

Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія (ДДМА)

ОПР МАТЕРІАЛІВ

**Методичні вказівки
до самостійної роботи
в умовах дистанційного навчання
для студентів усіх механічних спеціальностей
заочного відділення**

Затверджено
на засіданні
методичної ради
Протокол № від

Краматорськ
ДДМА
2020

УДК 539.3/.5

Опір матеріалів: методичні вказівки до самостійної роботи в умовах дистанційного навчання для студентів усіх механічних спеціальностей заочного відділення / уклад. : Ю. С. Холодняк, – Краматорськ : ДДМА, 2020. – 48 с.

Методичні вказівки містять необхідну інформаційну базу і рекомендації студентам – заочникам усіх механічних спеціальностей щодо організації самостійної роботи з дисципліни “Опір матеріалів” в умовах дистанційного навчання.

Укладач: Ю.С. Холодняк, доц.

Відп. за випуск С. В. Подлесний.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1 ТЕМИ І ПИТАННЯ КУРСУ ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ, ЇХ МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ	5
1.1 Вступ. Метод перерізів	5
1.2 Теорія напруженого стану. Теорії міцності	5
1.3 Розтягання-стискання	5
1.4 Геометрія плоских перерізів	6
1.5 Зсув. Кручення	6
1.6 Плоский згин	7
1.7 Складний опір	7
1.8 Стійкість стиснутих стрижнів	8
1.9 Переміщення в пружних системах	8
1.10 Динамічне навантаження	8
1.11 Витривалість	9
2 РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИВЧЕННЯ ТЕОРІЇ І ЗАСВОЄННЯ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ	9
3 ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ МАТЕРІАЛИ	10
4 КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ	11
5 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ЕКЗАМЕНАЦІЙНИХ БІЛЕТІВ	12
5.1 Задача 1 білетів до модуля 1 повного курсу опору матеріалів і білетів прискореного курсу	12
5.2 Задача 2 білетів до модуля 1 повного курсу опору матеріалів	15
5.3 Задача 1 білетів до модуля 2 повного курсу опору матеріалів і задача 2 білетів прискореного курсу	18
5.4 Задача 2 білетів до модуля 2 повного курсу опору матеріалів	23
ЛІТЕРАТУРА	27
Додаток А. Зразки екзаменаційних білетів	29
Додаток Б. Схеми конструкцій до екзаменаційних білетів модуля 1 повного курсу опору матеріалів і екзаменаційних білетів прискореного курсу	32
Додаток В. Схеми складних перерізів до екзаменаційних білетів модуля 1 повного курсу опору матеріалів	35
Додаток Г. Схеми балок до екзаменаційних білетів модуля 2 повного курсу опору матеріалів і екзаменаційних білетів прискореного курсу	38
Додаток Д. Схеми валів до екзаменаційних білетів модуля 2 повного курсу опору матеріалів	41
Додаток Е. Довідкові матеріали	44

ВСТУП

У першому семестрі 2019 – 2020 навчального року в ДДМА діяла система заочного навчання, яка передбачала проведення контрольних робіт в учбових приміщеннях безпосередньо перед екзаменами або заліками. При цьому загальна оцінка за предмет складалась з оцінок за контрольну роботу і письмових відповідей на завдання екзаменаційного або залікового білета з урахуванням їх вагових коефіцієнтів (відповідно 0,4 і 0,6).

Особливості навчального процесу з дисципліни “ Опір матеріалів “ в умовах зазначеної системи детально відображені у відповідних методичних вказівках до організації самостійної роботи студентів /1/.

І в повному, і в прискореному курсах цієї дисципліни контрольні роботи містили лише практичні завдання, а питання з теорії були включені до складу екзаменаційних білетів разом з відповідними задачами.

З другого семестру 2019 – 2020 навчального року на заочному відділенні академії поновлюється раніше діюча система дистанційної освіти Moodle ДДМА, в якій контрольні роботи складаються з тестових дистанційних відповідей через Інтернет на ряд коротких теоретичних запитань з тієї чи іншої навчальної дисципліни.

При такому підході з'являється можливість заміни теоретичних питань білетів додатковими завданнями практичного спрямування, що є вельми важливим для поглибленого засвоєння дисципліни. Разом з цим виникає потреба у внесенні певних змін в її методичне забезпечення, а разом з ним і в організацію самостійної роботи студентів.

Саме внесення таких змін у повний і прискорений курси опору матеріалів, спричинених переходом на дистанційну систему заочної освіти, і є метою даних методичних вказівок, які являють собою відкоректований варіант попередньої розробки /1/.

Дані методичні вказівки містять тематику обох курсів, необхідні джерела інформації для вивчення теорії і методів розв'язання задач, склад і зразки екзаменаційних білетів, конструктивні схеми, критерії оцінювання і приклади розв'язання екзаменаційних задач, довідкові матеріали до них.

Оскільки порядок виконання і прийому тестових контрольних робіт регламентований окремим положенням “Про організацію навчального процесу за заочно – дистанційною формою з використанням системи дистанційного навчання Moodle DDMA”, іншими розпорядчими документами академії, відповідний розділ винесений за дужки даних методичних вказівок.

Усі інформаційні матеріали, на яких базуються дані методичні вказівки, є в достатній кількості в бібліотечному фонді академії. Ті із них, що видані академією, виставлені також в Інтернеті на сайті ДДМА <http://www.dgma.donetsk.ua/>.

1 ТЕМИ І ПИТАННЯ КУРСУ ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ, ЇХ МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

СКЛАД ПОВНОГО КУРСУ ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ

1.1 Вступ. Метод перерізів

Основні поняття, задачі та місце дисципліни «Опір матеріалів» у системі інженерної підготовки. Прийняті допущення. Реальні об'єкти і розрахункові схеми. Типові елементи конструкцій.

Зовнішні сили та їх класифікація. Внутрішні зусилля, метод перерізів. Напруження повні, нормальні та дотичні. Зв'язок напружень з внутрішніми зусиллями.

1.1.1. Основні теоретичні відомості: /2/, с. 7-20.

Додаткові джерела: /3/, с. 9-16, 37-41, 80-82; /4/, с. 6-17; /5/, с. 13-16, 42-47, 91-93; /6/, с. 5-6.

1.2 Теорія напруженого стану. Теорії міцності

Напружений стан у точці тіла, його задавання і компоненти. Індекси нормальних і дотичних напружень. Закон парності дотичних напружень.

Головні площадки, головні напруження і головні напрямки. Типи напружених станів. Пряма і зворотна задачі теорії напруженого стану.

Аналітичне розв'язання прямої і зворотної задач теорії плоского напруженого стану. Напруження на похилих площадках при лінійному напруженому стані.

Графічне розв'язання прямої і зворотної задач теорії плоского напруженого стану, круги Мора.

Об'ємний напружений стан. Напруження і деформації. Узагальнений закон Гука. Питома потенційна енергія пружної деформації, її складові.

Теорії міцності, їх призначення. Критерії міцності та еквівалентні напруження. Перша і друга теорії міцності, їх області застосування і недоліки, умови міцності.

Третя і четверта теорії міцності, їх області застосування і недоліки, умови міцності. Теорія міцності Мора.

1.2.1. Основні теоретичні відомості: /2/, с. 68-94.

Додаткові джерела: /3/, с. 152-192; /4/, с. 60-82; /5/, с. 170-208; /6/, с. 16-23.

1.2.2. Методи і приклади розв'язання задач:

/7/, с. 35-41; /8/, с. 62-73, 328-332.

1.3 Розтягання-стискання

Розтягання – стискання. Визначення напружень. Зв'язок напружень і деформацій, закон Гука. Коефіцієнт Пуассона.

Побудова епюр поздовжніх сил і напружень при розтяганні – стисканні. Умови міцності. Визначення допустимих напружень. Умова жорсткості.

Механічні випробування матеріалів на розтягання і стискання. Діаграми розтягання і стискання, їх особливі точки. Показники міцності та пластичності. Матеріали крихкі та пластичні.

Статично визначувані та статично невизначувані стрижневі системи, що працюють на розтягання – стискання. Ступінь статичної невизначуваності, план її розкриття.

1.3.1. Основні теоретичні відомості: /2/, с. 20-37.

Додаткові джерела: /3/, с. 42-43, 83-99, 130-140; /4/, с. 18-32; /5/, с. 48-50, 93-109, 127-139, 147-152; /6/, с. 7-15; /9/, с. 7-27; /18/, с. 9-10.

1.3.2. Методи і приклади розв'язання задач:

/7/, с. 7-32; /8/, с. 16-51; /10/, с.5-33; /11/, с. 7-22; /18/, с. 10-33.

1.4 Геометрія плоских перерізів

Статичні моменти площини. Центральні осі та центр ваги плоскої фігури. Положення центрів ваги найпростіших фігур. Способи визначення центрів ваги фігур складної конфігурації.

Моменти інерції плоскої фігури, їх види. Зв'язок полярного і осьових моментів інерції. Головні осі інерції. Формули для моментів інерції найпростіших фігур.

Залежність між моментами інерції плоскої фігури при паралельному переносі та повороті осей координат.

Головні центральні осі плоскої фігури, їх положення. Визначення головних моментів інерції.

1.4.1. Основні теоретичні відомості: /2/, с. 104-123.

Додаткові джерела: /3/, с. 17-36; /4/, с. 91-107; /5/, с. 21-42; /6/, с. 23-34; /18/, с. 56-60.

1.4.2. Методи і приклади розв'язання задач:

/7/, с. 44-49; /8/, с. 114-129; /10/, с.74-91; /11/, с. 46-52; /18/, с. 61-76.

1.5 Зсув. Кручення

Чистий зсув, напруження і деформації. Закон Гука при зсуві. Умова міцності, допустимі напруження.

Кручення. Зв'язок потужності з крутним моментом. Побудова епюр крутних моментів. Характер деформації і напружений стан стрижнів при крученні.

Визначення напружень і деформацій при крученні. Умови міцності та жорсткості.

1.5.1. Основні теоретичні відомості: /2/, с. 94-104, 123-132.

Додаткові джерела: /3/, с. 44-46, 193-216; /4/, с. 83-90, 108-115; /5/, с. 50-52, 214-237; /6/, с. 34-49; /18/, с. 141-143.

1.5.2. Методи і приклади розв'язання задач:

/7/, с. 50-60; /8/, с. 81-88, 96-101; /11/, с. 23-28; /18/, с. 143-161.

1.6 Плоский згин

Балки і рами, їх елементи і різновиди. Типи опор і опорні реакції. Внутрішні зусилля, правила знаків. Диференційні залежності при згині.

Правила побудови епюр внутрішніх зусиль для балок. Особливості епюр у місцях прикладення до балки зосереджених сил і моментів, також на ділянках, де є розподілене навантаження і де воно відсутнє. Визначення екстремальних значень згинальних моментів.

Особливості та правила побудови епюр внутрішніх зусиль для плоских рам. Перевірка правильності епюр.

Плоский згин, його різновиди. Чистий згин, визначення нормальних напружень. Умова міцності.

Поперечний згин. Визначення дотичних напружень, формула Журавського.

Еквівалентні напруження в стрижні при поперечному згині. Повна перевірка міцності балки; умови міцності, допустимі напруження.

1.6.1. Основні теоретичні відомості: /2/, с. 42-68, 132-162.

Додаткові джерела: /3/, с. 46-66, 237-261; /4/, с. 36-59, 116-143; /5/, с. 53-75, 259-284; /6/, с. 51-76; /12/, с. 5-11, 34-36; /18/, с. 34, 77-79, 116-118.

1.6.2. Методи і приклади розв'язання задач:

/7/, с. 62-78; /8/, с. 133-159, 174-186; /10/, с.34-73, 92-103; /11/, с. 28-46; /12/, с. 12-18, 37-49; /13/, с.5-10; /18/, с. 35-55,79-116,118-140.

1.7 Складний опір

Складний і косий згини. Визначення напружень. Положення нейтральної лінії. Умови міцності для стрижня з довільним перерізом.

Згин з крученням. Умова міцності. Послідовність проектного і перевірконого розрахунків. Особливості вибору допустимого напруження.

Згин з розтяганням – стисканням. Визначення напружень. Положення нейтральної лінії. Умови міцності для стрижня з довільним перерізом.

Позацентрове розтягання – стискання. Визначення напружень. Положення нейтральної лінії. Умови міцності для стержня з довільним перерізом. Ядро перерізу.

1.7.1. Основні теоретичні відомості: /2/, с. 162-186.

Додаткові джерела: /3/, с. 325-347; /4/, с. 144-165; /5/, с. 352-371; /6/, с. 107-123.

1.7.2. Методи і приклади розв'язання задач:

/7/, с. 132-152; /8/, с. 288-299, 303-309, 346-350; /10/, с.103-135; /13/, с.11-22.

1.8 Стійкість стиснутих стрижнів

Поняття стійкості стиснутого стрижня. Види пружної рівноваги. Критична сила і критичне напруження. Задача Ейлера.

Межі застосування формули Ейлера для критичного напруження.

Формула Ясинського. Розрахунки на стійкість стиснутого стрижня з використанням коефіцієнта зменшення основного допустимого напруження.

1.8.1. Основні теоретичні відомості: /4/, с. 60-81.

Додаткові джерела: /3/, с. 492-506; /5/, с. 560-577; /6/, с. 149-165; /15/, с. 64-87.

1.8.2. Методи і приклади розв'язання задач:

/7/, с. 211-217; /8/, с. 413-422; /10/, с.191-205; /13/, с.34-40.

1.9 Переміщення в пружних системах

Потенційна енергія пружної деформації стрижня і стрижневої системи в загальному випадку навантаження. Потенційна енергія балок і плоских рам.

Теорема Кастіліано, її недоліки при визначенні переміщень в стрижневих системах.

Метод і інтеграли Мора для визначення переміщень в стрижневих системах.

Чисельні методи визначення переміщень в стрижневих системах. Спосіб Верещагіна, формула крайніх ординат.

Статично невизначувані балки і рами, ступень їх статичної невизначуваності і послідовність розрахунку. Особливості багатопрогонних нерозрізних балок.

Канонічні рівняння методу сил, їх коефіцієнти і фізична сутність. Деформаційна перевірка. Визначення переміщень у статично невизначуваних балках і рамах.

1.9.1. Основні теоретичні відомості: /4/, с. 6-60.

Додаткові джерела: /3/, с. 354-413; /5/, с. 381-445; /6/, с. 87-98, 124-145; /12/, с. 75-79, 101; /15/, с. 6-63.

1.9.2. Методи і приклади розв'язання задач:

/7/, с. 114-128, 160-175; /8/, с. 211-234, 245-265; /10/, с.136-190; /12/, с.75-93, 101-111; /13/, с.22-33.

1.10 Динамічне навантаження

Особливості динамічного режиму навантаження. Визначення напружень і деформацій при ударі і заданих прискореннях точок системи.

Власні коливання пружної системи з одним ступенем свободи без опору середовища. Визначення напружень і деформацій.

Власні коливання пружної системи з одним ступенем свободи і лінійним опором середовища, їх особливості і основні параметри.

Вимушені коливання пружної системи з одним ступенем свободи. Визначення напружень і деформацій. Резонанс.

1.10.1. Основні теоретичні відомості: /4/, с. 82-111.

Додаткові джерела: /3/, с. 516-538, 590-601; /5/, с. 587-610, 690-700; /6/, с. 166-189; /15/, с. 88-119.

1.10.2. Методи і приклади розв'язання задач:
/7/, с. 226-229, 240-257; /8/, с. 508-528, 539-543; /10/, с.205-217.

1.11 Витривалість

Механізм руйнування при циклічно змінюваних напруженнях. Основні характеристики і види циклів. Межа витривалості матеріалу і методи її визначення.

Діаграма граничних амплітуд при циклічно змінюваних напруженнях, її особливі точки і схематизація.

