

Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання курсового проекту
з дисципліни «Теорія механізмів і машин»

СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНІЗМІВ

для студентів усіх спеціальностей

Перезатверджено на засіданні
вченої ради ФІТО
протокол № 7 від 25.02.2019

Краматорськ 2005

Методичні вказівки до виконання курсового проекту з дисципліни «Теорія механізмів і машин». Синтез планетарних механізмів / Укл.: С.М. Зінченко, В.Є. Шоленінов, Н.В. Чоста. – Краматорськ: ДДМА, 2005. – 28 с.

У методичних вказівках наведені теоретичні основи, методика і приклади підбора чисел зубів найпростіших планетарних механізмів, що точно відтворюють задане передаточне відношення і задовольняють усім необхідним умовам синтезу (співвідносності, сусідства, складання, відсутності заклинювання й обмежених габаритів) трьома способами: двома ручними – методом генеральних рівнянь і методом співмножників і одним машинним з використанням ПЕОМ.

Вказівки є необхідними для самоосвіти і можуть бути використані при виконанні курсового проекту з теорії механізмів і машин студентами механічних спеціальностей очної і заочної форм навчання.

Укладачі:

Стелла Миколаївна Зінченко, доц.
Владислав Євгенович .Шоленінов, асист.
Наталія Вікторівна Чоста, ст. викл.

Відп. за випуск:

Сергій Григорович Карнаух, доц.

Редактор

Ірина Іванівна Дьякова

Підпис. до друку.

Формат 60x84/16.

Ризограф. друк. Ум.др.арк.

Обл.-вид. арк..

Тираж прим. Зам. №

ДДМА. 84313, м.Краматорськ, вул.Шкадінова, 72

ЗМІСТ

Вступ.....	4
1 Загальні відомості про планетарні механізми.....	5
2 Загальні умови синтезу планетарних механізмів.....	10
2.1 Умова співвісності.....	10
2.2 Умова сусідства.....	11
2.3 Умова складання.....	11
2.4 Умови відсутності заклинювання.....	12
3 Визначення коефіцієнта корисної дії планетарних механізмів.....	12
4 Визначення модуля коліс планетарних механізмів.....	13
5 Ручний підбір чисел зубів планетарних механізмів.....	14
5.1 Метод генеральних рівнянь.....	14
5.2 Метод співмножників.....	19
6 Підбір чисел зубів за допомогою ПЕОМ.....	25
7 Загальні рекомендації з використання методвказівок.....	28
Список літератури.....	28

ВСТУП

Планетарні механізми широко розповсюджені в сучасній техніці завдяки теоретично безмежному діапазону передаточних відношень при малих габаритах.

Підбір чисел зубів планетарного механізму за заданим передаточним відношенням, особливо, якщо його потрібно відтворити точно, - досить складна задача. Це пов'язано з тим, що до планетарних механізмів ставиться великий ряд додаткових вимог:

- умова співвісності;
- умова сусідства;
- умова складання;
- умова правильного зачеплення (відсутність заклинювання) та ін.

Труднощі рішення пов'язані також з тим, що воно повинно виражатися цілими числами.

Усе це викликає в студентів певні ускладнення при розв'язанні задачі з підбора чисел зубів планетарних механізмів у процесі виконання курсового проекту з теорії механізмів і машин. Особливо це стосується студентів заочного відділення при неможливості використання обчислювальної техніки.

