Министерство образования и науки Украины

Донбасская государственная машиностроительная академия

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

и задания к лабораторным работам

по дисциплине **“Прикладная математика”**

для студентов технических специальностей

Краматорск 2005

УДК 519.2: 681.3.06

Методические указания и задания к лабораторным работам по дисциплине “Прикладная математика” для студентов технических специальностей/ Сост.: Л.М.Топтунова, Л.В.Васильева – Краматорск: ДГМА, 2005. – 52 с.

Дано описание трех лабораторных работ, позволяющих охватить основные прикладные темы теории вероятностей и наиболее важные практические приложения математической статистики одномерной случайной величины.

Составители: Л.М.Топтунова, доц.,
Л.В. Васильева, ст. преп.

Отв. за выпуск Л.М.Топтунова, доц.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Данная методическая разработка содержит три лабораторные работы, на выполнение каждой из которых отводится 5 часов: 1 час на подготовку группы и 4 часа машинного времени.

Выбор тем, вынесенных на проработку, определяется следующим:

1) должно быть усвоено и апробировано на практике статистическое понятие вероятности случайного события, поскольку при практической работе это, как правило, единственный способ приписать случайному событию конкретное значение вероятности;

2) должно быть получено представление о скорости статистической сходимости, чтобы в дальнейшей практической деятельности инженер мог предвидеть влияние объема выборки на точность получаемых оценок;

3) должно быть приобретено умение обрабатывать одномерный статистический массив: построение гистограммы, нахождение числовых характеристик и получение практических выводов, исходя из вида гистограммы и значений характеристик;

4) должно быть приобретено умение находить статистическую зависимость между неслучайным фактором x и случайным откликом на него y, умение делать по найденной зависимости прогноз для отклика y и оценивать точность этого прогноза. Оценка точности прогноза особенно важна, так как имеющиеся в распоряжении инженера статистические данные, как правило, сильно зашумлены.

Темы из пунктов 1 и 2 вынесены в первую лабораторную работу, Темы из пункта 3 – во вторую, из пункта 4 – в третью работу.

Поскольку обработка статистических данных сопряжена с громоздкими и трудоёмкими вычислениями, необходимо использовать какой-либо математический пакет, специально предназначенный для их обработки. В настоящее время одной из лучших статистических систем считается STATISTICA. Последние версии системы STATISTICA полностью удовлетворяют всем стандартам Windows. Данная система реализует *графически ориентированный* подход к анализу данных, то есть большинство расчётов сопровождается графической иллюстрацией результатов расчёта. Пакет не русифицирован. Поэтому в дальнейшем рядом с английским термином в скобках будет даваться его русский перевод.

1 КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О СИСТЕМЕ STATISTICA

1.1 Структура пакета Statistica

Пакет Statistica состоит из нескольких независимо работающих модулей. После загрузки пакета на экране появляется переключатель модулей (**Module Switcher**) (рис.1). Необходимо выбрать нужный модуль из списка и щелкнуть на кнопке **Switch to.**

В каждом модуле собраны логически связанные между собой статистические процедуры. Загрузить можно сразу несколько модулей, но активным может быть только один. Кнопки загруженных модулей находятся на панели задач, кнопка активного модуля более светлого цвета.

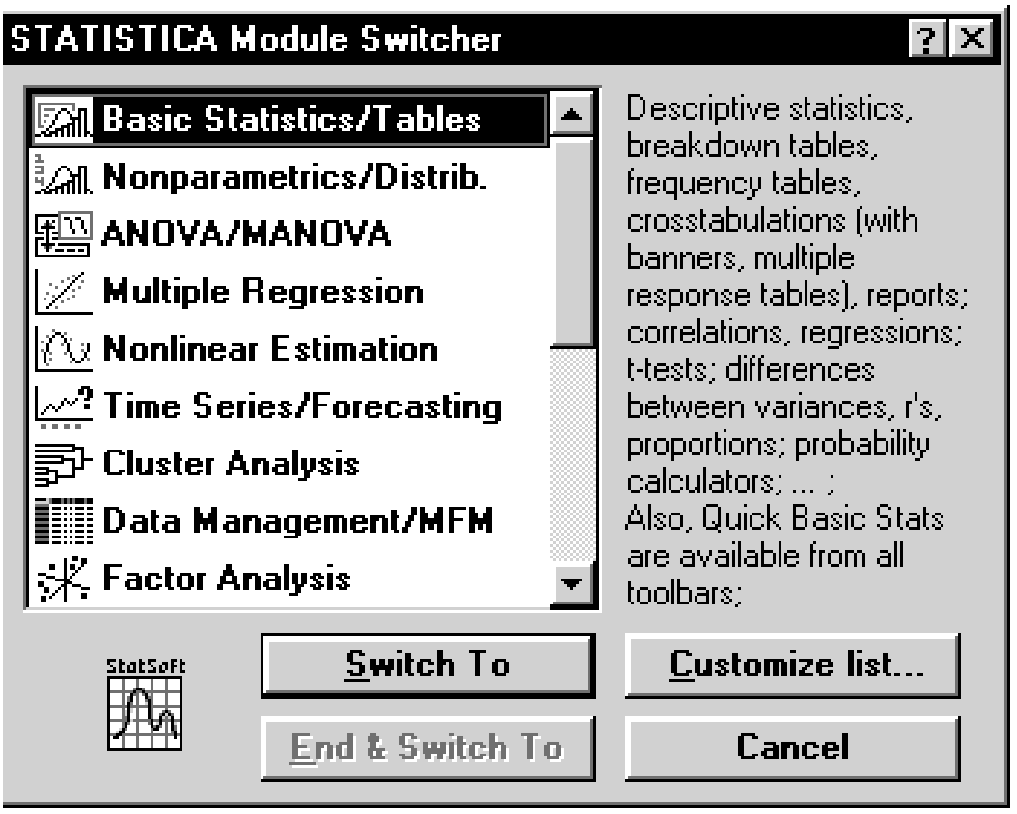

Рисунок 1

Переход от модуля к модулю – щелчком левой клавишей мыши по соответствующей кнопке.

1.2 Создание новой таблицы данных

Выбрать пункт меню **File - New Data**, в появившемся диалоговом окне набрать имя файла (указать полный путь к файлу) – **Ok**. Откроется пустая электронная таблица размером 10x10 (рис.2).

В столбцах расположены переменные (**Vars**), в строках – случаи (**Cases**).

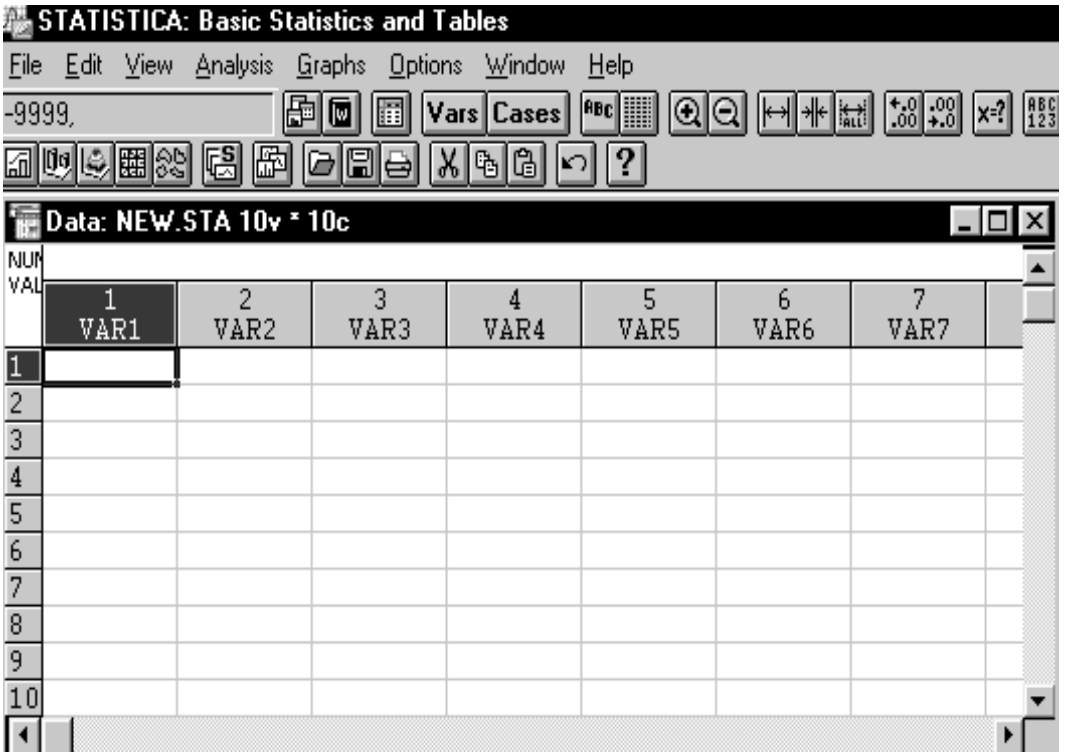

Рисунок 2

1.3 Удаление и добавление новых переменных и случаев

Удаление и добавление новых переменных и случаев производится командами *Add* (добавить) и *Delete* (удалить) после выделенной строки или столбца. Нажать кнопку **Vars**, если добавляются или удаляются переменные, и указать, сколько элементов добавляется или удаляется, **Ok**. Для случаев – аналогично, но с кнопкой **Cases**.

1.4 Корректировка таблицы

Корректировка таблицы сводится к корректировке названий переменных, корректировке содержимого столбцов полностью и корректировке отдельных клеток. Для этого щелчок по имени столбца, щелчок по кнопке **Vars** (переменные), по пункту меню **Current Specs**

(текущие спецификации). После этого можно задать новое имя столбцу в строке Name (имя) и новые значения случаям с помощью формулы в окошке Long name (длинное имя) (рис.3).

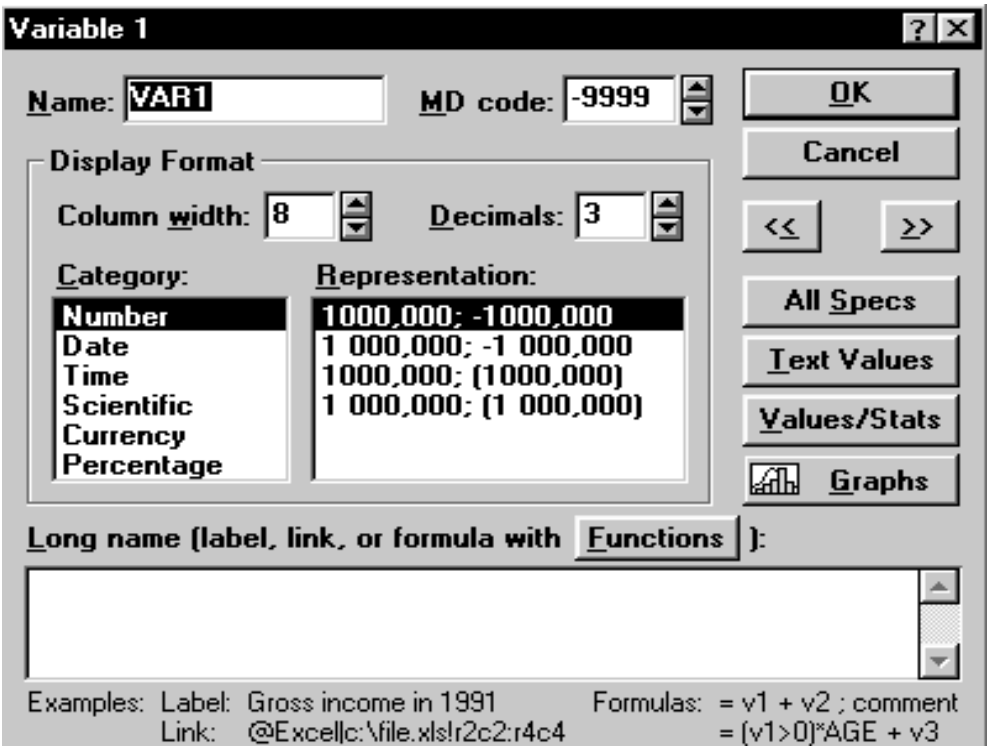

Рисунок 3

Также можно изменить представление числа (автоматически – 8 позиций (Column width), число позиций после запятой (Decimals) – 3). Корректировка числовых значений в отдельных клетках производится как в EXCEL.

1.5 Вычисление статистических характеристик для значений переменных

Вычисление статистических характеристик для значений переменных (например, максимальное, минимальное, средние значения, дисперсия и т.п.) производится следующим образом: активировать

таблицу данных, затем активировать пункты меню Analysis - Descriptive Statistics - More Statistics (анализ – описательные статистики – больше статистик) (рис.4), выбрать из списка нужные статистические характеристики (например, min или mean), **Ok**, выделить переменные, для которых ищутся характеристики (кнопка **Variables**), **Ok**, **Ok**.

