

Освоєння дисципліни «Чисельні методи» необхідно починати послідовно від завдання до завдання. Перед виконанням чергового завдання необхідно ознайомитись з теоретичною довідкою до нього. Особливу увагу приділити засвоєнню алгоритму чисельного методу.

Використовуючи, любу із відомих вам алгоритмічних мов, скласти та налагодити код програми, яка реалізує цей алгоритм. Запустити програму на виконання. Зберегти код програми на електронному носію, для пред'явлення його викладачу перед захистом.

Ознайомитись, та відповісти на нижче наведений перелік типових запитань та практичних задач.

### **Типові запитання на захист контрольної роботи та одержання заліку.**

#### **Теоретична частина.**

##### **Інтерполювання функцій.**

1. Загальна постановка задачі інтерполювання
2. Глобальне інтерполювання.
3. Кусочно-лінійне інтерполювання.
4. В чому різниця між глобальним та кусочно-лінійним інтерполюванням?
5. Напишіть загальний вигляд інтерполяційного поліному Лагранжа..
- 6.

##### **Чисельне обчислення визначених інтегралів.**

1. Геометрична інтерпретація визначеного інтегралу.
2. Метод правих прямокутників. Порядок точності. Порядок точності методу правих прямокутників.
3. Метод лівих прямокутників.
4. Метод трапецій обчислення визначеного інтегралу. .
5. Опишіть процедуру виходу з циклу при обчисленні визначеного інтегралу при досягненні точності.
6. Метод парабол (Сімпсона) обчислення визначеного інтегралу.

##### **Чисельне розв'язання нелінійних рівнянь.**

1. Опишіть процедуру відділення коренів нелінійного рівняння.
2. Опишіть алгоритм методу половинного ділення.
3. Порівняйте переваги та недоліки методів половинного ділення та методу хорд.

### **Чисельний розв'язок систем алгебраїчних рівнянь.**

1. Привести систему двох алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} f_1(x, y) = 0 \\ f_2(x, y) = 0 \end{cases}$$

до вигляду при якому можливо застосувати метод простої ітерації.

2. . Метод простої ітерації.
3. Умови виходу з циклу при досягненні точності рішення системи алгебраїчних рівнянь.

4. Привести систему двох алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} f_1(x, y) = 0 \\ f_2(x, y) = 0 \end{cases}$$

до вигляду при якому можливо застосувати метод Зейделя.

- 5 Опишіть схему ітераційного процесу Зейделя.

6. Привести систему трьох алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} f_1(x, y, z) = 0 \\ f_2(x, y, z) = 0 \\ f_3(x, y, z) = 0 \end{cases}$$

до вигляду при якому можливо застосувати метод простої ітерації або Зейделя.

- 6 . Навести загальний вигляд системи лінійних рівнянь в розгорненому та матричному вигляді. (можна на прикладі трьох рівнянь з трьома невідомими).
- 7 . Навести умову необхідну та достатню для того, щоб система лінійних рівнянь мала єдиний розв'язок.
- 8 . Описати схему розв'язання системи лінійних рівнянь методом Гауса

9. Описати процедуру зведення системи лінійних рівнянь до вигляду при якому можливо застосувати метод простої ітерації.

10. Описати процедуру зведення системи лінійних рівнянь до вигляду при якому можливо застосувати метод ітерацій Зейделя.

11. . Описати метод ітерацій Зейделя для системи лінійних рівнянь

### **Чисельний розв'язок звичайних диференційних рівнянь.**

1. Постановка задачі Коші для звичайного диференційного рівняння першого порядку.
2. Чисельне розв'язання диференційного рівняння методом Ейлера.
3. Порядок точності методу Ейлера
4. . Чисельне розв'язання диференційного рівняння полагодженим методом Ейлера.
5. Порядок точності полагодженого методу Ейлера.
6. . Чисельне розв'язання диференційного рівняння модифікованим методом Ейлера.
7. . Порядок точності модифікованого методу Ейлера.
8. . Чисельне розв'язання диференційного рівняння методом Рунне-Кутта.
9. Порядок точності методу Рунне-Кутта.
10. Постановка задачі Коші для нормальної системи звичайних диференційних рівнянь. (можна обмежитись системою двох рівнянь
- 11.. Чисельне розв'язання системи звичайних диференційних рівнянь методом Ейлера.
12. Опишіть процедуру вибору кроку для забезпечення заданої точності при чисельному розв'язанні системи звичайних диференційних рівнянь
- 13.. Постановка задачі Коші для звичайного диференційного рівняння  $m$  – того порядку. (можна розглянути на прикладі рівняння другого порядку)
- 14.. Опишіть процедуру зведення задачі Коші для звичайного диференційного рівняння  $m$  – того порядку. (можна розглянути на прикладі рівняння другого порядку)
15. Чому для практичних розрахунків важливі саме рівняння другого порядку?

## **Чисельний розв'язок диференціальних рівнянь з частинними похідними.**

1. Загальний вигляд лінійного диференціального рівняння другого порядку з частинними похідними.
2. Класифікація лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з частинними похідними.
  3. Які фізичні процеси описує кожний тип диференціального рівняння другого порядку з частинними похідними.
4. Канонічний вигляд рівняння еліптичного типу.
5. Загальна постановка крайової задачі Дірихле для рівняння еліптичного типу.
6. Які фізичні процеси описуються рівняннями еліптичного типу.
7. Загальна постановка крайової задачі Дірихле для рівняння параболічного типу. Виділіть окремо початкові та граничні умови.
8. Які фізичні процеси описуються рівняннями параболічного типу.
9. Канонічний вигляд рівняння гіперболічного типу.
  10. Загальна постановка крайової задачі Дірихле для рівняння гіперболічного типу. Виділіть окремо початкові та граничні умови.
  11. Які фізичні процеси описуються рівняннями параболічного типу.