Вплив концентрації напружень, розмірів і стану поверхні деталі на межу витривалості, урахування цього впливу.

Розрахунки на міцність при циклічно змінюваних напруженнях.

1.11.1. Основні теоретичні відомості: /4/, с. 112-139.

Додаткові джерела: /3/, с. 562-589; /5/, с. 652-682; /15/, с. 120-148.

1.11.2. Методи і приклади розв'язання задач:

/8/, с. 497-507.

Зазначені теми розбиті на 2 змістових модуля. Модуль 1 містить теми 1...6, модуль 2 – теми 7...11.

СКЛАД ПРИСКОРЕНОГО КУРСУ ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ

Прискорений курс складається із частини тем, зазначених у розділі 1, а саме з тем 1 – 9, які є найбільш важливими для практичного застосування. Тематика цього курсу на модулі не розбивається.

2 РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИВЧЕННЯ ТЕОРІЇ І ЗАСВОЄННЯ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

При вивченні теоретичних питань до кожної з тем слід орієнтуватись в першу чергу на конспекти лекцій /2/, /4/, /14/ і /15/, які підготовлені викладачами кафедри технічної механіки ДДМА і містять в доступній формі всі необхідні матеріали для засвоєння курсу. Цього достатньо, щоб студент міг з розумінням підійти до вивчення практичної частини дисципліни. При бажанні поглибити знання теорії слід звернутись до підручників і посібників з курсу /3/, /5/, /6/ та інших, які є доступними для студентів. Ці видання подають теорію в супроводі великої кількості корисних прикладів і задач.

При засвоєнні методів розв'язання задач доцільно звернутись до посібників /7/, /8/ або інших, доступних студентам, також до розробок кафедри /10/ – /13/, в яких даються методи і приклади розв'язання ряду практично важливих задач. В цих розробках містяться і багатоваріантні завдання для самостійного розв'язання їх студентами в плані підготовки до екзаменів. Корисними тут можуть стати також задачі, наведені в /16/ і /17/.

3 ЕКЗАМЕНАЦІЙНІ МАТЕРІАЛИ

Згідно з навчальним планом тривалість повного курсу опору матеріалів – один рік, прискореного – півроку. У зв'язку з цим є різною і кількість екзаменів на цих курсах: два – на повному (за модулі 1 і 2) і один – на прискореному.

Склад завдань екзаменаційних білетів наведений в таблицях 1 і 2.

Таблиця 1 – Завдання екзаменаційних білетів повного курсу опору матеріалів

Модуль	Зміст завдань	Кількість балів
1	1. Розв'язання задачі на визначення діаметра і абсолютного подовження (або скорочення) найбільше навантаженого стрижня сталеві статично визначеної конструкції, яка працює на розтягання – стискання.	60
	2. Розв'язання задачі на визначення головних моментів інерції складного перерізу	40
2	1. Розв'язання задачі на побудову епюр внутрішніх зусиль двохопорної статично визначуваної сталеві балки, підбір її перерізу (двотавра) і визначення лінійного або кутового переміщень в заданому місці цієї балки.	60
	2. Розв'язання задачі на визначення діаметра нерухомого вала в умовах складного згину з крученням	40

Таблиця 2 – Завдання екзаменаційних білетів прискореного курсу

Номери завдань	Зміст завдань	Кількість балів
1	Розв'язання задачі на визначення діаметра і абсолютного подовження (або скорочення) найбільше навантаженого стрижня сталеві статично визначеної конструкції, яка працює на розтягання – стискання	40
2	Розв'язання задачі на побудову епюр внутрішніх зусиль двохопорної статично визначуваної сталеві балки, підбір її перерізу (двотавра) і визначення лінійного або кутового переміщень в заданому місці цієї балки.	60

Зразки екзаменаційних білетів повного і прискореного курсів наведені в додатку А, схеми до них – у додатках Б, В, Г, Д, числові дані до цих схем – у таблиці З, довідкові матеріали – у додатку Е.

Таблиця 3 – Варіанти числових даних екзаменаційних білетів

Номери варіантів	Значення величин									
	a , м	b , м	c , м	d , м	P , кН	M , кН·м	q , кН/м	Номер двотавра	Номер швелера	Розміри смуги, мм
1	2	3	1	2	18	12	10	16	20	250×40
2	3	2	2	1	12	18	8	18	22	280×36
3	1	2	3	3	6	24	12	20	24	320×32
4	2	1	1	3	18	18	10	22	27	360×28
5	3	1	2	2	6	12	8	24	30	400×25
6	1	3	2	1	12	24	10	16	22	250×36
7	2	2	3	1	6	18	12	18	24	280×32
8	3	3	1	1	12	12	10	20	27	400×28
9	1	1	3	2	18	24	8	22	30	360×25
10	2	3	1	3	12	18	12	24	20	320×40

4 КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Кількість балів, що виставляється за кожну задачу екзаменаційного білета, визначається як різниця між максимальним числом балів за цю задачу і кількістю балів, які знімаються з неї за недоліки в її розв'язанні (табл. 4).

Таблиця 4 – Критерії оцінювання задач екзаменаційних білетів

Максимальна кількість балів за задачу, %	Недоліки в розв'язанні	Кількість балів, що знімається, %
100	1. Відсутність розв'язання	100
	2. Недосконале або неповне зображення розрахункової схеми (відсутність розмірів, сил, осей координат тощо)	до 20
	3. Непослідовний або нелогічний хід розрахунку	до 20
	4. Відсутність пояснень до формул	до 15
	5. Відсутність числових результатів або їх розмірностей	до 20
	6. Відсутність перевірки, арифметичні помилки	до 20
	7. Незадовільний вигляд роботи	до 5

Підсумкова екзаменаційна оцінка в балах визначається як половина суми балів, отриманих студентом за тестову контрольну роботу і за екзаменаційний білет з урахуванням їх вагових коефіцієнтів (відповідно

0,4 і 0,6). Вона переводиться в оцінку за національною шкалою і шкалою ECTS згідно з таблицею 5.

Таблиця 5 – Підсумкові екзаменаційні оцінки

Оцінки		
у балах	за шкалою ECTS	за національною шкалою
90-100	A	Відмінно
81-89	B	Добре
75-80	C	Добре
65-74	D	Задовільно
55-64	E	Задовільно
30-54	FX	Незадовільно
0-29	F	Незадовільно

Примітка: В разі, коли оцінка тестової контрольної роботи або сумарна оцінка задач екзаменаційного білета є меншою за 55 балів, підсумкова екзаменаційна оцінка не може перевищувати 54 бали, тобто бути задовільною.

5 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ЕКЗАМЕНАЦІЙНИХ БІЛЕТІВ

5.1 Задача 1 білетів до модуля 1 повного курсу опору матеріалів і білетів прискороного курсу

Умова задачі: визначити діаметр і абсолютне подовження (скорочення) найбільше навантаженого стрижня сталеві конструкції (рис.1), якщо $[\sigma] = 160$ МПа.

Числові дані до задачі: $a = 2$ м, $b = 3$ м, $c = 4$ м, $P = 20$ кН, $M = 25$ кНм, $q = 30$ кН/м.

Розв'язання задачі

1 Позначаємо осі координат і номери стрижнів. Стрижні відкидаємо, а їхню дію на тіло, яке є заштрихованим, замінюємо силами N_1 , N_2 і N_3 , котрі спрямовані уздовж відповідних стрижнів (від тіла, якщо вважати стрижні розтягнутими) і дорівнюють поздовжнім силам у цих стрижнях. Позначаємо також потрібні точки і кут α (рис. 2).

2 Спростуємо систему сил. Розподілене навантаження замінюємо його рівнодійною, яка дорівнює площі епюри цього навантаження і прикладена посередині навантаженої ділянки тіла. Силу N_2 розкладаємо на складові уздовж осей координат – N_2^y і N_2^z (див. рис. 2). Значення цих складових визначаємо таким чином:

$$N_2^y = N_2 \cdot \cos \alpha, \quad (1)$$

$$N_2^z = N_2 \cdot \sin \alpha. \quad (2)$$

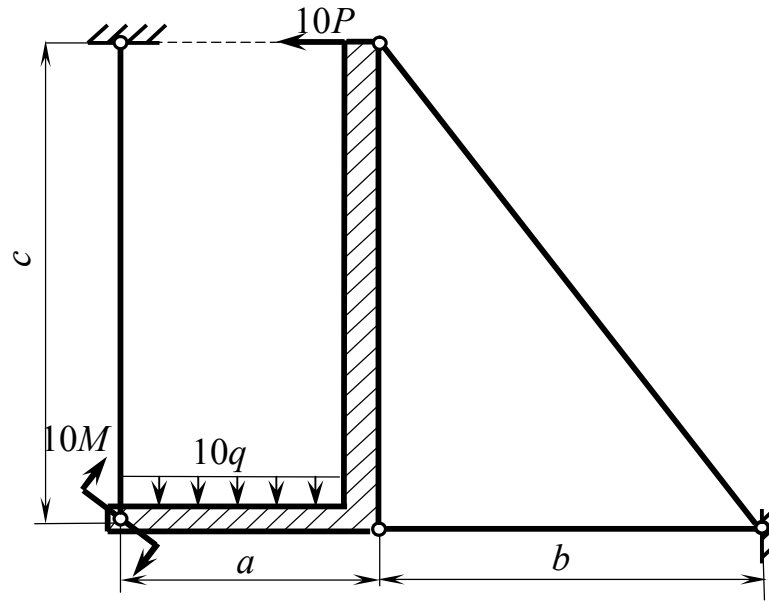


Рисунок 1 – Схема конструкції до прикладу задачі 5.1

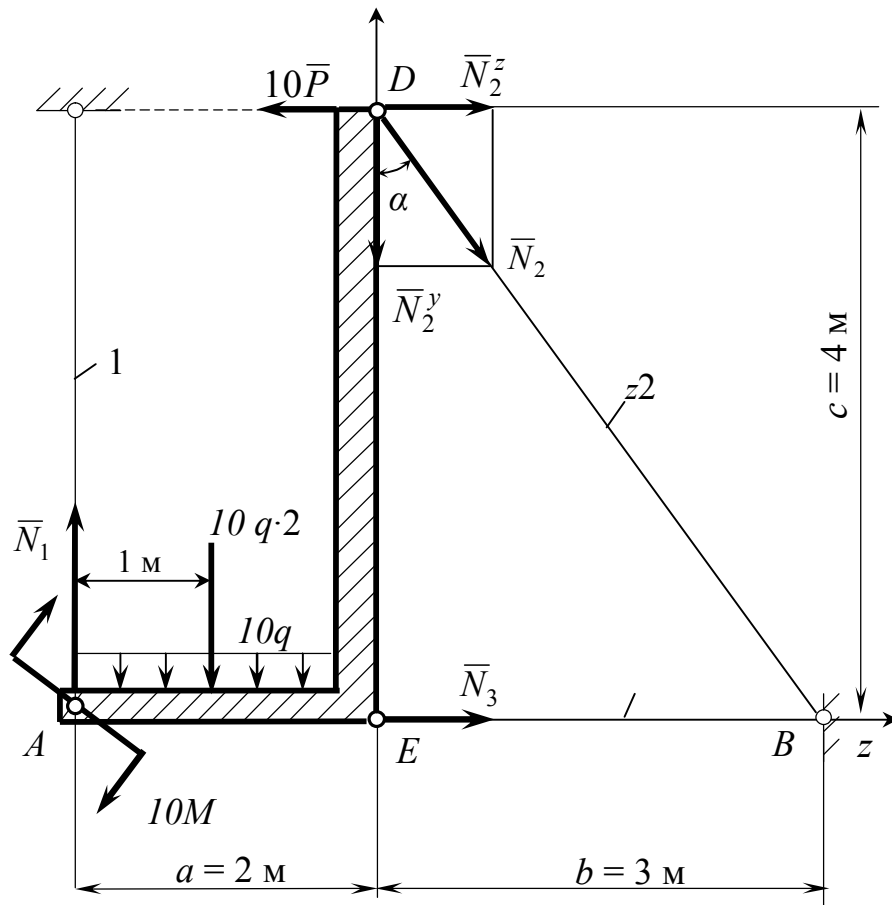


Рисунок 2 – Розрахункова схема до прикладу задачі 5.1

Значення $\sin \alpha$ і $\cos \alpha$ підраховуємо, використовуючи прямокутний

трикутник DBE :

$$\sin \alpha = \frac{BE}{BD} = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{3}{5} = 0,6, \quad (3)$$

$$\cos \alpha = \frac{DE}{BD} = \frac{4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{4}{5} = 0,8. \quad (4)$$

3 Класифікуємо діючу систему сил. Вона є довільною плоскою, для якої можна скласти три незалежних рівняння рівноваги, саме стільки, скільки невідомих реакцій присутнє в даній задачі. Таким чином, задача є статично визначуваною, бо для визначення всіх невідомих сил достатньо зазначеної кількості рівнянь рівноваги.

4 Складаємо ці рівняння. З усіх можливих варіантів (/19/, с. 63 – 65) вибираємо такі, які забезпечують найбільш просте розв'язання рівнянь рівноваги, а саме:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum m_A = 0: \quad -10M - 10q \cdot 2 \cdot 1 + 10P \cdot 4 - N_2 \cdot \cos \alpha \cdot 2 - N_2 \cdot \sin \alpha \cdot 4 = 0; \quad (5) \\ \sum m_B = 0: \quad -10M + 10q \cdot 2 \cdot 4 + 10P \cdot 4 - N_1 \cdot 5 = 0; \quad (6) \\ \sum P_z = 0: \quad N_3 + N_2 \cdot \sin \alpha - 10P = 0 \quad (7) \end{array} \right.$$

5 Розв'язуємо систему рівнянь рівноваги.

З рівняння (5) знаходимо значення N_2 :

$$-250 - 600 + 800 - N_2 \cdot 0,8 \cdot 2 - N_2 \cdot 0,6 \cdot 4 = 0;$$

$$-50 - 4 \cdot N_2 = 0;$$

$$N_2 = -\frac{50}{4} = -12,5 \text{ кН.}$$

З рівняння (6) знаходимо значення N_1 :

$$N_1 = \frac{1}{5} \cdot (-10M + 10q \cdot 2 \cdot 4 + 10P \cdot 4) = \frac{1}{5} \cdot (-250 + 2400 + 800) = \frac{2950}{5} = 590 \text{ кН.}$$

З рівняння (7) знаходимо значення N_3 :

$$N_3 = -N_2 \cdot \sin \alpha + 10P = -(-12,5) \cdot 0,6 + 200 = 207,5 \text{ кН.}$$

6 Виконуємо перевірку розв'язання системи рівнянь (5) – (7). Для цього складаємо додаткове рівняння рівноваги і підставляємо в нього знайдені величини зусиль у стрижнях конструкції:

$$\sum P_y = N_1 - 10q \cdot 2 - N_2 \cdot \cos \alpha = 590 - 600 - (-12,5) \cdot 0,8 = 600 - 600 = 0.$$

Оскільки і ця умова рівноваги виконується, робимо висновок про вірність знайдених зусиль. Їхні знаки вказують на те, що стрижні 1 і 3 розтягнуті (бо N_1 і N_3 – додатні), а стрижень 2 – стиснутий (бо N_2 – від’ємне).

7 Визначаємо найбільше навантажений стрижень конструкції, тобто такий, в якому діє максимальне за модулем зусилля. Ним у даній задачі є стрижень 1:

$$|N_{max}| = N_1 = 590 \text{ кН.}$$

8 Визначаємо діаметр стрижня 1, використовуючи умову міцності:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{0,785 \cdot d_1^2} \leq [\sigma], \quad (8)$$

де $0,785 \cdot d_1^2 = F_1$ – площа поперечного перерізу стрижня 1.