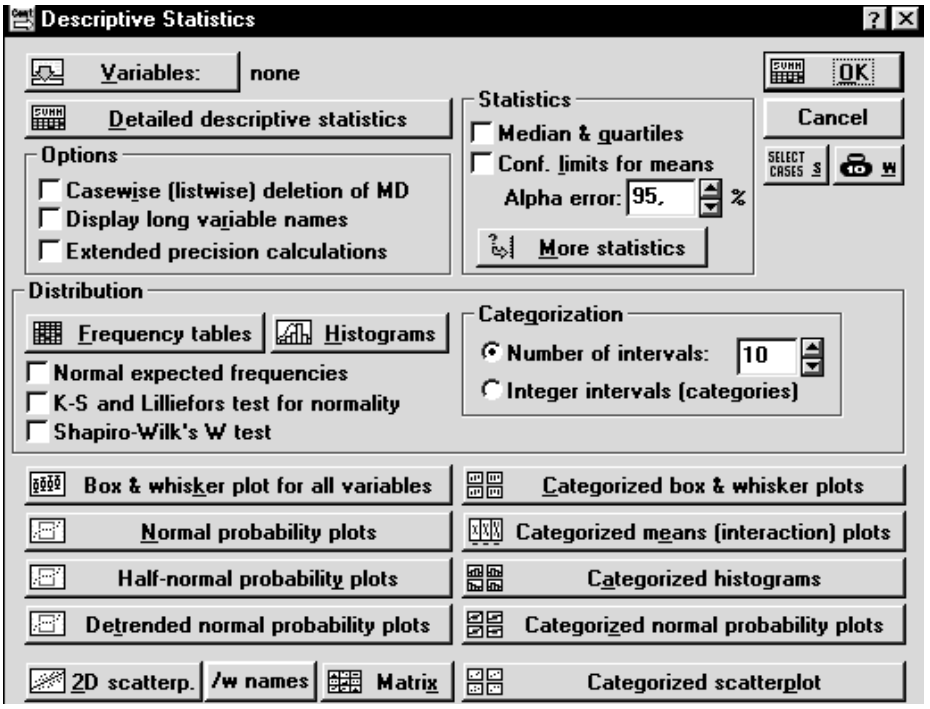

Рисунок 4

На экран выведется таблица с нужными характеристиками.

Замечание. Min – минимальное значение, Max – максимальное значение, Valid N – объем выборки, Mean – среднее значение, Standard Deviation – среднее квадратическое отклонение, Variance – дисперсия.

1.6 Получение графика и уравнения линейной регрессии

Порядок получения графика и уравнения линейной регрессии следующий. Активировать таблицу. Выбрать пункт меню Graphs, Stats 2D Graphs, Scatterplots (Графики, Статистические 2-мерные графики, Точечный график), выбрать опции Regular, Linear, **Ok** (регулярный, линейный), выбрать переменные Variables (для аргумента - X и функции - У), **Ok** (рис.5).

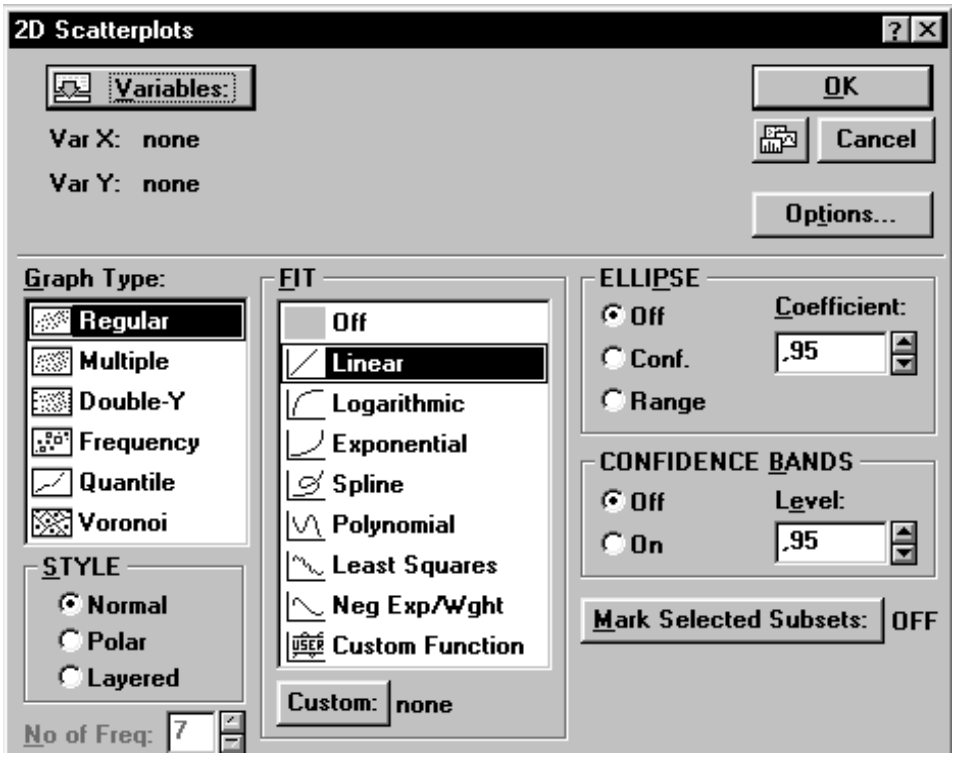

Рисунок 5

Появится график линейной регрессии, над которым записано уравнение регрессии (рис.6).

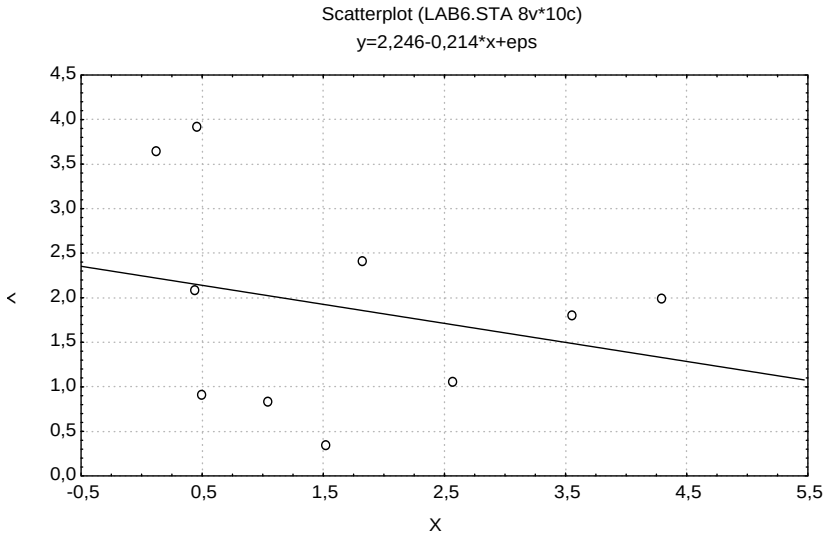

Рисунок 6

1.7 Типы файлов в Statistica

В пакете Statistica будем использовать 4 типа файлов:

*.sta - исходные данные;

*.scr - результаты статистической обработки данных;

*.stg - график;

*.rtf– отчет.

Длина имени файла, как и любого другого идентификатора, не более 8 символов.

В одном сеансе работы с пакетом может быть создано или открыто сколько угодно файлов *.scr, *.stg, *.rtf, но только один файл с исходными данными *.sta.

1.8 Создание автоотчета

Автоотчет необходимо создавать при каждом сеансе работы с пакетом, для того, чтобы все результаты работы (таблицы и графики) помещались в автоотчет.

Активировать таблицу *.sta. Далее указан путь для создания краткого автоотчета: File, Page/Output Setup →появится двухстраничное меню со страницами Text/… и Graphs (файл – страница/создание отчета – страницы Текст и График). На странице Text/… активировать опции: Output-Off (отключение принтера и записи в файл), Window (вывод отчета на экран), Suppl.Info-Brief (краткая форма отчета) и Auto-report--Automatically Print All Scrollsheets (Auto-report) (автоматическая запись статистической таблицы в отчет) (рис.7).

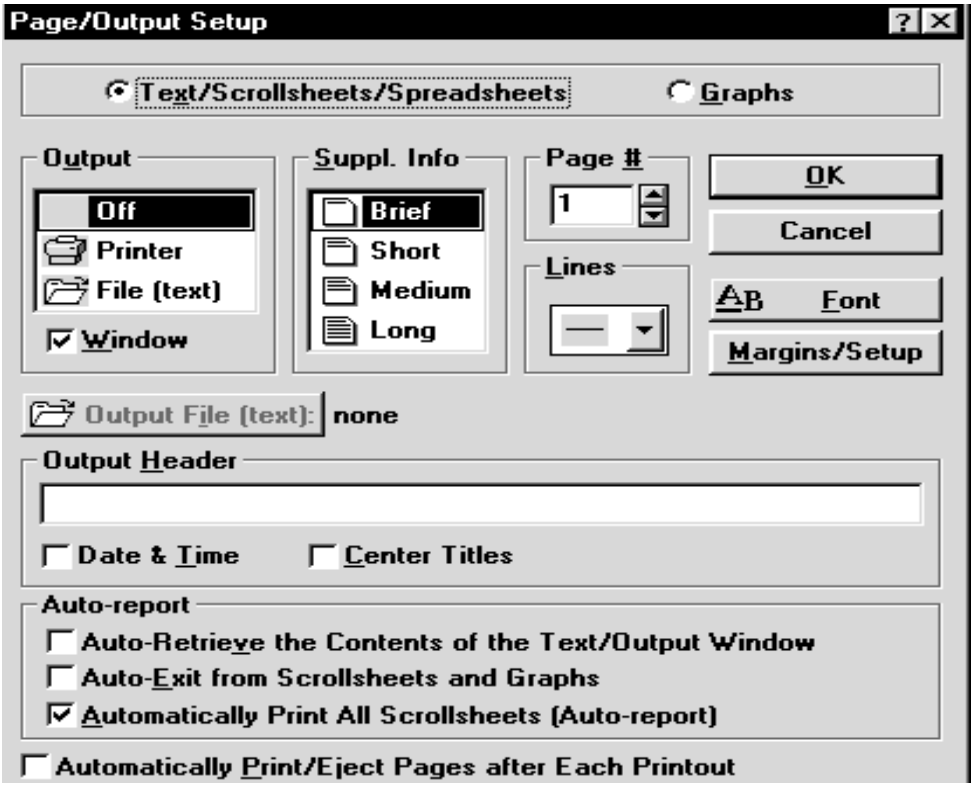

Рисунок 7

На странице Graphs активировать опции Output-Off, Window, Metafile Mode--Screen resolution (результаты выводить на экран) и Auto-report--Automatically Print All Gaphs (автоматически вносить графики в отчет) (рис.8).

После этого нажать **Ok**. Появляется пустое окно автоотчета. Его можно свернуть. Все расчетные таблицы и графики помещаются в автоотчет.

Примечание. Файл отчета имеет расширение ***.rtf**, его можно редактировать в WORD только после того, как файл полностью создан, т.к. после редактирования в WORD файл отчета в пакете Statistica открыть невозможно.

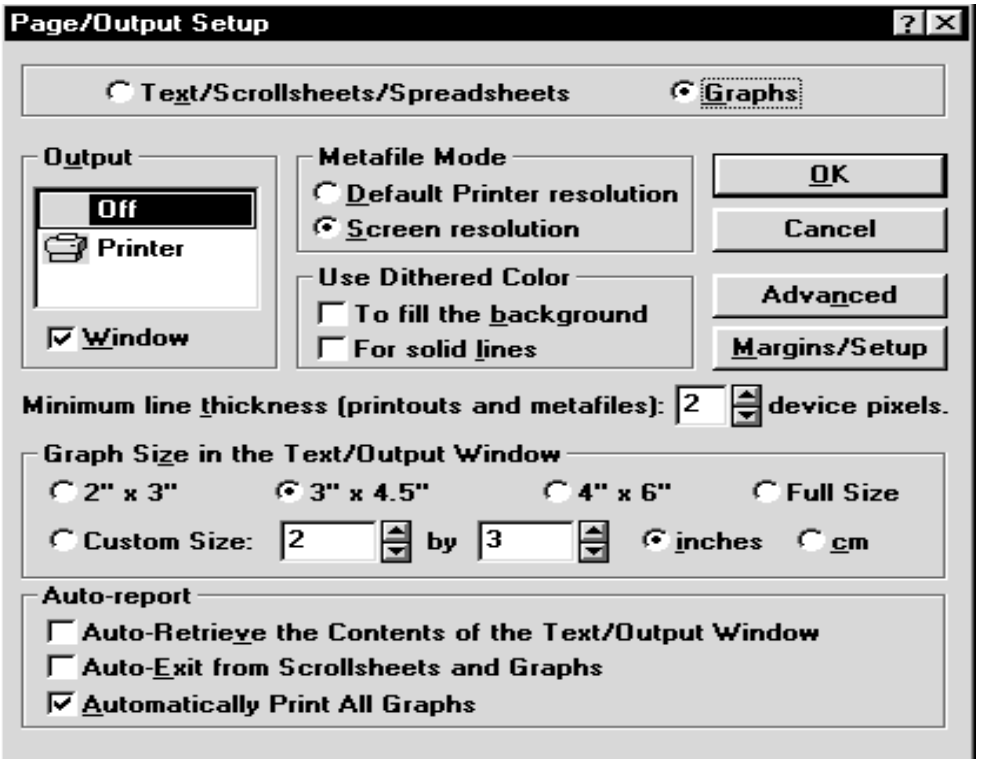

Рисунок 8

1.9 Последовательность работы в системе Statistica

1 Загрузка нужного модуля (модулей).

