

СОДЕРЖАНИЕ

Общие методические указания	3
Контрольные задания.....	6
Рабочая программа.....	10
Учебные материалы по разделам курса физики.....	17
1. Физические основы механики.....	17
Основные формулы.....	17
Примеры решения задач.....	22
2. Основы молекулярной физики и термодинамики.....	39
Основные формулы	39
Примеры решения задач	46
Задачи для контрольных работ.....	60
3. Электричество	66
Основные формулы	66
Примеры решения задач.....	75
Задачи для контрольных работ	92
4. Магнетизм.....	105
Основные формулы	105
Примеры решения задач.....	112
Задачи для контрольных работ.....	122
5. Физика колебаний и волн.....	133
Основные формулы.....	133
Примеры решения задач.....	140
6. Элементы квантовой механики и атомной физики.....	187
Основные формулы.....	187
Примеры решения задач.....	192
Задачи для контрольных работ.....	194
Список рекомендуемой литературы.....	204
Приложение А. Таблицы физических величин.....	205

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Учебная работа студента-заочника по изучению физики состоит из следующих основных элементов: самостоятельного изучения курса общей физики по учебным пособиям, решения задач, выполнения контрольных и лабораторных работ, сдачи зачетов и экзаменов.

Указания к самостоятельной работе по учебным пособиям

1 Изучать курс систематически в течение всего учебного процесса. Изучение физики в сжатые сроки перед экзаменом не даст глубоких и прочных знаний.

2 Выбрав какое-либо учебное пособие в качестве основного для определенной части курса, придерживаться данного пособия при изучении всей части или, по крайней мере, ее раздела. Замена одного пособия другим в процессе изучения может привести к утрате логической связи между отдельными вопросами. Но если основное пособие не дает полного или ясного ответа на некоторые вопросы программы, необходимо обращаться к другим учебным пособиям.

3 При чтении учебного пособия составлять конспект, в котором записывать законы и формулы, выражающие эти законы, определения физических величин и их единиц, делать чертежи и решать типовые задачи. При решении задач следует пользоваться Международной системой единиц (СИ).

4 Самостоятельную работу по изучению физики подвергать систематическому контролю. Для этого после изучения очередного раздела следует ставить вопросы и отвечать на них. При этом надо использовать рабочую программу физики.

5 Прослушать курс лекций по физике, организуемый для студентов-заочников. Пользоваться очными консультациями преподавателей, а также задавать вопросы в письменном виде.

Указания к решению задач

1 Указать основные законы и формулы, на которых базируется решение, и дать словесную формулировку этих законов, разъяснить буквенные обозначения формул. Если при решении задач применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физической закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.

2 Дать чертеж, поясняющий содержание задачи (в тех случаях, когда это возможно); выполнять его надо аккуратно, с помощью чертежных принадлежностей.

3 Сопровождать решение задачи краткими, но исчерпывающими пояснениями.

4 Получить решение задачи в общем виде, т. е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи. При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

5 Подставить в правую часть полученной рабочей формулы вместо символов величин обозначения единиц, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица соответствует искомой величине

6 Подставить в рабочую формулу числовые значения величин, выраженные в единицах одной системы. Несоблюдение этого правила приводит к неверному результату. Исключение из этого правила допускается лишь для тех однородных величин, которые входят в виде сомножителей в числитель и знаменатель формулы с одинаковыми показателями степени. Такие величины необязательно выражать в единицах той системы, в которой ведется решение задачи. Их можно выразить в любых, но только одинаковых единицах.

7 Произвести вычисление величин, подставленных в формулу, руководствуясь правилами приближенных вычислений, записать в ответе числовое значение и сокращенное наименование единицы искомой величины.

8 При подстановке в рабочую формулу, а также при записи ответа числовые значения величин записать как произведение десятичной дроби с

одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3,52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1,29 \cdot 10^{-3}$ и т. д.

9 Оценить, где это целесообразно, правдоподобность численного ответа. В ряде случаев такая оценка поможет обнаружить ошибочность полученного результата. Например, коэффициент полезного действия тепловой машины не может быть больше единицы, электрический заряд не может быть меньше элементарного заряда $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл, скорость тела не может быть больше скорости света в вакууме и т. д.

Указания к выполнению и оформлению контрольных работ

К выполнению контрольных работ по каждому разделу физики студент-заочник приступает только после изучения материала, соответствующего данному разделу программы, внимательного ознакомления с примерами, помещенными в данном пособии, а также после решения задач, предназначенных для самостоятельного решения.

При выполнении контрольных работ студенту необходимо руководствоваться следующим:

1 Контрольные работы выполняются чернилами в обычной школьной тетради, на обложке которой приводятся сведения по следующему образцу:

Контрольная работа № 1
по физике
студента заочного факультета ДГМА
Андреева И. П.
Шифр 257320
Адрес: г. Дружковка, ул. Садовая, 4, кв. 1

2 Условия задач в контрольной работе переписываются полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставляются поля.

3 В конце контрольной работы указывается, каким учебником или учебными пособиями студент пользовался при изучении физики (название учебника, автор, год издания). Это делается для того, чтобы рецензент в

случае необходимости мог указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

4 На рецензию следует высылать не более одной работы. Во избежание одних и тех же ошибок очередную работу следует высылать только после получения рецензии на предыдущую.

5 Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными.

6 В контрольной работе студент должен решить все задачи заданного варианта, номера задач которого определяются по таблицам вариантов.

7 Зачтенные контрольные работы предъявляются экзаменатору. Студент должен быть готов во время экзамена дать пояснения по существу решения задач, входящих в контрольные работы.

Контрольные работы выполняются в соответствии с программой обучения согласно варианту заданий, указанных в таблицах.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 1

Таблица 1 – Варианты заданий для специальностей, учебными планами которых предусмотрено три контрольные работы

Вариант	Номера задач									
1	1.01	1.21	1.41	1.51	2.11	2.41	3.01	3.21	3.41	3.61
2	1.02	1.22	1.42	1.52	2.12	2.42	3.02	3.22	3.42	3.62
3	1.03	1.23	1.43	1.53	2.13	2.43	3.03	3.23	3.43	3.63
4	1.04	1.24	1.44	1.54	2.14	2.44	3.04	3.24	3.44	3.64
5	1.05	1.25	1.45	1.55	2.15	2.45	3.05	3.25	3.45	3.65
6	1.06	1.26	1.46	1.56	2.16	2.46	3.06	3.26	3.46	3.66
7	1.07	1.27	1.47	1.57	2.17	2.47	3.07	3.27	3.47	3.67
8	1.08	1.28	1.48	1.58	2.18	2.48	3.08	3.28	3.48	3.68
9	1.09	1.29	1.49	1.59	2.19	2.49	3.09	3.29	3.49	3.69
0	1.10	1.30	1.50	1.60	2.20	2.50	3.10	3.30	3.50	3.70

Таблица 2 – Варианты заданий для специальностей, учебными планами которых предусмотрено четыре контрольные работы

Вариант	Номера задач									
	1	1.01	1.11	1.21	1.31	1.41	1.51	2.01	2.21	2.31
2	1.02	1.12	1.22	1.32	1.42	1.52	2.02	2.22	2.32	2.52
3	1.03	1.13	1.23	1.33	1.43	1.53	2.03	2.23	2.33	2.53
4	1.04	1.14	1.24	1.34	1.44	1.54	2.04	2.24	2.34	2.54
5	1.05	1.15	1.25	1.35	1.45	1.55	2.05	2.35	2.35	2.55
6	1.06	1.16	1.26	1.36	1.46	1.56	2.06	2.26	2.36	2.56
7	1.07	1.17	1.27	1.37	1.47	1.57	2.07	2.27	2.37	2.57
8	1.08	1.18	1.28	1.38	1.48	1.58	2.08	2.28	2.38	2.58
9	1.09	1.19	1.29	1.39	1.49	1.59	2.09	2.29	2.39	2.59
0	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60	2.10	2.30	2.40	2.60

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 2

Таблица 3 – Варианты заданий для специальностей, учебными планами которых предусмотрено три контрольные работы

Вариант	Номера задач									
	1	3.71	3.81	4.01	4.21	4.31	4.61	5.01	5.11	5.21
2	3.72	3.82	4.02	4.22	4.32	4.62	5.02	5.12	5.22	5.32
3	3.73	3.83	4.03	4.23	4.33	4.63	5.03	5.13	5.23	5.33
4	3.74	3.84	4.04	4.24	4.34	4.64	5.04	5.14	5.24	5.34
5	3.75	3.85	4.05	4.25	4.35	4.65	5.05	5.15	5.25	5.35
6	3.76	3.86	4.06	4.26	4.36	4.66	5.06	5.16	5.26	5.36
7	3.77	3.87	4.07	4.27	4.37	4.67	5.07	5.17	5.27	5.37
8	3.78	3.88	4.08	4.28	4.38	4.68	5.08	5.18	5.28	5.38
9	3.79	3.89	4.09	4.29	4.39	4.69	5.09	5.19	5.29	5.39
0	3.80	3.90	4.10	4.30	4.40	4.70	5.10	5.20	5.30	5.40

Таблица 4 – Варианты заданий для специальностей, учебными планами которых предусмотрено четыре контрольные работы

Вариант	Номера задач									
	1	3.01	3.21	3.41	3.61	3.81	3.91	4.01	4.21	4.51
2	3.02	3.22	3.4.2	3.62	3.82	3.92	4.02	4.22	4.52	4.72
3	3.03	3.23	3.43	3.63	3.83	3.93	4.03	4.23	4.53	4.73
4	3.04	3.24	3.44	3.64	3.84	3.94	4.04	4.24	4.54	4.74
5	3.05	3.25	3.4.5	3.65	3.85	3.95	4.05	4.25	4.55	4.75
6	3.06	3.26	3.46	3.66	3.86	3.96	4.06	4.26	4.56	4.76
7	3.07	3.27	3.4.7	3.67	3.87	3.97	4.07	4.27	4.57	4.77
8	3.08	3.28	3.48	3.68	3.88	3.93	4.08	4.28	4.58	4.78
9	3.09	3.29	3.49	3.69	3.89	3.99	4.09	4.29	4.59	4.79
0	3.10	3.30	3.50	3.70	3.90	3.100	4.10	4.30	4.60	4.80

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 3

Таблица 5 – Варианты заданий для специальностей, учебными планами которых предусмотрено три контрольные работы

Вариант	Номера задач									
	1	5.41	5.51	5.71	5.81	5.91	6.01	6.11	6.21	6.31
2	5.42	5.52	5.77	5.82	5.92	6.02	6.12	6.22	6.32	6.42
3	5.43	5.53	5.73	5.83	5.93	6.03	6.13	6.23	6.33	6.43
4	5.44	5.64	5.74	5.84	5.94	6.04	6.14	6.24	6.34	6.44
5	5.45	5.65	5.75	5.85	5.95	6.05	6.15	6.25	6.35	6.45
6	5.46	5.66	5.76	5.86	5.96	6.06	6.16	6.26	6.36	6.46
7	5.47	5.67	5.77	5.87	5.97	6.07	6.17	6.27	6.37	6.47
8	5.48	5.68	5.78	5.88	5.98	6.08	6.18	6.28	6.38	6.48
9	5.49	5.69	5.79	5.89	5.99	6.09	6.19	6.29	6.39	6.49
10	5.50	5.70	5.80	5.90	5.100	6.10	6.20	6.30	6.40	6.50

Таблица 6 – Варианты заданий для специальностей, учебными планами которых предусмотрено четыре контрольные работы

Вариант	Номера задач							
1	5.01	5.11	5.21	5.31	5.41	5.51	5.61	5.71
2	5.02	5.12	5.22	5.32	5.42	5.52	5.62	5.72
3	5.03	5.13	5.23	5.33	5.43	5.53	5.63	5.73
4	5.04	5.14	5.24	5.34	5.44	5.54	5.64	5.74
5	5.05	5.15	5.25	5.35	5.45	5.55	5.65	5.75
6	5.06	5.16	5.26	5.36	5.46	5.56	5.66	5.76
7	5.07	5.17	5.27	5.37	5.47	5.57	5.67	5.77
8	5.08	5.18	5.28	5.38	5.48	5.58	5.68	5.78
9	5.09	5.19	5.29	5.39	5.49	5.59	5.69	5.79
0	5.10	5.20	5.30	5.40	5.50	5.60	5.70	5.80

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 4

Таблица 7 -- Варианты заданий для специальностей, учебными планами которых предусмотрено четыре контрольные работы

Вариант	Номера задач							
1	5.81	5.91	6.01	6.11	6.21	6.31	6.41	6.51
2	5.82	5.92	6.02	6.12	6.22	6.32	6.42	6.52
3	5.83	5.93	6.03	6.13	6.23	6.33	6.43	6.53
4	5.84	5.94	6.04	6.14	6.24	6.34	6.44	6.54
5	5.85	5.95	6.05	6.15	6.25	6.35	6.45	6.55
6	5.86	5.96	6.06	6.16	6.26	6.36	6.46	6.56
7	5.87	5.97	6.07	6.17	6.27	6.37	6.47	6.57
8	5.88	5.98	6.08	6.18	6.28	6.38	6.48	6.58
9	5.89	5.99	6.09	6.19	6.29	6.39	6.49	6.59
0	5.90	5.100	6.10	6.20	6.30	6.40	6.50	6.60

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Введение

Предмет физики. Связь физики с другими науками.

1 Физические основы механики

1.1 Элементы кинематики

Механическое движение. Системы отсчета. Материальная точка. Траектория. Перемещение и путь. Скорость и ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорения. Движение материальной точки по окружности. Связь между линейными и угловыми характеристиками движения.

1.2 Динамика материальной точки

Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Взаимодействие тел. Сила, масса. Второй закон Ньютона. Импульс тела (количество движения). Третий закон Ньютона. Изолированная система материальных тел. Закон сохранения импульса.

Преобразования Галилея. Механический принцип относительности. Границы применимости классической механики.

Виды сил в механике. Силы упругости. Силы трения. Силы тяготения. Центральные силы. Понятие о поле сил. Гравитационное поле и его напряженность. Поле силы тяжести вблизи Земли.

Понятие об неинерциальных системах отсчета. Работа. Работа переменной силы. Мощность. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Связь между силой и потенциальной энергией. Энергия упруго деформированного тела. Потенциал гравитационного поля и его градиент. Кинетическая энергия. Полная механическая энергия системы тел. Закон сохранения энергии в механике. Условия равновесия системы.

1.3 Динамика твердого тела

Понятие абсолютно твердого тела. Поступательное и вращательное движение тела. Число степеней свободы. Центр инерции (масс) твердого

тела. Момент силы. Момент инерции. Основной закон динамики вращательного движения. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

2 Основы молекулярной физики и термодинамики

2.1 Термодинамические системы. Идеальный газ

Молекулярно-кинетический и термодинамический методы изучения макроскопических явлений. Тепловое движение молекул. Броуновское движение. Взаимодействие молекул. Состояние системы. Параметры состояния. Равновесное и неравновесное состояния. Равновесный и неравновесный процессы. Работа, совершаемая газом при изменении объема. Внутренняя энергия. Уравнение состояния идеального газа.

2.2 Физические основы молекулярной физики

Идеальный газ как молекулярно-кинетическая модель реальных газов. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов. Средняя кинетическая энергия поступательного движения одноатомной молекулы и ее связь с температурой. Число степеней свободы и средняя энергия многоатомной молекулы. Внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа. Распределение молекул газа по скоростям. Функция распределения. Распределение Максвелла. Вероятностный характер закона распределения. График распределения Максвелла. Наиболее вероятная средняя арифметическая и средняя квадратичная скорости молекул. Распределение Больцмана. Распределение Максвелла.

2.3 Основы термодинамики

Метод термодинамики. Основные законы термодинамики. Первое начало термодинамики. Изопроцессы. Работа газа при различных процессах. Второе начало термодинамики. Тепловой двигатель. Круговые процессы. Цикл Карно, КПД цикла Карно.

3 Электричество

3.1 Электрическое поле в вакууме

Электрические свойства тел. Элементарный заряд. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Электрическая постоянная. Электрическое поле. Напряженность поля. Принцип суперпозиции полей. Силовые линии поля. Поток вектора напряженности. Теорема Остроградского–Гаусса. Вычисление напряженности поля различных заряженных тел.

Работа сил электрического поля при перемещении зарядов. Циркуляция вектора напряженности. Потенциал. Связь между напряженностью электрического поля и потенциалом. Потенциал поля точечного заряда. Электрическое поле внутри заряженного проводника. Распределение зарядов в проводниках.

3.2 Проводники в электрическом поле. Энергия электрического поля

Проводники в электрическом поле. Емкость проводников. Конденсаторы. Соединение конденсаторов. Энергия системы зарядов. Энергия заряженного проводника. Энергия заряженного конденсатора. Энергия электростатического поля. Объемная плотность энергии.

3.3 Электрическое поле в диэлектриках.

Свободные и связанные заряды. Электрический диполь. Электрический момент диполя. Диполь в однородном электрическом поле. Полярные и неполярные молекулы. Поляризация диэлектриков. Поляризованность (вектор поляризации). Электрическое смещение.

3.4 Постоянный электрический ток

Электрический ток. Сила тока. Плотность тока. Закон Ома для участка цепи. Сопротивление проводников. Источники тока. Электродвижущая сила (ЭДС). Закон Ома для полной цепи. Закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС. Разветвленные цепи. Законы Кирхгофа. Работа и мощность тока. Закон Джоуля–Ленца.

3.5 Классическая теория электропроводности металлов.

Элементарная классическая теория электропроводности металлов. Объяснение закона Ома и Джоуля–Ленца на основе этой теории. Границы применимости закона Ома.

4 Магнетизм

4.1 Магнитное поле в вакууме

Магнитное взаимодействие токов. Магнитное поле. Закон Ампера. Магнитная индукция. Силовые линии магнитного поля. Магнитная постоянная. Магнитное поле движущихся зарядов. Сила Лоренца.

4.2 Магнитное поле постоянных токов

Закон Био–Савара–Лапласа для элемента тока. Поле прямолинейного и кругового токов. Магнитный момент кругового тока. Циркуляция вектора магнитной индукции. Магнитное поле соленоида. Магнитный поток. Работа перемещения контура с током в магнитном поле.

4.3 Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях

Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле. Эффект Холла. Отклонение движущихся заряженных частиц электрическим и магнитным полями.

4.4 Магнитное поле в веществе

Взаимодействие магнитного поля с веществом. Понятие об элементарных токах. Элементарный ток в магнитном поле. Намагничивание вещества. Намагниченность. Магнитная восприимчивость. Магнитная проницаемость. Напряженность магнитного поля. Деление веществ на диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики. Диамагнетизм. Парамагнетизм. Зависимость магнитной восприимчивости от температуры. Ферромагнетизм.

4.5 Электромагнитная индукция

Возникновение электрического поля при изменении магнитного поля. Индукционный ток. Правило Ленца. ЭДС индукции. Закон

электромагнитной индукции Фарадея. Явление самоиндукции. Индуктивность. Энергия магнитного поля соленоида. Плотность энергии магнитного поля. Взаимная индукция.

4.6 Уравнения Максвелла

Основные экспериментальные соотношения, используемые при написании уравнений Максвелла. Уравнение Максвелла для стационарных полей. Обобщение закона электромагнитной индукции Фарадея. Ток смещения. Система уравнений Максвелла в интегральной форме для произвольных полей.

5 Физика колебаний и волн

5.1 Механические колебания

Периодические движения. Колебательные процессы. Гармонические колебания. Основные характеристики колебательного движения: амплитуда, фаза, частота, период. Уравнение гармонических колебаний. Сложение одинаково направленных колебаний. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний. Динамика гармонических колебаний. Свободные колебания. Квазиупругие силы. Математический и физический маятники. Кинетическая, потенциальная и полная энергия гармонического колебания. Гармонический осциллятор. Затухающие колебания. Вынужденные колебания. Резонанс.

5.2 Электромагнитные колебания

Переменный ток. Индуктивность и емкость в цепи переменного тока. Колебательный контур. Основное уравнение колебательного контура. Собственные колебания контура. Формула Томсона. Реактивное сопротивление в цепи переменного тока. Затухающие колебания. Уравнение для затухающих колебаний.

5.3 Волновое движение

Образование волн. Продольные и поперечные волны. Волновая поверхность и фронт волны. Принцип Гюйгенса. Уравнение плоской волны. Длина волны. Принцип суперпозиции. Когерентные источники

волны. Интерференция волн. Стоячие волны. Понятие о дифракции волн. Энергия волны. Вектор Умова.

5.4 Электромагнитные волны

Волновое уравнение. Плоская электромагнитная волна. Скорость распространения электромагнитных волн. Энергия и импульс электромагнитного поля. Вектор Умова–Пойнтинга. Экспериментальное исследование электромагнитных волн.

5.5 Элементы волновой теории света

Электромагнитная природа света. Когерентность и монохроматичность световых волн. Способы получения когерентных источников. Оптическая длина пути и оптическая разность хода лучей. Интерференция световых волн. Интерференция в тонких пленках.

Дифракция световых волн. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Дифракция Френеля и дифракция Фраунгофера. Дифракция от щели. Дифракционная решетка. Дифракция рентгеновских лучей на кристаллах.

Естественный и поляризованный свет. Закон Малюса. Поляризация света при отражении и преломлении. Двойное лучепреломление. Поляризация света при двойном лучепреломлении. Методы получения линейно-поляризованного света. Вращение плоскости поляризации.

6 Элементы квантовой, атомной и ядерной физики

6.1 Тепловое излучение

Тепловое равновесное излучение. Абсолютно черное тело. Закон Кирхгофа. Закон Стефана—Больцмана. Закон смещения Вина. Распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела. Гипотеза Планка о квантовом характере излучения. Формула Планка.

6.2 Квантовая природа света

Фотоэлектрический эффект. Основные законы фотоэффекта. Корпускулярные свойства излучения. Фотоны. Энергия, импульс, масса

фотона. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Опыты Лебедева. Давление света. Эксперименты по рассеянию рентгеновских излучений веществом. Эффект Комптона. Опыт Боте.

6.1.Строение атома. Теория Бора

Опыты Резерфорда по рассеиванию частиц. Модель атома по Резерфорду. Следствия из модели Резерфорда. Спектры излучения атомов и их количественное описание. Модель атома Бора. Постулаты Бора. Теория водородоподобного атома Бора. Опыт Франка и Герца.

6.2. Элементы квантовой механики

Гипотеза де Бройля. Опыты Дэвиссона и Джермера. Формула де Бройля для свободной частицы. Границы применимости классической механики. Соотношение неопределенностей. Применение соотношения неопределенностей к решению квантово-механических задач. Уравнение Шредингера для стационарных состояний. Решение уравнения Шредингера для случая частицы в бесконечно глубокой «потенциальной яме». Энергетический спектр частицы в «потенциальной яме». Уравнение Шредингера для атома водорода.

6.3. Спин электрона. Магнитные свойства атома

Тонкая структура спектров щелочных металлов. Опыты Штерна и Герлаха. Понятие о спине электрона. Полный момент импульса электрона в атоме. Полный магнитный момент атома. Принцип Паули. Распределение электронов в атоме.

6.4 Диэлектрики и металлы

Изоляторы, проводники и полупроводники. Свойства диэлектриков с точки зрения зонной теории. Квантовая теория электропроводности, теплопроводности, контактных явлений.

6.5. Полупроводники

Основные особенности структуры энергетических зон в полупроводниках. Собственная электронная и дырочная проводимости. Доноры и акцепторы. Примесная проводимость. Контакт двух

полупроводников различных типов (р-n–переходы). Полупроводниковые диоды и триоды. Действие света на полупроводники.

6.6. Строение и свойства атомных ядер

Состав ядра: протоны и нейтроны. Основные характеристики нуклонов и ядер. Изотопы. Понятие о ядерных силах. Масса и энергия связи в ядре. Средняя энергия нуклонов и ее зависимости от массового числа. Неустойчивость тяжелых ядер по отношению к некоторым типам распада.

6.7. Радиоактивность. Ядерные реакции

Сущность явления радиоактивности. Закон радиоактивного распада. Период полураспада. Типы радиоактивного распада. Основные характеристики α - β -распадов. Спектр β -частиц. Нейтрино. Гамма-излучение радиоактивных ядер. Понятие о ядерных реакциях. Законы сохранения в ядерных реакциях. Деление тяжелых ядер.

УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА ФИЗИКИ

1 Физические основы классической механики

Основные формулы

Кинематическое уравнение движения материальной точки (центра масс твердого тела) вдоль оси X :

$$x=f(t),$$

где $f(t)$ — некоторая функция времени.

Скорость материальной точки вдоль оси X

$$v_x = \frac{dX}{dt}.$$

Средняя скорость движения материальной точки вдоль оси X

$$\langle v_x \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

Средняя путевая скорость

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

где Δs – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt .

Путь Δs , в отличие от разности координат $\Delta x = x_2 - x_1$, не может убывать и принимать отрицательные значения, т. е. $\Delta s > 0$.

Ускорение материальной точки

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Ускорение материальной точки вдоль оси X

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}.$$

Величина среднего ускорения

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Кинематическое уравнение движения материальной точки по окружности

$$\varphi = f(t), \quad r = R = \text{const.}$$

Угловая скорость

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Угловое ускорение

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}.$$

Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение точки по окружности:

$$v = \omega R, \quad a_{\tau} = \varepsilon R, \quad a_n = \omega^2 R,$$

где v — линейная скорость;

a_{τ} и a_n — тангенциальное и нормальное ускорения;

ω — угловая скорость;

ε — угловое ускорение;

R — радиус окружности.

Полное ускорение

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2} \quad \text{или} \quad a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Угол между полным a и нормальным a_n ускорениями

$$a = \arccos(a_n/a).$$

Импульс материальной точки массой m , движущейся поступательно со скоростью \vec{v} ,

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Второй закон Ньютона

$$\vec{\mathbf{F}} = \frac{d \vec{\mathbf{p}}}{dt},$$

где $\vec{\mathbf{F}}$ – равнодействующая сил, действующих на тело.

Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости:

$$F = -kx,$$

где k – коэффициент упругости (в случае пружины — коэффициент жесткости);

x — абсолютная деформация;

б) сила тяжести

$$\vec{\mathbf{P}} = m\vec{\mathbf{g}};$$

в) сила гравитационного взаимодействия

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G — гравитационная постоянная;

m_1 и m_2 — массы взаимодействующих тел;

r — расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки).

В случае гравитационного взаимодействия силу можно выразить также через напряженность \mathbf{G} гравитационного поля:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{G};$$

г) сила трения (скольжения):

$$F = \mu N,$$

где μ — коэффициент трения;

N — сила нормального давления.

Закон сохранения импульса

$$\sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i = \text{const}$$

или для двух тел ($i = 2$):

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2,$$

где \vec{v}_1 и \vec{v}_2 — векторы скоростей тел, взаимодействующих в момент времени, принятый за начальный;

\vec{u}_1 и \vec{u}_2 — векторы скоростей тех же тел в момент времени, принятый за конечный.

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно,

$$T = \frac{mv^2}{2} \text{ или } T = \frac{p^2}{2m}.$$

Потенциальная энергия:

а) упругодеформированной пружины:

$$U = \frac{kx^2}{2},$$

где k — жесткость пружины;

x — абсолютная деформация;

б) гравитационного взаимодействия:

$$\Pi = -G \frac{m_1 m_2}{r},$$

где G — гравитационная постоянная;
 m_1 и m_2 — массы взаимодействующих тел;
 r — расстояние между ними (тела рассматриваются как материальные точки);

в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести:

$$U = mgh,$$

где g — ускорение свободного падения;
 h — высота тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии $h < R$, где R — радиус Земли).

Закон сохранения механической энергии:

$$E = T + U = \text{const.}$$

Работа A , совершаемая внешними силами, определяется как мера изменения энергии системы:

$$A = \Delta E = E_2 - E_1.$$

Основное уравнение динамики вращательного движения относительно неподвижной оси z :

$$M_z = J_z \varepsilon,$$

где M_z — результирующий момент внешних сил относительно оси z , действующих на тело;

ε — угловое ускорение;

J_z — момент инерции тела относительно оси вращения.

Моменты инерции некоторых тел массой m относительно оси z , проходящей через центр масс:

а) стержня длиной l относительно оси, перпендикулярной стержню:

$$J_z = \frac{ml^2}{12};$$

б) обруча (тонкостенного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (совпадающей с осью цилиндра):

$$J_z = mR^2,$$

где R — радиус обруча (цилиндра);

в) диска радиусом R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска:

$$J_z = \frac{1}{2}mR^2.$$

Момент импульса тела, вращающегося относительно неподвижной оси,

$$L_z = J\omega,$$

где ω — угловая скорость тела;

J — момент инерции тела относительно оси вращения.

Закон сохранения момента импульса системы тел, вращающихся вокруг неподвижной оси:

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2,$$

где J_1 , ω_1 и J_2 , ω_2 — моменты инерции тел системы и соответствующие им угловые скорости вращения в моменты времени, принятые за начальный и конечный.

Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси z :

$$T = \frac{1}{2}J_z\omega^2 \quad \text{или} \quad T = \frac{L_z^2}{2J}.$$

Примеры решения задач

Пример 1.1. Уравнение движения материальной точки вдоль оси имеет вид $x=A+Bt+Ct^3$, где $A=2$ м, $B=1$ м/с, $C=-0,5$ м/с³. Найти координату x и ускорение a точки в момент времени $t=2$ с.

Решение. Координату x найдём, подставив в уравнение движения числовые значения коэффициентов A , B , C и времени t :

$$x=(2+1\cdot 2-0,5\cdot 2^3)\text{ м} = 0.$$

Мгновенная скорость есть первая производная от координаты по времени:

$$v=\frac{dx}{dt}=B+3Ct^2.$$

Ускорение точки найдём, взяв первую производную от скорости по времени:

$$a=\frac{dv}{dt}=6Ct.$$

Произведем вычисления скорости и ускорения в момент времени $t=2$ с:

$$v=(1-3\cdot 0,5\cdot 2^2)\text{ м/с} = -5\text{ м/с},$$
$$a=6(-0,5)\cdot 2\text{ м/с}^2 = -6\text{ м/с}^2.$$

Ответ: $v_x = -5$ м/с, $a = -6$ м/с².

Пример 1.2. Тело вращается вокруг своей оси по закону $\varphi = A+Bt+Ct^2$, где $A=10$ рад, $B=20$ рад/с, $C=-2$ рад/с². Найти полное ускорение точки, находящейся на расстоянии $r=0,1$ м от оси вращения, для момента времени $t=4$ с.

Решение. Полное ускорение a точки, движущейся по кривой линии, может быть найдено как геометрическая сумма тангенциального ускорения a_τ направленного по касательной к траектории, и нормального ускорения a_n , направленного к центру кривизны траектории:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Так как векторы \vec{a}_τ, \vec{a}_n взаимно перпендикулярны, то модуль ускорения равен

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (1)$$

Тангенциальное и нормальное ускорения точки вращающегося тела выражаются формулами:

$$a_\tau = \varepsilon r, \quad a_n = \omega^2 r, \quad (2)$$

где ω – угловая скорость тела;
 ε – его угловое ускорение.

Подставляя выражения (2) a_τ и a_n в формулу (1), находим:

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (3)$$

Угловую скорость ω найдём, взяв первую производную угла поворота по времени:

$$\omega = d\varphi / dt = B + 2Ct.$$

В момент времени $t=4c$ угловая скорость равна

$$\omega = [20 + 2(-2)4] \text{ рад/с} = 4 \text{ рад/с}.$$

Угловое ускорение найдём, взяв первую производную от угловой скорости по времени:

$$\varepsilon = d\omega / dt = 2C = -4 \text{ рад} / \text{с}^2.$$

Подставляя значения ω , ε и r в формулу (3), получаем:

$$a = 0,1 \sqrt{(-4)^2 + 4^4} \text{ м} / \tilde{n}^2 = 1,65 \text{ м} / \tilde{n}^2.$$

Ответ: $a = 1,65 \text{ м} / \text{с}$.

Пример 1.3. Маховик, вращавшийся с частотой $n_0 = 10 \text{ с}^{-1}$, при торможении начал вращаться равно замедленно. Когда торможение прекратилось, вращение маховика снова стало равномерным, но уже с частотой $n = 6 \text{ с}^{-1}$. Определить угловое ускорение ε маховика и продолжительность t торможения, если за время равномерного движения маховик сделал $N = 50$ оборотов.

Решение. Угловое ускорение маховика связано с начальной ω_0 и конечной ω угловыми скоростями соотношением

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\varphi, \quad (4)$$

откуда выразим угловое ускорение:

$$\varepsilon = (\omega^2 - \omega_0^2) / (2\varphi). \quad (5)$$

Так как угол поворота связан с числом оборотов соотношением

$$\varphi = 2\pi N, \quad (6)$$

а угловая скорость связана с частотой вращения формулой

$$\omega = 2\pi n, \quad (7)$$

то, подставив в формулу (5) выражения (6) и (7), получим:

$$\varepsilon = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi} = \frac{\pi(n^2 - n_0^2)}{N}. \quad (8)$$

Подставив значения π, n, n_0, N и произведя вычисления, получим:

$$\varepsilon = -4,02 \text{ рад/с}^2.$$

Знак минус указывает на то, что маховик вращался замедленно.

Определим продолжительность торможения, используя формулу, связывающую угол поворота φ со средней угловой скоростью $\langle \omega \rangle$ вращения и временем t :

$$\varphi = \langle \omega \rangle t.$$

По условию задачи угловая скорость линейно зависит от времени, и поэтому можно написать:

$$\langle \omega \rangle = (\omega_0 + \omega) / 2.$$

Тогда

$$\varphi = (\omega_0 + \omega)t / 2 = \pi(n_0 + n)t.$$

Откуда

$$t = \frac{\varphi}{\pi(n_0 + n)} = \frac{2N}{n_0 + n}.$$

Подставив числовые значения и произведя вычисления, найдём:

$$t=6,25 \text{ с.}$$

Ответ: $\varepsilon = -4,02 \text{ рад/с}^2$; $t=6,25 \text{ с.}$

Пример 1.4. Ящик массой $m_1=20 \text{ кг}$ соскальзывает по идеально гладкому лотку длиной $l=2 \text{ м}$ на неподвижную тележку с песком и застревает в нем. Тележка с песком массой $m_2=80 \text{ кг}$ может свободно (без трения) перемещаться по рельсам в горизонтальном направлении. Определить скорость тележки с ящиком, если лоток наклонен под углом $\alpha=30^\circ$ к рельсам.

Решение. Тележку и ящик можно рассмотреть как систему двух неупруго взаимодействующих тел. Но эта система не замкнута, так как сумма внешних сил, действующих на систему (сил тяжести m_1g и m_2g и силы реакции N_2), не равна нулю. Поэтому применить закон сохранения импульса к системе «ящик – тележка» нельзя. Но так как проекция суммы указанных сил на направление оси X , совпадающей с направлением рельсов, равна нулю, то проекцию импульса системы на это направление можно считать постоянной, т.е.

$$P_{1x} + P_{2x} = P'_{1x} + P'_{2x}, \quad (9)$$

где P_{1x} и P_{2x} – проекции импульса ящика и тележки с песком в момент падения ящика на тележку;

P'_{1x} и P'_{2x} – те же величины после падения ящика.

Выразим в равенстве (9) импульсы тел через их массы и скорости, учитывая, что $P_{2x}=0$ (тележка до взаимодействия с ящиком покоилась), а также, что после взаимодействия оба тела системы движутся с одной и той же скоростью u :

$$m_1 v_{1x} = (m_1 + m_2)u,$$

или

$$m_1 v_1 \cos \alpha = (m_1 + m_2)u,$$

где v_1 – скорость ящика перед падением на тележку;

$v_{1x} = v_1 \cos \alpha$ – проекция этой скорости на ось X .

Отсюда выразим искомую скорость:

$$v = \frac{m_1 v_1 \cos \alpha}{m_1 + m_2}. \quad (10)$$

Скорость v_1 определим из закона сохранения энергии:

$$m_1 gh = \frac{m_1 v_1^2}{2},$$

где $h = l \sin \alpha$.

После сокращения на m_1 получим:

$$v_1 = \sqrt{2gl \sin \alpha}.$$

Подставив найденное выражение v_1 в формулу (10), получим:

$$u = \frac{m_1 \sqrt{2gl \sin \alpha}}{m_1 + m_2} \cos \alpha.$$

Подставим сюда числовые значения величин и произведём вычисления:

$$\begin{aligned} u &= \frac{20 \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ}}{20 + 80} \cos 30^\circ \text{ (м/с)} = \\ &= 0,2 \sqrt{19,6} \cdot 0,867 \text{ м/с} = 0,767 \text{ м/с} \end{aligned}$$

Ответ: $u=0,767 \text{ м/с}$.

Пример 1.5. Гиря, положенная на верхний конец пружины, сжимает ее на $x_1 = 2$ мм. На сколько сожмет эту же пружину эта же гиря, упавшая на нее с высоты $h=20$ см со скоростью $1,2$ м/с?

Решение. Рассмотрим систему «Земля – гиря – пружина». Полная механическая энергия этой системы будет сохраняться, так как трение практически не возникает при движении гири и сжатии пружины. За нулевой уровень отсчета высоты выберем самое нижнее положение гири при сжатии пружины. На высоте h система обладает энергией, равной сумме потенциальной и кинетической энергий гири:

$$E_1 = mg(h+x) + \frac{mv^2}{2}. \quad (11)$$

В конечном положении энергия системы равна энергии упругой деформации пружины:

$$E_2 = \frac{kx^2}{2}, \quad (12)$$

где k – коэффициент упругости пружины.

Коэффициент упругости пружины определим из условия:

$$mg = kx_1;$$

$$k = \frac{mg}{x_1}. \quad (13)$$

По закону сохранения механической энергии, с учетом выражений (11), (12) и (13), получим:

$$mg(h+x) + \frac{mv^2}{2} = \frac{kx^2}{2},$$

$$x^2 - 2gx_1x - (2gx_1h + v^2x_1) = 0.$$

Решив уравнение относительно x , получим:

$$x_{1,2} = gx_1 \pm \sqrt{g^2x_1^2 + 2gx_1h + v^2x_1}.$$

Подставим числовые значения в системе СИ и выполним вычисления:

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= 9,8 \cdot 10^{-3} + \sqrt{9,8^2 \cdot 2^2 \cdot 10^{-6} + 2 \cdot 9,8 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2 + 1,2^2 \cdot 10^{-3}} = \\ &= 108 \cdot 10^{-2} \text{ (м)} \end{aligned}$$

Ответ: $x = 10,8 \text{ см}$.

Пример 1.6. Молот массой 5 кг в момент удара по железному изделию, лежащему на наковальне, имеет скорость $v = 4 \text{ м/с}$. Масса наковальни вместе с изделием равна $M = 95 \text{ кг}$. Определить энергию, расходуемую на деформацию изделия, и КПД процесса, считая удар абсолютно неупругим.

