

Министерство образования и науки Украины

Донбасская государственная машиностроительная академия (ДГМА)

ИНФОРМАТИКА

СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Методические указания

к лабораторным работам

для студентов инженерного направления обучения

Утверждено
на заседании методического
семинара кафедры прикладной
математики
Протокол №9 от 16.05.2013

Краматорск
ДГМА
2013

Информатика. Системы компьютерной математики : методические указания к лабораторным работам для студентов инженерного направления обучения / сост. : Л. В. Васильева, С. В. Малыгина, Е. А. Клеваник. – Краматорск : ДГМА, 2013. – 72 с.

Методические указания содержат теоретические сведения и практическую часть по следующим разделам: решение инженерных задач средствами компьютерной математики, программирование в системах компьютерной математики. Рассмотрены приемы работы в программе *Smath Studio*.

Составители:

Л. В. Васильева, доц.;
С. В. Малыгина, доц.;
Е. А. Клеваник, ассист.

Отв. за выпуск

В. Н. Черномаз, доц.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1 РЕШЕНИЕ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ СРЕДСТВАМИ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ	6
1.1 Построение графиков функций одной переменной	6
1.1.1 Краткие теоретические сведения	6
1.1.2 Пример выполнения задания	6
1.1.3 Вопросы для самоконтроля	7
1.1.4 Индивидуальные задания	8
1.2 Нахождение значений функций одной переменной	8
1.2.1 Краткие теоретические сведения	8
1.2.2 Пример выполнения задания	9
1.2.3 Вопросы для самоконтроля	10
1.2.4 Индивидуальные задания	10
1.3 Нахождение корней нелинейных уравнений	11
1.3.1 Краткие теоретические сведения	11
1.3.2 Пример выполнения задания	12
1.3.3 Вопросы для самоконтроля	16
1.3.4 Индивидуальные задания	16
1.4 Решение систем нелинейных уравнений	17
1.4.1 Краткие теоретические сведения	17
1.4.2 Пример выполнения задания	18
1.4.3 Вопросы для самоконтроля	20
1.4.4 Индивидуальные задания	20
1.5 Решение систем линейных уравнений	22
1.5.1 Краткие теоретические сведения	22
1.5.2 Пример выполнения задания	22
1.5.3 Вопросы для самоконтроля	23
1.5.4 Индивидуальные задания	23
1.6 Нахождение производных и интегралов	25
1.6.1 Краткие теоретические сведения	25
1.6.2 Пример выполнения задания	25
1.6.3 Вопросы для самоконтроля	27
1.6.4 Индивидуальные задания	27
1.7 Нахождение экстремумов функций	29
1.7.1 Краткие теоретические сведения	29
1.7.2 Пример выполнения задания	29
1.7.3 Вопросы для самоконтроля	30
1.7.4 Индивидуальные задания	30
1.8 Интерполяция функций степенными выражениями	32
1.8.1 Краткие теоретические сведения	32
1.8.2 Пример выполнения задания	33

1.8.3 Вопросы для самоконтроля	34
1.8.4 Индивидуальные задания	34
1.9 Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка	36
1.9.1 Краткие теоретические сведения	36
1.9.2 Пример выполнения задания	36
1.9.3 Вопросы для самоконтроля	38
1.9.4 Индивидуальные задания	39
2 ПРОГРАММИРОВАНИЕ В СИСТЕМАХ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ	40
2.1 Программирование линейного вычислительного процесса	40
2.1.1 Краткие теоретические сведения	40
2.1.2 Пример выполнения задания	40
2.1.3 Вопросы для самоконтроля	42
2.1.4 Индивидуальные задания	42
2.2 Программирование разветвляющегося вычислительного процесса	44
2.2.1 Краткие теоретические сведения	44
2.2.2 Пример выполнения задания	44
2.2.3 Вопросы для самоконтроля	48
2.2.4 Индивидуальные задания	48
2.3 Программирование циклического вычислительного процесса	50
2.3.1 Краткие теоретические сведения	50
2.3.2 Пример выполнения задания	51
2.3.3 Вопросы для самоконтроля	54
2.3.4 Индивидуальные задания	54
2.4 Программирование табулирования функции	56
2.4.1 Краткие теоретические сведения	56
2.4.2 Пример выполнения задания	56
2.4.3 Вопросы для самоконтроля	58
2.4.4 Индивидуальные задания	58
3 САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА	60
Приложение А. Работа с программой SMath Studio	61
Приложение Б. Понятие алгоритма. Блок-схема	69
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	71

ВВЕДЕНИЕ

Информатика – это техническая наука, систематизирующая приемы создания, хранения, воспроизведения, обработки и передачи данных средствами вычислительной техники, а также принципы функционирования этих средств и методы управления ими.

При решении инженерных и научных задач инженер сталкивается с необходимостью применять математические знания: решать алгебраические уравнения и системы уравнений, находить экстремумы функций, вычислять производные и интегралы, находить решения дифференциальных уравнений и т. д. Развитие компьютерной техники позволило инженеру решать сложные вычислительные задачи, возникающие при моделировании технических устройств и процессов. В настоящее время разработаны математические пакеты, позволяющие решать подобные задачи.

Целями данных методических указаний являются: развитие практических навыков в области информационных технологий и программирования при решении различных инженерных и прикладных задач в ходе проведения лабораторных занятий, а также в процессе самостоятельной работы студентов.

Рассмотрены методы решений нелинейных алгебраических уравнений, систем линейных и нелинейных алгебраических уравнений и обыкновенных дифференциальных уравнений, приближенное нахождение производных и интегралов, а также основные понятия аппроксимации (приближения) функций.

Каждая тема, кроме теоретического материала, содержит примеры использования методов для решения конкретных задач, описание основных вычислительных алгоритмов, тексты программ и стандартные функции пакетов компьютерной математики, реализующие изученные вычислительные алгоритмы.

1 РЕШЕНИЕ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ СРЕДСТВАМИ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

1.1 Построение графиков функций одной переменной

Цель: изучить основные возможности программы *SMath Studio* для построения графиков функций одной переменной.

1.1.1 Краткие теоретические сведения

Общие сведения об используемой программе даны в Приложении А.

1.1.2 Пример выполнения задания

Построить график функции $y = \cos(x)$ на произвольном отрезке.

Методические рекомендации

1. Запишите функцию в виде $y(x) := \cos(x)$. Обратите внимание, что после имени функции обязательно нужно указать имя переменной. Стандартную функцию $\cos()$ можно набрать на клавиатуре, а можно выбрать шаблон на панели инструментов *Функции*.

2. В меню *Вставка* выбираем *График – Двумерный (2D)*. Появится шаблон (рис. 1.1).

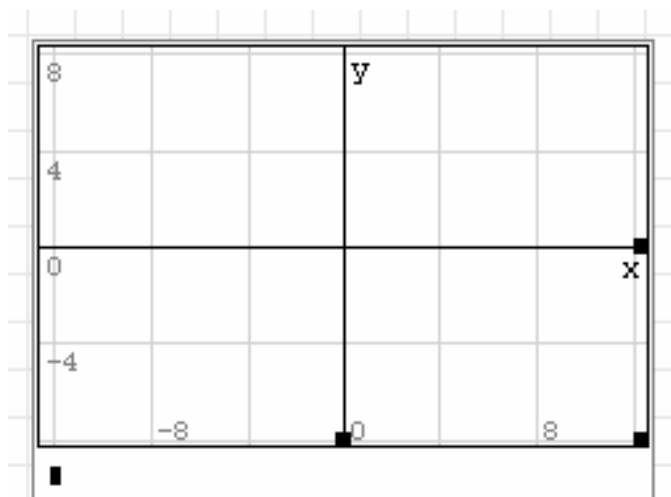


Рисунок 1.1

В нижнем левом углу в «квадратик» впишите имя функции $y(x)$ или саму формулу $\cos(x)$ и щелкните мышкой вне области графика. Получим график (рис. 1.2).

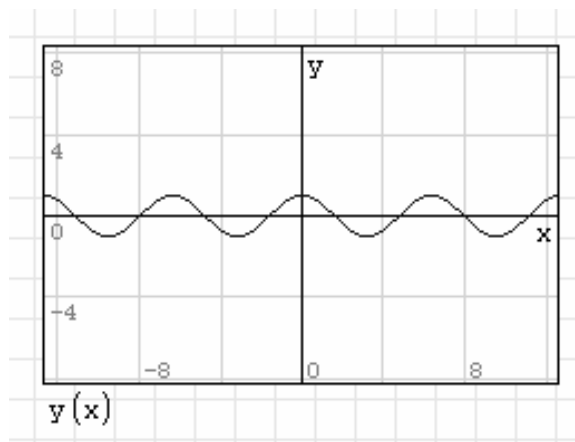


Рисунок 1.2

Размеры окна графика можно изменять так же, как размеры любого окна Windows. Размеры и масштаб самого графика можно менять с помощью панели инструментов *График* или, удерживая клавишу Ctrl / Shift, прокручивать колесико мышки. Результат работы изображен на рисунке 1.3.

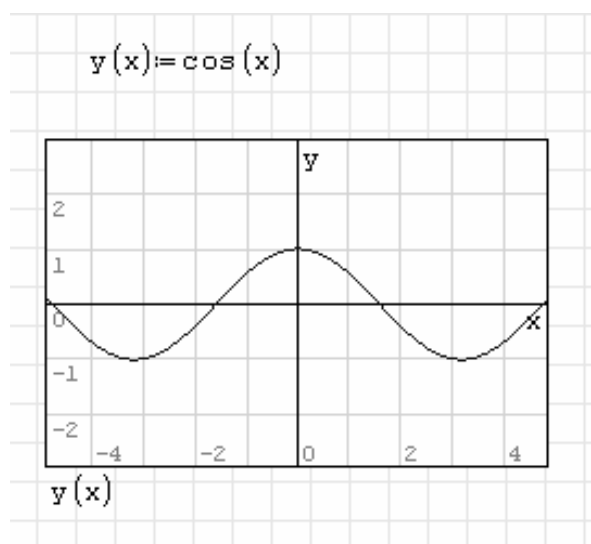


Рисунок 1.3

1.1.3 Вопросы для самоконтроля

1. Как записывается выражение для функции одной переменной?
2. Можно ли построить график без предварительной записи функции?
3. Как изменить масштаб построения графика?

1.1.4 Индивидуальные задания

Построить график функции (табл. 1.1) на произвольном отрезке.

Таблица 1.1

Номер варианта	Функция	Номер варианта	Функция
1	$y = 4 - \cos x^2$	14	$y = \ln(4 - \cos x)$
2	$y = e^{\sin(x+2)}$	15	$y = 3 + \cos(x^2)$
3	$y = e^{\cos 2x}$	16	$y = 2 \sin x + \cos^2 x$
4	$y = 2 + \ln(4 + \sin x)$	17	$y = e^{\cos(2+x)}$
5	$y = 4 + \sin(2 + x^2)$	18	$y = 2 - \sin(x/2)$
6	$y = \ln(4 - \cos x)$	19	$y = e^{(1+\sin(x/2))}$
7	$y = e^{\sin 2x}$	20	$y = \ln(3 + \sin(x/2))$
8	$y = \ln(4 + \sin 2x)$	21	$y = e^{\sin(x/2)}$
9	$y = 2 + \cos x$	22	$y = \ln(3 - \cos x^2)$
10	$y = 3 \sin(e^x)$	23	$y = 2 - \sin(x^2/2)$
11	$y = 2 + \cos(e^x)$	24	$y = \sin 3x + \cos(x+5)$
12	$y = 2 + \sin(x^2)$	25	$y = 3 + \sin x$
13	$y = 4 + \ln(2 + \sin x)$	—	—

1.2 Нахождение значений функций одной переменной

Цель: изучить основные возможности программы *SMath Studio* для нахождения значений функций.

1.2.1 Краткие теоретические сведения

Общие сведения об используемой программе даны в Приложении А.

1.2.2 Пример выполнения задания

Найти значения функции $y = \cos(x)$ в точках $x = 2$ и $x = \pi$, протабулировать (получить таблицу значений этой функции на отрезке $[0; \pi]$ с шагом 0,5).

Методические рекомендации

1. Запишите функцию в виде $y(x) := \cos(x)$.

2. Присвойте переменной x значение 2 следующим образом: $x := 2$.

3. Запишите имя функции и поставьте знак «=»: $y(x) =$.

4. После знака равенства появится ответ: $y(x) = -0,4161$.

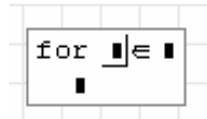
5. Второе значение функции в точке $x = \pi$ можно найти таким же образом, а можно после имени функции сразу указать значение переменной. Получим $y(\pi) = -1$.

6. Прежде, чем табулировать функцию, нужно посчитать количество значений переменной x на заданном отрезке $[0; \pi]$ с шагом 0,5:

$$\left[\frac{\pi - 0}{0,5} \right] + 1 = 7.$$

7. Запишите полученное количество в виде диапазона: $j := 1..7$. Цифры 1 и 7 необходимо вписать в шаблон. Для этого после $j :=$ пишем *range* и в появившейся всплывающей подсказке выбираем *range(2)*. Затем запишите диапазон изменения переменной x , используя *range(3)*: $x := 0, 0,5.. \pi$.

8. На панели инструментов *Программирование* выбираем шаблон *for*:



9. В шаблон вписываем переменные (рис. 1.4).

```
for k ∈ j
  yk := y(xk)
```

Рисунок 1.4

Чтобы переменная k записалась как нижний индекс, y_k набирают так: $y[k]$.

10. Ниже набираем $x =$ и получаем столбец значений переменной x , затем набираем $y =$ и получаем столбец значений переменной y .

11. Конечный вид документа *SMath Studio*:

```
y(x):=cos(x)
x:=2
y(x)=-0,4161
y(π)=-1
j:=1..7
x:=0;0,5..π
for k∈j
  y_k:=y(x_k)
x= $\begin{pmatrix} 0 \\ 0,5 \\ 1 \\ 1,5 \\ 2 \\ 2,5 \\ 3 \end{pmatrix}$       y= $\begin{pmatrix} 1 \\ 0,8776 \\ 0,5403 \\ 0,0707 \\ -0,4161 \\ -0,8011 \\ -0,99 \end{pmatrix}$ 
```

Рисунок 1.5

1.2.3 Вопросы для самоконтроля

1. Правила записи функций в *SMath Studio*.
2. Как рассчитать значение функции в точке?
3. Чем отличаются шаблоны *range(2)* и *range(3)*?
4. Как записать нижний индекс?

1.2.4 Индивидуальные задания

Найти значения функции (табл. 1.1 предыдущего задания) в произвольных точках, протабулировать (получить таблицу значений) этой функции на отрезке $[0; \pi]$, шаг изменения переменной произвольный.

1.3 Нахождение корней нелинейных уравнений

Цель: изучить основные возможности приложения *SMath Studio* для решения нелинейных уравнений.

1.3.1 Краткие теоретические сведения

Приблизленно корни уравнения $f(x)=0$ (если $f(x)\neq 0$, то надо все переменные перенести в левую часть) можно получить графически, построив график функции $y = f(x)$. Корни уравнения соответствуют абсциссам точек пересечения графика с осью ОХ.

Точные значения корней можно вычислить, используя процедуру:

Solve(<уравнение>;<переменная>)

Уравнение в данной функции может быть описано следующими способами:

1. Как имя функции, которое заранее задано, например:

$f(x) := \exp(x) + 2 \cdot \sin(x);$

solve(f(x); x).

2. Непосредственно уравнение без правой части:

solve(exp(x) + 2 · sin(x); x).

3. Уравнение с правой частью, где вместо знака обычного равно ставится так называемое булево (или «жирное») равно с ПИ «Булева»:

solve(exp(x) + 2 · sin(x) = 0; x).

Если функция $f(x)$ в уравнении $f(x) = 0$ представляет собой полином степени n , т. е. $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$, то для решения стоит использовать встроенную функцию *polyroots(v)*, где $\mathbf{v}$ – вектор коэффициентов полинома, в котором все компоненты располагаются в порядке возрастания степени:

$$\mathbf{v} := \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \dots \\ a_{n-1} \\ a_n \end{pmatrix}$$

Число корней уравнения будет соответствовать степени полинома.

1.3.2 Пример выполнения задания

Найти корень уравнения $\cos(x) = x$ численно и, если это возможно, аналитически. Результаты сравнить. Выполнить проверку.

Методические рекомендации

Первый способ.

1. Запишите функцию (предварительно приведя уравнение к виду $f(x)=0$): $f(x) := \cos(x) - x$).

2. Постройте график функции. График пересекает ось абсцисс в одной точке, значит, уравнение имеет один корень.

3. Запишите стандартную команду:

`solve(f(x); x) =`.

Справа от знака равенства увидим результат: 0,7391.

4. Выполните проверку, найдя значение функции в полученной точке:
 $f(0,7391) = -2,4881 \cdot 10^{-5}$.

Если бы решение было точным, то при проверке получили бы 0. Значение $-2,4881 \cdot 10^{-5}$ означает, что результат получен с точностью до 4-го знака.

