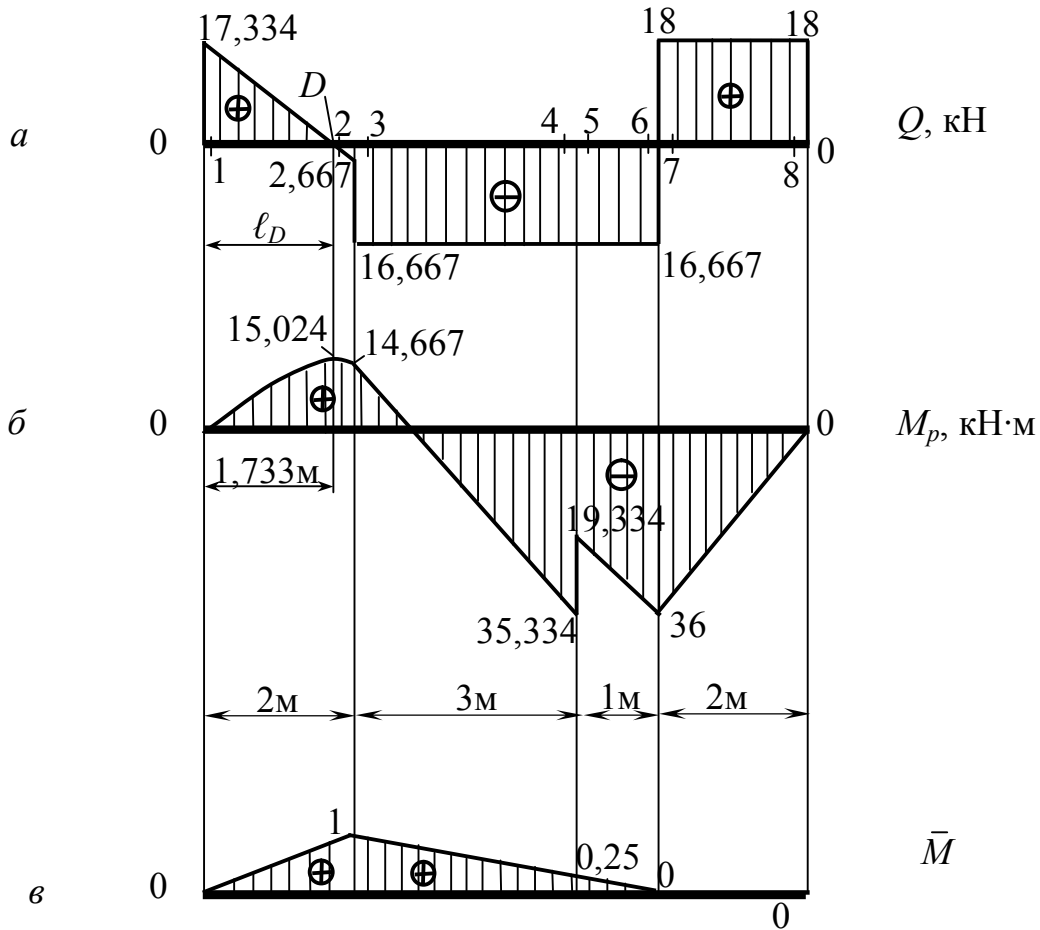


Рисунок 40

13. Для еквівалентної системи будуюмо епюру згинальних моментів (рис. 40,б):

$$\begin{aligned}
 M_1 &= 0; \quad M_2 = y_A \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 = 17,334 \cdot 2 - 10 \cdot 2 \cdot 1 = 34,668 - 20 = \\
 &= 14,668 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_3 = X_1 = 14,667 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_4 = X_1 - R_{\text{ВП}} \cdot 3 = \\
 &= 14,667 - 16,667 \cdot 3 = 14,667 - 50,001 = -35,334 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_5 = M_4 + \\
 &+ M = -35,334 + 16 = -19,334 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_6 = M_7 = -P \cdot 2 = -18 \cdot 2 = \\
 &-36 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad M_D = y_A \cdot \ell_D - q \cdot \ell_D \cdot \frac{\ell_D}{2} = 17,334 \cdot 1,733 - \\
 &-10 \cdot 1,733 \cdot \frac{1,733}{2} = 30,040 - 15,016 = 15,024 \text{ кН} \cdot \text{м}.
 \end{aligned}$$

14. Виконуємо деформаційну перевірку умови, яка була покладена в основу канонічного рівняння (див. задачу 7.9), а саме умови відсутності взаємного кута повороту обох частин еквівалентної системи навколо врізаного шарніра *B* (див. рис. 22,в).