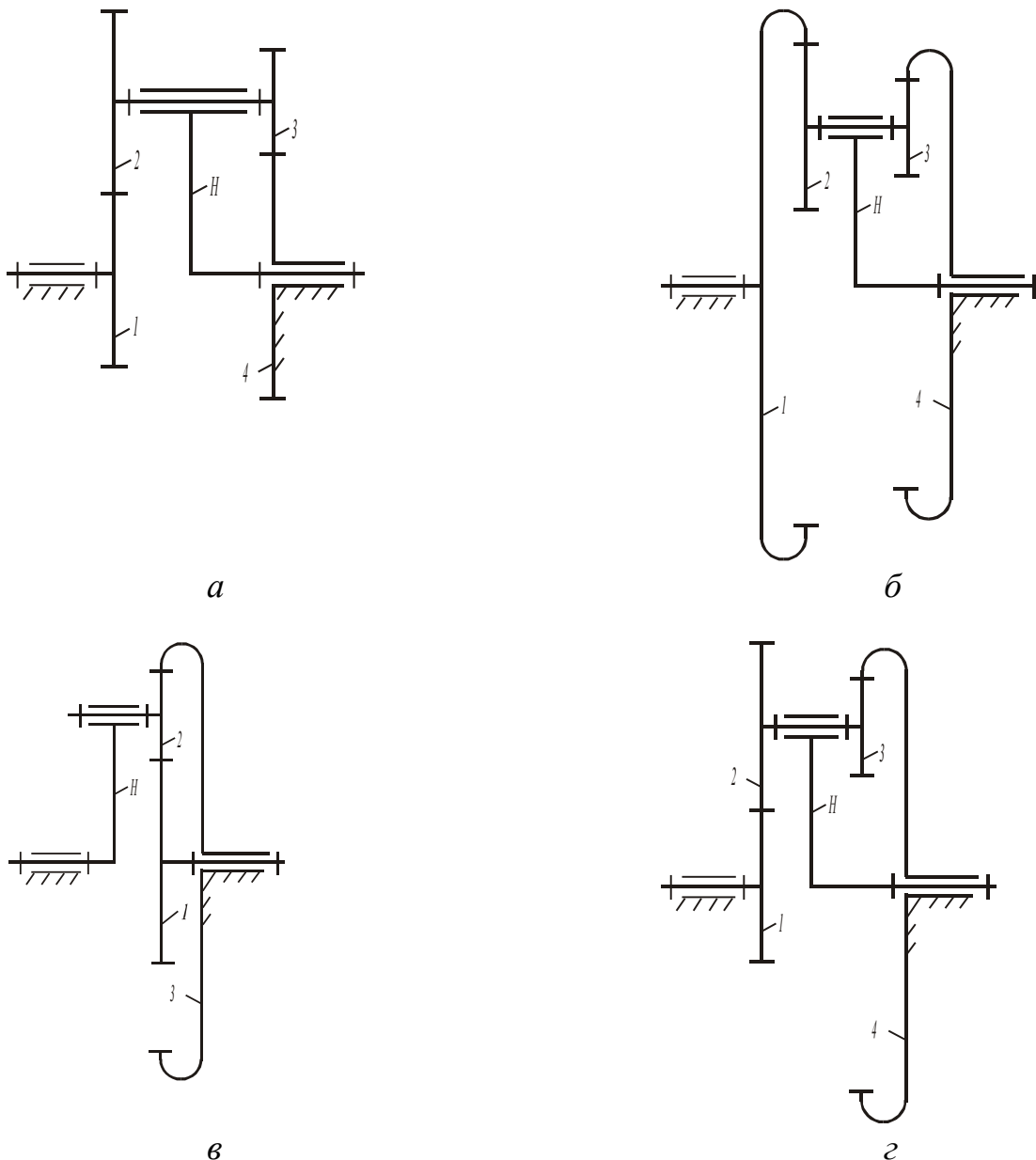
У дійсних методвказівках описана методика підбора чисел зубів планетарних механізмів за допомогою ПЕОМ і два способу розв'язання задачі вручну – методом генеральних рівнянь і методом співмножників. Із зазначених трьох методів розв'язання задачі з підбора чисел зубів планетарних механізмів студент може вибрати найбільш для себе прийнятний.

Наприкінці методвказівок наведені рекомендації з їхнього використання.

1 ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ПЛАНЕТАРНІ МЕХАНІЗМИ

Планетарними називають зубчасті механізми з рухомістю $W=1$, що містять колеса з геометричними осями, які переміщуються в просторі. На відміну від звичайних (рядових) зубчастих механізмів, що містять тільки колеса з нерухомими осями.

В інженерній практиці набули поширення чотири схеми найпростіших (чотириланкових) планетарних механізмів (рис. 1.1).



а – тип АА- II, б – тип JJ- II, в – тип АJ- I, г – тип АJ- II

Рисунок 1.1 – Схеми найпростіших планетарних механізмів

Усі найпростіші планетарні механізми (див. рис. 1.1) містять:

- одне колесо чи два жорстко з'єднані між собою, з рухомою геометричною віссю, що називають у першому випадку – **сателітом**, у другому - **сателітним блоком**;

- спеціальний важіль H , що веде сателіт чи сателітний блок і називається **водилом**;

- два колеса з осями, що збігаються з віссю обертання водила, що називають **центральними**. Одне з центральних коліс у планетарних механізмах – нерухоме.

Сателіти і сателітні блоки беруть участь у двох обертаннях – навколо власної осі відносно водила і разом з водилом навколо центральної осі механізму. Обидва центральних колеса входять в зачеплення з сателітом чи з колесами сателітного блоку. При цьому всі розглянуті механізми містять два зачеплення коліс (два ступеня).

Для планетарних механізмів прийняті наступні позначення (див. рис. 1.1).

Якщо механізм – однорядний (обидва зачеплення розташовані в одному ряді), позначення містить римську цифру I , якщо дворядний (зачеплення розташовані у двох рядах) – цифру II .