### ***Практична частина.***

#### **Інтерполювання функцій.**

1. Задано вузли інтерполяції:  $(2 ; 3)$  ,  $(4 ; 6)$ . Побудувати інтерполяційний поліном.
2. Дано три вузли інтерполяції  $(1 ; 2)$  ,  $(4 ; 4)$  ,  $(5 ; 3)$ . Побудувати інтерполяційний поліном Лагранжа, що проходить через ці вузли.

#### **Чисельне розв'язання нелінійних рівнянь.**

1. Задано рівняння  $x^3 - 2x - 1 = 0$ . Зробити два кроки наближення до кореня на відрізку  $[0; 2]$  методом половинного ділення.

### Чисельний розв'язок систем алгебраїчних рівнянь.

1. Здійснити перші дві ітерації наближення до розв'язку системи

$$\begin{cases} x = x^2 - y^2 + 1 \\ y = 2xy + 0.1 \end{cases}$$

при початковій умові  $(x_0, y_0) = (0, 0)$ , методом простої ітерації.

2. Здійснити перші дві ітерації наближення до розв'язку системи

$$\begin{cases} x = x^2 + y^2 + 1 \\ y = 3xy + 0.1 \end{cases}$$

при початковій умові  $(x_0, y_0) = (0, 0)$ , методом Зейделя.

3. Здійснити перші дві ітерації наближення до розв'язку системи

$$\begin{cases} x = x^2 - y^2 + z^2 + 1 \\ y = x + z + 1 \\ z = 2xy + xz + 0.1 \end{cases}$$

при початковій умові  $(x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 0)$ , методом простої ітерації.

4. . Здійснити перші дві ітерації наближення до розв'язку системи

$$\begin{cases} x = x^2 - y^2 + z^2 + 1 \\ y = x + z + 1 \\ z = 2xy + xz + 0.1 \end{cases}$$

при початковій умові  $(x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 0)$ , методом ітерацій Зейделя.

5. . Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Гауса:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ x + 5y + 3z = 20 \\ x + 2y + 4z = 17 \end{cases}$$

6. Зробити дві ітерації наближення до рішення системи

$$\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ x + 5y + 3z = 20 \\ x + 2y + 4z = 17 \end{cases}$$

методом простої ітерації.

1. методом простої ітерації. Здійснити перші дві ітерації наближення до розв'язку системи

$$\begin{cases} x = x^2 - y^2 + 1 \\ y = 2xy + 0.1 \end{cases}$$

при початковій умові  $(x_0, y_0) = (0, 0)$ ,

### Чисельний розв'язок звичайних диференціальних рівнянь.

1. Здійснити перші дві ітерації для рівняння

$$\begin{cases} y' = x^2 + y^2 + 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

при  $h = 0.1$  методом Ейлера.

2. Здійснити перші дві ітерації для рівняння

$$\begin{cases} y' = x^2 + y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

при  $h = 0.1$  полагодженим методом Ейлера

3. Здійснити перші дві ітерації для рівняння

$$\begin{cases} y' = x^2 + y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

при  $h = 0.1$  модифікованим методом Ейлера

4. Здійснити першу ітерацію для рівняння

$$\begin{cases} y' = x^2 + y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

при  $h = 0.1$  методом Рунге-Кутта.

5. Задачу Коші для диференціального рівняння

$$\begin{cases} y'' + 3y' - 5y = 7 \cos(x) \\ y(0) = 2; \quad y'(0) = 4 \end{cases}$$

звести до задачі Коші для нормальної системи диференціальних рівнянь першого порядку.

6. Здійснити перші дві ітерації для системи

$$\begin{cases} y_1' = y_1^2 + y_2^2 + x + 1 \\ y_2' = 2xy_1 + y_2 \\ y_1(0) = 1 \\ y_2(0) = 2 \end{cases}$$

при  $h = 0.1$  методом Ейлера.

**Чисельний розв'язок диференціальних рівнянь з частинними похідними.**

1. Визначити тип диференціального рівняння

$$u_{xx} + 2u_{xt} - 4u_{tt} + 3u_x - 4u_t + 5 = 0$$

2. Описати схему розв'язання крайової задачі

$$u_{xx} + u_{yy} = 0$$

$$D = \{(x, y) / 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 3\}$$

$$u|_{x=0} = -y^2 \quad u|_{y=0} = x^2$$

$$u|_{x=4} = 16 - 8y - y^2 \quad u|_{y=3} = x^2 - 6x - 9$$

методом сіток.

3. Описати схему розв'язання крайової задачі

$$u_t = u_{xx}$$

$$D = \{(x, t) / 0 \leq x \leq 0.6, \quad 0 \leq t \leq 3\}$$

$$u(0, t) = 1 - 6t \quad u(0.6, t) = 0.36$$

$$u(x, 0) = \cos 2x \quad .$$

методом сіток.

4. Описати схему розв'язання крайової задачі

$$u_{tt} = u_{xx}$$

$$D = \{(x, t) / 0 \leq x \leq 0.6, \quad 0 \leq t \leq 3\}$$

$$u(0, t) = 1 - 6t \quad u(0.6, t) = 0.36$$

$$u(x, 0) = \cos 2x \quad .$$

методом сіток. ( 15 балів)

5. Визначити тип диференціального рівняння

$$3u_{xx} + 2u_{xt} + 4u_{tt} + 3u_x - 4u_t + 5 = 0$$