Для цієї перевірки скористаємось раніше побудованою епюрою \bar{M} (див. задачу 7.9), яка для зручності показана на рисунку 40,в. Перевірку виконаємо за допомогою формули крайніх ординат (див. додаток Б):

$$\theta_B^{\theta_3} = M \times \bar{M} = \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 14,667 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 14,667 \cdot 0) +$$

$$+ \frac{10 \cdot 2^3}{24E \cdot J_x} \cdot (0+1) + \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot 14,667 \cdot 1 + 2 \cdot (-35,334) \cdot 0,25 +$$

$$+ 14,667 \cdot 0,25 + (-35,334) \cdot 1] + \frac{1}{6E \cdot J_x} [2 \cdot (-19,334) \cdot 0,25 +$$

$$+ 2 \cdot (-36) \cdot 0 + (-19,334) \cdot 0 + (-36) \cdot 0,25] = \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot (78,668 - 78,667).$$

Відносна похибка: $\frac{78,668 - 78,667}{78,668} \cdot 100 \approx 0,001 \% < 2 \%$, що є цілком

прийнятним.

15. Визначаємо потрібний момент опору перерізу балки:

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{36 \cdot 10^6}{160} = 225000 \text{ мм}^3 = 225 \text{ см}^3.$$

16. Із сортаменту (див. додаток А) приймаємо двотавр 22, у якого $W_x = 232 \text{ см}^3$.

7.14 Задача 2 екзаменаційних білетів (варіант 2)

Умова задачі: для заданої балки (див. рис. 24) побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

Прийняти: $q = 10 \text{ кН/м}$; $P = 18 \text{ кН}$; $M = 16 \text{ кН}\cdot\text{м}$; $a = 2 \text{ м}$; $b = 3 \text{ м}$; $c = 1 \text{ м}$; $d = 2 \text{ м}$.

Розв'язання задачі

1...8 Розкриваємо статичну невизначеність балки (див. задачу 7.10):

$$X_1 = 16,008 \text{ кН}.$$

9. Для еквівалентної системи (рис. 41,а) будуємо епюру поперечних сил (рис. 41,б):

$$Q_1 = X_1 = 16,008 \text{ кН}; Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q_5 = X_1 - q \cdot 2 = 16,008 -$$

$$- 10 \cdot 2 = -3,992 \text{ кН}; Q_6 = Q_7 = Q_8 = Q_5 - P = -3,992 - 18 =$$

$$= -21,992 \text{ кН}.$$

У перерізі D (див. рис. 41,б) епюра Q перетинає базу. Параметр ℓ_D визначаємо із умови: $Q_D = X_1 - q \cdot \ell_D = 0$. Звідси: $\ell_D = X_1 / q = 16,008 / 10 = 1,6 \text{ м}$.