Кожному зовнішньому зачепленню в позначенні механізму відповідає буква A (від німецького слова *außen* - зовнішній), кожному внутрішньому – латинська буква J (від німецького слова *inner* - внутрішній).

Розглянуті планетарні механізми передають обертання між своїми рухомими центральними ланками: від рухомого центрального колеса (вхідна ланка) до водила (вихідна ланка) чи, навпаки, - від водила до центрального рухомого колеса.

Конструктивне виконання планетарних механізмів значно більш складне, чим рядових. Однак вони широко поширені в техніці завдяки можливості одержання при невеликих габаритах як дуже великих, так і дуже малих передаточних відношень. Діапазон передаточних відношень цих механізмів теоретично безмежний.

Визначення передаточного відношення планетарних механізмів за відомими залежностями, що використовуються для рядових механізмів, не є можливим, тому що планетарні механізми містять нерухоме колесо і колеса з віссю, що переміщається. Вирішити цю задачу дозволяє метод оберненого руху. Розглянемо рішення на прикладі механізму $AA-II$ (див. рис. 1.1,а).

Метод оберненого руху для планетарних механізмів полягає в наступному: усім ланкам механізму умовно надають додаткове обертання навколо центральної осі з частотою обертання водила, але протилежного напрямку ($n = -n_H$). Відносний рух ланок при цьому не порушиться, але водило зупиниться, а колесо 4 стане рухомим, тобто механізм перетвориться в рядовий, що називають **оберненим**.

Схеми розглянутого планетарного механізму і відповідного йому оберненого показані на рис. 1.2.

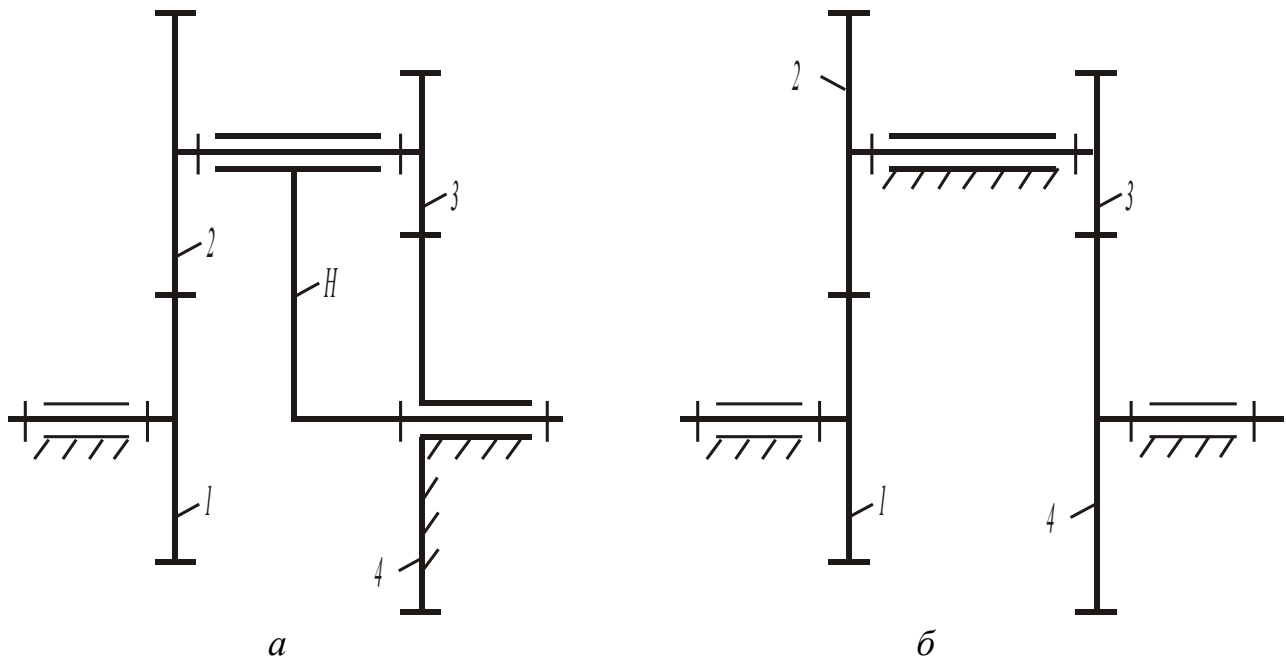


Рисунок 1.2 - Схема планетарного механізму АА-II (а)
і відповідного йому рядового оберненого механізму (б)

Частоти обертання планетарного і оберненого механізмів наведені у таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 - Частоти обертання планетарного і оберненого механізмів

Ланка механізму	Частота обертання ланки планетарного механізму	Частота обертання ланки оберненого механізму
1	n_1	$n_1 - n_H$
2, 3	$n_2 = n_3$	$n_2 - n_H = n_3 - n_H$
4	n_4	$n_4 - n_H$
H	n_H	$n_H - n_H = 0$