Решение. На основании закона сохранения энергии, энергия, затраченная на деформацию изделия, равна изменению механической энергии системы «молот – наковальня» до и после удара:

$$W_{\text{деф}} = \frac{mv^2}{2} - \frac{(M+m) \cdot u^2}{2}, \quad (14)$$

где u – скорость всех тел системы после неупругого удара.

На основании закона сохранения импульса при неупругом ударе имеем:

$$mv = (M + m)u. \quad (15)$$

Выразим скорость после неупругого взаимодействия из равенства (15):

$$u = \frac{m\nu}{M+m}. \quad (16)$$

Подставив в формулу (14) выражение (16), получим выражение для энергии, затраченной на деформацию:

$$W_{\text{деф.}} = \frac{m\nu^2}{2} \cdot \frac{M}{M+m}. \quad (17)$$

Энергия, расходуемая на деформацию изделия, является полезной, энергия молота – полной.

Тогда КПД процесса равен:

$$\eta = \frac{W_{\text{деф.}}}{W} = \frac{\frac{m\nu^2}{2} \cdot \frac{M}{M+m}}{\frac{m\nu^2}{2}} = \frac{M}{M+m}. \quad (18)$$

Подставив числовые значения заданных величин в формулы (17) и (18), получим:

$$W_{\text{деф.}} = \frac{5 \cdot 4^2}{2} \cdot \frac{95}{95+5} = 38 \text{ (Дж)},$$

$$\eta = \frac{95}{95+5} = 0,95.$$

Ответ: $W_{\text{деф.}}=38 \text{ Дж}$, $\eta=95\%$.

Задачи для контрольных работ

1.01. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 4 \text{ м/с}$. Когда оно достигло верхней точки полета, из того же начального пункта, с той же начальной скоростью v_0 , вертикально вверх брошено второе тело. На каком расстоянии h от начального пункта встретятся тела? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.02. Материальная точка движется с ускорением $a = 5 \text{ м/с}^2$. Определить, на сколько путь, пройденный точкой в n -ю секунду, будет больше пути, пройденного в предыдущую секунду. Принять $v_0 = 0$.

1.03. Велосипедист ехал из одного пункта в другой. Первую треть пути он проехал со скоростью $v_1 = 18 \text{ км/ч}$. Далее половину оставшегося времени он ехал со скоростью $v_2 = 22 \text{ км/ч}$, после чего до конечного пункта он шел пешком со скоростью $v_3 = 5 \text{ км/ч}$. Определить среднюю скорость $\langle v \rangle$ велосипедиста.

1.04. Автомобиль, имея скорость 8 м/с , начинает тормозить и останавливается спустя 4 с после начала торможения. Записать зависимость скорости $V_x(t)$ и координаты x от времени, считая, что в начальный момент времени автомобиль находится в начале координат. Найти тормозной путь.

1.05. Зависимость скорости материальной точки от времени задана уравнением $V_x = bt$. Написать зависимость $x(t)$, если в момент начала отсчета времени движущаяся точка находилась в начале координат. Вычислить путь, пройденный материальной точкой за 10 с .

1.06. Движения двух автомобилей заданы уравнениями $x_1 = 0,2 \cdot t^2$ и $x_2 = 45 - 8 \cdot t$. Описать картину движения автомобилей: найти время и место встречи автомобилей, найти координату первого автомобиля в момент времени, когда второй окажется в начале координат.

1.07. Движения материальных точек заданы следующими уравнениями $x_1 = 10t + 0,4t^2$ и $x_2 = 2t - t^2$. Описать картину движения. Для каждого случая написать зависимость $V_x(t)$ и построить графики этих зависимостей.

1.08. Движения двух автомобилей по шоссе заданы уравнениями $x_1 = 2t + 0,2t^2$ и $x_2 = 80 - 4t$. Описать картину движения, найти время и место встречи автомобилей, расстояние между ними через пять секунд после начала движения.

1.09. Точка движется по окружности радиусом $R = 1,2 \text{ м}$. Уравнение движения точки $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 0,5 \text{ рад/с}$; $B = 0,2 \text{ рад/с}^3$. Определить тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения точки в момент времени $t = 4 \text{ с}$.

1.10. Определить скорость v и полное ускорение a точки в момент

времени $t=2$ с, если она движется по окружности радиусом $R=1$ м согласно уравнению $\xi = At+Bt^3$, где $A = 8$ м/с; $B = -1$ м/с²; ξ – криволинейная координата, отсчитанная от некоторой точки, принятой за начальную, вдоль окружности.

1.11. Тело брошено под углом $\alpha=30^\circ$ со скоростью $v_0=30$ м/с. Каковы будут нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения тела через время $t=1$ с после начала движения?

1.12. Определить полное ускорение a в момент $t=3$ с точки, находящейся на ободу колеса радиусом $R = 0,5$ м, вращающегося согласно уравнению $\varphi=At+Bt^3$, где $A=2$ рад/с; $B=0,2$ рад/с³.

1.13. Точка движется по окружности радиусом $R=8$ м. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки $a_n = 4$ м/с², вектор полного ускорения a образует в этот момент с вектором нормального ускорения a_n угол $\alpha=60^\circ$. Найти скорость v и тангенциальное ускорение a_τ точки.

1.14. Точка движется по окружности радиусом $R=30$ см с постоянным угловым ускорением ε . Определить тангенциальное ускорение точки a_τ , если известно, что за время $t=4$ с она совершила три оборота, и в конце третьего оборота ее нормальное ускорение $a_n=2,7$ м/с².

1.15. Колесо вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A+Bt+Ct^2+Dt^3$, где $B = 1$ рад/с, $C=1$ рад/с², $D=2$ рад/с³. Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения нормальное ускорение точек колеса, лежащих на ободу колеса, равно $a_n=3,46 \cdot 10^2$ м/с².

1.16. Диск радиусом $R=0,2$ м вращается согласно уравнению $\varphi=A+Bt+Ct^3$, где $A=3$ рад; $B=-1$ рад/с; $C=0,1$ рад/с³. Определить тангенциальное a_τ , нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска для момента времени $t=10$ с.

1.17. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon=2$ рад/с². Через $t = 0,5$ с после начала движения полное ускорение колеса стало равно $a=13,6$ см/с². Определить радиус колеса.

1.18. Найти угловое ускорение колеса, если известно, что через 2 с после начала равноускоренного движения вектор полного ускорения точки, лежащей на ободу, составляет угол 60° с направлением линейной скорости этой точки.

1.19. Материальная точка движется по окружности, радиус которой 2 м. Зависимость пути, пройденного точкой, от времени задана уравнением $s = t^3 + 4t^2 - t + 8$. Определить среднюю скорость через 3 с после начала движения, а также угловую скорость и ускорение через 5 с.

1.20. Тело движется с ускорением, изменяющимся по закону $a = 5t - 10$. Найти закон изменения скорости и путь, пройденный за 2 с.

1.21. С высоты $h=2$ м на стальную плиту свободно падает шарик массой $m=200$ г и подпрыгивает на высоту $h_1=0,5$ м. Определить импульс p , полученный шариком при ударе.

1.22. При горизонтальном полете со скоростью $v=250$ м/с снаряд массой $m=8$ кг разорвался на две части. Большая часть массой $m_1=6$ кг получила скорость $u_1=400$ м/с в направлении полета снаряда. Определить модуль и направление скорости u_2 меньшей части снаряда.

1.23. С тележки, свободно движущейся по горизонтальному пути со скоростью $v_1=3$ м/с, в сторону, противоположную движению тележки, прыгает человек, после чего скорость тележки изменилась и стала равной $u_1=4$ м/с. Определить горизонтальную составляющую скорости u_{2x} человека при прыжке относительно тележки. Масса тележки $m_1=210$ кг, масса человека $m_2=70$ кг.

1.24. Орудие, жестко закрепленное на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом $\alpha=30^\circ$ к линии горизонта. Определить скорость u_2 отката платформы, если снаряд вылетает со скоростью $u_1=480$ м/с. Масса платформы с орудием и снарядами $m_2=18$ т, масса снаряда $m_1=60$ кг.

1.25. Определить импульс p , полученный стенкой при ударе о нее шарика массой $m=300$ г, если шарик двигался со скоростью $v=8$ м/с под углом $\alpha=60^\circ$ к плоскости стенки. Удар о стенку считать упругим.

1.26. На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса его $m_1=60$ кг, масса доски $m_2=20$ кг. С какой скоростью u (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль нее со скоростью (относительно доски) $v=1$ м/с? Массой колес пренебречь, трение не учитывать.

1.27. Снаряд, летевший со скоростью $v=400$ м/с, разорвался на два

осколка. Меньший осколок, масса которого составляет 40% от массы снаряда, полетел в противоположном направлении со скоростью $u_1=150$ м/с. Определить скорость u_2 большего осколка.

1.28. Шарик массой 100 г свободно упал на горизонтальную площадку, имея в момент удара скорость 10 м/с. Найти изменение импульса шарика при абсолютно неупругом и абсолютно упругом ударах.

1.29. На вагонетку массой 400 кг, движущуюся со скоростью 0,3 м/с, насыпали сверху 200 кг песка. Определить изменение скорости вагонетки.

1.30. По небольшому куску мягкого железа, лежащему на наковальне массой $m_1=300$ кг, ударяет молот массой $m_2=8$ кг. Определить КПД удара η , если удар неупругий. Полезной считать энергию, затраченную на деформацию куска железа.

1.31. Шар массой $m_1=1$ кг движется со скоростью $v_1=4$ м/с и сталкивается с шаром массой $m_2=2$ кг, движущимся навстречу ему со скоростью $v_2=3$ м/с. Каковы скорости u_1 и u_2 шаров после удара? Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

1.32. Шар массой $m_1=3$ кг движется со скоростью $v_1=2$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2=5$ кг. Какая работа будет совершена при деформации шаров? Удар считать абсолютно неупругим, прямым, центральным.

1.33. Определить КПД неупругого удара η бойка массой $m_1=0,5$ т, падающего на сваю массой $m_2=120$ кг. Полезной считать энергию, затраченную на вбивание сваи.

1.34. Шар массой $m_1=4$ кг движется со скоростью $v_1=5$ м/с и сталкивается с шаром массой $m_2=6$ кг, который движется ему навстречу со скоростью $v=2$ м/с. Определить скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

1.35. Вагон массой $m=35$ т движется на упор со скоростью $v=0,2$ м/с. При полном торможении вагона буферные пружины сжимаются на $\Delta l=12$ см. Определить максимальную силу F_{max} сжатия буферных пружин и продолжительность Δt торможения.

1.36. Шар массой $m_1=5$ кг движется со скоростью $v_1=1$ м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой $m_2=2$ кг. Определить скорости u_1 и u_2 шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым,

центральным.

1.37. Определить работу растяжения двух соединенных последовательно пружин жесткостями $k_1=400 \text{ Н/м}$ и $k_2=250 \text{ Н/м}$, если первая пружина при этом растянулась на $\Delta l=2 \text{ см}$.

1.38. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой $m_1=10 \text{ г}$ со скоростью $v=300 \text{ м/с}$. Затвор пистолета массой $m_2=200 \text{ г}$ прижимается к стволу пружиной, жесткость которой $k=25 \text{ кН/м}$. На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? Считать, что пистолет жестко закреплен.

1.39. Пружина жесткостью $k=500 \text{ Н/м}$ сжата силой $F=100 \text{ Н}$. Определить работу A внешней силы, дополнительно сжимающей эту пружину еще на $\Delta x=2 \text{ см}$.

1.40. Две пружины жесткостью $k_1=0,5 \text{ кН/м}$ и $k_2=1 \text{ кН/м}$ скреплены параллельно. Определить потенциальную энергию Π данной системы при абсолютной деформации $\Delta l=4 \text{ см}$.

1.41. Если на верхний конец вертикально расположенной спиральной пружины положить груз, то пружина сожмется на $\Delta l=3 \text{ мм}$. На сколько сожмет пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты $h=8 \text{ см}$?

1.42. С башни высотой $H=2 \text{ м}$ горизонтально брошен камень со скоростью $V_0=15 \text{ м/с}$. Найти кинетическую и потенциальную энергию камня спустя одну секунду после начала движения. Масса камня $m=0,2 \text{ кг}$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

1.43. Определить скорость поступательного движения сплошного цилиндра, скатившегося с наклонной плоскости высотой $h=20 \text{ см}$.

1.44. Тонкостенный цилиндр, масса которого $m=12 \text{ кг}$, а диаметр основания $D=30 \text{ см}$, вращается согласно уравнению $\varphi = A+Bt+Ct^3$, где $A=4 \text{ рад}$; $B=-2 \text{ рад/с}$; $C=0,2 \text{ рад/с}^3$. Определить действующий на цилиндр момент сил M в момент времени $t=3 \text{ с}$.

1.45. На обод маховика диаметром $D=60 \text{ см}$ намотан шнур, к концу которого привязан груз массой $m=2 \text{ кг}$. Определить момент инерции J маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время $t=3 \text{ с}$ приобрел угловую скорость $\omega=9 \text{ рад/с}$.

1.46. Нить с привязанными к ее концам грузами массой $m_1=50 \text{ г}$ и

$m_2=60$ г перекинута через блок диаметром $D=4$ см. Определить момент инерции J блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение $\varepsilon=1,5$ рад/с².

1.47. Стержень вращается вокруг оси, проходящей через его середину согласно уравнению $\varphi=At+Bt^3$, где $A=2$ рад/с, $B=0,2$ рад/с³. Определить вращающий момент M , действующий на стержень через $t=2$ с после начала вращения, если момент инерции стержня $J=0,048$ кг·м².

1.48. По горизонтальной плоской поверхности катится диск со скоростью $v=8$ м/с. Определить коэффициент сопротивления, если диск, будучи предоставленным самому себе, остановился, пройдя путь $s=18$ м.

1.49. Определить момент силы M , который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой $n=12$ с⁻¹, чтобы он остановился в течение времени $\Delta t=8$ с. Диаметр блока $D=30$ см. Массу блока $m=6$ кг считать равномерно распределенной по ободу.

1.50. Блок, имеющий форму диска массой $m=0,4$ кг, вращается под действием силы натяжения нити, к концам которой подвешены грузы массами $m_1=0,3$ кг и $m_2=0,4$ кг. Определить силы T_1 и T_2 натяжения нити по обе стороны блока.

1.51. По касательной к шкиву маховика в виде диска диаметром $D=75$ см и массой $m=40$ кг приложена сила $F=1$ кН. Определить угловое ускорение ε и частоту вращения маховика n через время $t=10$ с после начала действия силы, если радиус r шкива равен 12 см. Силой трения пренебречь.

1.52. На краю платформы в виде диска, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой $n_1=8$ мин⁻¹, стоит человек массой $m_1=70$ кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой $n_2=10$ мин⁻¹. Определить массу m_2 платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

1.53. На краю неподвижной скамьи Жуковского диаметром $D=0,8$ м и массой $m_1=6$ кг стоит человек массой $m_2=60$ кг. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий на него мяч массой $m=0,5$ кг? Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии $r=0,4$ м от оси скамьи. Скорость мяча $v=5$ м/с.

1.54. Человек стоит на скамье Жуковского и держит в руках

стержень вертикально вдоль оси вращения скамьи. Стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамейка неподвижна, колесо вращается с частотой $n_1=15 \text{ с}^{-1}$. С какой угловой скоростью ω_2 будет вращаться скамья, если человек повернет стержень на угол $\varphi=180^\circ$ и колесо окажется на нижнем конце стержня? Суммарный момент инерции человека и скамьи $J=8 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, радиус колеса $R=25 \text{ см}$. Массу $m=2,5 \text{ кг}$ колеса можно считать равномерно распределенной по ободу. Считать, что центр масс человека с колесом находится на оси платформы.

1.55. На скамье Жуковского стоит человек и держит в руках стержень вертикально по оси вращения скамьи. Скамья с человеком вращается с угловой скоростью $\omega_1=4 \text{ рад/с}$. С какой угловой скоростью ω_2 будет вращаться скамья с человеком, если повернуть стержень так, чтобы он занял горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи $J=5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Длина стержня $l=1,8 \text{ м}$, масса $m=6 \text{ кг}$. Считать, что центр масс стержня с человеком находится на оси платформы.

1.56. Платформа в виде диска диаметром $D=3 \text{ м}$ и массой $m_1=180 \text{ кг}$ может вращаться вокруг вертикальной оси. С какой угловой скоростью ω_1 будет вращаться эта платформа, если по ее краю пойдет человек массой $m_2=70 \text{ кг}$ со скоростью $v=1,8 \text{ м/с}$ относительно платформы?

1.57. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол φ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную (на платформе) точку? Масса платформы $m_1=280 \text{ кг}$, масса человека $m_2=80 \text{ кг}$. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

1.58. Шарик массой $m=60 \text{ г}$, привязанный к концу нити длиной $l_1=1,2 \text{ м}$, вращается с частотой $n_1=2 \text{ с}^{-1}$, опираясь на горизонтальную плоскость. Нить укорачивается, приближая шарик к оси вращения до расстояния $l_2=0,6 \text{ м}$. С какой частотой n_2 будет при этом вращаться шарик? Какую работу A совершает внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

1.59. Горизонтальная платформа в виде диска массой $m_1=150 \text{ кг}$

вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через центр платформы, с частотой $n=8 \text{ мин}^{-1}$. Человек массой $m_2=70 \text{ кг}$ стоит при этом на краю платформы. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться платформа, если человек перейдет от края платформы к ее центру? Считать платформу круглым, однородным диском, а человека – материальной точкой.

1.60. На скамье Жуковского сидит человек и держит в вытянутых руках гири массой $m=5 \text{ кг}$ каждая. Расстояние от каждой гири до оси скамьи $l = 65 \text{ см}$. Скамья вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 3,14 \text{ с}^{-1}$. Как изменится угловая скорость скамьи и какую работу совершит человек, если он сожмет руки так, что расстояние от каждой гири до оси уменьшится до $l = 25 \text{ см}$? Момент инерции человека и скамьи относительно оси вращения $J = 2,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$

2 Основы молекулярной физики и термодинамики

Основные формулы

Количество вещества однородного газа (в молях):

$$\nu = \frac{N}{N_A}, \text{ или } \nu = \frac{m}{\mu},$$

где N — число молекул газа;

N_A — число Авогадро;

m — масса газа;

μ — молекулярная масса газа.

Если система представляет смесь нескольких газов, то количество веществ системы

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n = \frac{N_1}{N_A} + \frac{N_2}{N_A} + \dots + \frac{N_n}{N_A}$$

или

$$v = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \dots + \frac{m_n}{\mu_n},$$

где v_i , N_i , m_i , μ_i – соответственно, количество вещества, число молекул, масса, молекулярная масса i -й компоненты смеси.

Уравнение Менделеева–Клапейрона (уравнение состояния идеального газа)

$$pV = \frac{m}{\mu}RT = \nu RT,$$

где m – масса газа;

μ – молекулярная масса газа;

R – универсальная газовая постоянная;

$\nu = m/\mu$ – количество вещества;

T – термодинамическая температура Кельвина.

Опытные газовые законы являются частными случаями уравнения Менделеева–Клапейрона для изопроецсов:

а) закон Бойля-Мариотта (изотермических процессов – $T = const$; $m = const$):

$$pV = const,$$

или для двух состояний газа:

$$p_1V_1 = p_2V_2,$$

где p_1 и V_1 – давление и объём газа в начальном состоянии;

p_2 и V_2 – те же величины в конечном состоянии;

б) закон Гей-Люссака (изобарический процесс – $p = const$, $m = const$):

$$V/T = const,$$

или для двух состояний:

$$V_1/T_1 = V_2/T_2 ,$$

где V_1 и T_1 – объем и температура газа в начальном состоянии;

V_2 и T_2 – те же величины в конечном состоянии;

в) закон Шарля (изохорический процесс – $V=const, m=const$):

$$p/T = const ,$$

или для двух состояний:

$$p_1/T_1 = p_2/T_2 ,$$

где p_1 и T_1 – давления и температура в начальном состоянии;

p_2 и T_2 – те же величины в конечном состоянии;

г) объединенный газовый закон ($m=const$):

$$pV /T = const ,$$

$$p_1V_1/T_1 = p_2V_2/T_2 ,$$

где p_1, V_1, T_1 – давление, объем и температура газа в начальном состоянии;

p_2, V_2, T_2 – те же величины в конечном состоянии.

Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов:

$$p=p_1+p_2+\dots+p_n,$$

где p_i – парциальные давления компонентов смеси;

n – число компонентов смеси.

Молярная масса смеси газов

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{V_1 + V_2 + \dots + V_n},$$

где m_i — масса i -го компонента смеси;

$V_i = m_i / \mu_i$ — количество вещества i -го компонента смеси;

n — число компонентов смеси.

Массовая доля ω_i i -го компонента смеси газа (в долях единицы или процентах)

$$\omega_i = m_i / m,$$

где m — масса смеси.

Концентрация молекул (число молекул в единице объема)

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A}{\mu} \rho,$$

где N — число молекул, содержащихся в данной системе;

ρ — плотность вещества. Формула справедлива не только для газов, но и для любого агрегатного состояния вещества.

Основное уравнение кинетической теории газов:

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_i \rangle,$$

где $\langle \varepsilon_i \rangle$ — средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

где k — постоянная Больцмана.

Средняя полная кинетическая энергия молекулы

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{i}{2} kT ,$$

где i – число степеней свободы молекулы.

Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры:

$$p = nkT .$$

Скорость молекул:

- средняя квадратичная: $\langle v_{KB} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$;
- средняя арифметическая: $\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_1}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$;
- наиболее вероятная: $v = \sqrt{\frac{2kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$,

где m_1 – масса одной молекулы;

μ – молярная масса газа;

R – универсальная газовая постоянная.

Удельная теплоемкость газа при постоянном объеме (c_V) и при постоянном давлении (c_P):

$$c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu}; \quad c_P = \frac{i+2}{2} \frac{R}{\mu}.$$

Связь между удельной (c) и молярной (C) теплоемкостями:

$$c = C/\mu; \quad C = c\mu .$$

Уравнение Роберта Майера:

$$C_p - C_v = R.$$

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT = \frac{m}{\mu} C_v T.$$

Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q – теплота, сообщенная системе (газа);

ΔU – изменение внутренней энергии системы;

A – работа, совершенная системой против внешних сил.

Работа расширения газа

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV ;$$

– при изобарическом процессе $A = p(V_2 - V_1);$

– при изометрическом процессе $A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1} ;$

– при адиабатическом процессе $A = -\Delta U = -\frac{m}{\mu} R \Delta T ,$

или

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right],$$

где $\gamma = C_p/C_v$ – показатель адиабаты.

Уравнения Пуассона, связывающие параметры идеального газа при адиабатическом процессе:

$$pV^\gamma = \text{const};$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1};$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma;$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}};$$

Термический КПД цикла

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 – теплота, полученная рабочим телом от нагревателя;

Q_2 – теплота, переданная рабочим телом охладителю.

Термический КПД цикла Карно:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 и T_2 – термодинамические температуры нагревателя и холодильника.

Примеры решения задач

Пример 2.1. Определите число N молекул, содержащихся в объеме $V=1\text{мм}^3$ воды, и массу m_I молекулы воды. Считая условно, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом, найти диаметр d молекул.

Решение. Число N молекул, содержащихся в некоторой массе m , равно произведению числа Авогадро N_A на количество вещества ν :

$$N = \nu \cdot N_A.$$

Так как количество вещества определяется по формуле

$$\nu = m / \mu,$$

то число молекул равно

$$N = \frac{m}{\mu} N_A.$$

Выразив в этой формуле массу как произведение плотности на объем V , получим:

$$N = \frac{\rho \cdot V}{\mu} N_A. \quad (19)$$

Подставим в формулу (19) следующие значения величин: $\rho=10^3\text{кг/м}^3$ (см. справочную табл. 4); $V = 1 \text{ мм}^3 = 10^{-9} \text{ м}^3$; $\mu=18 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$ (см. справочную табл. 14); $N_A=6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ и, произведя вычисления, получим:

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-9}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ (мол)} = 3,34 \cdot 10^{19} \text{ молекул.}$$

Массу m_1 одной молекулы можно найти, зная молярную массу и число Авогадро:

$$m_1 = \frac{\mu}{N_A}.$$

Подставим сюда числовые значения μ и N , найдем массу молекулы воды:

$$m_1 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} \hat{e} \tilde{a} = 2,99 \cdot 10^{-26} \text{ кг}.$$

Если молекулы воды плотно прилегают друг другу, то можно считать, что на каждую молекулу приходится объем (кубическая ячейка):

$$V_1 = d^3,$$

где d – диаметр молекулы.

Отсюда выразим диаметр молекулы:

$$d = \sqrt[3]{V}. \quad (20)$$

Объем V_1 найдем, разделив молярный объем V_μ на число молекул в одном моле вещества, т. Е. на число Авогадро N_A :

$$V_1 = V_\mu / N_A.$$

Подставим полученное выражение V_1 в формулу (20):

$$d = \sqrt[3]{V_\mu / N_A}.$$

Входящий в эту формулу молярный объем определяется выражением

$$V_\mu = \mu / \rho.$$

Тогда искомый диаметр молекулы равен

$$d = \sqrt[3]{\mu / \rho N_A} . \quad (21)$$

Проверим, дает ли правая часть выражения (21) единицу длины:

$$[d] = \left\{ \frac{[\mu]}{[\rho][N_A]} \right\}^{1/3} = \left\{ \frac{1 \text{ кг/моль}}{1 \text{ кг/м}^3 \cdot 1 \text{ моль}^{-1}} \right\}^{1/3} = 1 \text{ м} .$$

Теперь подставим числовые значения физических величин в формулу (21) и произведем вычисления:

$$d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 6.02 \cdot 10^{23}}} \text{ м} = 3,11 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 311 \text{ нм} .$$

Ответ: $d = 311 \text{ нм}$.

Пример 2.2. В баллоне объемом $V=10 \text{ л}$ находится гелий под давлением $p_1=1 \text{ МПа}$ и при температуре $T_1=300 \text{ К}$. После того как из баллона было взято $m=10 \text{ г}$ гелия, температура в баллоне понизилась до $T_2=290 \text{ К}$. Определите давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Решение. Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева – Клапейрона, применив его к конечному состоянию газа:

$$p_2 V = \frac{m_2}{\mu} R T_2 , \quad (22)$$

где m_2 – масса гелия в баллоне в конечном состоянии;

μ – молярная масса гелия;

R – универсальная газовая постоянная.

Из уравнения (22) выразим искомое давление p_2 :

$$p_2 = \frac{m_2}{\mu} \frac{RT_2}{V}. \quad (23)$$

Массу гелия m_2 выразим через массу m_1 , соответствующую начальному состоянию, и массу m гелия, взятого из баллона:

$$m_2 = m_1 - m. \quad (24)$$

Массу гелия m_1 найдем также из уравнения Менделеева–Клапейрона, применив его к начальному состоянию:

$$m_1 = \frac{\mu p_1 V}{RT_1}. \quad (25)$$

Подставим в выражение (24) массу m_1 из формулы (25), затем – полученное выражение m_2 в формулу (23), найдем:

$$p_2 = \left(\frac{\mu p_1 V}{RT_1} - m \right) \frac{RT_2}{\mu V},$$

или после преобразования и сокращения:

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{\mu} \frac{RT_2}{V}. \quad (26)$$

Левая часть расчетной формулы (26) выражает давление, измеряется в паскалях (*Па*). Проверим размерность правой части. Размерность первого слагаемого не вызывает сомнений, так как отношение температур – величина безразмерная. Размерность второго слагаемого:

$$\frac{\text{кг}}{\text{кг/моль}} \frac{\text{Дж/моль} \cdot \text{К} \cdot \text{К}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}.$$

Что совпадает с размерностью давления.

Убедившись в том, что размерность правой и левой частей формулы (26) одинаковы, выразим величины, входящие в эту формулу, в единицах СИ и произведем вычисления:

$$p_1 = 1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}, m = 10 \text{ г} = 10^{-2} \text{ кг},$$

$$\mu = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}, R = 8,31 \text{ Дж/(моль } K), T_1 = 300 \text{ К},$$

$$T_2 = 290 \text{ К}, V = 10 \text{ л} = 10^{-2} \text{ м}^3,$$

$$p_2 = \left(\frac{290}{300} \cdot 10^6 - \frac{10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31}{10^{-2}} \cdot 290 \right) \text{ Па} = 3,64 \cdot 10^5 \text{ Па} = \\ = 0,364 \text{ МПа}$$

Ответ: $p_2 = 0,364 \text{ МПа}$.

Пример 2.3. Баллон содержит $m_1 = 80 \text{ г}$ кислорода и $m_2 = 320 \text{ г}$ аргона. Давление смеси $p = 1 \text{ МПа}$, температура $T = 300 \text{ К}$. Принимая данные газы за идеальные, определить объем V баллона.

Решение. По закону Дальтона, давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси. Парциальным давлением газа называется давление, которое производил бы этот газ, если бы только он один находился в сосуде, занятом смесью.

По уравнению Менделеева – Клапейрона, парциальное давление кислорода p_1 и аргона p_2 выражается формулами:

$$p_1 = \frac{m_1}{\mu_1} \frac{RT}{V}; \quad p_2 = \frac{m_2}{\mu_2} \frac{RT}{V}.$$

Следовательно, по закону Дальтона, давление смеси газов равно:

$$p = p_1 + p_2 \quad \text{или} \quad p = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) \frac{RT}{V},$$

откуда выразим объем баллона:

$$V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} \right) \frac{RT}{p}. \quad (27)$$

Выразим в единицах СИ числовое значение величин, входящих в эту формулу:

$$m_1 = 80 \text{ г} = 0,08 \text{ кг}, \quad \mu_1 = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}, \quad m_2 = 320 \text{ г} = 0,32 \text{ кг}, \\ \mu_2 = 40 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}, \quad p = 1 \text{ Мпа} = 10^6 \text{ Па}, \quad R = 8,31 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}.$$

Подставим числовое значение в формулу (27) и произведем вычисление:

$$V = \left(\frac{0,08}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,32}{40 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot \frac{8,31 \cdot 300}{10^6} \text{ м}^3 = 0,0262 \text{ м}^3 = 26,2 \text{ л}.$$

Ответ: $V = 26,2 \text{ л}$.

Пример 2.4. Определите среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_1 \rangle$, приходящуюся на одну степень свободы молекулы кислорода, среднюю кинетическую энергию поступательного движения $\langle \varepsilon_n \rangle$ молекулы, среднюю кинетическую энергию вращательного движения $\langle \varepsilon_{вр} \rangle$ молекулы, среднее значение полной кинетической энергии $\langle \varepsilon \rangle$ молекулы, а также среднюю кинетическую энергию вращательного движения $\langle E_{вр} \rangle$ всех молекул газа. Газ считать идеальным, температура газа $T=500 \text{ К}$, масса газа $m=10 \text{ г}$.

Решение. Средняя кинетическая энергия поступательного движения, приходящаяся на одну степень свободы молекулы:

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{1}{2} kT,$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – постоянная Больцмана.

Средняя кинетическая энергия поступательного и вращательного движения молекулы, соответственно, определяются по формулам:

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{i_n}{2} kT \quad \text{и} \quad \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = \frac{i_{\text{вр}}}{2} kT,$$

где i_n – сумма числа поступательных ($i_n = 3$);

$i_{\text{вр}}$ – сумма числа вращательных ($i_{\text{вр}} = 2$) степеней свободы молекулы.

Среднее значение полной кинетической энергии молекулы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где $i = i_n + i_{\text{вр}} = 5$ (для двухатомного газа – кислорода).

Средняя кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа:

$$\langle E_{\text{вр}} \rangle = \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle N = \frac{i_{\text{вр}}}{2} kT \frac{mN_A}{M} = \frac{i_{\text{вр}}}{2} \frac{m}{M} RT$$

(учли, что число молекул $N = \frac{mN_A}{M}$, где N_A – постоянная Авогадро, $R = kN_A$).

Ответ: $\langle \varepsilon_1 \rangle = 3,45 \cdot 10^{-21}$ Дж; $\langle \varepsilon_n \rangle = 10,3 \cdot 10^{-21}$ Дж;

$\langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = 6,9 \cdot 10^{-21}$ Дж; $\langle \varepsilon \rangle = 17,2 \cdot 10^{-21}$ Дж; $\langle E_{\text{вр}} \rangle = 1,3$ кДж.

Пример 2.5. Определите удельные теплоёмкости c_v и c_p смеси газов, содержащей гелий массой $m_2 = 1$ г и водород массой $m_2 = 2$ г.

Решение. Теплота, необходимая для нагревания смеси газов на ΔT при постоянном объеме, равна:

$$Q = c_V (m_1 + m_2) \Delta T = (c_{V_1} m_1 + c_{V_2} m_2) \Delta T, \quad (28)$$

где c_V – удельная теплоёмкость смеси;

m_1 – масса гелия;

m_2 – масса водорода;

c_{V_1} и c_{V_2} – соответственно, удельные теплоёмкости гелия и водорода, выражаемые формулами:

$$c_{V_1} = \frac{i_1 R}{2 M_1} = \frac{3 R}{2 M_1}, \quad c_{V_2} = \frac{i_2 R}{2 M_2} = \frac{5 R}{2 M_2}, \quad (29)$$

где R – молярная газовая постоянная;

i_1 – число степеней свободы для гелия ($i_1=3$ – одноатомный газ) и i_2 – для водорода ($i_2=5$ – двухатомный газ).

Искомая удельная теплоемкость смеси газов при постоянном объеме равна

$$c_V = \frac{R}{2(m_1 + m_2)} \left(\frac{3m_1}{M_1} + \frac{5m_2}{M_2} \right).$$

Теплота, необходимая для нагревания смеси газа на ΔT при постоянном давлении, определяется по формуле

$$Q = c_P (m_1 + m_2) \Delta T = (c_{P_1} m_1 + c_{P_2} m_2) \Delta T, \quad (30)$$

где c_P – удельная теплота смеси;

c_{P_1} и c_{P_2} – соответственно, удельные теплоемкости гелия и водорода, выражаемые формулами:

$$c_{P_1} = \frac{i_1 + 2 R}{2 M_1} = \frac{5 R}{2 M_1}, \quad c_{P_2} = \frac{i_2 + 2 R}{2 M_2} = \frac{7 R}{2 M_2}. \quad (31)$$

Подставим выражение (31) в формулу (30), получаем искомую удельную теплоемкость при постоянном давлении:

$$c_p = \frac{R}{2(m_1 + m_2)} \left(\frac{5m_1}{M_1} + \frac{7m_2}{M_2} \right).$$

Ответ: $c_v=7,96 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$; $c_p=11,4 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{K})$.

Пример 2.6. Вычислите удельные теплоемкости при постоянном объеме c_v и при постоянном давлении c_p неона и водорода, принимая эти газы за идеальные.

Решение. Удельные теплоемкости газов выражаются формулами:

$$c_v = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu}, \quad (32)$$

$$c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{\mu}, \quad (33)$$

где i – число степеней свободы молекулы газа;

μ – молярная масса.

Для неона (одноатомный газ) $i=3$ и $\mu=20\cdot 10^{-3}$ кг/моль (см. справочную таблицу 15).

Производя вычисления по формулам (32) и (33), получим:

$$c_v = \frac{3}{2} \cdot \frac{8.31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K}) = 6,24 \cdot 10^2 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K});$$

$$c_p = \frac{3+2}{2} \cdot \frac{8.31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K}) = 1,04 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{K}).$$

Для водорода (двухатомный газ) $i=5$ и $\mu=2\cdot 10^{-3}$ кг/моль. Вычисляя по тем же формулам (32) и (33), получим:

$$c_v = \frac{5}{2} \cdot \frac{8.31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 1,04 \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}),$$

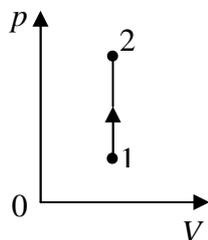
$$c_p = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8.31}{2 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 1,46 \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Ответ: $c_v = 0,624 \text{ кДж}/\text{кг} \cdot \text{К}; c_p = 1,04 \text{ кДж}/\text{кг} \cdot \text{К}; c_v = 10,4 \text{ кДж}/\text{кг} \cdot \text{К};$
 $c_p = 14,6 \text{ кДж}/\text{кг} \cdot \text{К}.$

Пример 2.7. При изохорном нагревании (рис.1) азота объемом 10 л давление газа изменилась $\Delta p = 0,1 \text{ МПа}$. Определите количество теплоты Q , сообщенное газу.

Решение. Согласно первому началу термодинамики, количество теплоты Q , сообщенное газу, расходуется на изменение внутренней энергии газа (ΔU) и совершение газом работы (A) против внешней силы:

$$Q = \Delta U + A.$$



Работа газа в изохорном процессе ($V = \text{const}$):

$$A = p \Delta V = 0,$$

поэтому для изохорного процесса:

Рисунок 1

$$Q = \Delta U. \quad (34)$$

Изменение внутренней энергии произвольной массы m газа определяется по формуле

$$\Delta U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T, \quad (35)$$

где i – число степеней свободы (для двухатомного газа – азота $i=5$);
 R – молярная газовая постоянная.

Запишем уравнение Менделеева–Клапейрона для состояний газа 1 и 2:

$$p_1 V = \frac{m}{M} R T_1,$$

$$p_2 V = \frac{m}{M} R T_2,$$

откуда

$$V \Delta p = \frac{m}{M} R \Delta T (\Delta T = T_2 - T_1, \Delta p = p_2 - p_1).$$

Тогда

$$\Delta T = \frac{M V \Delta p}{m R}. \quad (36)$$

Подставим выражение (35) в формулу (34) с учетом выражения (36), найдем искомое количество теплоты, сообщенное газу:

$$Q = \frac{i}{2} V \Delta p = \frac{5}{2} \cdot 0,01 \cdot 0,1 \cdot 10^6 = 2,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

Ответ: $Q=2,5 \text{ кДж}$.

Пример 2.8. Азот массой $m=56 \text{ г}$, находящийся при нормальных условиях, расширяется адиабатно, причем объем газа увеличивается в два раза. Определите: 1) изменение внутренней энергии ΔU газа; 2) работу расширения A газа.

Решение. Изменение внутренней энергии газа при переходе его из состояния 1 в состояние 2:

$$\Delta U = \frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1), \quad (37)$$

где $C_v = \frac{i}{2}R$ – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме;

M – молярная масса газа;

T_2 и T_1 – соответственно, температуры, соответствующие начальному (1) и конечному (2) состоянию газа;

i – число степеней свободы (для двухатомного газа (азота) $i=5$).

Уравнение адиабатного процесса (уравнение Пуассона):

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}, \quad (38)$$

где показатель адиабаты $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i} = 1,4$.

Из уравнения (38) найдем температуру T_2 :

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}. \quad (39)$$

Подставим выражение (39) в формулу (37), получим искомое изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT_1 \left[\left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} - 1 \right].$$

Согласно первому началу термодинамики, количество теплоты Q , переданное газу, расходуется на изменение внутренней энергии ΔU и на работу расширения A , совершаемую газом:

$$Q = A + \Delta U.$$

В случае адиабатного процесса $Q=0$, поэтому

$$A = -\Delta U.$$

Ответ: $A = -\Delta U$.