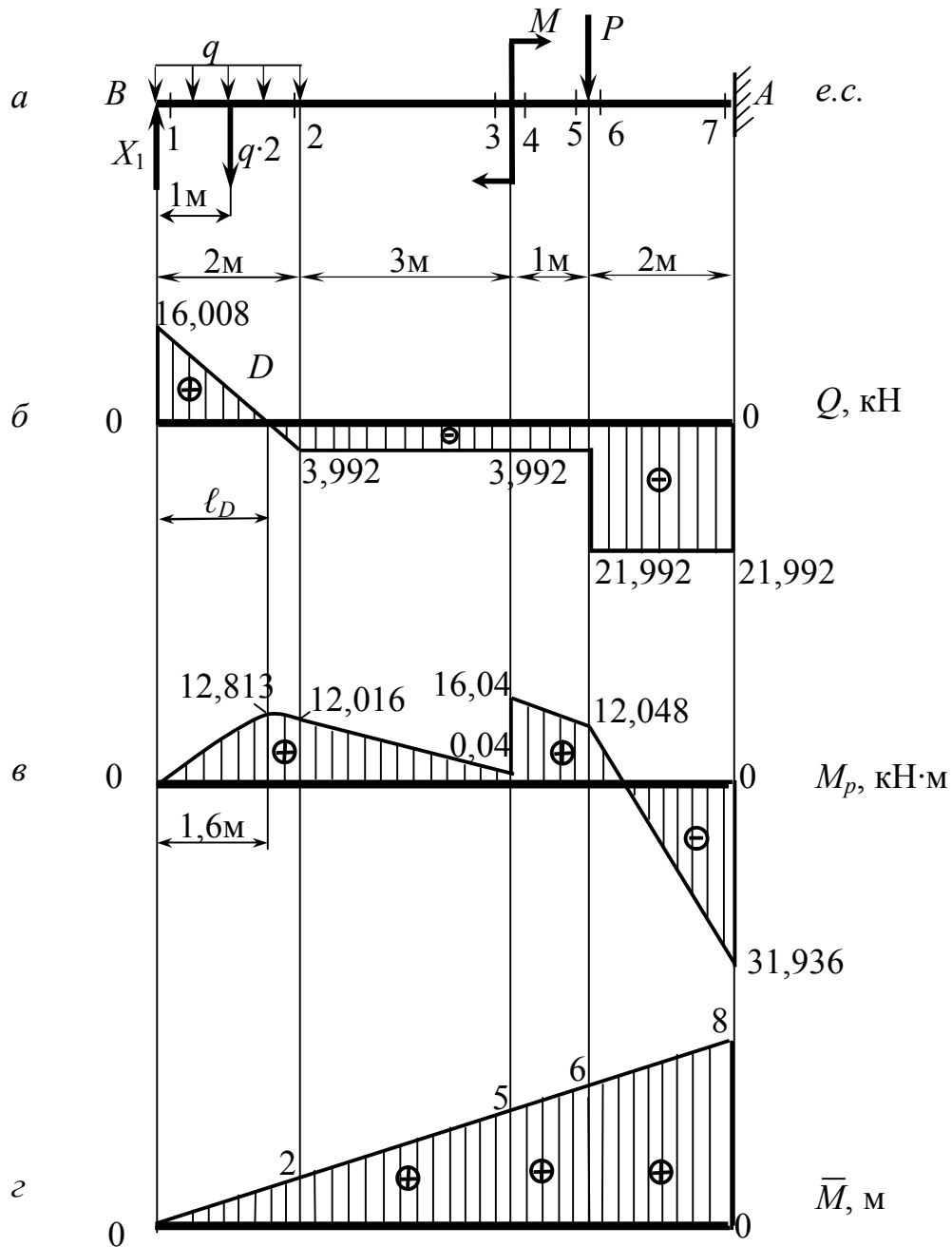


Рисунок 41

10. Для еквівалентної системи будуюмо епюру згинальних моментів (рис. 41,в):

$$M_1 = 0; M_2 = X_1 \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 = 16,008 \cdot 2 - 10 \cdot 2 \cdot 1 = 12,016 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = X_1 \cdot 5 - q \cdot 2 \cdot 4 = 16,008 \cdot 5 - 10 \cdot 2 \cdot 4 = 0,04 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_4 = M_3 + M = 0,04 + 16 = 16,04 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_5 = M_6 =$$

$$= X_1 \cdot 6 - q \cdot 2 \cdot 5 + M = 16,008 \cdot 6 - 10 \cdot 2 \cdot 5 + 16 = 12,048 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_7 = X_1 \cdot 8 - q \cdot 2 \cdot 7 + M - P \cdot 2 = 16,008 \cdot 8 - 10 \cdot 2 \cdot 7 + 16 - 18 \cdot 2 = -31,936 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_D = X_1 \cdot \ell_D - q \cdot \ell_D \cdot \frac{\ell_D}{2} = 16,008 \cdot 1,6 - 10 \cdot 1,6 \cdot \frac{1,6}{2} = 12,813 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

11. Виконуємо деформаційну перевірку умови, яка була покладена в основу канонічного рівняння для визначення X_I , а саме умови відсутності вертикального переміщення еквівалентної системи в точці B , де була розташована відкинута опора (див. задачу 7.10). Для цієї перевірки скористаємось раніше побудованою епюрою \bar{M} (див. рис. 26), яка для зручності показана також на рисунку 41, г.

Перевірку виконаємо за формулою крайніх ординат (див. додаток Б):

$$\begin{aligned} \delta_B = M \times \bar{M} &= \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 0 \cdot 0 + 2 \cdot 12,016 \cdot 2 + 0 \cdot 2 + 12,016 \cdot 0) + \\ &+ \frac{10 \cdot 2^3}{24E \cdot J_x} \cdot (0 + 2) + \frac{3}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 12,016 \cdot 2 + 2 \cdot 0,04 \cdot 5 + 12,016 \cdot 5 + \\ &+ 0,04 \cdot 2) + \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot (2 \cdot 16,04 \cdot 5 + 2 \cdot 12,048 \cdot 6 + 16,04 \cdot 6 + 12,048 \cdot 5) + \\ &+ \frac{2}{6E \cdot J_x} \cdot [2 \cdot 12,048 \cdot 6 + 2 \cdot (-31,936) \cdot 8 + 12,048 \cdot 8 + (-31,936) \cdot 6] = \\ &= \frac{1}{6E \cdot J_x} \cdot (923,456 - 923,264). \end{aligned}$$

Відносна похибка: $\frac{923,456 - 923,264}{923,456} \cdot 100 \approx 0,021 \% < 2 \%,$

що є цілком прийнятним.

12. Визначаємо потрібний момент опору перерізу балки:

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{31,936 \cdot 10^6}{160} = 199600 \text{ мм}^3 = 199,6 \text{ см}^3.$$

13. Із сортаменту (див. додаток А) приймаємо двотавр 20а, у якого $W_x = 203 \text{ см}^3$.