З цієї умови маємо:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{N_1}{0,785 \cdot [\sigma]}} = \sqrt{\frac{590 \cdot 10^3}{0,785 \cdot 160}} = 68,5 \text{ мм.}$$

Значення d_1 приймаємо з нормального ряду (див. додаток E):

$$d_1 = 71 \text{ мм.}$$

9 Визначаємо абсолютне подовження стрижня 1:

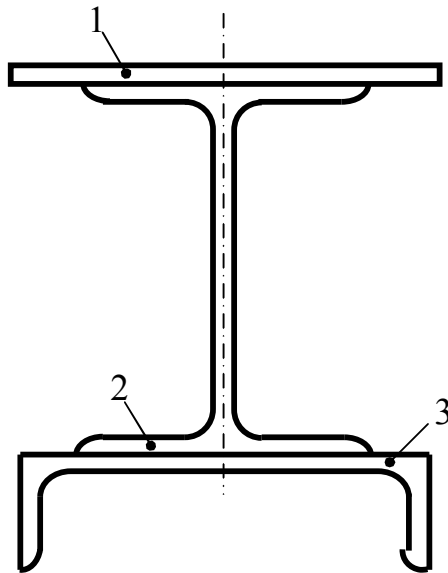
$$\Delta \ell_1 = \frac{N_1 \cdot \ell_1}{E \cdot F_1} = \frac{590 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 0,785 \cdot 71^2} = 3,0 \text{ мм,}$$

де $\ell_1 = c = 4 \text{ м}$ – довжина стрижня 1 (див. рис. 2),

$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ – модуль пружності першого роду для сталі.

5.2 Задача 2 білетів до модуля 1 повного курсу опору матеріалів

Умова задачі: визначити головні моменти інерції складного перерізу стрижня із стандартних профілів прокату (рис. 3).



1 – смуга 27 x 1,2 см²; 2 – двотавр 24; 3 – швелер 22.
Рисунок 3 – Схема перерізу до прикладу задачі 5.2

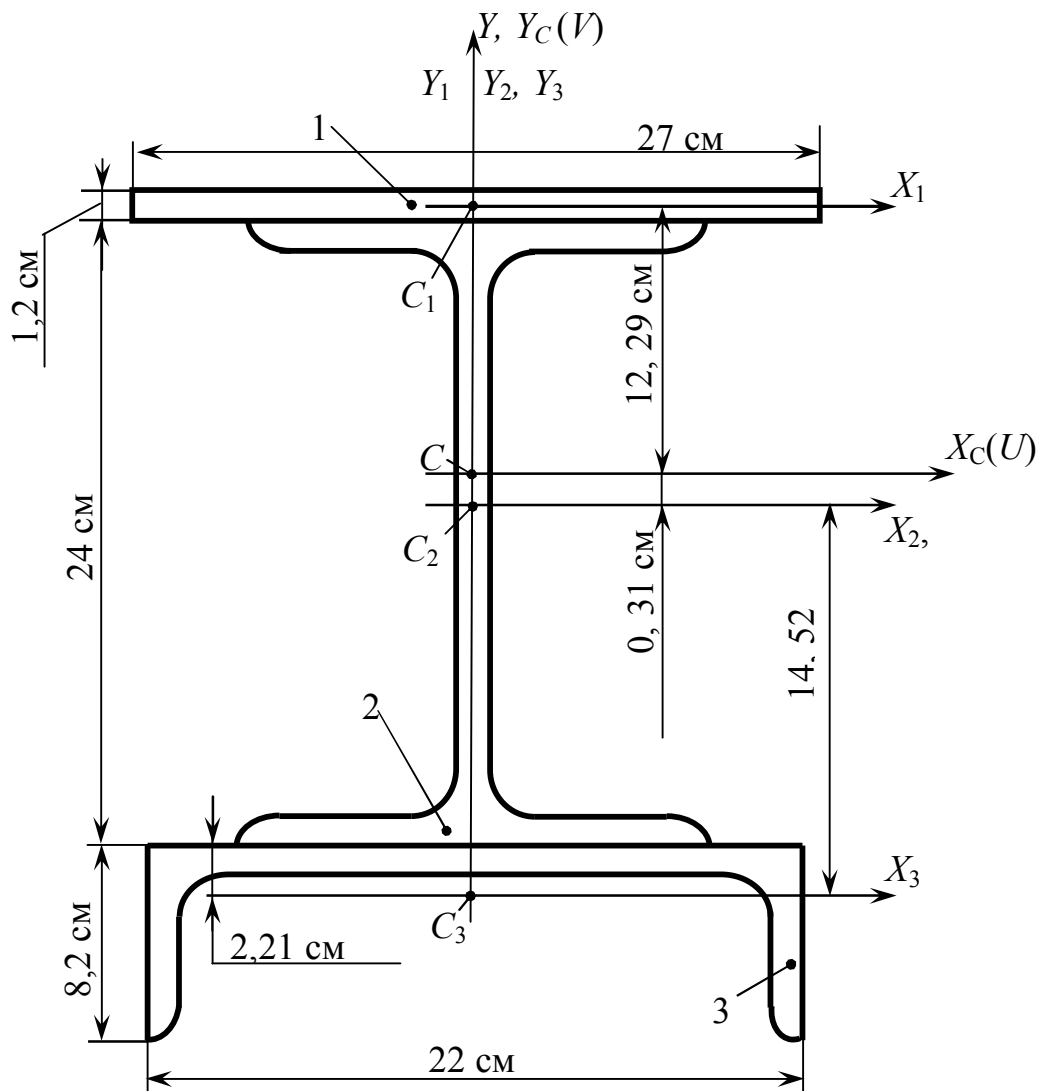


Рисунок 4 – Розрахункова схема до прикладу задачі 5.2

Розв'язання задачі

1. Визначаємо положення центру ваги перерізу (рис. 4). Оскільки переріз є симетричним відносно вертикальної осі, шукаємо тільки вертикальну координату точки C (її горизонтальна координата дорівнює нулю):

$$y_C = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot F_i}{\sum_{i=1}^n F_i} = \frac{y_1 \cdot F_1 + y_2 \cdot F_2 + y_3 \cdot F_3}{F_1 + F_2 + F_3}, \quad (9)$$

де y_1, y_2, y_3 – вертикальні координати центрів ваги відповідно смуги, двотавра і швелера (точок C_1, C_2, C_3) в початковій системі координат X, Y ;

$$y_1 = \frac{24}{2} + \frac{1,2}{2} = 12,6 \text{ см}; \quad y_2 = 0; \quad y_3 = -\left(\frac{24}{2} + 2,21\right) = -14,2 \text{ см}.$$

F_1, F_2, F_3 – площі зазначених фігур.

$$F_1 = 32,4 \text{ см}^2, \quad F_2 = 34,8 \text{ см}^2, \quad F_3 = 26,7 \text{ см}^2.$$

З урахуванням цих даних маємо:

$$y_C = \frac{12,6 \cdot 32,4 + 0 \cdot 34,8 - 14,21 \cdot 26,7}{32,4 + 34,8 + 26,7} = 0,31 \text{ см}.$$

2. На схемі перерізу позначаємо точку C з координатами $x_C = 0$, $y_C = 0,31$ см і проводимо через неї осі $X_C(U)$, $Y_C(V)$ (див. рис. 4).

3. Визначаємо необхідні дані для підрахунку головних моментів інерції перерізу.

Величини моментів інерції двотавра і швелера відносно своїх центральних осей беремо із сортаменту (див. додаток E):

$$J_{X_2} = 3460 \text{ см}^4; \quad J_{Y_2} = 198 \text{ см}^4;$$

$$J_{X_3} = 151 \text{ см}^4; \quad J_{Y_3} = 2110 \text{ см}^4.$$

Тут величини J_{X_3} та J_{Y_3} визначені з урахуванням того, що швелер у даному випадку розташований горизонтально, а в сортаменті – вертикально.

Значення величин J_{X_1} та J_{Y_1} (для смуги) будуть такими /3/ :

$$J_{X_1} = \frac{27 \cdot 1,2^3}{12} = 3,888 \text{ см}^4 \approx 4 \text{ см}^4;$$

$$J_{Y_1} = \frac{1,2 \cdot 27^3}{12} = 1968 \text{ см}^4.$$

Відстані між головними центральними осями і власними центральними осями частин перерізу:

$$a_1 = y_1 - y_C = 12,6 - 0,31 = 12,29 \text{ см};$$

$$a_2 = y_C - y_2 = 0,31 - 0 = 0,31 \text{ см};$$

$$a_3 = y_C + |y_3| = 0,31 + 14,21 = 14,52 \text{ см};$$

$$b_1 = b_2 = b_3 = 0, \text{ бо точки } C_1, C_2, C_3 \text{ лежать на осі } Y_C.$$

4. Підраховуємо головні моменти інерції перерізу:

$$J_U = J_{X_C} = \sum_{i=1}^3 (J_{X_i} + a_i^2 \cdot F_i) = 4 + 12,29^2 \cdot 32,4 + 3460 + 0,31^2 \cdot 34,8 + 151 + 14,52^2 \cdot 26,7 = 14141 \text{ см}^4;$$

$$J_V = J_{Y_C} = \sum_{i=1}^3 (J_{Y_i} + b_i^2 \cdot F_i) = 1968 + 198 + 2110 = 4276 \text{ см}^4.$$

5.3 Задача 1 білетів до модуля 2 повного курсу опору матеріалів і задача 2 білетів прискореного курсу

Умова задачі: для заданої сталевий балки (рис. 5) побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. Визначити переміщення точки K балки (або кут повороту перерізу K балки)¹.

Числові дані задачі: $a = 2 \text{ м}$, $b = 3 \text{ м}$, $c = 4 \text{ м}$, $P = 20 \text{ кН}$, $M = 25 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $q = 30 \text{ кН/м}$.

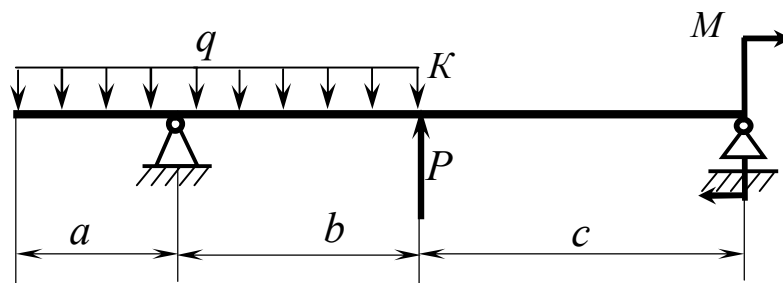


Рисунок 5 – Схема балки до прикладу задачі 5.3

¹ Примітка: в кожному білеті – один із означених варіантів визначення переміщень

Розв'язання задачі

1 Позначаємо осі координат, опорні точки і реакції, нумеруємо характерні перерізи балки (тобто ті, які розташовані у безпосередній близькості від сил і моменту, на початку і в кінці ділянок з розподіленим навантаженням). Обидві ділянки розподіленого навантаження замінюємо їх рівнодійними (рис. 6,а).

2 Визначаємо опорні реакції балки із рівнянь рівноваги:

$$\sum m_A = q \cdot a \cdot \frac{a}{2} - q \cdot b \cdot \frac{b}{2} + P \cdot b - M + R_B \cdot (b + c) = 0; \quad (10)$$

$$R_B = \frac{1}{b + c} \left(-q \cdot a \cdot \frac{a}{2} + q \cdot b \cdot \frac{b}{2} - P \cdot b + M \right) = \frac{1}{7} (-60 + 135 - 60 + 25) = 5,714 \text{ кН.}$$

$$\sum m_B = q \cdot a \cdot \left(\frac{a}{2} + b + c \right) - R_A \cdot (b + c) + q \cdot b \cdot \left(\frac{b}{2} + c \right) - P \cdot c - M = 0. \quad (11)$$

$$\begin{aligned} R_A &= \frac{1}{b + c} \cdot \left(q \cdot a \cdot \left(\frac{a}{2} + b + c \right) + q \cdot b \cdot \left(\frac{b}{2} + c \right) - P \cdot c - M \right) = \\ &= \frac{1}{7} \cdot (480 + 495 - 60 + 25) = 124,286 \text{ кН.} \end{aligned}$$

Виконаємо перевірку:

$$\begin{aligned} \sum P_y &= -q \cdot a + R_A - q \cdot b + P + R_B = \\ &= -60 + 124,286 - 90 + 20 + 5,714 = -150 + 150 = 0. \end{aligned}$$

Перевірка дає позитивний результат, тому робимо висновок про вірність визначення опорних реакцій.

3 Будуємо епюру поперечних сил для балки – Q (рис. 6,б):

$$Q_1 = 0; \quad Q_2 = -q \cdot a = -30 \cdot 2 = -60 \text{ кН;}$$

$$Q_3 = Q_2 + R_A = -60 + 124,286 = 64,286 \text{ кН;}$$

$$Q_4 = Q_3 - q \cdot b = 64,286 - 30 \cdot 3 = -25,714 \text{ кН;}$$

$$Q_5 = Q_4 + P = -25,714 + 20 = -5,714 \text{ кН;}$$

$$Q_6 = Q_5 = -5,714 \text{ кН;}$$

$$\ell_D = Q_3 / q = 64,286 / 30 = 2,143 \text{ м.}$$

4 Будуємо епюру згинальних моментів для балки – M (рис. 6,в):

$$M_1 = 0; \quad M_2 = M_3 = -q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = -30 \cdot 2 \cdot \frac{2}{2} = -60 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_4 = M_5 = -q \cdot a \cdot \left(\frac{a}{2} + b \right) + R_A \cdot b - q \cdot b \cdot \frac{b}{2} = \\ = -30 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{2} + 3 \right) + 124,286 \cdot 3 - 30 \cdot 3 \cdot \frac{3}{2} = -2,142 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_6 = -M = -25 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_D = -q \cdot a \cdot \left(\frac{a}{2} + \ell_D \right) + R_A \cdot \ell_D - q \cdot \ell_D \cdot \frac{\ell_D}{2} = \\ = -30 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2}{2} + 2,143 \right) + 124,268 \cdot 2,143 - 30 \cdot 2,143 \cdot \frac{2,143}{2} = 8,878 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

5 Виходячи з умови міцності за нормальними напруженнями, знаходимо потрібний осьовий момент опору перерізу балки – W_x :

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{60 \cdot 10^3}{160} = 375 \text{ см}^3.$$

Номер двотавра підбираємо з відповідної таблиці сортаменту (див. додаток E). Це – двотавр 27а ($W_x = 407 \text{ см}^3$; $J_x = 5500 \text{ см}^4$).

6 Переміщення точки K балки – δ_K визначаємо за методом Мора.

Прикладаємо в зазначеній точці одиничну силу $P' = 1$ (рис. 6, г) і будуємо від її дії епюру згинальних моментів – \bar{M}_1 (рис. 6, д), визначаючи попередньо реакції опор балки – R_1 і R_2 :

$$\sum m_A = 0: \quad P' \cdot b - R_2 \cdot (b + c) = 0; \quad (12)$$

$$R_2 = \frac{P' \cdot b}{b + c} = \frac{1 \cdot 3}{7} = 0,429.$$

$$\sum m_B = 0: \quad R_1 \cdot (b + c) - P' \cdot c = 0. \quad (13)$$

$$R_1 = \frac{P' \cdot c}{b + c} = \frac{1 \cdot 4}{7} = 0,571.$$

Перевірка:

$$\sum P_y = -R_1 + P' - R_2 = -0,571 + 1 - 0,429 = -1 + 1 = 0.$$

Результат перевірки свідчить про правильність визначення R_1 і R_2 .