2 Создание или загрузка таблицы исходных данных *.sta.

3 Создание в модуле автоотчета. new rtf для данной таблицы *.sta.

4 Запись в личную папку файла new.rtf под соответствующим именем, например под именем labN.rtf, это отчет по выполнению лабораторной работы с номером N.

5 Закрытие файла labN.rtf.

6 Повторное создание автоотчета new.rtf.

7 Открытие файла **labN.rtf;** в этом файле будет создаваться отчет по лабораторной работе: в него будут вписываться студентом все необходимые текстовые пояснения, а также перемещаться через буфер из файла **new.rtf** все необходимые статистические таблицы и графики.

2 Лабораторная работа № 1

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

2.1 Краткие теоретические сведения

В данной лабораторной работе используются одновременно два определения вероятности случайного события – геометрическое и статистическое.

Геометрическое определение вероятности

Рассмотрим геометрическое определение для двумерного пространства. Пусть на плоскости имеется некоторая область D, площадь

которой равна S^D и в ней содержится другая область d – с площадью S^d. В область D наудачу бросается точка (рис. 9).

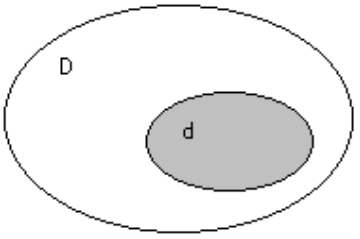

Рисунок 9

Какова вероятность того, что точка попадет в область d? Здесь предполагается, что вероятность попадания в какую-либо часть области D пропорциональная площади этой части и не зависит от ее расположения и формы. В таком случае вероятность попадания в область d равна

$$P = \frac{S^d}{S^n}. \qquad (2.1)$$

В случае одномерной и трехмерной области D вместо площади нужно говорить, соответственно, о длине и объеме.

Статистическое определение вероятности

Производится N испытаний, в каждом из которых может произойти случайное событие A. Подсчитывается число испытаний N_A, в которых событие A действительно произошло. Вероятность события A приближенно равна отношению

$$P(A) \approx \frac{N_A}{N}. \qquad (2.2)$$

Интуитивно ясно, что чем больше будет N, тем больше будет точность этой приближенной оценки.

Метод Монте-Карло вычисления геометрической вероятности

Предположим, что нужно вычислить площадь плоской фигуры A (рис. 10), расположенной в прямоугольнике

$$xn \le x \le xk,$$
$$yn \le y \le yn,$$

площадь которого равна S_I.

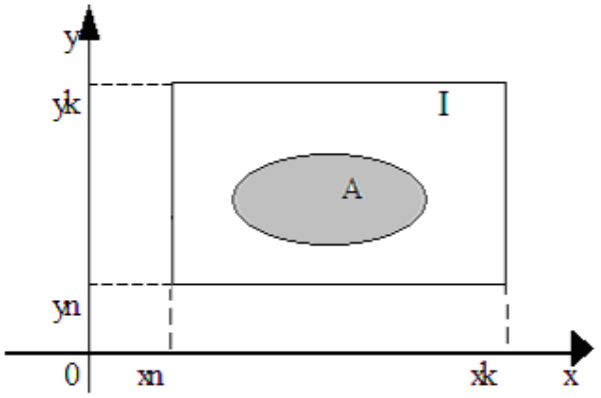

Рисунок 10

Внутри прямоугольника генерируются N случайных точек. Число точек, попавших в область A, обозначим N_A. Тогда

$$S(A) \approx S(I) \cdot \frac{N_A}{N}.$$

Метод Монте-Карло называется также ***методом статистических испытаний.***

С увеличением количества точек N точность приближенного равенства растет, но медленно. Доказано, что погрешность приближен-

ного равенства (2.2) имеет порядок, близкий к $\frac{1}{\sqrt{N}}$. При $N \approx 1000$ это дает точность порядка 5...10%. Поэтому метод Монте-Карло целесообразно использовать при решении тех задач, в которых результат нужен с небольшой точностью.

2.2 Цель лабораторной работы

Должны быть приобретены следующие *умения*: нахождение вероятности суммы и произведения событий, оценка скорости статистической сходимости по результатам статистического эксперимента.

Должны быть усвоены следующие *понятия*: геометрическое определение вероятности, сумма событий, произведение событий, скорость статистической сходимости.

Работа рассчитана на 4 часа.

2.3 Задание к лабораторной работе

Используя данные из своего индивидуального задания, выполнить следующее:

1) изобразить на рисунке заданные области;

2) на отдельном рисунке изобразить области AB, A+B, заштриховав их;

3) с помощью рисунка найти точные значения вероятностей P(A), P(B), P(AB), P(A+B);

4) найти значения этих вероятностей по методу Монте-Карло (файл MonteKarlo.exe). Оценить относительную погрешность вычислений вероятности по методу Монте-Карло по формуле

Отн.погр = (Рточн-Рприбл) / Рточн*100%.

5) оценить скорость сходимости вероятности, вычисленной по методу Монте-Карло, к истинному значению, увеличив число случайных точек в 100 раз. Для этого усреднить относительные погрешности $O(P_A)$ для N=1000 и N=100000 и по усредненным результатам сделать заключение о скорости сходимости.

2.4 Пример выполнения лабораторной работы с помощью программы MonteCarlo

Исходные данные:

Вариант	**I**	**A**	**B**
0	$0 \le x \le 10;\ 0 \le y \le 10$	$1 \le x \le 8;\ 1 \le y \le 8$	$(x-5)^2+(y-5)^2 \le 4$

Здесь область I – прямоугольник, A – прямоугольник, B – окружность.

Запускаем файл MonteCarlo.exe В появившемся окне (рис.11) слева указываем типы заданных областей (в данном примере – прямоугольник и окружность), границы области I и предварительно рассчитанные по формуле (2.1) значения вероятностей P(A), P(B), P(AB), P(A+B); N=1000.

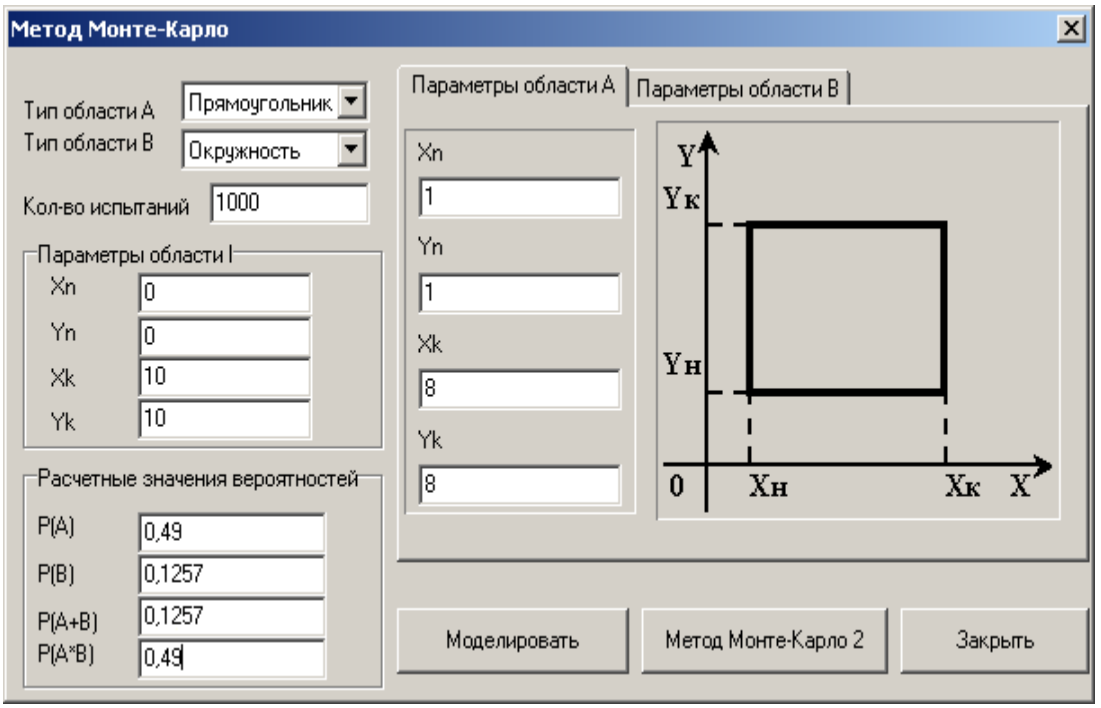

Рисунок 11

В правой части окна задаем параметры области A (см. рис.11) и области B (рис.12). Щелкаем кнопку Моделировать.

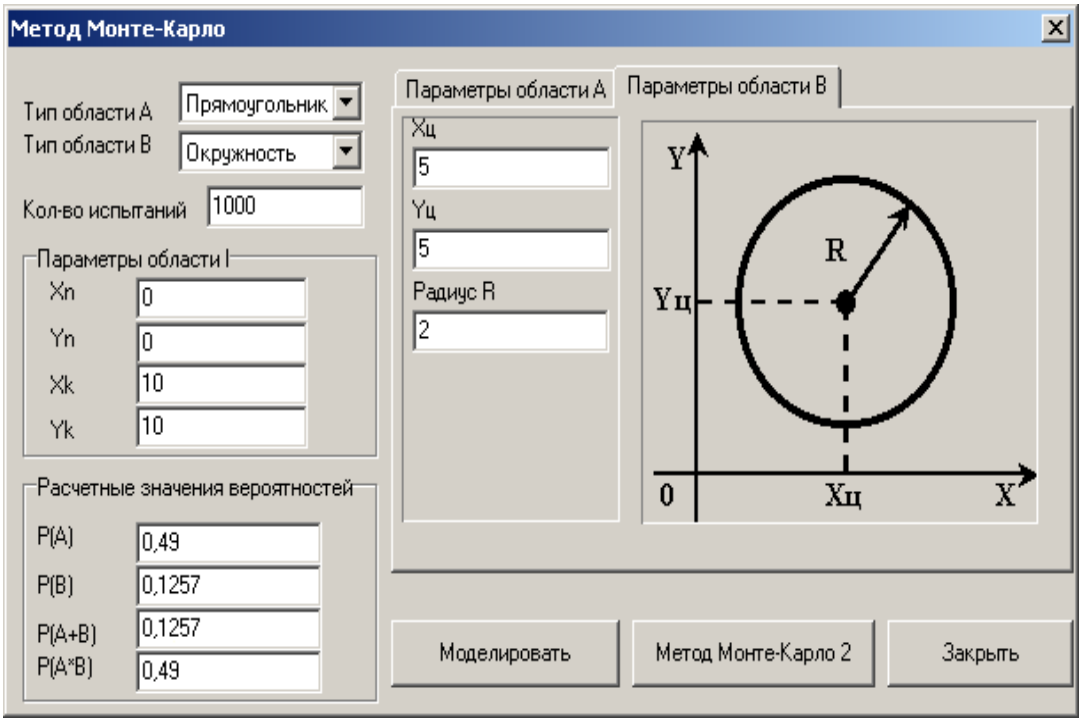

Рисунок 12

Сверяем вид ранее нарисованных областей с теми, что будут изображены в появившемся окне (рис.13).