ЛІТЕРАТУРА

1. Писаренко Г. С. Опір матеріалів / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Є. С. Уманський. – К.: Вища шк., 2004. – 655 с.
2. Конспект лекцій з дисципліни «Опір матеріалів» (для студентів всіх механічних спеціальностей денної і заочної форм навчання) / укл.: Л. В. Кутовий, Т. П. Зінченко, В. А. Овчаренко. – Краматорськ: ДДМА, 2007. Ч.1. – 196 с.
3. Конспект лекцій по дисциплине «Сопротивление материалов». (для студентов всех механических специальностей очной и заочной формы обучения) / сост.: Л. В. Кутовой, Т. П. Зинченко, В. А. Овчаренко. – Краматорск: ДГМА, 2004. Ч.1.– 172 с.
4. Писаренко, Г. С. Сопротивление материалов / Г. С. Писаренко [и др.]. – К.: Вища школа, 1986. – 775 с.
5. Шевченко Ф. Л. Курс опору матеріалів. Порада до вивчення теорії та розв'язання задач: навчальний посібник. / Ф. Л. Шевченко. – Донецьк: ДонНТУ, 2013. – 260 с.
6. Шевченко Ф. Л. Задачі з опору матеріалів: навчальний посібник / Ф. Л. Шевченко, С. М. Царенко. – Донецьк: ДонНТУ, 2010. – 356 с.
7. Ицкович Г. М. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов: Учебное пособие для вузов / Г. М. Ицкович, Л. С. Минин, А. И. Винокуров. – 3-е изд., перераб. и доп.– М.: Высш. шк., 2001. – 592 с.
8. Опір матеріалів : методичні вказівки до лабораторних робіт для студентів усіх механічних спеціальностей / укл.: В. А. Овчаренко, Л. В. Кутовий – Краматорськ: ДДМА, 2008. – 80 с.
9. Кутовий Л. В. Збірник розрахунково-графічних завдань з курсу «Опір матеріалів»: навчальний посібник /Л. В. Кутовий [та інш.]. – Краматорськ: ДДМА 2007. – 220 с.
10. Методические указания к контрольным работам №1 и №2 по дисциплине «Сопротивление материалов» (для студентов заочной формы обучения всех механических специальностей) / сост. В. А. Овчаренко – Краматорск: ДГМА, 2006. – 60 с.
11. Холодняк Ю.С. Побудова епюр внутрішніх силових факторів для балок і плоских рам: навч. посібник / Ю.С. Холодняк [та інш.]. – Краматорськ, ДДМА, 2010. - 128с.
12. Методические указания к контрольным работам №3 и №4 по дисциплине «Сопротивление материалов» (для студентов заочной формы обучения всех механических специальностей) / сост.: В. А. Овчаренко , Н. А. Соломин – Краматорск: ДГМА, 2007. – 48 с.

13. Конспект лекцій з дисципліни «Опір матеріалів» (для студентів всіх механічних спеціальностей денної і заочної форми навчання) / укл.: Л. В. Кутовий, Т. П. Зінченко, В. А. Овчаренко. – Краматорськ: ДДМА, 2008. Ч.2. – 168 с.

14. Конспект лекцій по дисциплине «Сопротивление материалов». (для студентов всех механических специальностей очной и заочной формы обучения) / сост. : Л. В. Кутовой, Т. П. Зинченко, В. А. Овчаренко. – Краматорск : ДГМА, 2005. Ч.2. – 176 с.

15. Сопротивление материалов: методические указания по подготовке к практическим занятиям (для студентов всех механических специальностей очной и заочной форм обучения). / сост.: В. А. Овчаренко, С. В. Капорович. – Краматорск: ДГМА, 2008. Ч.1. – 172 с.

16. Дарков А. В. Сопротивление материалов: учеб. для техн. вузов / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1989. – 654 с.: ил.

17. Опір матеріалів: методичні вказівки до організації навчального процесу в умовах кредитно – модульної системи для викладачів і студентів усіх механічних спеціальностей прискореної форми навчання денного відділення / уклад.: Ю. С. Холодняк, В. Л. Бусов, О. Ю. Деньщиков. – Краматорськ : ДДМА, 2012. – 112 с.

18. Писаренко Г. С. Справочник по сопротивлению материалов/ Г. С. Писаренко [и др.]. – Киев.: Наукова думка, 1988. – 704 с.

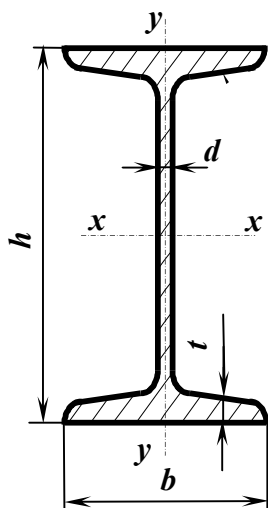
Додаток А

Основні параметри катаних профілів

1 Нормальні лінійні розміри, мм (по ГОСТ 6636-69, фрагмент ряду Ra20)

Таблиця А.1

1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,5	2,8	3,2	3,6
4,0	4,5	5,0	5,6	6,3	7,1	8,0	9,0	10	11	12	14
16	18	20	22	25	28	32	36	40	45	50	56
63	71	80	90	100	110	125	140	160	180	200	220
250	280	320	360	400	450	500	560	630	710	800	900



Таблиця А.2

2. Двотаври сталіні гарячекатані (за ГОСТ 8239-89)

Позначення:

h – висота профілю
 b – ширина полки
 d – товщина стінки
 t – середня товщина полки
 F – площа перерізу

J – момент інерції
 W – момент опору
 i – радіус інерції
 S – статичний момент
 напівперерізу