Пример 2.9. Тепловая машина работает по обратимому циклу Карно. Температура нагревателя $T_1=500\text{ K}$. Определите термический КПД цикла η и температуру T_2 охладителя тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу $A=350\text{ Дж}$.

Решение. Термический КПД тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученной от нагревателя, превращается в механическую работу. Термический КПД выражается формулой

$$\eta = A/Q_1 ,$$

где Q_1 – теплота, полученная от нагревателя;

A – работа, совершенная рабочим телом тепловой машины.

Подставим числовые значения в эту формулу, получим

$$\eta = \frac{350}{1000} = 0,35.$$

Зная КПД цикла, можно по формуле $\eta = T_1 - T_2 / T_1$ определить температуру охладителя T_2 :

$$T_2 = T_1 (1 - \eta).$$

Подставим в эту формулу значения КПД и температуры T_1 , получим:

$$T_2 = 500(1 - 0,35)K = 325\text{ K}.$$

Ответ: $\eta=0,35$, $T_2=325\text{K}$.

Пример 2.10. Определить изменение энтропии, происходящее при смешивании 2 кг воды, находящейся при температуре 300 K , и 4 кг воды при температуре 370 K .

Решение. Определим установившуюся температуру после смешивания холодной и горячей воды.

Количество теплоты, поглощенное при нагревании воды массой m_1 до температуры θ смеси равно

$$Q_1 = c \cdot m_1 (\theta - T_1).$$

Количество теплоты, которое выделилось при остывании горячей воды до температуры смеси θ :

$$Q_2 = c \cdot m_2 (T_1 - \theta).$$

Тогда из уравнения теплового баланса

$$c \cdot m_1 (\theta - T_2) = c \cdot m_2 (T_2 - \theta).$$

Выразим температуру смеси:

$$m_1 \theta - m_1 T_2 = m_2 T_1 - m_2 \theta,$$

$$\theta = \frac{m_2 T_1 - m_1 T_2}{m_1 + m_2}.$$

Произведем вычисления:

$$\theta = \frac{4 \cdot 340 - 2 \cdot 300}{4 + 2} = 347 \text{ K}.$$

Изменение энтропии при остывании воды массой m_1 равно

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{\theta} \frac{dQ_1}{T} = \int_{T_1}^{\theta} \frac{cm_1 dT}{T} = cm_1 \ln \frac{\theta}{T_1}.$$

Изменение энтропии при остывании воды массой m_2 равно

$$\Delta S_2 = \int_{T_2}^{\theta} \frac{dQ_2}{T} = \int_{T_2}^{\theta} \frac{cm_2 dT}{T} = cm_2 \ln \frac{\theta}{T_2}.$$

Изменение энтропии системы равно

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = c \left(m_1 \ln \frac{\theta}{T_1} + m_2 \ln \frac{\theta}{T_2} \right)$$

Произведём вычисления:

$$\begin{aligned} \Delta S &= 4200 \left(2 \ln \frac{347}{300} + 4 \ln \frac{347}{370} \right) = 4200 (2 \cdot 0,147 + 4 \cdot (-0,064)) = \\ &= 4200 (0,294 - 0,256) = 159,6 \text{ (Дж / К)} \end{aligned}$$

Ответ: $\Delta S = 159,6 \text{ Дж/К}$.

Задачи для контрольных работ

2.01. Найти молярную массу μ и массу m_0 одной молекулы поваренной соли.

2.02. Определить концентрацию n молекул кислорода, находящегося в сосуде объёмом $V = 2 \text{ л}$. Количество вещества ν кислорода равно $0,2 \text{ моль}$.

2.03. Определить количество вещества ν водорода, заполняющего сосуд объёмом $V = 3 \text{ л}$, если концентрация молекул газа в сосуде $n = 2 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$.

2.04. Определить число молекул, содержащихся в $m = 2 \text{ г}$ меди.

2.05. Определить концентрацию молекул кислорода в сосуде объёмом $V = 10 \text{ л}$ при атмосферном давлении.

2.06. Определить относительную молекулярную массу M_r газа, если при температуре $T = 154 \text{ К}$ и давлении $p = 2,8 \text{ МПа}$ он имеет плотность $\rho = 6,1 \text{ кг/м}^3$.

2.07. Определить плотность ρ водяного пара, находящегося под давлением $p=2,5$ кПа при температуре $T=250$ К.

2.08. Количество ν кислорода равно 0,5. Определить внутреннюю энергию U водорода, а также среднюю кинетическую энергию $\langle \omega \rangle$ молекулы этого газа при температуре $T=300$ К.

2.09. Водород находится при температуре $T=300$ К. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle \omega_{\text{вр}} \rangle$ вращательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию E_K всех молекул этого газа; количество вещества водорода $\nu=0,5$ моль.

2.10. В сосуде объёмом $V = 40$ л находится кислород. Температура кислорода $T=300$ К. Когда часть кислорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на $\Delta p = 100$ кПа. Определить массу m израсходованного кислорода, если температура газа в баллоне осталась прежней.

2.11. Один баллон объёмом $V_1=10$ л содержит кислород под давлением $p_1=1,5$ МПа, другой баллон объёмом $V_2=22$ л содержит азот под давлением $p_2=0,6$ МПа. Оба баллона были соединены между собой и оба газа смешались, образовав однородную смесь (без изменения температуры). Найти парциальные давления p_1 и p_2 обоих газов и смеси, и полное давление p смеси.

2.12. Смесь водорода и азота общей массой $m=290$ г при температуре $T=600$ К и давлении $p=2,46$ МПа занимает объём $V=30$ л. Определить массу m_1 водорода и массу m_2 азота.

2.13. В баллоне объёмом $V=22,4$ л находится водород при нормальных условиях. После того как в баллон было дополнительно введено некоторое количество гелия, давление в баллоне возросло до $p=0,25$ МПа, а температура не изменилась. Определить массу m гелия, введенного в баллон.

2.14. Смесь кислорода и азота находится в сосуде под давлением $p=1,2$ МПа. Определить парциальные давления p_1 и p_2 газов, если массовая доля ω кислорода в смеси 20%.

2.15. В сосуде объёмом $V=10$ л при температуре $T=450$ К находится смесь азота массой $m_1=5$ г и водорода массой $m_2=2$ г. Определите давление p смеси.

2.16. Определите суммарную кинетическую энергию E_K поступательного движения всех молекул газа, находящегося в сосуде объемом $V=3$ л и с давлением $p=540$ кПа.

2.17. Молярная внутренняя энергия U_μ некоторого двухатомного газа равна $6,02$ кДж. Определите среднюю кинетическую энергию $\langle \omega_{\text{вр}} \rangle$ вращательного движения одной молекулы этого газа. Газ считать идеальным.

2.18. Определить среднюю квадратичную скорость $v_{\text{кв}}$ молекулы газа, заключенного в сосуде объемом $V=2$ л под давлением $p=200$ кПа. Масса газа $m=0,3$ г.

2.19. Водород находится при температуре $T=300$ К. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle \omega_{\text{вр}} \rangle$ вращательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию E_K всех молекул этого газа; количество вещества водорода $\nu=0,5$ моль.

2.20. Определите относительную молекулярную массу M_r и молярную массу μ газа, если разность его удельных теплоемкостей $c_p - c_v = 2,08$ кДж/(кг·К).

2.21. В сосуде объемом $V=6$ л находится при нормальных условиях двухатомный газ. Определите теплоемкость C_V этого газа при постоянном объеме.

2.22. Найти удельные c_v и c_p и молярные C_v и C_p теплоемкости азота и гелия.

2.23. Вычислить удельные теплоемкости газа, зная, что его молярная масса $\mu=4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль и отношение теплоемкостей $C_p/C_v=1,67$.

2.24. Трехатомный газ под давлением $p=240$ кПа и при температуре $t=20^\circ\text{C}$ занимает объем $V=10$ л. Определите теплоемкость C_p этого газа при постоянном давлении.

2.25. Одноатомный газ при нормальных условиях занимает объем $V=5$ л. Вычислить теплоемкость C_v этого газа при постоянном объеме.

2.26. Определить молярные теплоемкости C_v и C_p смеси двух газов – одноатомного и двухатомного, если их количества вещества соответственно равны $0,4$ моль и $0,2$ моль.

2.27. Смесь двух газов состоит из гелия массой $m_1=5$ г и водорода массой $m_2=2$ г. Найти отношения теплоемкостей C_p/C_v этой смеси.

2.28. Найти молярные теплоемкости C_v и C_p смеси кислорода массой $m_1=2,5$ г и азота массой $m_2=1$ г.

2.29. Относительная молекулярная масса газа $M_r=30$, показатель адиабаты $\gamma=1,40$. Вычислите удельные теплоемкости c_v и c_p этого газа.

2.30. Найти среднее число столкновений $\langle z \rangle$ в единице времени и длину свободного пробега $\langle i \rangle$ молекулы гелия, если газ находится под давлением $p=2$ кПа при температуре $T=200$ К.

2.31. Найти среднюю длину пробега $\langle i \rangle$ молекулы азота в сосуде объемом $V=5$ л. Масса газа $m=0,5$ г.

2.32. Водород находится под давлением $p=20$ мкПа и имеет температуру $T=300$ К. Определите среднюю длину пробега $\langle i \rangle$ молекулы такого газа.

2.33. При нормальных условиях длина свободного пробега $\langle i \rangle$ молекулы водорода равна $0,112$ нм. Определите диаметр d молекулы водорода.

2.34. Какова средняя арифметическая скорость $\langle v \rangle$ молекул кислорода при нормальных условиях, если известно, что средняя длина свободного пробега $\langle i \rangle$ молекулы при этих условиях равна 100 нм.

2.35. Кислород находится под давлением $p=133$ нПа при температуре $T=200$ К. Вычислите среднее число столкновений $\langle z \rangle$ в единицу времени молекулы кислорода при этих условиях.

2.36. Водород массой $m=2$ г занимает объем $V=2,5$ л. Определить среднее число столкновений $\langle z \rangle$ в единицу времени молекулы водорода.

2.37. Средняя длина свободного пробега $\langle i \rangle$ молекулы водорода при некоторых условиях равна 2 мм. Найти плотность ρ водорода при этих условиях.

2.38. Определить коэффициент диффузии азота, находящегося при температуре $T=300$ К и давлении 10^5 Па.

2.39. Определить коэффициент внутреннего трения воздуха при нормальных условиях.

2.40. При адиабатическом сжатии давление воздуха было увеличено от $p_1=50$ кПа до $p_2=0,5$ МПа. Затем при неизменном объеме температура воздуха была понижена до первоначальной. Определите давление p_3 газа в конце процесса.

2.41. Кислород, находящийся под давлением $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$, занимает объем 10 л . Найти работу сжатия и изменение его внутренней энергии при адиабатном сжатии до объема 2 л .

2.42. При изотермическом расширении одного моля водорода была затрачена теплота 4 кДж , при этом объем водорода увеличился в пять раз. При какой температуре протекает процесс? Чему равно изменение внутренней энергии газа и какую работу совершает газ?

2.43. Кислород массой $m=200 \text{ г}$ занимает объем $V_1=100 \text{ л}$ и находится под давлением $p_1=200 \text{ кПа}$. При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема $V_2=300 \text{ л}$. Затем давление возросло до $p_3=500 \text{ кПа}$ при неизменном объеме. Найти изменение внутренней энергии ΔU газа, совершенную им работу A и теплоту Q , переданную газу. Постройте график процесса.

2.44. Объем водорода при изотермическом расширении увеличивается в $n=3$ раза. Определить работу A , совершенную газом, и теплоту Q , полученную при этом. Масса m водорода равна 200 г .

2.45. Водород массой $m=40 \text{ г}$, имевший температуру $T=300 \text{ К}$, адиабатически расширился, увеличив объем в $n_1=3$ раза. Затем при изотермическом сжатии объема газа уменьшился в $n_2=2$ раза. Определить работу A , совершенную газом, и конечную температуру T газа.

2.46. Азот массой $m=0,1 \text{ кг}$ был изобарически нагрет от температуры $T_1=200 \text{ К}$ до 400 К . Определите работу A , совершенную газом, полученную им теплоту Q и изменение ΔU внутренней энергии азота.

2.47. Кислород массой $m=250 \text{ г}$, имевший температуру $T_1=200 \text{ К}$, был адиабатически сжат. При этом была совершена работа $A=25 \text{ кДж}$. Определите конечную температуру T газа.

2.48. Во сколько раз увеличится объем водорода, содержащий количество вещества $\nu=0,4 \text{ моль}$, при изотермическом расширении, если при этом газ получит теплоту $Q=800 \text{ Дж}$? Температура водорода $T=300 \text{ К}$.

2.49. В баллоне при температуре $T_1=145 \text{ К}$ и давлении $p_1=2 \text{ МПа}$ находится кислород. Определите температуру T_2 и давление p_2 кислорода после того, как из баллона будет очень быстро выпущена половина газа

2.50. При каком процессе выгоднее производить нагревание 3 молей аргона на 100 К : а) изохорическом или б) изобарическом?

2.51. Определите работу A_2 изотермического сжатия газа, совершаемую циклом Карно, КПД которого $\eta=0,4$, если работа изотермического расширения равна $A_1=8$ Дж.

2.52. Газ, совершая цикл Карно, отдал охладителю теплоту $Q_2=14$ кДж. Определить температуру T_1 нагревателя, если при температуре охладителя $T_2=280$ К работа цикла $A=6$ кДж.

2.53. Газ является рабочим веществом в цикле Карно, получил от нагревания теплоты $Q_1=4,38$ кДж и совершил работу $A=2,4$ кДж. Определить температуру нагревателя, если температура охладителя $T_2=273$ К.

2.54. Газ, совершая цикл Карно, отдал охладителю 67% теплоты, полученной от нагревателя. Определите температуру T_2 охладителя, если температура нагревателя $T_1=430$ К.

2.55. Во сколько раз увеличится коэффициент полезного действия η цикла Карно при повышении температуры нагревателя от $T'_1=380$ К до $T''=560$ К?

2.56. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура T_1 нагревателя равна 500 К, температура охладителя $T_2=250$ К. Определить термический КПД цикла η , а также работу A_1 , совершенную рабочим веществом при изотермическом расширении, если при изотермическом сжатии совершенная работа $A_2=70$ Дж.

2.57. Газ, совершая цикл Карно, получает теплоту $Q_1=84$ кДж. Какую работу A совершил газ, если температура T_1 нагревателя в три раза выше температуры T_2 охладителя?

2.58. Тепловая машина работает по прямому циклу Карно. КПД цикла 40%. Каков будет КПД этой машины, если температуру нагревателя увеличить на 100 К?

2.59. При прямом цикле Карно тепловая машина совершает работу 1000 Дж. Температура нагревателя 500 К, температура холодильника 300 К. Определить количество теплоты, получаемое машиной от нагревателя.

2.60. Совершая цикл Карно, газ получил от нагревателя теплоту $Q_1=500$ Дж и совершил работу $A=100$ Дж. Температура нагревателя $T_1=400$ К. Определите температуру T_2 холодильника.

3 Электричество

Основные формулы

Закон Кулона:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2},$$

где F — сила взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2 ;

r — расстояние между зарядами;

ϵ — диэлектрическая проницаемость;

ϵ_0 — электрическая постоянная.

Напряженность электрического поля и потенциал:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad \varphi = \Pi/q,$$

где Π — потенциальная энергия точечного положительного заряда Q , находящегося в данной точке поля (при условии, что потенциальная энергия заряда, удаленного в бесконечность, равна нулю).

Сила, действующая на точечный заряд, находящийся в электрическом поле, и потенциальная энергия этого заряда:

$$\vec{F} = q\vec{E}, \quad \Pi = q \cdot \varphi.$$

Напряженность и потенциал поля, создаваемого системой точечных зарядов (принцип суперпозиции электрических полей):

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i,$$

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i,$$

где \vec{E}_i , φ_i — соответственно, напряженность и потенциал в данной точке поля, создаваемого i -м зарядом.

Напряженность и потенциал поля, создаваемого точечным зарядом:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r},$$

где r — расстояние от заряда q до точки, в которой определяются напряженность и потенциал.

Напряженность и потенциал поля, создаваемого проводящей заряженной сферой радиусом R на расстоянии r от центра сферы:

а) при $r < R$:

$$E=0, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R};$$

б) при $r=R$:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 R};$$

в) при $r > R$:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r},$$

где q — заряд сферы.

Линейная плотность заряда

$$\tau = q / l.$$

Поверхностная плотность заряда

$$\sigma = q / S.$$

Напряженность и потенциал поля, создаваемого распределенными зарядами. Если заряд равномерно распределен вдоль линии с линейной плотностью τ , то на линии выделяется малый участок длиной dl с зарядом

$dq = \tau dl$. Такой заряд можно рассматривать как точечный и применять формулы напряженности и потенциала точечного заряда:

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r},$$

где \vec{r} — радиус-вектор, направленный от выделенного элемента dl к точке, в которой вычисляется напряженность.

Используя принцип суперпозиции электрических полей, находим интегрированием суммарную напряженность \vec{E} и потенциал φ поля, создаваемого распределенным зарядом:

$$\vec{E} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int_0^l \frac{dl \vec{r}}{r^2 r}; \quad \varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \int \frac{dl}{r}.$$

Интегрирование ведется вдоль всей длины l заряженной линии.

Напряженность поля, создаваемого бесконечной прямой равномерно заряженной линией или бесконечно длинным цилиндром:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r},$$

где r — расстояние от нити или оси цилиндра до точки, напряженность поля в которой определяется.

Напряженность поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

Связь потенциала с напряженностью:

а) общем случае

$$E = -\text{grad}\varphi,$$

или

$$\mathbf{E} = -\left(\vec{\mathbf{i}} \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{\mathbf{j}} \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{\mathbf{k}} \frac{\partial\varphi}{\partial z}\right);$$

б) в случае однородного поля:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d};$$

в) в случае поля, обладающего центральной или осевой симметрией:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}.$$

Электрический момент диполя

$$\vec{p} = q\vec{l},$$

где q — заряд;

l — плечо диполя (векторная величина, направленная от отрицательного заряда к положительному и численно равная расстоянию между зарядами).

Работа сил поля по перемещению заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Емкость проводника и конденсатора:

$$C = \frac{q}{\varphi}, \quad C = \frac{q}{U},$$

где φ — потенциал проводника (при условии, что в бесконечности потенциал проводника принимается равным нулю);

U — разность потенциалов на пластинах конденсатора.

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где S — площадь пластины (одной) конденсатора;

d — расстояние между пластинами.

Емкость батареи конденсаторов:

а) при последовательном соединении:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i};$$

б) при параллельном соединении:

$$C = \sum_{i=1}^N C_i,$$

где N — число конденсаторов в батарее;

C_i — емкость i -го конденсатора.

Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{qU}{2}, \quad W = \frac{CU^2}{2}, \quad W = \frac{q^2}{2C},$$

$$W = \frac{1}{2} \varepsilon\varepsilon_0 E^2 V,$$

где V — объем конденсатора.

Объемная плотность энергии электрического поля:

$$W_э = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2},$$

где E – напряженность электрического поля.

Сила постоянного тока

$$I = \frac{q}{t},$$

где q — заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время t .

Сила переменного тока

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Плотность постоянного тока

$$J = \frac{I}{S},$$

где S — площадь поперечного сечения проводника.

Плотность переменного тока

$$J = \frac{dI}{dS}.$$

Связь плотности тока со средней скоростью $\langle v \rangle$ направленного движения заряженных частиц

$$j = qn \langle v \rangle,$$

где q — заряд частицы;

n — концентрация заряженных частиц.

Закон Ома в интегральной форме:

а) для участка цепи, не содержащего ЭДС:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R},$$

где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ — разность потенциалов (напряжение) на концах участка цепи;

R — сопротивление участка цепи;

б) для участка цепи, содержащего ЭДС:

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \pm E}{R},$$

где E — ЭДС источника тока;

R — полное сопротивление участка (сумма внешних и внутренних сопротивлений);

в) для замкнутой (полной) цепи:

$$I = \frac{E}{R + r},$$

где R — внешнее сопротивление цепи;

r — внутреннее сопротивление цепи.

Закон Ома в дифференциальной форме

$$\vec{J} = \gamma \vec{E},$$

где γ — удельная проводимость;

E — напряженность электрического поля;

j — плотность тока.

Связь удельной проводимости γ с подвижностью b заряженных частиц (ионов)

$$\gamma = qn (b_+ + b_-),$$

где q — заряд иона;

n — концентрация ионов;

b_+ и b_- — подвижности положительных и отрицательных ионов.

Законы Кирхгофа:

а) первый закон:

$$I = \sum I_i;$$

б) второй закон:

$$\sum I_i R_i = \sum E_i,$$

где $\sum I_i$ — алгебраическая сумма сил токов, сходящихся в узле;

$\sum I_i R_i$ — алгебраическая сумма произведений сил токов на сопротивления участков;

$\sum E_i$ — алгебраическая сумма ЭДС.

Сопротивление R и проводимость G проводника:

$$R = \rho l / S, \quad G = \gamma S / l,$$

где ρ — удельное сопротивление;

γ — удельная проводимость;

l — длина проводника;

S — площадь поперечного сечения проводника.

Сопротивление системы проводников:

а) при последовательном соединении:

$$R = \sum_{i=1}^n R_i;$$

б) при параллельном соединении:

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$$

где R_i – сопротивление i -го проводника.

Работа силы тока:

$$A = IUt, \quad A = I^2 R t, \quad A = \frac{U^2}{R} t.$$

Первая формула справедлива для любого участка цепи, на концах которого поддерживается напряжение U , последние две — для участка, не содержащего ЭДС.

Мощность тока:

$$P = IU, \quad P = I^2 R, \quad P = U^2/R.$$

Закон Джоуля-Ленца в интегральной форме:

$$Q = I^2 R t,$$

где Q – количество теплоты, выделившееся в проводнике за время прохождения тока.

Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме:

$$\omega = \gamma E^2,$$

где ω – удельная тепловая мощность тока;

γ – удельная проводимость;

E – напряженность электрического поля.

Примеры решения задач

Пример 3.1. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами: $Q_1=30$ нКл и $Q_2= -10$ нКл. Расстояние d между зарядами равно

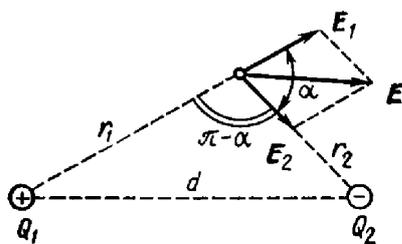


Рисунок 2

напряженность E электрического поля в искомой точке может быть найдена как векторная сумма напряженностей \vec{E}_1 и \vec{E}_2 полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Напряженности электрического поля, создаваемого в вакууме первым и вторым зарядами, соответственно, равны:

$$E_1 = \frac{|Q_1|}{4\pi\epsilon_0 r_1^2}, E_2 = \frac{|Q_2|}{4\pi\epsilon_0 r_2^2}. \quad (40)$$

Вектор \mathbf{E}_1 направлен по силовой линии от заряда Q_1 , так как заряд $Q_1 > 0$; вектор \mathbf{E}_2 направлен также по силовой линии, но к заряду Q_2 , так как $Q_2 < 0$.

Модуль вектора E найдем по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos\alpha}, \quad (41)$$

где угол α может быть найден из треугольника со сторонами r_1 , r_2 и d :

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1 r_2}.$$

В данном случае во избежание громоздких записей вычислим отдельно значение $\cos\alpha$. По этой формуле найдем:

20 см. Определить напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 15$ см от первого и на расстоянии $r_2 = 10$ см от второго зарядов (рис.2).

Решение. Согласно принципу суперпозиции электрических полей каждый заряд создает поле независимо от присутствия в пространстве других зарядов. Поэтому

$$\cos \alpha = 0,25.$$

Подставляя выражения E_1 и E_2 по формулам (40) в равенство (41) и вынося общий множитель $1/(4\pi\epsilon_0)$ за знак корня, получаем:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2 \frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2 r_2^2} \cos \alpha}.$$

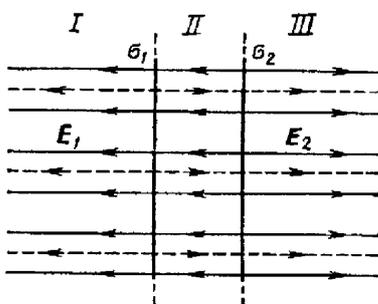
Подставим значения величин π , ϵ_0 , Q_1 , Q_2 , r_1 , r_2 и α в последнюю формулу и произведем вычисления:

$$\begin{aligned} E &= 9 \cdot 10^9 \sqrt{\frac{(30 \cdot 10^{-9})^2}{(15 \cdot 10^{-2})^4} + \frac{(10 \cdot 10^{-9})^2}{(10 \cdot 10^{-2})^4} + 2 \frac{(30 \cdot 10^{-9})^2 (10 \cdot 10^{-9})^2}{(15 \cdot 10^{-2})^2 (10 \cdot 10^{-2})^2} \cos \alpha} = \\ &= 1,67 \cdot 10^4 \text{ (В/м)} \end{aligned}$$

Ответ: $E = 16,7 \text{ кВ/м}$

Пример 3.2. Электрическое поле создано двумя параллельными бесконечными заряженными плоскостями с поверхностными плотностями заряда $\sigma_1 = 0,4 \text{ мкКл/м}^2$ и $\sigma_2 = 0,1 \text{ мкКл/м}^2$. Определить напряженность электрического поля, созданного этими заряженными плоскостями.

Решение. Согласно принципу суперпозиции, поля, создаваемые каждой заряженной плоскостью в отдельности, накладываются друг на друга, причем каждая заряженная плоскость создает электрическое поле



независимо от присутствия другой заряженной плоскости. Напряженности однородных электрических полей, создаваемых первой и второй плоскостями, соответственно, равны:

$$E_1 = \frac{1}{2} \frac{\sigma_1}{\epsilon_0}; \quad E_2 = \frac{1}{2} \frac{\sigma_2}{\epsilon_0}.$$

Рисунок 3

Плоскости делят все пространство на три области: I, II и III. Как видно из рисунка 3, в первой и третьей областях

электрические силовые линии обоих полей направлены в одну сторону, и, следовательно, напряженности суммарных полей $E^{(I)}$ и $E^{(III)}$ в первой и третьей областях равны между собой и равны сумме напряженностей полей, создаваемых первой и второй плоскостями:

$$E^{(I)} = E^{(III)} = E_1 + E_2$$

или

$$E^{(I)} = E^{(III)} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\epsilon_0}.$$

Во второй области (между плоскостями) электрические силовые линии полей направлены в противоположные стороны и, следовательно, напряженность поля $E^{(II)}$ равна разности напряженностей полей, создаваемых первой и второй плоскостями:

$$E^{(II)} = |E_1 - E_2|,$$

или

$$E^{(II)} = \frac{1}{2} \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{\epsilon_0}.$$

Подставив данные и произведя вычисления, получим

$$E^{(I)} = E^{(III)} = 28,3 \text{ кВ/м}, E^{(II)} = 17 \text{ кВ/м}.$$

Ответ: $E^{(I)} = E^{(III)} = 28,3 \text{ кВ/м}, E^{(II)} = 17,0 \text{ кВ/м}.$

Пример 3.3. На пластинах плоского воздушного конденсатора находится заряд $Q = 10 \text{ нКл}$. Площадь S каждой пластины конденсатора равна 100 см^2 . Определить силу F , с которой притягиваются пластины. Поле между пластинами считать однородным.

Решение. Заряд Q одной пластины находится в поле, созданном зарядом другой пластины конденсатора (рис. 4).

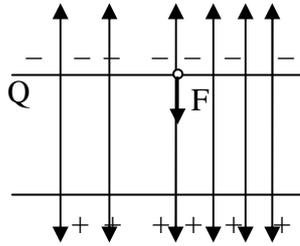


Рисунок 4

Следовательно, на заряд первой пластины действует сила

$$F = Q \cdot E_1, \quad (42)$$

где E_1 — напряженность поля, создаваемого зарядом одной пластины.

Напряженность поля заряженной пластины определяется по формуле

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{Q}{2\epsilon_0 S}, \quad (43)$$

где σ — поверхностная плотность заряда пластины.

Формула (42), с учетом выражения (43) для E_1 , примет вид

$$F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 S}.$$

Подставив значения величин Q , ϵ_0 и S в эту формулу, произведем вычисления:

$$F = \frac{(10 \cdot 10^{-9})^2}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 100 \cdot 10^{-4}} = 565 \cdot 10^{-6} (H).$$

Ответ: $F = 565 \text{ мкН}$.

Пример 3.4. Электрическое поле создано бесконечной плоскостью, заряженной с поверхностной плотностью $\sigma = 400 \text{ нКл/м}^2$, и бесконечной прямой нитью, заряженной с линейной плотностью $\tau = 100 \text{ нКл/м}$. На

расстоянии $r=10$ см от нити находится точечный заряд $Q=10$ нКл (рис. 5). Определить силу, действующую на заряд, ее направление, если заряд и нить лежат в одной плоскости, параллельной заряженной плоскости.

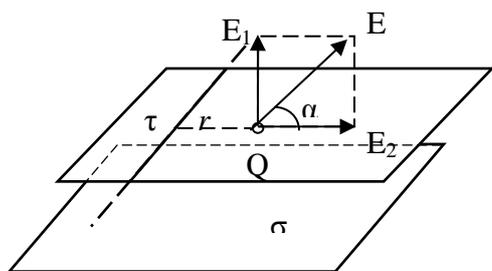
Решение. Сила, действующая на заряд, помещённый в поле заряженной плоскости, равна:

$$\vec{F} = Q \cdot \vec{E}, \quad (44)$$

где E – напряженность поля в точке, в которой находится заряд Q .

Определим напряженность E поля, создаваемого бесконечной заряженной плоскостью и бесконечной заряженной нитью. Поле, создаваемое бесконечной заряженной плоскостью, однородно, и его напряженность в любой точке определяется по формуле

$$E_1 = \frac{1}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (45)$$



Поле, создаваемое бесконечной заряженной нитью, неоднородно. Его напряженность зависит от расстояния и определяется по формуле

Рисунок 5

$$E_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}. \quad (46)$$

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, напряженность поля в точке, в которой находится заряд Q , равна векторной сумме напряженностей \vec{E}_1 и \vec{E}_2 :

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Так как векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 взаимно перпендикулярны, то модуль вектора напряженности равен

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}.$$

Подставляя выражения E_1 и E_2 по формулам (45) и (46) в это равенство, получим

$$E = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}\right)^2},$$

или

$$E = \frac{1}{2\varepsilon_0} \sqrt{\sigma^2 + \frac{\tau^2}{\pi^2 r^2}}.$$

Теперь найдем силу F , действующую на заряд, подставив выражение E в формулу (44):

$$F = EQ = \frac{Q}{2\varepsilon_0} \sqrt{\sigma^2 + \frac{\tau^2}{\pi^2 r^2}}. \quad (47)$$

Подставив значения величин Q , ε_0 , σ , τ , π и r в формулу (47) и сделав вычисления, найдем значение силы:

$$F = 289 \text{ мкН}.$$

Направление силы F , действующей на положительный заряд Q , совпадает с направлением вектора напряженности поля. Направление же вектора \vec{E} задается углом α к заряженной плоскости. Из рис. 6 следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_1}{E_2} = \pi r \frac{\sigma}{\tau}.$$

Откуда

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\pi r \frac{\sigma}{\tau} \right).$$

Подставив значения величин π , r , σ и τ в это выражение и вычислив, получим

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(3,14 \cdot 0,1 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-7}}{10^{-7}} \right) = 51^{\circ}3'.$$

Ответ: $\alpha=51^{\circ}3'$.

Пример 3.5. Положительные заряды $Q_1=3$ мкКл и $Q_2=20$ нКл находятся в вакууме на расстоянии $r_1=1,5$ м друг от друга. Определить работу A , которую надо совершить, чтобы сблизить заряды до расстояния $r_2=1$ м.

Решение. Положим, что первый заряд Q_1 остается неподвижным, а второй Q_2 под действием внешних сил перемещается в поле, созданном зарядом Q_1 , приближаясь к нему с расстояния $r_1=1,5$ м до $r_2=1$ м.

Работа A' внешней силы по перемещению заряда Q из одной точки поля с потенциалом φ_1 в другую, потенциал которой φ_2 , равна по модулю и противоположна по знаку работе A сил поля по перемещению заряда между теми же точками:

$$A' = -A.$$

Работа A сил поля по перемещению заряда определяется по формуле

$$A = Q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Тогда работа A' внешних сил равна

$$A' = -Q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (48)$$

Потенциалы поля в начальной и конечной точках определяются по формулам:

$$\varphi_1 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_1}; \quad \varphi_2 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_2}.$$

Подставляя выражения φ_1 и φ_2 в формулу (48) и учитывая, что для данного случая переносимый заряд $Q=Q_2$, получим

$$A' = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right). \quad (49)$$

Если учесть, что $1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$ м/Ф, то после подстановки значений величин в формулу (49) и вычисления получим

$$A' = 180 \text{ мкДж.}$$

Ответ: $A' = 180 \text{ мкДж.}$

Пример 3.6. По тонкой нити, изогнутой по дуге окружности радиусом R , равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10$ нКл/м. Определить напряженность \mathbf{E} и потенциал φ электрического поля, создаваемого таким распределенным зарядом в точке O , совпадающей с центром кривизны дуги. Длина l нити составляет $1/3$ длины окружности и равна 15 см.

Решение. Выберем оси координат так, чтобы начало координат совпадало с центром кривизны дуги, а ось y была симметрично расположена относительно концов дуги (рис. 6). На нити выделим элемент длины dl . Заряд $dQ = \tau dl$, находящийся на выделенном участке, можно

считать точечным.

Определим напряженность электрического поля в точке O . Для этого найдем сначала напряженность $d\vec{E}$ поля, создаваемого зарядом dQ :

$$d\vec{E} = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

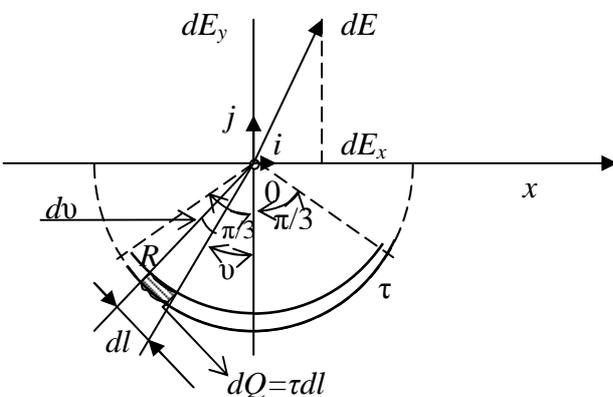


Рисунок 6

где \mathbf{r} — радиус-вектор, направленный от элемента dl к той точке, в которой вычисляется напряженность.

Выразим вектор $d\vec{E}$ через проекции dE_x и dE_y на оси координат:

$$d\vec{E} = \vec{i} dE_x + \vec{j} dE_y,$$

где \vec{i} и \vec{j} — единичные векторы направлений (орты).

Напряженность $d\vec{E}$ найдем интегрированием:

$$\vec{E} = \int_l d\vec{E} = \vec{i} \int_l dE_x + \vec{j} \int_l dE_y.$$

Интегрирование ведется вдоль дуги длиной l . В силу симметрии интеграл $\int_l dE_x$ равен нулю.

Тогда

$$\vec{E} = \vec{j} \int_l dE_y, \quad (50)$$

где $dE_y = dE \cos \vartheta = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \vartheta$.

Так как $r=R=const$ и $dl=Rd\vartheta$, то:

$$dE_y = \frac{\tau R d\vartheta}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \cos \vartheta d\vartheta.$$

Подставим найденное выражение dE_y в формулу (50) и, приняв во внимание симметричное расположение дуги относительно оси Oy , пределы интегрирования возьмем от 0 до $\pi/3$, а результат удвоим:

$$\vec{E} = \vec{j} \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi/3} \cos\vartheta dl \vartheta = \vec{j} \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 R} |\sin\vartheta|_0^{\pi/3}.$$

Подставив указанные пределы и выразив R через длину дуги ($l=2\pi R/3$), получим

$$\vec{E} = \vec{j} \frac{\tau}{6\epsilon_0 l} \sqrt{3}.$$

Вектор \vec{E} совпадает с положительным направлением оси Oy . Подставив значения τ и l в полученную формулу, произведем вычисления:

$$E = \frac{10^{-8}}{6 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 0,15/3} \sqrt{3} = 2,18 \cdot 10^3 \left(\frac{B}{м}\right)$$

Определим потенциал электрического поля в точке O . Потенциал $d\varphi$, создаваемый точечным зарядом dQ в точке O , определяется по формуле

$$d\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Заменяем r на R и произведем интегрирование:

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^l dl = \frac{\tau l}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Так как $l=2\pi R/3$, то

$$\varphi = \tau / (6\epsilon_0).$$

Произведя вычисления по этой формуле, получим

$$\varphi = 188 \text{ В}.$$

Ответ: $E=2,18 \text{ кВ/м}$, $\varphi=188 \text{ В}$.

Пример 3.7. Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом $R=1 \text{ см}$, равномерно заряженным с линейной плотностью $\tau=20 \text{ нКл/м}$. Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстояниях $a_1=0,5 \text{ см}$ и $a_2=2 \text{ см}$ от поверхности цилиндра, в средней его части.

Решение. Для определения разности потенциалов воспользуемся соотношением между напряженностью поля и изменением потенциала:

$$E = - \text{grad} \varphi.$$

Для поля с осевой симметрией, каким является поле цилиндра, это соотношение можно записать в виде

$$E = - (d\varphi/dr), \text{ или } d\varphi = - E dr.$$

Интегрируя последнее выражение, найдем разность потенциалов двух точек, отстоящих на r_1 и r_2 от оси цилиндра:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = - \int_{r_1}^{r_2} E dr. \quad (51)$$

Так как цилиндр длинный и точки взяты вблизи его средней части, то для выражения напряженности поля можно воспользоваться формулой

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

Подставив это выражение E в равенство (51), получим

$$\varphi_2 - \varphi_1 = - \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = - \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (52)$$

Так как величины r_2 и r_1 входят в формулу в виде отношения, то их можно выразить в любых, но только одинаковых единицах:

$$r_1 = R + a_1 = 1,5 \text{ см}; \quad r_2 = R + a_2 = 3 \text{ см}.$$

Подставив значения величин τ , ϵ_0 , r_1 и r_2 в формулу (52) и вычислив, получим

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 250 \text{ В}.$$

Ответ: $\varphi_1 - \varphi_2 = 250 \text{ В}$.

Пример 3.8. Электрическое поле создано тонким стержнем, несущим равномерно распределенный по длине заряд $\tau = 0,1 \text{ мкКл/м}$. Определить потенциал φ поля в точке, удаленной от концов стержня на расстояние, равное длине стержня.