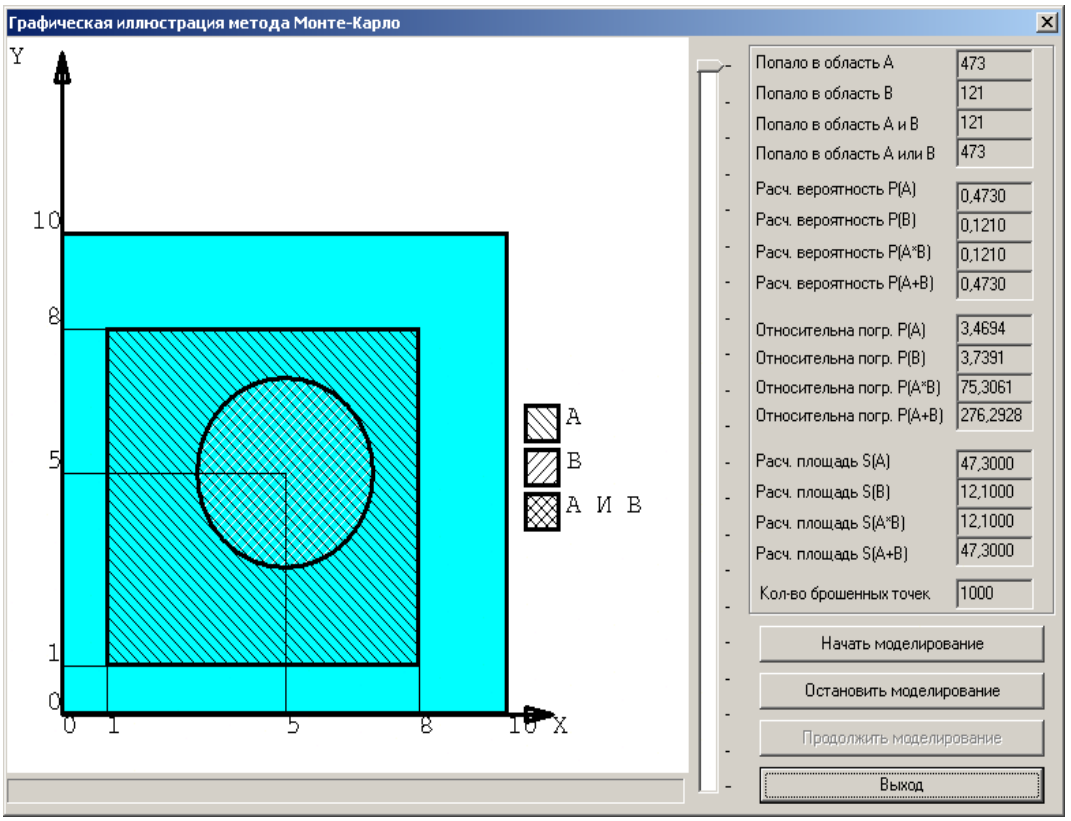

Рисунок 13

Щелкаем кнопку Начать моделирование. В результате расчета получим значения, как на рис. 13.

Расчетная вероятность P(A) вычисляется по формуле

$$P(A) \approx \frac{N_A}{N} = \frac{473}{1000}.$$

Относительная погрешность (в процентах) для P(A) вычисляется по формуле

$$Отн.погр. = \left| \frac{P(A) - P(A)_{\,расчетная}}{P(A)} \right| \cdot 100\%.$$

Остальные расчетные вероятности и относительные погрешности вычисляются аналогично.

Если увеличить количество точек в 10 раз (N=10000), то результаты расчетов уточнятся (табл. 2.1).

Таблица 2.1

N = 1000		N = 100000	
P(A)	O(PA)	P(A)	O(PA)
0,510	4,082	0,491	0,1327
0,498	1,633	0,488	0,3531
0,521	6,327	0,491	0,1306
0,487	0,612	0,492	0,4878
0,474	3,265	0,494	0,8041

Усредняем относительную погрешность для события A при N = 1 000 и при N = 100 000. По полученным результатам определяем, на сколько порядков уменьшится относительная погрешность $O(P_A)$, если количество точек N возрастет на два порядка с N = 1 000 до N = 100 000.

3 ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ 1

Вариант	**I**	**A**	**B**
1	$2\le x\le 10;\ 1\le y\le 7$	$(x-4)^2+(y-4)^2\le 4$	$2\le x\le 8;\ 4\le y\le 6$
2	$0\le x\le 8;\ 0\le y\le 6$	$3\le x\le 5,\ 1\le y\le 5$	$0\le x\le 6;\ 3\le y\le 4$
3	$4\le x\le 11;\ 2\le y\le 11$	$4\le x\le 10,\ 6\le y\le 10$	$(x-6)^2/1+(y-6)^2/4\le 1$
4	$0\le x\le 8,\ 0\le y\le 6$	$(x-4)^2/9+(y-3)^2/4\le 1$	$(x-5)^2+(y-3)^2\le 1$
5	$2\le x\le 9;\ 0\le y\le 6$	$4\le x\le 5;\ 0\le y\le 3$	$(x-7)^2+(y-4)^2\le 1$
6	$0\le x\le 7,\ 0\le y\le 5$	$(x-4)^2+(y-2)^2\le 4$	$(x-4)^2/4+(y-2)^2/1\le 1$
7	$0\le x\le 8;\ 0\le y\le 7$	$(x-4)^2+(y-3)^2\le 4$	$(x-4)^2/9+(y-3)^2/4\le 1$
8	$2\le x\le 7,\ 0\le y\le 4$	$3\le x\le 6,\ 1\le y\le 4$	$(x-3)^2+(y-3)^2\le 1$
9	$0\le x\le 8;\ 0\le y\le 8$	$(x-3)^2/9+(y-4)^2/4\le 1$	$(x-7)^2+(y-4)^2\le 1$

Вариант	I	A	B
10	$0\le x\le 5,\ 0\le y\le 10$	$(x-2)^2+(y-7)^2\le 1$	$1\le x\le 3;\ 0\le y\le 7$
11	$1\le x\le 10;\ 0\le y\le 8$	$(x-3)^2+(y-5)^2\le 4$	$(x-3)^2+(y-4)^2\le 1$
12	$1\le x\le 11,\ 2\le y\le 12$	$(x-6)^2/9+(y-6)^2/16\le 1$	$5\le x\le 8,\ 5\le y\le 6$
13	$0\le x\le 12\ \ 2\le y\le 10$	$1\le x\le 8;\ 2\le y\le 8$	$(x-8)^2+(y-5)^2\le 4$
14	$1\le x\le 9,\ 0\le y\le 6$	$(x-4)^2/9+(y-3)^2/4\le 1$	$(x-4)^2+(y-2)^2\le 1$
15	$0\le x\le 9;\ 0\le y\le 8$	$1\le x\le 7;\ 1\le y\le 5$	$(x-7)^2/1+(y-5)^2/4\le 1$
16	$0\le x\le 8,\ 1\le y\le 8$	$3\le x\le 5,\ 1\le y\le 5$	$(x-4)^2+(y-4)^2\le 1$
17	$1\le x\le 9;\ 1\le y\le 10$	$(x-5)^2+(y-5)^2\le 1$	$1\le x\le 4;\ 1\le y\le 3$
18	$0\le x\le 8,\ 0\le y\le 8$	$1\le x\le 4,\ 1\le y\le 5$	$(x-4)^2+(y-3)^2\le 4$
19	$0\le x\le 10;\ 0\le y\le 10$	$(x-5)^2/4+(y-3)^2/9\le 1$	$(x-5)^2+(y-3)^2\le 4$
20	$1\le x\le 10,\ 0\le y\le 8$	$2\le x\le 8,\ 2\le y\le 6$	$4\le x\le 6,\ 2\le y\le 4$
21	$2\le x\le 10;\ 0\le y\le 8$	$(x-7)^2+(y-3)^2\le 4$	$(x-4)^2+(y-3)^2\le 1$
22	$0\le x\le 10,\ 1\le y\le 10$	$6\le x\le 8,\ 3\le y\le 4$	$(x-7)^2+(y-3)^2\le 4$
23	$1\le x\le 9;\ 1\le y\le 11$	$(x-4)^2+(y-3)^2\le 1$	$(x-4)^2/4+(y-3)^2/1\le 1$
24	$2\le x\le 6,\ 0\le y\le 4$	$2\le x\le 5,\ 1\le y\le 4$	$(x-3)^2+(y-2)^2\le 1$

4 Лабораторная работа № 2

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ОДНОМЕРНОГО СЛУЧАЙНОГО МАССИВА

4.1 Краткие теоретические сведения

Большинство контролируемых параметров изделий относятся к нормально распределенным случайным величинам: размеры деталей, вес отливок, процентное содержание химических элементов в сплавах, электроемкость и сопротивление электротехнических изделий и т.д.

При исправном оборудовании и правильно отрегулированном технологическом процессе распределение контролируемого парамет-

ра должно быть нормальным, а его среднее значение должно совпадать со значением, заданным в технической документации. Возможные отклонения от этого требования и предполагаемы причины этих отклонений перечислены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

№	Нарушение	Причина
1	Распределение контролируемого параметра близко к нормальному, но выборочное среднее не совпадает со значением, заданным технической документацией	Неправильно отрегулирован технологический процесс. Требуется регулировка
2	Распределение контролируемого параметра одномодально, но сильно отличается от нормального	Серьезные неисправности в оборудовании. Требуется ремонт
3	Распределение многомодально	Некачественная выборка, данные взяты из разных генеральных совокупностей. Повторить выборку

Чтобы установить, имеет ли место одно из перечисленных нарушений, производят статистический контроль интересующего параметра. Для этого производят n случайных его измерений $x_1, x_2,\ldots,x_n$ (выборка объема n). По выборке находят следующие числовые характеристики:

- математическое ожидание

$$\bar{x}^* = \frac{1}{n}\sum_i x_i, \tag{4.1}$$

- дисперсию

$$D^* = \frac{1}{n}\sum_i (x_i - \bar{x}^*)^2, \tag{4.2}$$

- среднеквадратическое отклонение

$$\sigma^* = \sqrt{D^*}, \tag{4.3}$$

- асимметрию

$$As = \frac{1}{(\sigma^*)^3} \cdot \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x}^*)^3, \tag{4.4}$$

- эксцесс

$$Ek = \frac{1}{(\sigma^*)^4} \cdot \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x}^*)^4 - 3. \tag{4.5}$$

Одномодальность или многомодальность выборочного распределения определяют по виду гистограммы. Близость закона распределения к нормальному определяют по значениям асимметрии и эксцесса.

Сравнение выборочного среднего $\bar{x}^*$ со значением контролируемого параметра, заданного в технической документации, позволяет установить, правильно ли отрегулирован технологический процесс.

4.1 Цель лабораторной работы

Должны быть приобретены следующие *умения*: строить гистограммы; вычислять вероятности попадания случайной величины в заданный промежуток; вычислять вероятность отклонения случайной величины от математического ожидания не более, чем на заданную величину.

Должны быть усвоены следующие *понятия*: объем выборки, математическое ожидание, размах выборки, среднеквадратическое отклонение, асимметрия, эксцесс, теоретическая и эмпирическая плотность нормального распределения.

Работа рассчитана на 4 часа.

4.2 Задание к лабораторной работе

Используя данные из своего индивидуального задания:

1) создать в STATISTICA файл исходных данных под именем своего варианта (например, fio2.sta);

2) создать файл автоотчета new.rtf;

3) на основании файла lab2_tv.rtf создать файл отчета по лабораторной работе - fio_2.rtf;

4) на основании файла fio2.sta создать статистическую таблицу со следующими данными: объем выборки (Valid N), матем. ожидание (Mean), размах выборки (Minimum-Maximum),среднее квадратическое отклонение (Std.Dev.), асимметрия (Skewness), эксцесс (Kurtosis);

5) построить гистограмму, выбрав число частичных интервалов равным 10. Отметить, удовлетворяет ли гистограмма предъявляемым к ней требованиям. Если не удовлетворяет, уменьшить, насколько это допустимо, число частичных интервалов;

6) по значениям асимметрии и эксцесса и виду гистограммы сделать заключение, значительно ли отличается распределение случайной величины от нормального;

7) с помощью вероятностного калькулятора найти вероятность попадания случайной величины в промежуток, заданный в варианте вашего задания;

8) считая, что технологический процесс отрегулирован правильно, а допуск составляет 10% от значения контролируемого параметра, найти выпуск годной продукции в процентах.

4.3 Пример выполнения лабораторной работы в пакете Statistica

Работаем в модуле Basic Statistics and Tables.

1 *Создаем в STATISTICA файл исходных данных* под именем своего варианта (например, fio2.sta).

2 *Создаем файл автоотчета new.rtf.*

3 Загружаем файл lab2_tv.rtf через пункт меню File - Open Other - Text/Output File. *Сохраняем этот файл под именем fio_2.rtf.*

4 *На основании файла fio2.sta создаем статистическую таблицу со следующими данными: объем выборки (Valid N), матем. ожидание (Mean), размах выборки (Minimum-Maximum), среднее квадратическое отклонение (Std.Dev.), асимметрия (Skewness), эксцесс (Kurtosis).* Для этого выделить таблицу с данными - Basic Statistics - Analysis - Descriptive ststistics (Базовые статистики - анализ - описательные статистики) - More statistics (Больше статистик) - активировать опции Valid N (объем выборки), Mean (среднее значение), Standard Deviation (среднее квадратическое отклонение), Minimum и Maximum, Skewness (асимметрия), Kurtosis (эксцесс) - OK - Variables (переменные) - выделить нужную переменную (в данном случае X) - OK - OK .

Нужная таблица вставляется в отчет по лабораторной работе из автоотчета:

STAT. BASIC STATS	Descriptive Statistics (var00.sta)					
Variable	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.	Skewness
X	80	2,457750	,310000	4,170000	,751823	-,229292

STAT. BASIC STATS	Descriptive Statistics (var00.sta)

Variable	Kurtosis
X	,118629

5 *Строим гистограмму.* Для этого нужно активировать таблицу fio2.sta - пункт верхнего меню Graphs - Stats2D Graphs - Histogramm. Выбрать опции Regular,Off и число частичных интервалов (Categories) равным 10. Получим гистограмму (рис.14).