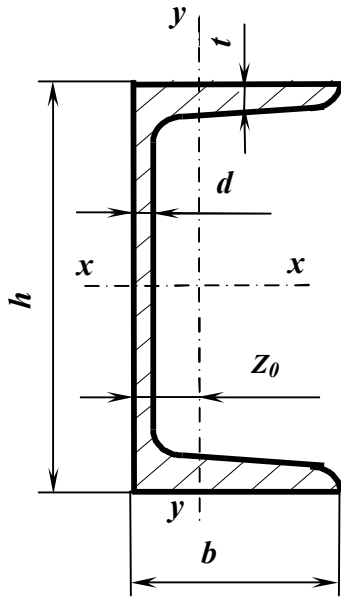
Приклад позначення профілю:

Двотавр 30 ГОСТ 8239-89

Номер профілю	Основні розміри, мм				F см ²	J_X см ⁴	W_X см ³	i_X см	S_X см ³	J_Y см ⁴	W_Y см ³	i_Y см
	h	b	d	t								
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	450	160	9	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54

3. Швелери стальні гарячекатані

(за ГОСТ 8240-89)



Таблиця А.3

Позначення:

h – висота профілю
 b – ширина полки
 d – товщина стінки
 t – середня товщина полки
 F – площа перерізу
 J – момент інерції

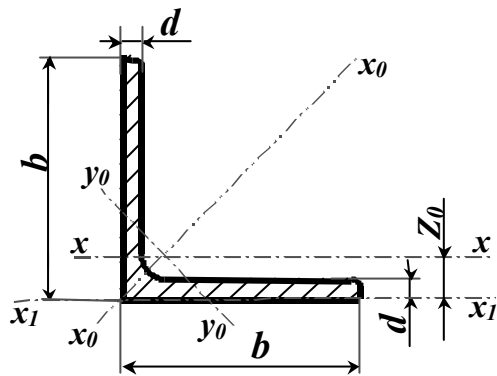
W – момент опору
 i – радіус інерції
 S – статичний момент
 напівперерізу
 Z_0 – відстань від осі y
 до зовнішньої грані стінки

Приклад позначення профілю:

Швелер 30 ГОСТ 8240-89

Номер профілю	Основні розміри, мм				F см ²	J_X см ⁴	W_X см ³	i_X см	S_X см ³	J_Y см ⁴	W_Y см ³	i_Y см	Z_0 см
	h	b	d	T									
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,7	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17,0	2,04	1,94
18a	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

**4 КУТИКИ СТАЛЄВІ
ГАРЯЧЕКАТАНІ РІВНОПОЛИЧНІ
(за ГОСТ 8509-93 або ДСТУ2251-93)**



Позначення:

b – ширина полки

F – площа перерізу

i – радіус інерції

d – товщина полки

J – момент інерції

Z_0 – відстань від центра ваги перерізу до зовнішньої грані полки

Приклад позначення профілю:

Куттик 50x50x3 ГОСТ 8509-93

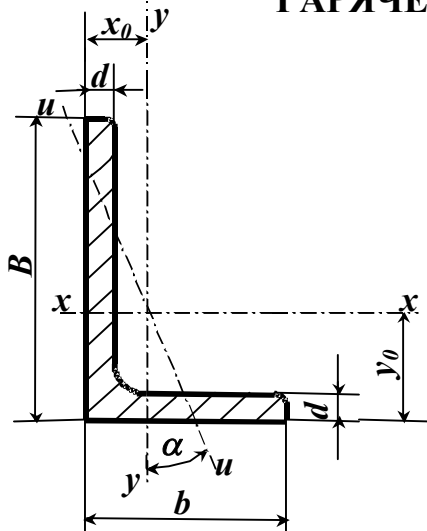
Таблиця А.4

Номер Куттика	Основні розміри мм		F см ²	J_X см ⁴	i_X см	J_{X_0} max см ⁴	i_{x_0} max см	J_{y_0} min см ⁴	i_{y_0} min см	Z_0 см
	b	d								
2	20	3	1,13	0,40	0,59	0,6	0,75	0,17	0,39	0,60
		4	1,46	0,50	0,58	0,8	0,73	0,22	0,38	0,64
2,5	25	3	1,43	0,81	0,75	1,3	0,95	0,34	0,49	0,73
		4	1,86	1,03	0,74	1,6	0,93	0,44	0,48	0,76
		5	2,27	1,22	0,73	1,9	0,92	0,53	0,48	0,80
2,8	28	3	1,62	1,16	0,85	1,8	1,07	0,48	0,55	0,80
3	30	3	1,74	1,45	0,91	2,3	1,15	0,60	0,59	0,85
		4	2,27	1,84	0,90	2,9	1,13	0,77	0,58	0,89
		5	2,78	2,20	0,89	3,5	1,12	0,94	0,58	0,93
3,2	32	3	1,86	1,77	0,97	2,8	1,23	0,74	0,63	0,89
		4	2,43	2,26	0,96	3,6	1,21	0,94	0,62	0,94
3,5	35	3	2,04	2,35	1,07	3,7	1,35	0,97	0,69	0,97
		4	2,67	3,01	1,06	4,8	1,33	1,25	0,68	1,01
		5	3,28	3,61	1,05	5,7	1,32	1,52	0,68	1,05
4	40	3	2,35	3,55	1,23	5,6	1,55	1,47	0,79	1,09
		4	3,08	4,58	1,22	7,3	1,53	1,90	0,78	1,13
		5	3,79	5,53	1,21	8,8	1,52	2,30	0,78	1,17
		6	4,48	6,41	1,20	10,1	1,50	2,70	0,78	1,21
4,5	45	3	2,65	5,13	1,39	8,1	1,75	2,12	0,89	1,21
		4	3,48	6,63	1,38	10,5	1,74	2,74	0,89	1,26
		5	4,29	8,03	1,37	12,7	1,72	3,33	0,88	1,30
		6	5,08	9,35	1,36	14,8	1,71	3,90	0,88	1,34
5	50	3	2,96	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	1,33
		4	3,89	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	1,38
		5	4,80	11,20	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	1,42
		6	5,69	13,07	1,52	20,7	1,91	5,43	0,98	1,46
5,6	56	4	4,38	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	1,52
		5	5,41	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	1,57
6,3	63	4	4,96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	1,69
		5	6,13	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	1,74
		6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,20	1,24	1,78
7	70	4,5	6,20	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	1,88
		5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	1,90
		6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	1,94
		7	9,42	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	1,99
		8	10,7	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	2,02
7,5	75	5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	2,02
		6	8,78	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	2,06
		7	10,1	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	2,10
		8	11,5	59,8	2,28	94,6	2,87	24,8	1,47	2,15
		9	12,8	66,1	2,27	105,0	2,86	27,5	1,46	2,18