Щоб розрізнати, до якого з механізмів (вихідного планетарного чи відповідного йому оберненого) відносяться відповідні параметри, прийнято

приписувати їм верхній індекс, який дорівнює номеру чи позначенню нерухомої ланки. Для вихідних планетарних механізмів зазначені індекси часто опускають. При цьому передаточне відношення оберненого механізму (див. рис. 1.2, б)

$$U_{14}^{(H)} = \frac{n_1^{(H)}}{n_4^{(H)}} = \frac{n_1 - n_H'}{n_4 - n_H}. \quad (1.1)$$

Залежність (1.1) заведено називати *формулою Вілліса*.

У розглянутого планетарного механізму $n_4=0$. При цьому

$$U_{14}^{(H)} = \frac{n_1^{(H)}}{n_4^{(H)}} = \frac{n_1 - n_H}{-n_H} = 1 - \frac{n_1}{n_H} = 1 - U_{1H}^{(4)};$$

$$U_{1H}^{(4)} = U_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = 1 - U_{14}^{(H)}. \quad (1.2)$$

Звідси правило: *передаточне відношення планетарного механізму від рухомого центрального колеса до водила дорівнює одиниці мінус передаточне відношення відповідного оберненого механізму від цього ж центрального колеса до того колеса, що у планетарному механізмі було нерухомим.*

Якщо вхідною ланкою планетарного механізму є водило, то для визначення U_{H1} спочатку згідно з формулою (1.2) потрібно знайти U_{1H} (у припущенні, що вхідним є рухоме центральне колесо, а вихідним – водило), а потім знайти величину, зворотну U_{1H} :

$$U_{H1} = \frac{n_H}{n_1} = \frac{1}{U_{1H}}. \quad (1.3)$$

Вибір схеми планетарного механізму визначається передаточними відношеннями, що можуть бути їм здійснені, а також його коефіцієнтом корисної дії. Зазначені характеристики для розглянутих найпростіших планетарних механізмів, що працюють у режимі зниження оборотів (редукторів) наведені в таблиці 1.2.

*Таблиця 1.2 – Характеристики типових схем планетарних механізмів,
що працюють у режимі редуктора*

Тип механізму	Вхідна ланка	Передаточне відношення	Орієнтовний інтервал передаточних відношень	Знак передаточного відношення	ККД
<i>AJ-I</i> (див. рис. 1.1, в)	<i>1</i>	$U_{1H}^{(3)}$	<i>2,3...9</i>	+	Високий (до 96..98%)
	<i>3</i>	$U_{3H}^{(1)}$	<i>1,125...1,77</i>	+	— // —
<i>AJ-2</i> (див. рис. 1.1, г)	<i>1</i>	$U_{1H}^{(4)}$	<i>2,0...15</i>	+	— // —
	<i>4</i>	$U_{4H}^{(1)}$	<i>1,07...2,0</i>	+	— // —
<i>AA-II</i> (див. рис. 1.1, а)	<i>1,4</i>	$U_{1H}^{(4)}, U_{4H}^{(1)}$	<i>До 100</i>	-	Прийнятний (до 60%)
	<i>H</i>	$U_{H1}^{(4)}, U_{H4}^{(1)}$	<i>До 1500 і більше</i>	±	Низький
<i>JJ-II</i> (див. рис. 1.1, б)	<i>H</i>	$U_{H1}^{(4)}, U_{H4}^{(1)}$	<i>Від 2,1 до 1500</i>	+	Низький
	<i>H</i>	$U_{H1}^{(4)}, U_{H4}^{(1)}$	<i>Від 1,1 до 30</i>	-	(До 90%)

Слід зазначити, що, чим більше передаточне відношення планетарного механізму, тим нижче його ККД.

2 ЗАГАЛЬНІ УМОВИ СИНТЕЗУ ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНІЗМІВ

Планетарний механізм буде працездатним тільки при виконанні наступних загальних умов синтезу [1]: співвісності, сусідства, складання, відсутності заклинювання.

Зазначені умови розглянемо на прикладі механізму *AJ-I* (див. рис. 1.1, в). На рис. 2.1 розглянутий механізм при числі сателітів $k=3$ показаний у двох проекціях. Слід зазначити, що на бічних проекціях планетарних механізмів заведено показувати один сателіт, тому що одного сателіта досить для забезпечення їхньої кінематичної працездатності.