Згинальні моменти у характерних перерізах балки в даному разі мають такі значення:

$$M_1 = M_2 = M_3 = M_6 = 0; \quad M_4 = M_5 = -R_1 \cdot b = -1,713 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Для визначення δ_K застосуємо універсальну формулу крайніх ординат (див. додаток E):

$$\begin{aligned} \delta_K = M \times \bar{M} &= \frac{3}{6EJ_x} [(2 \cdot (-60) \cdot 0 + 2 \cdot (-2,142) \cdot (-1,713) + (-60) \cdot (-1,713) + (-2,142) \cdot 0)] + \\ &+ \frac{30 \cdot 3^3}{24EJ_x} (0 - 1,713) + \frac{4}{6EJ_x} [2 \cdot (-2,142) \cdot (-1,713) + 2 \cdot (-25) \cdot 0 + (-25) \cdot (-1,713)] = \\ &= \frac{184126}{6EJ_x} = \frac{186126 \cdot 10^{12}}{6 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 5500 \cdot 10^4} = 2,8 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Оскільки величина δ_K має знак плюс, точка K переміщується в напрямку дії одиничної сили, тобто вгору.

7 Кут повороту перерізу K балки – θ_K також визначаємо за методом Мора.

Прикладаємо в точці K балки одиничний момент $M' = 1$ і визначаємо від його дії опорні реакції – R_3 і R_4 (рис. 6,е):

$$\sum m_A = 0: \quad M' + R_4 \cdot (b + c) = 0; \quad (14)$$

$$R_4 = \frac{M'}{b + c} = \frac{1}{7} = 0,143 \text{ м}^{-1}.$$

$$\sum m_B = 0: \quad R_3 \cdot (b + c) - M' = 0. \quad (15)$$

$$R_3 = \frac{M'}{b + c} = \frac{1}{7} = 0,143 \text{ м}^{-1}.$$

Перевірка:

$$\sum P_y = -R_3 + R_4 = -0,143 + 0,143 = 0.$$

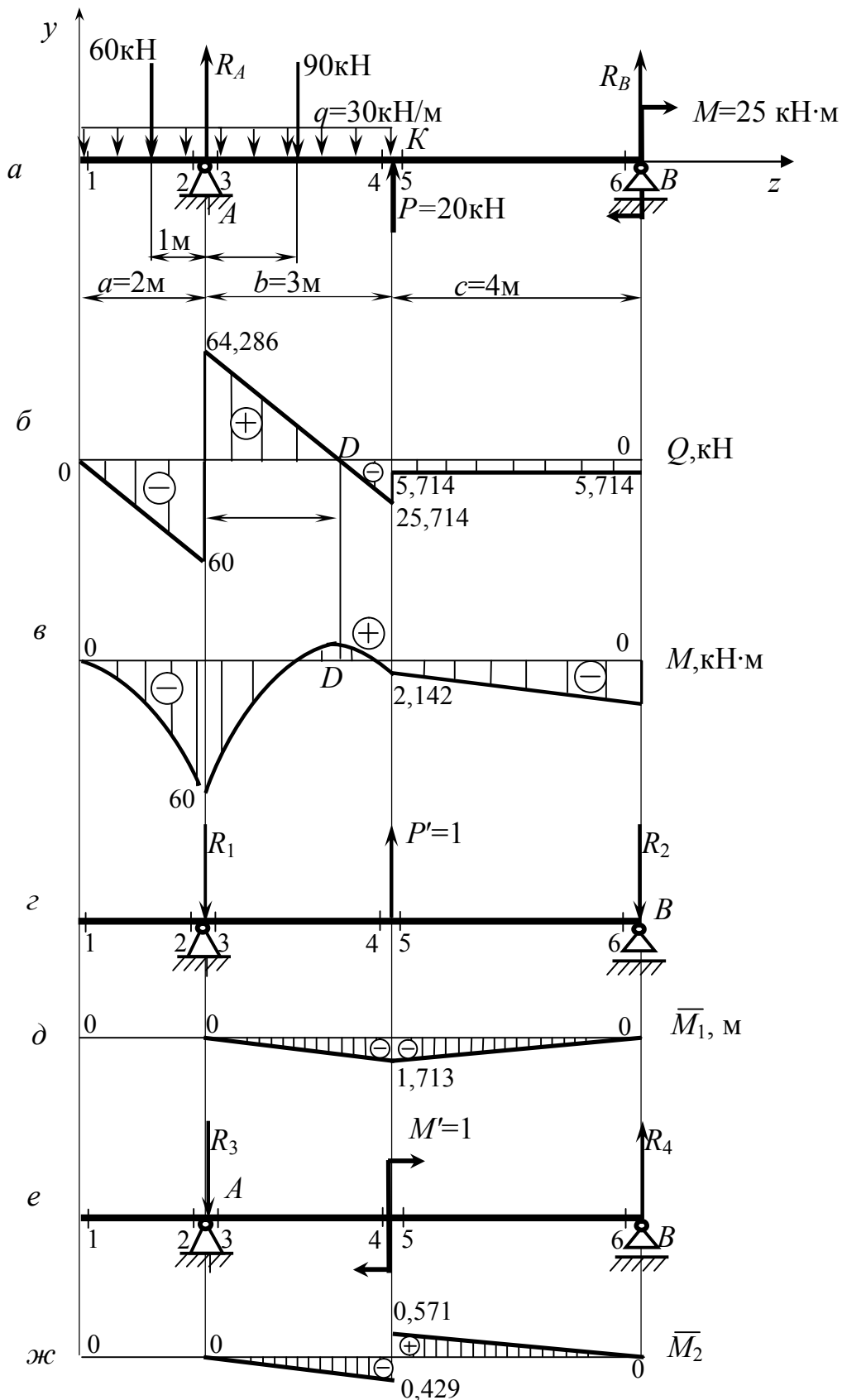
Результат перевірки підтверджує вірність значень R_3 і R_4 .

Визначаємо згинальні моменти в характерних перерізах балки від дії одиничного моменту ($M' = 1$) і будуємо епюру \bar{M}_2 (рис. 6, ж):

$$M_1 = M_2 = M_3 = M_6 = 0;$$

$$M_4 = -R_3 \cdot b = -0,143 \cdot 3 = -0,429;$$

$$M_5 = M_4 + M' = -0,429 + 1 = -0,571.$$



а – розрахункова схема балки; б – еюра поперечних сил; в – еюра згинальних моментів; г,д – навантаження балки одиничною силою і еюра згинальних моментів від цього навантаження; е,ж – навантаження балки одиничним моментом і еюра згинальних моментів від нього.

Рисунок б – Графічні побудови до прикладу задачі 5.3

Значення θ_K підраховуємо за допомогою формули крайніх ординат (див. додаток E):

$$\begin{aligned}\theta_K = M \times \bar{M}_2 &= \frac{3}{6EJ_x} [(2 \cdot (-60) \cdot 0 + 2 \cdot (-2,142) \cdot (-0,429) + (-60) \cdot (-0,429) + (-2,142) \cdot 0)] + \\ &+ \frac{30 \cdot 3^3}{24EJ_x} (0 - 0,429) + \frac{4}{6EJ_x} [2 \cdot (-2,142) \cdot 0,571 + 2 \cdot (-25) \cdot 0 + (-2,142) \cdot 0 + (-25) \cdot 0,571] = \\ &= -\frac{71024}{6EJ_x} = -\frac{71024 \cdot 10^9}{6 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 5500 \cdot 10^4} = -0,001 \text{ рад.} \approx -0,057 \text{ град.}\end{aligned}$$

Величина θ_K є від'ємною, тож переріз K обертається проти напрямку одиничного моменту, тобто проти ходу годинникової стрілки.

5.4 Задача 2 білетів до модуля 2 повного курсу опору матеріалів

Умова задачі: Виходячи з третьої теорії міцності, визначити діаметр нерухомого вала (рис. 7), якщо $[\sigma] = 100$ МПа, $P_1 = P$, $T_i = 0,364P_i$, діаметри коліс $D_1 = 0,15a$, $D_2 = 0,15b$.

Числові дані задачі: $a = 2$ м, $b = 3$ м, $c = 1$ м, $P = 18$ кН.

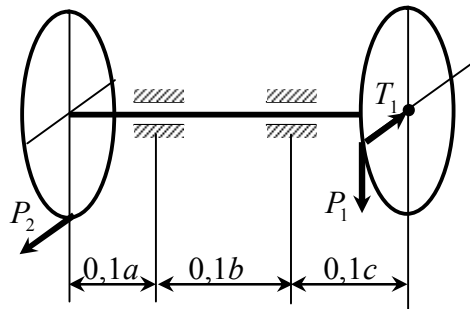


Рисунок 7 – Схема вала до прикладу задачі 5.4

Розв'язання задачі

1. Пов'язуємо з валом декартову систему координат і позначаємо опори A і B (рис. 8,а).

2. Відкидаючи колеса, які скріплені з валом, приводимо усі сили до осі вала (рис. 8,б), тобто розглядаємо вал як стрижень. При цьому до сил P_1 і P_2 , які не перетинають вісь, додаємо відповідні крутні моменти. Оскільки вал нерухомий, тобто врівноважений, ці моменти протилежно направлені й однакові за модулем /19/:

$$M_{кр} = P_1 \cdot \frac{D_1}{2} = P_2 \cdot \frac{D_2}{2}. \quad (16)$$

Таким чином, діюча на вал система сил призводить до його складного згинання з крученням.

3. З рівняння (16) визначаємо величини крутного моменту і сили P_2 :

$$M_{кр} = P_1 \cdot \frac{D_1}{2} = P_1 \cdot \frac{0,15 \cdot a}{2} = 18 \cdot \frac{0,15 \cdot 2}{2} = 2,7 \text{ кН} \cdot \text{м};$$
$$P_2 = \frac{2 \cdot M_{кр}}{D_2} = \frac{2 \cdot M_{кр}}{0,15 \cdot b} = \frac{2 \cdot 2,7}{0,15 \cdot 3} = 12 \text{ кН}.$$

Величину T_1 знаходимо з умови задачі:

$$T_1 = 0,364 \cdot P_1 = 0,364 \cdot 18 = 6,552 \text{ кН}.$$

4. Розглядаємо навантаження вала як балки у вертикальній площині (рис. 8,в) і будуємо епюру M_x (рис. 8,г):

$$M_1 = M_2 = M_6 = 0; \quad M_4 = M_5 = -P_1 \cdot 0,1c = -18 \cdot 0,1 = -1,8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

5. Аналогічно розглядаємо навантаження балки у горизонтальній площині (рис. 8,д) і будуємо епюру M_y (рис. 8,е):

$$M_1 = M_6 = 0; \quad M_2 = M_3 = -P_2 \cdot 0,1a = -12 \cdot 0,2 = -2,4 \text{ кН} \cdot \text{м};$$
$$M_4 = M_5 = T_1 \cdot 0,1c = 6,552 \cdot 0,1 = 0,655 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

6. Будуємо епюру крутних моментів $M_{кр}$ (рис. 8,ж):

$$M_1 = M_2 = M_3 = M_4 = M_5 = M_6 = M_{кр} = 2,7 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

7. Визначаємо величини приведених моментів у перерізах вала за третьою теорією міцності:

$$M_{пр} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_{кр}^2}. \quad (17)$$

У перерізах 1 і 6 маємо:

$$M_{пр} = \sqrt{0^2 + 0^2 + 2,7^2} = 2,7 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

у перерізах 2 і 3:

$$M_{пр} = \sqrt{0^2 + 2,4^2 + 2,7^2} = 3,612 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

у перерізах 4 і 5:

$$M_{np} = \sqrt{1,8^2 + 0,655^2 + 2,7^2} = 3,310 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

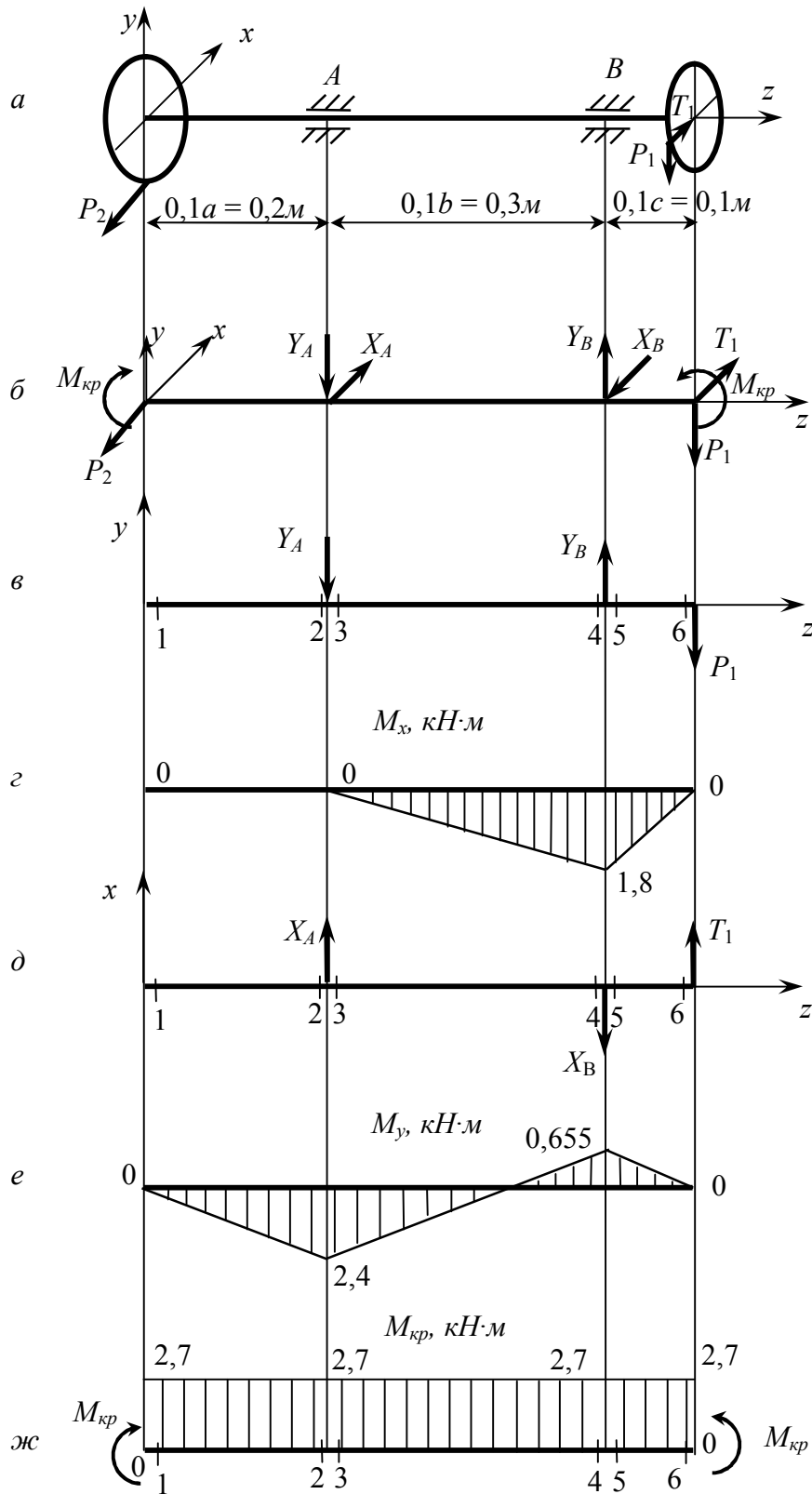
8. Порівнюючи наведені результати, бачимо, що небезпечними з огляду міцності є перерізи 2 і 3, у яких діють максимальні приведені моменти:

$$M_{np}^{\max} = 3,612 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

9. З умови міцності вала за еквівалентними напруженнями /3/ визначаємо потрібний діаметр вала:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{np}^{\max} \cdot 32}{\pi \cdot [\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{3,612 \cdot 32 \cdot 10^6}{3,14 \cdot 100}} = 71,7 \text{ мм.}$$

10. З нормального ряду (див. додаток E) приймаємо: $d = 80 \text{ мм.}$



а – робоча схема вала; б – приведення сил до осі вала; в,г – навантаження вала і епюра згинальних моментів у вертикальній площині; д,е – навантаження вала і епюра згинальних моментів у горизонтальній площині; ж – епюра крутних моментів.