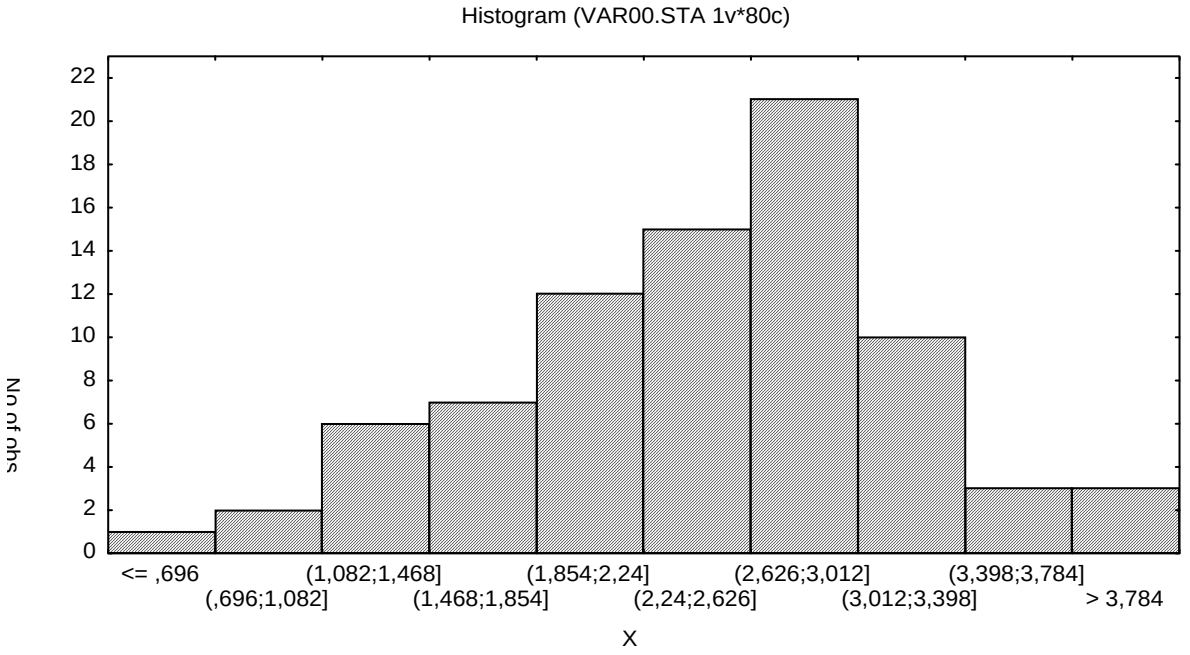

Рисунок 14

Под каждым столбцом гистограммы записан интервал изменения переменной, соответствующий данному столбцу. Высота столбцов равна количеству точек, попавших в соответствующий частичный интервал. Данная гистограмма требованиям, предъявляемым к гистограммам, не удовлетворяет (объяснить почему). Уменьшаем число частичных интервалов до 5 и строим новую гистограмму

(рис.15).

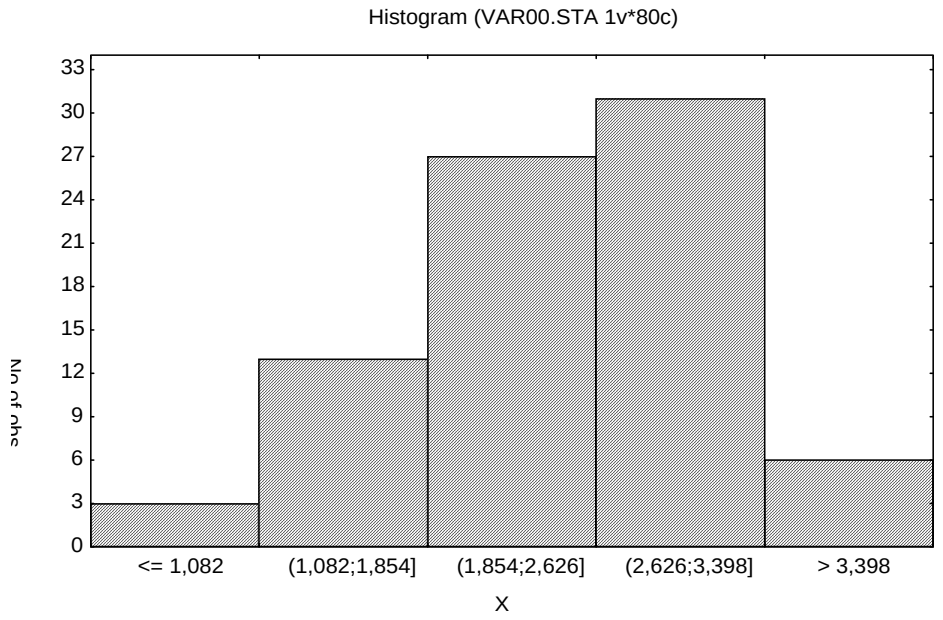

Рисунок 15

Ответьте на вопрос: удовлетворяет ли данная гистограмма требованиям, предъявляемым к гистограммам? Можно ли еще уменьшить число частичных интервалов?

6 По значениям асимметрии и эксцесса и виду гистограммы сделаем заключение, значительно ли отличается распределение случайной величины от нормального.

7 С помощью вероятностного калькулятора найти вероятность попадания случайной величины в промежуток, заданный в варианте вашего задания. Вероятность попадания случайной величины в промежуток (a, b) рассчитывается по формуле $P(a<X<b) = F(b) – F(a)$, где F(x) – функция распределения случайной величины. Значения функции распределения находим с помощью вероятностного калькулятора: Basic Statistic/Tables - Probability Calculator - Distribution Z(Normal) (рис.16). В поля **mean**, **st.dev**. и **Z** вписываем соответствующие значения, нажимаем на кнопку **Compute** и получаем нуж-

ную вероятность: F(2,1) = 0,3170. Аналогично находим F(3,2) .

P(2,1<X<3,2) = F(3,2) - F(2,1) = 0,8381 - 03170 = 0,5211.

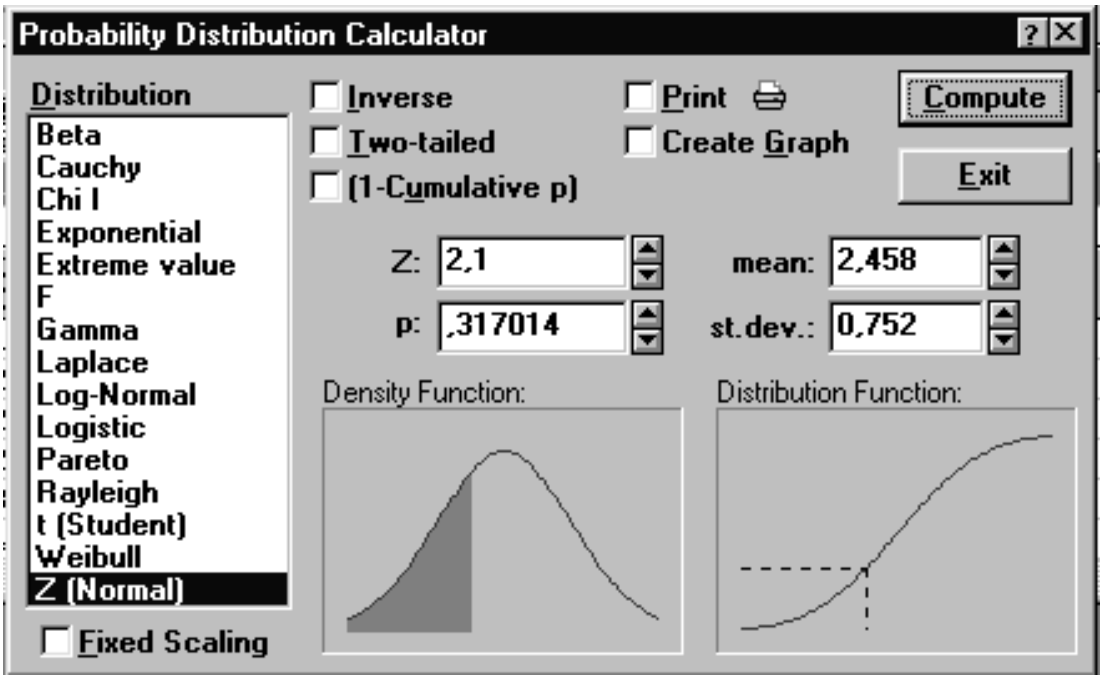

Рисунок 16

Так как технологический процесс отрегулирован правильно, то выборочное среднее $\bar{x}^*$ можно принять за значение параметра, заданного в технической документации. Десятипроцентное отклонение находим по формуле $\delta = 0{,}1 \cdot \bar{x} = 0{,}1 \cdot 2{,}485.$ Затем вычисляется вероятность $P(|x - \bar{x}| < \delta) = P(|x - 2{,}485| < 0{,}245) = 0{,}2554$ с помощью вероятностного калькулятора, как показано на рис.17. Получаем ответ: выход годной продукции при заданном допуске $0{,}1\bar{x}$ составляет 25,5% от всей продукции.

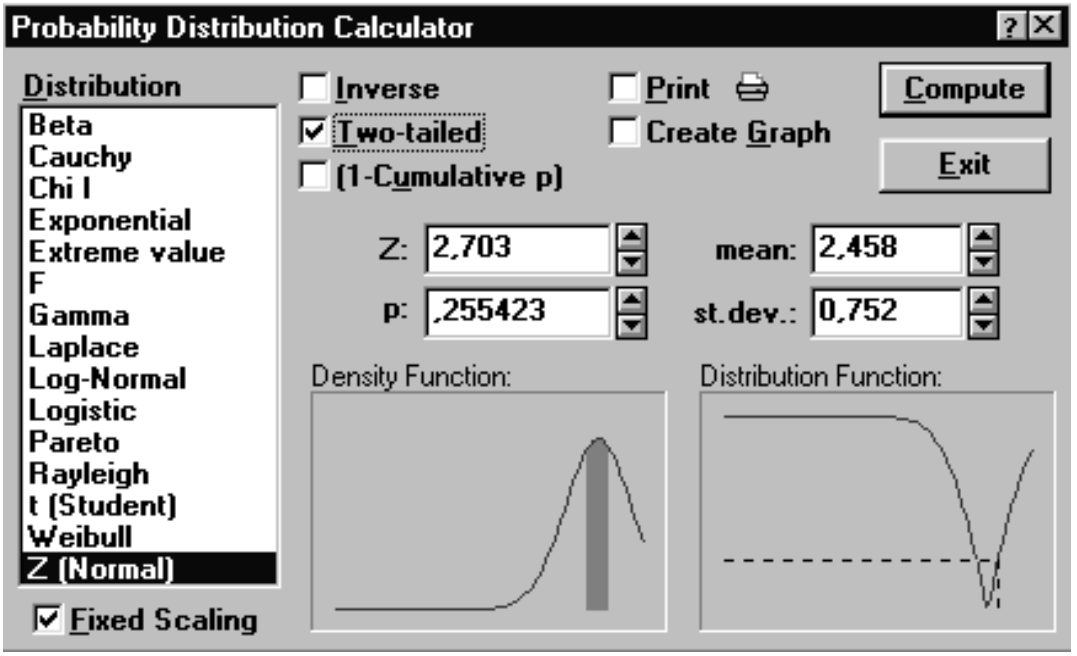

Рисунок 17

Указание. Перед распечаткой отчета рисунки 16, 17 из текста отчета можно удалить.