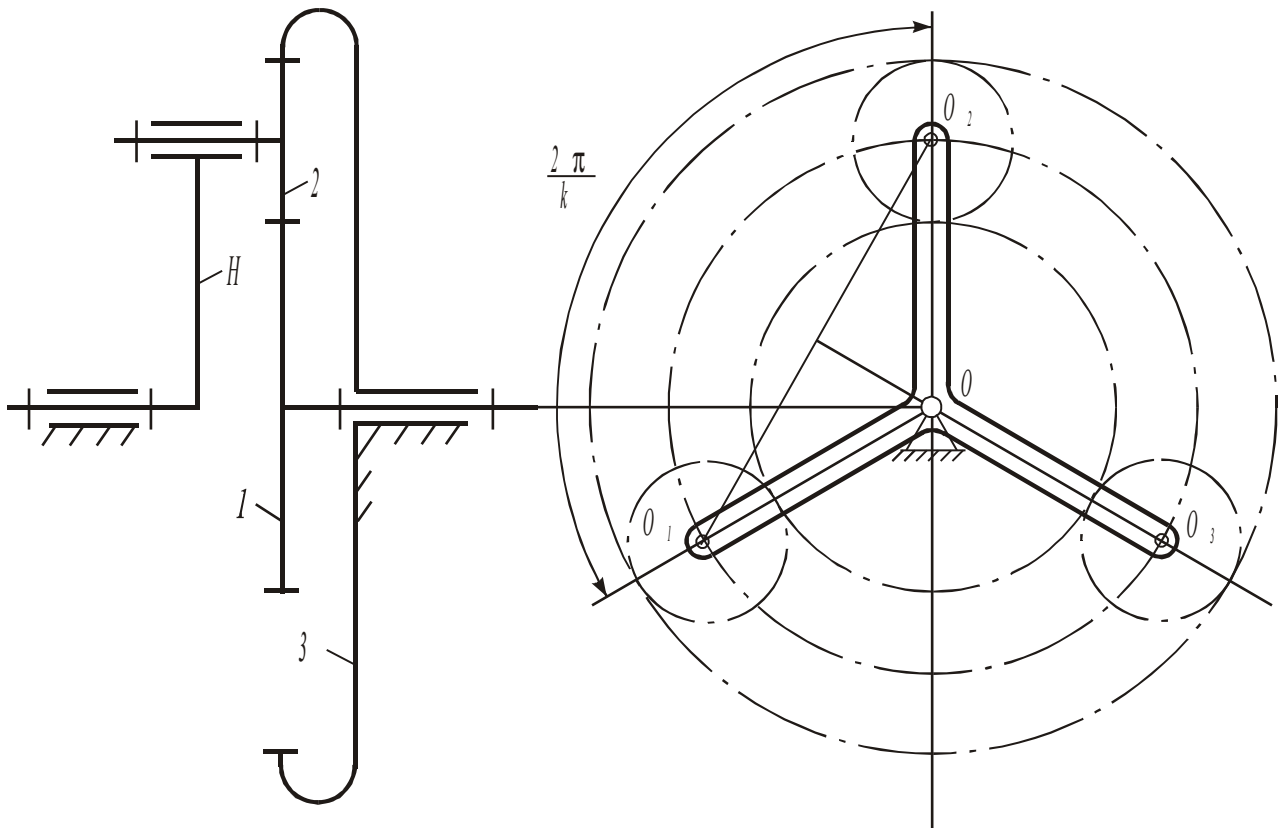


Рисунок 2.1 - Схема планетарного механізму AJ-I

2.1 Умова співвісності

Умова співвісності полягає в тому, що геометричні осі центральних коліс і водила повинні збігатися, для чого повинні бути рівні міжосьові відстані обох ступенів механізму. Для розглянутого механізму

$$a_{w_{1,2}} = a_{w_{2,3}} ;$$

$$r_{w_1} + r_{w_2} = r_{w_3} - r_{w_2} . \quad (2.1)$$

Будемо мати справу тільки з механізмами, усі колеса яких нарізані без зміщення різального інструмента (нульові) і мають однаковий модуль. При цьому початкові кола коліс зубчастих пар збігаються з ділильними $r_{w_i} = r_i = \frac{mz_i}{2}$ й умова (2.1) має вигляд

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2.$$

2.2 Умова сусідства

З метою зменшення навантаження на одну пару зубів, що дозволяє збільшити передану потужність, число сателітів чи сателітних блоків k планетарних механізмів беруть більшим одиниці. При цьому, щоб розвантажити підшипники осі водила від дії відцентрових сил інерції сателітів, k беруть кратним двом чи трьом, тому що в цьому випадку при рівномірному розташуванні сателітів по колу їх сили інерції взаємно зрівноважуються.

Умова сусідства планетарних механізмів полягає в тому, щоб при їх роботі голівки сателітів не зачіпали одна одну.