5. Конечный вид документа *SMath Studio*:

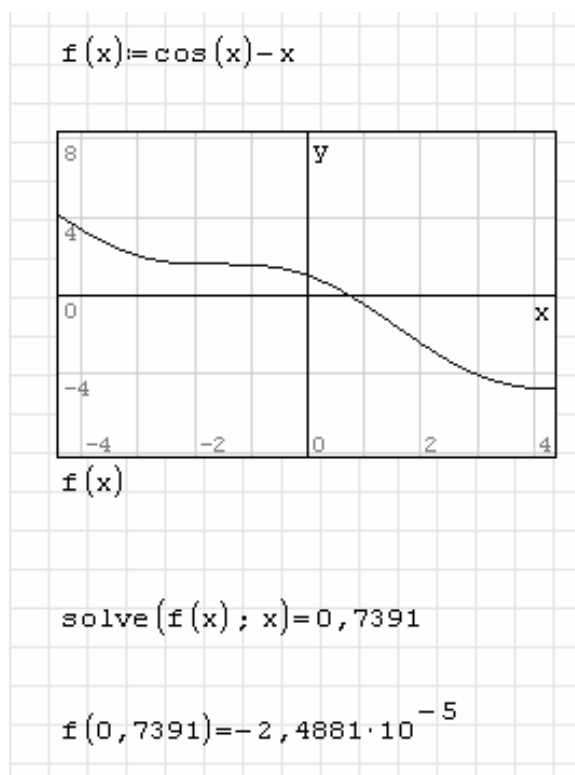


Рисунок 1.6

Второй способ

1. Запишите функцию в виде: $\cos(x) - x$.
2. Выделите курсором переменную x .
3. В меню выбрать *Вычисление* $\rightarrow$ *Найти корни*.
4. Выполните проверку.
5. Конечный вид документа *SMath Studio*:

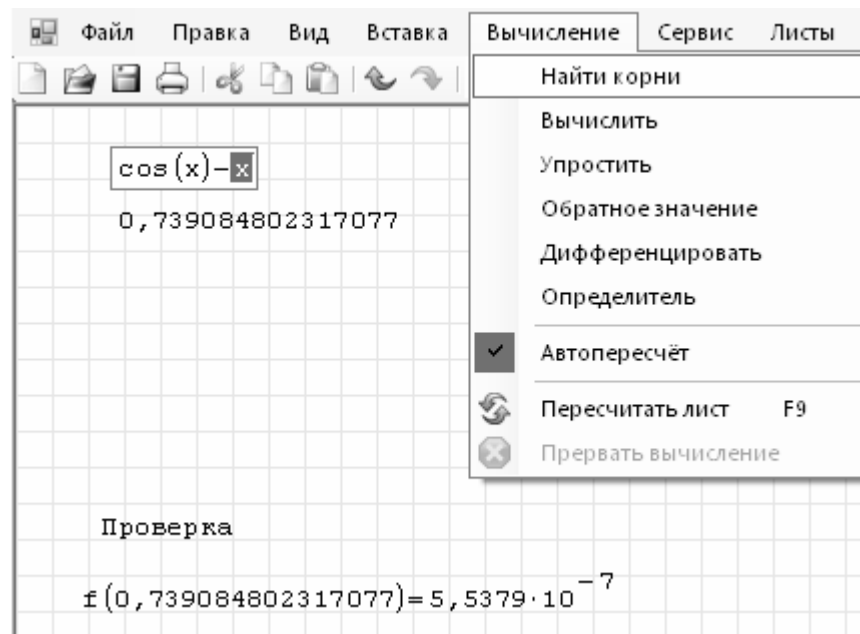


Рисунок 1.7

Третий способ.

1. Запишите функцию: $f(x) := \cos(x) - x$.
2. Для получения аналитического решения запишите стандартную команду: $\text{solve}(f(x); x)$, после которой на ПИ «Арифметика» выберите $\rightarrow$.
3. Выполните проверку, найдя значение функции в полученной точке.
4. Конечный вид документа *SMath Studio* (рис. 1.8).

$$f(x) := \cos(x) - x$$
$$\text{solve}(f(x); x) = \frac{739084802317077}{10000000000000000}$$
$$f\left(\frac{739084802317077}{10000000000000000}\right) = 5,5379 \cdot 10^{-7}$$

Рисунок 1.8

Если бы решение было точным, то при проверке получили бы 0. Значение $5,5379 \times 10^{-7}$ означает, что результат получен с точностью до 4-го знака. Делаем вывод, что *SMath Studio* не может найти точные корни данного уравнения.

Примечание 1.

Если уравнение имеет несколько корней (как, например, уравнение $f(x) := \cos(x)$), то применение стандартной процедуры решения даст ответ в виде вектора:

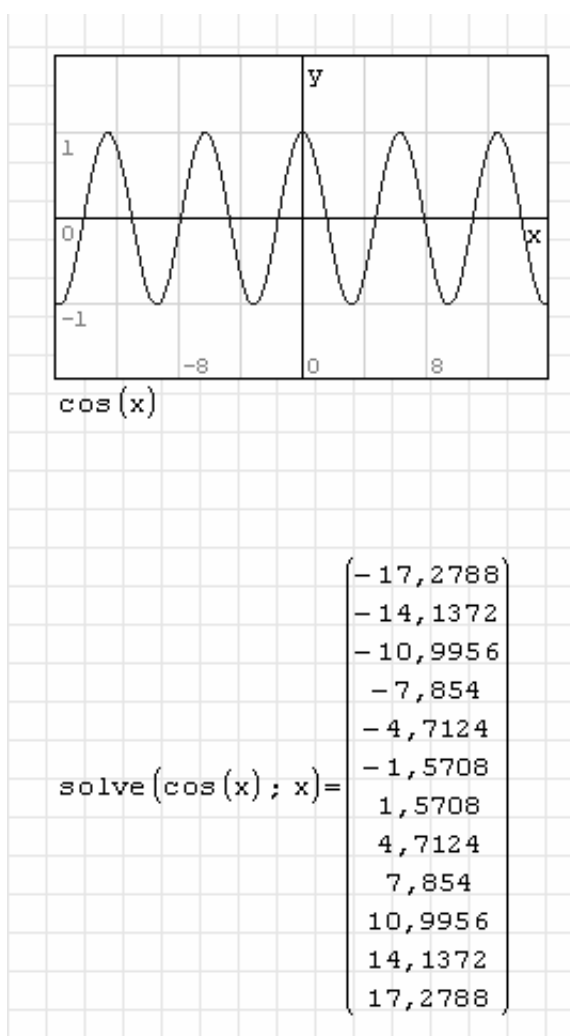


Рисунок 1.9

Корни выдаются в диапазоне «по умолчанию» $[-20; 20]$. Изменить диапазон можно в меню *Сервис – Опции – Вычисление*.

Можно использовать второй вариант этой процедуры для выбора решения на заданном промежутке. Для этого при наборе `solve` во всплывающей подсказке выбираем `solve(4)` и в шаблон вписываем:

`Solve(<уравнение>; <имя переменной>; левая граница интервала; правая граница интервала)`. Получим:

$$\text{solve}(\cos(x); x; -4; 4) = \begin{pmatrix} -1,5708 \\ 1,5708 \end{pmatrix}$$

Рисунок 1.10

Примечание 2.

Если функция $f(x)$ в уравнении $f(x) = 0$ представляет собой полином степени n , то процедура *solve* может выдать только один корень. Чтобы получить все корни полинома (их количество совпадает со степенью полинома), стоит использовать встроенную функцию *polyroots(v)*. Например, найдем численно корни полинома $x^3 + 2x - 1 = 0$.

1. задаем функцию (левую часть уравнения $f(x) = 0$).
2. задаем вектор коэффициентов (кнопка на ПИ «Матрица»), в появившемся диалоговом окне указываем количество строк (равно степени полинома +1) и столбцов (количество уравнений).
3. записываем функцию $\text{polyroots}(v) =$.
4. делаем проверку, подставив найденные значения в функцию.

Конечный вид документа *SMath Studio*:

$$\begin{aligned} &\text{solve}(\cos(x); x; -4; 4) = \begin{pmatrix} -1,5708 \\ 1,5708 \end{pmatrix} \\ &f(x) := x^3 + 2 \cdot x - 1 \\ &v := \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &\text{polyroots}(v) = \begin{pmatrix} 0,4534 \\ -0,2267 + 1,4677 \cdot i \\ -0,2267 - 1,4677 \cdot i \end{pmatrix} \\ &\text{Проверка} \\ &f(0,4534) = 6,1453 \cdot 10^{-6} \\ &f(-0,2267 + 1,4677 \cdot i) = -1,7917 \cdot 10^{-5} + 5,1927 \cdot 10^{-5} \cdot i \\ &f(-0,2267 - 1,4677 \cdot i) = -1,7917 \cdot 10^{-5} - 5,1927 \cdot 10^{-5} \cdot i \end{aligned}$$

Рисунок 1.11

1.3.3 Вопросы для самоконтроля

1. Что является корнем уравнения?
2. Правило записи функции для использования команды *solve*.
3. В чем разница между численным и аналитическим нахождением корней уравнения?
4. Чем отличаются команды *solve(2)* и *solve(4)*?
5. Для чего используется функция *polyroots*?
6. Правило записи вектора коэффициентов для *polyroots*.

1.3.4 Индивидуальные задания

1. Найти корень уравнения (табл. 1.2.) численно и, если это возможно, аналитически. Результаты сравнить. Выполнить проверку.
2. Найти численно корни полинома (табл. 1.3). Выполнить проверку.

Таблица 1.2

Номер варианта	Уравнение	Номер варианта	Уравнение
1	$x - \sin x = 0.25$	14	$\operatorname{tg}(0.55x + 0.1) = x^2$
2	$3x - \cos x - 1 = 0$	15	$e^x \sin x - 1 = 0$
3	$x + \ln x = 0.25$	16	$\arcsin x - 2x - 0.1 = 0$
4	$x^2 + 4 \sin x = 0$	17	$x^2 - 2 \cos x = 0$
5	$3x + \cos x + 1 = 0$	18	$x^2 - 20 \sin x = 0$
6	$3x - e^x = 0$	19	$\operatorname{ctgx} - \frac{x}{4} = 0$
7	$x^2 = \sin x$	20	$x^3 + 4x - 6 = 0$
8	$x^3 - 3x^2 - 24x - 3 = 0$	21	$e^x(2 - x) - 0.5 = 0$
9	$2 - x = \ln x$	22	$(x - 2)^2 \cdot 2^x = 1$
10	$x^3 + 4x - 6 = 0$	23	$x^4 \cdot 3^x = 2$
11	$x + \cos x = 1$	24	$2e^x = 5x + 2$
12	$x^3 = \sin x$	25	$x^3 + 2x - 4 = 0$
13	$2x^3 - 3x^2 - 12x + 8 = 0$	—	—

Таблица 1.3

Номер варианта	Полином	Номер варианта	Полином
1	$x^2 - 12x - 4 = 0$	14	$x^3 - 3x^2 - 4x + 1 = 0$
2	$x^3 - 24x + 11 = 0$	15	$x^3 - 34x^2 + 4x + 1 = 0$
3	$x^3 + 2x - 7 = 0$	16	$x^3 - 27x - 17 = 0$
4	$x^3 - 21x + 7 = 0$	17	$x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 = 0$
5	$x^3 - 5x + 1 = 0$	18	$x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 3x + 2 = 0$
6	$x^3 - 12x + 5 = 0$	19	$x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 3x + 8 = 0$
7	$x^3 + 3x^2 - 4x - 1 = 0$	20	$x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 4x + 16 = 0$
8	$x^3 - 9x^2 + 20x - 11 = 0$	21	$x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 4x + 3 = 0$
9	$x^3 - 12x + 5 = 0$	22	$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 4x + 27 = 0$
10	$x^3 + 6x^2 + 6x - 7 = 0$	23	$x^4 - 6x^3 + 18x^2 - 6x + 81 = 0$
11	$x^3 - 3x^2 - x + 2 = 0$	24	$x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 5x + 24 = 0$
12	$x^3 - 10x^2 + 4x + 9 = 0$	25	$x^4 - 5x^3 + 15x^2 - 5x + 54 = 0$
13	$x^4 + x - 1 = 0$	—	—

1.4 Решение систем нелинейных уравнений

Цель: изучить основные возможности приложения *SMath Studio* для решения систем нелинейных уравнений.

1.4.1 Краткие теоретические сведения

Решением системы нелинейных уравнений называется группа чисел, которые, будучи подставлены на место неизвестных, обращают каждое уравнение системы в тождество.

Для решения используют функцию $roots(<уравнения>; <переменные>)$.

Как уравнения, так и переменные задаются с помощью вектора (ПИ «Матрицы»).

Уравнения можно задать непосредственно в первоначальном виде, где используют булево (жирное) равно. Можно также предварительно привести уравнения к виду $f(x) = 0$.

Функция *roots* находит только действительные решения.

1.4.2 Пример выполнения задания

Решить систему уравнений $\begin{cases} x^2 - \cos(x) = 1 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$ численно и, если это возможно, аналитически. Результаты сравнить. Выполнить проверку.

Методические рекомендации

1. Записываем функцию *roots*(*<уравнения>;<переменные>*).
2. Для получения численного решения ставим знак «=». Получим результат с заданным количеством знаков после запятой.
3. Выполняем проверку, подставив полученные значения в исходную систему уравнений. В данном примере 1-ое уравнение решено точно, 2-ое – с точностью до 3-го знака.
4. Вид документа *SMath Studio* (рис. 1.12).

$$\text{roots}\left(\begin{pmatrix} x^2 - \cos(x) = 1 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1,1765 \\ 2,7597 \end{pmatrix}$$

Проверка

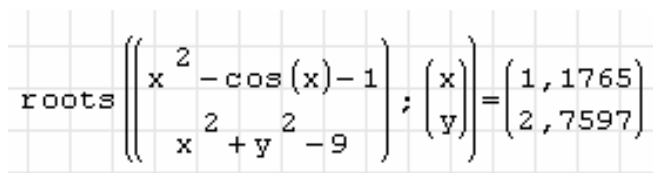
$$x := 1,1765 \quad y := 2,7597$$

$$x^2 - \cos(x) = 1$$

$$x^2 + y^2 = 9,0001$$

Рисунок 1.12

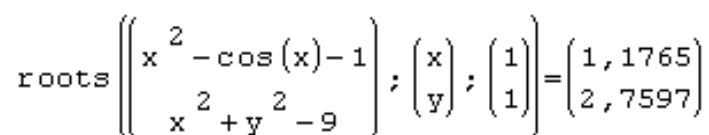
Можно каждое уравнение системы привести к виду $f(x) = 0$. Тогда запись решения будет выглядеть следующим образом (рис. 1.13).



$$\text{roots} \left(\begin{pmatrix} x^2 - \cos(x) - 1 \\ x^2 + y^2 - 9 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1.1765 \\ 2.7597 \end{pmatrix}$$

Рисунок 1.13

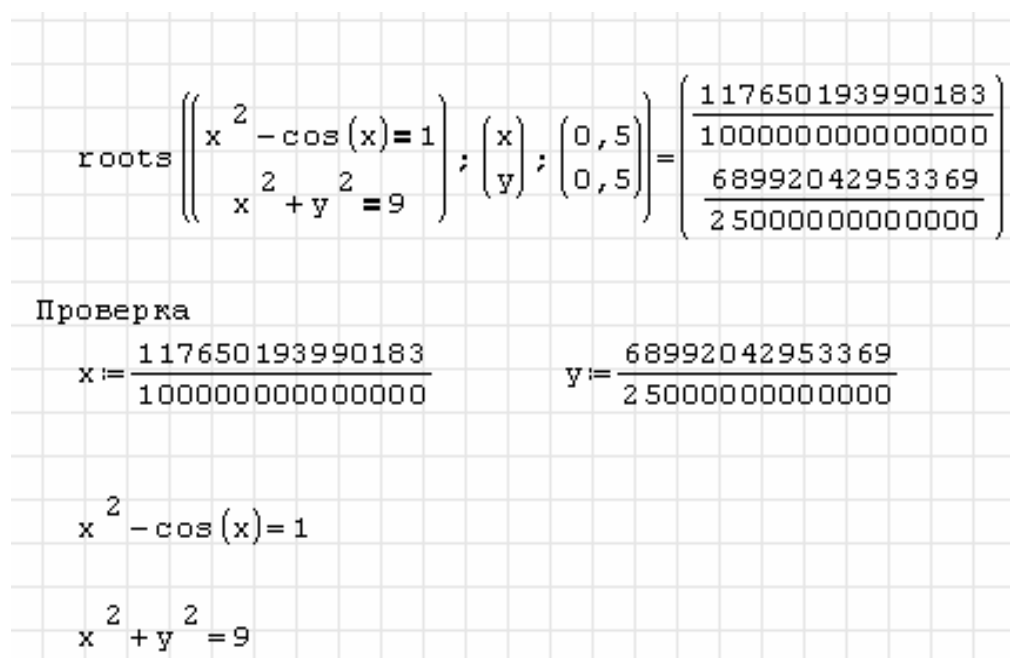
Если нужно получить одно из нескольких возможных решений, можно задать начальное приближение (координаты ближайшей известной к ответу точки) для переменных следующим образом (рис. 1.14).



$$\text{roots} \left(\begin{pmatrix} x^2 - \cos(x) - 1 \\ x^2 + y^2 - 9 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1.1765 \\ 2.7597 \end{pmatrix}$$

Рисунок 1.14

Для получения аналитического решения системы, после функции *roots* вместо знака « = » на ПИ «Арифметика» выбираем знак $\rightarrow$. Приведенный ниже расчет и проверка показывают, что найденное решение – точное (рис. 1.15).



$$\text{roots} \left(\begin{pmatrix} x^2 - \cos(x) = 1 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} \frac{1.17650193990183}{10000000000000000} \\ \frac{68992042953369}{2500000000000000} \end{pmatrix}$$

Проверка

$$x := \frac{1.17650193990183}{10000000000000000} \quad y := \frac{68992042953369}{2500000000000000}$$

$$x^2 - \cos(x) = 1$$

$$x^2 + y^2 = 9$$

Рисунок 1.15

1.4.3 Вопросы для самоконтроля

1. Что является решением системы уравнений?
2. Правило записи уравнений для использования команды *roots*.
3. В чем разница между численным и аналитическим решениями системы уравнений?
4. Чем отличаются команды *roots (2)* и *roots (3)*?

1.4.4 Индивидуальные задания

Найти численное решение системы (табл. 1.4). Выполнить проверку.