Рисунок 8 – Графічні побудови до прикладу задачі 5.4

ЛІТЕРАТУРА

1. Опір матеріалів : методичні вказівки до самостійної роботи для студентів усіх механічних спеціальностей заочної форми навчання / укл. Ю. С. Холодняк. – Краматорськ : ДДМА, 2019. – 67 с.
2. Конспект лекцій з дисципліни «Опір матеріалів» (для студентів всіх механічних спеціальностей денної і заочної форм навчання) / укл.: Л. В. Кутовой, Т. П. Зінченко, В. А. Овчаренко. – Краматорськ: ДДМА, 2007. Ч.1. – 196 с.
3. Писаренко Г. С. Опір матеріалів / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Є. С. Уманський. – К.: Вища шк., 2004. – 655 с.
4. Конспект лекцій по дисциплине «Сопротивление материалов». (для студентов всех механических специальностей очной и заочной формы обучения) / сост.: Л. В. Кутовой, Т. П. Зинченко, В. А. Овчаренко. – Краматорск: ДГМА, 2004. Ч.1.– 172 с.
5. Писаренко, Г. С. Сопротивление материалов / Г. С. Писаренко [и др.] – К.: Вища школа, 1986. – 775 с.
6. Шевченко Ф. Л. Курс опору матеріалів. Порада до вивчення теорії та розв'язання задач: навч. посібник / Ф. Л. Шевченко. – Донецьк: ДонНТУ, 2013. – 260 с.
7. Шевченко Ф. Л. Задачі з опору матеріалів: навч. посібник / Ф. Л. Шевченко, С. М. Царенко. – Донецьк: ДонНТУ, 2010. – 356 с.
8. Ицкович Г. М. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов: учеб. пособие для вузов / Г. М. Ицкович, Л. С. Минин, А. И. Винокуров. – М.: Высш. шк., 2001. – 592 с.
9. Опір матеріалів : методичні вказівки до лабораторних робіт для студентів усіх механічних спеціальностей / укл.: В. А. Овчаренко, Л. В. Кутовой – Краматорськ: ДДМА, 2008. – 80 с.
10. Збірник розрахунково-графічних завдань з курсу «Опір матеріалів»: навч. посібник /Л. В. Кутовой [та ін.]. – Краматорськ: ДДМА 2007. – 220 с.
11. Методические указания к контрольным работам №1 и №2 по дисциплине «Сопротивление материалов» (для студентов заочной формы обучения всех механических специальностей) / сост. В. А. Овчаренко – Краматорск: ДГМА, 2006. – 60 с.
12. Побудова епюр внутрішніх силових факторів для балок і плоских рам: навч. посібник / Ю. С. Холодняк [та ін.]. - Краматорськ ДДМА, 2010. - 128с.
13. Методические указания к контрольным работам №3 и №4 по дисциплине «Сопротивление материалов» (для студентов заочной формы обучения всех механических специальностей) / сост.: В. А. Овчаренко , Н. А. Соломин – Краматорск: ДГМА, 2007. – 48 с.

14. Конспект лекцій з дисципліни «Опір матеріалів» (для студентів всіх механічних спеціальностей денної і заочної форми навчання) / укл.: Л. В. Кутовий, Т. П. Зінченко, В. А. Овчаренко. – Краматорськ: ДДМА, 2008. Ч.2. – 168 с.

15. Конспект лекцій по дисциплине «Сопротивление материалов». (для студентов всех механических специальностей очной и заочной формы обучения) / сост. : Л. В. Кутовой, Т. П. Зинченко, В. А. Овчаренко. – Краматорск : ДГМА, 2005. Ч.2. – 176 с.

16. Самостійна робота студентів з дисципліни «Опір матеріалів»: навч. посібник / В. А. Овчаренко [та ін.]. – Краматорськ: ДДМА, 2004. – 212 с.

17. Опір матеріалів : методичні вказівки до організації навчального процесу в умовах кредитно-модульної системи для викладачів і студентів усіх механічних спеціальностей денного відділення / укл. : Ю.С.Холодняк [та ін.]. – Краматорськ : ДДМА, 2010. – 184 с.

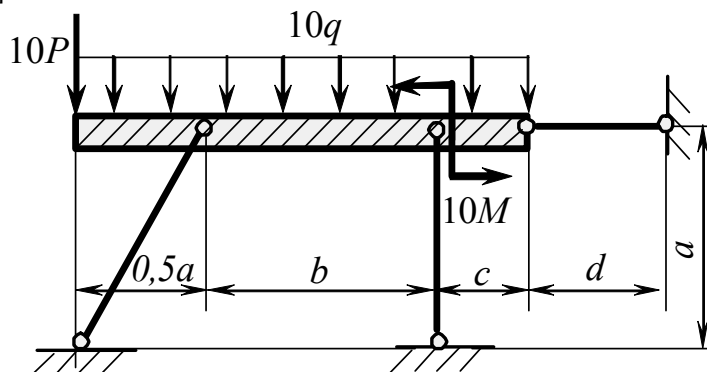
18. Сопротивление материалов: методические указания по подготовке к практическим занятиям (для студентов всех механических специальностей очной и заочной форм обучения). / сост.: В. А. Овчаренко, С. В. Капорович. – Краматорск: ДГМА, 2008. Ч.1. – 172 с.

19. Теоретична механіка. Статика і кінематика: навч. посібник / В. М. Іскрицький [та ін.]. – Краматорськ: ДДМА, 2008. – 204 с.

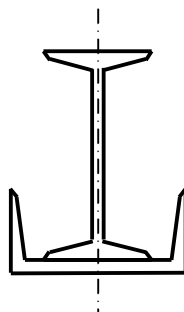
Додаток А
Зразки екзаменаційних білетів

Донбаська державна машинобудівна академія	Заочне відділення
Напрями: ІМ, Зв, Маш	Семестр 4
Навчальна дисципліна:	Опір матеріалів, модуль 1
ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ №1	

Задача 1 (60 балів). Визначити діаметр і абсолютне подовження (скорочення) найбільше навантаженого стрижня сталеві конструкції, якщо $[\sigma] = 160$ МПа.



Задача 2 (40 балів). Визначити головні моменти інерції складного перерізу.

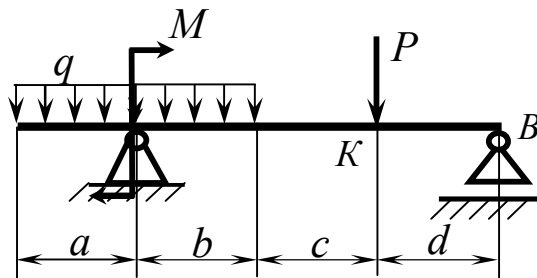


Затверджено на засіданні кафедри технічної механіки, протокол № від .	Холодняк Ю.С.
В.о.зав. кафедри	

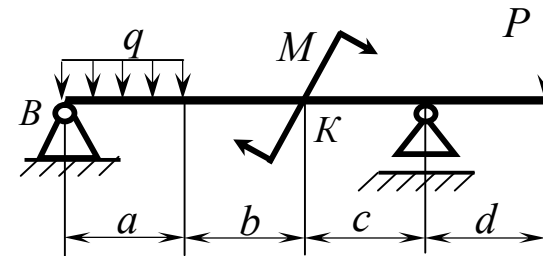
Донбаська державна машинобудівна академія
 Напрями: ІМ, Зв, Маш
 Заочне відділення
 Семестр 5
 Навчальна дисципліна: Опір матеріалів, модуль 2
 ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ №

Донбаська державна машинобудівна академія
 Напрями: ІМ, Зв, Маш
 Заочне відділення
 Семестр 5
 Навчальна дисципліна: Опір матеріалів, модуль 2
 ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ №

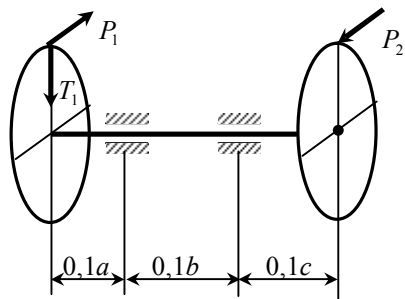
Задача 1 (60 балів). Для заданої сталеві балки побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо $[\sigma] = 160$ МПа. Визначити переміщення точки K балки.



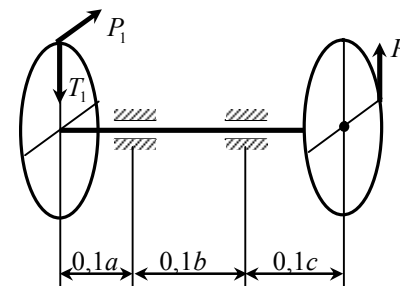
Задача 1 (60 балів) Для заданої сталеві балки побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо $[\sigma] = 160$ МПа. Визначити кут повороту перерізу K балки.



Задача 2 (40 балів). Виходячи з третьої теорії міцності, визначити діаметр нерухомого вала, якщо $[\sigma] = 100$ МПа, $P_1 = P$, $T_i = 0,364P_i$, діаметри коліс $D_1 = 0,15a$, $D_2 = 0,15b$.

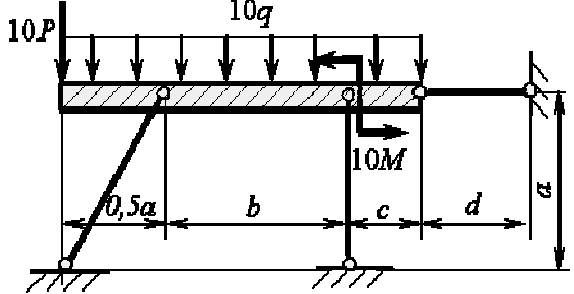
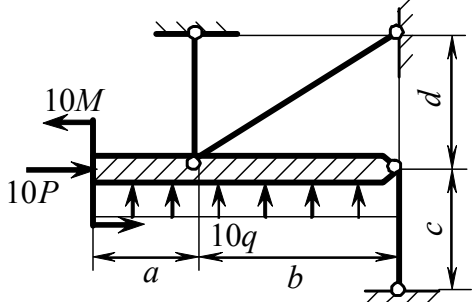
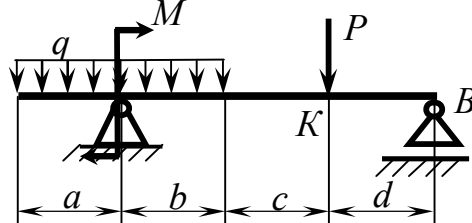
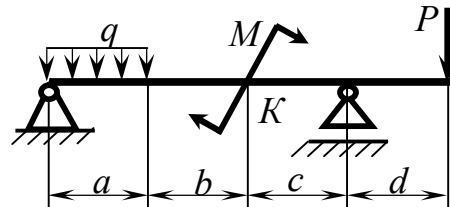


Задача 2 (40 балів). Виходячи з третьої теорії міцності, визначити діаметр нерухомого вала, якщо $[\sigma] = 100$ МПа, $P_1 = P$, $T_i = 0,364P_i$, діаметри коліс $D_1 = 0,15a$, $D_2 = 0,15b$.



Затверджено на засіданні кафедри технічної механіки,
 протокол № від .
 В.о.зав. кафедри Холодняк Ю.С.

Затверджено на засіданні кафедри технічної механіки,
 протокол № від .
 В.о.зав. кафедри Холодняк Ю.С.

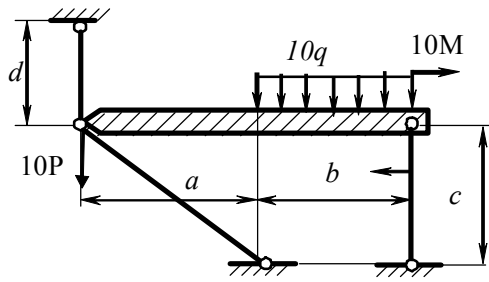
<p style="text-align: center;">Донбаська державна машинобудівна академія</p> <p>Напрями: ІМ, Зв, Маш</p> <p>Навчальна дисципліна:</p> <p style="text-align: center;">ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ №</p>	<p style="text-align: center;">Донбаська державна машинобудівна академія</p> <p>Напрями: ІМ, Зв, Маш</p> <p>Навчальна дисципліна:</p> <p style="text-align: center;">ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ №</p>
<p style="text-align: center;">Заочне відділення Семестр 3 Опір матеріалів (прискорений курс)</p>	<p style="text-align: center;">Заочне відділення Семестр 3 Опір матеріалів (прискорений курс)</p>
<p>Задача 1 (40 балів). Визначити діаметр і абсолютне подовження (скорочення) найбільше навантаженого стрижня сталевій конструкції, якщо $[\sigma] = 160$ МПа.</p> 	<p>Задача 1 (40 балів). Визначити діаметр і абсолютне подовження (скорочення) найбільше навантаженого стрижня сталевій конструкції, якщо $[\sigma] = 160$ МПа.</p> 
<p>Задача 2 (60 балів). Для заданої сталевій балки побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо $[\sigma] = 160$ МПа. Визначити переміщення точки <i>K</i> балки.</p> 	<p>Задача 2 (60 балів) Для заданої сталевій балки побудувати епюри внутрішніх зусиль і підібрати її переріз (двотавр), якщо $[\sigma] = 160$ МПа. Визначити кут повороту перерізу <i>K</i> балки.</p> 
<p style="text-align: center;">Затверджено на засіданні кафедри технічної механіки, протокол № від В.о.зав. кафедри</p> <p style="text-align: right;">Холодняк Ю.С.</p>	<p style="text-align: center;">Затверджено на засіданні кафедри технічної механіки, протокол № від В.о.зав. кафедри</p> <p style="text-align: right;">Холодняк Ю.С.</p>

Додаток Б

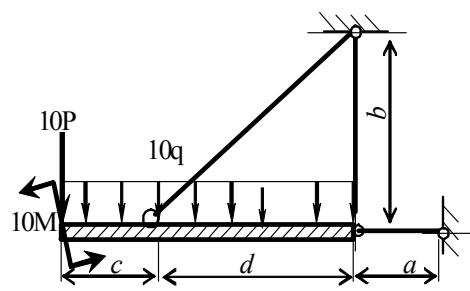
Схеми конструкцій до екзаменаційних білетів модуля 1 повного курсу опору матеріалів і екзаменаційних білетів прискореного курсу

<p>1</p>	<p>2</p>
<p>3</p>	<p>4</p>
<p>5</p>	<p>6</p>
<p>7</p>	<p>8</p>
<p>9</p>	<p>10</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; text-align: center;"> <div style="margin: 0 10px;">$10M$</div> <div style="margin: 0 10px;">a</div> <div style="margin: 0 10px;">$10P$</div> <div style="margin: 0 10px;">d</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; text-align: center; margin-top: 10px;"> <div style="margin: 0 10px;">$10q$</div> <div style="margin: 0 10px;">b</div> <div style="margin: 0 10px;">c</div> <div style="margin: 0 10px;">$0,5a$</div> </div>