Решение. Заряд, находящийся на стержне, нельзя считать точечным, поэтому для вычисления потенциала стержня нельзя применить формулу потенциала точечного заряда:

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}. \quad (53)$$

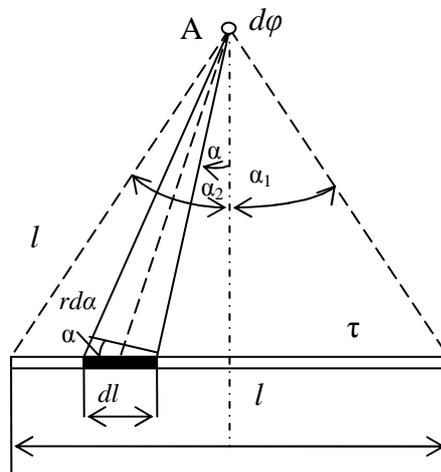


Рисунок 7

Если разбить стержень на элементарные отрезки dl , то заряд τdl , находящийся на каждом из них, можно рассматривать как точечный (рис. 7), и тогда формула (53) будет справедлива. Применяя эту формулу, получим

$$\varphi = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r}, \quad (54)$$

где r — расстояние от точки, в которой определяется потенциал, до элемента стержня.

Из рис.7 следует, что $dl=(rd\alpha/\cos\alpha)$. Подставив это выражение dl в формулу (54), получим:

$$\varphi = \frac{\tau d\alpha}{4\pi\epsilon_0 \cos\alpha}.$$

Интегрируя полученное выражение в пределах от α_1 да α_2 , получим потенциал, создаваемый всем зарядом, распределенным на стержне:

$$\varphi = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\tau d\alpha}{4\pi\epsilon_0 \cos\alpha} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}.$$

В силу симметрии расположения точки A относительно концов стержня имеем $\alpha_2=\alpha_1$, и поэтому

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = 2 \int_0^{\alpha_1} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}.$$

Следовательно,

$$\varphi = \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\alpha_1} \frac{d\alpha}{\cos\alpha}.$$

Так как $\int \frac{d\alpha}{\cos\alpha} = \ln \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + C$, то

$$\varphi = \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \Big|_0^{\pi/6}.$$

Подставляя пределы интегрирования, получим

$$\varphi = \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0} \left(\ln \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - \ln \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \right) = \frac{2\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}.$$

Сделав вычисления по этой формуле, найдем:

$$\varphi = 990 \text{ В}.$$

Ответ: $\varphi = 990 \text{ В}$.

Пример 3.9. Электрон без начальной скорости прошел разность потенциалов $U_0 = 10 \text{ кВ}$ и влетел в пространство между пластинами плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов $U_1 = 100 \text{ В}$, по линии AB , параллельной пластинам. Расстояние d между пластинами равно 2 см . Длина l_1 пластин конденсатора в направлении полета электрона равна 20 см . Определить расстояние BC на экране P , отстоящем от конденсатора на $l_2 = 1 \text{ м}$.

Решение. Движение электрона внутри конденсатора можно представить как сумму двух движений: 1) по инерции вдоль линии AB с

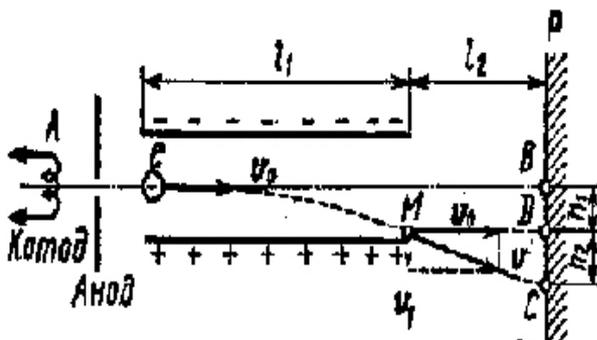


Рисунок 8

постоянной скоростью v_0 , приобретенной под действием разности потенциалов U_0 , и 2) равномерно ускоренного движения в вертикальном направлении к положительно заряженной пластине под действием постоянной электрической силы поля конденсатора.

После выхода из конденсатора электрон будет двигаться равномерно со скоростью v , которую он имел в точке M .

Из рис. 8 видно, что искомое расстояние

$$|BC|=h_1+h_2,$$

где h_1 — расстояние, на которое сместится электрон в вертикальном направлении во время движения в конденсаторе; h_2 — расстояние между точкой D на экране, в которую электрон попал бы, двигаясь по выходе из конденсатора по направлению начальной скорости v_0 , и точкой C , в которую электрон попадет в действительности.

Выразим отдельно h_1 и h_2 . Пользуясь формулой длины пути равномерно ускоренного движения, найдем:

$$h_1 = at^2/2, \quad (55)$$

где a — ускорение, полученное электроном под действием поля конденсатора;

t — время полета электрона внутри конденсатора.

По второму закону Ньютона ускорение, приобретаемое электроном, равно:

$$a=F/m,$$

где F — сила, с которой поле действует на электрон;

m — масса электрона.

В свою очередь, величина силы, которая действует на электрон со стороны электрического поля, равна

$$F = eE = eU_1/d,$$

где e — заряд электрона;

U_1 — разность потенциалов между пластинами конденсатора;

d — расстояние между ними.

Время полета электрона внутри конденсатора найдем из формулы пути равномерного движения:

$$l_1 = v_0 t,$$

откуда

$$t = l_1 / v_0,$$

где l_1 — длина конденсатора в направлении полета электрона.

Выражение скорости найдем из условия равенства работы, совершенной полем при перемещении электрона, и приобретенной им кинетической энергии:

$$mv_0^2/2 = eU_0.$$

Отсюда

$$v_0^2 = 2eU_0/m. \quad (56)$$

Подставляя в формулу (55) последовательно значения a , F , t и v_0^2 из соответствующих выражений, получим

$$h_1 = \frac{U_1 l_1^2}{4dU_0}.$$

Длину отрезка h_2 найдем из подобия треугольников MDC и векторного:

$$h_2 = \frac{v_1 l_2}{v}, \quad (57)$$

где v_1 — скорость электрона в вертикальном направлении в точке M ;

l_2 — расстояние от конденсатора до экрана.

Скорость v_1 найдем по формуле $v_1 = at$, которая, с учетом выражений для a , F и t , примет вид

$$v_1 = \frac{eU_1 l_1}{dmv_0}.$$

Подставив выражение v_1 в формулу (57), получим

$$h_2 = \frac{eU_1 l_1 l_2}{dm v_0^2},$$

или, заменив v_0^2 по формуле (56), найдем

$$h_2 = \frac{U_1 l_1 l_2}{2dU_0}.$$

Окончательно для искомого расстояния $|BC|$ будем иметь:

$$|BC| = h_1 + h_2 = \frac{U_1 l_1^2}{4dU_0} + \frac{U_1 l_1 l_2}{2dU_0} = \frac{U_1 l_1}{2dU_0} \left(\frac{l_1}{2} + l_2 \right).$$

Подставив значения величин U_1 , U_0 , d , l_1 и l_2 в последнее выражение и произведя вычисления, получим

$$|BC| = 5,5 \text{ см.}$$

Ответ: $BC = 5,5 \text{ см.}$

Задачи для контрольных работ

3.01. Точечные заряды $Q_1 = 20 \text{ мкКл}$, $Q_2 = -10 \text{ мкКл}$ находятся на расстоянии $d = 5 \text{ см}$ друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на $r_1 = 3 \text{ см}$ от первого и на $r_2 = 4 \text{ см}$ от второго заряда. Определить также силу F , действующую в этой точке на точечный заряд $Q = 1 \text{ мкКл}$.

3.02. Три одинаковых точечных заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 2 \text{ нКл}$ находятся в вершинах равностороннего треугольника со сторонами $a = 10 \text{ см}$. Определить модуль и направление силы F , действующей на один из зарядов со стороны двух других.

3.03. Два положительных точечных заряда Q и $9Q$ закреплены на расстоянии $d = 100 \text{ см}$ друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через заряды, следует поместить третий заряд так, чтобы он

находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещения зарядов возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряды.

3.04. Два одинаково заряженных шарика подвешены в одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол α . Шарик погружают в масло. Какова плотность ρ масла, если угол расхождения нитей при погружении в масло остается неизменным? Плотность материала шариков $\rho_0 = 1,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, диэлектрическая проницаемость масла $\varepsilon = 2,2$.

3.05. Четыре одинаковых заряда $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 10 \text{ нКл}$ закреплены в вершинах квадрата со стороной $a = 10 \text{ см}$. Найти силу F , действующую на один из этих зарядов со стороны трех остальных.

3.06. В вершинах правильного треугольника со стороной $a = 10 \text{ см}$ находятся заряды $Q_1 = 10 \text{ мкКл}$, $Q_2 = 20 \text{ мкКл}$ и $Q_3 = 30 \text{ мкКл}$. Определить силу F , действующую на заряд Q_1 со стороны двух других зарядов.

3.07. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = 3 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$. Какой отрицательный заряд Q нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

3.08. На расстоянии $d = 20 \text{ см}$ находятся два точечных заряда $Q_1 = -50 \text{ нКл}$ и $Q_2 = 100 \text{ нКл}$. Определить силу F , действующую на заряд $Q_3 = -10 \text{ нКл}$, удаленный от обоих зарядов на одинаковое расстояние, равное d .

3.09. Расстояние d между двумя точечными зарядами $Q_1 = 2 \text{ нКл}$ и $Q_2 = 1 \text{ нКл}$ равно 60 см . Определить точку, в которую нужно поместить третий заряд Q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить заряд Q_3 и его знак. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?

3.10. Два одинаковых шарика, подвешенные на нитях длиной по 20 см , соприкасаются друг с другом. Шарикам сообщен общий заряд $0,1 \text{ мкКл}$, после чего они разошлись так, что угол между нитями стал равен 60° . Найдите массу каждого шарика.

3.11. Точечные заряды $Q_1 = 30 \text{ мкКл}$ и $Q_2 = -20 \text{ мкКл}$ находятся на расстоянии $d = 20 \text{ см}$ друг от друга. Определить напряженность

электрического поля E в точке, удаленной от первого заряда на расстояние $r_1=30$ см, а от второго на $r_2= 15$ см.

3.12. В однородном поле напряженностью 10 кВ/м находится заряд 20 нКл. Найти напряженность результирующего поля на расстоянии 9 см от заряда в точках, лежащих: 1) на силовой линии однородного поля, проходящей через заряд; 2) на прямой, проходящей через заряд и перпендикулярной силовым линиям.

3.13. Два точечных заряда $0,6$ мкКл и $0,3$ мкКл находятся в вакууме на расстоянии 10 см друг от друга. Определите положение точки, в которой напряженность поля, создаваемого этими зарядами, равна нулю.

3.14. В вершинах равностороннего треугольника со стороной a находятся заряды $+q$, $+q$ и $-q$. Найдите напряженность поля в центре треугольника.

3.15. В трех вершинах квадрата со стороной 10 см находятся одинаковые положительные заряды по $5 \cdot 10^{-9}$ Кл каждый. Найти напряженность в четвертой вершине квадрата.

3.16. Три одинаковых заряда, 10^{-9} Кл каждый, расположены в вершинах прямоугольного треугольника с катетами 10 см и 30 см. Найти напряженность электрического поля, создаваемого всеми зарядами в точке пересечения гипотенузы с перпендикуляром, опущенным на нее из вершины прямого угла.

3.17. Два заряда расположены на оси X . Один заряд, равный $1,25$ нКл, расположен в точке $x_1 = 3,0$ см, а другой, равный $-1,25$ нКл, находится в точке $x_2 = -3,0$ см. Определить модуль и направление вектора напряженности в точках $(0; 0)$, $(0; 3)$, $(0; -3)$ на оси Y .

3.18. Два одинаковых заряда, по $1,2$ нКл каждый, расположены в плоскости XU . Один заряд расположен в точке $x_1 = 3,0$ см, $y_1 = 0$, другой – в точке $x_2 = 0$, $y_2 = 2,0$ см. Определить модуль и направление вектора напряженности в точке $(3,0; 2,0)$.

3.19. Поле создано двумя зарядами, расположенными на оси X . Один заряд, равный $+e$, расположен в точке $x_1 = 1,0$ см, а другой, равный $+4e$, находится в точке $x_2 = -2,0$ см. Найти координаты точек с нулевой напряженностью. Сколько имеется таких точек?

3.20. В вершинах квадрата со стороной a расположены четыре одинаковых по величине заряда: два положительных и два отрицательных. Определите напряженность поля в точке пересечения диагоналей. Рассмотреть все возможные случаи. Величина заряда – Q .

3.21. Тонкий стержень длиной $l=20$ см несет равномерно распределенный заряд $q=0,1$ мкКл. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке A , лежащей на оси стержня на расстоянии $a = 20$ см от его конца.

3.22. По тонкому полукольцу радиуса $R= 10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $r = 1$ мкКл/м. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O , совпадающей с центром кольца.

3.23. Тонкое кольцо несет распределенный заряд $Q= 0,2$ мкКл. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке A , равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $r= 20$ см. Радиус кольца $R= 10$ см.

3.24. Треть тонкого кольца радиуса $R=10$ см несет распределенный заряд $Q=50$ нКл. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O , совпадающей с центром кольца.

3.25. Бесконечный тонкий стержень, ограниченный с одной стороны, несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau=0,5$ мкКл/м. Определить напряженность электрического поля E , создаваемого распределенным зарядом в точке A , лежащей на оси стержня на расстоянии $a=20$ см от его начала.

3.26. По тонкому кольцу радиусом $R=20$ см равномерно распределен с линейной плотностью $\tau=0,5$ мкКл/м заряд. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке A , находящейся на оси кольца на расстоянии $h=2R$ от его центра.

3.27. По тонкому полукольцу равномерно распределен заряд $Q=20$ мкКл с линейной плотностью $\tau=0,1$ мкКл/м. Определить напряженность электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O , совпадающей с центром кольца.

3.28. Четверть тонкого кольца радиусом $R=10$ см несет равномерно распределенный заряд $Q=0,05$ мкКл. Определить напряженность электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O , совпадающей с центром кольца.

3.29. По тонкому кольцу равномерно распределен заряд $Q=10$ нКл с линейной плотностью $\tau=0,01$ мкКл/м. Определить напряженность электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке A , лежащей на оси кольца и удаленной от его центра на расстояние, равное радиусу кольца.

3.30. Две трети тонкого кольца радиусом $R=10$ см несет равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau=0,2$ мкКл/м заряд. Определить напряженность электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O , совпадающей с центром кольца.

3.31. На двух концентрических сферах радиусом R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис. 9). Требуется: 1) используя теорему Остроградского-Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: I, II, III . Принять $\sigma_1=\sigma, \sigma_2=-\sigma$; 2) вычислить напряженность электрического поля E в точке, удаленной от центра сферы на расстояние r , и указать направление вектора E . Принять $\sigma=30$ нКл/м², $r=1,5R$; 3) построить график $E(r)$.

3.32. На двух концентрических сферах радиусом R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (см. рис. 9). Требуется: 1) используя теорему Остроградского-Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: I, II, III . Принять $\sigma_1=-2\sigma, \sigma_2=\sigma$; 2) вычислить

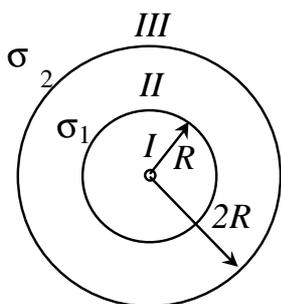


Рисунок 9

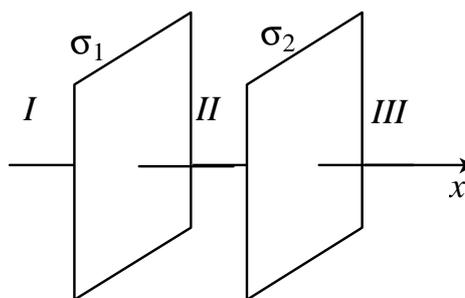


Рисунок 10

напряженность электрического поля E в точке, удаленной от центра сферы на расстояние r , и указать направление вектора E . Принять $\sigma=0,1 \text{ мкКл/м}^2$, $r=3R$.

3.33. На двух концентрических сферах радиусом R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (см. рис. 9). Требуется: 1) используя теорему Остроградского-Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: I , II , III . Принять $\sigma_1= -1\sigma$, $\sigma_2= \sigma$; 2) вычислить напряженность электрического поля E в точке, удаленной от центра сферы на расстояние r , и указать направление вектора E . Принять $\sigma=50 \text{ нКл/м}^2$, $r=1,5R$.

3.34. На двух концентрических сферах радиусом R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (см. рис. 9). Требуется: 1) используя теорему Остроградского-Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: I , II , III . Принять $\sigma_1= -2\sigma$, $\sigma_2= \sigma$; 2) вычислить напряженность электрического поля E в точке, удаленной от центра сферы на расстояние r , и указать направление вектора E . Принять $\sigma=0,1 \text{ мкКл/м}^2$, $r=3R$.

3.35. На двух бесконечных параллельных плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис. 10). Требуется: 1) используя теорему Остроградского-Гаусса и принцип суперпозиции электрических полей, найти выражение $E(x)$ напряженности электрического поля в трех областях: I , II и III . Принять $\sigma_1=2\sigma$, $\sigma_2=\sigma$; 2) вычислить напряженность E поля в точке, расположенной слева от плоскостей, и указать направление вектора E ; 3) построить график $E(x)$.

3.36. На двух бесконечных параллельных плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (см. рис. 10). Требуется: 1) используя теорему Остроградского-Гаусса и принцип суперпозиции электрических полей, найти выражение $E(x)$ напряженности электрического поля в трех областях: I , II и III . Принять $\sigma_1= -1\sigma$, $\sigma_2=2\sigma$; 2) вычислить напряженность E поля в точке, расположенной слева от плоскостей, и указать направление вектора E ; 3) построить график $E(x)$. Принять $\sigma=10 \text{ нКл/м}^2$ и точку расположить между плоскостями.

3.37. На двух бесконечных параллельных плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (см. рис. 10). Требуется: 1) используя теорему Остроградского-Гаусса и принцип суперпозиции электрических полей, найти выражение $E(x)$ напряженности электрического поля в трех областях: *I*, *II* и *III*. Принять $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -2\sigma$; 2) вычислить напряженность E поля в точке, расположенной справа от плоскостей, и указать направление вектора \mathbf{E} ; 3) построить график $E(x)$. Принять $\sigma = 20 \text{ нКл/м}^2$ и точку расположить справа от плоскостей.

3.38. На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис. 11). Требуется: 1) используя теорему Остроградского-Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: *I*, *II* и *III*. Принять $\sigma_1 = -2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; 2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от оси цилиндров на расстояние r , и указать направление вектора \mathbf{E} . Принять $\sigma = 50 \text{ нКл/м}^2$, $r = 1,5R$; 3) построить график $E(r)$.

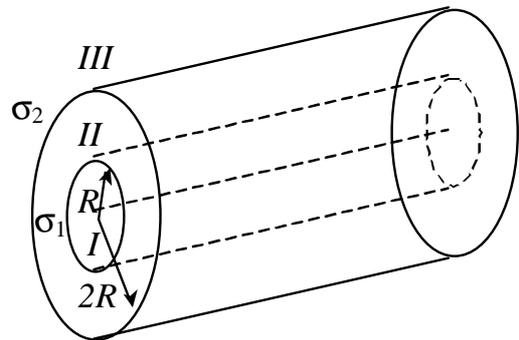


Рисунок 11

3.39. На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (см. рис. 11). Требуется: 1) используя теорему Остроградского-Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: *I*, *II* и *III*. Принять $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$; 2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от оси цилиндров на расстояние r , и указать направление вектора \mathbf{E} . Принять $\sigma = 60 \text{ нКл/м}^2$, $r = 3R$.

3.40. На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (см. рис. 11). Требуется: 1) используя теорему Остроградского-Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: *I*, *II* и *III*. Принять $\sigma_1 = -\sigma$, $\sigma_2 = 1\sigma$; 2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от оси цилиндров на расстояние r , и

указать направление вектора E ; 3) построить график $E(r)$, приняв $\sigma=30 \text{ нКл/м}^2$, $r=1R$.

3.41. Два точечных заряда $Q_1=6 \text{ нКл}$ и $Q_2=3 \text{ нКл}$ находятся на расстоянии $d=60 \text{ см}$ друг от друга. Какую работу необходимо совершить внешним силам, чтобы уменьшить расстояние между зарядами вдвое?

3.42. Электрическое поле создано заряженным проводящим шаром, потенциал φ которого 300 В . Определить работу сил поля по перемещению заряда $Q=0,2 \text{ мкКл}$ из точки 1 в точку 2 (рис. 12).

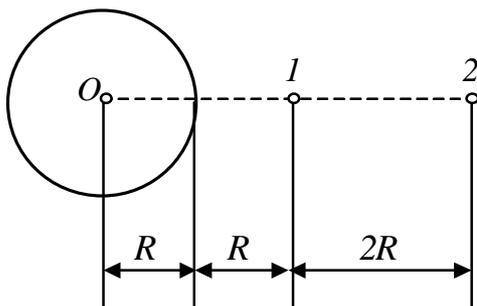


Рисунок 12

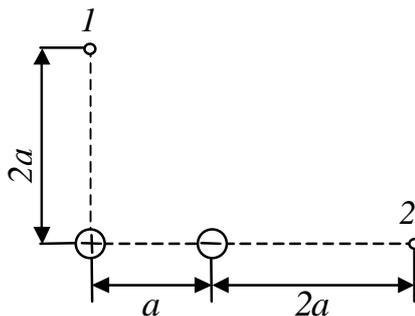


Рисунок 13

3.43. Электрическое поле создано зарядами $Q_1=2 \text{ мкКл}$ и $Q_2=1 \text{ мкКл}$, находящимися на расстоянии $a=10 \text{ см}$ друг от друга. Определить работу сил электрического поля, совершаемую при перемещении заряда $Q=5 \text{ мкКл}$ из точки 1 в точку 2 (рис. 13).

3.44. Две параллельные заряженные плоскости, поверхностные плотности заряда которых $\sigma_1=2 \text{ мкКл/м}^2$ и $\sigma_2=-0,3 \text{ мкКл/м}^2$, находятся на расстоянии $d=0,6 \text{ см}$ друг от друга. Определить разность потенциалов U между плоскостями.

3.45. Диполь с электрическим моментом $p=100 \text{ нКл}\cdot\text{м}$ свободно установился в электрическом поле напряженностью $E=200 \text{ кВ/м}$. Определить работу внешних сил, которую необходимо совершить для поворота диполя на угол $\alpha=130^\circ$.

3.46. Четыре одинаковых капли ртути, заряженных до потенциала $\varphi=10 \text{ В}$, сливаются в одну. Каков потенциал φ_1 образовавшейся капли?

3.47. Тонкий стержень согнут в кольцо радиусом $R=10 \text{ см}$. Он равномерно заряжен с линейной плотностью заряда $\tau=300 \text{ нКл/м}$.

Определить потенциал φ в точке, расположенной на оси кольца на расстоянии $h=10$ см от центра кольца.

3.48. Поле образовано точечным диполем с электрическим моментом $p=200$ нКл·м. Определить разность потенциалов U двух точек поля, расположенных симметрично относительно диполя на его оси на расстоянии $r=10$ см от центра диполя.

3.49. Электрическое поле образовано бесконечно длинной заряженной нитью, линейная плотность заряда которой $\tau=20$ нКл/м. Определить разность потенциалов U двух точек поля, отстоящих на расстояние $r_1=3$ см и $r_2=12$ см.

3.50. Тонкая квадратная рамка равномерно заряжена с линейной плотностью заряда $\tau=200$ нКл/м. Определить потенциал φ поля в точке пересечения диагоналей.

3.51. Пылинка массой $m=200$ мкг, несущая на себе заряд $Q=10$ нКл, влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности потенциалов $U=200$ В пылинка имела скорость $v=10$ м/с. Определить скорость v_0 пылинки до того, как она влетела в поле.

3.52. Электрон, обладавший кинетической энергией $T=10$ эВ, влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов $U=3$ В?

3.53. Найти отношение скоростей ионов Cu^{++} и K^+ , прошедших одинаковую разность потенциалов.

3.54. Электрон с энергией $T=100$ эВ (в бесконечности) движется вдоль силовой линии по направлению к поверхности заряженной сферы радиусом $R=10$ см. Определить минимальное расстояние a , на которое приблизится электрон к поверхности сферы, если заряд ее $Q=-10$ нКл.

3.55. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость $v=10^5$ м/с. Расстояние между пластинами $d=3$ мм. Найти: 1) разность потенциалов U между пластинами; 2) поверхностную плотность заряда на пластинах.

3.56. Пылинка массой $m=5$ нг, несущая на себе $N=10$ электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов $U=1$ МВ. Какова кинетическая энергия T пылинки? Какую скорость приобрела пылинка?

3.57. Какой минимальной скоростью v_{\min} должен обладать протон, чтобы он мог достигнуть поверхности заряженного до потенциала $\varphi=100\text{ В}$ металлического шара (рис. 14)?

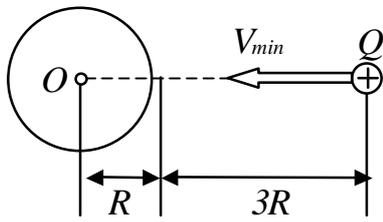


Рисунок 14

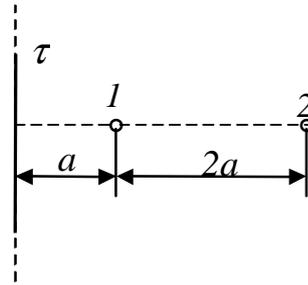


Рисунок 15

3.58. В однородное электрическое поле напряженностью $E=200\text{ В/м}$ влетает (вдоль силовой линии) электрон со скоростью $v_0=2\text{ Мм/с}$. Определить расстояние l , которое пройдет электрон до точки, в которой его скорость будет равна половине начальной.

3.59. Электрическое поле создано бесконечной заряженной прямой линией с равномерно распределенным зарядом ($\tau=10\text{ нКл/м}$). Определить кинетическую энергию электрона T_2 в точке 2, если в точке 1 его кинетическая энергия $T_1=200\text{ эВ}$ (рис. 15).

3.60. Электрон движется вдоль силовой линии однородного электрического поля. В некоторой точке поля с потенциалом $\varphi_1=100\text{ В}$ электрон имел скорость $V_1=6\text{ Мм/с}$. Определить потенциал φ_2 точки поля, дойдя до которой электрон потеряет половину своей скорости.

3.61. Конденсаторы емкостью $C_1=5\text{ мкФ}$ и $C_2=10\text{ мкФ}$ заряжены до напряжений $U_1=60\text{ В}$ и $U_2=100\text{ В}$ соответственно. Определить напряжение на обкладках конденсаторов после их соединения обкладками, имеющими одноименные заряды.

3.62. Конденсатор емкостью $C_1=10\text{ мкФ}$ заряжен до напряжения $U=10\text{ В}$. Определить заряд на обкладках этого конденсатора после того, как параллельно ему был подключен другой, незаряженный, конденсатор емкостью $C_2=20\text{ мкФ}$.

3.63. Конденсаторы емкостями $C_1=2\text{ мкФ}$, $C_2=5\text{ мкФ}$ и $C_3=10\text{ мкФ}$ соединены последовательно и находятся под напряжением $U=350\text{ В}$. Определить напряжение и заряд на каждом из конденсаторов.

3.64. Два конденсатора емкостями $C_1=2 \text{ мкФ}$ и $C_2=5 \text{ мкФ}$ заряжены до напряжений $U_1=100 \text{ В}$ и $U_2=150 \text{ В}$ соответственно. Определить напряжение на обкладках конденсаторов после их соединения обкладками, имеющими разноименные заряды.

3.65. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора емкостью $C=100 \text{ нФ}$ каждый соединены в батарею последовательно. Определить, на сколько изменится емкость C батареи, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить парафином.

3.66. Два конденсатора емкостями $C_1=5 \text{ мкФ}$ и $C_2=3 \text{ мкФ}$ соединены последовательно и присоединены к батарее с ЭДС $E = 30 \text{ В}$. Определить заряды Q_1 и Q_2 конденсаторов и разности потенциалов U_1 и U_2 между их обкладками.

3.67. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом $R=10 \text{ см}$ каждая. Расстояние между пластинами $d=2 \text{ мм}$. Конденсатор присоединен к источнику напряжения $U=30 \text{ В}$. Определить заряд Q и напряженность E поля конденсатора в двух случаях: а) диэлектрик – воздух; б) диэлектрик – стекло.

3.68. Два металлических шарика радиусами $R_1=5 \text{ см}$ и $R_2=10 \text{ см}$ имеют заряды $Q_1=10 \text{ нКл}$ и $Q_2=-20 \text{ нКл}$ соответственно. Найти энергию W , которая выделится при разряде, если шары соединить проводником.

3.69. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектрика: стекла толщиной $d_1=0,2 \text{ см}$ и парафина толщиной $d_2=0,3 \text{ см}$. Разность потенциалов между обкладками $U=360 \text{ В}$. Определить напряженность E поля и падение потенциала в каждом из слоев.

3.70. Плоский конденсатор с площадью пластин $S=200 \text{ см}^2$ каждая заряжен до разности потенциалов $U=2 \text{ кВ}$. Расстояние между пластинами $d=2 \text{ см}$. Диэлектрик – стекло. Определить энергию W поля конденсатора и плотность энергии w поля.

3.71. Определите плотность тока в стальном проводе длиной 20 м , если провод находится под напряжением 1 В . Удельное сопротивление стали $\rho=12 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$.

3.72. Какова сила и плотность тока в алюминиевом проводе сечением 2 мм^2 , если напряженность электрического поля в нем равна $1,0\text{ В/м}$? Удельное сопротивление алюминия $2,8 \cdot 10^{-8}\text{ Ом}\cdot\text{м}$.

3.73. Какое напряжение можно приложить к катушке, имеющей $n=1000$ витков медного провода со средним диаметром витков $d=6\text{ см}$, если допустимая плотность тока $j=2\text{ А/мм}^2$, $\rho=1,75 \cdot 10^{-8}\text{ Ом}\cdot\text{м}$?

3.74. Электрическую лампу сопротивлением 240 Ом , рассчитанную на напряжение 120 В , надо питать от сети напряжением 220 В . Какой длины нихромовый проводник сечением $0,55\text{ мм}^2$ надо включить последовательно с лампой? Удельное сопротивление нихрома $110 \cdot 10^{-8}\text{ Ом}\cdot\text{м}$.

3.75. Источник с ЭДС $2,0\text{ В}$ и внутренним сопротивлением $0,8\text{ Ом}$ замкнут никелиновой проволокой длиной $2,1\text{ м}$ и сечением $0,21\text{ мм}^2$. Каково напряжение на зажимах источника? Удельное сопротивление никелина $42 \cdot 10^{-8}\text{ Ом}\cdot\text{м}$.

3.76. Определите площадь поперечного сечения и длину проволоки из алюминия, если ее сопротивление $0,10\text{ Ом}$, а масса 54 г . Удельное сопротивление алюминия $\rho=2,8 \cdot 10^{-8}\text{ Ом}\cdot\text{м}$. Плотность алюминия $2,7 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3$.

3.77. Имеется катушка медной проволоки площадью поперечного сечения $0,1\text{ мм}^2$. Масса всей проволоки $0,3\text{ кг}$. Определить сопротивление проволоки. Удельное сопротивление меди $1,7 \cdot 10^{-8}\text{ Ом}\cdot\text{м}$.

3.78. Длина двухпроводной линии 600 м . Провода – алюминиевые, сечением 10 мм^2 . Определите падение напряжения на линии, если сила тока в ней 30 А . Удельное сопротивление алюминия $\rho=2,6 \cdot 10^{-8}\text{ Ом}\cdot\text{м}$.

3.79. От источника напряжением 100 кВ требуется передать на расстояние 5 км мощность 5 МВт . Допустимая потеря напряжения в проводах 1% . Рассчитать минимальное сечение медного провода, пригодного для этой цели. Удельное сопротивление меди $1,7 \cdot 10^{-8}\text{ Ом}\cdot\text{м}$.

3.80. Найти скорость упорядоченного движения электронов в медном проводнике сечением 25 мм^2 при силе тока 50 А , считая, что на каждый атом приходится один электрон проводимости. Удельное сопротивление меди $\rho=1,7 \cdot 10^{-8}\text{ Ом}\cdot\text{м}$.

3.81. Катушка и амперметр соединены последовательно и подключены к источнику тока. К клеммам катушки присоединен вольтметр с сопротивлением $r=4$ кОм. Амперметр показывает силу тока $I=0,3$ А, вольтметр – напряжение $U=120$ В. Определить сопротивление R катушки. Определить относительную погрешность ε , которая будет допущена при измерении сопротивления, если пренебречь силой тока, текущего через вольтметр.

3.82. ЭДС батареи $E=80$ В, внутреннее сопротивление $R_i=5$ Ом. Внешняя цепь потребляет мощность $P=100$ Вт. Определить силу тока I в цепи, напряжение U , под которым находится внешняя цепь, и ее сопротивление R .

3.83. От батареи, ЭДС которой $E=600$ В, требуется передать энергию на расстояние $l=1$ км. Потребляемая мощность $P=5$ кВт. Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводящих проводов $d=0,5$ см.

3.84. При внешнем сопротивлении $R_1=8$ Ом сила тока в цепи $I_1=0,3$ А, при сопротивлении $R_2=15$ Ом сила тока $I_2=0,5$ А. Определить силу тока $I_{к.з}$ короткого замыкания источника ЭДС.

3.85. ЭДС батареи $E=24$ В. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, $I_{\max}=10$ А. Определить максимальную мощность P_{\max} , которая может выделяться во внешней цепи.

3.86. При замыкании элемента на сопротивление $4,5$ Ом ток в цепи $0,2$ А, а при замыкании на сопротивлении 10 Ом ток в цепи – $0,1$ А. Найдите ЭДС элемента и его внутреннее сопротивление.

3.87. От источника с напряжением $U=800$ В необходимо передать потребителю мощность $P=10$ кВт на некоторое расстояние. Какое наибольшее сопротивление может иметь линия передачи, чтобы потери энергии в ней не превышали 10% от передаваемой мощности?

3.88. При включении электромотора в сеть с напряжением $U=220$ В он потребляет ток $I=5$ А. Определить мощность, потребляемую мотором, и его КПД, если сопротивление R обмотки мотора равно 6 Ом.

3.89. В сеть с напряжением $U=100$ В подключили катушку с сопротивлением $R_1=2$ кОм и вольтметр, соединенные последовательно. Показание вольтметра $U_1=80$ В. Когда катушку заменили другой,

вольтметр показал $U_2=60$ В. Определить сопротивление R_2 другой катушки.

3.90. ЭДС батареи $E=12$ В. При силе тока $I=4$ А КПД батареи $\eta=0,6$. Определить внутреннее сопротивление R_i батареи.

3.91. К источнику тока подключили один раз резистор сопротивлением 1 Ом, другой раз – 4 Ом. В обоих случаях на резисторах за одно и то же время выделилось одинаковое количество теплоты. Определить внутреннее сопротивление источника тока.

3.92. За время $t = 20$ с, при равномерно возрастающей силе тока от нуля до некоторого максимума, в проводнике сопротивлением $R = 5$ Ом выделилось количество теплоты $Q = 4$ кДж. Определить скорость нарастания силы тока, если сопротивление проводника $R = 5$ Ом.

3.93. Сила тока в проводнике изменяется со временем по закону $I=I_0e^{-\alpha \cdot t}$, где $I_0 = 20$ А, $\alpha = 10^{-1}$ с⁻¹. Определить количество теплоты, выделившееся в проводнике за время $t = 10^2$ с.

3.94. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом за время $t=50$ с равномерно нарастает от $I_1 = 5$ А до $I_2 = 10$ А. Определить количество теплоты Q , выделившееся за это время в проводнике.

3.95. В проводнике за время $t = 10$ с при равномерном возрастании силы тока от $I_1 = 1$ А до $I_2 = 2$ А выделилось количество теплоты $Q = 5$ кДж. Найти сопротивление R проводника.

3.96. За время $t = 10$ с, при равномерно возрастающей силе тока от нуля до некоторого максимума, в проводнике выделилось количество теплоты $Q = 10$ кДж. Определить среднюю силу тока $\langle I \rangle$ в проводнике, если его сопротивление $R = 25$ Ом.

3.97. За время $t = 8$ с, при равномерно возрастающей силе тока, в проводнике сопротивлением $R = 8$ Ом выделилось количество теплоты $Q = 500$ Дж. Определить заряд q , прошедший через проводник, если сила тока в начальный момент времени равна нулю.

3.98. Определить количество теплоты Q , выделившееся за время $t = 10$ с в проводнике сопротивлением $R = 10$ Ом, если сила тока в нем, равномерно уменьшаясь, изменилась от $I_1 = 10$ А до $I_1 = 0$.

3.99. Сила тока в цепи изменяется по закону $I = I_0 \sin \omega t$. Определить количество теплоты, которое выделится в проводнике сопротивлением $R = 10 \text{ Ом}$ за время, равное четверти периода (от $t_1 = 0$ до $t_2 = T/4$, где $T = 10 \text{ с}$). Начальная сила тока $I_0 = 10 \text{ А}$.

3.100. Сила тока в цепи изменяется со временем по закону $I = I_0 e^{-\alpha t}$. Определить количество теплоты, которое выделится в проводнике сопротивлением $R = 20 \text{ Ом}$ за время, в течение которого ток уменьшится в e раз. Коэффициент α принять равным $2 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-4}$.

4 Магнетизм

Основные формулы

Связь магнитной индукции \mathbf{B} с напряженностью \mathbf{H} магнитного поля:

$$\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H},$$

где μ — магнитная проницаемость изотропной среды;

μ_0 — магнитная постоянная. В вакууме $\mu = 1$, и тогда магнитная индукция в вакууме:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}.$$

Закон Био-Савара-Лапласа:

а) в векторной форме:

$$d\vec{\mathbf{B}} = \frac{\mu \mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{[d\vec{\mathbf{l}}, \vec{\mathbf{r}}]}{r^3},$$

б) в скалярной форме:

$$dB = \frac{\mu \mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \sin \alpha}{r^2} \cdot dl,$$

где $d\mathbf{B}$ — магнитная индукция поля, создаваемого элементом провода длиной dl с током I ;

\mathbf{r} — радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция;

α — угол между радиус-вектором и направлением тока в элементе провода.

Магнитная индукция в центре кругового тока

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R},$$

где R — радиус кругового витка.

Магнитная индукция на оси кругового тока

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

где h — расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля прямого тока:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi \cdot r_0},$$

где r_0 — расстояние от оси провода до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током (рис. 16):

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2)$$

Обозначения ясны из рис.16. Направление вектора магнитной индукции \mathbf{B} обозначено точкой — это значит, что вектор \mathbf{B} направлен перпендикулярно плоскости чертежа к нам.