Таблица 1.4

Номер варианта	Система уравнений	Начальная точка
1	$\begin{cases} x = e^x \cos y - 1 \\ y = e^x \sin y + 1 \end{cases}$	(- 0,9; 1,4)
2	$\begin{cases} x = 0.25(x^2 - y^2) - x^2 y^2 + 0.5 \\ y = xy(x^2 - y^2) + 0.5 \end{cases}$	(1; 1)
3	$\begin{cases} x = x/(x^2 - y^2) + 0.4 \\ y = -y(x^2 - y^2) + 1.4 \end{cases}$	(1; 1)
4	$\begin{cases} x = x^2 + 0.8y^2 + 0.1 \\ y = 2xy + 0.1 \end{cases}$	(0; 0)
5	$\begin{cases} x = x^2 - y^2 + 0.1 \\ y = 2xy + 0.1 \end{cases}$	(0; 0)
6	$\begin{cases} x = x^2 - y^2 - 0.1 \\ y = 2xy + 0.1 \end{cases}$	(0; 0)
7	$\begin{cases} x = x^2 + y^2 + 0.1 \\ y = 2xy - 0.1 \end{cases}$	(0; 0)
8	$\begin{cases} x = 1 - e^x \cos y \\ y = e^{-x} \sin y + 1 \end{cases}$	(0,9; 1,4)
9	$\begin{cases} x = x^2 + y^2 - 0.1 \\ y = 2xy - 0.1 \end{cases}$	(0; 0)

Продолжение таблицы 1.4

Номер варианта	Система уравнений	Начальная точка
10	$\begin{cases} x = x/(x^2 + y^2) + 0.4 \\ y = (1 - y)/(x^2 + y^2) + 1 \end{cases}$	(1; 1)
11	$\begin{cases} x = x^2 y^2 - 0.25(x^2 - y^2)^2 - 0.5 \\ y = xy(y^2 - x^2) + 0.5 \end{cases}$	(- 0,5; 0,5)
12	$\begin{cases} x = x/(x^2 + y^2) - 0.4 \\ y = 1.4 - y/(x^2 + y^2) \end{cases}$	(- 1; 1)
13	$\begin{cases} x = -x^2 - 0.8y^2 - 0.1 \\ y = y^2 - x^2 - 0.1 \end{cases}$	(0; 0)
14	$\begin{cases} x = -x^2 + y^2 - 0.1 \\ y = -2xy + 0.1 \end{cases}$	(0; 0)
15	$\begin{cases} x = -x^2 + y^2 + 0.1 \\ y = 0.1 - 2xy \end{cases}$	(0; 0)
16	$\begin{cases} x = -x^2 - y^2 - 0.1 \\ y = -2xy - 0.1 \end{cases}$	(0; 0)
17	$\begin{cases} x = -x^2 - y^2 + 0.1 \\ y = -2xy - 0.1 \end{cases}$	(0; 0)
18	$\begin{cases} x = x/(x^2 + y^2) - 0.4 \\ y = e^x \sin y - 1 \end{cases}$	(-1; 1)
19	$\begin{cases} x = -1 + e^x \cos y \\ y = e^x \sin y - 1 \end{cases}$	(-0,9; - 1,4)
20	$\begin{cases} xy^2 - 1 = 0 \\ y + e^x = 0 \end{cases}$	(0,5; - 1,5)
21	$\begin{cases} xy^2 - 1 = 0 \\ y - e^x = 0 \end{cases}$	(0,5; 1,5)
22	$\begin{cases} 1 - x^2 + e^y = 0 \\ xy - 1 = 0 \end{cases}$	(2; 2)
23	$\begin{cases} x^2 y - 1 = 0 \\ x - e^y = 0 \end{cases}$	(1,5; 0,5)
24	$\begin{cases} 1 - y^2 + e^x = 0 \\ xy + 1 = 0 \end{cases}$	(- 2; 2)
25	$\begin{cases} 1 - y^2 + e^{-x} = 0 \\ y - \operatorname{tg} x = 0 \end{cases}$	(0; 1)

1.5 Решение систем линейных уравнений

Цель: изучить основные возможности приложения *SMath Studio* для нахождения решения систем линейных уравнений.

1.5.1 Краткие теоретические сведения

Для решения системы линейных уравнений используются операторы ПИ «Матрицы». Основные приемы работы с матрицами смотрите в Приложении А.

1.5.2 Пример выполнения задания

Записать систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 5x + 2y = 8 \\ 3x + 7y = 10 \end{cases}$$

в матричном виде $A \cdot X = B$. Найти определитель матрицы системы $\Delta = \det A$ и сделать вывод о существовании решения. Решить систему в матричной форме: $X = A^{-1} \cdot B$. Выполнить проверку правильности решения.

Методические рекомендации

1. Записать матрицу $A :=$. Шаблон для ввода  находится на панели инструментов «Матрицы», в появившемся диалоговом окне укажем количество столбцов (= количеству переменных) и строк (= количеству уравнений) и заполним ячейки матрицы числами, также введем данные вектора B , указав количество столбцов равным 1.

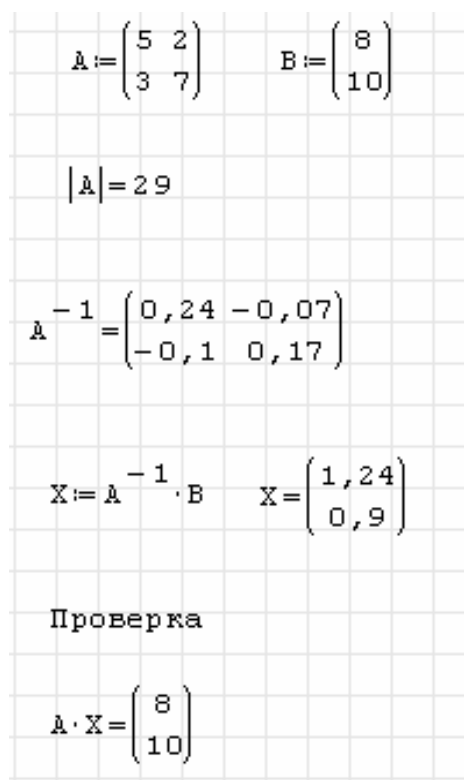
2. Найдем определитель матрицы A , для этого на панели инструментов «Матрицы» выберем шаблон . Если определитель отличен от нуля, то решение существует.

3. Найдем обратную матрицу. Для этого введем $A^{-1} =$

4. Запишем расчет корней системы с помощью матричного выражения $X := A^{-1} \cdot B$ и ниже нажмем $X =$ и получим решение системы уравнений.

5. Сделаем проверку полученного результата, для этого введем $A \cdot X =$. Если решение найдено верно, то результат совпадет с вектором B (рис. 1.16).

Вид документа *SMath Studio*:



The screenshot shows the SMath Studio interface with a grid background. It contains the following mathematical expressions:

$$A := \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 8 \\ 10 \end{pmatrix}$$
$$|A| = 29$$
$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0,24 & -0,07 \\ -0,1 & 0,17 \end{pmatrix}$$
$$X := A^{-1} \cdot B \quad X = \begin{pmatrix} 1,24 \\ 0,9 \end{pmatrix}$$

Проверка

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 8 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Рисунок 1.16

1.5.3 Вопросы для самоконтроля

1. Что называется системой линейных уравнений?
2. Что является решением системы линейных уравнений?
3. Матричная запись системы линейных уравнений?
4. Для чего нужно находить определитель матрицы коэффициентов?

1.5.4 Индивидуальные задания

1. Записать систему линейных алгебраических уравнений (табл. 1.5) в матричном виде $A \cdot X = B$.
2. Найти определитель матрицы системы $\Delta = \det A$ и сделать вывод о существовании решения.
3. Решить систему в матричной форме: $X = A^{-1} \cdot B$.
4. Выполнить проверку правильности решения.

Таблица 1.5

Номер варианта	Система уравнений	Номер варианта	Система уравнений
1	2	3	4
1	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 138, \\ 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 225, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 80 \end{cases}$	2	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 162, \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 200, \\ x_2 + 2x_3 = 110 \end{cases}$
3	$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + x_3 = 470, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 305, \\ x_2 + x_3 = 109 \end{cases}$	4	$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 345, \\ 3x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 520, \\ 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 455 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 110, \\ 8x_1 + 7x_2 + 6x_3 = 315, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 115 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 655, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 588, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 360 \end{cases}$
7	$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 + x_3 = 225, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 225, \\ x_2 + x_3 = 120 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 180, \\ 4x_1 + 5x_2 + x_3 = 255, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 200 \end{cases}$
9	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 200, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 315, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 544 \end{cases}$	10	$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 125, \\ 5x_1 + 4x_2 + x_3 = 305, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 120 \end{cases}$
11	$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 5x_3 = 185, \\ 7x_1 + x_2 + 2x_3 = 185, \\ x_1 + 6x_2 = 80 \end{cases}$	12	$\begin{cases} x_2 + 2x_3 = 140, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 175, \\ 3x_1 + 7x_2 + x_3 = 290 \end{cases}$
13	$\begin{cases} 3x_1 + x_3 = 115, \\ 2x_2 + 7x_3 = 150, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 143 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 135, \\ 6x_2 + 2x_3 = 155, \\ x_1 + 9x_2 + 2x_3 = 230 \end{cases}$
15	$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 640, \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 380, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 175 \end{cases}$	16	$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 50, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 140, \\ 2x_1 + 7x_2 + x_3 = 125 \end{cases}$
17	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 60, \\ x_1 + 3x_3 = 100, \\ 5x_2 + x_3 = 95 \end{cases}$	18	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 145, \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 330, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 170 \end{cases}$
19	$\begin{cases} x_2 + x_3 = 95, \\ 2x_1 + 5x_2 = 225, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 183 \end{cases}$	20	$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 165, \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 100, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 100 \end{cases}$
21	$\begin{cases} x_1 + 7x_2 + x_3 = 130, \\ 2x_2 + 6x_3 = 295, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 85 \end{cases}$	22	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 200, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 315, \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 544 \end{cases}$

Продолжение таблицы 1.5

1	2	3	4
23	$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 500, \\ 4x_1 + 5x_3 = 590, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 505 \end{cases}$	24	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 120, \\ 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 305, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 110 \end{cases}$
25	$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 455, \\ 7x_1 + 3x_2 + 6x_3 = 395, \\ 7x_1 + 9x_2 + 9x_3 = 635 \end{cases}$	—	—

1.6 Нахождение производных и интегралов

Цель: изучить основные возможности приложения *SMath Studio* для нахождения производных и интегралов.

1.6.1 Краткие теоретические сведения

SMath Studio позволяет вычислять производные первого и высших порядков, их численные (в заданной точке) и аналитические значения.

В *SMath Studio* можно вычислить только определенные интегралы.

1.6.2 Пример выполнения задания

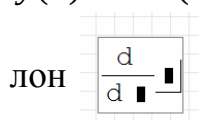
1) найти значение первой производной функции $y = \cos^2 x$ в точке $x = 6$;

2) найти аналитическое выражение для производной порядка $n = 3$ этой функции;

3) найти определённый интеграл функции $f(x) = \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x}$ на отрезке $[2, 5]$.

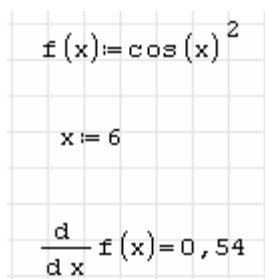
Методические рекомендации

1) Записываем заданную функцию по правилам *SMath Studio*: $y(x) := \cos(x)^2$. Задаем значение $x := 6$. На ПИ «Функция» выбираем шаблон



или набираем с клавиатуры *diff* и во всплывающей подсказке выбираем *diff(2)*. В нижний квадратик введем переменную x , а в верхний $f(x)$, затем набираем знак « $=$ ».

Вид документа *SMath Studio* (рис. 1.17).

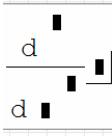


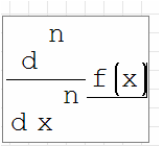
$$f(x) := \cos(x)^2$$

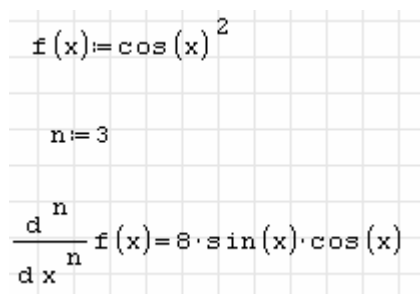
$$x := 6$$

$$\frac{d}{dx} f(x) = 0,54$$

Рисунок 1.17

2) Чтобы найти производную третьего порядка, задаем $n:=3$, набираем с клавиатуры *diff*, выбираем *diff (3)*, в шаблон  вводим данные и

получим ; на панели инструментов «Арифметика» выбираем кнопку $\rightarrow$ и получим производную в символьном виде (рис. 1.18).



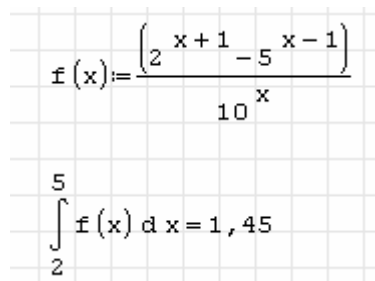
$$f(x) := \cos(x)^2$$

$$n := 3$$

$$\frac{d^3}{dx^3} f(x) = 8 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$$

Рисунок 1.18

3) Чтобы вычислить определенный интеграл, на панели инструментов «Функции» нажмем на кнопку  и получим шаблон  . Вносим в него данные так, как показано ниже и набираем знак « = » для вывода результата.



$$f(x) := \frac{(2^{x+1} - 5^{x-1})}{10^x}$$

$$\int_2^5 f(x) dx = 1,45$$

Рисунок 1.19

1.6.3 Вопросы для самоконтроля

1. На какой ПИ находятся шаблоны для нахождения производной и определенного интеграла?

2. Стандартные функции для нахождения производной и определенного интеграла?

1.6.4 Индивидуальные задания

1. Найти значение первой производной функции $f(x)$ (табл.1.6) в точке x .

2. Найти аналитическое выражение для производной порядка n этой функции.

3. Найти определённый интеграл функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ (табл. 1.7).

Таблица 1.6

Номер варианта	$f(x)$	x	n	Номер варианта	$f(x)$	x	n
1	e^{-x^2}	2	3	14	$\frac{x}{x^2-1}$	2	2
2	$\sin 2x$	5	2	15	xe^{5x}	1	3
3	e^{3x}	8	4	16	$\ln 3x$	3	2
4	$\sqrt{x}$	4	2	17	$\sqrt{2x+3}$	4	3
5	$\frac{x^2}{x-1}$	7	3	18	$\frac{2x+3}{4x+7}$	5	3
6	$x^2 \sin 2x$	3	2	19	$\sin^2 x$	6	3
7	$x^3 \cos 5x$	1	3	20	$\cos^2 x$	7	3
8	$\frac{x-1}{x+1}$	9	3	21	$\cos^3 x$	8	3
9	e^{3x}	8	3	22	$\ln(2x)$	3	3
10	xe^{5x}	1	3	23	e^{2x}	2	2
11	$\frac{x^2}{x-1}$	7	3	24	$\sqrt{2x+3}$	2	2
12	e^{-x^2}	2	3	25	$\frac{2x+3}{4x+7}$	3	2
13	xe^{5x}	1	3	—	—	—	—

Таблица 1.7

Номер варианта	$f(x)$	a	b	Номер варианта	$f(x)$	a	b
1	$\frac{x+1}{\sqrt{x}}$	1	6	14	$\sqrt{1+\sin 2x}$	0	4
2	$(x^4+1)x^3$	2	5	15	$(2x-3)^{10}$	2	6
3	$\frac{x^2}{1-x^2}$	2	5	16	$\frac{1}{\sqrt{2-5x}}$	1	3
4	$tg^2 x$	-1	1	17	$\frac{1}{2+3x^2}$	-1	1
5	$\frac{2x+3}{3x+2}$	0	4	18	$\frac{1}{\sqrt{3x^2-2}}$	2	3
6	$\sqrt{1-\sin 2x}$	4	6	19	$\frac{1}{\sin^2(2x+\frac{\pi}{4})}$	1,5	2,7
7	$(3-x^2)^3$	2	3	20	$\frac{1}{1+\cos x}$	1	3
8	$(1-\frac{1}{x^2})\sqrt{x}\sqrt{x}$	1	5	21	$\frac{1}{1+\sin x}$	1	3
9	$\frac{\sqrt{x^4+x^{-4}+2}}{x^3}$	2	3	22	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	2	4
10	$\frac{x^2+3}{x^2-1}$	2	3	23	$\frac{x^3}{x^8-2}$	7	8
11	$\frac{2^{x+1}-5^{x-1}}{10^x}$	-2	-1	24	$\frac{1}{x\sqrt{x^2+1}}$	4	5
12	$\frac{\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x^4}}$	-3	-1	25	$\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$	2	3
13	$(2^x+3^x)^2$	1	2	—	—	—	—

1.7 Нахождение экстремумов функций

Цель: изучить основные возможности приложения *SMath Studio* для нахождения максимумов/ минимумов функции одной переменной.

1.7.1 Краткие теоретические сведения

Экстремум – *максимальное* или *минимальное* значение функции на заданном множестве. Точка, в которой достигается экстремум, называется *точкой экстремума*. Соответственно, если достигается минимум – точка экстремума называется *точкой минимума*, а если максимум – *точкой максимума*.

Функция $y = f(x)$ в точке x_0 имеет *максимум*, если значение функции в этой точке больше, чем ее значения во всех точках некоторого интервала, содержащего точку x_0 , т. е. если существует такая окрестность точки x_0 , что для всех $x \neq x_0$, принадлежащих этой окрестности, имеет место неравенство $f(x) < f(x_0)$.

Функция $y = f(x)$ имеет *минимум* в точке x_0 , если существует такая окрестность точки x_0 , что для всех $x \neq x_0$, принадлежащих этой окрестности, имеет место неравенство $f(x) > f(x_0)$.

Необходимое условие существования экстремума: если дифференцируемая функция $y = f(x)$ имеет в точке $x = x_0$ экстремум, то ее производная в этой точке обращается в нуль.

Достаточное условие существования экстремума: если x_0 есть стационарная точка функции $f(x)$ и $f'(x) < 0$, то в точке x_0 функция имеет максимум; если $f'(x) > 0$, то функция имеет в точке x_0 минимум.

1.7.2 Пример выполнения задания

Найти экстремумы и значения функции $y = (x - 2)^2$ в точках экстремума. Проверить значение производной в точках экстремума. Построить график функции на отрезке, содержащем экстремумы.

Методические рекомендации

Чтобы найти экстремумы функции, нужно найти координаты точек, в которых первая производная обращается в ноль. Затем по знаку 2-ой производной определить минимум это или максимум.