5 ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ 2

Вариант 1

1.67	2.41	0.79	1.41	2.50	2.29	2.58	1.32
3.75	1.94	0.95	3.48	2.39	1.17	1.92	1.04
2.13	1.58	2.18	2.30	3.03	1.50	2.53	1.91
1.31	3.62	1.49	1.98	2.14	3.35	2.89	2.51
2.31	2.34	1.00	2.03	0.64	2.67	0.09	1.78
3.24	1.91	1.20	1.61	2.35	1.73	2.93	2.32
2.84	1.29	2.28	2.54	1.85	2.40	2.22	2.90
2.37	2.68	2.00	2.70	2.33	2.86	0.36	1.98
2.53	0.80	2.89	0.73	1.01	1.85	2.05	1.16
1.76	2.78	2.43	1.85	1.21	1.53	1.54	2.43

$P(0.93 < X < 1.52) = ?$

Вариант 2

2.46	1.70	2.44	0.82	1.50	2.53	2.32	2.61
1.35	3.78	1.97	0.98	3.51	2.42	1.20	1.95
1.07	2.16	1.61	2.21	2.33	3.06	1.53	2.56
1.94	1.34	3.63	1.52	2.01	2.17	3.38	2.92
2.54	2.34	2.37	1.03	2.06	0.67	2.70	1.12
1.81	3.27	1.94	1.23	1.64	2.38	1.76	2.96
2.35	2.87	1.32	2.31	2.57	1.88	2.43	1.88
2.93	2.40	2.71	2.03	2.76	2.36	2.89	0.39
2.01	2.56	0.83	2.92	0.76	1.04	1.88	2.08
1.19	1.79	2.81	2.46	1.88	1.24	1.56	1.57

$P(0.92 < X < 1.54) = ?$

Вариант 3

1.60	2.49	1.73	2.47	0.85	1.53	2.56	2.35
2.64	1.38	3.81	2.00	1.01	3.54	2.45	1.23
1.98	1.10	2.19	1.64	2.24	2.36	3.09	1.56
2.59	1.97	1.37	3.68	1.55	2.04	2.20	3.41
2.95	2.57	2.37	2.40	1.06	2.09	0.70	2.73
0.45	1.84	3.30	1.97	1.26	1.67	2.41	1.79
2.99	2.38	2.90	1.35	2.34	2.60	1.91	2.46
2.28	2.96	2.43	2.74	2.06	2.76	2.39	2.92
0.42	2.04	2.59	0.86	2.95	0.79	1.07	1.91
2.11	1.22	1.82	2.84	2.49	1.91	1.27	1.59

$P(0.91 < X < 1.55) = ?$

Вариант 4

1.62	1.63	2.52	1.76	2.50	0.88	1.56	2.59
2.38	2.67	1.14	3.84	2.03	1.04	3.57	2.48
1.86	2.01	1.13	2.22	1.67	2.27	2.38	3.12
1.59	2.62	2.00	1.40	3.71	1.58	2.07	2.23
3.44	2.98	2.60	2.40	2.43	1.09	2.12	0.73
2.76	0.18	1.87	3.32	2.00	1.29	1.70	2.44
1.82	3.02	2.41	2.93	1.38	2.37	2.63	1.94
2.49	2.31	2.99	2.46	2.77	2.09	2.79	2.42
2.95	0.45	2.07	2.62	0.89	2.98	0.82	1.10
1.94	2.14	1.25	1.83	2.87	2.52	1.94	1.30

$P(0.90 < X < 1.56) = ?$

Вариант 5

3.31	1.15	1.43	2.27	2.47	1.58	2.18	3.20
2.85	2.27	1.63	1.95	1.96	2.85	2.09	2.83
1.21	1.89	2.92	2.71	3.00	1.74	4.17	2.36
1.37	3.90	2.81	1.59	2.34	1.46	2.55	2.00
2.60	2.78	3.45	1.92	2.95	2.33	1.73	4.04
1.91	2.40	2.56	3.77	3.31	2.93	2.73	2.76
1.42	2.45	1.06	3.09	0.31	2.20	3.66	2.33
1.62	2.03	2.77	2.15	3.35	2.74	3.26	1.71
2.70	2.96	2.27	2.82	2.64	3.32	2.79	3.10
2.42	3.12	2.75	3.28	0.78	2.40	2.95	1.22

$P(0.89 < X < 1.57) = ?$

Вариант 6

2.46	1.70	2.44	0.82	1.50	2.53	2.32	2.61
1.35	3.78	1.97	0.98	3.51	2.42	1.20	1.95
1.07	2.16	1.61	2.21	2.33	3.06	1.53	2.56
1.94	1.34	3.63	1.52	2.01	2.17	3.38	2.92
2.54	2.34	2.37	1.03	2.06	0.67	2.70	1.12
3.24	1.91	1.20	1.61	2.35	1.73	2.93	2.32
2.84	1.29	2.28	2.54	1.85	2.40	2.22	2.90
2.37	2.68	2.00	2.70	2.33	2.86	0.36	1.98
2.53	0.80	2.89	0.73	1.01	1.85	2.05	1.16
1.76	2.78	2.43	1.85	1.21	1.53	1.54	2.43

$P(1.08 < X < 1.68) = ?$

Вариант 7

1.67	2.41	0.79	1.41	2.50	2.29	2.58	1.32
3.75	1.94	0.95	3.48	2.39	1.17	1.92	1.04
2.13	1.58	2.18	2.30	3.03	1.50	2.53	1.91
1.31	3.62	1.49	1.98	2.14	3.35	2.89	2.51
2.31	2.34	1.00	2.03	0.64	2.67	0.09	1.78
1.81	3.27	1.94	1.23	1.64	2.38	1.76	2.96
2.35	2.87	1.32	2.31	2.57	1.88	2.43	1.88
2.93	2.40	2.71	2.03	2.76	2.36	2.89	0.39
2.01	2.56	0.83	2.92	0.76	1.04	1.88	2.08
1.19	1.79	2.81	2.46	1.88	1.24	1.56	1.57

$P(1.07 < X < 1.69) = ?$

Вариант 8

1.62	1.63	2.52	1.76	2.50	0.88	1.56	2.59
2.38	2.67	1.14	3.84	2.03	1.04	3.57	2.48
1.86	2.01	1.13	2.22	1.67	2.27	2.38	3.12
1.59	2.62	2.00	1.40	3.71	1.58	2.07	2.23
3.44	2.98	2.60	2.40	2.43	1.09	2.12	0.73
0.45	1.84	3.30	1.97	1.26	1.67	2.41	1.79
2.99	2.38	2.90	1.35	2.34	2.60	1.91	2.46
2.28	2.96	2.43	2.74	2.06	2.76	2.39	2.92
0.42	2.04	2.59	0.86	2.95	0.79	1.07	1.91
2.11	1.22	1.82	2.84	2.49	1.91	1.27	1.59

$P(1.06 < X < 1.70) = ?$

Вариант 9

1.60	2.49	1.73	2.47	0.85	1.53	2.56	2.35
2.64	1.38	3.81	2.00	1.01	3.54	2.45	1.23
1.98	1.10	2.19	1.64	2.24	2.36	3.09	1.56
2.59	1.97	1.37	3.68	1.55	2.04	2.20	3.41
2.95	2.57	2.37	2.40	1.06	2.09	0.70	2.73
2.76	0.18	1.87	3.32	2.00	1.29	1.70	2.44
1.82	3.02	2.41	2.93	1.38	2.37	2.63	1.94
2.49	2.31	2.99	2.46	2.77	2.09	2.79	2.42
2.95	0.45	2.07	2.62	0.89	2.98	0.82	1.10
1.94	2.14	1.25	1.83	2.87	2.52	1.94	1.30

$P(1.05 < X < 1.71) = ?$

Вариант 10

1.43	2.03	3.05	2.70	2.13	1.48	1.80	1.81
2.70	1.94	3.63	1.06	1.74	2.77	2.56	2.85
1.59	3.08	2.21	1.22	3.75	2.66	1.44	3.19
1.81	2.40	1.85	2.45	2.57	3.30	1.77	2.80
3.18	1.58	2.89	1.76	2.25	2.41	3.62	2.13
1.95	0.45	2.07	2.62	0.89	2.98	0.82	1.10
1.94	2.14	1.25	1.83	2.87	2.52	1.94	1.30
1.62	1.03	2.77	2.15	2.35	2.74	3.26	1.71
2.70	2.96	2.27	1.82	2.64	3.32	2.79	3.10
2.42	1.12	2.75	1.28	0.78	2.40	2.95	1.22

$P(1.04 < X < 1.72) = ?$

Вариант 11

2.46	1.70	1.43	2.27	2.47	1.58	2.32	2.61
1.35	3.78	1.63	1.95	1.96	2.85	1.20	1.95
1.07	2.16	1.87	3.32	2.00	1.29	1.53	2.56
1.94	1.34	2.41	2.93	1.38	2.37	3.38	2.92
2.54	2.34	2.99	2.46	2.77	2.09	2.70	1.12
3.24	1.91	2.07	2.62	0.89	2.98	2.93	2.32
2.84	1.29	1.25	1.83	2.87	2.52	2.22	2.90
2.37	2.68	2.77	2.15	3.35	2.74	0.36	1.98
2.53	0.80	2.27	2.82	2.64	3.32	2.05	1.16
1.76	2.78	2.75	3.28	0.78	2.40	1.54	2.43

$P(1.23 < X < 1.83) = ?$

Вариант 12

3.31	1.15	2.44	0.82	1.50	2.53	2.18	3.20
2.85	2.27	1.97	0.98	3.51	2.42	2.09	2.83
2.76	0.18	1.61	2.21	2.33	3.06	1.70	2.44
1.82	3.02	3.63	1.52	2.01	2.17	2.63	1.94
2.49	2.31	2.37	1.03	2.06	0.67	2.79	2.42
2.95	0.45	1.20	1.61	2.35	1.73	0.82	1.10
1.94	2.14	2.28	2.54	1.85	2.40	1.94	1.30
1.62	2.03	2.00	2.70	2.33	2.86	3.26	1.71
2.70	2.96	2.89	0.73	1.01	1.85	2.79	3.10
2.42	3.12	2.43	1.85	1.21	1.53	2.95	1.22

$P(1.22 < X < 1.84) = ?$

Вариант 13

1.60	2.49	0.79	1.41	2.50	2.29	2.56	2.35
2.64	1.38	0.95	3.48	2.39	1.17	2.45	1.23
1.98	1.10	2.18	2.30	3.03	1.50	3.09	1.56
2.59	1.97	1.49	1.98	2.14	3.35	2.20	3.41
2.95	2.57	1.00	2.03	0.64	2.67	0.70	2.73
2.76	0.18	1.94	1.23	1.64	2.38	1.70	2.44
1.82	3.02	1.32	2.31	2.57	1.88	2.63	1.94
2.49	2.31	2.71	2.03	2.76	2.36	2.79	2.42
2.95	0.45	0.83	2.92	0.76	1.04	0.82	1.10
1.94	2.14	2.81	2.46	1.88	1.24	1.94	1.30

$P(1.21 < X < 1.85) = ?$

Вариант 14

0.67	2.41	1.73	2.47	0.85	1.53	1.58	1.32
0.75	1.94	3.81	2.00	1.01	3.54	1.92	1.04
2.13	1.58	2.19	1.64	2.24	2.36	2.53	1.91
1.31	3.62	1.37	3.68	1.55	2.04	2.89	2.51
2.31	0.34	2.37	2.40	1.06	2.09	0.09	1.78
1.81	2.27	1.87	3.32	2.00	1.29	1.76	2.96
2.35	2.87	2.41	2.93	1.38	2.37	2.43	1.88
2.93	2.40	2.99	2.46	1.77	2.09	2.89	0.39
2.01	2.56	2.07	2.62	0.89	2.98	1.88	2.08
1.19	1.79	1.25	1.83	2.87	2.52	1.56	1.57

$P(1.20 < X < 1.86) = ?$

Вариант 15

1.62	1.63	2.52	1.76	2.50	0.88	1.56	2.59
2.38	2.67	3.14	3.84	2.03	1.04	3.57	2.48
2.86	2.01	3.13	2.22	1.67	2.27	2.38	3.12
1.59	2.62	2.00	1.40	3.71	1.58	2.07	2.23
0.42	2.04	2.59	0.86	2.95	0.79	1.07	1.91
2.11	3.22	1.82	2.84	2.49	2.91	3.27	1.59
1.76	2.50	1.88	3.08	2.47	2.99	1.44	2.43
2.69	2.00	2.55	2.37	3.05	2.52	1.83	2.15
2.85	3.48	3.01	0.51	2.13	2.68	0.95	3.04
0.88	1.16	2.00	3.20	1.31	1.91	2.93	2.58

$P(1.19 < X < 1.87) = ?$

6 Лабораторная работа № 3

ПРОГНОЗ НА ОСНОВАНИИ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ. ТОЧНОСТЬ ПРОГНОЗА. ТЕСНОТА ЛИНЕЙНОЙ СВЯЗИ

6.1 Краткие теоретические сведения

Уравнение линейной регрессии $y = b_0 + b_1x$ находится по выборке методом наименьших квадратов. На рис.18 это наклонная прямая, изображенная сплошной линией.

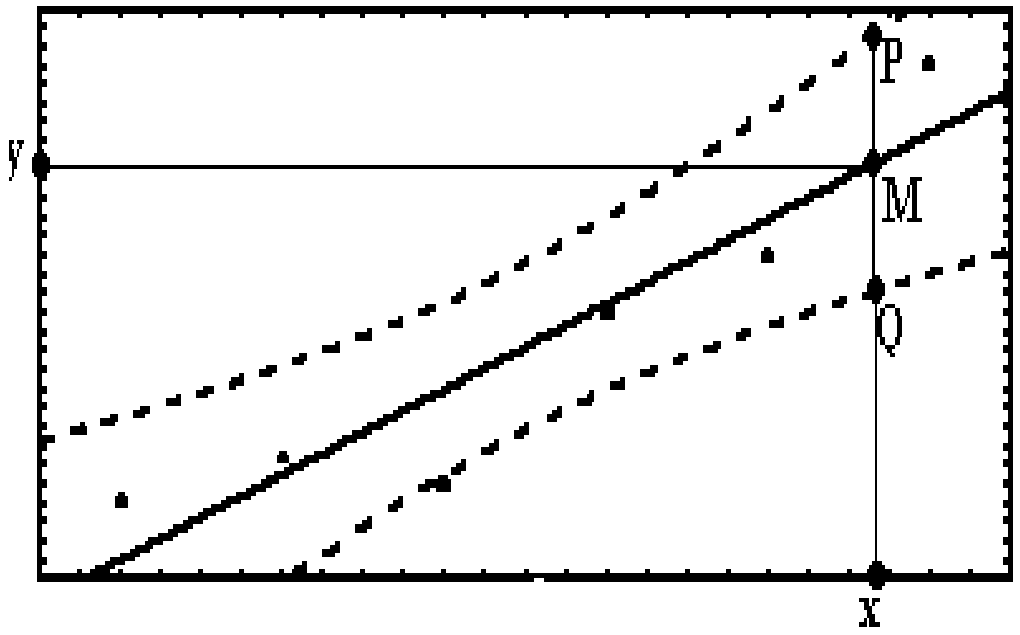

Рисунок 18

Точная линейная зависимость между x и y: $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ (ε – случайный член) неизвестна. Можно только утверждать, что она с вероятностью γ расположена в *доверительной области*, ограниченной линиями гиперболы (рис.19).