При цьому повинна виконуватися нерівність: (див. рис. 2.1)

$$l_{O_1O_2} > 2r_{a_2}, \quad (2.2)$$

де $l_{O_1O_2}$ - відстань між осями сусідніх сателітів;

r_{a_2} - радіус кола виступів сателітів.

Якщо всі колеса механізму - нульові і сателіти чи сателітні блоки розташовані рівномірно по колу, для всіх розглянутих типів механізмів умова сусідства має вигляд

$$(z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{k} > z + 2, \quad (2.3)$$

де z – число зубів сателіта чи більшого колеса сателітного блоку.

2.3 Умова складання

Умова складання полягає в можливості зібрати механізм (щоб при зборці зуб не потрапив на зуб) і забезпечити при рівномірному розташуванні сателітів по колу їх одночасне зачеплення з центральними колесами.

Для всіх розглянутих планетарних механізмів (див. рис. 1.1), крім типу $AJ-I$ умова складання має вигляд

$$\frac{z_I U_{IH}}{k} (1 + kp) = c, \quad (2.4)$$

де p і c – довільні цілі числа.

Якщо всі сателіти встановлювати у положенні, коли їхня вісь знаходиться на вертикалі, що проходить через центральну вісь механізму, значення p дає число

повних додаткових оборотів водила, що дозволяють установити кожен наступний сателіт.

Для типу $AJ-I$ (див. рис. 1.1, в і рис. 2.1) може бути використана спрощена умова складання:

$$\frac{z_1 + z_3}{k} = \gamma, \quad (2.5)$$

де γ - довільне ціле число.

2.4 Умови відсутності заклинювання

Під заклинюванням розуміють неможливість прокручування голівок зубів одного з коліс зубчастої пари в западинах другого.

Для зубчастих пар нульових коліс, нарізаних стандартним інструментом рейкового типу, умови відсутності заклинювання мають вигляд:

- для зубчастої пари z_i - z_j зовнішнього зачеплення:

$$z_i \geq 17; z_j \geq 17; \quad (2.6)$$

- для зубчастої пари z_i - z_j внутрішнього зачеплення (i – число зовнішніх зубів, j – число внутрішніх зубів):

$$z_i \geq 20; z_j \geq 85; z_j - z_i \geq 8. \quad (2.7)$$

3 ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА КОРИСНОЇ ДІЇ ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНІЗМІВ

Для визначення ККД планетарних механізмів може бути використана залежність [2]:

$$U_{iH} \eta_{nl}^k + U_{in}^{(H)} \eta_{ob}^m = 1, \quad (3.1)$$

де η_{nl} - шуканий ККД планетарного механізму;

i - номер рухомого центрального колеса планетарного механізму;

n - номер нерухомого центрального колеса планетарного механізму;

$U_{in}^{(H)}$ - передаточне відношення оберненого механізму;

η_{ob} - ККД оберненого механізму;

$k = +1$ - при передачі обертання від рухомого центрального колеса до водила;

$k = -1$ - при передачі обертання від водила до рухомого центрального колеса;

$a = +1$, якщо $U_{iH} > 1$ чи $U_{iH} < 0$;

$a = -1$, якщо $0 < U_{iH} < 1$;

$m = a$ – при ведучому колесі;

$m = -a$ – при ведучому водилі.

4 ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ КОЛІС ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНІЗМІВ

Уважаючи, що проєктовані планетарні механізми будуть працювати у закритому корпусі з масляною ванною, модуль коліс будемо знаходити, виходячи з контактної витривалості зубів [3]. При цьому будемо вважати, що всі колеса – нульові і нарізані без зміщення інструмента.

$$m = \frac{2a_w}{(U \pm 1)z}, \quad (4.1)$$

де $a_w = 9,54(U \pm 1)\sqrt{\frac{T}{kU}}$ - міжосьова відстань механізму;

U - передаточне число зубчастої пари оберненого механізму, до якого входить рухоме центральне колесо планетарного механізму (див. рис. 1.1);

z - число зубів найменшого з коліс зазначеної зубчастої пари;

T - крутний момент на рухомому центральному колесі механізму;

k - число сателітів.

У формулах для a_w і m плюс відповідає зовнішньому зачепленню зубчастої пари, що містить рухоме центральне колесо, мінус – внутрішньому.

5 РУЧНИЙ ПІДБІР ЧИСЕЛ ЗУБІВ ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНІЗМІВ

Розглянемо три методи підбора чисел зубів планетарних механізмів, що точно відтворюють прийняте передаточне відношення. Допустиме відхилення

прийнятого значення передаточного відношення від необхідного беруть рівним 1...5%

5.1 Метод генеральних рівнянь

Числа зубів планетарних механізмів підбираються за спеціальними рівняннями, що називаються генеральними, котрі для визначеного типу механізмів поєднують умови точного відтворення заданого передаточного відношення, співвісності і складання [3]. Умови відсутності заклинювання, а в окремих випадках і умова сусідства, враховуються в процесі розрахунків за зазначеними рівняннями. При цьому отримані числа зубів обов'язково мають бути перевірені на виконання неврахованих умов синтезу.