Вид документа *SMath Studio* (рис. 1.20).

$$f(x) = (x-2)^2$$

Находим 1-ю производную

$$\frac{d}{dx} f(x) = 2 \cdot (-2 + x)$$

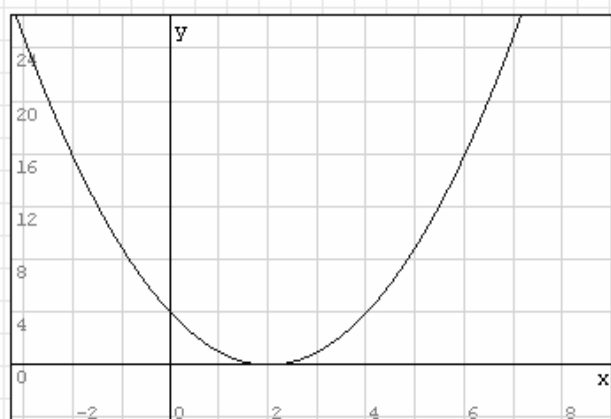
Находим значение переменной x , в которой производная равна нулю

$$\text{solve}\left(\frac{d}{dx} f(x); x\right) = 2 \quad \text{или} \quad \text{solve}(2 \cdot (-2 + x); x) = 2$$

Проверяем знак 2-ой производной в этой точке

$$x = 2$$

$$\frac{d}{dx} \frac{d}{dx} \left((x-2)^2 \right) = 2 \quad \text{Вторая производная} = 2 > 0, \text{ поэтому } x=2 - \text{ это точка минимума}$$



$$(x-2)^2$$

Рисунок 1.20

1.7.3 Вопросы для самоконтроля

1. Что называется экстремумом функции?
2. Последовательность действий в *SMath Studio* для определения экстремумов функции.

1.7.4 Индивидуальные задания

Найти экстремумы и значения функции в точках экстремума. Проверить значение производной в точках экстремума. Построить график функции на отрезке, содержащем экстремумы (табл. 1.8).

Таблица 1.8

Номер варианта	Функция	Промежуток
1	$\sin^3 2x$	$[-1;0,4]$
2	$x^3(x-5)^2$	$[0;6]$
3	$2\sin(\sqrt{x^3})-x$	$[2;5]$
4	x^3+6x^2+9x	$[-4;0]$
5	$5x^2 \sin^3 x^3$	$[1;3]$
6	$\frac{6(x-1)}{x^2+3}$	$[-3;5]$
7	$x^3 \cos^2(x^5+2x)$	$[0;1]$
8	$\ln(\sin 4x+1)^2$	$[2;3]$
9	$\sin(\sqrt{x^5+2x})$	$[2,2;2,8]$
10	$(x-1)^3+\cos 2x^3$	$[0;2,3]$
11	$\sqrt[3]{x^2(x-2)^2}$	$[0,1;3]$
12	$5^{x+1} \sin(x^3+1)$	$[1;2]$
13	$2x^3+3x^2-36x+10$	$[-5;3]$
14	$\sin x^{2x}+\cos(x^2+2)$	$[1;1,7]$
15	$\sqrt{x^3-1}+\sin x^2$	$[1;2,8]$
16	$2\sin(x-e^{-x})$	$[1;6]$
17	$x^3+\frac{x^4}{4}$	$[-5;3]$
18	$\sin x^2+x^{0,25}$	$[2;3]$
19	$\sqrt[3]{\sin^2 x+\cos^4 x}$	$[1;3]$
20	$\sin^3 x^4$	$[1;1,5]$
21	x^3+2x^2-x-2	$[-3;3]$

Продолжение таблицы 1.8

1	2	3
22	$\sin\left(\sqrt[3]{x^5 + x^2}\right)$	[0;3]
23	$(x+1)^2 \cos x^3$	[1;2]
24	$\sin^2\left(x^3 + \sqrt{x}\right)$	[1;1,6]
25	$\cos\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$	[1,2;1,5]

1.8 Интерполяция функций степенными выражениями

Цель: изучить основные возможности приложения *SMath Studio* для аппроксимации функций интерполяционными полиномами.

1.8.1 Краткие теоретические сведения

Аппроксимация функции степенным выражением – это замена функции приближенной, точно совпадающей с ней в заданных точках (узлах интерполяции).

Часто для решения этой задачи на $(n + 1)$ точках строится алгебраический многочлен степени n : $P_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Он называется интерполяционным. Точки x_i ($i = 0 \dots n$) называются узлами интерполяции. Аппроксимация функции f по формуле $F(x) \approx P_n(x)$ называется интерполяцией функции. Используя $P_n(x)$, можно получать прогнозы – находить значение y в тех точках x , которых нет в таблице исходных данных.

В *SMath* есть 3 функции для интерполяции:

linterp('X - vector', 'Y - vector', 'x') – возвращает линейно интерполированное значение в x для вектора данных X и Y – вектор того же размера;

cinterp('X - vector', 'Y - vector', 'x') – возвращает интерполированное кубическим сплайном значение в x для вектора данных X и Y – вектор того же размера;

ainterp('X - vector', 'Y - vector', 'x') – возвращает Akima-spline. – проходит только через заданные точки. Позволяет построить кривые только через 6 смежных точек. При резком изгибе кривизны не создается непрерывная кривая. Главная область применения – это проход через точки, полученные от измерительных машин или аналогичных устройств.

Узлы интерполяции (x_i, y_i) должны быть заданы двумя соответствующими друг другу векторами X, Y . Причем элементы вектора X должны располагаться по возрастанию.

1.8.2 Пример выполнения задания

Выполнить линейную и кубическую интерполяцию по приведенной ниже таблице данных, построить графики, найти значения функций в промежуточной точке $x=1,5$.

Таблица 1.9

x	1	2	3	4	5
y	2,8	3,5	2,1	4,1	4,8

Методические рекомендации

Предварительно необходимо проверить, что значения переменной x расположены в порядке возрастания. Данные вводим в виде двух векторов: X и Y . Записываем стандартные функции для линейной интерполяции в виде $f1(x) := linterp(X; Y; x)$ и кубической в виде $f2(x) := cinterp(X; Y; x)$. Строим графики полученных функций и находим их значения в заданной точке.

Вид документа *SMath Studio* (рис. 1.21).

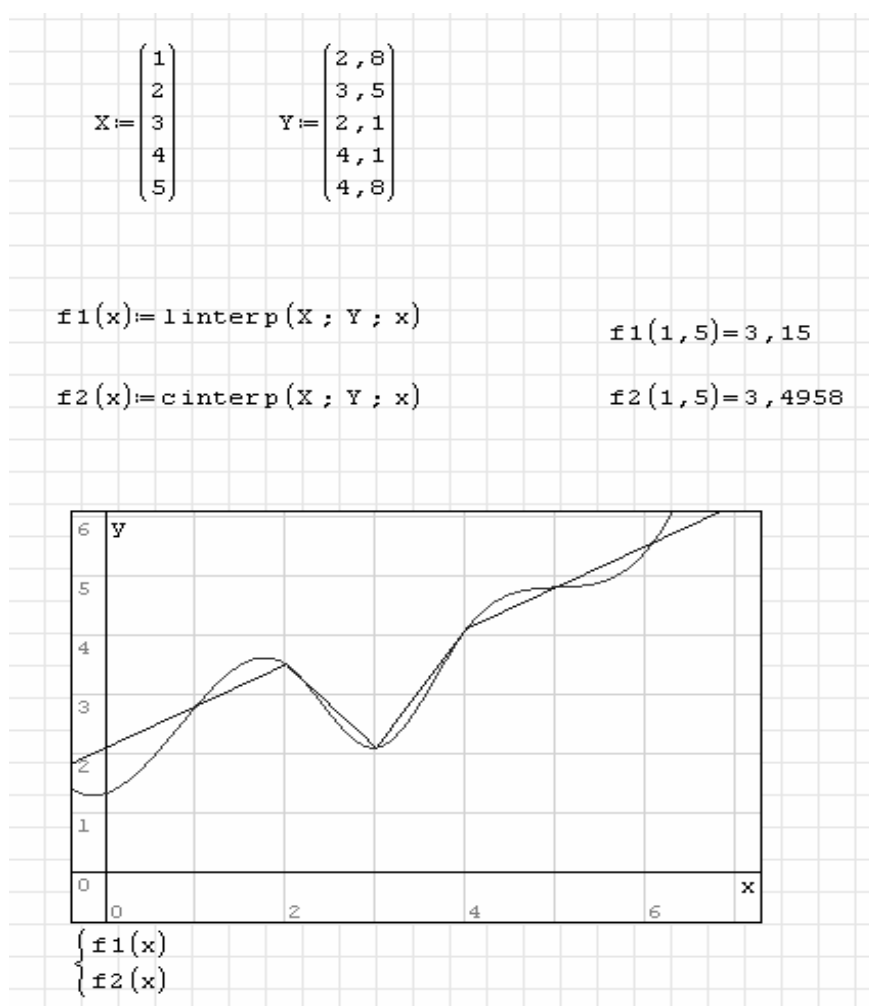


Рисунок 1.21

Обратите внимание, что за пределами заданного отрезка данных $[1; 5]$ значения интерполяций сильно отличаются от исходных данных. Имена функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ взяты произвольно.

1.8.3 Вопросы для самоконтроля

1. Что называют аппроксимацией функции степенными выражениями?
2. Какой полином называется интерполяционным?
3. Что такое узлы интерполяции?
4. Какие стандартные функции *SMath Studio* для интерполяции?

1.8.4 Индивидуальные задания

Выполнить линейную и кубическую интерполяцию по таблицам данных (табл. 1.10) построить графики.

Таблица 1.10

Номер варианта	Координаты точек					
1	2					
1	X	$-\pi/2$	$\pi/2$	$3\pi/2$	$5\pi/2$	$7\pi/2$
	Y	-1	1	-1	1	-1
2	X	$-\pi/2$	$\pi/2$	$3\pi/2$	$5\pi/2$	$7\pi/2$
	Y	-2	2	-2	2	-2
3	X	$-\pi/2$	$\pi/2$	$3\pi/2$	$5\pi/2$	$7\pi/2$
	Y	-3	3	-3	3	-3
4	X	$-\pi/2$	$\pi/2$	$3\pi/2$	$5\pi/2$	$7\pi/2$
	Y	-4	4	-4	4	-4
5	X	$-\pi/2$	$\pi/2$	$3\pi/2$	$5\pi/2$	$7\pi/2$
	Y	-5	5	-5	5	-5
6	X	$-\pi/2$	$\pi/2$	$3\pi/2$	$5\pi/2$	$7\pi/2$
	Y	-6	6	-6	6	-6
7	X	-1,57	1,57	4,71	7,85	11
	Y	-2	2	-2	2	-2
8	X	-3,14	0	3,14	6,28	9,42
	Y	-1	1	-1	1	-1

Продолжение таблицы 1.10

1	2					
9	X	-3,14	0	3,14	6,28	9,42
	Y	-2	2	-2	2	-2
10	X	-3,14	0	3,14	6,28	9,42
	Y	-3	3	-3	3	-3
11	X	-3,14	0	3,14	6,28	9,42
	Y	-4	4	-4	4	-4
12	X	-3,14	0	3,14	6,28	9,42
	Y	-5	5	-5	5	-5
13	X	-3,14	0	3,14	6,28	9,42
	Y	-6	6	-6	6	-6
14	X	-3,14	0	3,14	6,28	9,42
	Y	-1,63	1	-0,37	2,26	0,88
15	X	-3,14	0	3,14	6,28	9,42
	Y	-2,57	1	0,57	4,14	3,71
16	X	-6,28	-3,14	0	3,14	6,28
	Y	-1,09	-2,05	1	0	3,09
17	X	-6,28	-3,14	0	3,14	6,28
	Y	-2,14	-2,57	1	0,57	4,14
18	X	-6,28	-3,14	0	3,14	6,28
	Y	-4,28	-5,14	2	1,14	8,28
19	X	-3,14	0	3,14	6,28	9,42
	Y	-5,14	2	1,14	8,28	7,42
20	X	0	3,14	6,28	9,42	12,57
	Y	2	1,14	8,28	7,42	14,57
21	X	-6,28	-3,14	0	3,14	6,28
	Y	-3,28	-6,14	3	0,14	9,28
22	X	-6,28	-3,14	0	3,14	6,28
	Y	0,72	-10,14	7	-3,86	13,28
23	X	-6,28	-3,14	0	3,14	6,28
	Y	2,72	-12,14	9	-5,86	15,28
24	X	-6,28	-3,14	0	3,14	6,28
	Y	4,72	-14,14	11	-7,86	17,28
25	X	0	3,14	6,28	9,42	12,57
	Y	9	-5,86	15,28	0,42	21,57

1.9 Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка

Цель: изучить основные возможности приложения *SMath Studio* для решения обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка.

1.9.1 Краткие теоретические сведения

Обыкновенное дифференциальное уравнение – дифференциальное уравнение, в котором неизвестным является функция одной переменной.

Итогом решения дифференциального уравнения является функция, которая в зависимости от способа решения может иметь вид таблицы (как в случае использования метода Рунге-Кутты) или формулы.

Как известно из курса дифференциальных уравнений, лишь небольшое число типов уравнений первого порядка допускают сведение решения к обычной операции интегрирования. Еще реже удастся получить решение в элементарных функциях. Поэтому большое значение имеют численные методы решения дифференциальных уравнений, позволяющие получить таблицу значений функции в требуемых точках.

Численные методы используются также в тех случаях, когда аналитическое решение не нужно для дальнейших расчетов.

Рассмотрим один из численных методов, который позволяет находить приближенное решение ОДУ, метод Рунге-Кутты 4-го порядка.

Для решения этим методом в *SMath* существует функция

$$rkfixed(y, xp, xk, n, D),$$

где y – вектор начальных значений искомых решений;

xp – значение точки начала отрезка интегрирования;

xk – значение точки конца отрезка интегрирования;

n – число шагов интегрирования;

D – функция – вектор правых частей.

Результат – таблица (1-й столбец – значение x , 2-й – значение решения $y(x)$, 3-й – первая производная $y'(x)$).

1.9.2 Пример выполнения задания

Решить заданное дифференциальное уравнение

$$y'' + y = 0, y(0) = -2, y'(0) = 0$$

на отрезке $[2, 7]$. Построить графики решений.

Методические рекомендации

Предварительно перепишем уравнение так, чтобы слева оставалась только старшая производная $y'' = -y$.

Рассмотрим аргументы функции *rkfixed*:

В общем виде вектор начальных условий

$$y = \begin{bmatrix} y(0) \\ y'(0) \end{bmatrix}. \text{ В нашем примере } y = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Отрезок интегрирования задан: $x_n = 2$; $x_k = 7$.

Число шагов интегрирования n задаем сами по двум критериям: чтобы найти решение в нужных точках; чтобы обеспечить требуемую точность вычисления h ($h = \frac{x_k - x_n}{n}$). Например, если надо найти решение с точностью 10^{-2} , то $n = \frac{x_k - x_n}{h} = \frac{7 - 2}{0,01} + 1 = 501$.

При этом решение будет найдено в точках $x = 2; 2,01; 2,02 \dots 7$. Для примера возьмем шаг $h = 0,5$ (задаем $n = 10$).

Уравнение $y'' = -y$ можно представить в виде системы $\begin{cases} y' = y' \\ y'' = -y \end{cases}$.

В общем виде вектор правых частей $D = \begin{bmatrix} y' \\ y'' \end{bmatrix}$.

В нашем случае $D = \begin{bmatrix} y' \\ -y \end{bmatrix}$.

Обозначим $y' = y_2$; $y = y_1$. Получим $D = \begin{bmatrix} y_2 \\ -y_1 \end{bmatrix}$.

Вид документа *SMath Studio* (рис. 1.22, 1.23, 1.24).

НачУсл:=stack(-2 ; 0)	Начало:=2	Конец:=7	КолвоШагов:=10
Система(x ; y):= $\begin{bmatrix} y_2 \\ -y_1 \end{bmatrix}$			
Решение:=rkfixed(НачУсл ; Начало ; Конец ; КолвоШагов ; Система(t ; y))			
X:=col(Решение ; 1)	Y1:=col(Решение ; 2)	Y2:=col(Решение ; 3)	
Реш1:=augment(X ; Y1)		Реш2:=augment(X ; Y2)	Реш:=augment(Y1 ; Y2)

Рисунок 1.22

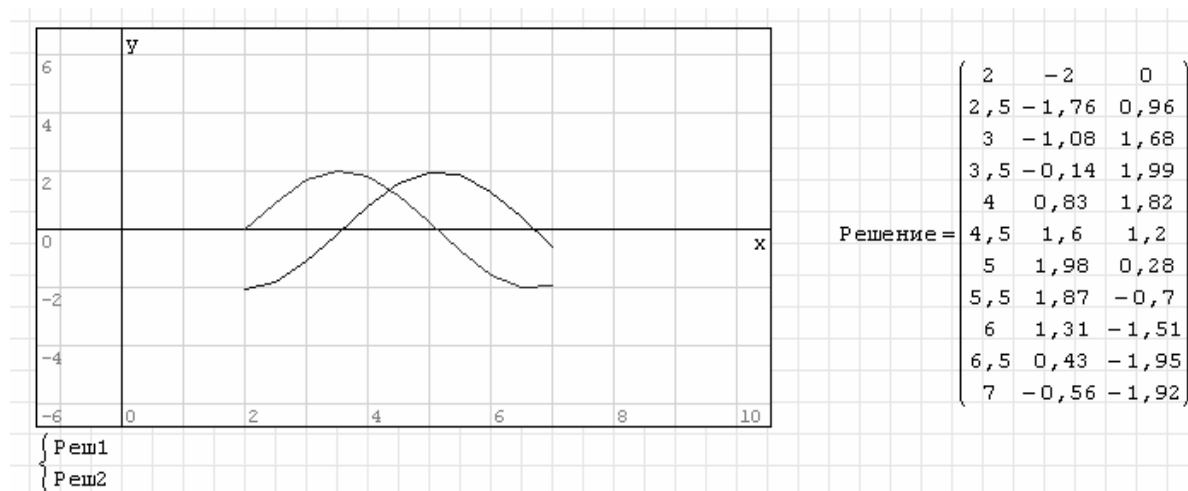


Рисунок 1.23

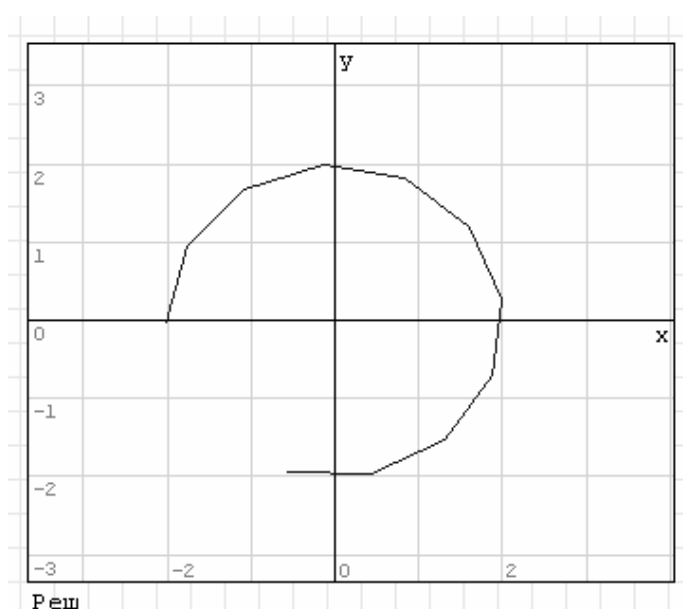


Рисунок 1.24

Примечание: для работы функции `rkfixed` в папке `plugins` должна быть библиотека `ODESolvers.dll`.