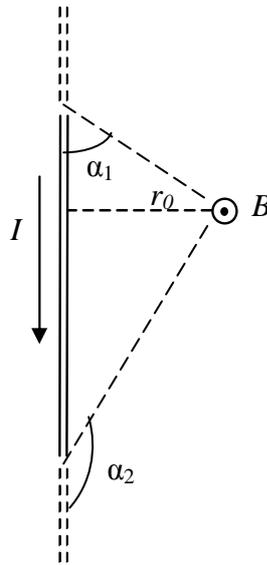


Рисунок 16

Магнитная индукция поля длинного соленоида:

$$B = \mu \mu_0 n I,$$

где n — отношение числа витков соленоида к его длине.

Сила, действующая на провод с током в неоднородном магнитном поле

$$d\vec{F} = I [Id\vec{l} \times \vec{B}],$$

или в скалярном виде

$$dF = IBdl \sin \alpha$$

где dl — элемент длины провода;

α — угол между направлением тока в проводе и вектором магнитной индукции \mathbf{B} .

Для однородного магнитного поля и прямого отрезка провода закон Ампера

$$F = IBl \sin \alpha$$

Магнитный момент плоского контура с током

$$\mathbf{p}_m = nIS,$$

где \mathbf{n} — единичный вектор нормали (положительной) к плоскости контура;

I — сила тока, протекающего по контуру;

S — площадь контура.

Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$$

или

$$M = p_m B \sin \alpha,$$

где α — угол между векторами магнитного момента \mathbf{p}_m и магнитной индукции \mathbf{B} .

Потенциальная энергия (механическая) контура с током в магнитном поле

$$W_{nom} = -\vec{p}_m \vec{B}$$

или

$$W_{nom} = -p_m B \cos \alpha.$$

Отношение магнитного момента p_m к механическому L (моменту импульса) заряженной частицы, движущейся по круговой орбите:

$$\frac{p_m}{L} = \frac{1}{2} \frac{Q}{m}.$$

где Q — заряд частицы;

m — масса частицы.

Сила Лоренца

$$F = Q[\mathbf{v}\mathbf{B}],$$

или

$$F = QvB\sin\alpha,$$

где v — скорость заряженной частицы;

α — угол между векторами \mathbf{v} и \mathbf{B} .

Если частица находится одновременно в электрическом и магнитном полях, то под силой Лоренца понимают выражение

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{E} + [\mathbf{v}, \mathbf{B}].$$

Магнитный поток:

а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности:

$$\Phi = BS \cos\alpha, \text{ или } \Phi = B_n S,$$

где S — площадь контура;

α — угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции:

б) в случае неоднородного поля и произвольной поверхности:

$$\Phi = \int_S B_n dS$$

(интегрирование ведется по всей поверхности).

Потокосцепление (полный поток)

$$\Psi = N\Phi.$$

Эта формула верна для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу N витков.

Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле

$$A = I\Delta\Phi.$$

ЭДС индукции

$$E_i = -\frac{d\Psi}{dt}.$$

Разность потенциалов на концах провода, движущегося со скоростью v в магнитном поле,

$$U = Blv \sin \alpha,$$

где l — длина провода;

α — угол между векторами v и B .

Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур:

$$Q = \Delta\Phi/R, \text{ или } Q = \Delta\Phi/R = \Delta\Psi/R,$$

где R — сопротивление контура.

Индуктивность контура

$$L = \Phi/I.$$

ЭДС самоиндукции

$$E_{si} = -L\frac{dI}{dt}.$$

Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где n — отношение числа витков соленоида к его длине;

V — объем соленоида.

Мгновенное значение силы тока в цепи, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L :

а) при замыкании цепи:

$$I = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-Rt/L}\right),$$

где E — ЭДС источника тока;

t — время, прошедшее после замыкания цепи;

б) при размыкании цепи:

$$I = I_0 e^{-Rt/L},$$

где I_0 — сила тока в цепи при $t=0$;

t — время, прошедшее с момента размыкания цепи.

Энергия магнитного поля

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля (отношение энергии магнитного поля соленоида к его объему):

$$w = BH/2, \text{ или } w = B^2/(2\mu\mu_0), \text{ или } w = \mu\mu_0 H^2/2,$$

где B — магнитная индукция;

H — напряженность магнитного поля.

Примеры решения задач

Пример 4.1. По двум параллельным, прямым проводам длиной $l = 2,5$ м каждый, находящимся на расстоянии $d = 20$ см друг от друга, текут

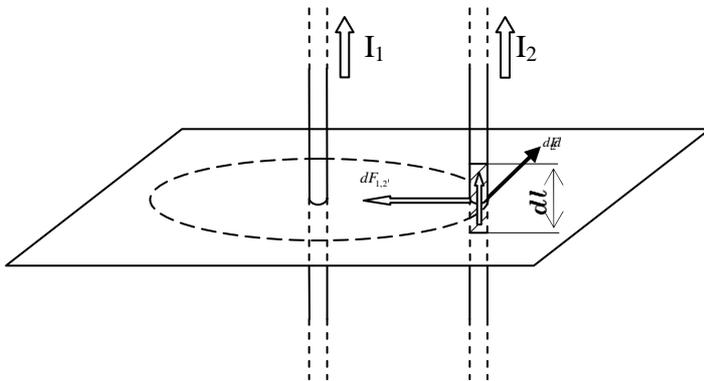


Рисунок 17

одинаковые токи $I=1$ кА. Вычислить силу F взаимодействия токов.

Решение. Взаимодействие двух проводников, по которым текут токи, осуществляется через магнитное поле. Каждый ток создает магнитное поле, которое действует на другой

проводник. Предположим, что оба тока (обозначим их I_1 и I_2) текут в одном направлении.

Вычислим силу $F_{1,2}$, с которой магнитное поле, созданное током I_1 , действует на проводник с током I_2 . Для этого проведем магнитную силовую линию так (штриховая линия на рис. 17), чтобы она касалась проводника с током I_2 . По касательной к силовой линии проведем вектор магнитной индукции B_1 . Модуль магнитной индукции B_1 определяется соотношением (длинный проводник ($l \gg d$) можно приближенно рассматривать как бесконечно длинный):

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}. \quad (58)$$

Согласно закону Ампера, на каждый элемент второго проводника с током I_2 длиной dl_2 в магнитном поле действует сила

$$dF_{1,2} = I_2 B_1 dl_2 \sin(dl_2, B_1).$$

Так как отрезок dl перпендикулярен вектору B_1 , то $\sin(dl, B_1) = 1$, и тогда

$$dF_{1,2} = I_2 B_1 dl_2. \quad (59)$$

Подставив в выражение (59) B_1 из формулы (58), получим

$$dF_{1,2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} dl.$$

Силу $F_{1,2}$ взаимодействия проводников с током найдем интегрированием по всей длине второго проводника. Также учтем, что, по третьему закону Ньютона, сила, действующая на первый проводник со стороны второго, будет равна найденной по модулю и противоположна ей по направлению:

$$F_{1,2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \int_0^{l_2} dl_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} l_2.$$

Заметив, что $I_1 = I_2 = I$ и $l_2 = l$, получим

$$F_{1,2} = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}.$$

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу силы (H):

$$\frac{[\mu_0][I^2][l]}{[d]} = \frac{1 \text{ Гн/м} \cdot (1 \text{ А})^2 \cdot 1 \text{ м}}{1 \text{ м}} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ м}} = 1 \text{ Н}.$$

Произведем вычисления:

$$F_{1,2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (10^3)^2 \cdot 2,5}{2\pi \cdot 0,2} \text{ Н} = 2,5 \text{ Н}.$$

Сила $F_{1,2}$ сонаправлена с силой $dF_{1,2}$ и определяется (в данном случае это проще) правилом левой руки.

Ответ: $F=2,5 \text{ Н}$.

Пример 4.2. Провод в виде тонкого полукольца радиусом $R=10 \text{ см}$ находится в однородном магнитном поле ($B=50 \text{ мТл}$). По проводу течет ток $I=10 \text{ А}$. Найти силу F , действующую на провод, если плоскость полукольца перпендикулярна линиям магнитной индукции, а подводящие провода находятся вне поля.

Решение. Расположим провод в плоскости чертежа перпендикулярно линиям магнитной индукции (рис. 18) и выделим на нем малый элемент dl с током. На этот элемент тока $I dl$ по закону Ампера будет действовать сила $d\vec{F} = I[d\vec{l}\vec{B}]$. Направление этой силы можно определить по правилу векторного произведения или по правилу левой руки.

Используя симметрию, выберем координатные оси так, как это изображено на рисунке. Силу $d\vec{F}$ представим в виде

$$d\vec{F} = \vec{i} dF_x + \vec{j} dF_y,$$

где \vec{i} и \vec{j} — единичные векторы (орты);

dF_x и dF_y — проекции вектора $d\vec{F}$ на координатные оси Ox и Oy .

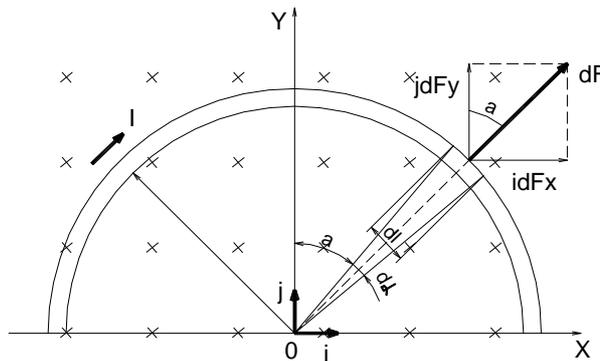


Рисунок 18

Силу F , действующую на весь провод, найдем интегрированием:

$$\vec{F} = \int_L d\vec{F} = \vec{i} \int_L dF_x + \vec{j} \int_L dF_y,$$

где символ L указывает на то, что интегрирование ведется по всей длине провода L .

Из соображений симметрии первый интеграл равен нулю ($\int_L dF_x = 0$).

Тогда

$$\vec{F} = j \int_L dF_y. \quad (60)$$

Из рис.11 следует, что

$$dF_y = dF \cdot \cos\alpha,$$

где dF — модуль вектора $d\vec{F}$. Так как вектор dl перпендикулярен вектору \vec{B} , то $dF = IBdl$. Выразив длину дуги dl через радиус R и угол α , получим

$$dF = IBRd\alpha.$$

Тогда

$$dF_y = IBR \cos\alpha d\alpha$$

Введем dF_y под интеграл соотношения (60) и проинтегрируем в пределах от $-\pi/2$ до $+\pi/2$:

$$F = jIBR \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos\alpha d\alpha = 2jIBR.$$

Из полученного выражения видно, что сила F сонаправлена с положительным направлением оси Oy .

Найдем модуль силы F :

$$F = |F| = 2IBR.$$

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу силы (Н):

$$[I][B][R] = 1A \cdot 1Tл \cdot 1M = 1A \cdot \frac{1H \cdot 1M}{1A \cdot (1M)^2} \cdot 1M = 1H.$$

Произведем вычисления:

$$F = 2 \cdot 10 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 = 0,1(H).$$

Ответ: $F = 0,1H$.

Пример 4.3. На проволочный виток радиусом $r=10\text{см}$, помещенный между полюсами магнита, действует максимальный механический момент $M_{\max} = 6,5 \text{ мкН}$. Сила тока I в витке равна $2A$. Определить магнитную индукцию B поля между полюсами магнита. Действием магнитного поля Земли пренебречь.

Решение. Индукцию B магнитного поля можно определить из выражения механического момента, действующего на виток с током в магнитном поле,

$$M = p_m B \sin \alpha. \quad (61)$$

Если учесть, что максимальное значение механический момент принимает при $\alpha = \pi/2$, а также что $p_m = IS$, то формула (61) примет вид

$$M_{\max} = IB S.$$

Отсюда, учитывая, что $S = \pi r^2$, находим

$$B = M_{\max} / (\pi r^2 I). \quad (62)$$

Произведя вычисления по формуле (62), найдем

$$B=104 \text{ мкТл.}$$

Ответ: $B=104 \text{ мкТл.}$

Пример 4.4. Квадратная рамка со стороной длиной $a = 2 \text{ см}$, содержащая $N = 100$ витков тонкого провода, подвешена на упругой нити, постоянная кручения C которой равна $10 \text{ мкН}\cdot\text{м}/\text{град}$. Плоскость рамки совпадает с направлением линии индукции внешнего магнитного поля. Определить индукцию внешнего магнитного поля, если при пропускании по рамке тока $I=1 \text{ А}$ она повернулась на угол $\alpha = 60^\circ$.

Решение. Индукция B внешнего магнитного поля может быть найдена из условия равновесия рамки в магнитном поле. Рамка будет находиться в равновесии, если сумма механических моментов, действующих на нее, будет равна нулю:

$$\sum \vec{M} = 0. \quad (63)$$

В данном случае на рамку действуют два момента: \vec{M}_1 — момент сил, с которым внешнее магнитное поле действует на рамку с током, и \vec{M}_2 — момент упругих сил, возникающих при закручивании нити, на которой рамка подвешена. Следовательно, формула (63) может быть переписана в виде

$$\vec{M} + \vec{M}_2 = 0.$$

Выразив M_1 и M_2 в этом равенстве через величины, от которых зависят моменты сил, получим

$$p_m B \sin \alpha - C \varphi = 0. \quad (64)$$

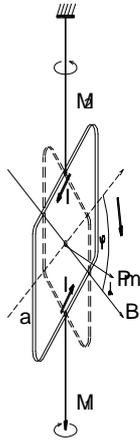


Рисунок 19

Знак «минус» с перед моментом M_2 ставится потому, что этот момент противоположен по направлению моменту M_1 .

Магнитный момент рамки с током определяется по формуле

$$p_m = INS = Ia^2 N,$$

где I — сила тока в рамке;

$S=a^2$ — площадь рамки;

N — число витков рамки.

Тогда равенство (64) перепишем в виде

$$NIa^2 B \sin \alpha - C \varphi = 0.$$

Откуда выразим магнитную индукцию внешнего поля:

$$B = \frac{C \varphi}{NIa^2 \sin \alpha}. \quad (65)$$

Из рис. 19 видно, что $\alpha = \pi/2 - \varphi$, значит, $\sin \alpha = \cos \varphi$. С учетом этого равенство (65) примет вид:

$$B = \frac{C \varphi}{NIa^2 \cos \varphi}. \quad (66)$$

Так как значение угла φ дано в градусах, то значение постоянной кручения C , рассчитанной на градус, равно $C = 10 \cdot 10^{-6} \text{ Ё} \cdot \text{л} / \text{а} \text{д} \text{а} \text{а}$.

Подставим данные в формулу (66) и произведем вычисления:

$$B = \frac{10 \cdot 10^{-6} \cdot 60}{100 \cdot 1 \cdot (0,02)^2 \cdot 1/2} \text{ Ё} \text{л} = 0,03 \text{ Ё} \text{л} = 30 \text{ м} \text{Д} \text{л}.$$

Ответ: $B = 30 \text{ м} \text{Д} \text{л}$.

Пример 4.5. Плоский квадратный контур со стороной длиной $a = 10 \text{ см}$, по которому течет ток $I = 100 \text{ А}$, свободно установился в однородном магнитном поле индукцией $B = 1 \text{ Тл}$. Определить работу A , совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол: 1) $\varphi_1 = 90^\circ$; 2) $\varphi_2 = 3^\circ$. При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

Решение. На контур с током в магнитном поле действует механический момент

$$M = p_m B \sin \varphi. \quad (67)$$

По условию задачи, в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле. При этом момент сил равен нулю ($M = 0$), а значит $\varphi = 0$, т. е. векторы p_m и B совпадают по направлению.

Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил, определяемый формулой (67), будет стремиться возвратить контур в исходное положение. Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами. Так как момент сил переменный (зависит от угла φ поворота), то для подсчета работы применим формулу работы в дифференциальной форме:

$$dA = M d\varphi. \quad (68)$$

Подставив сюда выражение M по формуле (67) и учтя, что

$$p_m = IS = I a^2,$$

где I — сила тока в контуре;

$S = a^2$ — площадь контура, получим:

$$dA = IB a^2 \sin \varphi d\varphi.$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу при повороте на конечный угол:

$$A = IB a^2 \int_0^{\varphi} \sin \varphi d\varphi. \quad (69)$$

1) Работа при повороте на угол $\varphi_1 = 90^\circ$:

$$A_1 = IB a^2 \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = IB a^2 \left| -\cos \varphi \right|_0^{\pi/2} = IB a^2. \quad (70)$$

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу работы (Дж):

$$[I][B][a^2] = 1A \cdot 1Tл \cdot (1M)^2 = 1H \cdot 1M = 1Дж.$$

После вычисления по формуле (70) найдем:

$$A_1 = 1 Дж.$$

2) Работа при повороте на угол $\varphi_2 = 3^\circ$. В этом случае, учитывая, что угол φ_2 мал, заменим в выражении (69) $\sin \varphi$ на φ :

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\varphi_2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi_2^2. \quad (71)$$

Выразим угол φ_2 в радианах:

$$\varphi_2 = 3^\circ = 3 \cdot 1,75 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = 0,0525 \text{ рад}.$$

После подстановки значений I , B , a и φ_2 в формулу (71) получим

$$A_2 = 1,37 \text{ мДж}.$$

Ответ: $A_1 = 1 \text{ Дж}$, $A_2 = 1,37 \text{ мДж}$.

Пример 4.6. На стержень из немагнитного материала длиной $l = 50 \text{ см}$ намотан в один слой провод так, что на каждый сантиметр длины стержня приходится 20 витков. Определить энергию W магнитного поля внутри соленоида, если сила тока I в обмотке равна $0,5 \text{ А}$. Площадь S сечения стержня равна 2 см^2 .

Решение. Энергия магнитного поля соленоида с индуктивностью L , по обмотке которого течет ток I , выражается формулой

$$W = \frac{1}{2} LI^2. \quad (72)$$

Индуктивность соленоида в случае немагнитного сердечника зависит только от числа витков на единицу длины и от объема V сердечника: $L = \mu_0 n^2 V$, где μ_0 — магнитная постоянная. Подставив выражение индуктивности L в формулу (72), получим

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 V I^2.$$

Учтя, что $V = lS$, запишем:

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 I^2 S l. \quad (73)$$

Сделаем вычисления по формуле (73), найдем

$$W = 126 \text{ мкДж.}$$

Ответ: $W = 126 \text{ мкДж.}$

Задачи для контрольных работ

4.01. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи $I = 200 \text{ А}$. Определить силу F , действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии, равном ее длине.

4.02. Тонкий провод длиной $l = 20 \text{ см}$ изогнут в виде полукольца и помещен в магнитное поле ($B = 10 \text{ мТл}$) так, что площадь полукольца перпендикулярна линиям магнитной индукции. По проводу пропустили ток $I = 50 \text{ А}$. Определить силу F , действующую на провод. Подводящие провода направлены вдоль линий магнитной индукции.

4.03. Тонкое проводящее кольцо с током $I = 10 \text{ А}$ помещено в однородное магнитное поле ($B = 30 \text{ мТл}$). Плоскость кольца перпендикулярна линиям магнитной индукции. Радиус R кольца равен 20 см . Найти силу F , растягивающую кольцо.

4.04. Бесконечно длинный провод с током $I = 100 \text{ А}$ изогнут так, как это показано на рис. 20. Определить магнитную индукцию B в точке O . Радиус дуги $R = 10 \text{ см}$.

4.05. Магнитный момент тонкого проводящего кольца $p_m = 5 \text{ А м}^2$. Определить магнитную индукцию B в точке A , находящейся на оси кольца и удаленной от точек кольца на расстояние $r = 20 \text{ см}$ (рис. 21).

4.06. По двум скрещенным под прямым углом бесконечно длинным проводам текут токи I и $2I$ ($I = 100 \text{ А}$). Определить магнитную индукцию B в точке A (рис. 22). Расстояние $d = 10 \text{ см}$.

4.07. По бесконечно длинному проводу, изогнутому так, как это

показано на рис. 23, течет ток $I=200\text{ А}$. Определить магнитную индукцию B в точке O . Радиус дуги $R=10\text{ см}$.

4.08. По тонкому кольцу радиусом $R=20\text{ см}$ течет ток $I=100\text{ А}$. Определить магнитную индукцию B на оси кольца в точке A (рис. 24). Угол $\beta=\pi/3$.

4.09. По двум бесконечно длинным проводам, скрещенным под прямым углом, текут токи I_1 и $I_2=2I_1$ ($I_1=100\text{ А}$). Определить магнитную индукцию B в точке A , равноудаленной от проводов на расстояние $d=10\text{ см}$ (рис. 25).

4.10. По бесконечно длинному проводу, изогнутому так, как это показано на рис. 26, течет ток $I=200\text{ А}$. Определить магнитную индукцию B в точке O . Радиус дуги $R=10\text{ см}$.

4.11. По тонкому кольцу течет ток $I=30\text{ А}$. Определить магнитную индукцию B в точке A , равноудаленной от точек кольца на расстояние $r=10\text{ см}$ (рис. 27). Угол $\alpha=\pi/6$.

4.12. По двум бесконечно длинным, прямым параллельным проводам текут одинаковые токи $I=60\text{ А}$. Определить магнитную индукцию B в точке A (рис.28), равноудаленной от проводов на расстояние $d=1\text{ см}$. Угол $\beta=\pi/3$.

4.13. Бесконечно длинный провод с током $I=50\text{ А}$ изогнут так, как это показано на рис. 29. Определить магнитную индукцию B в точке A , лежащей на биссектрисе прямого угла на расстоянии $d=10\text{ см}$ от его вершины.

4.14. Короткая катушка площадью поперечного сечения $S=250\text{ см}^2$, содержащая $N=500$ витков провода, по которому течет ток $I=5\text{ А}$, помещена в однородное магнитное поле напряженностью $H=1000\text{ А/м}$. Найти: магнитный момент p_m катушки, если ось катушки составляет угол $\varphi=30^\circ$ с линиями напряженности поля.

4.15. Квадратный контур со стороной $a=10\text{ см}$, по которому течет ток $I=50\text{ А}$, свободно установился в однородном магнитном поле ($B=10\text{ мТл}$). Определить изменение его потенциальной энергии $\Delta\Pi$ при повороте вокруг оси, лежащей в плоскости контура, на угол $\vartheta=180^\circ$.

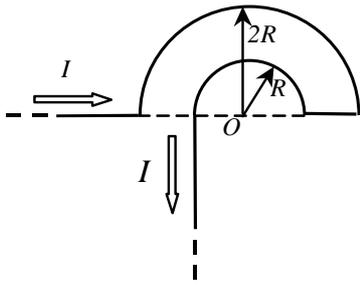


Рисунок 20

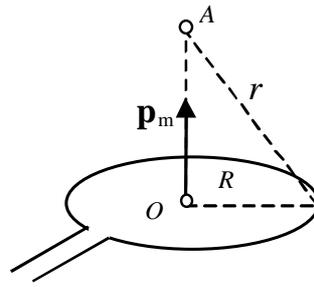


Рисунок 21

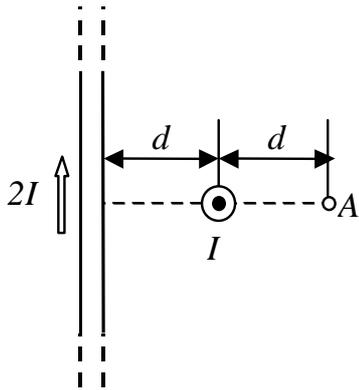


Рисунок 22

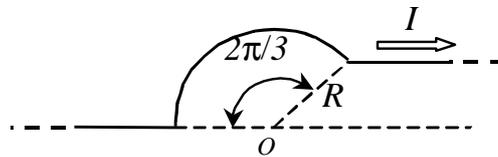


Рисунок 23

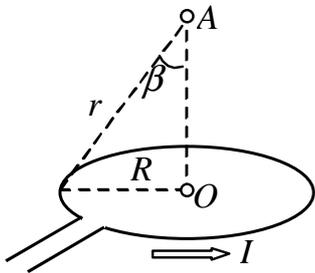


Рисунок 24

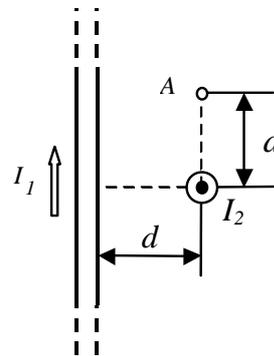


Рисунок 25

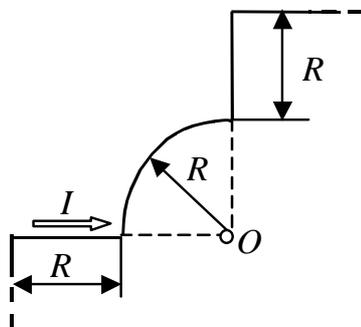


Рисунок 26

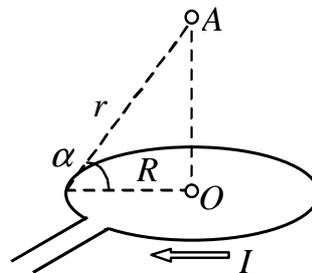


Рисунок 27

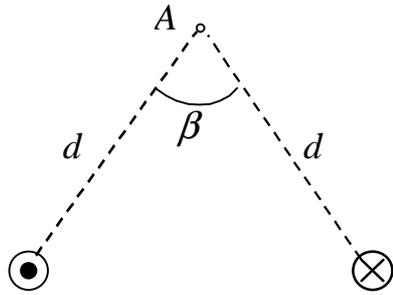


Рисунок 28

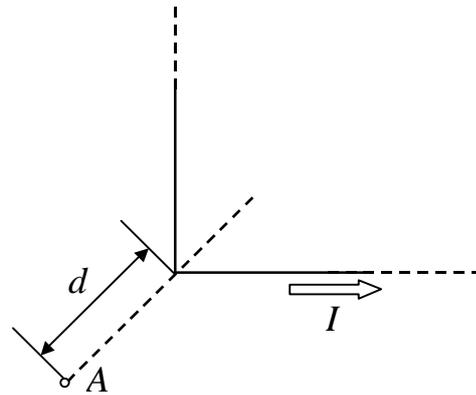


Рисунок 29

4.16. По круговому витку радиусом $R=5$ см течет ток $I=20$ А. Виток расположен в однородном магнитном поле ($B=10$ мТл) так, что его нормаль составляет угол $\vartheta=\pi/6$ с вектором B . Определить изменение $\Delta\Pi$ потенциальной энергии контура при его повороте на угол $\varphi=\pi/2$ в направлении увеличения угла ϑ .

4.17. По тонкому кольцу радиусом $R=10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau=50$ нКл/м. Определить магнитный момент p_m кольца, вращающегося с частотой $n=10$ с⁻¹ относительно оси, перпендикулярной его плоскости и проходящей через его центр.

4.18. Диск радиусом $R=8$ см несет равномерно распределенный по поверхности заряд ($\sigma=100$ нКл/м²). Определить магнитный момент p_m , обусловленный вращением диска, относительно оси, проходящей через его центр и перпендикулярной плоскости диска. Угловая скорость вращения диска $\omega=60$ рад/с.

4.19. Стержень длиной $l=20$ см заряжен равномерно распределенным зарядом с линейной плотностью $\tau=0,2$ мкКл/м. Стержень вращается с частотой $n=10$ с⁻¹, относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец. Определить магнитный момент p_m , обусловленный вращением стержня.

4.20. Тонкое кольцо радиусом $R=10$ см несет равномерно распределенный заряд $Q=30$ нКл. Кольцо вращается с угловой скоростью $\omega=50$ рад/с относительно оси, совпадающей с одним из диаметров кольца. Найти магнитный момент p_m , обусловленный вращением кольца.

4.21. Два иона разных масс с одинаковыми зарядами влетели в однородное магнитное поле, стали двигаться по окружностям радиусами

$R_1=3$ см и $R_2=1,73$ см. Определить отношение масс ионов, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

4.22. Однозарядный ион натрия прошел ускоряющую разность потенциалов $U=1$ кВ и влетел перпендикулярно линиям магнитной индукции в однородное поле ($B=0,5$ Тл). Определить относительную атомную массу A иона, если он описал окружность радиусом $R=4,37$ см.

4.23. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов $U=800$ В и, влетев в однородное магнитное поле $B=47$ мТл, стал двигаться по винтовой линии с шагом $h=6$ см. Определить радиус R винтовой линии.

4.24. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U=300$ В и, попав в однородное магнитное поле, стала двигаться по винтовой линии радиусом $R=1$ см и шагом $h=4$ см. Определить магнитную индукцию B поля.

4.25. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U=100$ В и, влетев в однородное магнитное поле ($B=0,1$ Тл), стала двигаться по винтовой линии с шагом $h=6,5$ см и радиусом $R=1$ см. Определить отношение заряда частицы к ее массе.

4.26. Электрон влетел в однородное магнитное поле ($B=200$ мТл) перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить силу эквивалентного кругового тока $I_{экр}$, создаваемого движением электрона в магнитном поле.

4.27. Протон прошел ускоряющую разность потенциалов $U=300$ В и влетел в однородное магнитное поле ($B=20$ мТл) под углом $\alpha=30^\circ$ к линиям магнитной индукции. Определить шаг h и радиус R винтовой линии, по которой будет двигаться протон в магнитном поле.

4.28. Альфа-частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов U , стала двигаться в однородном магнитном поле ($B=50$ мТл) по винтовой линии с шагом $h=5$ см и радиусом $R=1$ см. Определить ускоряющую разность потенциалов, которую прошла альфа-частица.

4.29. Ион с кинетической энергией $T=1$ кэВ попал в однородное магнитное поле ($B=21$ мТл) и стал двигаться по окружности. Определить магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока.

4.30. Ион, попав в магнитное поле ($B=0,01$ Тл), стал двигаться по окружности. Определить кинетическую энергию T (эВ) иона, если

магнитный момент p_m эквивалентного кругового тока равен $1,6 \cdot 10^{-14} \text{ А} \cdot \text{м}^2$.

4.31. Протон влетел в скрещенные под углом $\alpha=120^\circ$ магнитное ($B=50 \text{ мТл}$) и электрическое ($E = 20 \text{ кВ/м}$) поля. Определить ускорение a протона, если его скорость v ($|v|=1 \cdot 10^5 \text{ м/с}$) перпендикулярна векторам E и B .

4.32. Ион, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U=645 \text{ В}$, влетел в скрещенные под прямым углом однородные магнитное ($B=1,5 \text{ мТл}$) и электрическое ($E=200 \text{ В/м}$) поля. Определить отношение заряда иона к его массе, если ион в этих полях движется прямолинейно.

4.33. Альфа-частица влетела в скрещенные под прямым углом магнитное ($B=5 \text{ мТл}$) и электрическое ($E=30 \text{ кВ/м}$) поля. Определить ускорение a альфа частицы, если ее скорость v ($|v|=2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$) перпендикулярна векторам B и E , причем силы, действующие со стороны этих полей, противоположны.

4.34. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U=1,2 \text{ кВ}$, попал в скрещенные под прямым углом однородные магнитное и электрическое поля. Определить напряженность E электрического поля, если магнитная индукция B поля равна 6 мТл , а траектория движения электрона – прямая.

4.35. Однородные магнитное ($B = 2,5 \text{ мТл}$) и электрическое ($E=10 \text{ кВ/м}$) поля скрещены под прямым углом. Электрон, скорость v которого равна $4 \cdot 10^6 \text{ м/с}$, влетает в эти поля так, что силы, действующие на него со стороны магнитного и электрического полей, сонаправлены. Определить ускорение a электрона.

4.36. Однозарядный ион лития массой $m=7 \text{ а.е.м.}$ прошел ускоряющую разность потенциалов $U=300 \text{ В}$ и влетел в скрещенные под прямым углом однородные магнитное и электрическое поля. Определить магнитную индукцию B поля, если траектория иона в скрещенных полях прямолинейна. Напряженность E электрического поля равна 2 кВ/м .

4.37. Альфа-частица, имеющая скорость $v=2 \text{ Мм/с}$, влетает под углом $\alpha=30^\circ$ к сонаправленному магнитному ($B = 1 \text{ мТл}$) и электрическому ($E = 1 \text{ кВ/м}$) полям. Определить ускорение a альфа-частицы.

4.38. Протон прошел некоторую ускоряющую разность потенциалов U и влетел в скрещенные под прямым углом однородные поля: магнитное

($B = 5 \text{ мТл}$) и электрическое ($E = 20 \text{ кВ/м}$). Определить разность потенциалов U , если протон в скрещенных полях движется прямолинейно.

4.39. Магнитное ($B = 2 \text{ мТл}$) и электрическое ($E = 1,6 \text{ кВ/м}$) поля сонаправлены. Перпендикулярно векторам B и E влетает электрон со скоростью $v = 0,8 \text{ Мм/с}$. Определить ускорение a электрона.

4.40. В скрещенные под прямым углом однородные магнитное ($H = 1 \text{ МА/м}$) и электрическое ($E = 50 \text{ кВ/м}$) поля влетел ион. При какой скорости v иона (по модулю и направлению) он будет двигаться в скрещенных полях прямолинейно?

4.41. Плоский контур площадью $S = 20 \text{ см}^2$ находится в однородном магнитном поле ($B = 0,03 \text{ Тл}$). Определить магнитный поток Φ , пронизывающий контур, если плоскость его составляет угол $\varphi = 60^\circ$ с направлением линий индукции.

4.42. Магнитный поток Φ сквозь сечение соленоида равен 50 мкВб . Длина соленоида $l = 50 \text{ см}$. Найти магнитный момент p_m соленоида, если его витки плотно прилегают друг к другу.

4.43. В средней части соленоида, содержащего $n = 8 \text{ витков/см}$, помещен круговой виток диаметром $d = 4 \text{ см}$. Плоскость витка расположена под углом $\varphi = 60^\circ$ к оси соленоида. Определить магнитный поток Φ , пронизывающий виток, если по обмотке соленоида течет ток $I = 1 \text{ А}$.

4.44. На длинный картонный каркас диаметром $d = 5 \text{ см}$ уложена однослойная обмотка (виток к витку) из проволоки диаметром $d = 0,2 \text{ мм}$. Определить магнитный поток Φ , создаваемый таким соленоидом при силе тока $I = 0,5 \text{ А}$.

4.45. Квадратный контур со стороной $a = 10 \text{ см}$, в котором течет ток $I = 6 \text{ А}$, находится в магнитном поле ($B = 0,3 \text{ Тл}$) под углом $\alpha = 50^\circ$ к линиям индукции. Какую работу A нужно совершить, чтобы при неизменной силе тока в контуре изменить его форму на окружность?

4.46. Плоский контур с током $I = 5 \text{ А}$ свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 0,1 \text{ Тл}$). Площадь контура $S = 200 \text{ см}^2$. Поддерживая ток в контуре неизменным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол $\alpha = 10^\circ$. Определить совершенную при этом работу A .

4.47. Виток, в котором поддерживается постоянная сила тока $I=60\text{ А}$, свободно установился в однородном магнитном поле ($B = 20\text{ мТл}$). Диаметр витка $d = 10\text{ см}$. Какую работу A нужно совершить для того, чтобы повернуть виток относительно оси, совпадающей с диаметром, на угол $\alpha = \pi/3$?

4.48. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции расположен плоский контур площадью $S = 100\text{ см}^2$. Поддерживая в контуре постоянную силу тока $I = 50\text{ А}$, его переместили из поля в область пространства, где поле отсутствует. Определить магнитную индукцию B поля, если при перемещении контура была совершена работа $A = 0,2\text{ Дж}$.

4.49. Плоский контур с током $I = 50\text{ А}$ расположен в однородном магнитном поле ($B = 0,6\text{ Тл}$) так, что нормаль к контуру перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить работу, совершаемую силами поля при медленном повороте контура около оси, лежащей в плоскости контура, на угол $\alpha = 30^\circ$.

4.50. Определить магнитный поток Φ , пронизывающий соленоид, если его длина $l = 50\text{ см}$ и магнитный момент $p_m = 0,1\text{ Вб}$.

4.51. В однородном магнитном поле ($B = 0,1\text{ Тл}$) равномерно с частотой $n = 5\text{ с}^{-1}$ вращается стержень длиной $l=50\text{ см}$ так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям напряженности, а ось вращения проходит через один из его концов. Определить индуцируемую на концах стержня разность потенциалов U .

4.52. В однородном магнитном поле с индукцией $B=0,5\text{ Тл}$ вращается частотой $n = 10\text{ с}^{-1}$ стержень длиной $l=20\text{ см}$. Ось вращения параллельна линиям индукции и проходит через один из концов стержня перпендикулярно его оси. Определить разность потенциалов U на концах стержня.

4.53. В проволочное кольцо, присоединенное к баллистическому гальванометру, вставили прямой магнит. При этом по цепи прошел заряд $Q=50\text{ мкКл}$. Определить изменение магнитного потока $\Delta\Phi$ через кольцо, если сопротивление цепи гальванометра $R = 10\text{ Ом}$.

4.54. Тонкий медный провод массой $m = 5\text{ г}$ согнут в виде квадрата, и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле

($B=0,1 \text{ Тл}$) так, что его плоскость перпендикулярна линиям поля. Определить заряд Q , который потечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

4.55. Рамка из провода сопротивлением $R = 0,01 \text{ Ом}$ равномерно вращается в однородном магнитном поле ($B=0,6 \text{ Тл}$). Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки $S=200 \text{ см}^2$. Определить заряд Q , который потечет по рамке при изменении угла между нормалью к рамке и линиями индукции: 1) от 0 до 45° ; 2) от 45 до 90° .

4.56. Проволочный виток диаметром $D = 5 \text{ см}$ и сопротивлением $R=0,02 \text{ Ом}$ находится в однородном магнитном поле ($B = 0,3 \text{ Тл}$). Плоскость витка составляет угол $\varphi = 40^\circ$ с линиями индукции. Какой заряд Q протечет по витку при выключении магнитного поля?

4.57. Рамка, содержащая $N = 200$ витков тонкого провода, может свободно вращаться относительно оси, лежащей в плоскости рамки. Площадь рамки $S = 50 \text{ см}^2$. Ось рамки перпендикулярна линиям индукции однородного магнитного поля ($B = 0,05 \text{ Тл}$). Определить максимальную ЭДС \mathcal{E}_{max} , которая индуцируется в рамке при ее вращении с частотой $n=10\text{с}$.

4.58. Прямой проводящий стержень длиной $l = 10 \text{ см}$ находится в однородном магнитном поле ($B = 0,1 \text{ Тл}$). Концы стержня замкнуты гибким проводом, находящимся вне поля. Сопротивление всей цепи $R=0,5 \text{ Ом}$. Какая мощность P потребуется для равномерного перемещения стержня перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью $v=10 \text{ м/с}$?

4.59. Проволочный контур площадью $S=500\text{см}^2$ и сопротивлением $R=0,1 \text{ Ом}$ равномерно вращается в однородном магнитном поле ($B=0,5\text{Тл}$). Ось вращения лежит в плоскости кольца и перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить максимальную мощность P_{max} , необходимую для вращения контура с угловой скоростью $\omega=50 \text{ рад/с}$.