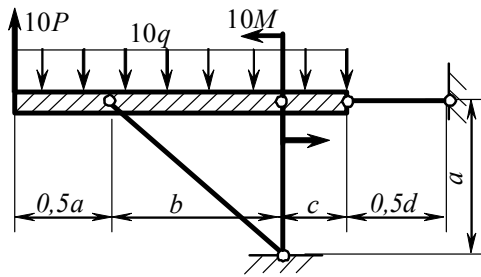
11



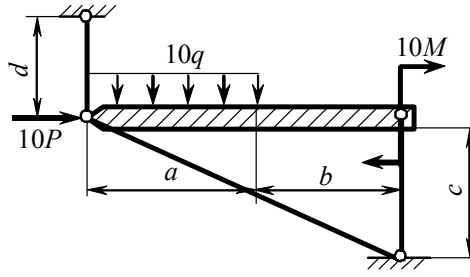
12



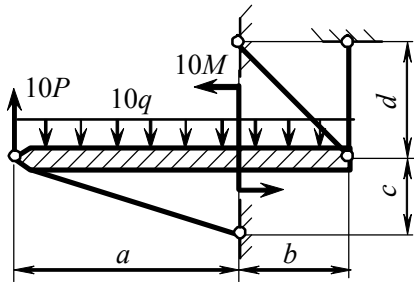
13



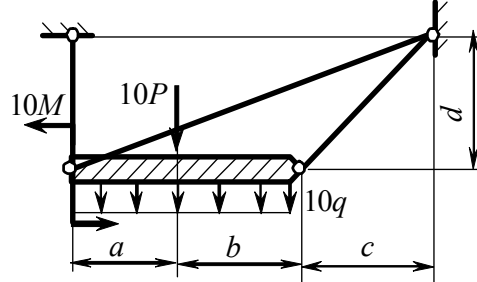
14



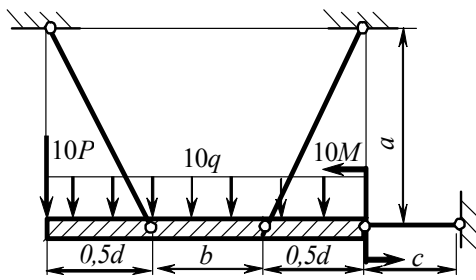
15



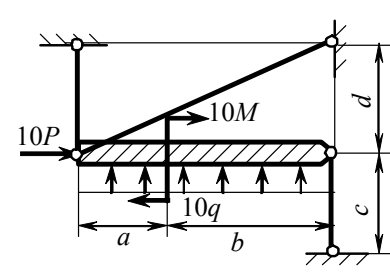
16



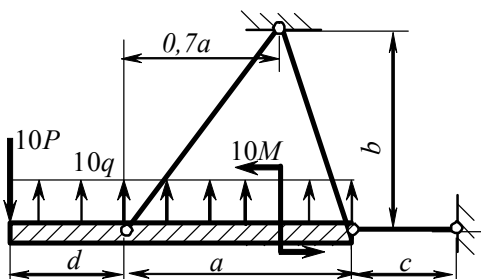
17



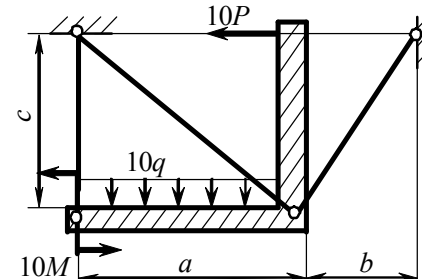
18



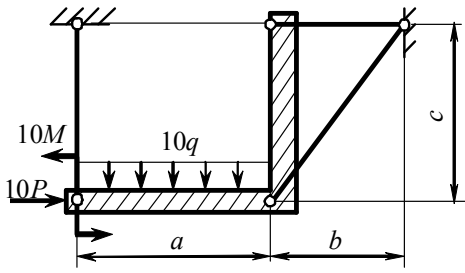
19



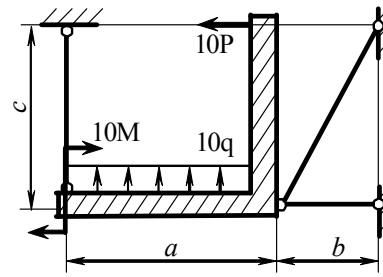
20



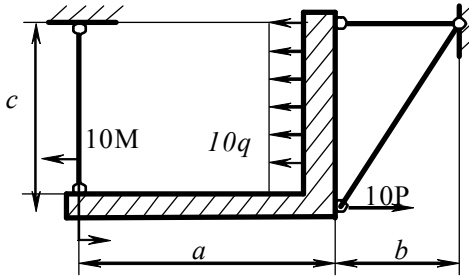
21



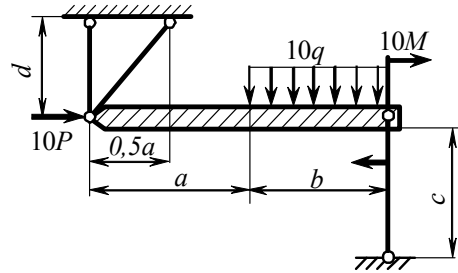
22



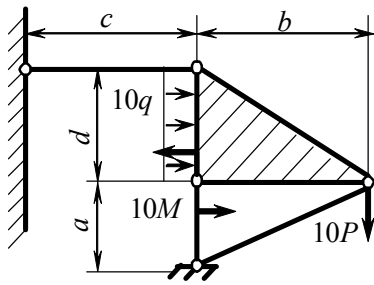
23



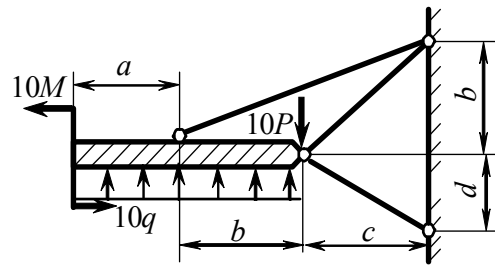
24



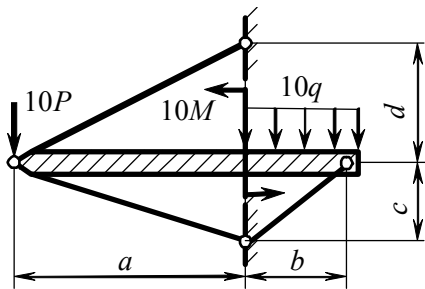
25



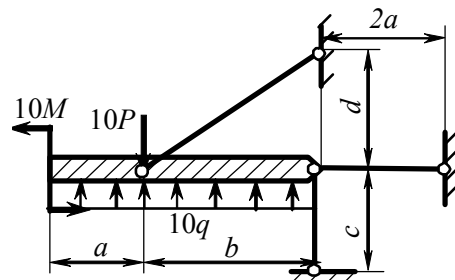
26



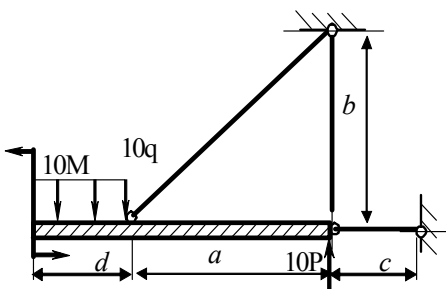
27



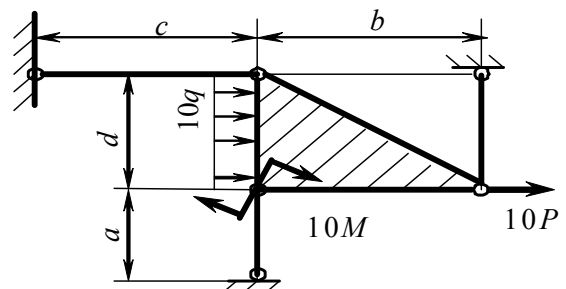
28



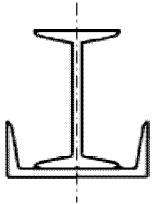
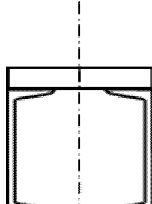
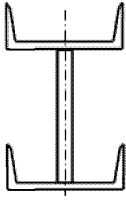
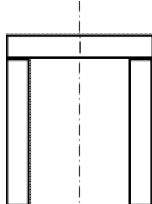
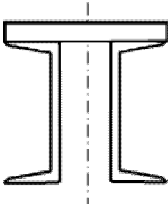
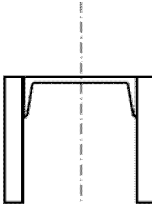
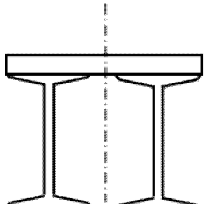
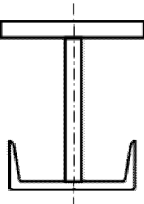
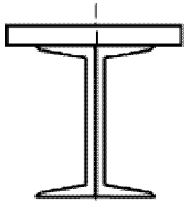
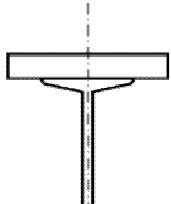
29



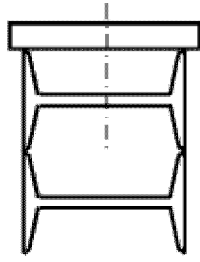
30



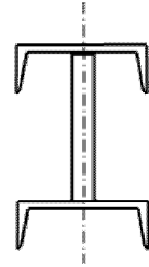
Додаток В
Схеми складних перерізів до екзаменаційних білетів модуля 1
повного курсу опору матеріалів

1 	2 
3 	4 
5 	6 
7 	8 
9 	10 

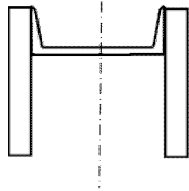
11



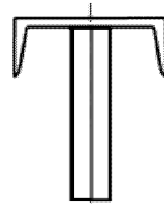
12



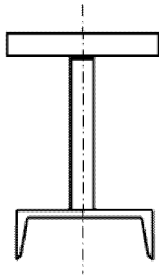
13



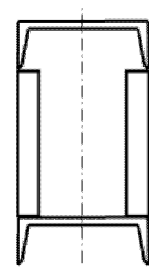
14



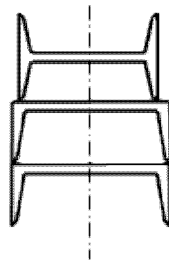
15



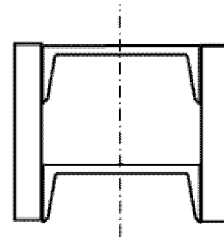
16



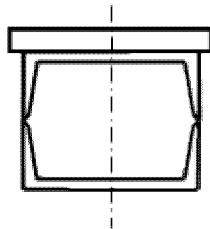
17



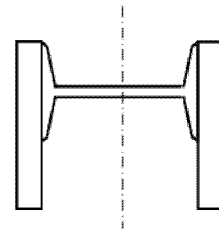
18



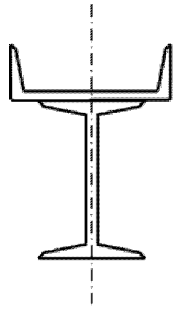
19



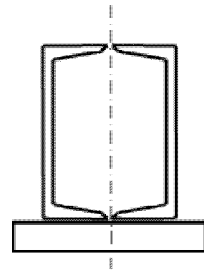
20



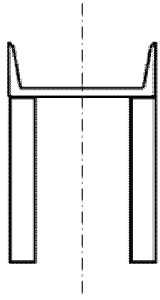
21



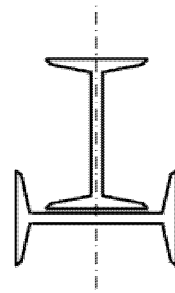
22



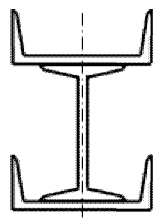
23



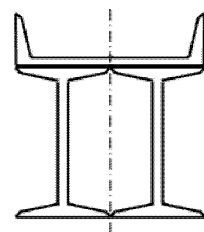
24



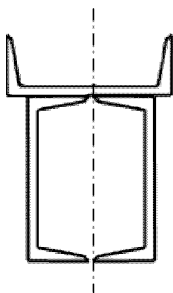
25



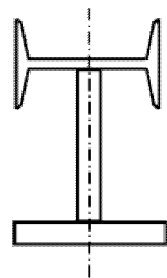
26



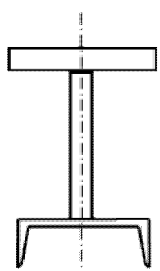
27



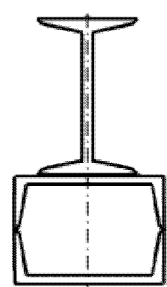
28



29



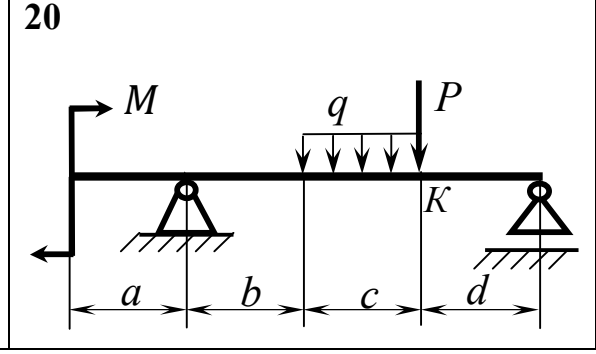
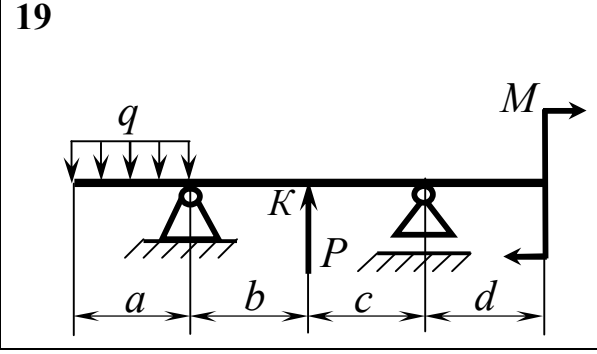
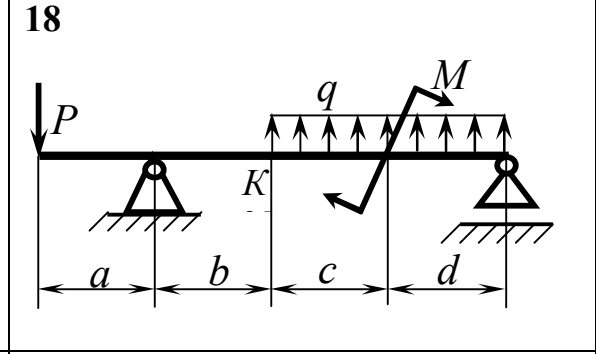
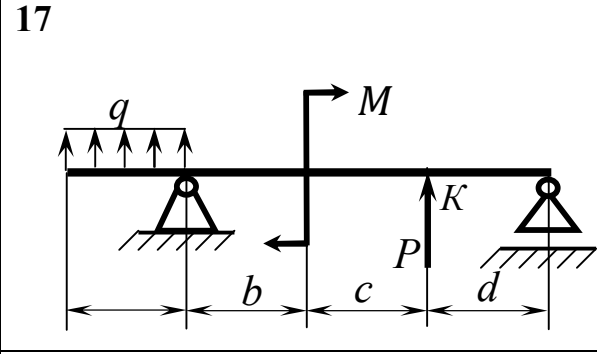
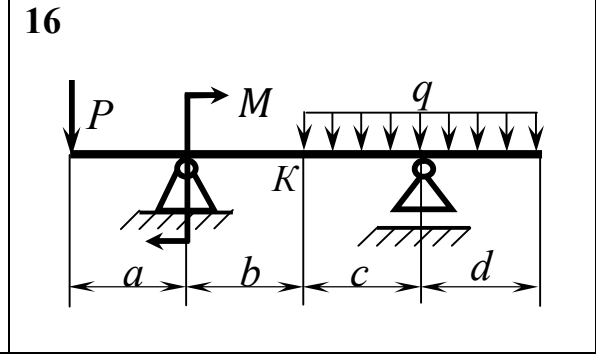
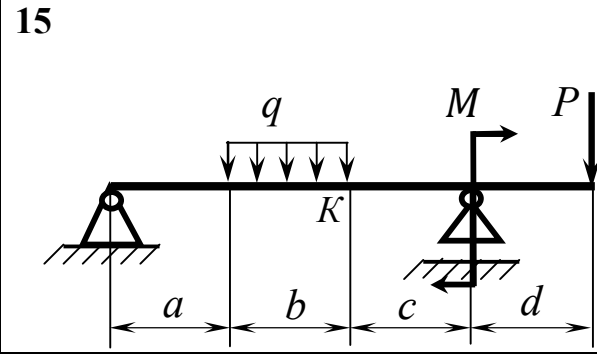
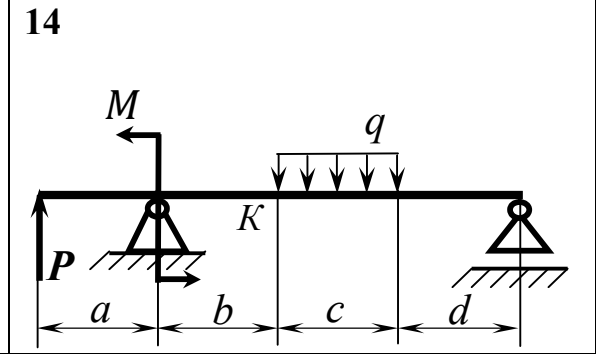
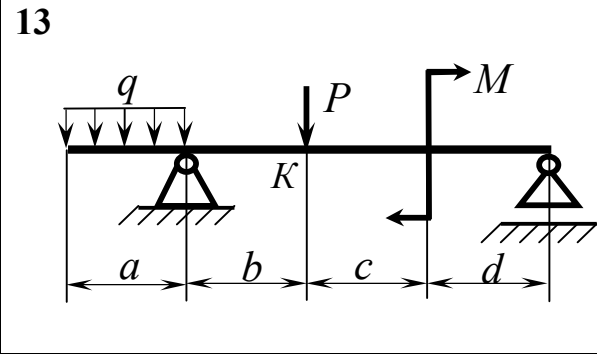
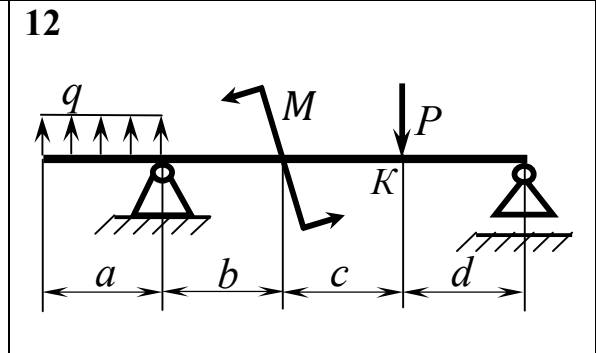
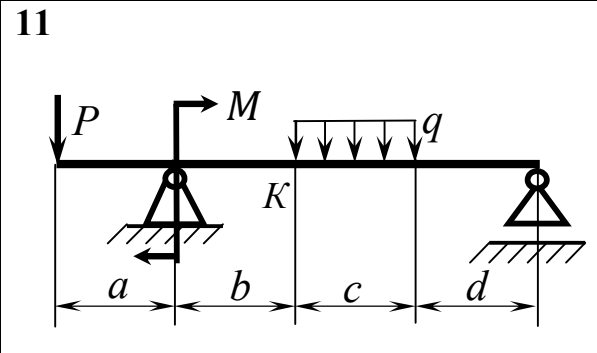
30