При виконанні курсового проекту з ТММ із метою перевірки обчислень з підбора чисел зубів і в навчальних цілях рекомендується перевірити передаточне відношення і виконання всіх умов синтезу.

У розглянутих нижче прикладах будемо виконувати перевірку тільки передаточного відношення і неврахованої умови синтезу.

1) Механізм $AJ-I$ (див. рис. 1.1, в).

Генеральне рівняння для зазначеного типу механізмів має вигляд

$$z_1 : z_2 : z_3 : \gamma = 1 : \frac{U_{IH} - 2}{2} : (U_{IH} - 1) : \frac{U_{IH}}{k}, \quad (5.1)$$

де γ - довільне ціле число.

Приклад: $U_{IH}=6.8, k=3$.

$$z_1 : z_2 : z_3 : \gamma = 1 : \frac{6.8 - 2}{2} : (6.8 - 1) : \frac{6.8}{3} = 1 : \frac{4.8}{2} : 5.8 : \frac{6.8}{3} = 1 : \frac{12}{5} : \frac{29}{5} : \frac{34}{15}.$$

Щоб виконувалися умови відсутності заклинювання (2.6) і (2.7) і, щоб значення γ було цілим, усі члени отриманого відношення множимо на 30. При цьому шукані значення чисел зубів:

$$z_1=30; \quad z_2=72; \quad z_3=174.$$

Перевіримо отримані числа зубів на виконання заданого передаточного відношення й умови сусідства (2.3):

$$U_{IH} = 1 - U_{I3}^{(H)} = 1 - U_{I2}^{(H)} \cdot U_{23}^{(H)} = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_3}{z_2} \right) = 1 + \frac{z_3}{z_1} = 1 + \frac{174}{30} = 6,8;$$

$$(z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{k} = (30 + 72) \sin \frac{\pi}{3} = 88,3 > z_2 + 2 = 72 + 2 = 74.$$

При незаданому числі сателітів k умова сусідства (2.3) може бути використана для призначення k , що задовольняє цій умові.

2) *Механізм AJ-II* (див. рис. 1.1, з)

Генеральне рівняння для цього типу механізмів:

$$z_1 : z_2 : z_3 : z_4 : \gamma = x : 1 : U : Uy : \frac{U(y-x)}{k}, \quad (5.2)$$

$$\text{де } x = \frac{z_1}{z_2}; \quad y = -x U_{I4}^{(H)}; \quad U = \frac{x+1}{y-1}.$$

Значення x вибираємо, ураховуючи умову сусідства. Після перетворення нерівності (2.3) для обох ступенів розглянутого механізму маємо:

$$x > \frac{1 + \frac{2}{\sin \frac{\pi}{k}}}{\frac{1 + \frac{2}{\sin \frac{\pi}{k}} + 1} - U_{41}^{(H)}}. \quad (5.3)$$

У цих нерівностях замість значень z_2 і z_3 , поки невідомих, варто підставити $z_2=17$, $z_3=20$ відповідно до умов відсутності заклинювання (2.6) і (2.7).

Одержавши два значення x , за нижню межу беремо більше значення. Вибір верхньої межі обумовлюється тільки вимогою найменших габаритів механізму. Беруть $x \leq 6$.

Приклад: $U_{IH}=6$; $k=4$.

Знаходимо $U_{I4}^{(H)}$ і $U_{41}^{(H)}$.

$$U_{IH} = 1 - U_{I4}^{(H)} = 6;$$

$$U_{I4}^{(H)} = 1 - U_{IH} = 1 - 6 = -5;$$

$$U_{41}^{(H)} = \frac{1}{U_{I4}^{(H)}} = -\frac{1}{5}.$$

За формулою (5.3) визначаємо нижню межу допустимого значення x

$$x > \frac{1 + \frac{2}{17}}{\sin \frac{\pi}{4}} - 1 = 0,58;$$

$$x > \left(\frac{1 + \frac{2}{20}}{\sin \frac{\pi}{4}} + 1 \right) \left(\frac{1}{5} \right) = 0,51.$$

Беремо $x=0,6$. При цьому

$$y = -xU_{14}^{(H)} = -0,6(-5) = 3;$$

$$U = \frac{x+1}{y-1} = \frac{0,6+1}{3-1} = \frac{1,6}{2} = 0,8;$$

$$z_1:z_2:z_3:z_4:\gamma = 0,6:1:0,8:0,8:3 \cdot \frac{0,8(3-0,6)}{4} = \frac{6}{10}:1:\frac{8}{10}:\frac{24}{10}:\frac{48}{10} = \frac{3}{5}:1:\frac{4}{5}:\frac{12}{5}:\frac{24}{5}.$$