4.60. Кольцо из медного провода массой $m=10 \text{ г}$ помещено в однородное магнитное поле ($B=0,5 \text{ Тл}$) так, что плоскость кольца составляет угол $\beta=60^\circ$ с линиями магнитной индукции. Определить заряд Q , который пройдет по кольцу, если снять магнитное поле.

4.61. Соленоид сечением $S=10 \text{ см}^2$ содержит $N=10^3$ витков. При силе тока $I=5 \text{ А}$ магнитная индукция B поля внутри соленоида равна $0,05 \text{ Тл}$. Определить индуктивность L соленоида.

4.62. На картонный каркас длиной $l=0,8 \text{ м}$ и диаметром $D=4 \text{ см}$ намотан в один слой провод диаметром $d=0,25 \text{ мм}$ так, что витки плотно прилегают друг к другу. Вычислить индуктивность L получившегося соленоида.

4.63. Катушка, намотанная на немагнитный цилиндрический каркас, имеет $N=250$ витков и индуктивность $L_1=36 \text{ мГн}$. Чтобы увеличить индуктивность катушки до $L_2=100 \text{ мГн}$, обмотку катушки сняли и заменили обмоткой из более тонкой проволоки с таким расчетом, чтобы длина катушки осталась прежней. Сколько витков оказалось в катушке после перемотки?

4.64. Индуктивность L соленоида, намотанного в один слой на немагнитный каркас, равна $0,5 \text{ мГн}$. Длина l соленоида равна $0,6 \text{ м}$, диаметр $D=2 \text{ см}$. Определить отношение n числа витков соленоида к его длине.

4.65. Соленоид содержит $N=800$ витков. Сечение сердечника (из немагнитного материала) $S=10 \text{ см}^2$. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией $B=3 \text{ мТл}$. Определить среднее значение ЭДС (ε_s) самоиндукции, которая возникает на зажимах соленоида, если сила тока уменьшается практически до нуля за время $\Delta t=0,8 \text{ мс}$.

4.66. По катушке индуктивностью $L=8 \text{ мкГн}$ течет ток $I=6 \text{ А}$. Определить среднее значение ЭДС $\langle \varepsilon_s \rangle$ самоиндукции, возникающей в контуре, если сила тока изменится практически до нуля за время $\Delta t=5 \text{ мс}$.

4.67. В электрической цепи, содержащей резистор сопротивлением $R=200 \text{ Ом}$ и катушку индуктивностью $L=0,06 \text{ Гн}$, течет ток $I=20 \text{ А}$. Определить силу тока I в цепи через $\Delta t=0,2 \text{ мс}$ после ее размыкания.

4.68. Цепь состоит из катушки индуктивностью $L=0,1 \text{ Гн}$ и источника тока. Источник тока отключили, не разрывая цепи. Время, через которое сила тока уменьшится до $0,001$ первоначального значения, равно $t=0,07 \text{ с}$. Определить сопротивление катушки.

4.69. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением $R=10 \text{ Ом}$ и индуктивностью $L=0,2 \text{ Гн}$. Через какое время сила тока в цепи достигнет

50% максимального значения?

4.70. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением $R=20 \text{ Ом}$. Через время $t=0,1 \text{ с}$ сила тока I в катушке достигла $0,95$ предельного значения. Определить индуктивность L катушки.

4.71. Сила тока I в обмотке соленоида, содержащего $N = 1500$ витков, равна 5 А . Магнитный поток Φ через поперечное сечение соленоида составляет 200 мкВб . Определить энергию магнитного поля в соленоиде.

4.72. Обмотка электромагнита, находясь под постоянным напряжением, имеет сопротивление $R = 15 \text{ Ом}$ и индуктивность $L = 0,3 \text{ Гн}$. Определить время, за которое в обмотке выделится количество теплоты, равное энергии магнитного поля в сердечнике.

4.73. Соленоид без сердечника с однослойной обмоткой из проволоки диаметром $d=0,5 \text{ мм}$ имеет длину $l=0,1 \text{ м}$ и поперечное сечение $S=50 \text{ см}^2$. Какой ток течет по обмотке при напряжении $U=10 \text{ В}$, если за время $t=0,5 \text{ мс}$ в обмотке выделяется количество теплоты, равное энергии поля внутри соленоида? Поле считать однородным.

4.74. Индуктивность соленоида L при длине $l=1 \text{ м}$ и площади поперечного сечения $S=20 \text{ см}^2$ равна $0,1 \text{ мГн}$. Определить силу тока в соленоиде, при которой объемная плотность энергии w магнитного поля внутри соленоида равна $0,1 \text{ Дж/м}^3$.

4.75. Однослойная обмотка длинного соленоида индуктивностью L изготовлена из $N=700$ плотно прилегающих друг к другу витков проволоки диаметром d , намотанной на цилиндрический каркас диаметром $D=3,6 \text{ см}$. Найти индуктивность обмотки и диаметр проволоки, если по обмотке проходит ток $I=0,1 \text{ А}$, а объемная плотность энергии магнитного поля, сосредоточенного внутри соленоида, равна $28,3 \text{ мДж/м}^3$.

4.76. Найти плотность энергии w магнитного поля, сосредоточенного внутри соленоида и его индуктивность L , если оно создано обмоткой длинного соленоида, изготовленного из $N=2500$ витков проволоки диаметром $d=0,85 \text{ мм}$, намотанной на цилиндрический каркас диаметром $D=6,5 \text{ см}$. При силе тока $I=0,0 \text{ А}$, проходящего через обмотку, относительная магнитная проницаемость μ материала сердечника становится равной 600 .

4.77. По обмотке тороида течет ток $I=0,6$ А. Витки провода диаметром $d=0,4$ мм плотно прилегают друг к другу (толщиной изоляции пренебречь). Найти энергию w магнитного поля в стальном сердечнике, если площадь сечения его $S=4$ см², диаметр средней линии $D=30$ см.

4.78. Обмотка тороида содержит $N=10$ витков на каждый сантиметр длины. Сердечник немагнитный. При какой силе тока плотность энергии магнитного поля $w=1$ Дж/м³.

4.79. При индукции поля $B=1$ Тл плотность энергии магнитного поля в железе $w=200$ Дж/м³. Какова магнитная проницаемость μ железа при этих условиях?

4.80. Какая энергия магнитного поля сосредоточена в длинном соленоиде индуктивностью $L=1,36 \cdot 10^{-1}$ Гн, если он имеет $N=800$ витков провода диаметром $d=0,3$ мм, намотанного на цилиндрический каркас диаметром $D=5,6$ см? По обмотке проходит ток $I = 1,5$ А.

5 Физика колебаний и волн

Основные формулы

Кинематическое уравнение гармонических колебаний материальной точки:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

где x — смещение;

A — амплитуда колебаний;

ω — круговая, или циклическая, частота;

φ — начальная фаза.

Скорость и ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi), \quad a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi).$$

Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

а) амплитуда результирующего колебания:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)};$$

б) начальная фаза результирующего колебания:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Траектория точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях ($x=A_1 \cos \omega t$, $y=A_2 \cos(\omega t + \varphi)$):

а) если разность фаз $\varphi=0$: $y=(A_2/A_1)x$;

б) если разность фаз $\varphi=\pm\pi$: $y=-(A_2/A_1)x$

в) если разность фаз $\varphi=\pm\pi/2$: $\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$.

Уравнение плоской бегущей волны:

$$\xi = A \cos \omega(t - x/v),$$

$$\xi = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

где ξ — смещение любой из точек среды с координатой x в момент t ;

v — скорость распространения колебаний в среде;

k — волновое число, равное $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi\nu}{v} = \frac{2\pi}{T\nu} = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Связь разности фаз $\Delta\varphi$ колебаний с расстоянием Δx между точками среды, отсчитанным в направлении распространения колебаний:

$$\Delta\varphi = (2\pi/\lambda)\Delta x,$$

где λ — длина волны.

Скорость света в среде

$$v = c/n,$$

где c — скорость света в вакууме;

n — показатель преломления среды.

Оптическая длина пути световой волны

$$L = nl,$$

где l — геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n .

Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

Зависимость разности фаз от оптической разности хода световых волн:

$$\Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{\Delta}{\lambda}\right),$$

где λ — длина световой волны.

Условие максимального усиления света при интерференции:

$$\Delta = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

Условие максимального ослабления света:

$$\Delta = \pm(k\lambda + 1)\frac{\lambda}{2}.$$

Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой пленки,

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} \pm \frac{\lambda}{2},$$

где d — толщина пленки;

n — показатель преломления пленки;

i_1 — угол падения.

Радиус светлых колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\lambda/2} \quad (k = 1, 2, 3, \dots),$$

где k — номер кольца;

R — радиус кривизны.

Радиус темных колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}.$$

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции на одной щели, определяется из условия:

$$a \sin \varphi = (2k+1)\lambda/2 \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

где a — ширина щели;

k — порядковый номер максимума.

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции света на дифракционной решетке, определяется из условия:

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

где d — период дифракционной решетки.

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \lambda / \Delta\lambda = kN,$$

где $\Delta\lambda$ — наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны раздельно в спектре, полученном посредством данной решетки;

N — полное число щелей решетки.

Формула Вульфа – Брэггов:

$$2d \sin \Theta = k\lambda,$$

где Θ — угол скольжения (угол между направлением параллельного пучка рентгеновского излучения, падающего на кристалл, и атомной плоскостью в кристалле);

d — расстояние между атомными плоскостями кристалла.

Закон Брюстера:

$$\operatorname{tg} \varepsilon_B = n_{21},$$

где ε_B — угол падения, при котором отразившийся от диэлектрика луч полностью поляризован;

n_{21} — относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Закон Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где I_0 — интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор;

I — интенсивность этого света после анализатора;

α — угол между направлением колебаний электрического вектора света, падающего на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора

(если колебания электрического вектора падающего света совпадают с этой плоскостью, то анализатор пропускает данный свет без ослабления).

Угол поворота плоскости поляризации монохроматического света при прохождении через оптически активное вещество:

а) в твердых телах:

$$\varphi = ad ,$$

где a — постоянная вращения,

d — длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

б) в растворах:

$$\varphi = [\alpha]\rho d ,$$

где $[\alpha]$ — удельное вращение;

ρ — массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

Закон Стефана–Больцмана:

$$R_e = \sigma T^4 ,$$

где R_e — энергетическая светимость (излучательность) абсолютно черного тела;

σ — постоянная Стефана–Больцмана;

T — термодинамическая температура Кельвина.

Закон смещения Вина:

$$\lambda_m = b/T ,$$

где λ_m — длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения;

b — постоянная Вина.

Энергия фотона:

$$\varepsilon = h\nu \quad \text{или} \quad \varepsilon = \hbar\omega,$$

где h — постоянная Планка;

\hbar — постоянная Планка, деленная на 2π ;

ν — частота фотона;

ω — циклическая частота.

Масса фотона

$$m = \varepsilon/c^2 = h/(c\lambda),$$

где c — скорость света в вакууме;

λ — длина волны фотона.

Импульс фотона

$$p = mc = h/\lambda.$$

Формула Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A + T_{\max} = A + m\nu_{\max}^2/2,$$

где $h\nu$ — энергия фотона, падающего на поверхность металла;

A — работа выхода электрона;

T_{\max} — максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

Красная граница фотоэффекта

$$\nu_0 = A/h \quad \text{или} \quad \lambda_0 = hc/A,$$

где ν_0 — минимальная частота света, при которой еще возможен фотоэффект;

λ_0 — максимальная длина волны света, при которой еще возможен фотоэффект;

h — постоянная Планка;

c — скорость света в вакууме.

Формула Комптона:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos \Theta) \text{ или } \Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2 \frac{h}{m_0c} \sin^2 \frac{\Theta}{2},$$

где λ — длина волны фотона, встретившегося со свободным или слабосвязанным электроном;

λ' — длина волны фотона, рассеянного на угол Θ после столкновения с электроном;

m_0 — масса покоящегося электрона.

Комптоновская длина волны:

$$\Lambda = h/(m_0c) \quad (\Lambda = 2,436 \text{ нм}).$$

Давление света при нормальном падении на поверхность

$$p = E_e(1 + \rho)/c = w(1 + \rho),$$

где E_e — энергетическая освещенность (облученность);

w — объемная плотность энергии излучения;

ρ — коэффициент отражения.

Примеры решения задач

Пример 5.1. Материальная точка массой $m=5 \text{ г}$ совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 0,5 \text{ Гц}$. Амплитуда колебаний $A=3 \text{ см}$. Определить: 1) скорость v точки в момент времени, когда смещение $x=1,5 \text{ см}$; 2) максимальную силу F_{\max} , действующую на точку; 3) полную энергию E колеблющейся точки.

Решение. 1. Уравнение гармонического колебания имеет вид

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (75)$$

а формулу скорости получим, взяв первую производную по времени от смещения:

$$v = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (76)$$

Чтобы выразить скорость через смещение, надо исключить из формул (75) и (76) время. Для этого возведем оба уравнения в квадрат, разделим первое на A^2 , второе на $A^2 \omega^2$ и сложим:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2 \omega^2} = 1,$$

или

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{4\pi^2 \nu^2 A^2} = 1.$$

Решив последнее уравнение относительно v , найдем

$$v = \pm 2\pi\nu \sqrt{A^2 - x^2}.$$

Выполнив вычисления по этой формуле, получим

$$v = \pm 8,2 \text{ м/с}.$$

Знак плюс соответствует случаю, когда направление скорости совпадает с положительным направлением оси x , знак минус — когда направление скорости совпадает с отрицательным направлением оси x .

2. Силу, действующую на точку, найдем по второму закону Ньютона:

$$F = ma, \quad (77)$$

где a — ускорение точки, которое получим, взяв производную по времени от скорости:

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0),$$

или

$$a = -4\pi^2\nu^2 A \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Подставив выражение ускорения в формулу (77), получим

$$F = -4\pi^2\nu^2 mA \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Отсюда максимальное значение силы

$$F = -4\pi^2\nu^2 mA.$$

Подставив в это уравнение значения величин π , ν , m и A , найдем

$$F = 1,49 \text{ мН}.$$

3. Полная энергия колеблющейся точки есть сумма кинетической и потенциальной энергий, вычисленных для любого момента времени.

Проще всего вычислить полную энергию в момент, когда кинетическая энергия достигает максимального значения. В этот момент потенциальная энергия равна нулю. Поэтому полная энергия E колеблющейся точки равна максимальной кинетической энергии

$$E = T_{\max} = \frac{m\nu^2}{2}. \quad (78)$$

Максимальную скорость определим из формулы (76), положив $\cos(\omega t + \varphi) = 1$:

$$v_{\max} = 2\pi\nu A$$

Подставив выражение скорости в формулу (78), найдем

$$E = 2\pi^2 m \nu^2 A^2.$$

Подставив значения величин в эту формулу и произведя вычисления, получим

$$E = 2 \cdot 3,14^2 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,5^2 (3 \cdot 10^{-2})^2 = 22,1 \cdot 10^{-6} (\text{Дж}).$$

Ответ: $E = 22,4$ мкДж.

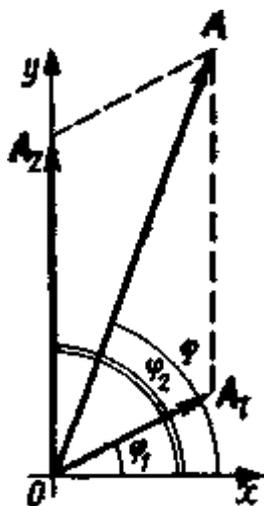
Пример 5.2. Складываются два колебания одинакового направления, выражаемые уравнениями $x_1 = A_1 \cos \omega(t + \tau_1)$ и $x_2 = A_2 \cos \omega(t + \tau_2)$, где $A_1 = 1$ см, $A_2 = 2$ см, $\tau_1 = \tau_2 = 0,5$ с, $\omega = \pi$ с⁻¹. Определить начальные фазы φ_1 и φ_2 составляющих колебаний. Найти амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Написать уравнение результирующего колебания.

Решение. 1. Уравнение гармонического колебания имеет вид

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (79)$$

Преобразуем уравнения, заданные в условии задачи, к такому же виду:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \omega \tau_1), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \omega \tau_2) \quad (80)$$



Сравнивая выражение (80) с равенством (79) находим начальные фазы первого и второго колебаний:

$$\varphi_1 = \omega\tau_1 = \frac{\pi}{6} \text{ рад} \text{ и } \varphi_2 = \omega\tau_2 = \frac{\pi}{2} \text{ рад}$$

2. Для определения амплитуды A результирующего колебания удобно воспользоваться векторной диаграммой, представленной на рис. 30. Согласно теореме косинусов, получим

Рисунок 30

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi} \quad (81)$$

где $\Delta\varphi$ — разность фаз составляющих колебаний.

Так как $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ то, подставляя найденные значения φ_2 и φ_1 , получим

$$\Delta\varphi = \pi/3 \text{ рад.}$$

Подставим значения A_1 , A_2 и $\Delta\varphi$ в формулу (81) и произведем вычисления:

$$A = 2,65 \text{ см.}$$

Тангенс начальной фазы φ результирующего колебания определим непосредственно из рис.30:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2},$$

откуда начальная фаза

$$\varphi = \operatorname{arctg} \varphi \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Подставим значения $A_1, A_2, \varphi_1, \varphi_2$ и произведем вычисления:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right) = 70,9^\circ = 0,394\pi \text{ рад.}$$

Так как угловые частоты складываемых колебаний одинаковы, то результирующее колебание будет иметь ту же частоту ω . Это позволяет написать уравнение результирующего колебания в виде

$$x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

где $A=2,65$ см, $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$, $\varphi = 7,894 \cdot \pi$ рад.

$$x = 2,65 \cos(\pi t + 0,394\pi) \text{ см},$$

Ответ: $A=2,65$ см, $\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right) = 70,9^\circ = 0,394\pi$ рад

Пример 5.3. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаниях, уравнения которых

$$x = A_1 \cos \omega t \tag{82}$$

$$y = A_2 \cos \frac{\omega}{2} t, \tag{83}$$

где $A_1=1$ см, $A_2=2$ см, $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$. Найти уравнение траектории точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба и указать направление движения точки.

Решение. Чтобы найти уравнение траектории точки, исключим время t из заданных уравнений (82) и (83). Для этого воспользуемся формулой

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}.$$

В данном случае $\alpha = \omega t$, поэтому

$$y = A_2 \cos \frac{\omega}{2} t = A_2 \sqrt{\frac{1 + \cos \omega t}{2}}$$

Так как согласно формуле (82) $\cos \omega t = x/A_1$, то уравнение траектории

$$y = A_2 \sqrt{\frac{1 + x/A_1}{2}}. \quad (84)$$

Полученное выражение представляет собой уравнение параболы, ось которой совпадает с осью Ox . Из уравнений (82) и (83) следует, что смещение точки по осям координат ограничено и заключено в пределах от -1 до $+1$ см по оси Ox и от -2 до $+2$ см по оси Oy .

Для построения траектории найдем по уравнению (84) значения y , соответствующие ряду значений x , удовлетворяющих условию $|x| \leq 1$ см, и составим таблицу:

X , см	-1	-0,75	-0,5	0	+0,5	+1
y , см	0	$\pm 0,707$	± 1	$\pm 1,41$	$\pm 1,73$	± 2

Начертив координатные оси и выбрав масштаб, нанесем на плоскость xOy найденные точки. Соединив их плавной кривой, получим траекторию точки, совершающей колебания в соответствии с уравнениями движения (82) и (83) (рис.31).

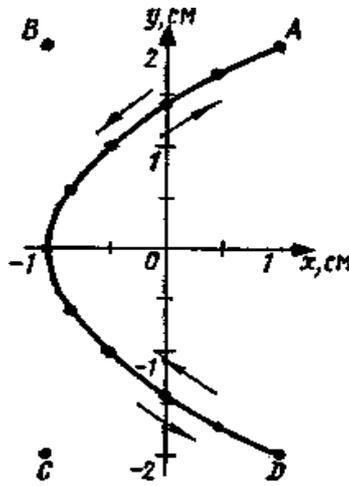


Рисунок 31

Для того чтобы указать направление движения точки, проследим за тем, как изменяется ее положение с течением времени. В начальный момент $t=0$ координаты точки равны $x(0)=1$ см и $y(0)=2$ см. В последующий момент времени, например при $t_1=1$ с, координаты точек изменятся и станут равными $x(1)=-1$ см, $y(1)=0$. Зная положения точек в начальный и последующий (близкий) моменты времени, можно указать направление движения точки по траектории. На рис. 31 это направление движения указано стрелкой (от точки A к началу координат). После того как в момент $t_2 = 2$ с колеблющаяся точка достигнет точки D, она будет двигаться в обратном направлении.

Пример 5.4. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с двумя пластинами площадью $S=400 \text{ см}^2$ каждая и катушки с индуктивностью $L=4 \text{ мкГн}$, резонирует на волну длиной $\lambda=40 \text{ м}$. Определить расстояние d между пластинами конденсатора.

Решение. Расстояние между пластинами конденсатора можно найти из формулы емкости плоского конденсатора

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon S / d ,$$

где ε — диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей конденсатор, откуда:

$$d = \varepsilon_0 \varepsilon S / C. \tag{85}$$

Из формулы Томсона, определяющей период колебаний в электрическом контуре: $T = 2\pi\sqrt{LC}$, находим емкость

$$C = T^2 / (4\pi^2 L). \quad (86)$$

Неизвестный в условии задачи период колебаний можно определить, зная длину волны λ , на которую резонирует контур. Из соотношения $\lambda = cT$ имеем:

$$T = \lambda / c.$$

Подставив выражение периода T в формулу (86), а затем емкость C в формулу (85), получим:

$$d = c^2 \frac{4\pi^2 \epsilon_0 S L}{\lambda^2}.$$

Произведя вычисления, подставив значения заданных величин, получим:

$$d = 3,14 \text{ мм.}$$

Ответ: $d = 3,14 \text{ мм.}$

Пример 5.5. Расстояние d между двумя когерентными источниками

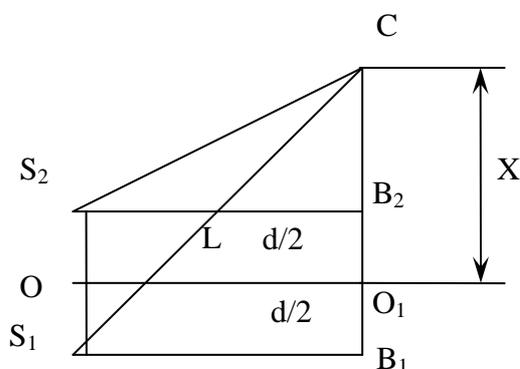


Рисунок 32

света S_1 и S_2 в воздухе равно $0,15 \text{ м.}$ Расстояние L от этих источников до экрана равно $1,3 \text{ м.}$ Определить оптическую разность хода лучей, приходящих от источников S_1 и S_2 в точку экрана C , если OC — 16 мм (рис.32).

Решение. Соединим точки S_1 и S_2 с точкой C . Опустим перпендикуляр из точки S_2 на

отрезок S_1C . Обозначим Δ геометрическую разность хода. Оптическая разность хода равна

$$\delta = n(S_1C - S_2C),$$

где n — абсолютный показатель преломления среды. Поскольку лучи идут в воздухе, то геометрическая разность хода Δ будет равна оптической разности хода δ . Из треугольников S_1B_1C и S_2B_2C получим:

$$(S_1C)^2 = (S_1B_1)^2 + (B_1C)^2, \quad (S_2C)^2 = (S_2B_2)^2 + (B_2C)^2.$$

Так как $S_1B_1 = S_2B_2 = L$, $OC = x$ и $B_1O = OB_2 = d/2$, то:

$$(S_1C)^2 = L^2 + (x + d/2)^2; \quad (S_2C)^2 = L^2 + (x - d/2)^2.$$

Решая эту систему уравнений, выразим $(S_1C - S_2C)$.

После вычитания соответствующих выражений получим:

$$(S_1C)^2 - (S_2C)^2 = L^2 + (x + \frac{1}{2}d)^2 - L^2 - (x - \frac{1}{2}d)^2$$

Или

$$(S_1C + S_2C)(S_1C - S_2C) = (x + \frac{1}{2}d + x - \frac{1}{2}d)(x + \frac{1}{2}d - x + \frac{1}{2}d) = 2xd.$$

Так как d и x малы по сравнению с L (что всегда справедливо при интерференции света), сумму $(S_1C + S_2C)$ приближенно можно заменить на $2L$, а $(S_1C - S_2C)$ — есть искомая разность хода δ .

Тогда получим

$$\frac{2L\delta}{n} = 2xd$$

$$\delta = \frac{d \cdot x}{L} n.$$

Подставляя числовые данные задачи, получим

$$\delta = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Ответ: $\delta = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$

Пример 5.6. Какова наименьшая возможная толщина плоскопараллельной пластинки с показателем преломления $n = 1,5$, если при освещении белым светом под углами $\varphi_1 = 45^\circ$ и $\varphi_2 = 60^\circ$ она кажется красной ($\lambda_0 = 0,74 \text{ мкм}$)?

Решение. Оптическая разность хода волны, частично отраженной от верхней и нижней поверхности пластинки, равна

$$\Delta = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 r} + \frac{\lambda_0}{2}.$$

Согласно условию задачи, пластинка казалась красной и при угле 15° и при угле 60° . Следовательно, выполняется условие максимума интерференции в отраженном свете при длине волны, соответствующей красному свету.

Тогда:

$$m\lambda_0 = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_1} + \frac{\lambda_0}{2},$$

$$(m - k)\lambda_0 = 2h\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_2} + \frac{\lambda_0}{2},$$

где m и k – некоторые натуральные числа.

Следует отметить тот факт, что при достаточно большой толщине пластинки h , между интересующими нас полосами может располагаться еще некоторое количество таких же полос, обусловленных интерференцией волн, соответствующих красному свету, падающих на пластинку под другими углами $45^\circ < \varphi < 60^\circ$. Толщина пластинки минимальна, если обе линии будут расположены рядом, т.е. при $k=1$. Вычитая из первого уравнения второе, получаем

$$\lambda_0 = 2h_{\min} (\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_1} - \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_2}),$$

откуда выразим h :

$$h_{\min} = \frac{\lambda_0}{2(\sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_1} - \sqrt{n^2 - \sin^2 \varphi_2})}.$$

Подставляя численные значения величин, получим:

$$h_{\min} = 3,7 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

Ответ: $h_{\min} = 3,7 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$

Пример 5.7. На стеклянный клин нормально к его грани падает монохроматический свет длиной волны $0,6 \text{ мкм}$ (рис. 33). Число интерференционных полос, приходящихся на $l=0,01 \text{ м}$, равно 10 . Определить преломляющий угол клина.

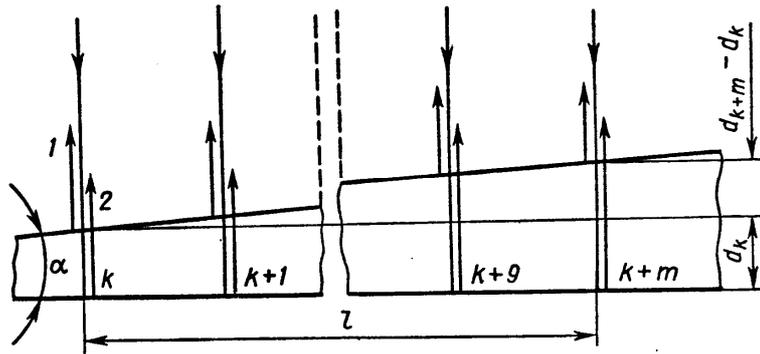


Рисунок 33

Решение. Параллельный пучок лучей, падая нормально к грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней граней. Поскольку отраженные лучи когерентны, то возникает устойчивая картина интерференции. Темные полосы наблюдаются на тех участках клина, для которых разность хода лучей кратна нечетному числу полуволин:

$$\delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}; \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (87)$$

Оптическая разность хода отраженных лучей равна

$$2 d_k n \cos r + \frac{\lambda}{2}.$$

Величина $\frac{\lambda}{2}$ представляет собой добавочную разность хода, возникающую при отражении луча от оптически более плотной среды. Подставляя в формулу (87) значение разности хода лучей δ , получаем

$$2d_k n \cos r + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (88)$$

где n – показатель преломления стекла ($n_{см}=1,5$);

d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, соответствующая номеру k ;

r – угол преломления;

λ – длина волны.

Согласно условию, угол падения равен нулю, следовательно, и угол преломления $r=0$, а $\cos r=1$. Раскрыв скобки в правой части равенства (88), после упрощения получим

$$2d_k n = k\lambda. \quad (89)$$

Пусть произвольной темной полосе номера k соответствует определенная толщина клина d_k в этом месте. Темной полосе номера $(k+10)$ соответствует толщина клина d_{k+10} . Согласно условию задачи, десять полос укладывается на расстоянии $l=1$ см, тогда искомый угол, выраженный в радианах, как видно из рисунка, равен:

$$\alpha = \frac{d_{k+10} - d_k}{l}, \quad (90)$$

где из-за малости преломляющего клина $\sin \alpha \approx \alpha$.

Определив значения d_k и d_{k+10} из формулы (89) и подставляя в формулу (90), имеем:

$$\alpha = \frac{\frac{k+10}{2n} \cdot \lambda - \frac{k\lambda}{2n}}{l} = \frac{5\lambda}{nl}.$$

Подставляя в последнюю формулу числовые значения величин, получаем:

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

Выразим угол клина α в градусах. Для этого можно воспользоваться соотношением между радианом и секундой:

$$1 \text{ рад} = 206265'' = 2,06'' \cdot 10^5,$$

$$\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,06'' \cdot 10^5 = 41,2''.$$

Ответ: $\alpha = 41,2''$.

Пример 5.8. Плоско-выпуклая линза положена на стеклянную

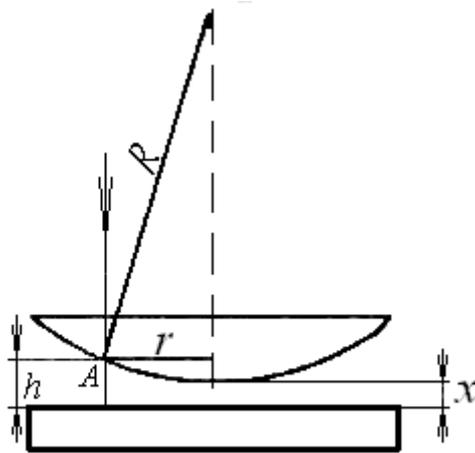


Рисунок 34

пластинку, причем вследствие попадания пыли между линзой и пластинкой нет контакта (рис.34). Диаметры пятого и пятнадцатого темных колец Ньютона, наблюдаемых в отраженном свете, соответственно, равны 7,0 мм и 4,0 мм. Определить радиус кривизны выпуклой поверхности линзы, если система освещается светом с длиной волны $\lambda = 531 \text{ нм}$.

Решение. Если на систему, состоящую из линзы и пластинки, падает свет (для простоты будем считать, что свет падает нормально к поверхности пластинки), то происходит следующее: в точке A световой пучок частично отразится, а частично пройдет в воздушный зазор между

линзой и пластинкой и отразится от поверхности пластинки. В точке A обе части пучка накладываются, имея разность хода:

$$\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2},$$

где h – толщина зазора, соответствующего точке A .

В зависимости от того, равна ли эта разность нечетному числу полуволн или четному, в точке A образуется минимум или максимум интенсивности света. Исходя из этого, для толщины зазора, при котором наблюдается минимум интенсивности света, получаем:

$$h = k \frac{\lambda}{2}.$$

Радиус r темного кольца для случая отсутствия оптического контакта можно выразить из формулы

$$\frac{2R - (h - x)}{r} = \frac{r}{h - x},$$

где R – радиус кривизны поверхности линзы. Значение $(h-x)^2$ мало по сравнению с $2R(h-x)$, и этим членом можно пренебречь.

Тогда формула примет вид

$$r^2 = 2R(h - x).$$

Подставляя значение h для темного кольца, получаем:

$$r^2 = 2R\left(\frac{k\lambda}{2} - x\right).$$

В условии задачи известны радиусы двух темных колец r_k и r_i :

$$r_k^2 = R(k\lambda - 2x) \text{ и } r_i^2 = R(i\lambda - 2x).$$

Взяв разность r_k^2 и r_i^2 , можно исключить неизвестную величину зазора x :

$$r_k^2 - r_i^2 = R\lambda(k - i),$$

откуда

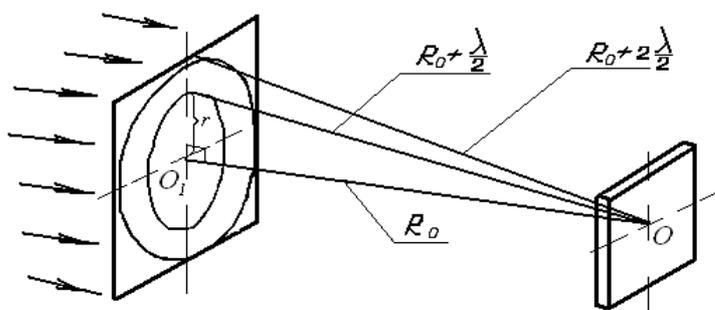
$$R = \frac{d_k^2 - d_i^2}{4\lambda(k - i)}.$$

Подставляя числовые данные задачи, получаем:

$$R = 0,102 \text{ м.}$$

Ответ: $R = 0,102 \text{ м.}$

Пример 5.9. На круглое отверстие радиусом $r=1 \text{ мм}$ в непрозрачном экране нормально падает параллельный пучок лучей с длиной волны $\lambda=0,65 \text{ мкм}$ (рис. 35). На пути лучей, прошедших через отверстие,



помещают экран. Определить максимальное расстояние от отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно.

Рисунок 35

Решение. Расстояние, при котором наблюдается темное пятно, определяется числом зон Френеля, укладывающихся в отверстии. Темное пятно в центре дифракционной картины будет при четном числе зон. С удалением экрана от отверстия число зон Френеля, помещающихся в отверстии, убывает. Если наименьшее четное число равно двум, то максимальное расстояние, при котором еще будет наблюдаться темное

пятно в центре экрана, определяется условием – в отверстии укладывается две зоны Френеля. Согласно чертежу, расстояние от центра экрана O до края отверстия на $2\frac{\lambda}{2}$ больше, чем расстояние $OO_1=R$ от центра экрана до центра отверстия O_1 .

По теореме Пифагора:

$$r^2 = (R_0 + 2\frac{\lambda}{2})^2 - R_0^2 = 2R_0\lambda + \lambda^2 .$$

Пренебрегая $\lambda^2 (\lambda \ll R_0)$, получим:

$$r^2 = 2R_0\lambda .$$

Отсюда

$$R_0 = \frac{r^2}{2\lambda} .$$

Произведем вычисления:

$$R_0 = \frac{10^{-6}}{2 \cdot 6,5 \cdot 10^{-7}} = 0,77 \text{ м.}$$

Ответ: $R_0 = 0,77 \text{ м.}$

Пример 5.10. На щель падает нормально параллельный пучок монохроматического света (рис.36). Расположенная за щелью линза с фокусным расстоянием $f=1,5 \text{ м}$ проектирует на экран дифракционную картину в виде чередующихся светлых и темных полос. Ширина центральной светлой полосы $b_1=1 \text{ см}$. Как надо изменить ширину щели, чтобы центральная полоса стала шириной 10 см ?

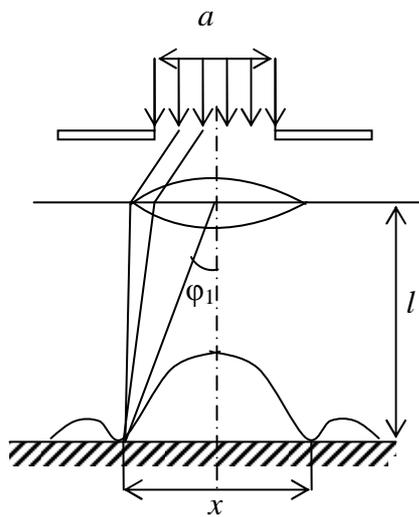


Рисунок 36

Решение. Центральная светлая полоса заключена между двумя минимумами первого порядка. Ее ширина зависит от угла дифракции φ , соответствующего первому минимуму. Угол φ связан с шириной щели a формулой

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda ,$$

где $m = 1$.

Так как при изменении ширины щели от a_1 до a_2 величины λ и m остаются постоянными, то

$$a_2 \sin \varphi_2 = \pm m \lambda .$$

Тогда

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} ,$$

где φ_1 и φ_2 – углы первых дифракционных минимумов.

Так как угол φ_1 мал, то $\sin \varphi_1 \approx \operatorname{tg} \varphi_1 \approx \frac{b}{2f}$, что следует из рис.36.

С другой стороны,

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{b_2}{2f} .$$

Тогда

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{b_1}{b_2} ; \quad \frac{a_2}{a_1} = \frac{4}{10} = \frac{1}{2,5} .$$

Следовательно, ширину щели следует уменьшить в 2,5 раза.

Пример 5.11. На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает параллельный пучок лучей с длиной волны $0,5 \text{ мкм}$. Помещенная вблизи решетки линза проецирует дифракционную картину на плоский экран, удаленный от линзы на расстояние $L = 1 \text{ м}$. Расстояние между двумя максимумами первого порядка, наблюдаемыми на экране, $l = 202 \text{ мм}$. Определить: 1) постоянную дифракционной решетки; 2) число штрихов на 1 см ; 3) сколько максимумов дает при этом дифракционная решетка; 4) максимальный угол отклонения лучей, соответствующих последнему дифракционному максимуму.

Решение. 1. Постоянная дифракционной решетки d , длина волны λ и угол отклонения лучей φ , соответствующий m -му дифракционному максимуму, связаны соотношением

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (91)$$

где m – порядок спектра или в случае монохроматического света порядок максимума. В данном случае $m=1$, $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi$ (ввиду того, что $\frac{l}{2} \ll L$). С учетом этих равенств соотношение (91) примет вид

$$d \frac{l}{2L} = \lambda,$$

откуда искомая величина

$$d = \frac{2L\lambda}{l}.$$

Подставляя данные, получаем:

$$d = \frac{2L\lambda}{l} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{0,202} = 4,95 \text{ мкм}.$$

2. Число штрихов на 1 см найдем из формулы

$$N = \frac{1}{d}.$$

После подстановки числовых значений получим:

$$N = \frac{1}{4,95 \cdot 10^{-4}} = 2020 \text{ см}^{-1}.$$

3. Для определения числа максимумов, даваемых дифракционной решеткой, вычислим сначала максимальное значение m_{\max} , исходя из того, что максимальный угол отклонения лучей дифракционной решеткой не может превышать 90° . Из формулы (91) найдем:

$$m_{\max} = \frac{d \sin \varphi_{\max}}{\lambda}.$$

Подставляя сюда значения величин, получим:

$$m_{\max} = \frac{4,95}{0,5} = 9,9.$$

Число m_{\max} обязательно должно быть целым. Следовательно, $m_{\max}=9$. Общее число максимумов, даваемое дифракционной решеткой, будет:

$$N = 2m_{\max} + 1; \quad N = 2 \cdot 9 + 1.$$

Ответ: $N = 2 \cdot 9 + 1 = 19$.