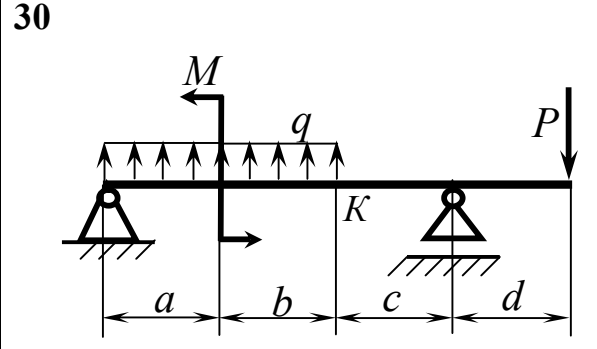
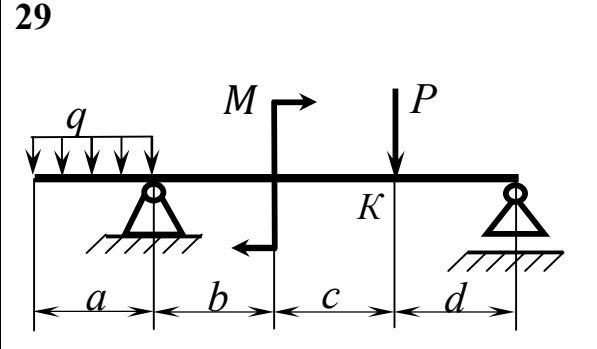
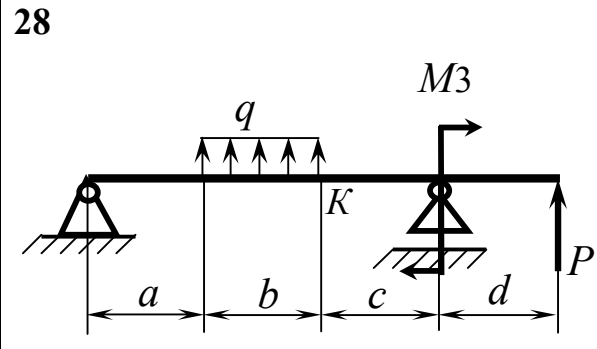
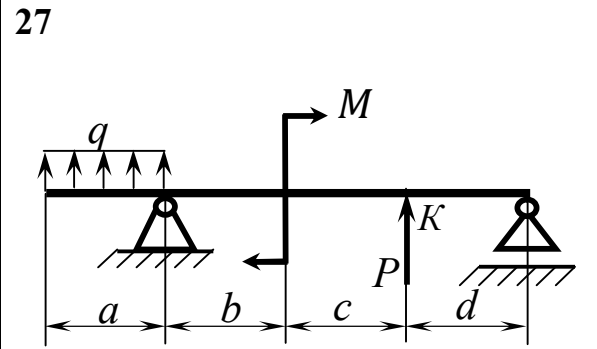
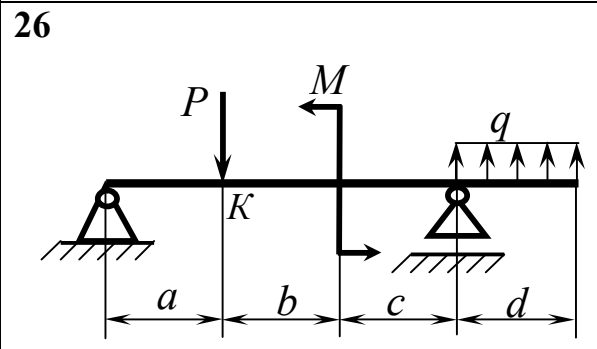
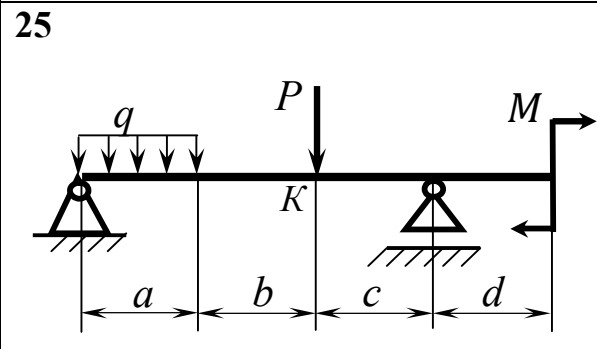
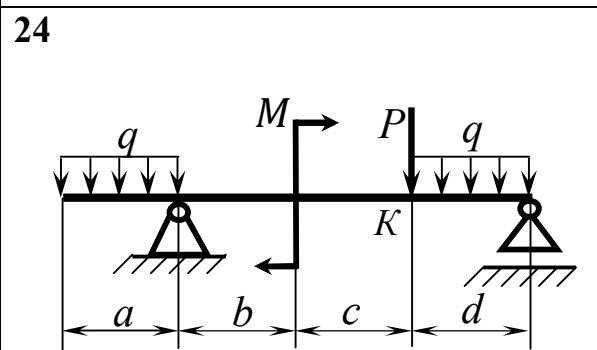
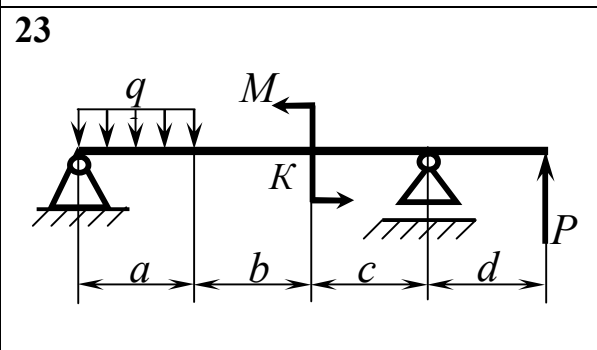
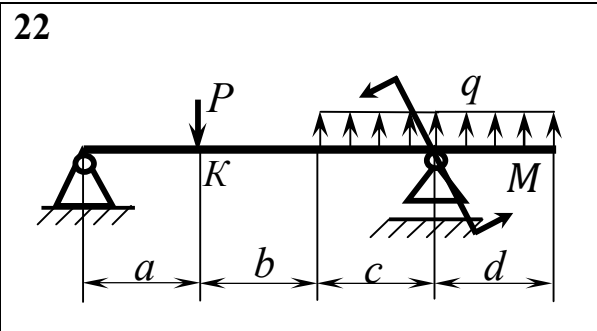
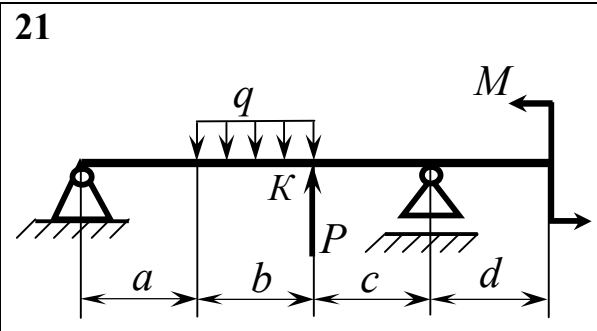


Додаток Г

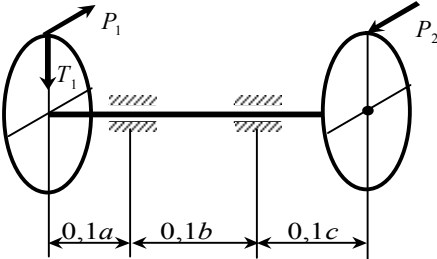
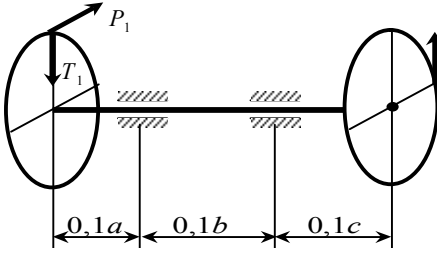
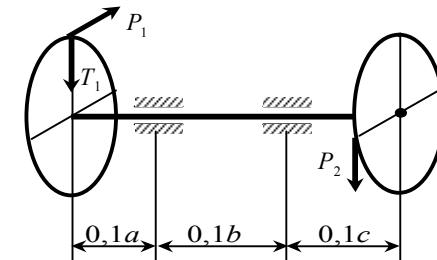
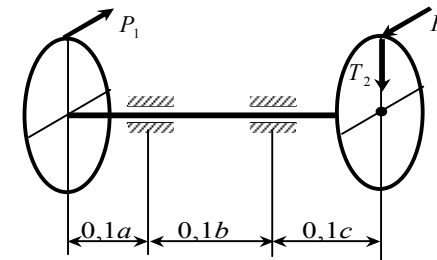
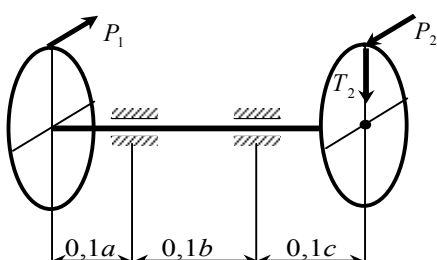
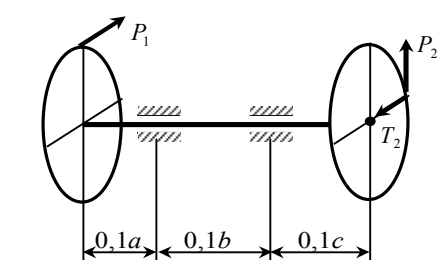
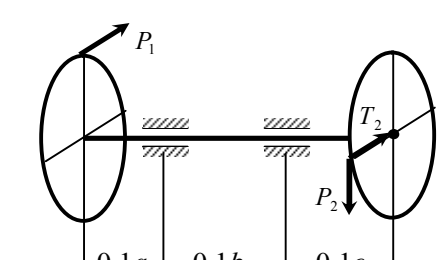
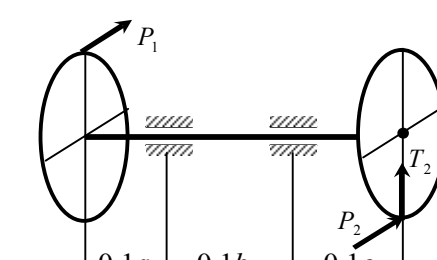
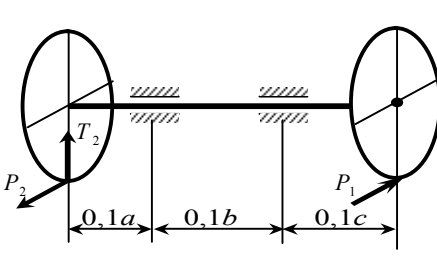
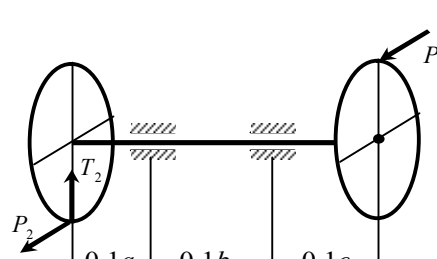
Схеми балок до екзаменаційних білетів модуля 2 повного курсу
опору матеріалів і екзаменаційних білетів прискореного курсу