Продовження таблиці А.4

Номер Кутика	Основні розміри мм		F см ²	J_X см ⁴	i_X см	J_{X_0} max см ⁴	i_{x_0} max см	J_{y_0} min см ⁴	i_{y_0} min см	Z_0 см
	b	d								
8	80	5,5	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	2,17
		6	9,38	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	2,19
		7	10,8	65,3	2,45	104,0	3,09	27,0	1,58	2,23
		8	12,3	73,4	2,34	116,0	3,08	30,3	1,57	2,27
9	90	6	10,6	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	2,43
		7	12,3	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	2,47
		8	13,9	106,0	2,76	168	3,48	43,8	1,77	2,51
		9	15,6	118,0	2,75	186	3,46	48,6	1,77	2,55
10	100	6,5	12,8	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	2,68
		7	13,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	2,71
		8	15,6	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	2,75
		10	19,2	179	2,05	284	3,84	74,1	1,96	2,83
		12	22,8	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	2,91
		14	26,3	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	2,99
11	110	7	15,2	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	2,96
		8	17,2	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	3,00
12,5	125	8	19,7	294	3,37	467	4,87	122	2,49	3,36
		9	22,0	327	3,86	520	4,86	135	2,48	3,40
		10	24,3	360	3,85	571	4,84	149	2,47	3,45
		12	28,9	422	3,82	670	4,82	174	2,46	3,53
		14	33,4	482	3,80	764	4,78	200	2,45	3,61
14	140	9	24,7	466	4,34	739	5,47	192	2,79	3,78
		10	27,3	512	4,33	814	5,46	211	2,78	3,82
16	160	12	32,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	3,90
		10	31,4	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	4,30
		11	34,4	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	4,35
		12	37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	4,39
		14	43,3	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	4,47
		16	49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	4,55
18	180	18	54,8	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	4,63
		20	60,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	4,70
		11	38,8	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	4,85
		12	42,2	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	4,89
20	200	12	47,1	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	5,37
		13	50,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	5,42
		14	54,6	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	5,46
		16	62,0	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	5,54
		20	76,5	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5,70
		25	94,3	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	5,89
22	220	30	111,5	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	6,07
		14	60,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	5,93
25	250	16	68,6	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	6,02
		16	78,4	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	6,75
		18	87,7	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	6,83
		20	97,0	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	6,91
		22	106,1	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	7,00
		25	119,7	7006	7,65	11125	9,64	2887	4,91	7,11
25	250	28	133,1	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	7,23
		30	142,0	8117	7,59	12965	9,56	3389	4,89	7,31

**5 КУТИКИ СТАЛЄВІ
ГАРЯЧЕКАТАНІ НЕРІВНОПОЛИЧНІ
(за ГОСТ 8510-86)**



Позначення:

B – ширина більшої полки b – ширина меншої полки
 d – товщина полки F – площа перерізу
 I – момент інерції i – радіус інерції
 x_0, y_0 – відстані від центра ваги перерізу до зовнішніх граней полоч,
 α – кут нахилу осі u

Приклад позначення профілю:

Куттик 50x32x3 ГОСТ 8510-86

Таблиця А.5

Номер кутика	Основні розміри, мм			F см ²	J_x см ⁴	J_y см ⁴	J_u min см ⁴	i_u см	x_0 см	y_0 см	tg α
	B	b	D								
2,5/1,6	25	16	3	1,16	0,70	0,22	0,13	0,34	0,42	0,86	0,392
3/2	30	20	3	1,43	1,27	0,45	0,26	0,43	0,51	1,00	0,427
			4	1,86	1,61	0,56	0,34	0,43	0,54	1,04	0,421
3,2/2	32	20	3	1,49	1,52	0,46	0,28	0,43	0,49	1,08	0,382
			4	1,94	1,93	0,57	0,35	0,43	0,53	1,12	0,374
4/2,5	40	25	3	1,89	3,06	0,93	0,56	0,54	0,59	1,32	0,385
			4	2,47	3,93	1,18	0,71	0,54	0,63	1,37	0,381
			5	3,03	4,73	1,41	0,86	0,53	0,66	1,41	0,374
4/3	40	39	4	2,67	4,18	2,01	1,09	0,64	0,78	1,28	0,544
			5	3,28	5,04	2,41	1,33	0,64	0,82	1,32	0,539
4,5/2,8	45	28	3	2,14	4,41	1,32	0,79	0,61	0,64	1,47	0,382
			4	2,80	5,68	1,69	1,02	0,60	0,68	1,51	0,379
5/3,2	50	32	3	2,42	6,18	1,99	1,18	0,70	0,72	1,60	0,403
			4	3,17	7,98	2,56	1,52	0,69	0,76	1,65	0,401
5,6/3,6	56	36	4	3,58	11,4	3,7	2,19	0,78	0,84	1,82	0,406
			5	4,41	13,8	4,48	2,66	0,78	0,88	1,86	0,404
6,3/4	63	40	4	4,04	16,3	5,16	3,07	0,87	0,91	2,03	0,397
			5	4,98	19,9	6,26	3,72	0,86	0,95	2,08	0,396
			6	5,90	23,3	7,28	4,36	0,86	0,99	2,12	0,393
			8	7,68	29,6	9,15	5,58	0,85	1,07	2,20	0,386
6,5/5	65	50	5	5,56	23,41	12,08	6,41	1,07	1,26	2,00	0,576
			6	6,60	27,46	14,12	7,52	1,07	1,30	2,04	0,575
			7	7,62	31,32	16,05	8,60	1,06	1,34	2,08	0,571
			8	8,62	35,00	18,88	9,65	1,06	1,37	2,12	0,570
7/4,5	70	45	5	5,59	27,76	9,05	5,34	0,98	1,05	2,28	0,406
7,5/5	75	50	5	6,11	34,81	12,47	7,24	1,09	1,17	2,39	0,436
			6	7,25	40,92	14,60	8,48	1,08	1,21	2,44	0,435
			7	8,37	46,77	16,61	9,69	1,08	1,25	2,48	0,435
			8	9,47	52,38	18,52	10,87	1,07	1,29	2,52	0,430

Продовження таблиці А.5

Номер кутика	Основні розміри, мм			F см ²	J_X см ⁴	J_Y см ⁴	J_u min см ⁴	i_u см	x_0 см	y_0 см	tg α
	B	b	D								
8/5	80	50	5	6,36	41,64	12,68	7,57	1,09	1,13	2,60	0,387
			6	7,55	48,98	14,85	8,88	1,08	1,17	2,65	0,386
8/6	80	60	6	8,15	52,06	25,18	13,61	1,29	1,49	2,47	0,547
			7	9,42	59,61	28,74	15,58	1,29	1,53	2,52	0,546
			8	10,6	66,88	32,15	17,49	1,28	1,57	2,56	0,544
9/5,6	90	56	5,5	7,86	65,3	19,7	11,8	1,22	1,26	2,92	0,384
			6	8,54	70,6	21,2	12,7	1,22	1,28	2,95	0,384
			8	11,2	90,9	27,1	16,3	1,21	1,36	3,04	0,380
10/6,3	100	63	6	9,59	98,3	30,6	18,20	1,38	1,42	3,23	0,393
			7	11,1	113,0	35,0	20,83	1,37	1,46	3,28	0,392
			8	12,6	127,0	39,2	23,38	1,36	1,50	3,32	0,391
			10	15,5	154,0	47,1	28,34	1,35	1,58	3,40	0,387
10/6,5	100	65	7	11,2	114,0	38,3	22,77	1,41	1,52	3,24	0,415
			8	12,7	138,3	43,0	25,24	1,41	1,56	3,28	0,414
			10	15,7	155,5	51,7	30,60	1,40	1,64	3,37	0,410
11/7	110	70	6,5	11,4	142	45,6	26,9	1,53	1,58	3,55	0,402
			8	13,9	172	54,6	32,3	1,52	1,64	3,61	0,400
12,5/8	125	80	7	14,1	227	73,7	43,4	1,76	1,80	4,01	0,407
			8	16,0	256	83,0	48,8	1,75	1,84	4,05	0,406
			10	19,7	312	100,0	59,3	1,74	1,92	4,14	0,404
			12	23,4	365	117,0	69,5	1,72	2,00	4,22	0,400
14/9	140	90	8	18,0	364	120	70,3	1,98	2,03	4,49	0,411
			10	22,2	444	146	85,5	1,96	2,12	4,58	0,409
16/10	160	100	9	22,9	606	186	110	2,20	2,23	5,19	0,391
			10	25,3	667	204	121	2,19	2,28	5,23	0,390
			12	30,0	784	239	142	2,18	2,36	5,32	0,388
			14	34,7	897	272	162	2,16	2,43	5,40	0,385
18/11	180	110	10	28,3	952	276	165	2,42	2,44	5,88	0,375
			12	33,7	1123	324	194	2,40	2,52	5,97	0,374
20/12,5	200	125	11	34,9	1449	446	264	2,75	2,79	6,50	0,392
			12	37,9	1568	482	285	2,74	2,83	6,54	0,392
			14	43,9	1801	551	327	2,73	2,91	6,62	0,390
			16	49,8	2026	617	367	2,72	2,99	6,71	0,388
25/16	250	160	12	48,3	3147	1032	604	3,54	3,53	7,97	0,410
			16	63,6	4091	1333	781	3,50	3,69	8,14	0,408
			18	71,1	4545	1475	896	3,49	3,77	8,23	0,407
			20	78,5	4987	1613	949	3,48	3,85	8,31	0,405