Пример 5.12. Естественный луч света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины луч образует угол $\varphi = 90^\circ$ с падающим лучом (рис. 37).

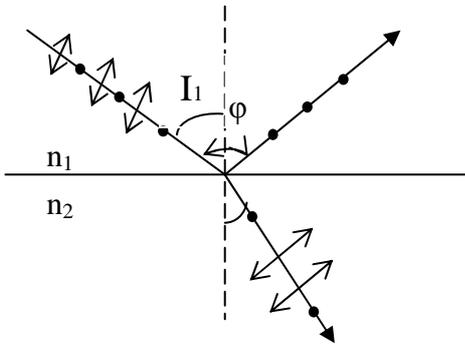


Рисунок 37

Определить показатель преломления жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.

Решение. Согласно закону Брюстера, луч света, отраженный от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если тангенс угла падения численно равен относительному показателю преломления:

$$\operatorname{tgi}_1 = n_{21},$$

где n_{21} – показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости). Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления.

Следовательно,

$$\operatorname{tgi}_1 = \frac{n_2}{n_1}.$$

Так как угол падения равен углу отражения, то:

$$i_1 = \frac{\varphi}{2},$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{n_2}{n_1},$$

откуда

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg} \varphi/2}.$$

Сделав подстановку числовых значений, получим:

$$n_1 = \frac{1,5}{\frac{97}{2}} = \frac{1,5}{1,13} = 1,33.$$

Ответ: $n_1 = 1,33$.

Пример 5.13. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол между плоскостями колебаний составляет $\alpha = 60^\circ$ (рис.38). Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность I_0 естественного света: 1) при прохождении через один николю N_1 ; 2) при прохождении через оба николя. Коэффициент поглощения света в николе $K = 0,05$. Потери на отражение света не учитывать.

Решение:

1. Естественный свет, падая на грань призмы Николя N , расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два луча – обыкновенный и необыкновенный. Оба пучка полностью поляризованы и имеют одинаковую интенсивность.

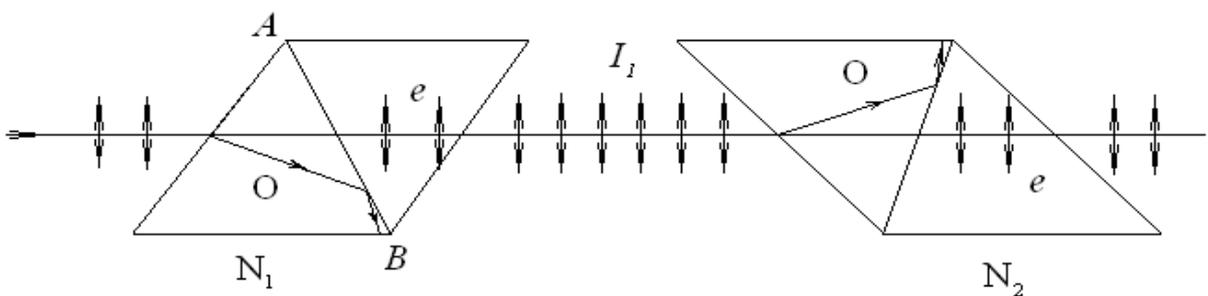


Рисунок 38

Плоскость колебаний необыкновенного луча лежит в плоскости чертежа (плоскость главного сечения). Плоскость колебаний обыкновенного луча перпендикулярна плоскости чертежа.

Обыкновенный луч o вследствие полного внутреннего отражения от границы AB отражается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный луч e проходит через призму, уменьшая свою интенсивность вследствие поглощения. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через первую призму, равна

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - K).$$

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность I_0 естественного света, падающего на первый николю, на интенсивность I_1 поляризованного света:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{I_0}{1/2 I_0 (1 - K)} = \frac{2}{1 - K}.$$

Подставляя в последнюю формулу числовые значения величин, получаем:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1 - 0,05} = 2,1.$$

Таким образом, интенсивность уменьшается в 2,1 раза.

2. Плоскополяризованный луч света I_1 падает на второй николю N_2 и также расщепляется на два луча различной интенсивности: обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный луч полностью поглощается призмой, поэтому интенсивность его нас не интересует. Интенсивность необыкновенного луча I_2 , вышедшего из призмы N_2 , определяется по закону Малюса (без учета поглощения света во втором николе):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha,$$

где α – угол между плоскостью колебаний в поляризованном луче и плоскостью колебаний, пропускаемых николем N_2 без ослабления.

Учитывая потери интенсивности на поглощение во втором николе, получим:

$$I_2 = I_1 (1 - K) \cos^2 \alpha,$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя найдем, разделив интенсивность I_0 естественного света на интенсивность I_2 света, прошедшего систему из двух николей:

$$\frac{I_0}{I} = \frac{I_0}{I_1(1-K)\cos^2 \alpha}.$$

Заменяя $\frac{I_0}{I}$ его предыдущим выражением получим:

$$\frac{I_0}{I} = \frac{2}{(1-K)^2 \cos^2 \alpha}.$$

Подставляя данные, произведем вычисления:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-0,05)\cos^2 60^\circ} = 8,86.$$

Таким образом, после прохождения света через два николя интенсивность его уменьшится в 8,86 раз.

Пример 5.14. Электрическая печь потребляет мощность $P=500 \text{ Вт}$. Температура ее внутренней поверхности при открытом небольшом отверстии диаметром $d=5,0 \text{ см}$ равна 700°C . Какая часть потребляемой мощности рассеивается стенками?

Решение. При установившемся тепловом режиме печи вся ежесекундно потребляемая ею электрическая энергия (т.е. мощность) P излучается наружу отверстием и стенками:

$$P = \Phi'_э + \Phi''э \quad (92)$$

где $\Phi'_э$, $\Phi''э$ – потоки, излучаемые отверстием и стенками соответственно.

В задаче требуется найти отношение $\alpha = \frac{\Phi''_{\text{э}}}{P}$. С учетом выражения (92) для α можно записать:

$$\alpha = \frac{P - \Phi'_{\text{э}}}{P} = 1 - \frac{\Phi'_{\text{э}}}{P}. \quad (93)$$

Рассматривая излучение печи через небольшое отверстие как излучение абсолютно черного тела и воспользовавшись законом Стефана–Больцмана, определим $\Phi'_{\text{э}}$:

$$\Phi'_{\text{э}} = R_{\text{э}}S = \sigma T^4 \cdot \frac{\pi D^2}{4}. \quad (94)$$

С учетом формул (93) и (94) получим выражение для α :

$$\alpha = 1 - \frac{\sigma T^4 \pi D^2}{4P} \quad (95)$$

Подставив в формулу (95) числовые значения величин, выраженные в единицах СИ: $P=500 \text{ Вт}$; $d=0,05 \text{ м}$; $T=973 \text{ К}$; $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$, находим α :

$$\alpha = 1 - 0,2 = 0,8.$$

Пример 5.15. Длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, $\lambda_0=0,6 \text{ мкм}$. Определить энергетическую светимость $R_{\text{э}}$ поверхности тела и его температуру.

Решение. Энергетическая светимость $R_{\text{э}}$ абсолютно черного тела определяется в соответствии с законом Стефана–Больцмана по формуле

$$R_{\text{э}} = \sigma T^4. \quad (96)$$

Температуру тела можно выразить с помощью закона смещения Вина:

$$\lambda_0 = \frac{b}{T}; \quad (97)$$

$$T = \frac{b}{\lambda_0}. \quad (98)$$

Подставив в формулу (96) выражение (98), получим расчетную формулу для энергетической светимости:

$$R_s = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_0} \right)^4 \quad (99)$$

Производим вычисления:

$$T = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{0,6 \cdot 10^{-6}} = 4820 \text{ K}.$$

Определяем энергетическую светимость R_s поверхности тела:

$$R_s = 5,67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{0,6 \cdot 10^{-6}} \right)^4 = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (4,83)^4 \cdot 10^{12} = 3,09 \cdot 10^7 \left(\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4} \right).$$

Ответ: $R_s = 3,09 \cdot 10^7 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}.$

Пример 5.16. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела максимум спектральной плотности энергетической светимости сместился с $2,4 \cdot 10^6 \text{ м}$ на $0,8 \cdot 10^6 \text{ м}$. Как и во сколько раз изменились энергетическая светимость тела и максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости?

Решение. При нагревании абсолютно черного тела максимум спектральной плотности энергетической светимости смещается в сторону коротких волн. Из закона смещения Вина следует, что

$$\lambda_{1m} = \frac{b}{T_1} \quad \text{и} \quad \lambda_{2m} = \frac{b}{T_2}. \quad (100)$$

Из уравнений (100) определяем температуры T_1 и T_2 :

$$T_1 = \frac{b}{\lambda_{1m}} \quad \text{и} \quad T_2 = \frac{b}{\lambda_{2m}}. \quad (101)$$

Энергетическая светимость абсолютно черного тела определяется по закону Стефана–Больцмана:

$$R_{\text{Э}1} = \sigma T_1^4 \quad \text{и} \quad R_{\text{Э}2} = \sigma T_2^4. \quad (102)$$

Выражения для температур T_1 и T_2 (101) подставляем в уравнения (102):

$$R_{\text{Э}1} = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_{1m}} \right)^4;$$

$$R_{\text{Э}2} = \sigma \left(\frac{b}{\lambda_{2m}} \right)^4.$$

Отношение энергетических светимостей равно:

$$\frac{R_{\text{Э}2}}{R_{\text{Э}1}} = \frac{\sigma \cdot b^4 \lambda_{1m}}{\lambda_{2m} \sigma \cdot b^4} = \left(\frac{\lambda_{1m}}{\lambda_{2m}} \right)^4; \quad \frac{R_{\text{Э}2}}{R_{\text{Э}1}} = \left(\frac{2,4 \cdot 10^{-6}}{0,8 \cdot 10^{-6}} \right)^4 = 81.$$

Энергетическая светимость увеличилась в 81 раз.

Максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости определим по закону Вина-Голицына:

$$r_{\lambda_{1 \max}} = cT_1^5 ; r_{\lambda_{2 \max}} = cT_2^5 .$$

Отношение этих величин равно:

$$\frac{r_{\lambda_{2 \max}}}{r_{\lambda_{1 \max}}} = \frac{cT_2^5}{cT_1^5} = \frac{b^5 \lambda_{1m}^5}{\lambda_{2m}^5 b^5} = \left(\frac{\lambda_{1m}}{\lambda_{2m}} \right)^5 .$$

$$\frac{r_{\lambda_{2 \max}}}{r_{\lambda_{1 \max}}} = \left(\frac{2,4 \cdot 10^{-6}}{0,8 \cdot 10^{-6}} \right)^5 = 3^5 = 243 .$$

Отношение спектральных плоскостей энергетических светимостей изменилось в 243 раза.

Пример 5.17. Красная граница фотоэффекта для цезия равна $\lambda_0=653$ нм. Определить скорость фотоэлектронов при облучении цезия фиолетовыми лучами длиной волны $\lambda=400$ нм.

Решение. При падении света на поверхность металла происходит явление внешнего фотоэффекта. Скорость фотоэлектронов может быть найдена из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2} , \quad (103)$$

где $h\nu$ – энергия падающего фотона;

$\frac{mv_{\max}^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона;

A – работа выхода электрона из металла.

Красная граница фотоэффекта определяется максимальной длиной волны λ_0 , при которой еще наблюдается фотоэффект. Для красной границы фотоэффекта уравнение Эйнштейна принимает вид

$$h\nu_0 = A . \quad (104)$$

Частота связана с длиной волны соотношением

$$\nu = \frac{c}{\lambda} . \quad (105)$$

Получим:

$$A = \frac{hc}{\lambda_0} \quad (106)$$

Подставляя выражение (106) и (105) в формулу (103), получим:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{mv_{max}^2}{2} .$$

Отсюда находим скорость фотоэлектронов

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2hc(\lambda_0 - \lambda)}{m\lambda_0\lambda}} .$$

Подставив в эту формулу числовые значения величин, получим:

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot (6,53 - 4) \cdot 10^{-7}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 6,53 \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^{-7}}} = 6,5 \cdot 10^5 \text{ (м/с)} .$$

Ответ: $v_{max} = 6,5 \cdot 10^5 \text{ м/с}$.

Пример 5.18 На фотоэлемент с катодом из лития падает свет с длиной волны $\lambda = 200 \text{ нм}$. Найти наименьшее значение задерживающей разности потенциалов U_{min} , которую нужно приложить к фотоэлементу, чтобы прекратить ток.

Решение. При падении света на фотоэлемент происходит фотоэффект - вырывание электронов с поверхности катода. Энергия падающего фотона расходуется на работу выхода электрона из металла и на сообщение ему кинетической энергии. Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\varepsilon = A + T_{max}$$

где A – работа выхода электрона из металла (для лития $A = 2,3$ эВ);

ε – энергия фотона;

T_{max} – кинетическая энергия фотоэлектронов.

Энергия фотона определяется по формуле

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

Работа, совершаемая задерживающей разностью потенциалов, равна изменению кинетической энергии электрона:

$$e \cdot U = \frac{mv_{max}^2}{2}$$

Чтобы прекратить фототок, необходимо приложить минимальную задерживающую разность потенциалов U_{min} .

Тогда уравнение Эйнштейна принимает вид:

$$\frac{hc}{\lambda} = A + eU_{min}.$$

Отсюда выразим минимальную задерживающую разность потенциалов:

$$U_{min} = \frac{\frac{hc}{\lambda} - A}{e}.$$

Подставляя численные значения заданных величин, произведем вычисления:

$$U_{\min} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} - 2,3 = 3,91(B).$$

Ответ: $U_{\min} = 3,91 B$.

Пример 5.19. Пучок параллельных лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 662 \text{ нм}$ падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток излучения $\Phi = 0,6 \text{ Вт}$. Определить: 1) силу давления F , испытываемую этой поверхностью; 2) число фотонов n , ежесекундно падающих на поверхность.

Решение:

1. Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления ρ на площадь S поверхности:

$$F = \rho \cdot S. \quad (107)$$

Световое давление может быть найдено по формуле

$$\rho = \frac{I}{c} \cdot (\rho + 1), \quad (108)$$

где I – интенсивность светового потока;

c – скорость света в вакууме;

ρ – коэффициент отражения.

Подставляя выражение давления света (108) в формулу (107), получим:

$$F = \frac{I \cdot S}{c} \cdot (\rho + 1). \quad (109)$$

Интенсивность светового потока I есть величина, численно равная энергии, падающей на единичную площадку в единицу времени.

Произведение I и S есть величина, численно равная энергии, падающей на данную площадку S в единицу времени, т.е. поток излучения $\Phi = IS$.

С учетом этого выражения формула (109) принимает вид

$$F = \frac{\Phi}{c} \cdot (\rho + 1). \quad (110)$$

Величины, входящие в формулу (110), выпишем в единицах СИ: $\Phi = 0,6 \text{ Вт}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$; $\rho = 1$ (поверхность зеркальная). После подстановки этих величин в формулу (110) получим:

$$F = \frac{0,6}{3 \cdot 10^8} \cdot (1 + 1) = 4 \cdot 10^{-9} \text{ (H)}.$$

2. Произведение энергии ε одного фотона на число фотонов n , падающих на поверхность в единицу времени, равно мощности излучения, т.е. потоку излучения:

$$\Phi = \varepsilon \cdot n \quad \text{или} \quad \Phi = \frac{hc}{\lambda} \cdot n,$$

так как $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$ – энергия фотона.

$$n = \frac{\Phi \lambda}{hc}. \quad (111)$$

Выпишем величины, входящие в формулу (111), в единицах СИ:

$$\Phi = 0,6 \text{ Вт}; \quad \lambda = 6,62 \cdot 10^{-7} \text{ м}; \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}; \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Подставим полученные значения в расчетную формулу и произведем вычисления:

$$n = \frac{0,6 \cdot 6,62 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{18} \text{ (м}^{-2}\text{)}.$$

Ответ: 1) $F = 1 \cdot 10^{-9} \text{ H}$; 2) $n = 2 \cdot 10^{18}$.

Пример 5.20. Фотон с энергией $\varepsilon_1=0,51$ МэВ был рассеян при эффекте Комптона на свободном электроне на угол $\varphi=180^\circ$. Определить кинетическую энергию T электрона отдачи.

Решение. При эффекте Комптона электрон отдачи получает энергию от γ -кванта. Поэтому в соответствии с законом сохранения энергии можно считать, что энергия T электрона отдачи равна изменению энергии γ кванта, поэтому с обратным знаком, т.е.

$$T = -\Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1,$$

где ε_1 – энергия падающего кванта;

ε_2 – энергия рассеянного кванта.

Изменение энергии γ -кванта связано с изменением его длины волны, которое определяется по формуле Комптона:

$$\Delta\lambda = 2\frac{h}{m_0c} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (112)$$

где h – постоянная Планка;

m_0 – масса покоя электрона;

c – скорость света в вакууме;

θ – угол рассеяния кванта.

Выражая изменение длины волны $\Delta\lambda$ через изменение частоты $\Delta\nu$, учитывая выражение (112) и значение угла рассеяния $\theta=180^\circ$ ($\sin \frac{\theta}{2}=1$), получим:

$$\Delta\nu = -2\frac{h\nu_1\nu_2}{m_0c^2}.$$

Умножим обе части равенства на h , тогда в левой части равенства получим изменение энергии $\Delta\varepsilon$, а в числителе правой части – произведение энергий начальной ε_1 и конечной ε_2 :

$$\Delta\varepsilon = -2\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{m_0c^2}. \quad (113)$$

Подставив в выражение (113) значение $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \Delta\varepsilon$ и решив его относительно $\Delta\varepsilon$, получим:

$$\Delta\varepsilon = -\frac{2\varepsilon_1^2}{2\varepsilon_1 + m_0c^2} = -\frac{\varepsilon_1}{1 + \frac{m_0c^2}{2\varepsilon_1}}. \quad (114)$$

Выражая энергию ε_1 и энергию покоя электрона в мегаэлектронвольтах и подставляя числовые значения в формулу (114), получим в *МэВ*:

$$\Delta\varepsilon = \frac{-0,51}{1 + \frac{0,51}{2 \cdot 0,51}} = -0,34 \text{ (МэВ)},$$

Следовательно, энергия электрона отдачи в *МэВ*,

$$T = -\Delta\varepsilon = -(-0,34) = 0,34 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $T = 0,34 \text{ МэВ}$.

Пример 5.21. В явлении Комптона энергия падающего фотона распределяется поровну между рассеянным фотоном и электроном отдачи. Угол рассеяния равен $\frac{\pi}{2}$. Найти энергию и импульс рассеянного фотона.

Решение. Запишем уравнение Комптона для падающего фотона:

$$\lambda' = \lambda + \lambda_c \cdot (1 - \cos \theta), \quad (115)$$

где λ' – длина волны рассеянного фотона;

λ – длина волны падающего фотона;

λ_c – комптоновская длина волны;

θ – угол рассеяния.

Исходя из условия задачи, выражение (115) принимает вид

$$\lambda = \lambda' + \lambda_c. \quad (116)$$

Энергия падающего фотона равна

$$\varepsilon = \varepsilon' + T, \quad (117)$$

где $\varepsilon' = T$ (по условию задачи); ε' – энергия рассеянного фотона.

Выразим энергию фотона через длину волны

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}.$$

Соответственно, энергия рассеянного фотона

$$\varepsilon' = \frac{hc}{\lambda'} = T.$$

Тогда уравнение (117) запишем:

$$\frac{hc}{\lambda} = 2 \cdot \frac{hc}{\lambda'}.$$

Отсюда следует, что $\lambda' = 2\lambda$, или, с учетом выражения (116), $\lambda + \lambda_c = 2\lambda \cdot \lambda_c = \lambda$. Таким образом, длина волны падающего фотона равна $\lambda_c = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м, длина волны рассеянного фотона $\lambda' = 2\lambda_c$.

Тогда энергия рассеянного фотона

$$\varepsilon' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{2\lambda_c}. \quad (118)$$

Соответственно, импульс рассеянного фотона

$$P_\phi' = \frac{h}{\lambda'} = \frac{h}{2\lambda_c}. \quad (119)$$

Подставляя численные значения, получаем:

$$\varepsilon' = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot 2,436 \cdot 10^{-12} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,26 \text{ (МэВ)};$$

$$P'_\phi = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{2 \cdot 2,43 \cdot 10^{-12}} = 1,36 \cdot 10^{-22} \text{ (кг}\cdot\text{м/с)}.$$

Ответ: $\varepsilon' = 0,26 \text{ МэВ}$; $P'_\phi = 1,36 \cdot 10^{-22} \text{ кг}\cdot\text{м/с}$.

Задачи для контрольных работ

5.01. Шарик массой 100 г , подвешенный к невесомой пружине с коэффициентом жесткости $k=10 \text{ Н/м}$, совершает гармонические колебания с амплитудой $1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$. Считая колебания незатухающими и начальную фазу равной нулю, определить смещение шарика, кинетическую, потенциальную и полную энергию колебательного движения системы через время $t=T/6$ после начала колебаний.

5.02. Определить максимальную скорость материальной точки, совершающей гармонические колебания с амплитудой $A=20 \text{ см}$, если наибольшее ускорение $a_{\max} = 30 \text{ см/с}$. Написать также уравнение колебаний.

5.03. Определить период T гармонических колебаний диска радиусом $R=10 \text{ см}$ около горизонтальной оси, проходящей через точку, находящуюся от края диска на расстоянии $1/4$ его радиуса.

5.04. Полная энергия тела, совершающего гармонические колебания, равна $3 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$, максимальная сила, действующая на тело, равна $0,1 \text{ Н}$. Написать уравнение движения этого тела, если период колебаний равен 2 с и начальная фаза равна нулю.

5.05. Определить возвращающую силу F в момент времени $t=0,2 \text{ с}$ и полную энергию E точки массой $m=20 \text{ г}$, совершающей гармонические колебания согласно уравнению $x=A \sin \omega t$, где $A=15 \text{ см}$; $\omega=1 \pi \text{ с}^{-1}$.

5.06. Найти максимальную кинетическую энергию T_{\max} материальной точки массой $m=2 \text{ г}$, совершающей гармонические колебания с амплитудой $A=1 \text{ см}$ и частотой $\nu=5 \text{ Гц}$.

5.07. Груз массой 500 г совершает колебания на пружине жесткостью 200 Н/м . При этом полная механическая энергия его колебаний $1,110 \text{ Дж}$. Найти амплитуду, период, собственную частоту колебаний и максимальное ускорение груза.

5.08. Шарик массой $m=60 \text{ г}$ колеблется с периодом $T=2 \text{ с}$. В начальный момент времени смещение шарика $x_0=1 \text{ см}$, и он обладает энергией $E=0,02 \text{ Дж}$. Записать уравнение простого гармонического колебания шарика и закон изменения возвращающей силы с течением времени.

5.09. На стержне длиной $l=30 \text{ см}$ укреплены два одинаковых грузика: один в середине стержня, другой – на одном из его концов. Стержень с грузиками колеблется около горизонтальной оси, проходящей через свободный конец стержня. Определить приведенную длину L и период T гармонических колебаний. Массой стержня пренебречь.

5.10. Определить кинетическую энергию груза массой $m = 25 \text{ г}$, закрепленного на конце невесомого стержня длиной $l = 1 \text{ м}$, совершающего гармонические колебания, в момент прохождения им положения равновесия со скоростью 5 м/с относительно оси, проходящей через середину стержня, если период гармонического колебания равен $1,05 \text{ с}$.

5.11. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых $x=A_1\sin\omega_1t$ и $y=A_2\cos\omega_2t$, где $A_1=3 \text{ см}$; $A_2=1 \text{ см}$; $\omega_1=\omega_2=2 \text{ с}^{-1}$. Написать уравнение траектории и построить ее. Показать направление движения точки.

5.12. Складываются два колебания одинакового направления и одинакового периода: $x_1=A_1\sin\omega_1t$ и $x_2=A_2\sin\omega_2(t+\tau)$, где $A_1=A_2=3 \text{ см}$; $\omega_1=\omega_2=\pi \text{ с}^{-1}$; $\tau=0,5 \text{ с}$. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Написать его уравнение. Построить векторную диаграмму для момента времени $t=0$.

5.13. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, происходящих согласно уравнениям: $x=A_1\cos\omega_1t$, $y=A_2\sin\omega_2t$, где $A_1=2 \text{ см}$; $\omega_1=2 \text{ с}^{-1}$; $A_2=1 \text{ см}$; $\omega_2=2 \text{ с}^{-1}$. Определить траекторию точки. Построить траекторию с соблюдением масштаба, указать направление движения точки.

5.14. Точка совершает одновременно два колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями; $x=A_1\sin\omega_1t$ и $y=A_2\cos\omega_2t$, где $A_1=2\text{ см}$; $\omega_1=1\text{ с}^{-1}$; $A_2=2\text{ см}$; $\omega_2=2\text{ с}^{-1}$. Найти уравнение траектории, построить ее с соблюдением масштаба и указать направление движения точки.

5.15. Колебательный контур, состоящий из воздушного конденсатора с площадью пластин по $S=100\text{ см}^2$ каждая и катушки с индуктивностью $L=1\text{ мкГн}$, резонирует на длину волны $\lambda=10\text{ м}$. Определить расстояние d между пластинами.

5.16. Катушка индуктивностью $L=1\text{ мГн}$ и воздушный конденсатор, состоящий из двух круглых пластин диаметром $D=20\text{ см}$ каждая, соединены параллельно. Расстояние между пластинами $d=1\text{ см}$. Определить период T колебаний.

5.17. Колебательный контур имеет индуктивность $L=1,6\text{ мГн}$, емкость $C=0,01\text{ мкФ}$ и максимальное напряжение на зажимах $U=200\text{ В}$. Чему равна максимальная сила тока I_{\max} в контуре? Сопротивление контура ничтожно мало.

5.18. Колебательный контур состоит из параллельно соединенных конденсатора емкостью $C=1\text{ мкФ}$ и катушки с индуктивностью $L=1\text{ мГн}$. Сопротивление контура ничтожно мало. Найти частоту ν колебаний.

5.19. Катушка без сердечника длиной $l=50\text{ см}$ и сечением $S=3\text{ см}^2$ имеет $N=1000$ витков и соединена параллельно с плоским конденсатором. Площадь его пластин $S=05\text{ см}^2$, расстояние между пластинами $d=5\text{ мм}$, диэлектрик – воздух. Определить период T колебаний контура.

5.20. Конденсатор емкостью $C=500\text{ нФ}$ соединен параллельно с катушкой длиной $l=10\text{ см}$ и сечением $S=5\text{ см}^2$, содержащей $N=1000$ витков. Сердечник немагнитный. Найти период T колебаний.

5.21. Уравнение изменения силы тока в колебательном контуре со временем дается в виде $I=-0,02\sin 100\pi t\text{ А}$. Индуктивность контура $L=1\text{ Гн}$. Найти период колебаний и максимальную энергию электрического поля.

5.22. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре дано в виде $U=5\cos 101\pi t\text{ В}$. Емкость конденсатора $C=0,1\text{ мкФ}$. Найти: 1) индуктивность контура, 2) закон изменения со временем силы тока в

цепи.

5.23. За время $t = 50$ с механическая система успевает совершить $N=25$ колебаний. Во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний за это время, если логарифмический декремент затухания $\delta=0,05$, а относительная убыль энергии системы за период колебаний равна $\Delta W/W=0,05$.

5.24. Электрический заряд на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону $q = 0,2 \cos(4\pi t + \frac{\pi}{3})$ мКл. Определите амплитуду, циклическую частоту, период и начальную фазу колебаний заряда на обкладках конденсатора. Чему равна амплитуда силы тока в этом колебательном контуре?

5.25. Электрический заряд на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону $q = 10 \cos(100 \pi t)$ мКл. Определите максимальную энергию магнитного поля в катушке индуктивности, если ее индуктивность $L = 0,5$ Гн.

5.26. Колебательный контур содержит конденсатор емкостью $C=10$ нФ и катушку индуктивностью $L=1,6$ мГн. Определите максимальное напряжение на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока в колебательном контуре равна 1 А. Сопротивлением контура пренебречь.

5.27. Длина электромагнитной волны в вакууме λ , на которую настроен колебательный контур, равна 12 м. Пренебрегая активным сопротивлением контура, определите максимальный заряд на обкладках конденсатора, если максимальный ток в контуре равен 1 А.

5.28. Сила тока в колебательном контуре изменяется по закону $I = 0,1 \sin 10^3 t$ А. Индуктивность контура $0,1$ Гн. Найти закон изменения напряжения на конденсаторе и его емкость.

5.29. Длина электромагнитной волны в вакууме λ , на которую настроен колебательный контур, равна $31,1$ м. Пренебрегая активным сопротивлением контура, определите максимальную силу тока в контуре, если максимальный заряд на обкладках конденсатора равен 50 нКл.

5.30. В колебательном контуре максимальная сила тока $I_m = 0,5$ А, а максимальное напряжение на обкладках конденсатора $U_m = 10$ В. Найти

энергию колебательного контура, если период колебаний $T = 16$ мкс.

5.31. Маятник совершил 100 полных колебаний, при этом его амплитуда уменьшилась в 10 раз. Определить логарифмический декремент затухания маятника.

5.32. Логарифмический декремент затухания камертона, колеблющегося с частотой 100 Гц, равен $0,002$. Определить промежуток времени, за который амплитуда возбужденного камертона уменьшится в 50 раз.

5.33. Логарифмический декремент затухания математического маятника $\lambda = 0,15$. Определите, во сколько раз уменьшится амплитуда колебаний за одно полное колебание маятника.

5.34. Амплитуда затухающих колебаний маятника за время $t = 1$ мин уменьшилась в $n_1 = 3$ раза. За какое время, считая от начального момента, амплитуда этих колебаний уменьшится в $n_2 = 31$ раз?

5.35. Колебательный контур состоит из индуктивности $L = 10^{-2}$ Гн, емкости $C = 0,105$ мкФ и сопротивления $R = 2$ Ом. Во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за время одного периода?

5.36. Колебательный контур имеет емкость $C = 1,1$ нФ и индуктивность $L = 5$ мГн. Логарифмический декремент затухания равен $0,005$. За сколько времени потеряется 99% энергии контура?

5.37. Добротность колебательного контура $Q = 1$. Определите, во сколько раз собственная частота ω_0 колебательного контура отличается от частоты свободных затухающих колебаний.

5.38. Чему равна разность фаз колебаний точек, удаленных друг от друга на расстояние 3 м и лежащих на прямой, перпендикулярной фронту волны. Скорость распространения волны 600 м, а период колебаний $0,02$ с.

5.39. Уравнение плоской волны, распространяющейся в упругой среде, имеет вид $\xi = 10^{-8} \sin(6280t - 1,256x)$. Определить длину волны и скорость ее распространения.

5.40. Колеблющиеся точки удалены от источника колебаний на расстояние $0,5$ и $1,00$ м в направлении распространения волны. Разность фаз их колебаний равна $3\pi/1$. Частота колебаний источника 100 с⁻¹. Определить длину волны и скорость ее распространения.

5.41. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления жидкости, если радиус r_3 третьего темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете с длиной волны $\lambda=0,6$ мкм равен $0,32$ мм. Радиус кривизны линзы $R=0,5$ м.

5.42. На тонкую пленку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda=500$ нм. Отраженный от нее свет максимально усилен вследствие интерференции. Определить минимальную толщину d_{min} пленки, если показатель преломления материала пленки $n=1,4$.

5.43. Расстояние L от щелей до экрана в опыте Юнга равно 1 м. Определить расстояние между щелями, если на отрезке длиной $l=1$ см укладывается $N=10$ темных интерференционных полос. Длина волны $\lambda=0,7$ мкм.

5.44. На стеклянную пластину положена выпуклой стороной плосковыпуклая линза. Сверху линза освещена монохроматическим светом длиной волны $\lambda=500$ нм. Найти радиус R линзы, если радиус четвертого, темного кольца Ньютона в отраженном свете $r_4=2$ мм.

5.45. На тонкую глицериновую пленку толщиной $d=1,5$ мкм нормально к ее поверхности падает белый свет. Определить длины волн λ лучей видимого участка спектра ($0,4 \leq \lambda \leq 0,8$ мкм), которые будут ослаблены в результате интерференции.

5.46. На стеклянную пластину нанесен тонкий слой прозрачного вещества с показателем преломления $n=1,3$. Пластинка освещена параллельным пучком монохроматического света с длиной волны $\lambda=640$ нм, падающим на пластинку нормально. Какую минимальную толщину d_{min} должен иметь слой, чтобы отраженный пучок имел наименьшую яркость?

5.47. На тонкий стеклянный клин падает нормально параллельный пучок света с длиной волны $\lambda=500$ нм. Расстояние между соседними темными интерференционными полосами в отраженном свете $b=0,5$ мм. Определить угол α между поверхностями клина. Показатель преломления стекла, из которого изготовлен клин, $n=1,6$.

5.48. Плосковыпуклая стеклянная линза с $f=1$ м лежит выпуклой

стороной на стеклянной пластинке. Радиус пятого темного кольца Ньютона в отраженном свете $r_5=1,1$ мм. Определить длину световой волны λ .

5.49. Между двумя плоскопараллельными пластинами на расстоянии $L=10$ см от границы их соприкосновения находится проволока диаметром $d=0,01$ мм, образуя воздушный клин. Пластины освещаются нормально падающим монохроматическим светом ($\lambda=0,6$ мкм). Определить ширину b интерференционных полос, наблюдаемых в отраженном свете.

5.50. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается нормально падающим монохроматическим светом ($\lambda=590$ нм). Определить толщину d_3 воздушного промежутка в том месте, где в отраженном свете наблюдается третье светлое кольцо.

5.51. Какое наименьшее число N_{min} штрихов должна содержать дифракционная решетка, чтобы в спектре второго порядка можно было видеть отдельно две желтые линии натрия с длинами волн $\lambda_1=539,0$ нм и $\lambda_2=539,6$ нм? Какова длина такой решетки, если постоянная решетки $d=5$ мкм?

5.52. На поверхность дифракционной решетки нормально к ее поверхности падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в $n=1,6$ раза больше длины световой волны. Найти общее число M дифракционных максимумов, которые теоретически можно наблюдать в данном случае.

5.53. На дифракционную решетку падает нормально параллельный пучок белого света. Спектры третьего и четвертого порядка частично накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре четвертого порядка накладывается граница ($\lambda=030$ нм) спектра третьего порядка?

5.54. На дифракционную решетку, содержащую $n=600$ штрихов на миллиметр, падает нормально белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить длину l спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана $L=1,2$ м. Границы видимого спектра: $\lambda_{кр}=780$ нм, $\lambda_{ф}=400$ нм.

5.55. На грань кристалла каменной соли падает параллельный пучок рентгеновского излучения. Расстояние d между атомными плоскостями

равно 230 нм . Под углом $\theta=65^\circ$ к атомной плоскости наблюдается дифракционный максимум первого порядка. Определить длину волны λ рентгеновского излучения.

5.56. На непрозрачную пластину с узкой щелью падает нормально плоская монохроматическая световая волна ($\lambda=600 \text{ нм}$). Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному максимуму, $\varphi=20^\circ$. Определить ширину a щели.

5.57. На дифракционную решетку, содержащую $n=100$ штрихов на 1 мм , нормально падает монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум второго порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на угол $\Delta\varphi=16^\circ$. Определить длину волны λ света, падающего на решетку.

5.58. На дифракционную решетку падает нормально монохроматический свет ($\lambda=410 \text{ нм}$). Угол $\Delta\varphi$ между направлениями на максимумы первого и второго порядков равен $2^\circ 21'$. Определить число n штрихов на 1 мм дифракционной решетки.

5.59. Расстояние между штрихами дифракционной решетки $d=4 \text{ мкм}$. На решетку падает нормально свет с длиной волны $\lambda=0,58 \text{ мкм}$. Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

5.60. Параллельный пучок света переходит из глицерина в стекло так, что пучок, отраженный от границы раздела этих сред, оказывается максимально поляризованным. Определить угол γ между падающим и преломленным пучками.

5.61. Кварцевую пластинку поместили между скрещенными николями. При какой наименьшей толщине d_{\min} кварцевой пластины поле зрения между николями будет максимально просветлено? Постоянная вращения α кварца равна 27 град/мм .

5.62. При прохождении света через трубку длиной $l_1=20 \text{ см}$, содержащую раствор сахара с концентрацией $C_1=10\%$, плоскость поляризации света повернулась на угол $\varphi_1=13,3^\circ$. В другом растворе сахара, налитом в трубку длиной $l_2=15 \text{ см}$, плоскость поляризации повернулась на угол $\varphi_2=5,2^\circ$. Определить концентрацию C_2 второго раствора.

5.63. Пучок света последовательно проходит через два николя,

плоскости пропускания которых образуют между собой угол $\varphi=40^\circ$. Принимая, что коэффициент поглощения k каждого николя равен $0,15$, найти, во сколько раз пучок света, выходящий из второго николя, ослаблен по сравнению с пучком, падающим на первый николю.

5.64. Угол α между плоскостями пропускания поляроидов равен 50° . Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в $n=8$ раз. Пренебрегая потерей света при отражении, определить коэффициент поглощения k света в поляроидах.

5.65. Угол падения ε луча на поверхность стекла равен 60° . При этом отраженный пучок света оказался максимально поляризованным. Определить угол ε_2 преломления луча.

5.66. Пучок света, идущий в стеклянном сосуде с глицерином, отражается от дна сосуда. При каком угле ε падения отраженный пучок света максимально поляризован?

5.67. Пучок света переходит из жидкости в стекло. Угол падения ε пучка равен 60° , угол преломления $\varepsilon_2=50^\circ$. При каком угле падения ε_0 пучок света, отраженный от границы раздела этих сред, будет максимально поляризован?

5.68. Пучок света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину, нижняя поверхность которой находится в воде. При каком угле падения ε_0 свет, отраженный от границы стекло–вода, будет максимально поляризован?

5.69. Для устранения отражения света, падающего перпендикулярно плоскости линзы, на ее поверхность наносится пленка вещества с показателем преломления в $n = 1,3$ раза меньшим, чем у стекла. При какой наименьшей толщине этой пленки отражение света с длиной волны $\lambda=0,13$ мкм не будет наблюдаться?

5.70. На пленку из глицерина толщиной $d = 0,25$ мкм падает белый свет под углом $i = 60^\circ$. Каким будет казаться цвет пленки в отраженном свете?

5.71. Вычислить истинную температуру T вольфрамовой раскаленной ленты, если радиационный пирометр показывает температуру $T_{рад}=2,5$ кК. Принять, что поглощательная способность для вольфрама не зависит от частоты излучения и равна $a_i=0,35$.