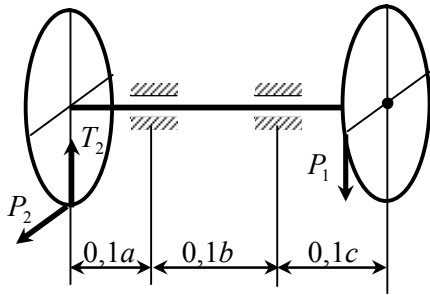
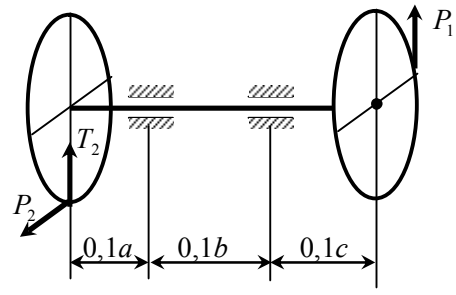
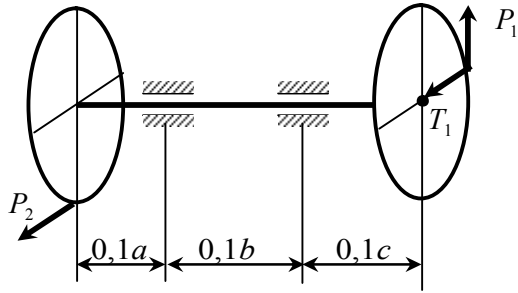
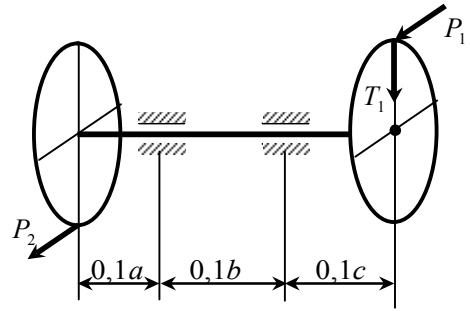
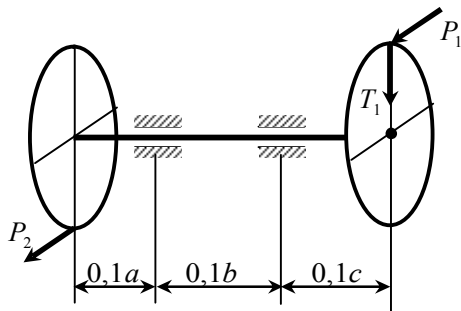
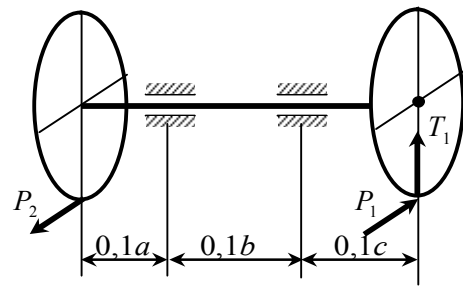
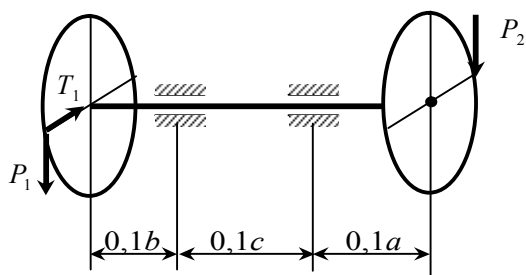
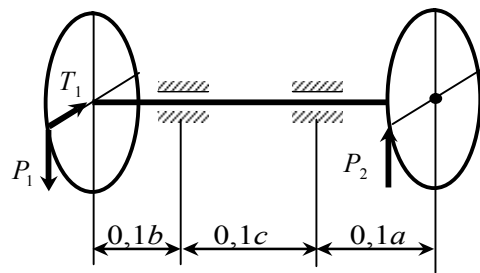
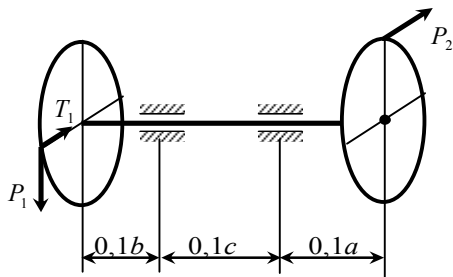
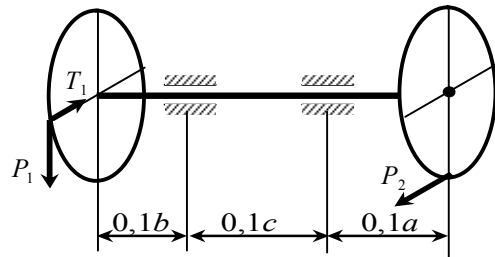
<p>1</p>	<p>2</p>
<p>3</p>	<p>4</p>
<p>5</p>	<p>6</p>
<p>7</p>	<p>8</p>
<p>9</p>	<p>10</p>

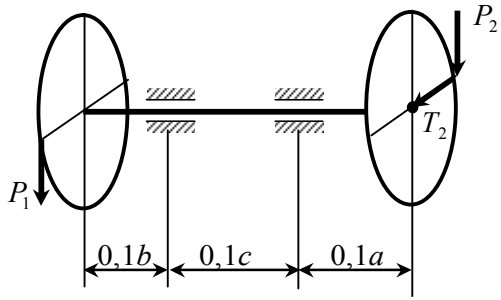
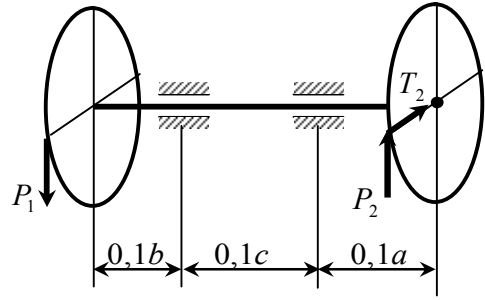
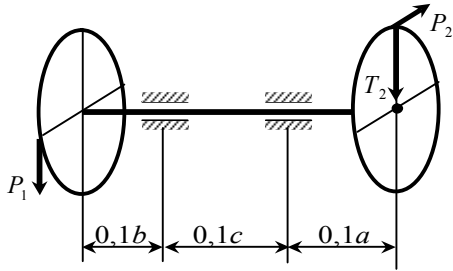
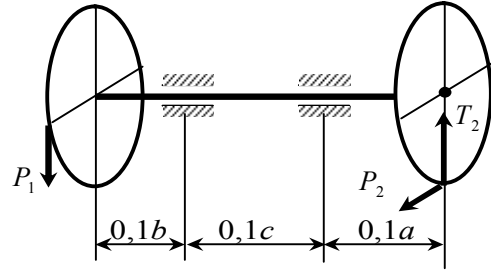
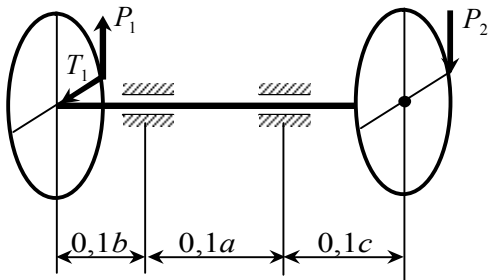
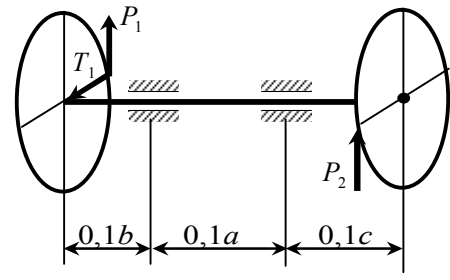
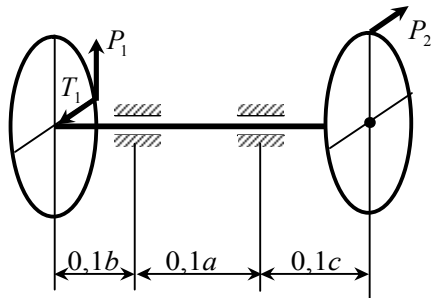
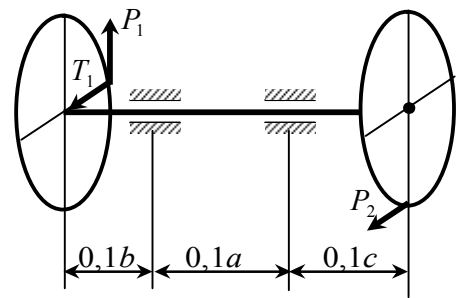
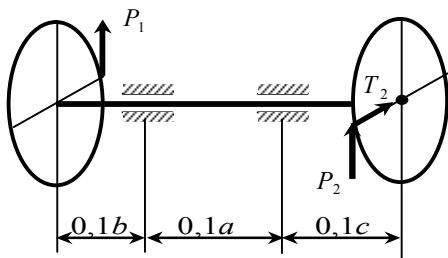
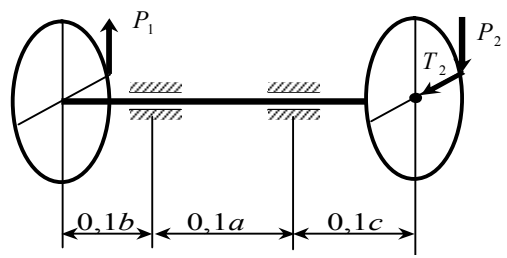




Додаток Д
Схеми валів до екзаменаційних білетів модуля 2 повного курсу
опору матеріалів

<p>1</p> 	<p>2</p> 
<p>3</p> 	<p>4</p> 
<p>5</p> 	<p>6</p> 
<p>7</p> 	<p>8</p> 
<p>9</p> 	<p>10</p> 

11**12****13****14****15****16****17****18****19****20**

21**22****23****24****25****26****27****28****29****30**

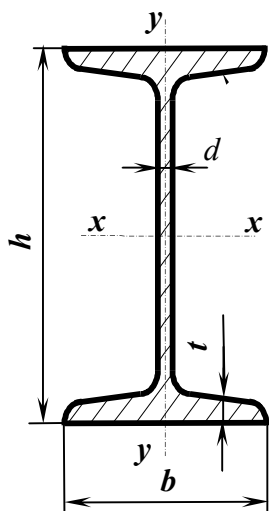
Додаток Е

Довідкові матеріали

1 Нормальні лінійні розміри, мм (по ГОСТ 6636-69, фрагмент ряду Ra20)

Таблиця Е.1

1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,5	2,8	3,2	3,6
4,0	4,5	5,0	5,6	6,3	7,1	8,0	9,0	10	11	12	14
16	18	20	22	25	28	32	36	40	45	50	56
63	71	80	90	100	110	125	140	160	180	200	220
250	280	320	360	400	450	500	560	630	710	800	900



Таблиця Е.2

2. Двотаври сталі гарячекатані (за ГОСТ 8239-89)

Позначення:

h – висота профілю
 b – ширина полки
 d – товщина стінки
 t – середня товщина полки
 F – площа перерізу

J – момент інерції
 W – момент опору
 i – радіус інерції
 S – статичний момент
 напівперерізу

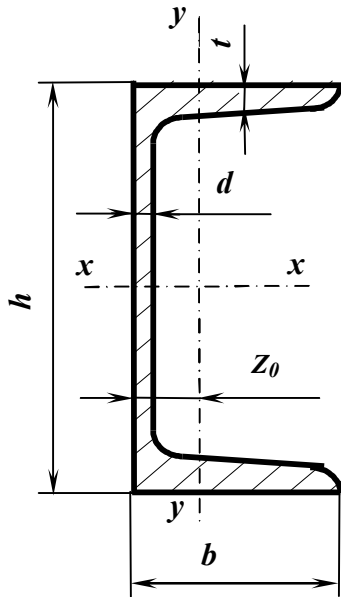
Приклад позначення
профілю:

Двотавр 30 ГОСТ 8239-89

Номер профілю	Основні розміри, мм				F см ²	J_X см ⁴	W_X см ³	i_X см	S_X см ³	J_Y см ⁴	W_Y см ³	i_Y см
	h	B	d	t								
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	450	160	9	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54

3. Швелери сталіні гарячекатані

(за ГОСТ 8240-89)



Таблиця Е.3

Позначення:

h – висота профілю
 b – ширина полки
 d – товщина стінки
 t – середня товщина полки
 F – площа перерізу
 J – момент інерції

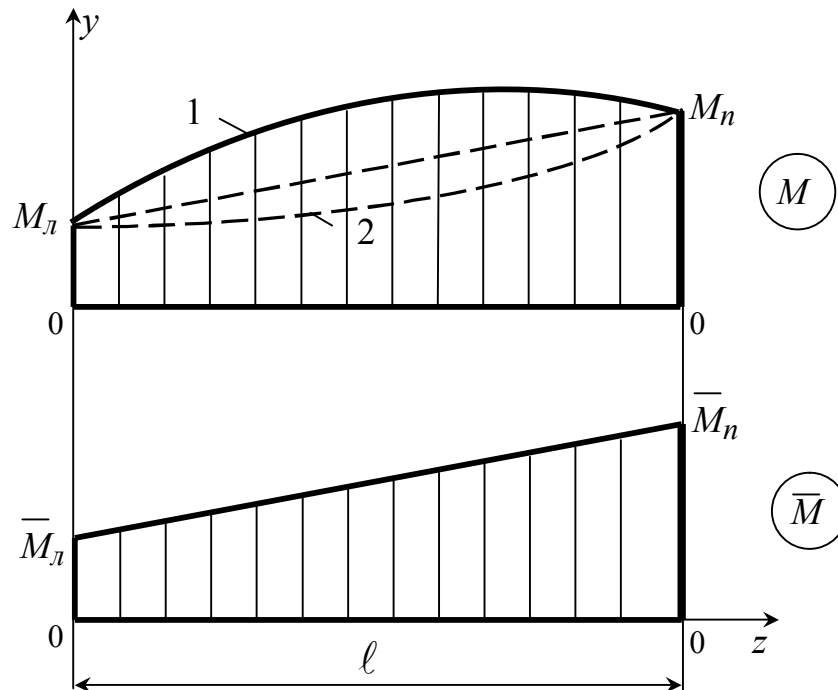
W – момент опору
 i – радіус інерції
 S – статичний момент
 напівперерізу
 Z_0 – відстань від осі y
 до зовнішньої грані стінки

Приклад позначення профілю:

Швелер 30 ГОСТ 8240-89

Номер профілю	Основні розміри, мм				F см ²	J_X см ⁴	W_X см ³	i_X см	S_X см ³	J_Y см ⁴	W_Y см ³	i_Y см	Z_0 см
	h	b	d	t									
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,7	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17,0	2,04	1,94
18a	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

4. Формула крайніх ординат і особливості її застосування



$$\Delta = M \times \bar{M} = \frac{\ell}{6EJ_x} (2M_l \cdot \bar{M}_l + 2M_n \cdot \bar{M}_n + M_l \cdot \bar{M}_n + M_n \cdot \bar{M}_l) \pm \frac{q\ell^3}{24EJ_x} (\bar{M}_l + \bar{M}_n).$$

Формула призначена для визначення (по Мору) переміщень в балках і рамах при плоскому згині. В ній позначено:

Δ – переміщення (лінійне – δ , кутове – θ) в заданому місці балки або рами;

M і \bar{M} – відповідно епюри згинальних моментів від заданого навантаження і одиничного силового фактору (сили або моменту);

ℓ – довжина ділянки балки або стрижня рами (тобто відрізка, на якому кожна з обох епюр зображується єдиною лінією);

zy – силова площа;

x і y – головні центральні осі перерізу балки або стрижня рами (вісь x на схемі не зображена);

J_x – момент інерції перерізу відносно осі x ;

E – модуль пружності першого роду для матеріалу балки або рами;

q – інтенсивність розподіленого навантаження;

M_l, M_n – крайні ординати епюри M ;

\bar{M}_l, \bar{M}_n – крайні ординати епюри \bar{M} .

Формула застосовується для кожної ділянки балки, де обидві епюри не є нульовими, після чого знайдені для всіх ділянок величини Δ складаються з урахуванням їхніх знаків. У рамках ці величини визначаються для всіх зазначених ділянок усіх стрижнів.

Величини крайніх ординат обох епюр підставляються у формулу зі своїми знаками; на схемі вони показані як додатні.

Знак "плюс" перед поправкою на кривизну (тобто другою складовою у формулі крайніх ординат) ставиться в разі, коли епюра M є опуклою (крива 1), а мінус – коли вона угнута (крива 2). Коли ж ця епюра прямолінійна, поправка на кривизну дорівнює нулю.

Навчальне видання

ОПР МАТЕРІАЛІВ

Методичні вказівки до самостійної роботи

**для студентів усіх механічних спеціальностей
заочної форми навчання
в умовах дистанційного навчання**

Укладач

ХОЛОДНЯК Юрій Сергійович

За авторською редакцією
Комп'ютерне верстання І. І. Дьякова

. Формат 60 x 84/16. Ум. друк. арк. 3,95.
Обл.-вид. арк. 2,07. Тираж 25 пр. Зам. №.....

Видавець і виготівник
Донбаська державна машинобудівна академія
84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 1633 від 24.12.2003