1.9.3 Вопросы для самоконтроля

1. Какое уравнение называется дифференциальным?
2. Что является решением дифференциального уравнения?
3. Что называется численным решением дифференциального уравнения?
4. Перечислите аргументы функции `rkfixed`.

1.9.4 Индивидуальные задания

Решить заданное в таблице 1.11 дифференциальное уравнение на отрезке $[x_n, x_k]$. Построить графики решений.

Таблица 1.11

Номер варианта	Уравнение	Начальные условия		Интервал	
		$y(0)$	$y'(0)$	x_n	x_k
1	$y'' + \pi y = 0$	1	0	1	6
2	$y'' + 6y' + 8y = 0$	-1	0	-1	3
3	$y'' + \frac{y}{4} = 0$	0	1	0	3
4	$y'' + 3y' = 0$	0	-1	0	5
5	$y'' + 9y = 0$	0	3	0	5
6	$y'' - 3y' + 2y = 0$	0	-3	0	2
7	$y'' + 4y = 0$	3	0	3	10
8	$y'' + 9y = 0$	-3	0	-3	3
9	$y'' + 3y' + 2y = 0$	2	0	-2	2
10	$y'' - 6y' + 8y = 0$	-2	0	-2	-1
11	$y'' - y' = 0$	0	2	3	6
12	$y'' + 4y = 0$	0	-2	0	9
13	$y'' - 9y' + 18y = 0$	4	0	4	5
14	$y'' + 4y = 0$	-4	0	-4	4
15	$y'' + 6y = 0$	0	4	0	5
16	$y'' + \pi^2 y = 0$	1	0	1	6
17	$y'' - 3y' + 2y = 0$	-1	0	2	3
18	$y'' + y' = 0$	0	1	0	5
19	$y'' + 5y = 0$	0	-1	0	1
20	$y'' + 16y = 0$	0	3	0	6
21	$y'' + y = 0$	0	-3	0	7
22	$y'' - 3y' = 0$	3	0	0	1
23	$y'' - 6y' + 8y = 0$	-3	0	0.5	1,5
24	$y'' - 3y' + 2y = 0$	2	0	3	4
25	$y'' + y = 0$	-2	0	2	7

2 ПРОГРАММИРОВАНИЕ В СИСТЕМАХ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

2.1 Программирование линейного вычислительного процесса

Цель: изучить основные возможности приложения *SMath Studio* для программирования линейного вычислительного процесса.

2.1.1 Краткие теоретические сведения

Линейным называется вычислительный процесс, в котором операторы выполняются последовательно, один за другим. Понятие алгоритма и правила записи алгоритма в виде блок-схемы даны в Приложении Б.

2.1.2 Пример выполнения задания

Составить программу для вычисления функций:

$$b = \frac{x + y(x^2 + \cos y)}{y(x - z) + \ln|xz|},$$

где $z = 2 \sin(3x + 1)$; $x = 3,25$; $y = 4,12$.

Методические рекомендации

В данном случае запись всех операторов выполняется по правилам, рассмотренным в предыдущем разделе. Последовательность выполнения задания соответствует блок-схеме (рис. 2.1).

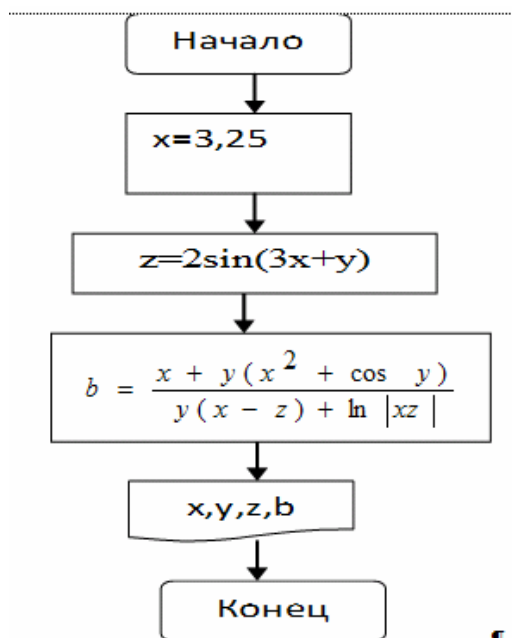


Рисунок 2.1 – Блок-схема линейного вычислительного процесса

Вид документа *SMath Studio* (рис. 2.2).

$$\begin{aligned}
 x &:= 3,25 \\
 y &:= 4,12 \\
 z &:= 2 \cdot \sin(3 \cdot x + y) \\
 b &:= \frac{x + y \cdot (x^2 + \cos(y))}{y \cdot (x - z) + \ln(|x \cdot z|)} \\
 z &= 1,929 \\
 b &= 6,1098
 \end{aligned}$$

Рисунок 2.2

Таким образом, выполняется расчет, в котором исходные данные не изменяются. Если же необходимо неоднократно выполнить один и тот же расчет, но для различных исходных данных, рациональнее средствами программирования *SMath Studio* записать вычисления в виде функции, заданной пользователем. Вид документа *SMath Studio* (рис. 2.3).

$$\begin{aligned}
 \text{rez}(x; y) &:= \left\{ \begin{array}{l} z := 2 \cdot \sin(3 \cdot x + y) \\ b := \frac{x + y \cdot (x^2 + \cos(y))}{y \cdot (x - z) + \ln(|x \cdot z|)} \\ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ b \end{pmatrix} \end{array} \right. \\
 \text{rez}(3,25; 4,12) &= \begin{pmatrix} 3,25 \\ 4,12 \\ 1,929 \\ 6,1098 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Рисунок 2.3

Здесь имя функции `rez()` выбирается пользователем, в скобках указываются имена вводимых переменных, после знака `:=` на ПИ «Программирование» выбирают команду *line*. Появится линия и два «квадратика» для ввода операторов. Чтобы таких «квадратиков» стало 3, как в рассматриваемом примере, нужно мышью потянуть окно шаблона вниз за правый

нижний угол. В 1-й и 2-й строке записываем операторы для вычисления z и b . Для организации вывода четырех переменных (рис. 2.3) в 3-й строке с помощью ПИ «Матрица» записываем вектор.

Теперь, записав имя функции и значения x и y , можно получить результат для любого набора исходных данных.

2.1.3 Вопросы для самоконтроля

1. Какой вычислительный процесс называется линейным?
2. Как записать функцию пользователя в *SMath Studio*?
3. Какая команда используется для ввода нескольких операторов?

2.1.4 Индивидуальные задания

Составить программу для вычисления функций $b = f(x, y, z)$, где $z = w(x, y)$ при постоянных значениях x и y . Значения x и y функций заданы в таблице 2.1.

Таблица 2.1

Вариант	$f(x, y, z)$	$w(x, y)$	x	y
1	2	3	4	5
1	$e^{-2x}(tg(z) + 2y)$	$\sqrt{\sin^2 x + y}$	-4,52	0,75
2	$\frac{\sqrt{x} \sin(2y)}{z + e^z y}$	$\frac{2xy}{x + \cos(y)}$	2,87	0,84
3	$\frac{y - z/(y - x)}{\cos(x) + (y - x)^2}$	$\frac{\sqrt{15y}}{y + ctg(x)}$	1,82	18,25
4	$y^x + \sqrt[3]{ x + y }e^z$	$\frac{\sqrt{ 20x }}{x^2 + y^3}$	-0,85	1,25
5	$\ln(\sqrt{x} - \sqrt{y} + 2)z^3$	$\frac{\sin(x/y)}{2x^2}$	25,34	33,85
6	$y + \frac{xarctg(z)}{y + x^2}$	$\sqrt{x} \sin(y)$	0,12	-8,75
7	$\frac{z^3}{x + y^3 / (x + z^2)}$	$\frac{15}{x + e^y}$	1,54	3,26
8	$\frac{z^2}{y + x^3} + \sin(y/5)$	$\frac{3x}{\cos^2(y) + 3}$	1,58	3,42
9	$ \cos(x) + \sin(y) - 2tg^2(z)$	$\frac{\sqrt{x} \sin^2(y)}{x + e^y}$	0,42	-0,87

Продолжение таблицы 2.1

1	2	3	4	5
10	$\ln y^{\sqrt{ x }} \left(z^2 - \frac{y}{\sin(x)} \right)$	$\sqrt{3+2y}$	-15,24	4,67
11	$\frac{z^2}{y+x^3} + \sin\left(\frac{y}{5}\right)$	$\frac{\sqrt{x} \arctg(2y)}{e^{y+x}}$	6,55	-2,78
12	$\cos^2(z) + x+y ^3$	$\frac{12}{x+e^y}$	-2,75	-1,42
13	$x^{y/x} + \sqrt[3]{y^2} e^x$	$\ln(\sqrt{e^{x-y}} + z^2)$	1,82	18,23
14	$\frac{e^{z-1}}{2y+x^3} + \sin(y^2)$	$\cos^2(y) + \sin^3(x^2)$	0,84	0,65
15	$\sqrt{ y } e^{-(y+x)} - \cos(z^3)$	$\frac{x+6y}{\sin(x) + \ln(y)}$	1,12	0,87
16	$\frac{4y^2 e^{3x}}{8z^3 + \ln x }$	$\frac{x+y\sqrt{x}}{x+10}$	0,27	4,38
17	$\frac{\sqrt{y} \ln(x) - zx^2}{1+tg^2(x^2)}$	$\frac{e^x \sqrt{x^3+y}}{x-1}$	6,35	7,32
18	$\frac{\ln(y + \sqrt{y+x^2})}{(z+x^2)e^{x/2}}$	$\frac{2x\sqrt{y}}{\sin(x^2)}$	0,42	1,23
19	$\frac{x^3+y}{\sin^2(z) + x/5}$	$\frac{\cos^2(3(2+x))}{4-y^2\sqrt{x}}$	43,32	-0,54
20	$\frac{x+y(x^2+\cos(y))}{y(x-z) + \ln xz }$	$2\sin(3x+y)$	3,25	4,12
21	$\frac{1+\cos^2(x+z)}{ x^3-2\ln\sqrt{y} }$	$\frac{x^2+y^2}{e^{x+y}}$	0,83	2,38
22	$\frac{\ln x }{\sqrt[3]{ x + y } + tg(z)}$	$\sqrt{x^2 - \sin(y)}$	-0,93	-0,25
23	$\frac{z^3}{x+y^3/(x+z^2)}$	$\frac{ y+8x }{\sin(x) + tg(y)}$	-0,72	-1,42
24	$2^{-x} \sqrt{y + \sqrt[4]{z}}$	$\frac{xy}{x^2+5} + \cos^2(y)$	3,98	1,63
25	$\sqrt{e^{x-1}} \sqrt{ y }$	$\frac{3y}{3+e^{x-y}}$	3,91	-0,51

2.2 Программирование разветвляющегося вычислительного процесса

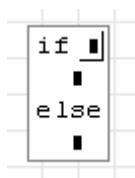
Цель: изучить основные возможности приложения *SMath Studio* для программирования разветвляющегося вычислительного процесса.

2.2.1 Краткие теоретические сведения

Разветвления в программе возникают при необходимости выбора одного из нескольких возможных путей в решении задачи.

Для организации разветвлений в программах используется оператор перехода.

Оператор условного перехода *if* выбирается на ПИ «Программирование» и позволяет изменить порядок выполнения операторов в программе в зависимости от определенных условий. Общий вид оператора:



Если условие, заданное в операторе *if*, истинно, то выполняется оператор (простой или составной), стоящий во второй строке. В противном случае выполняется оператор, стоящий после *else*. После выполнения одной из ветвей, работа программы продолжается с оператора, следующего за *if*.

Если в какой-то ветви требуется выполнить более одного оператора, из них необходимо образовать составной оператор, т. е. заключить эти операторы в операторные скобки – оператор *line* на ПИ «Программирование».

2.2.2 Пример выполнения задания

1. Вычислить значение функции

$$Y = \begin{cases} (2x+1)/x^5 & \text{если } x < 0, \\ e^{x+1} + \cos(x), & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$$

Значение x запрашивать в диалоге.

2. Вычислить значение функции

$$Y = \begin{cases} (2x+1)/x^5 & \text{если } x < 0, \\ e^{x+1} + \cos(x), & \text{если } 0 \leq x < 1, \\ \sin(x) + x^2, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

Значение x запрашивать в диалоге.

Методические рекомендации

1. Составим блок-схему процесса (рис. 2.4).

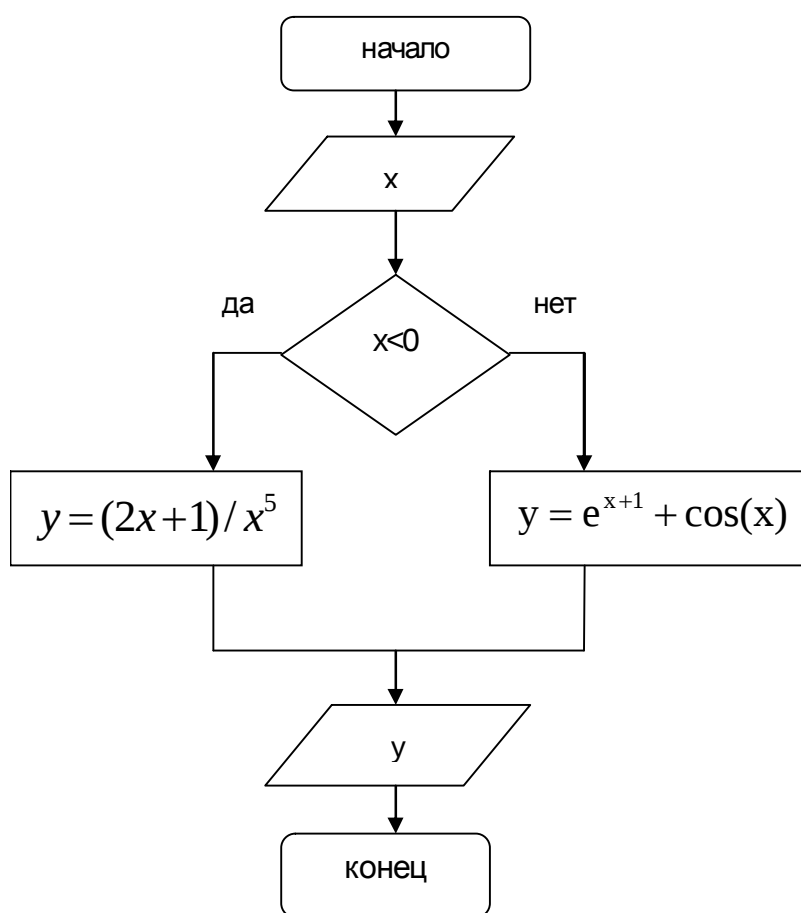


Рисунок 2.4 – Блок-схема разветвляющегося вычислительного процесса

Теперь запишем этот алгоритм в *SMath Studio*.

Записываем произвольное значение x , например $x := 3$. На ПИ «Программирование» выбираем оператор *if*. После оператора указываем условие $x < 0$, во второй строке – значение y при $x < 0$, после *else* – значение y при $x \geq 0$. Выводим значение y .

Вид документа *SMath Studio* (рис. 2.5).

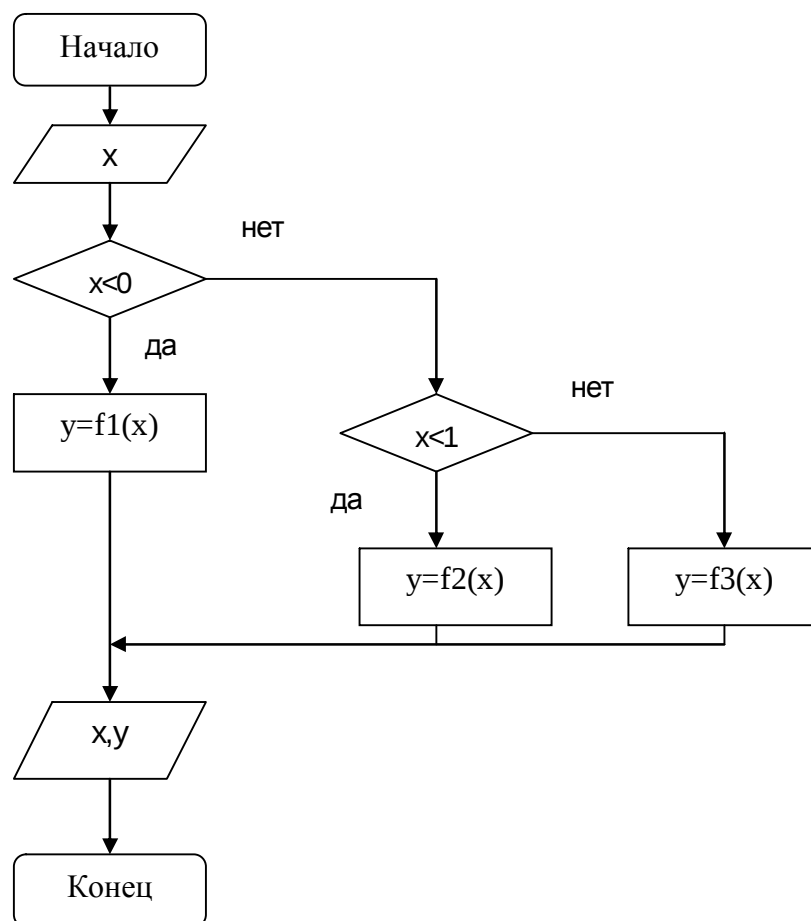
```
x:=3

if x<0
    y:=(2·x+1)
      x5
else
    y:=exp(x+1)+cos(x)

y=53,6082
```

Рисунок 2.5

2. Составим блок-схему процесса (рис. 2.6):

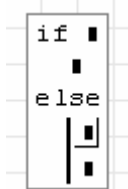


$$f1(x) = (2x + 1) / x^5, f2(x) = e^{x+1} + \cos(x), f3(x) = \sin(x) + x^2$$

Рисунок 2.6 – Блок схема разветвляющегося
вычислительного процесса

Теперь запишем этот алгоритм в *SMath Studio*.