5.72. Черное тело имеет температуру $T_1=500$ К. Какова будет температура T_2 тела, если в результате нагревания поток излучения увеличится в $n=5$ раз?

5.73. Температура абсолютно черного тела $T=2$ кК. Определить длину волны λ_m , на которую приходится максимум энергии излучения, и спектральную плотность энергетической светимости (излучательности) $(r_{\lambda,T})_{\max}$ для этой длины волны.

5.74. Определить температуру T и энергетическую светимость R_e абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения приходится на длину волны $\lambda_m=600$ нм.

5.75. Из смотрового окошечка печи излучается поток $\Phi_e=1$ кДж/мин. Определить температуру T печи, если площадь окошечка $S=3$ см².

5.76. Поток излучения абсолютно черного тела $\Phi_e=10$ кВт. Максимум энергии излучения приходится на длину волны $\lambda_m=0,3$ мкм. Определить площадь S излучающей поверхности.

5.77. Как и во сколько раз изменится поток излучения абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения переместится с красной границы видимого спектра ($\lambda_{m1}=030$ нм) на фиолетовую ($\lambda_{m2}=390$ нм)?

5.78. Определить поглощательную способность a_T серого тела, для которого температура, измеренная радиационным пирометром, $T_{рад}=1,1$ кК, тогда как истинная температура T тела равна $3,2$ кК.

5.79. Муфельная печь, потребляющая мощность $P=1$ кВт, имеет отверстие площадью $S=100$ см². Определить долю η мощности, рассеиваемой стенками печи, если температура ее внутренней поверхности равна 1 кК.

5.80. Средняя энергетическая светимость R поверхности Земли равна $0,51$ Дж/(см²·мин). Какова должна быть температура T поверхности Земли, если условно считать, что она излучает как серое тело с коэффициентом черноты $a_T=0,25$?

5.81. Красная граница фотоэффекта для цинка $\lambda_0=310$ нм. Определить максимальную кинетическую энергию T_{max} фотоэлектронов в электрон-вольтах, если на цинк падает свет с длиной волны $\lambda=200$ нм.

5.82. На поверхность калия падает свет с длиной волны $\lambda=150$ нм.

Определить максимальную кинетическую энергию T_{max} фотоэлектронов.

5.83. Фотон с энергией $\varepsilon=10$ эВ падает на серебряную пластину и вызывает фотоэффект. Определить импульс p , полученный пластиной, если принять, что направления движения фотона и фотоэлектрона лежат на одной прямой, перпендикулярной поверхности пластин.

5.84. На фотоэлемент с катодом из лития падает свет с длиной волны $\lambda=200$ нм. Найти наименьшее значение задерживающей разности потенциалов U_{min} , которую нужно приложить к фотоэлементу, чтобы прекратить фототок.

5.85. Какова должна быть длина волны γ -излучения, падающего на платиновую пластину, чтобы максимальная скорость фотоэлектронов была $v_{max}=3$ Мм/с?

5.86. На металлическую пластину направлен пучок ультрафиолетового излучения ($\lambda=0,25$ мкм). Фототок прекращается при минимальной задерживающей разности потенциалов $U_{min}=0,96$ В. Определить работу выхода A электронов из металла.

5.87. На поверхность металла падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda=0,1$ мкм. Красная граница фотоэффекта $\lambda_0=0,3$ мкм. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии?

5.88. На металлическую пластину направлен монохроматический пучок света с частотой $\nu=0,3 \cdot 10^{11}$ Гц. Красная граница λ_0 фотоэффекта для данного материала равна 560 нм. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов.

5.89. На цинковую пластину направлен монохроматический пучок света. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов $U=1,5$ В. Определить длину волны λ света, падающего на пластину.

5.90. На металлическую пластину направлен пучок ультрафиолетового излучения ($\lambda=0,25$ мкм). Фототок прекращается при минимальной задерживающей разности потенциалов $U_{min}=0,96$ В. Определить, какая часть энергии фотона идет на работу выхода A электронов из металла.

5.91. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол 60° . Энергия рассеянного фотона

$\varepsilon_2=0,3 \text{ МэВ}$. Определить энергию фотона ε_1 до рассеивания и энергию электрона отдачи.

5.92. Рентгеновское излучение с частотой $3 \cdot 10^{10} \text{ Гц}$ рассеивается электронами, которые можно считать практически свободными. Определить максимальную длину волны λ_{\max} рентгеновского излучения в рассеянном свете.

5.93. Какая доля энергии фотона с энергией $\varepsilon_1=0,51 \text{ МэВ}$ приходится на электрон отдачи при эффекте Комптона, если фотон рассеялся на угол $\theta = 90^\circ$.

5.94. Определить максимальное изменение длины волны $\Delta\lambda_{\max}$ при комптоновском рассеивании света на свободных электронах. Какую энергию ε_1 имел при этом падающий фотон, если энергия рассеянного фотона $\varepsilon_2 = 1,02 \text{ МэВ}$?

5.95. Определить импульс электрона отдачи, если фотон с энергией $\varepsilon_1 = 1,53 \text{ МэВ}$ в результате рассеивания на свободном электроне потерял $1/3$ своей энергии.

5.96. Определить кинетическую энергию электрона отдачи T , если при эффекте Комптона фотон с энергией $\varepsilon_1=0,51 \text{ МэВ}$ был рассеян на свободном электроне на угол $\theta = 130^\circ$.

5.97. Энергия рассеянного фотона на свободном электроне в два раза меньше, чем падающего фотона. Определить угол рассеивания, если энергия до рассеивания была равна $\varepsilon_1=0,51 \text{ МэВ}$.

5.98. Определить максимальное изменение длины волны $\Delta\lambda_{\max}$ при комптоновском рассеивании света на свободных протонах. Какую энергию ε_1 имеет при этом рассеянный фотон, если энергия падающего фотона $1,02 \text{ МэВ}$?

5.99. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол 45° . Энергия рассеянного фотона $\varepsilon_2=0,25 \text{ МэВ}$. Определить энергию фотона ε_1 до рассеивания и импульс электрона отдачи.

5.100. Энергия рассеянного фотона на свободном электроне в два раза меньше, чем падающего фотона. Определить кинетическую энергию и импульс электрона отдачи, если энергия до рассеивания была равна $\varepsilon_1=0,51 \text{ МэВ}$.

6 Элементы квантовой, атомной и ядерной физики

Основные формулы

Момент импульса электрона (второй постулат Бора):

$$L_n = \hbar n, \quad \text{или} \quad m v_n r_n = \hbar n,$$

где m — масса электрона;

v_n — скорость электрона на n -й орбите;

r_n — радиус n -й стационарной орбиты;

\hbar — постоянная Планка;

n — главное квантовое число ($n = 1, 2, 3, \dots$).

Радиус n -й стационарной орбиты

$$r_n = a_0 n^2,$$

где a_0 — первый боровский радиус.

Энергия электрона в атоме водорода

$$E_n = E_i / n^2,$$

где E_i — энергия ионизации атома водорода.

Энергия, излучаемая или поглощаемая атомом водорода:

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega = E_{n_2} - E_{n_1} \quad \text{или} \quad \varepsilon = E_i \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где n_1 и n_2 — квантовые числа, соответствующие энергетическим уровням, между которыми совершается переход электрона в атоме.

Спектроскопическое волновое число

$$\nu = 1/\lambda = R \left(\frac{1}{n_1^2} + \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где λ — длина волны излучения или поглощения атомом;
 R — постоянная Ридберга.

Длина волны де Бройля:

$$\lambda = 2\pi\hbar/p, \quad \lambda = \frac{h}{m\nu},$$

где p — импульс частицы.

Импульс частицы и его связь с кинетической энергией T :

$$\text{а) } p = m_0\nu \quad p = \sqrt{2m_0T},$$

$$\text{б) } p = m\nu = \frac{m_0\nu}{\sqrt{1-(\nu/c)^2}}; \quad p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + T)T},$$

где m_0 — масса покоя частицы;

m — релятивистская масса;

ν — скорость частицы;

c — скорость света в вакууме;

E_0 — энергия покоя частицы ($E_0 = m_0c^2$).

Соотношение неопределенностей:

$$\text{а) для координаты и импульса: } \Delta p_x \Delta x \geq \hbar,$$

где Δp_x — неопределенность проекции импульса на ось X , Δx — неопределенность координаты;

$$\text{б) для энергии и времени: } \Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

где ΔE — неопределенность энергии, Δt — время жизни квантовой системы в данном энергетическом состоянии.

Одномерное уравнение Шредингера для стационарных состояний:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi(x) = 0,$$

где $\psi(x)$ — волновая функция, описывающая состояние частицы;

m — масса частицы;

E — полная энергия;

$U = U(x)$ — потенциальная энергия частицы.

Плотность вероятности:

$$\frac{d\omega(x)}{dx} = |\psi(x)|^2,$$

где $d\omega(x)$ — вероятность того, что частица может быть обнаружена вблизи точки с координатой x на участке dx .

Вероятность обнаружения частицы в интервале от x_1 до x_2 :

$$\omega(x) = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx.$$

Решение уравнения Шредингера для одномерного, бесконечно глубокого, прямоугольного потенциального ящика:

а) $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x$ — собственная нормированная волновая

функция;

б) $E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2ml^2}$ — собственные значения энергии,

где n — квантовое число ($n = 1, 2, 3, \dots$), l — ширина ящика.

Массовое число ядра (число нуклонов в ядре):

$$A = Z + N,$$

где Z — зарядовое число (число протонов);

N — число нейтронов.

Закон радиоактивного распада:

$$dN = -\lambda N dt, \text{ или } N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где dN — число ядер, распадающихся за интервал времени dt ;

N — число ядер, не распавшихся к моменту времени t ;

N_0 — число ядер в начальный момент ($t=0$);

K — постоянная радиоактивного распада.

Число ядер, распавшихся за время t :

$$\Delta N = N_0 - N = N_0 (1 - e^{-\lambda t}).$$

В случае, если интервал времени Δt , за который определяется число распавшихся ядер, много меньше периода полураспада $T_{1/2}$, то число распавшихся ядер можно определить по формуле

$$\Delta N = \lambda N \Delta t.$$

Зависимость периода полураспада от постоянной радиоактивного распада:

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda = 0,693 / \lambda.$$

Среднее время τ жизни радиоактивного ядра, т.е. интервал времени, за который число не распавшихся ядер уменьшается в e раз:

$$\tau = 1 / \lambda.$$

Число N атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе:

$$N = m N_A / M,$$

где m — масса изотопа;

M — молярная масса;

N_A — постоянная Авогадро.

Активность A радиоактивного изотопа:

$$A = -dN/dt = \lambda N \text{ или } A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t},$$

где dN — число ядер, распадающихся за интервал времени dt ;

A_0 — активность изотопа в начальный момент времени.

Удельная активность изотопа:

$$a = A/m.$$

Дефект массы ядра:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}},$$

где Z — зарядовое число (число протонов в ядре);

A — массовое число (число нуклонов в ядре);

$(A - Z)$ — число нейтронов в ядре;

m_p — масса протона;

m_n — масса нейтрона;

$m_{\text{я}}$ — масса ядра.

Энергия связи ядра:

$$E_{\text{св}} = \Delta m c^2,$$

где Δm — дефект массы ядра;

c — скорость света в вакууме.

Во внесистемных единицах энергия связи ядра равна $E_{\text{св}} = 931\Delta m$,

где дефект массы Δm — в *а.е.м.*; 931 — коэффициент пропорциональности (1 *а.е.м.* ~ 931 МэВ).

Примеры решения задач

Пример 6.1. Вычислить дебройлевскую длину волны протона, кинетическая энергия которого в четыре раза меньше его энергии покоя.

Решение. Длина волны де Бройля определяется по формуле

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

где h – постоянная Планка, p – импульс частицы.

Так как по условию задачи кинетическая энергия протона T меньше в 4 раза энергии покоя E_0 протона ($T = \frac{E_0}{4}$), то его импульс определяется по релятивистской формуле

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{T(T + 2E_0)},$$

где c – скорость света в вакууме.

Подставляя в это выражение условие $T = \frac{E_0}{4}$, получим:

$$p = \frac{3E_0}{4c}$$

Тогда длина волны де Бройля равна

$$\lambda = \frac{4}{3} \cdot \frac{hc}{E_0}.$$

Подставляя в полученную формулу заданные значения величин, произведем вычисления:

$$\lambda = \frac{4 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3 \cdot 1,50 \cdot 10^{-10}} = 1,77 \cdot 10^{-15} \text{ (м)}.$$

Ответ: $\lambda = 1,77 \cdot 10^{-15} \text{ м}$.

Пример 6.2 Частица находится в основном состоянии ($n=1$) в одномерном потенциальном ящике шириной l с абсолютно непроницаемыми стенками. Найти вероятность пребывания частицы в области $0 < x < l/3$.

Решение. Вероятность пребывания частицы в одномерном бесконечно глубоком потенциальном ящике в интервале dx выразим через плотность вероятности $|\Psi(x)|^2$:

$$d\omega = |\Psi(x)|^2 dx.$$

Отсюда вероятность найти частицу в интервале $x_1 < x < x_2$ выразится интегралом

$$\omega = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi(x)|^2 dx,$$

где $x_1=0$ $x_2=l/3$.

Собственная волновая функция для частицы в бесконечно глубоком потенциальном ящике имеет вид

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right).$$

Тогда вероятность равна

$$\omega = \frac{2}{l} \int_0^{l/3} \sin^2 \frac{n\pi x}{l} dx.$$

Используя соотношение $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$, произведем

вычисления:

$$\omega = \frac{1}{l} \left[\int dx - \int \cos \frac{2\pi x}{l} dx \right] = \frac{1}{l} \left[\frac{l}{3} - \frac{l}{2\pi} \sin \frac{2\pi x}{l} \right] = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi} = 0,195.$$

Ответ: $\omega=0,195$.

Пример 6.3. Вычислить дефект массы Δm и энергию связи E_{cs} ядра ${}_{5}^{11}\text{B}$.

Решение. Дефект массы ядра определим по формуле

$$\Delta m = Zm_1H + (A - Z)m_n - m_a. \quad (120)$$

Вычисление дефекта массы выполним во внесистемных единицах (*а.е.м.*). Для ядра ${}_{5}^{11}\text{B}$ $Z=5$, $A = 11$. Массы нейтральных атомов водорода (${}_{1}^1\text{H}$) и бора (${}_{5}^{11}\text{B}$), а также нейтрона (n) найдем из табл. А.16.

Подставим найденные массы в выражение (120) и произведем вычисления:

$$\Delta m = [5 \cdot 1,00783 + (11 - 5) \cdot 1,00867 - 11,00931] \text{ а.е.м.},$$

или

$$\Delta m = 0,08186 \text{ а.е.м.}$$

Энергия связи ядра определяется соотношением

$$E_{cs} = \Delta mc^2. \quad (121)$$

Энергию связи ядра также найдем во внесистемных единицах (*МэВ*). Для этого дефект массы подставим в выражение (121) в *а.е.м.*, а коэффициент пропорциональности (c^2) – в *МэВ/(а.е.м.)*, т. е.

$$E_{cs} = 931 \cdot 0,08186 \text{ МэВ} = 76,24 \text{ МэВ},$$

и округлим полученный результат до трех значащих цифр:

$$E_{cs} = 76,2 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $E_{св}=76,2 \text{ МэВ}$.

Пример 6.4. Определить удельную энергию связи ядра ${}^7_3\text{Li}$.

Решение. Удельная энергия связи есть энергия связи ядра, приходящаяся на один нуклон:

$$E_{y\partial} = E_{св} / c^2,$$

или

$$E_{y\partial} = \frac{c^2}{A} [Zm_{1H} + (A - Z)m_n - m_a].$$

Подставим в эту формулу значения величин (см. табл. А.16, А.18) и произведем вычисления:

$$\begin{aligned} E_{y\partial} &= \frac{931,4}{7} [3 \cdot 1,00783 + (7-3) \cdot 1,00867 - 7,01601] \text{ МэВ/нуклон} = \\ &= 5,61 \text{ МэВ/нуклон}. \end{aligned}$$

Ответ: $E_{y\partial}=5,61 \text{ МэВ/нуклон}$.

Пример 6.5. Определить энергию E , которую нужно затратить для отрыва нейтрона от ядра ${}^{23}_{11}\text{Na}$.

Решение. После отрыва нейтрона число нуклонов A в ядре уменьшится на единицу, а число протонов Z останется неизменным; получится ядро ${}^{22}\text{Na}$. Ядро ${}^{22}\text{Na}$ можно рассматривать как устойчивую систему, образовавшуюся в результате захвата свободного нейтрона ядром ${}^{22}\text{Na}$. Энергия отрыва нейтрона от ядра ${}^{22}\text{Na}$ равна энергии связи нейтрона с ядром ${}^{22}\text{Na}$ ($E=E_{св}$).

Выразив энергию связи нейтрона через дефект массы системы, получим:

$$E = E_{св} = c^2 \Delta m = c^2 (m^{22}\text{Na} + m_n - M^{22}\text{Na}).$$

При подстановке числовых значений заменяем массы ядер массами нейтральных атомов. Так как число электронов в оболочках атомов ${}^{22}\text{Na}$ и

^{23}Na одинаково, то разность масс атомов ^{23}Na и ^{22}Na от такой замены не изменится:

$$E = 931,4 \text{ МэВ/а. е. м.} \cdot 0,01334 \text{ а. е. м.} = 12,42 \text{ МэВ.}$$

После округления:

$$E = 12,4 \text{ МэВ.}$$

Ответ: $E = 12,4 \text{ МэВ.}$

Задачи для контрольных работ

6.01. Невозбужденный атом водорода поглощает квант излучения с длиной волны $\lambda = 102,6 \text{ нм}$. Вычислить, пользуясь теорией Бора, радиус r электронной орбиты возбужденного атома водорода.

6.02. Вычислить по теории Бора радиус r_2 второй стационарной орбиты и скорость v_2 электрона на этой орбите для атома водорода.

6.03. Вычислить по теории Бора период T вращения и угловую скорость электрона в атоме водорода, находящегося в возбужденном состоянии, определяемом главным квантовым числом $n=2$.

6.04. Определить радиусы r_n трех первых боровских электронных орбит и скорости электрона на них в атоме водорода.

6.05. На сколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны $\lambda = 435 \text{ нм}$?

6.06. Определить наименьшую и наибольшую длины волн спектральных линий водорода в видимой области спектра.

6.07. В каких пределах $\Delta\lambda$ должна лежать длина волн монохроматического света, чтобы при возбуждении атомов водорода квантами этого света радиус r_n орбиты электрона увеличился в 16 раз?

6.08. В однозарядном ионе лития электрон перешел с четвертого энергетического уровня на второй. Определить длину волны λ излучения, испущенного ионом лития.

6.09. Электрон в атоме водорода находится на втором энергетическом уровне. Определить кинетическую T , потенциальную $П$ и полную E энергию электрона. Ответ выразить в электрон-вольтах.

6.10. Фотон выбивает из атома водорода, находящегося в основном состоянии, электрон с кинетической энергией $T=10$ эВ. Определить энергию ε фотона

6.11. Определить энергию ΔT , которую необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась от $\lambda_1=0,2$ нм до $\lambda_2=0,1$ нм.

6.12. На сколько по отношению к комнатной должна измениться температура идеального газа, чтобы дебройлевская длина волны λ его молекул уменьшилась на 20%?

6.13. Параллельный пучок моноэнергетических электронов падает нормально на диафрагму в виде узкой прямоугольной щели, ширина которой $a=0,06$ мм. Определить скорость этих электронов, если известно, что на экране, отстоящем от щели на расстояние $l = 40$ мм, ширина центрального дифракционного максимума $b=10$ мкм.

6.14. Из катодной трубки на диафрагму с узкой прямоугольной щелью нормально к плоскости диафрагмы направлен поток моноэнергетических электронов. Определить анодное напряжение трубки, если известно, что на экране, отстоящем от щели на расстояние $l=0,5$ м, ширина центрального дифракционного максимума $\Delta x=10,0$ мкм. Ширину b щели принять равной $0,10$ мм.

6.15. Протон обладает кинетической энергией $T=1$ кэВ. Определить дополнительную энергию ΔT , которую необходимо ему сообщить для того, чтобы длина волны λ де Бройля уменьшилась в три раза.

6.16. Определить длины волн де Бройля α -частицы и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов $U=1$ кВ.

6.17. Протон движется в магнитном поле с индукцией $B = 15$ мТл по окружности радиусом $R = 14$ см. Определить длину волны де Бройля для протона.

6.18. Кинетическая энергия T электрона равна удвоенному значению его энергии покоя ($2m_0c^2$). Вычислить длину волны λ де Бройля для такого электрона.

6.19. Какую длину волны де Бройля имеет электрон, который находится в атоме водорода на третьей боровской орбите?

6.20. На сколько должен измениться импульс протона, движущегося

со скоростью $v=1,5 \cdot 10^4$ м/с, чтобы его дебройлевская длина волны λ уменьшилась на 20%?

6.21. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию электрона, движущегося внутри сферы радиусом $R=0,05$ нм.

6.22. Используя соотношение неопределенностей, оценить наименьшие ошибки Δv в определении скорости электрона и протона, если координаты центра масс этих частиц могут быть установлены с неопределенностью 1 мкм.

6.23. Какова должна быть кинетическая энергия T протона в моноэнергетическом пучке, используемого для исследования структуры с линейными размерами $l \approx 10^{-13}$ см?

6.24. Используя соотношение неопределенностей, оценить ширину l одномерного потенциального ящика, в котором минимальная энергия электрона $E_{\min}=10$ эВ.

6.25. Альфа-частица находится в бесконечно глубоком, одномерном, прямоугольном потенциальном ящике. Используя соотношение неопределенностей, оценить ширину l ящика, если известно, что минимальная энергия α -частицы $E_{\min}=8$ МэВ.

6.26. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии составляет $\Delta t \approx 10^{-8}$ с. При переходе атома в нормальное состояние испускается фотон, средняя длина волны $\langle \lambda \rangle$ которого равна 600 нм. Оценить ширину $\Delta \lambda$ излучаемой спектральной линии, если не происходит ее уширения за счет других процессов.

6.27. Электронный пучок ускоряется в электронно-лучевой трубке разностью потенциалов 0,5 кВ. Считая, что неопределенность импульса равна 0,1 % от его численного значения, определить неопределенность координаты электрона.

6.28. Электрон находится в бесконечно глубоком, одномерном, прямоугольном потенциальном ящике шириной $l=0,1$ нм. Определить в электрон-вольтах наименьшую разность энергетических уровней электрона.

6.29. Считая, что электрон находится внутри атома диаметром 0,3 нм, определить неопределенность энергии электрона

6.30. Определить относительную неопределенность $\Delta p/p$ импульса движущейся частицы, считая, что неопределенность ее координаты равна длине волны де Бройля.

6.31. Частица находится в бесконечно глубокой, одномерной, прямоугольной потенциальной яме. Определить отношение разности соседних энергетических уровней $\Delta E_{n,n+1}$ к энергии E_n частицы в таких случаях: 1) $n=2$; 2) $n=5$; 3) $n=\infty$.

6.32. Частица находится в бесконечно глубокой, одномерной, прямоугольной потенциальной яме шириной $l=0,1$ нм. Определить в электрон-вольтах наименьшую разность энергетических уровней электрона.

6.33. Частица в бесконечно глубоком, одномерном, прямоугольном потенциальном ящике шириной l находится в возбужденном состоянии ($n=3$). Определить, в каких точках интервала $0 < x < l$ плотность вероятности нахождения частицы имеет максимальное и минимальное значения.

6.34. В прямоугольной потенциальной яме шириной l с абсолютно непроницаемыми стенками ($0 < x < l$) находится частица в основном состоянии. Найти вероятность ω местонахождения этой частицы в области $l/4 < x < 3l/4$.

6.35. Частица в бесконечно глубоком, одномерном, прямоугольном потенциальном ящике находится в основном состоянии. Какова вероятность ω обнаружения частицы в крайней четверти ящика?

6.36. Частица находится в основном состоянии в прямоугольной яме шириной l с абсолютно непроницаемыми стенками. Во сколько раз отличаются вероятности местонахождения частицы: ω_1 – в крайней трети и ω_2 – в крайней четверти ящика?

6.37. Электрон находится в бесконечно глубоком, одномерном, прямоугольном потенциальном ящике шириной l . В каких точках в интервале $0 < x < l$ плотности вероятности нахождения электрона на втором и третьем энергетических уровнях одинаковы? Вычислить плотность вероятности для этих точек. Решение пояснить графиком.

6.38. Частица находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l . Вычислить отношение вероятностей

нахождения частицы в пределах от 0 до $l/4$ для первого и второго энергетических уровней.

6.39. Частица находится в бесконечно глубокой, одномерной, прямоугольной потенциальной яме шириной l в возбужденном состоянии ($n = 3$). Определить, в каких точках интервала $0 < x < l$ плотность вероятности нахождения частицы имеет максимальное и минимальное значение.

6.40. Используя условие нормировки вероятностей, определить нормировочный коэффициент A волновой функции $\Psi = Ae^{-r/a}$, который описывает состояние электрона в атоме водорода, где r – расстояние электрона до ядра, a – первый боровский радиус.

6.41. Определить среднее время жизни τ атома радиоактивного изотопа ${}_{27}^{60}\text{Co}$

6.42. Найти период полураспада $T_{1/2}$ радиоактивного изотопа, если его активность за время $t=10$ сут уменьшилась на 24% по сравнению с первоначальной.

6.43. Определить, какая доля радиоактивного изотопа ${}_{89}^{225}\text{Ac}$ распадается в течение времени $t=6$ сут.

6.44. Активность A некоторого изотопа за время $t=10$ сут уменьшилась на 20%. Определить период полураспада $T_{1/2}$ этого изотопа.

6.45. Определить массу m изотопа ${}_{53}^{131}\text{I}$, имеющего активность $A=37$ ГБк.

6.46. Счетчик α -частиц, установленный вблизи радиоактивного изотопа, при первом измерении регистрировал $N_1=1400$ частиц в минуту, а через время $t=4$ ч – только $N_2=400$. Определить период полураспада $T_{1/2}$ изотопа.

6.47. Во сколько раз уменьшится активность изотопа ${}_{15}^{32}\text{P}$ через время $t=20$ сут?

6.48. Период полураспада иридия составляет 74 суток. На сколько процентов уменьшится активность изотопа иридия ${}_{77}^{192}\text{Ir}$ за время $t=15$ сут?

6.49. Определить число N ядер, распадающихся в течение времени:
1) $t_1=1$ мин; 2) $t_2=5$ сут, – в радиоактивном изотопе фосфора ${}_{15}^{32}\text{P}$ массой

$m=1$ мг.

6.50. Мощность P двигателя атомного корабля составляет 15 МВт, его КПД равен 30% . Определить, сколько ядерного топлива используется за месяц работы этого двигателя.

6.51. Определить дефект массы Δm и энергию связи $E_{\text{св}}$ ядра атома гелия ${}^4_2\text{He}$.

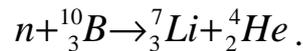
6.52. Определить дефект массы Δm и энергию связи $E_{\text{св}}$ ядра атома алюминия ${}^{27}_{13}\text{Al}$.

6.53. Определить энергию связи $E_{\text{св}}$, дефект массы Δm и удельную энергию связи $E_{\text{уд}}$ ядра атома кислорода ${}^{16}_8\text{O}$.

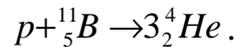
6.54. Вычислить дефект массы Δm , энергию связи $E_{\text{св}}$ и удельную энергию связи $E_{\text{уд}}$ ядра ${}^{27}_{12}\text{Mg}$.

6.55. Определить дефект массы Δm и удельную энергию связи $E_{\text{уд}}$ ядра атома гелия ${}^4_2\text{He}$.

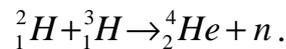
6.56. Вычислить энергию ядерной реакции



6.57. Вычислить энергию ядерной реакции



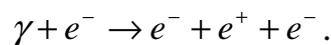
6.58. Вычислить энергию ядерной реакции



6.59. Вычислить энергию ядерной реакции



6.60. Определить пороговую энергию образования электронно-позитронной пары в кулоновском поле электрона, которая происходит по схеме



СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1 **Трофимова, Т.И.** Курс физики / Т.И. Трофимова. – М: Высш. шк., 2003.. – 541с. – ISBN 5-06-003634-0.

2 **Савельев, И.В.** Курс общей физики / И.В. Савельев. – Т. 1. – М.,1982. – 432 с. ;Т.2. – М., 1982. – 496 с.; Т. 3. – М., 1982. - 304 с.

3 **Детлаф А.А, Яворский Б.М.** Курс физики: Учеб. пособие для студ. втузов. — 2.изд., испр. и доп. — М. : Высшая школа, 1999. — 718с. : ил. — ISBN 5-06-003556-5.

4 **Бушок, Г.Ф.** Курс физики / Г.Ф. Бушок, В.В. Левандовский, Г.Ф. Пивень. – К. : Либидь, 2001. – Кн.1. –448с. – ISBN 966-060084-4.

5 **Бушок, Г.Ф.** Курс физики / Г.Ф. Бушок, Е.Ф. Венгер. – К. : Либидь, 2001. – Кн.2. – 424 с. – ISBN 960-06-0029-1.

6 **Волькенштейн В.С.** Сборник задач по общему курсу физики: Для студ. техн. вузов. — Изд. доп. и перераб. — СПб. : Специальная литература ; Лань, 1999. — 328с. — ISBN 5-8114-0199-X

7 **Волькенштейн В. С.** Сборник задач по общему курсу физики: Для студ. техн. вузов. — 3.изд., испр. и доп. — СПб. : Книжный мир, 2003. — 327с.— ISBN 5-86457-2357-7.

8 **Чертов А. Г., Воробьев А. А.** Задачник по физике: Учеб. пособие для студ. втузов. — 6. изд., испр. — М. : Интеграл-пресс, 1997. — 544с. — ISBN 5-89602-001-5.

9 **Фирганг, Е.В.** Руководство к решению задач по курсу общей физики. – М. : Высш. шк., 1977. – 357 с.

10 **Яворский, Б.М.** Справочник по физике / Б.М. Яворский. – М. : 1990. – 624 с. – ISBN 5-02-014508-4.

Приложение А

ТАБЛИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Таблица А.1 – Основные физические постоянные

Физические постоянные	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	9,81 м/с ²
Гравитационная постоянная	G	6,67·10 ⁻¹¹ м ³ /(кг·с ²)
Постоянная Авогадро	N_A	6,02·10 ²³ моль ⁻¹
Молярная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	1,38·10 ⁻²³ Дж/К
Элементарный заряд	e	1,60·10 ⁻¹⁹ Кл
Скорость света в вакууме	c	3,00·10 ⁸ м/с
Постоянная Стефана – Больцмана	σ	5,67·10 ⁻⁸ Вт/(м ² ·К ⁴)
Постоянная Вина	b	2,90·10 ⁻³ м·К
Постоянная Планка	h	6,63·10 ⁻³⁴ Дж·с
	\hbar	1,05·10 ⁻³⁴ Дж·с
Постоянная Ридберга	R	1,10·10 ⁷ м
Радиус Бора	a_0	0,529·10 ⁻¹⁰ м
Комптоновская длина волны	λ_c	2,43·10 ⁻¹² м
Магнетон Бора	μ_B	9,27·10 ⁻²⁴ Дж/Тл
Энергия ионизации атома водорода	E_i	2,18·10 ⁻¹⁸ Дж (13,6 ЭВ)
Атомная единица массы	а.е.м.	1,660·10 ⁻²⁷ кг
Электрическая постоянная	ϵ_0	8,85·10 ⁻¹² Ф/м
Магнитная постоянная	μ_0	4 π ·10 ⁻⁷ Гн/м

Таблица А.2 – Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1,49 \cdot 10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3,84 \cdot 10^8$ м

Таблица А.3 – Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, кг/м ³	Твердое тело	Плотность, кг/м ³
Алюминий	$2,70 \cdot 10^3$	Медь	$8,93 \cdot 10^3$
Барий	$3,50 \cdot 10^3$	Никель	$8,90 \cdot 10^3$
Ванадий	$6,02 \cdot 10^3$	Свинец	$11,3 \cdot 10^3$
Висмут	$9,80 \cdot 10^3$	Серебро	$10,5 \cdot 10^3$
Железо	$7,88 \cdot 10^3$	Цезий	$1,90 \cdot 10^3$
Литий	$0,53 \cdot 10^3$	Цинк	$7,15 \cdot 10^3$

Таблица А.4 – Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м ³	Жидкость	Плотность, кг/м ³
Вода (при 4°С)	$1,00 \cdot 10^3$	Сероуглерод	$1,26 \cdot 10^3$
Глицерин	$1,26 \cdot 10^3$	Спирт	$0,80 \cdot 10^3$
Ртуть	$13,6 \cdot 10^3$	Масло	$0,9 \cdot 10^3$

Таблица А.5 – Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	Плотность, кг/м ³	Газ	Плотность, кг/м ³
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

Таблица А.6 – Коэффициент поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Коэффициент, мН/м	Жидкость	Коэффициент, мН/м
Вода	72	Ртуть	500
Мыльная пена	40	Спирт	22

Таблица А.7 – Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3,8 \cdot 10^{-10}$	Водород	$2,3 \cdot 10^{-10}$
Аргон	$3,5 \cdot 10^{-10}$	Гелий	$1,9 \cdot 10^{-10}$
Воздух	$2,8 \cdot 10^{-10}$	Кислород	$2,7 \cdot 10^{-10}$

Таблица А.8 – Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Вода	81	Парафин	2,0
Масло транс-форматорное	2,2	Стекло	7,0

Таблица А.9 – Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление, Ом·м	Металл	Удельное сопротивление, Ом·м
Алюминий	$2,5 \cdot 10^{-8}$	Вольфрам	$5,5 \cdot 10^{-8}$
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Нихром	$1,1 \cdot 10^{-8}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$

Таблица А.10 – Энергия ионизации

Вещество	E_i , Дж	E_i , эВ
Водород	$2,18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3,94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Литий	$1,21 \cdot 10^{-17}$	75,6
Ртуть	$1,66 \cdot 10^{-18}$	10,4

Таблица А.11 – Подвижность ионов в газах, $m^2/(B \cdot c)$

Газ	Положительные ионы	Отрицательные ионы
Азот	$1,27 \cdot 10^{-4}$	$1,81 \cdot 10^{-4}$
Водород	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$7,4 \cdot 10^{-4}$
Воздух	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$

Таблица А.12 – Показатель преломления

Вещество	Показатель	Вещество	Показатель
Алмаз	2,42	Глицерин	1,47
Вода	1,33	Стекло	1,52
Глицерин	1,47	Кварц	1,55

Таблица А.13 – Работа выхода электронов

Металл	A , Дж	A , эВ
Калий	$3,5 \cdot 10^{-19}$	2,2
Литий	$3,7 \cdot 10^{-19}$	2,3
Платина	$10 \cdot 10^{-19}$	6,3
Рубидий	$3,4 \cdot 10^{-19}$	2,1
Серебро	$7,5 \cdot 10^{-19}$	4,7
Цезий	$3,2 \cdot 10^{-19}$	2,0
Цинк	$6,4 \cdot 10^{-19}$	4,0

Таблица А.14 – Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	m_0		E_0	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
α -частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733

Таблица А.15 – Относительные атомные массы (округленные значения) A_r и порядковые номера Z некоторых элементов

Элемент	Символ	A_r	Z	Элемент	Символ	A_r	Z
Азот	N	14	7	Марганец	Mn	55	25
Алюминий	Al	27	13	Медь	Cu	64	29
Аргон	Ar	40	18	Молибден	Mo	96	42
Барий	Ba	137	56	Натрий	Na	23	11
Ванадий	V	60	23	Неон	Ne	20	10
Водород	H	1	1	Никель	Ni	59	28
Вольфрам	W	184	74	Олово	Sn	119	50
Гелий	He	4	2	Платина	Pt	195	78
Железо	Fe	56	26	Ртуть	Hg	201	80
Золото	Au	197	79	Сера	S	32	16
Калий	K	39	19	Серебро	Ag	108	47
Кальций	Ca	40	20	Углерод	C	12	6
Кислород	O	16	8	Уран	и	238	92
Магний	Mg	24	12	Хлор	Cl	35	17

Таблица А.16 – Массы атомов легких изотопов

Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.	Изотоп	Символ	Масса, а.е.м.
1	2	3	4	5	6
Нейтрон	1_0n	1,00867	Бериллий	${}^7_4\text{Be}$	7,01693
				${}^9_4\text{Be}$	9,01219
Водород	${}^1_1\text{H}$	1,00783	Бор	${}^{10}_5\text{B}$	10,01294
	${}^2_1\text{H}$	2,01410		${}^{11}_5\text{B}$	11,00930
	${}^3_1\text{H}$	3,01605			
Гелий	${}^3_2\text{He}$	3,01603	Углерод	${}^{12}_6\text{C}$	12,00000
	${}^4_2\text{He}$	4,00260		${}^{13}_6\text{C}$	13,00335
				${}^{14}_6\text{C}$	14,00324
Литий	${}^6_3\text{Li}$	6,01513	Азот	${}^{14}_7\text{N}$	14,00307
	${}^7_3\text{Li}$	7,01601			
			Кислород	${}^{16}_8\text{O}$	15,99491
				${}^{17}_8\text{O}$	16,99913

Таблица А.17 – Периоды полураспада радиоактивных изотопов

Изотоп	Символ	Период полураспада
Актиний	$^{222}_{89}\text{Ac}$	10 сут
Иод	$^{131}_{53}\text{I}$	8 сут
Магний	$^{27}_{12}\text{Mg}$	10 мин
Радий	$^{226}_{88}\text{Ra}$	1620 лет
Радон	$^{222}_{86}\text{Rn}$	3,8 сут
Стронций	$^{90}_{38}\text{Sr}$	27 лет
Фосфор	$^{32}_{15}\text{P}$	14,3 сут
Церий	$^{144}_{58}\text{Ce}$	285 сут
Иридий	$^{131}_{53}\text{Ir}$	74 сут

Таблица А.18 – Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	m_0		E_0	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтрон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
α -частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733

Таблица А.19 – Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка		Множитель	Приставка		Множитель
Наименование	Обозначение		Наименование	Обозначение	
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санци	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^9	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^3	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^2	фемто	ф	10^{-15}
дека	да	10^1	атто	а	10^{-18}

Навчальне видання

ЗАЙЦЕВ Олексій Михайлович
ОГНЬОТОВА Жанна Миколаївна
СОЛОМІНА Вікторія Федорівна

ФІЗИКА

Методичні вказівки до самостійної роботи
та контрольні завдання для студентів
заочного відділення
інженерно-технічних спеціальностей

(Російською мовою)

Редактор О.О.Дудченко

Комп'ютерна верстка О.П.Ордіна

223/2007 Підп. до друку Формат 60x84/16
Папір офсетний. Ум. друк.арк . Обл.-вид.арк. .
Тираж прим. Зам.№

Видавець і виготівник
«Донбаська державна машинобудівна академія»
84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру
серія ДК №1633 від 24.12.2003