Додаток Б
Формула крайніх ординат

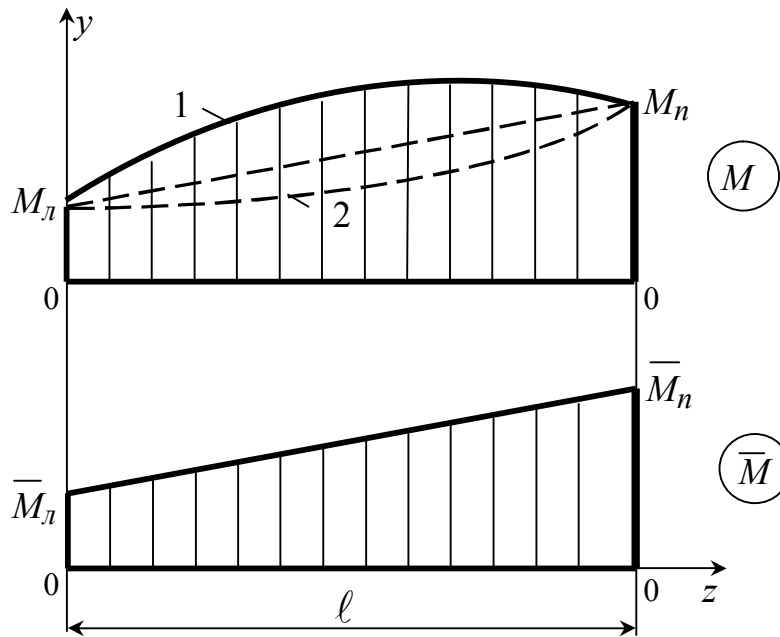


Рисунок Б.1

$$\Delta = M \times \bar{M} = \frac{\ell}{6EJ_x} (2M_L \cdot \bar{M}_L + 2M_n \cdot \bar{M}_n + M_L \cdot \bar{M}_n + M_n \cdot \bar{M}_L) \pm \frac{q\ell^3}{24EJ_x} (\bar{M}_L + \bar{M}_n).$$

Формула призначена для визначення (по Мору) переміщень в балках і рамах при плоскому згині. В ній позначено:

Δ – переміщення (лінійне – δ , кутове – θ) в заданому місці балки або рами;

M і \bar{M} – відповідно епюри згинальних моментів від заданого навантаження і одиничного силового фактору (сили або моменту);

ℓ – довжина ділянки балки або стрижня рами (тобто відрізка, на якому кожна з обох епюр зображується єдиною лінією);

yz – силова площа;

x і y – головні центральні осі перерізу балки або стрижня рами (вісь x на схемі не зображена);

J_x – момент інерції перерізу відносно осі x ;

E – модуль пружності першого роду для матеріалу балки або рами;

q – інтенсивність розподіленого навантаження;

M_L, M_n – крайні ординати епюри M ;

\bar{M}_L, \bar{M}_n – крайні ординати епюри \bar{M} .

Формула застосовується для кожної ділянки балки, де обидві епюри не є нульовими, після чого знайдені для всіх ділянок величини Δ складаються з урахуванням їхніх знаків. У рамках ці величини визначаються для всіх зазначених ділянок усіх стрижнів.

Величини крайніх ординат обох епюр підставляються у формулу зі своїми знаками; на схемі вони показані як додатні.

Знак "плюс" перед поправкою на кривизну (тобто другою складовою у формулі крайніх ординат) ставиться в разі, коли епюра M є опуклою (крива 1), а мінус – коли вона угнута (крива 2). Коли ж ця епюра прямолінійна, поправка на кривизну дорівнює нулю.

Навчальне видання

ОПР МАТЕРІАЛІВ

**Методичні вказівки
до самостійної роботи**

**для студентів усіх механічних спеціальностей
денної прискореної форми навчання**

Укладач

ХОЛОДНЯК Юрій Сергійович

За авторською редакцією
Комп'ютерне верстання **І. І. Дьякова**

46/2019. Формат 60 x 84/16. Ум. друк. арк. 4,2.
Обл.-вид. арк. 1,9. Тираж 25 пр. Зам. №.....

Видавець і виготівник
Донбаська державна машинобудівна академія
84313, м. Краматорськ, вул. Академічна, 72.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 1633 від 24.12.2003