Записываем произвольное значение x , например $x := 0,5$. На ПИ «Программирование» выбираем оператор *if*. После оператора указываем условие $x < 0$, во второй строке – значение y при $x < 0$, после *else* – ПИ «Программирование» выбираем оператор *line*:



и снова записываем оператор *if*. Выводим значение $y =$.

Вид документа *SMath Studio* (рис. 2.7).

```
x:=0,5

if x<0
  y:=(2·x+1)
    x 5
else
  if x>1
    y:=sin(x)+x2
  else
    y:=exp(x+1)+cos(x)

y=5,3593
```

Рисунок 2.7

Для более рациональной организации вычислений и возможности запрашивать значение x в диалоге, рекомендуется записывать расчет в виде функции пользователя. Вид документа *SMath Studio* для задания А (рис. 2.8).

```
result1(x):= if x<0
  y:=(2·x+1)
    x 5
  else
    y:=exp(x+1)+cos(x)
  y

result1(0,5)=5,3593

result1(-3)=0,0206
```

Рисунок 2.8

Вид документа *SMath Studio* для задания Б (рис. 2.9).

```
result2(x):= if x<0
              y:=(2·x+1)
                x5
              else
                if x>1
                  y:=sin(x)+x2
                else
                  y:=exp(x+1)+cos(x)
              y

result2(3)=9,1411
result2(-3)=0,0206
result2(0,5)=5,3593
```

Рисунок 2.9

2.2.3 Вопросы для самоконтроля

1. Когда в программе необходимо использовать оператор условного перехода?
2. Как записать оператор условного перехода, если одна из ветвей содержит более одного оператора?
3. Какому блоку в блок-схеме соответствует условный оператор?

2.2.4 Индивидуальные задания

Вычислить значение функции

$$Y = \begin{cases} f_1(x), & \text{если } x < 0, \\ f_2(x), & \text{если } 0 \leq x \leq 1, \\ f_3(x), & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

Виды функций $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ заданы в табл. 2.2. Значение x следует запрашивать в диалоге.

Таблица 2.2

Вариант	$f1(x)$	$f2(x)$	$f3(x)$
1	$tg(2x)$	$\sin(3x)$	$\cos(x-2)$
2	$4x+2$	$\frac{5}{x+0,4}$	$\frac{0,5}{2\sin(4x)}$
3	$\sqrt[3]{x}-1$	$\frac{x_4}{7}$	$\sin^3(2x)$
4	$\sqrt[3]{\sin^2(x)+\cos^4(x)}$	$ctg(x+0,4)$	$\ln(2x+0,5)$
5	$x^3 - \ln(x)$	$\ln^3(x+4)$	$x^4 - x^{2-x}$
6	$\sin(x^2)$	$e^{-x} + \sqrt[4]{x}$	$\ln(x^3 + x^2)$
7	$\frac{3x-1}{x^5}$	$\ln^2(\sqrt{x+5})$	$\sqrt{1+x^2}$
8	$x \cos(x)$	$\frac{1}{tg(2x)+1}$	$x^2 e^{-x}$
9	$x^{1,2} \sin(3x)$	$\cos(x)x^2$	$\sin(x^2) + x^{0,25}$
10	x^{2x+1}	$\sin(x^2)$	$\ln^2(x) + \sqrt{x}$
11	$\sin^2(x^3)$	$\sin(2x)$	$2\sin(x - e^{-x})$
12	$2xe^{-x}$	$\cos(2x)$	$x^x - \cos(x)$
13	$\ln(2x+5)$	$\sin(e^x)$	$\frac{1}{x}tg(x)$
14	$\sin(2x+1)$	$(x+1)^2 \cos(x^3)$	$\sqrt{x^3-1} + \sin(x^2)$
15	$\cos(x)$	$\sqrt{x^3} \sin(x)$	$x^2 + \sin(5x)$
16	$x(\sin(x)+2)$	$\ln(4x+1)^2$	$\ln \sqrt[5]{x+x^2}$
17	$x^4 + 2x^3 - x$	$\sin(2x)$	$x^{x+1} \sin(x)$
18	$x^5 ctg(2x^3)$	$\ln(x+1)$	$e^{-2x} - \sqrt[3]{x}$
19	$\sin(4x)$	$\sqrt[5]{6x-x^2+1}$	$\sin(x^{2x}) - \cos(x)$
20	$ctg(3x-1)^2$	$2 + xe^{-x}$	$\sin^3(x^2)$
21	$x \sin(x-1)$	$(x-1)^3 + \cos(2x^3)$	$2\sqrt{x^3} \sin(x^3)$
22	$\frac{(2x+1)}{x^5}$	$e^{x+1} + \cos(x)$	$3 \ln \sqrt[5]{\sin x + x^2}$
23	$3x^5 - ctg(x^3)$	$\ln(\sin(4x)+1)^2$	$\ln(\sqrt[3]{2x+x^3})$
24	$1,3\sqrt{4+x^2}$	3^{x+3}	$5^{x+1} \sin(2x)$
25	e^{-3x}	$\sin^3(x^4)$	$e^{-x} + \sqrt[3]{3x}$

2.3 Программирование циклического вычислительного процесса

Цель: изучить основные возможности приложения *SMath Studio* для программирования циклического вычислительного процесса.

2.3.1 Краткие теоретические сведения

Циклическим называется вычислительный процесс, содержащий многократные вычисления по одним и тем же математическим зависимостям, но для различных значений входящих в него переменных. Количество повторений может задаваться заранее или зависеть от выполнения определенного условия, как в операторе *if*.

В *SMath Studio* используют 3 оператора цикла: *while*, *for(3)* и *for(4)*.

С помощью оператора *while* можно реализовать циклический процесс, состоящий из ряда операторов, который выполняется до тех пор, пока выполняется определенное условие:

```
while (условие)
    оператор
```

Если в цикле необходимо выполнить более одного оператора, то их следует заключить в операторные скобки (*line*), т. е. образовать из них составной оператор:

```
while (условие)
| оператор1
| оператор1
```

До тех пор, пока соблюдается условие, последовательно выполняется тело цикла. Если условие не соблюдается, то выполнение программы продолжается, начиная с оператора, следующего за циклом.

for(4) – это цикл со счетчиком, для которого нужно задать количество повторений:

```
for k := 1; k ≤ n; k := k + h
    оператор
```

где *k* – переменная-счетчик, *n* – количество повторений, *h* – шаг изменения переменной *k*.

for(3) – это цикл, аналогичный *for(4)*, но в нем счетчик цикла *x* меняется сам, и принадлежит некоторому заданному диапазону (рис. 2.10):

```
y(x) := cos(x)
j := 1 .. 7
x := 0 ; 0,5 .. π
for k ∈ j
    y_k := y(x_k)
```

Рисунок 2.10

2.3.2 Пример выполнения задания

Найти сумму ряда $y = \sum \frac{\ln^3 x - 4}{\sin(x)^2}$, где $0,9 \leq x \leq 3,9$, x меняется с шагом

$h=1$:

- а) используя цикл WHILE;
- б) используя цикл FOR(4).

Методические рекомендации

- а) Составим блок-схему (рис. 2.11).

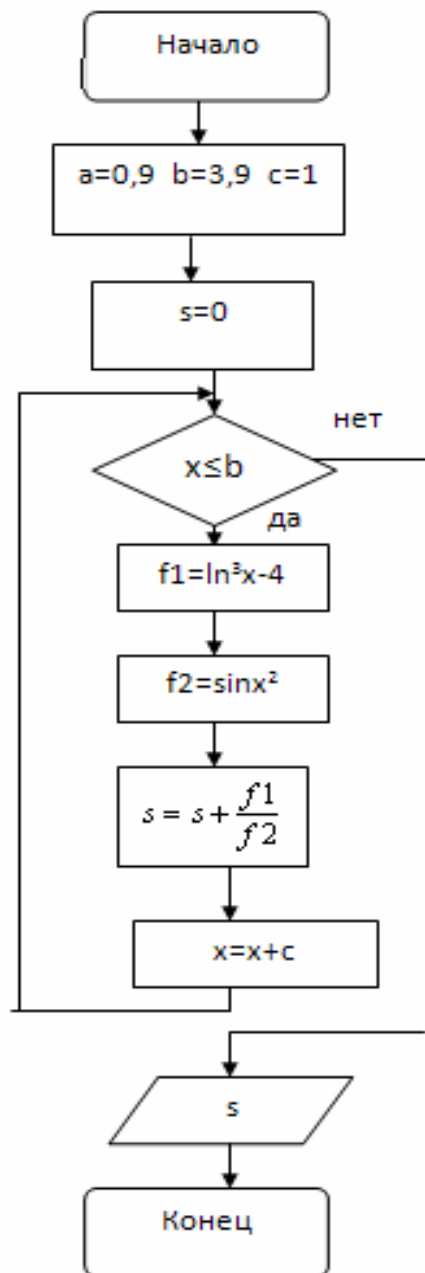


Рисунок 2.11 – Блок-схема циклической структуры с использованием цикла WHILE

Вид документа *SMath Studio* (рис. 2.12).

```

Summa1(a ; b ; c) :=
    s := 0
    x := a
    while x ≤ b
        f1 := ln(x)3 - 4
        f2 := sin(x2)
        s := s +  $\frac{f1}{f2}$ 
        x := x + c
    s

Summa1(0,9 ; 3,9 ; 1) = -3,6351

```

Рисунок 2.12

б) Для определения числа повторений используют формулу

$$n = \left[\frac{X_k - X_n}{h} \right] + 1 ,$$

где x_k, x_n – конечное и начальное значения аргумента; h – шаг изменения аргумента; знак "[]" означает, что берется целая часть от деления.

Перед первым выполнением цикла необходимо задать начальное значение аргумента. При каждом новом выполнении цикла необходимо изменять аргумент на величину шага.

В *SMath Studio* для нахождения целой части используют стандартную функцию $\text{round}(<\text{число } 1>; <\text{число } 1>)$ – округление $<\text{числа } 1>$ до заданного $<\text{числа } 2>$.

Составим блок-схему (рис. 2.13).

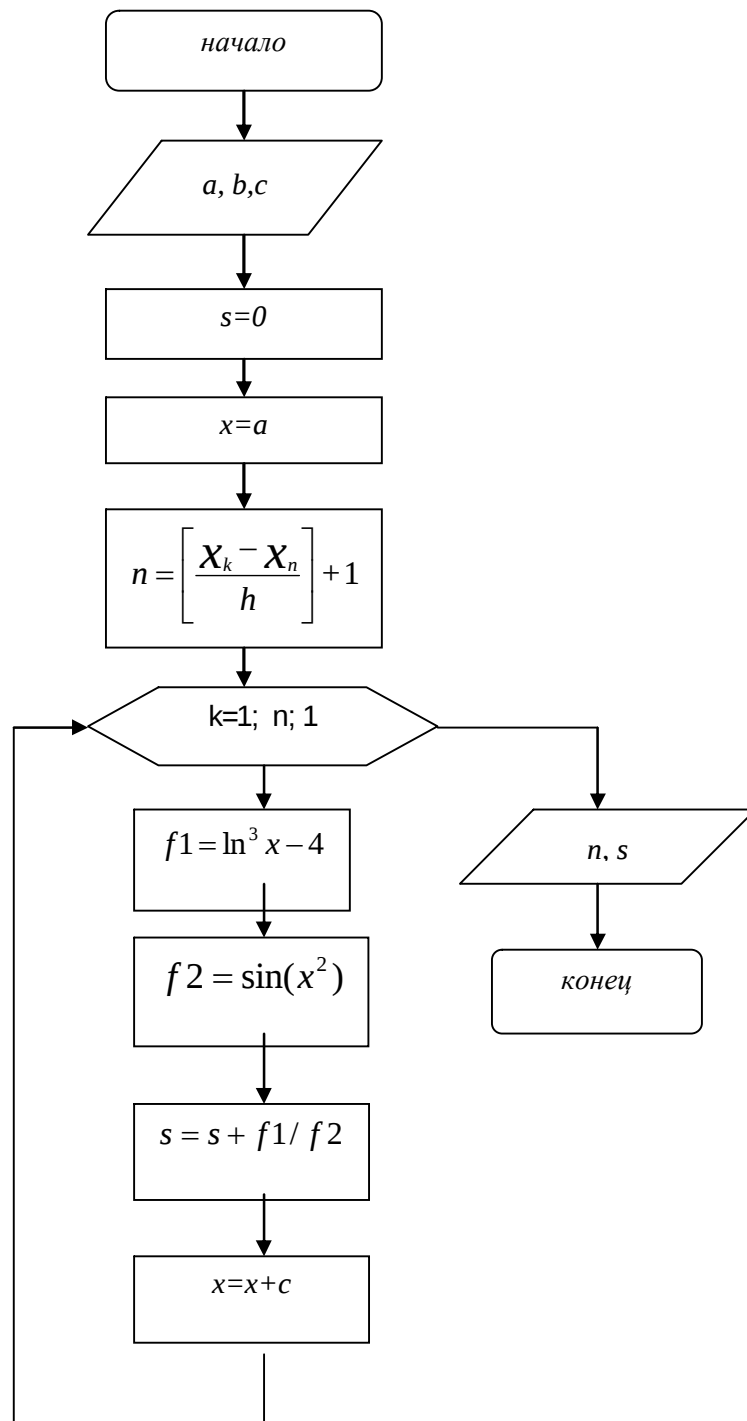


Рисунок 2.13 – Блок-схема циклической структуры с использованием цикла FOR(4)

Вид документа *SMath Studio* (рис. 2.14).

```

Summa2 (a ; b ; c) :=  $\left( \begin{array}{l} s := 0 \\ x := a \\ n := \text{round}\left(\frac{b-a}{c}; 1\right) + 1 \\ \text{for } k := 1 ; k \leq n ; k := k + 1 \\ \quad \left( \begin{array}{l} f1 := \ln(x)^3 - 4 \\ f2 := \sin(x^2) \\ s := s + \frac{f1}{f2} \\ x := x + c \end{array} \right) \\ \left( \begin{array}{l} n \\ s \end{array} \right) \end{array} \right)$ 

Summa2 (0,9 ; 3,9 ; 1) =  $\left( \begin{array}{l} 4 \\ -3,6351 \end{array} \right)$ 

```

n – количество повторений, s – искомая сумма

Рисунок 2.14

Результаты, полученные с использованием двух видов циклов, совпадают.

2.3.3 Вопросы для самоконтроля

1. Что называется алгоритмом циклической структуры?
2. Из каких элементов состоят циклы?
3. Какие виды циклов используются в SMathStudio?
4. Чем отличаются циклы *for(3)* и *for(3)*?
5. Какому блоку соответствует цикл *for()*?
6. Какому блоку соответствует цикл *while*?

2.3.4 Индивидуальные задания

Найти сумму $Y = \sum \frac{F1(x)}{F2(x)}$, где $a \leq x \leq b$, x меняется с шагом $h = c$.

Варианты заданий, а также значения $F1(x)$, $F2(x)$, a , b , c приведены в таблице 2.3.

Задачу решить, используя циклы:

- а) WHILE; б) FOR(4).

Таблица 2.3

Вариант	$F1(x)$	$F2(x)$	a	b	c
1	$2\sqrt{x^3} \sin(x^3)$	$x^4 + 2x^3 - x$	0,3	3,12	0,15
2	$3\ln \sqrt[5]{\sin(x) + x^2}$	$(2x+1)/x^5$	2,12	7,45	0,34
3	$\ln \sqrt[3]{2x+x^3}$	$3x^5 - \operatorname{ctg}(x^3)$	0,35	3,5	0,5
4	$5^{x+1} \sin(2x)$	$1,3\sqrt{4+x^3}$	-1	12	2
5	$e^{-x} + \sqrt[3]{3x}$	$x^{1,5} e^{-3x}$	2,4	12,5	0,45
6	$\ln(4x+1)^2$	$\ln \sqrt[5]{x+x^2}$	2,6	5,8	0,3
7	$\ln \frac{ 1+x }{ 1-x }$	$x^{x+1} \sin(x)$	3,5	12,3	1,5
8	$\frac{1}{1-x} \ln(x)$	$e^{-2x} - \sqrt[3]{x}$	2	12	0,5
9	$\sqrt[5]{6x-x^2}$	$\sin(x^{2x}) - \cos(x)$	3,5	6,5	0,2
10	$2 + xe^{-x}$	$\sin^3(x^2)$	0,1	π	$\pi/20$
11	$\ln(x^3 + x^2)$	$x(\operatorname{tg}(x) + 2)$	$\pi/3$	2π	$\pi/3$
12	$\sqrt{1+x^2}$	$x \sin(x)$	0,1	2π	$\pi/3$
13	$x^2 e^{-x}$	$x^5 \operatorname{ctg}(2x^3)$	0,1	π	$\pi/6$
14	$\sin(x^2) + x^{0,25}$	$\ln^3(x + 4\sqrt{x})$	$\pi/2$	$3\pi/2$	$\pi/6$
15	$\ln^2(x) + \sqrt{x}$	$\operatorname{ctg}(3x-1)^2$	8,3	16,7	0,8
16	$\sin(3x)$	$e^{-x} + \sqrt[4]{x}$	2,1	4,2	0,2
17	$\frac{5}{x-0,4}$	$\ln^2(x)\sqrt{x}$	1,4	4,3	0,3
18	$\frac{x^4}{7}$	$\frac{1}{\operatorname{tg}(2x)}$	0,3	3,56	0,87
19	$\operatorname{ctg}(\frac{1}{x} + 0,4)$	$x^2 \cos(x)$	1,5	4,6	0,9
20	$\ln^3(x-4)$	$\sin(x^2)$	0,9	3,9	1
21	$\ln(2x)$	$\cos(x-2)$	0,4	4	0,3
22	$4x + \frac{1}{\operatorname{tg}(x)}$	$\frac{0,5}{2\sin(4x)}$	0,7	12,9	3,7
23	$\sqrt[3]{x} - 1$	$\sin^3(2x)$	0,1	63	7
24	$\sqrt[3]{\sin^2(x) + \cos^4(x)}$	$\ln(2x + 0,5)$	4,8	13,8	0,78
25	$x^3 - \ln(x)$	$x^4 - x^{2-x}$	1,2	13,4	0,6

2.4 Программирование табулирования функции

Цель: изучить основные возможности приложения *SMath Studio* для составления программ вычисления таблицы значений функции.