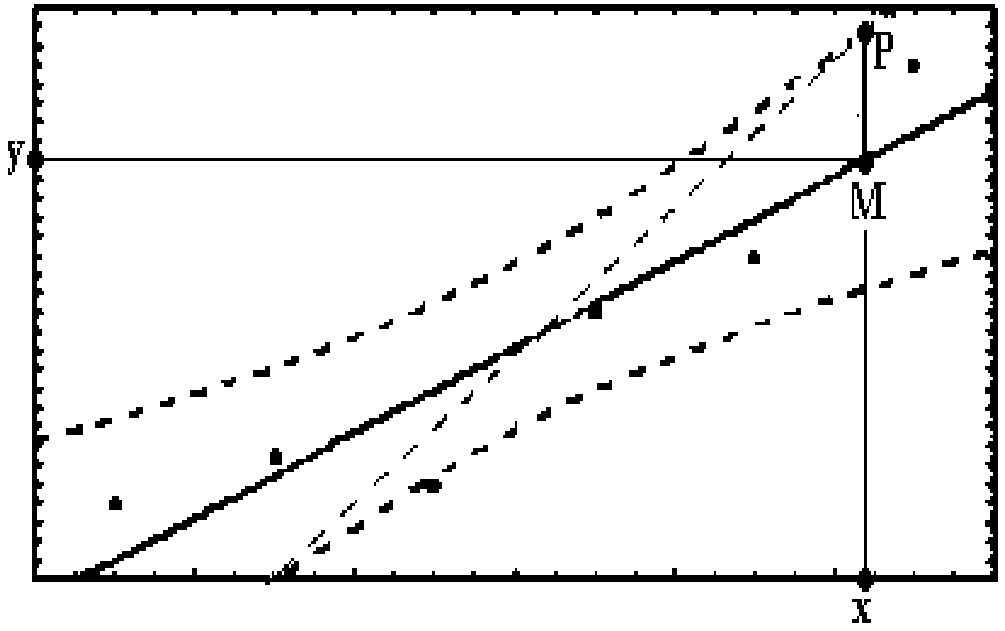

Рисунок 19

Вероятность γ называется *уровнем доверия*. Обычно γ = 0,95 или γ = 0,99 (95%, 99%). Точная линия регрессии $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ изображена на рис.18 пунктирной прямой. Прогноз y в точке x делают по уравнению $y = b_0 + b_1 x$. Точное значение прогноза может с вероятностью γ соответствовать любой точке доверительного интервала PQ (см. рис.19).

В наиболее неблагоприятном случае точный прогноз попадает на край доверительной области. В этом случае абсолютная погрешность прогноза равна полуширине доверительного интервала δ=MP=MQ. Относительная погрешность прогноза в % вычисляется по формуле

$$Отн.погр. = \left| \frac{\delta}{y_{прогноза}} \right| \cdot 100\%.$$

6.2 Цель лабораторной работы

Должны быть приобретены следующие *умения*:

1) нахождение графика и уравнения линейной регрессии и доверительной области при заданном уровне доверия γ;

2) нахождение по графику прогноза отклика **y** при заданном значении фактора **x**;

3) нахождение по графику максимальной абсолютной погрешности прогноза;

4) расчет максимальной относительной погрешности прогноза в процентах;

5) оценка тесноты линейной связи по значению коэффициента корреляции.

Должны быть усвоены следующие *понятия*: корреляционное поле, область прогнозов, прогноз, доверительная область, доверительный интервал, уровень доверия, полуширина доверительного интервала, абсолютная и относительная погрешности прогноза, коэффициент корреляции, теснота линейной связи.

Работа рассчитана на 4 часа.

6.3 Задание к лабораторной работе

Используя данные из своего индивидуального задания:

1 Построить графики линии регрессии с 80%, 95% и 99% доверительными областями.

2 Нанести вручную на линию регрессии центр рассеяния.

3 Найти по графику прогноз в точке, соответствующей центру рассеяния для всех трех значений уровня доверия (80%, 95%, 99%),а также прогноз в любой произвольной точке из области прогнозов.

4 Найти по графику полуширину доверительного интервала δ_γ в точке, соответствующей центру рассеяния для всех трех значений уровня доверия (80%, 95%, 99%): δ_{80}, δ_{95}, δ_{99}.

5 Оценить максимальную относительную ошибку прогноза (в процентах) для всех трех значений уровня доверия (80%, 95%, 99%) по формуле $\left|\frac{\delta_\gamma}{y_{прогноза}}\right| \cdot 100\%$ (δ_γ и $y_{прогноза}$ находим по чертежу).

6 Сделать вывод о взаимосвязи уровня доверия γ и относительной погрешности прогноза.

7 Найти коэффициент корреляции и оценить по нему тесноту линейной связи.

6.4 Пример выполнения лабораторной работы в пакете Statistica

Работаем в модуле Basic Statistics and Tables.

1 Создаем таблицу данных. Таблица будет иметь две переменные: X - фондоотдача и Y – рентабельность. Затем создаем автоотчет. Затем создаем файл отчета в личной папке. Полученные результаты будут переноситься из автоотчета в отчет.

2 Вносим в автоотчет созданную таблицу данных.

Для этого активировать таблицу данных и нажать клавишу F11. На запрос компьютера нажать кнопку OK. Появится новая таблица From: *.sta, которую можно закрыть, и в автоотчете появится таблица данных, подобная таблице 6.1.

Таблица 6.1

STA BAS STA	From: lab1.sta (2v * 10c) Variables: 1-2, Cases: 1-10	
	X	Y
1	1,033	1,830
2	,012	,580
3	,045	1,340
4	,243	1,340
5	,266	1,640
6	,302	1,650
7	,451	1,910
8	1,041	1,960
9	1,423	2,080
10	1,914	2,180

3 Строим графики линейной регрессии с 80%, 95% и 99% доверительными областями. Graphs - Stats2D Graphs - Scatterplots - Variables (X, Y) - Linear - Confidence Bands (Базовые статистики - графики - плоские графики - точечные графики - доверительные области) - On 0,80 - OK - Next - 0,95 - OK - Next - 0,99 - OK.

Получим три графика.

Уровень доверия 80% (рис. 20).

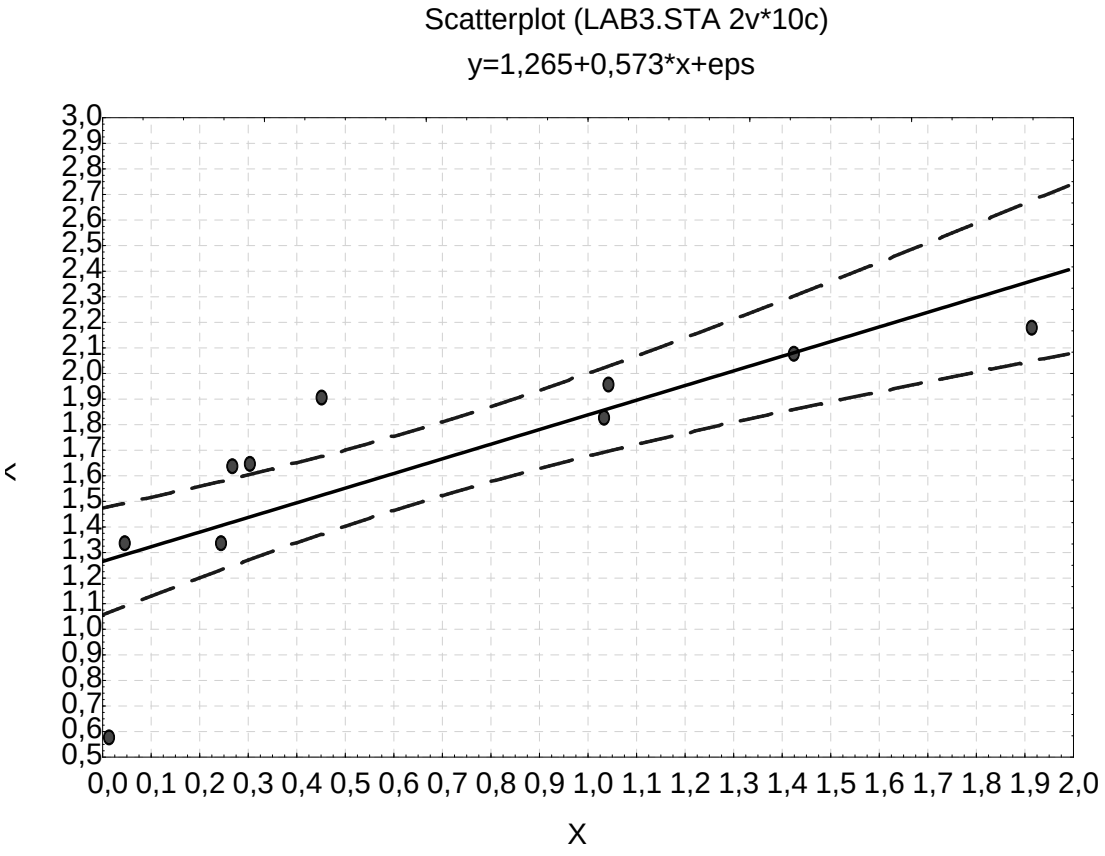

Рисунок 20

Уровень доверия 95% (рис. 21).

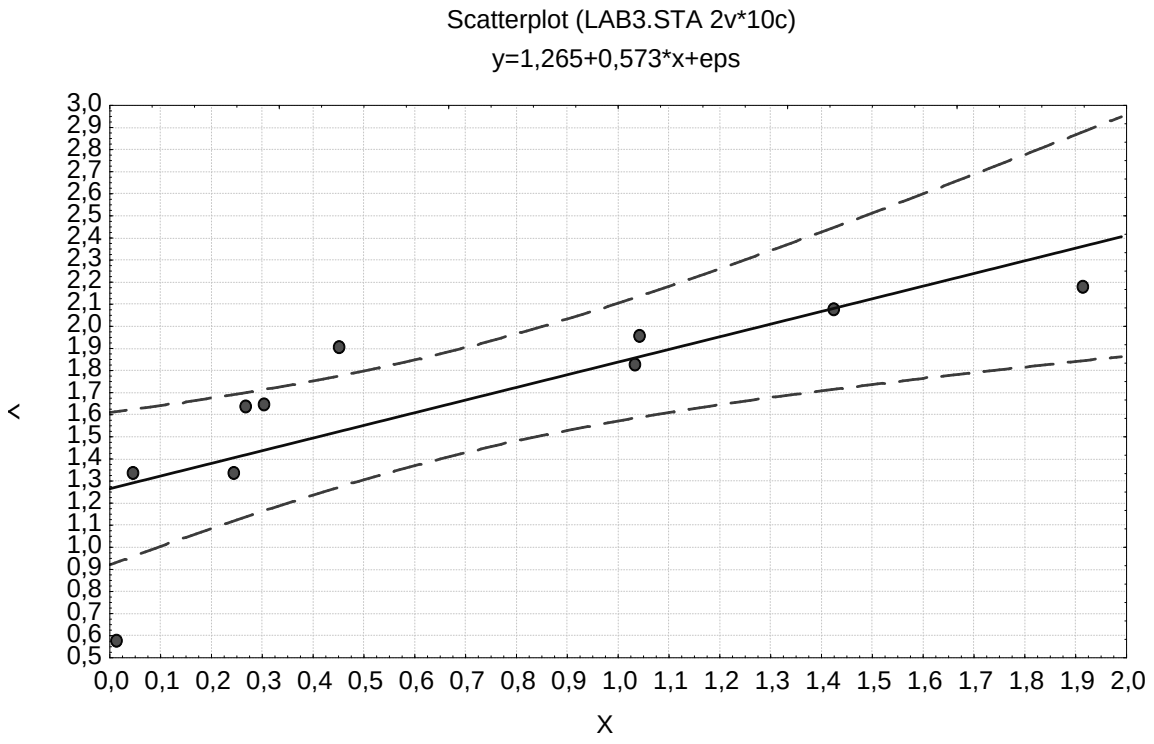

Рисунок 21

Уровень доверия 99% (рис. 22)