2.4.1 Краткие теоретические сведения

Табулирование функций – получение таблицы значений функции при заданных значениях аргумента X , который изменяется от x_k до x_n с шагом изменения аргумента h .

Для организации цикла может быть использован любой из имеющихся в *SMath Studio* циклов.

Перед первым выполнением цикла необходимо задать начальное значение аргумента, а затем n раз выполнять вычисления и печать значений аргумента и функции.

При каждом новом выполнении цикла необходимо изменять аргумент на величину шага.

Количество точек для табулирования определяется так же, как и в п. 2.3.2 (б), по формуле

$$n = \left[\frac{x_k - x_n}{h} \right] + 1 .$$

2.4.2 Пример выполнения задания

Вычислить таблицу значений функции

$$y = \begin{cases} \ln^3 \sqrt{|x|}, & \text{если } x \leq 0,7, \\ \cos^2 |x|, & \text{если } x > 0,7. \end{cases}$$

для значений аргумента x в интервале от 0,6 до 0,9 с шагом 0,05.

Методические рекомендации

Составим блок-схему (рис. 2.15).

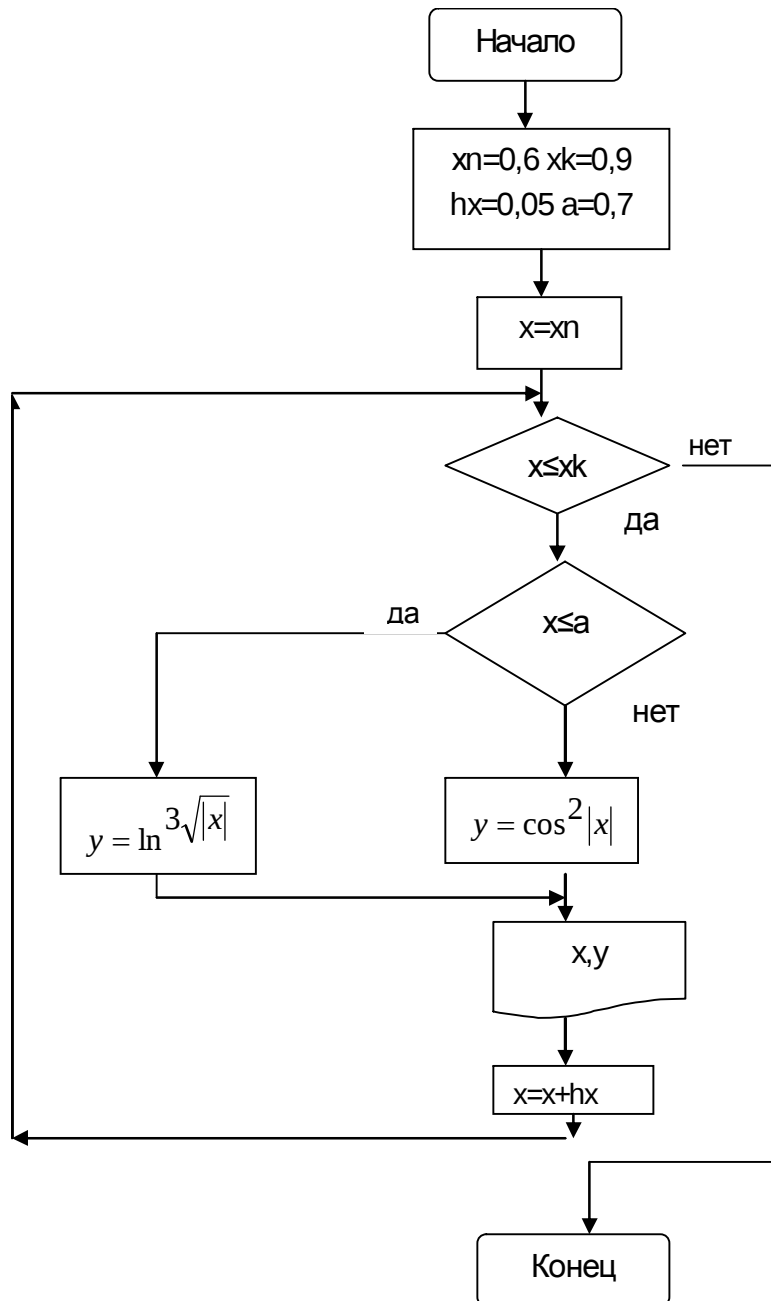


Рисунок 2.15 – Блок-схема циклической структуры

Вид документа *SMath Studio* (рис. 2.16).

Здесь на каждом шаге повторения цикла вычисленные значения x и y заносятся в массивы xx и yy . Вывод полученных результатов записываем в виде вектора из одной строки и двух столбцов ($xx \quad yy$). Для организации цикла может быть использован любой из имеющихся в *SMath Studio* циклов.

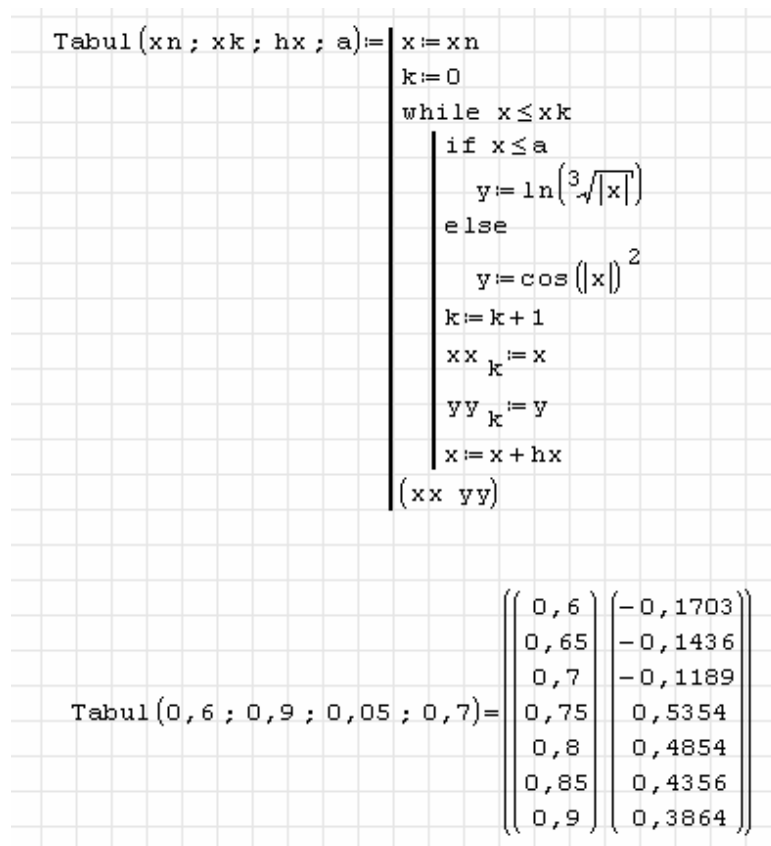


Рисунок 2.16

2.4.3 Вопросы для самоконтроля

1. Что такое табулирование?
2. С помощью каких операторов можно организовать процесс табулирования функции?
3. Как определить число точек для табулирования?

2.4.4 Индивидуальные задания

Вычислить таблицу значений функции

$$Y = \begin{cases} F1(x), & \text{если } x \leq a, \\ F2(x), & \text{если } x > a \end{cases}$$

для значений аргумента x в интервале от x_n до x_k с шагом h_x . Исходные данные приведены в таблице 2.4.

Таблица 2.4

Вариант	$F1(x)$	$F2(x)$	xn	xk	hx	a
1	$\pi x^2 + \sin(x)$	e^{2x-10}	-2,1	3,2	0,2	0
2	$\ln^2(x^2 + 1,5)$	$\arctg(4x)$	-10,3	-2,4	0,5	-5
3	e^{2x-5}	$tg^2(\frac{x}{5})$	3,2	7,2	0,8	4,1
4	$10x^3 - tg(\frac{x}{5})$	$\sqrt{5x^2 + 1}$	1,3	6,5	0,5	3,2
5	e^{-2x}	$\sin(\pi x^2)$	1,2	3,6	0,2	4,1
6	$\cos^2(\pi x)$	$x + 5$	2,8	5,3	0,6	3,1
7	$\cos(\pi x)$	$\ln(x^3 + 1,8)$	1,4	4,2	0,3	2,8
8	$\sin(\pi x)$	$\ln^2(3x + 1)$	10	20	0,5	15
9	$\ln(x^2 + 2,5)$	$\sqrt{x^2 + 8}$	2,1	5,2	0,7	3,8
10	$e^{-\frac{x}{4}}$	$2\sin(\frac{x}{\pi})$	0,7	3,8	0,2	2,4
11	$\arctg(3x)$	$\ln(x + 1,5)$	9	12	0,3	10,3
12	$\sin(\frac{x}{30})$	$\sqrt{ \ln(x^2) }$	2,3	8,9	0,4	5,4
13	$\cos(\frac{x}{25})$	$\sqrt{x^3 + 4}$	0,4	2,8	0,4	1,7
14	$e^{-\frac{x}{10}}$	$\sin(3x + \pi)$	11,6	15,8	0,3	14,2
15	$\sqrt{ x-10 }$	$\sin(2\pi x)$	0,2	1,8	0,2	1,1
16	e^{2x-15}	$ 8x^3 - 20 $	2,2	7,3	0,3	5,4
17	$5e^{-x}$	e^{x+2}	1,9	3,8	0,2	2,5
18	$\pi \sin(\pi x)$	$\sin^3(x^2)$	1,8	4,2	0,3	2,7
19	$\sqrt{1 + \cos^2(2x)}$	$\arctg(\frac{x}{3})$	1,2	5,3	0,4	3,8
20	$\ln^3(\sqrt{ x })$	$\cos^2(x)$	0,6	0,9	0,005	0,7
21	$\sqrt[3]{x + \sin(2x)}$	$x^2 + 5x$	3,3	6,9	0,3	5
22	$\cos(2x)$	$x\sqrt{1 + tg^2(2x)}$	1,9	3,8	0,2	2,5
23	$x\sqrt[5]{3x}$	$5x^3 - 1,5$	2,2	7,3	0,3	5,4
24	$\ln^{1,5}(7x - e^x)$	$tg^3(2^x)$	0,2	1,8	0,2	1,1
25	$4xe^{-0,2x}$	$5^{\sin(x)} - x$	11,6	15,8	0,2	12,5

3 САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

1. С помощью стандартных функций *SMath Studio* найти сумму ряда $\sum_{n=0}^N a_n$ при значениях $N = 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Варианты задания приведены в таблице 3.1.

2. С помощью стандартных функций *SMath Studio* вычислить $\prod_{n=0}^N a_n$ при значениях $N = 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Варианты задания приведены в таблице 3.1.

3. Составить программу в *SMath Studio* для нахождения суммы ряда $\sum_{n=0}^N a_n$. Варианты задания приведены в таблице 3.1.

4. Составить программу в *SMath Studio* для вычисления произведения $\prod_{n=0}^N a_n$. Варианты задания приведены в таблице 3.1.

Таблица 3.1

Вариант	a_n	Вариант	a_n	Вариант	a_n
1	$\frac{2}{n^2 + 5n + 6}$	11	$\frac{60}{11(n^2 + 12n + 35)}$	21	$\frac{24}{7(n^2 + 8n + 15)}$
2	$\frac{36}{11(n^2 + 5n + 4)}$	12	$\frac{144}{5(n^2 + 6n + 8)}$	22	$\frac{36}{n^2 + 5n + 4}$
3	$\frac{9}{n^2 + 7n + 12}$	13	$\frac{36}{n^2 + 7n + 10}$	23	$\frac{46}{n^2 + 5n + 6}$
4	$\frac{48}{5(n^2 + 6n + 8)}$	14	$\frac{48}{n^2 + 8n + 15}$	24	$\frac{96}{n^2 + 9n + 20}$
5	$\frac{48}{5(n^2 + 6n + 5)}$	15	$\frac{20}{n^2 + 4n + 3}$	25	$\frac{60}{n^2 + 6n + 8}$
6	$\frac{72}{5(n^2 + 6n + 8)}$	16	$\frac{32}{n^2 + 5n + 6}$	26	$\frac{72}{n^2 + 7n + 10}$
7	$\frac{24}{n^2 + 8n + 15}$	17	$\frac{144}{n^2 + 18n + 80}$	27	$\frac{24}{n^2 + 4n + 3}$
8	$\frac{32}{n^2 + 9n + 20}$	18	$\frac{24}{n^2 + 4n + 3}$	28	$\frac{96}{n^2 + 8n + 15}$
9	$\frac{216}{7(n^2 + 8n + 15)}$	19	$\frac{180}{n^2 + 20n + 99}$	29	$\frac{72}{n^2 + 6n + 8}$
10	$\frac{84}{13(n^2 + 14n + 48)}$	20	$\frac{112}{15(n^2 + 16n + 63)}$	30	$\frac{12}{5(n^2 + 6n + 8)}$

Приложение А

Работа с программой *SMath Studio*

Программа *SMath Studio* предназначена для численного и аналитического решения математических задач (решения уравнений и систем, нахождения экстремумов функций, вычисления производных и интервалов, решения дифференциальных уравнений).

Позволяет работать с формулами, текстами, графиками, а также выполнять программирование вычислительных процессов. Позволяет получить ответ, как в численном, так и в аналитическом виде.

Программа состоит из 3 областей: Основное меню, Инструментальная панель, Рабочее поле (рис. А.1).

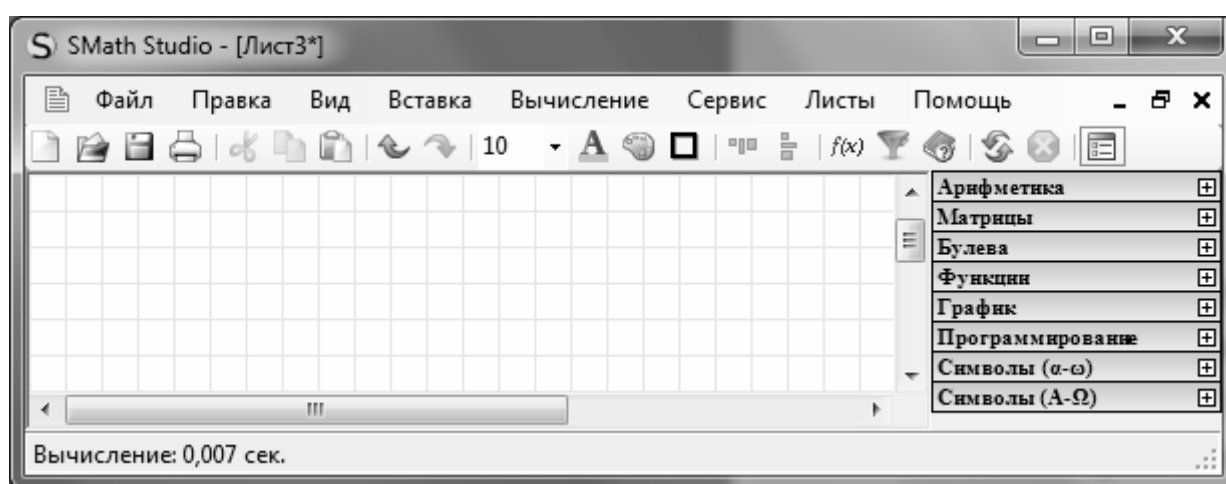


Рисунок А.1

Основное меню – состоит из основных команд для работы с документом в целом, такие как: вставить, вырезать, открыть, сохранить... а также содержит математический справочник и набор примеров.

Инструментальная панель (ПИ) разделена по категориям:

а) *панель «Арифметика»* содержит цифры, математические символы, и основные операции:

- оператор присвоения « $:=$ » служит для присвоения переменным каких-либо значений, численных либо символьных;
- оператор численного вычисления « $=$ » служит для получения численного результата, он применим как к выражениям, так и к переменным;
- оператор символьного вычисления « $\rightarrow$ » позволяет вычислять символьный результат;

б) *панель «Матрицы»* содержит команды для работы с матрицами. Позволяет находить определитель матрицы, транспонировать ее, находить минор, а также содержит команду векторного умножения, потому что векторы программа рассматривает как матрицу с одним столбцом (или строкой);

в) панель «Булева» содержит набор для команд для булевой алгебры, а также позволяет задавать логические операции в командах ветвления и циклах;

г) панель «Функции» содержит набор часто используемых функций, таких как: $\sin$, $\cos$, $\log$ и т. п., а также 2 кнопки «2d» и «3d», эти кнопки позволяют вставить соответственно 2-мерные и 3-мерные графики;

д) панель «График» позволяет вращать, перемещать, увеличивать/уменьшать графики функций;

е) панель «Программирование» содержит 4 функции программирования, таких как: ветвление «IF», цикл с предусловием «WHILE», цикл со счетчиком «FOR», вспомогательная функция «LINE»

ж) последние две панели называются одинаково «Символы» и содержат греческие символы.