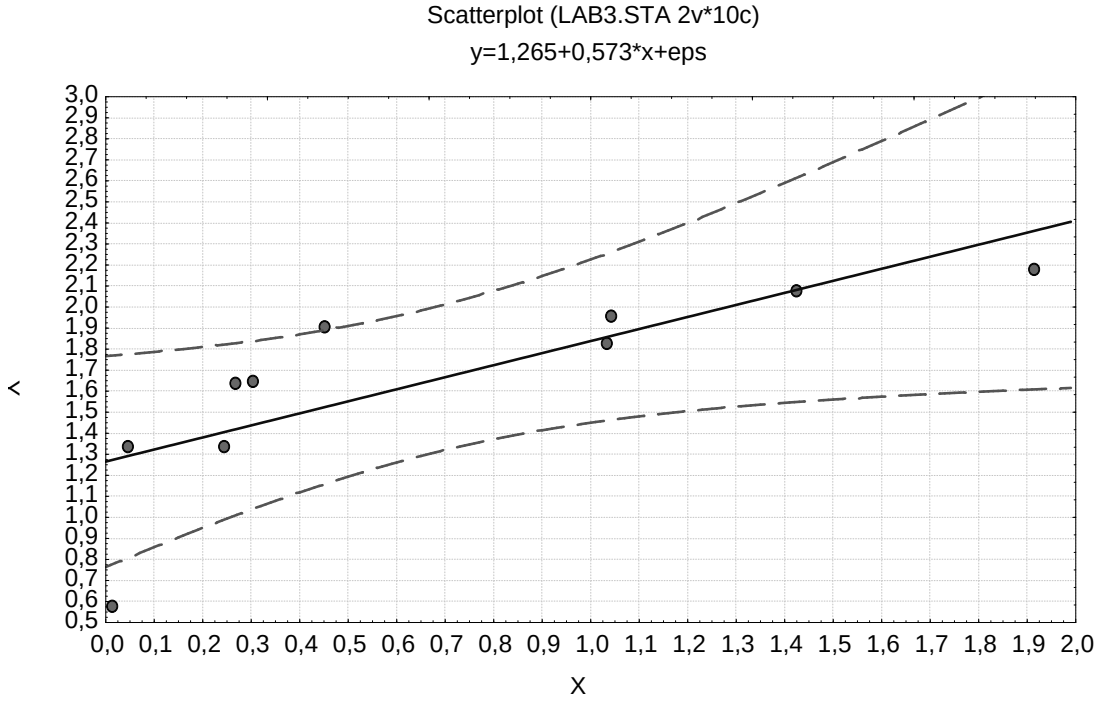

Рисунок 22

4 Находим координаты центра рассеяния и область прогнозов. Активировать таблицу с данными - Basic Statistics - Analysis - Descriptive statistics (описательные статистики) - More statistics (Больше статистик) - активировать опции Mean (среднее значение), Minimum и Maximum - OK - Variables (переменные) - выделить обе переменные (в данном случае X и Y) - OK - OK. Требуемые статистики выводятся в автоотчет в виде табл. 6.2. Нужная таблица вставляется в отчет по лабораторной работе из автоотчета через буфер.

Таблица 6.2

STAT. BASIC STATS	Descriptive Statistics (new.sta)		
Variable	Mean	Minimum	Maximum
X	,673000	,012000	1,914000
Y	1,651000	,580000	2,180000

Средние значения (Mean) дают координаты центра рассеяния X = 0,673 и Y = 1,651. Выполнение пунктов 2...7 задания производится вручную и с помощью калькулятора.

Область прогнозов задается интервалом (Xmin; Xmax), в данном примере (0,012; 1,914).

5 Находим коэффициент корреляции. Для этого создаем корреляционную таблицу: активируем таблицу данных - Analysis - Correlation matrices - Variables for analysis X,Y (анализ - корреляционные матрицы - переменные для анализа X, Y). Результат получаем в виде табл. 6.3.

Таблица 6.3

STAT. BASIC STATS	Correlations (new.sta) Marked correlations are significant at p < ,05000 N=9 (Casewise deletion of missing data)	
Variable	X	Y
X	1,00	,78 *
Y	,78 *	1,00

Коэффициент корреляции для переменных X,Y равен 0,78. Так как

$$0{,}6 < 0{,}78 < 0{,}9,$$

то линейная связь между этими переменными достаточная.

7 ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ 3

Вариант 1

Фондоотдача и уровень рентабельности по метизному заводу за год характеризуются следующими данными:

Номер завода	Фактор	Показатель
	Фондоотдача, грн	Уровень рентабельности, %
1	1,24	39,4
2	0,63	23,2
3	1,18	37,2
4	1,12	35,1
5	0,44	20,0
6	1,19	37,9
7	0,48	20,1
8	0,65	23,4
9	0,26	13,4
10	0,75	24,8
11	1,03	32,2
12	0,89	30,2
13	0,16	10,3
14	0,67	23,7
15	0,90	31,3

Вариант 2

Фондоотдача и уровень рентабельности по вагоноремонтному заводу за год характеризуются следующими данными:

Номер завода	Фактор	Показатель
	Фондоотдача, грн	Уровень рентабельности, %
1	38,9	10,7
2	33,3	11,3
3	37,7	12,2
4	31,1	12,4
5	29,4	10,9
6	37,2	11,3
7	35,6	11,1
8	34,1	14,0
9	0,26	6,8
10	22,8	7,1
11	21,7	8,9
12	26,	4,2
13	23,3	7,4
14	24,5	11,4
15	29,9	4,8

Вариант 3

Фондоотдача и уровень рентабельности по металлоремонтным цехам заводов области за год характеризуются следующими данными:

Номер завода	Фактор	Показатель
	Фондоотдача, грн	Уровень рентабельности, %
1	5,46	27,6
2	5,53	24,9
3	7,05	32,1
4	7,29	37,1
5	7,40	36,9
6	7,10	33,4
7	6,25	31,3
8	8,64	39,3
9	5,18	24,8
10	1,81	20,0
11	2,30	25,5
12	5,53	26,4
13	2,22	20,3
14	3,54	29,1
15	3,23	27,7

Вариант 4

Фондоотдача и уровень рентабельности по хлебозаводам области за год характеризуются следующими данными:

Номер завода	Фактор	Показатель
	Фондоотдача, грн	Уровень рентабельности, %
1	20,1	12,2
2	64,2	17,6
3	61,1	17,5
4	13,3	10,3
5	10,8	12,8
6	17,2	13,1
7	34,1	16,9
8	32,3	14,4
9	27,8	16,0
10	24,2	16,4
11	55,5	18,3
12	17,1	10,8
13	11,1	10,0
14	25,5	14,0
15	31,1	16,1

Вариант 5

Фондоотдача и уровень рентабельности по станциям ТО области за год характеризуются следующими данными:

Номер станции	Фактор	Показатель
	Фондоотдача, грн	Уровень рентабельности, %
1	1,25	9,2
2	2,32	14,7
3	1,71	10,3
4	1,64	10,0
5	1,38	9,9
6	1,18	9,1
7	1,44	9,8
8	1,17	6,4
9	1,72	13,0
10	2,21	11,8
11	1,64	13,2
12	1,73	11,4
13	1,17	8,1
14	1,39	9,0
15	1,07	11,1

Вариант 6

Фондоотдача и уровень рентабельности по плодоконсервным заводам области за год характеризуются следующими данными:

Номер завода	Фактор	Показатель
	Фондоотдача, грн	Уровень рентабельности, %
1	1,08	20,1
2	1,05	12,9
3	0,99	18,0
4	1,02	11,7
5	0,98	17,9
6	1,04	16,8
7	1,03	15,6
8	1,10	14,3
9	1,03	18,1
10	0,89	17,8
11	0,78	13,0
12	0.99	14,2
13	1,43	24,2
14	1,03	20,0
15	1,05	19,3

Вариант 7

Фондоотдача и уровень рентабельности по хлебозаводам области за год характеризуются следующими данными:

Номер завода	Фактор	Показатель
	Фондоотдача, грн	Уровень рентабельности, %
1	33,4	12,3
2	29,1	14,7
3	25,3	10,9
4	27,1	16,1
5	43,3	22,3
6	47,2	21,1
7	49,3	24,3
8	35,7	13,3
9	45.8	27,6
10	43,4	28,3
11	42,1	25,1
12	40,1	20,2
13	33,3	13,7
14	41,2	19,9
15	34,0	14,2

Вариант 8

В таблице приведены данные об удельном весе механизированных работ и производительности труда по плодоовощным заводам области за год

Номер завода	Фактор	Показатель
	Удельный вес механизированных работ, %	Производительность труда, грн
1	84	4300
2	83	4150
3	67	3000
4	63	3420
5	69	3300
6	70	4300
7	73	3420
8	81	4100
9	77	3700
10	72	3500
11	80	4000
12	85	4450
13	83	4270
14	70	3300
15	87	4500

Вариант 9

В таблице приведены данные об удельном весе простоев оборудования и уровне рентабельности по молокозаводам области за год

Номер завода	Фактор	Показатель
	Удельный вес простоев оборудования, %	Уровень рентабельности, %
1	18,1	9,5
2	7,8	19,4
3	7,4	8,7
4	6,4	18,3
5	7,8	16,4
6	17,1	8,8
7	10,2	17,8
8	14,1	13,7
9	20,0	7,0
10	16,7	10,2
11	16,0	10,4
12	20,4	7,3
13	16,2	10,7
14	16,0	14,0
15	20,1	7,3

Вариант 10

В таблице приведены данные об уровне технической подготовки рабочих и уровне заработной платы по сахарным заводам области за год

Номер завода	Фактор	Показатель
	Удельный вес рабочих с технической подготовкой, %	Заработная плата за месяц, грн
1	40	142,20
2	33	152,33
3	37	154,20
4	39	149,95
5	37	154,37
6	41	149,80
7	49	170,11
8	38	168,33
9	55	193,30
10	43	172,72
11	56	189,39
12	47	187,01
13	44	173,40
14	55	187,87
15	54	184,20

Вариант 11

Фондоотдача и уровень рентабельности по метизному заводу за год характеризуются следующими данными:

Номер	Фактор	Показатель
	Фондоотдача, грн	Уровень рентабельности, %
1	20,0	2,0
2	12,8	1,8
3	9,2	1,1
4	5,3	3,5
5	18,6	10,1
6	10,8	3,3
7	28,7	24,2
8	13,8	1,9
9	28,6	20,8
10	22,9	19,2
11	14,0	3,4
12	13,0	2,7
13	12,8	1,4
14	25,0	20,1
15	13,8	7,8

Вариант 12

Фондоотдача и уровень рентабельности по вагоноремонтному заводу за год характеризуются следующими данными:

Номер завода	Фактор	Показатель
	Фондоотдача, грн	Уровень рентабельности, %
1	80,0	20,0
2	87,2	37,5
3	90,8	43,4
4	94,7	45,6
5	81,4	23,4
6	89,2	25,0
7	71,3	17,2
8	86,2	33,3
9	71,4	15,0
10	77,7	18,7
11	86,0	24,8
12	87,0	34,5
13	87,2	33,1
14	75,0	19,2
15	86,2	31,8

Вариант 13

В таблице приведены данные об удельном весе в товарообороте потребительской кооперации продукции собственного производства и уровне рентабельности предприятий области за год.

Номер предприятия	Фактор	Показатель
	Удельный вес продукции собственного производства, %	Уровень рентабельности, %
1	25,2	9,5
2	58,2	9,4
3	42,2	8,7
4	46,8	8,3
5	60,5	6,4
6	66,1	8,8
7	26,5	7,8
8	59,9	13,7
9	43,2	7,0
10	47,8	6,7
11	61,8	10,4
12	68,1	7,3
13	32,0	8,9
14	60,2	9,4
15	44,2	7,3

Вариант 14

В таблице приведены данные об относительном уровне издержек обращения и уровне рентабельности по магазинам промышленных товаров за год.

Номер магазина	Фактор	Показатель
	Относительный уровень издержек обращения, %	Уровень рентабельности, %
1	7,89	8,9
2	14,41	4,3
3	6,01	10,2
4	9,17	4,9
5	6,78	8,3
6	8,91	7,8
7	6,17	13,1
8	10,11	4,9
9	5,98	13,3
10	6,10	10,7
11	5,90	13,7
12	8,13	5,6
13	9,01	4,7
14	6,00	11,1
15	6,13	10,8

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для втузов. – М.: Высшая школа, 2002. – 480с.

2 Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учебное пособие для студентов втузов. – М.: Высшая школа, 2002. – 404с.

3 Смирнов Н.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений/ Н.В.Смирнов, И.С.Дунин-Барковский. – М.: Наука, 1969. – 511с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

и задания к лабораторным работам

по дисциплине **“Прикладная математика”**

для студентов технических специальностей

Составители: Людмила Михайловна Топтунова,

Людмила Владимировна Васильева

Редактор Елена Александровна Дудченко

Подп. в печать Формат 60х84 1/16

Ризограф. печать. Усл.печ.л. Уч.-изд. л.

Тираж экз.

ДГМА. 84313, г. Краматорск, ул. Шкадинова, 72.