Рабочее поле занимает самую большую часть программы, здесь выполняются все расчеты. Основным элементом поля является курсор или *Фокус ввода* (место, где будет набираться выражение), он выглядит как красный крестик.

Работа с формулами

Для ввода формулы необходимо кликнуть указателем мыши по тому месту, где будет находиться формула. Появится крестообразный курсор, указывающий место первого символа выражения. Вводимое выражение помещается в прямоугольную область, которая становится невидимой после ввода формулы.

Smath Studio обрабатывает формулы слева направо и сверху вниз.

Для ввода формул можно использовать: панель «Арифметика» и «Функции»; кнопку  на ПИ; меню Вставка – Функция; автоматическую помощь ввода (при наборе первого символа функции рядом с формулой появляется небольшой список со всеми функциями, которые начинаются с этого символа. Для ввода выполняется двойной щелчок мыши по выбранной функции).

Пример. Вычислить значение функции $f(x) = 2 + \sin(x)$ в точках $x = 1, x = 5$.

Последовательность действий:

1. Задаем функцию. В общем виде:

$\langle \text{имя функции} \rangle (\text{список переменных}) := \langle \text{выражение} \rangle$

Знак «:=» выбирают на ПИ «Арифметика» или комбинацией клавиш «Shift+ ж ». Аргументы функции всегда берутся в скобки.

2. Вычисляем значения в точках (рис. А.2).

$f(x) := 2 + \sin(x)$
$f(1) = 2,84$
$f(5) = 1,04$

Рисунок А.2

Для задания точности ответа (количество знаков после запятой) надо выполнить команду:

Сервис → *Опции* → вкладка «Вычисление» → «Точность ответа».

Дробная часть в числах отделяется запятой.

Некоторые используемые сочетания клавиш даны в таблице А.1.

Таблица А.1

Сочетание клавиш	Действие
Shift+ ж	Вставка оператора присвоения «:=» с ПИ «Арифметика»
ctrl+ ю	Вставка оператора символьного вычисления «→» с ПИ «Арифметика»
=	Вставка оператора численного вычисления «=» с ПИ «Арифметика»
Enter	Закончить ввод выражения и переместиться на строку ниже
Ctrl+ =	Вставка «жирного» знака равенства для символьной записи уравнений (знак тождественного равенства)
@	Вставка двумерного графика

Работа с графиками

Для построения графика в *Smath Studio* используют кнопки пункт меню *Вставка – График – Двумерный / Трехмерный*.

Двумерные графики строятся по переменной x , а трехмерные – по переменным x, y .

В появившемся окне под шаблоном для графика указываем функцию, для которой строится график. Если необходимо построить несколько графиков, то имена соответствующих функций объединяют фигурной скобкой, выбрав ее на ПИ «Функции». Предварительно нужно определить эти функции. Также возможна запись формулы непосредственно на графике. Например (рис. А.3).

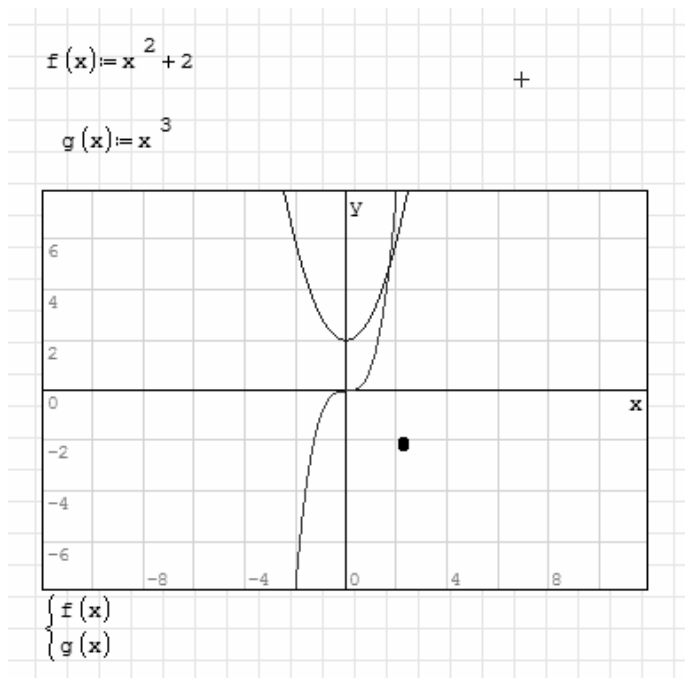


Рисунок А.3

Для редактирования графиков используют ПИ «График» (рис. А.4).

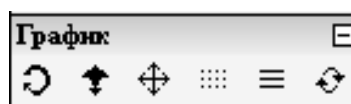


Рисунок А.4

Показанные на рисунке символы, означают в указанной последовательности»: вращение; масштабирование; перемещение; отрисовка графика точками; отрисовка графика линиями, обновление графика.

Единицы измерения и автоматическая помощь ввода

Если на свободном поле набрать первую букву нужной команды, например, «s», то ниже откроется список со всеми функциям / единицами измерения на букву «s» (sin, sign и т. п.) (рис. А.5).

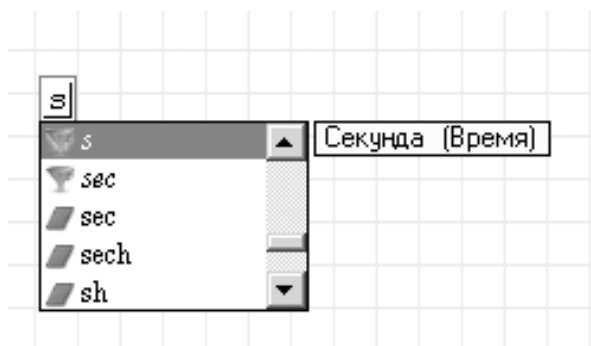


Рисунок А.5

Теперь, если два раза кликнуть мышкой на выбранный пункт в списке, то выбранная функция/единица измерения вставиться в документ.

В *Smath Studio* можно выполнять расчеты с указанием единиц измерения. Полный перечень находится в меню *Вставка – Единица измерения* (рис. А.6).

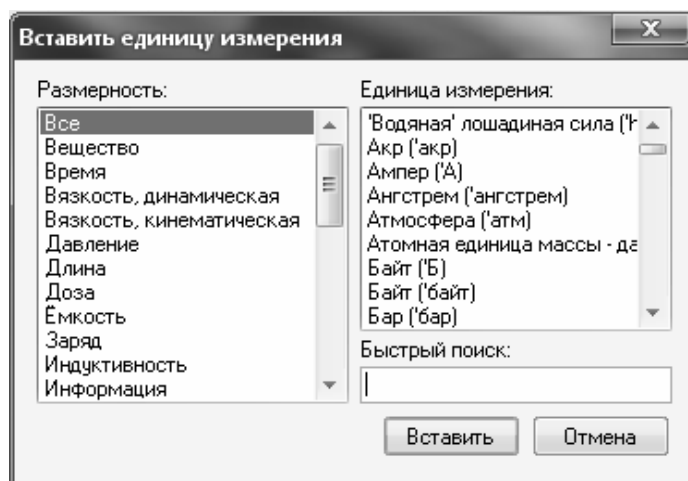
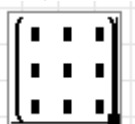


Рисунок А.6

Работа с матрицами

Матрица – это прямоугольный набор элементов, который может содержать числа (целые, вещественные, комплексные), строковые значения, другие матрицы. Создать матрицу можно несколькими способами:

а) при помощи команды *mat()* или кнопки  с ПИ «Матрицы». В появившемся диалоговом окне задаются количества строк и столбцов, результате проделанных действий получится пустая матрица:



б) командой *matrix(arg1, arg2)*, где *arg1* – число строк, *arg2* – число столбцов. Так, *matrix(10, 20)* создаст матрицу, заполненную нулями, состоящую из 10 строк и 20 столбцов (рис. А.7).

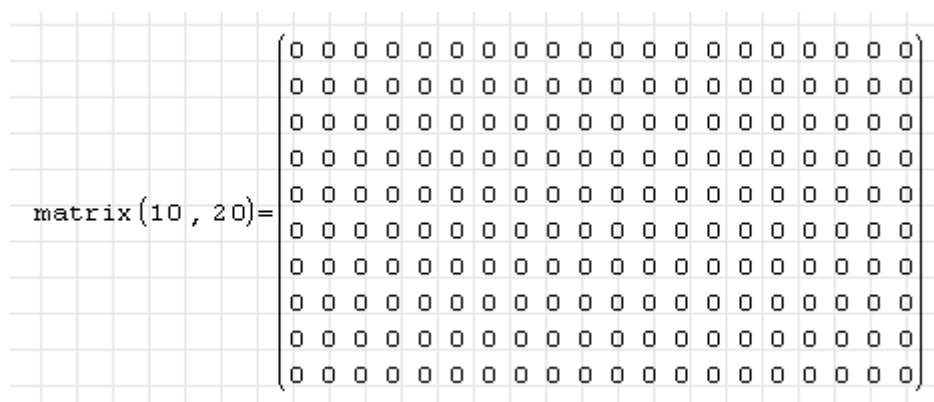


Рисунок А.7

Операторы работы с матрицами находятся на ПИ «Матрицы» (рис. А.8).

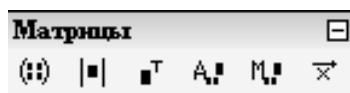


Рисунок А.8

Показанные на рисунке символы, означают в указанной последовательности»: вставка матрицы; нахождение определителя матрицы; транспонирование матрицы; алгебраическое дополнение; минор; векторное умножение.

В *Smath Studio* можно использовать матрицы как массив для хранения элементов. Некоторые команды, которые рассматривают матрицы как массив элементов, приведены в таблице А.2.

Таблица А.2

Команда	Описание
max	Находит максимальное значение в матрице, т. е. эта команда применительно к матрице $\begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \\ 31 & 32 & 33 \end{pmatrix}$ вернет число 33.
min	Находит минимальное значение в матрице, т. е. эта команда применительно к матрице $\begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \\ 31 & 32 & 33 \end{pmatrix}$ вернет число 11.
cols	Возвращает количество столбцов в матрице. Применительно к матрице $\begin{pmatrix} 11 \\ 21 \\ 31 \end{pmatrix}$ вернет 1. а к матрице $\begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \\ 31 & 32 & 33 \end{pmatrix}$ вернет 3
rows	Возвращает количество строк в матрице, применительно к матрице. К примеру, для матрицы $\begin{pmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \\ 31 & 32 & 33 \end{pmatrix}$ вернет 3.

Некоторые команды, которые позволяют упорядочить/отсортировать элементы матрицы/массива по порядку (по возрастанию), приведены в таблице А.3.

Таблица А.3

Команда	Описание
sort	Команда применима только к векторам, она сортирует элементы вектора в порядке возрастания. Например: $\text{sort} \left(\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$
csort	Команда позволяет отсортировать всю матрицу по элементам выбранного столбца. Т. е. матрица сортируется по строчкам согласно возрастанию элементов указанного столбца. Например, сортируем матрицу по 1-му столбцу: $\text{csort} \left(\begin{pmatrix} 3 & 0 & -5 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, 1 \right) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$
rsort	Команда позволяет отсортировать всю матрицу по элементам выбранной строки. Т. е. матрица сортируется по столбцам согласно возрастанию элементов указанной строки. Например, сортируем матрицу по 1-й строке: $\text{rsort} \left(\begin{pmatrix} 3 & 0 & -5 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, 1 \right) = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

Некоторые команды, которые позволяют объединять матрицы, приведены в таблице А.4.

Таблица А.4

Команда	Описание
augment	Команда позволяет объединять матрицы по столбцам. $\text{augment} \left(\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 & -5 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 & -5 \\ -2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ - Важно: можно объединить матрицы только с одинаковым числом строк! - Команда позволяет объединить несколько матриц, все они отделяются между собой запятыми. - Возможно использовать такую конструкцию: $A := \text{augment}(A, B)$, где матрица A должна быть определена перед первым использованием этой конструкции, она позволяет прибавлять к матрице A ее же значение плюс матрицу B. Этот прием используется в основном в циклических конструкциях.

Продолжение таблицы А.4

stack	Команда позволяет объединять матрицы по строкам $\text{stack}\left(\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 0 & -5 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & -5 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ - Важно: можно объединить матрицы только с одинаковым числом столбцов! - Команда позволяет объединить за раз несколько матриц, все они отделяются между собой запятыми. Возможно использовать такую конструкцию: A:=stack(A, B), где матрица A должна быть определена перед первым использованием этой конструкции, она позволяет прибавлять к матрице A ее же значение плюс матрицу B. Этот прием используется в основном в циклических конструкциях
--------------	---

Некоторые команды, которые служат для разделения матриц, приведены в таблице А.5.

Таблица А.5

Команда	Описание
col	Эта команда позволяет выделить из матрицы любой указанный столбец, например, возьмем 3 столбец из матрицы: $\text{col}\left(\begin{pmatrix} 3 & 0 & -5 & -2 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 3 & 68 \end{pmatrix}, 3\right) = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$
row	Эта команда позволяет выделить из матрицы любую указанную строчку, например: $\text{row}\left(\begin{pmatrix} 3 & 0 & -5 & -2 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 3 & 68 \end{pmatrix}, 2\right) = (1 \ 3 \ 0 \ 0)$
submatrix	Эта команда позволяет выделить из матрицы указанную прямоугольную область, например: $\text{submatrix}\left(\begin{pmatrix} 3 & 0 & -5 & -2 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 3 & 68 \end{pmatrix}, 1, 4, 2, 3\right) = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ Здесь из основной матрицы выделена подматрица, которая включает в себя строки с 1 по 4 и столбцы со 2 по 3 из основной матрицы

Подробнее о работе в *SMath Studio* смотрите в литературе [2, 3].

Приложение Б

Понятие алгоритма. Блок-схема

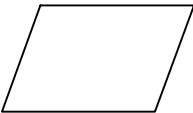
Алгоритм – конечная последовательность предписаний, однозначно определяющая процесс преобразования исходных данных в результат решения задачи.

В процессе разработки алгоритма могут использоваться различные способы его описания. Наиболее распространенные:

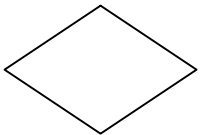
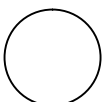
- словесная запись;
- *графические* схемы алгоритмов (блок-схемы);
- псевдокод (формальные алгоритмические языки);
- структурограммы.

Блок-схема – это графическое представление алгоритма, дополненное элементами словесной записи. На блок-схеме каждый пункт алгоритма изображается соответствующей геометрической фигурой. В таблице Б.1 приведены графические элементы, на которых komponуются блок-схемы, их названия и символы.

Таблица Б.1 – Графические элементы блок-схем

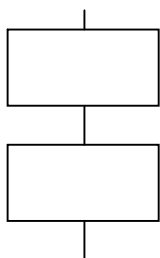
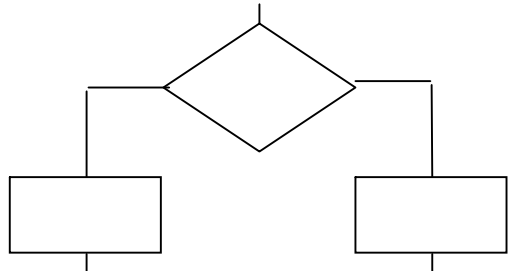
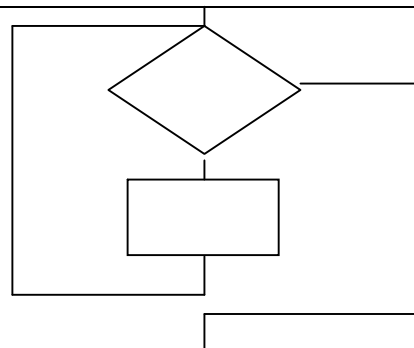
Название блока	Блок	Отображаемая функция
1	2	3
Начало-конец		Начало, конец, вход-выход в программах
Блок ввода-вывода		Ввод данных либо вывод результатов на экран
Блок вывода		Вывод данных на печать
Процесс		Вычисление или последовательность вычислений
Предопределенный процесс		Выполнение подпрограммы

Продолжение таблицы Б.1

1	2	3
Альтернатива		Проверка условий
Модификация		Начало цикла
Соединитель		Разрыв линий потока информации в пределах одной страницы

В таблице Б.2 приведены основные базовые элементарные структуры для составления блок-схем.

Таблица Б.2 – Базовые структуры блок-схем

Название типа структуры	Изображение
Основные	
Последовательность	
Разветвление (выбор)	
Цикл с предусловием	

Название типа структуры	Изображение
Дополнительные	
Выбор варианта	
Сокращенная запись разветвления	
Цикл с параметрами	
Цикл с постусловием	

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Информатика : Базовый курс / С. В. Симонович [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб : Питер, 2006. – 640 с.
2. **Ивашов, А.** Форум проекта SMath / А. Ивашов. – Режим доступа: <http://ru.smath.info/forum/>
3. **Богданов, М.** Неофициальный справочник проекта Smath Studio / М. Богданов. – Режим доступа: <https://sites.google.com/site/mikkhalichlab/home>.

Навчальне видання

ІНФОРМАТИКА
СИСТЕМИ КОМПЬ'ЮТЕРНОЇ
МАТЕМАТИКИ

**Методичні вказівки до лабораторних робіт
для студентів інженерного напрямку навчання**

(Російською мовою)

Укладачі: **ВАСИЛЬЄВА Людмила Володимирівна,**
МАЛИГІНА Світлана Валеріївна,
КЛЬОВАНИК Олена Анатоліївна

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання О. П. Ордіна

117/2013. Формат 60 ? 84/16. Ум. друк. арк. 4,19.
Обл.-вид. арк. 3,07. Тираж прим. Зам. №

Видавець і виготівник
Донбаська державна машинобудівна академія
84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК №1633 від 24.12.2003.