Для виконання умов відсутності заклинювання (2.6) і (2.7) і, щоб значення γ було цілим, усі члени отриманого відношення множимо на 40. При цьому шукані значення чисел зубів:

$$z_1=24; \quad z_2=40; \quad z_3=32; \quad z_4=96.$$

Перевірка:

$$U_{IH} = 1 - U_{14}^{(H)} = 1 - U_{12}^{(H)} U_{34}^{(H)} = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_4}{z_3} \right) = 1 - \left(-\frac{40}{24} \right) \left(\frac{96}{32} \right) = 6.$$

3 Механізм АА-II (див. рис. 1.1, а)

Генеральне рівняння:

$$z_1:z_2:z_3:z_4:\gamma = x:l:a:ay:\frac{a(y-x)}{k}, \quad (5.4)$$

$$\text{де } x = \frac{z_1}{z_2}; \quad y = \frac{z_4}{z_3} = xU_{14}^{(H)}; \quad a = \frac{x+1}{y+1}.$$

$$x > \frac{1 + \frac{2}{z_2}}{\sin \frac{\pi}{k}} - 1;$$

$$x > \left(\frac{1 + \frac{2}{z_3}}{\sin \frac{\pi}{k}} - 1 \right) U_{41}^{(H)}.$$

У нерівностях для x замість невідомих значень z_2 і z_3 слід, відповідно до умови відсутності заклинювання (2.6), підставити $z_2=z_3=17$; $x_{\max} \leq 6$.

Приклад: $U_{IH} = -7; k=3$.

$$\begin{aligned}
 U_{IH} &= 1 - U_{14}^{(H)} = -7; \\
 U_{14}^{(H)} &= 1 - U_{IH} = 1 - (-7) = 8; \\
 U_{41}^{(H)} &= \frac{1}{U_{14}^{(H)}} = \frac{1}{8}; \\
 x &> \frac{1 + \frac{2}{17}}{\sin \frac{\pi}{3}} - 1 = 0,29; \\
 x &> \left(\frac{1 + \frac{2}{17}}{\sin \frac{\pi}{3}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{8} = 0,036.
 \end{aligned}$$

Беремо $x=0,5$.

$$\begin{aligned}
 y &= 0,5 \cdot 8 = 4; \\
 a &= \frac{0,5 + 1}{4 + 1} = \frac{1,5}{5} = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}; \\
 z_1 : z_2 : z_3 : z_4 : \gamma &= \frac{5}{10} : 1 : \frac{3}{10} : \frac{3 \cdot 4}{10} : \frac{3 \cdot (4 - 0,5)}{10 \cdot 3} = \frac{1}{2} : 1 : \frac{3}{10} : \frac{6}{5} : \frac{7}{20}.
 \end{aligned}$$

Щоб виконувалася умова відсутності заклинювання (2.6) і щоб значення γ було цілим, усі члени отриманого відношення множимо на 60. При цьому шукані значення зубів:

$$z_1=30; \quad z_2=60; \quad z_3=18; \quad z_4=72.$$

Перевірка:

$$U_{IH} = 1 - U_{14}^{(H)} = 1 - U_{12}^{(H)} U_{34}^{(H)} = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_4}{z_3} \right) = 1 - \left(-\frac{60}{30} \right) \left(-\frac{72}{18} \right) = -7.$$

4 Механізм JJ-II (див. рис. 1.1, б).

Генеральне рівняння

$$z_1 : z_2 : z_3 : z_4 : \gamma = x : 1 : a : ay : \frac{a(y-x)}{k}, \quad (5.6)$$

$$\text{де } x = \frac{z_1}{z_2}; \quad y = \frac{z_4}{z_3} = x U_{14}^{(H)}; \quad a = \frac{x-1}{y-1}.$$

$$\begin{aligned}
 x &> \frac{1 + \frac{2}{17}}{\sin \frac{\pi}{k}} + 1;
 \end{aligned}$$

$$\alpha(a + b) = \beta(c + d).$$

$$x > \left(1 + \frac{2}{\frac{z_3}{\sin \frac{\pi}{k}} + 1} \right) U_{4l}^{(H)}. \quad (5.7)$$

У нерівностях для x замість невідомих значень z_2 і z_3 слід, відповідно до умови відсутності заклинювання (2.7), підставити $z_2 = z_3 = 20$. $z_{\max} \leq 6$.

Приклад: $U_{HI} = -8$; $k = 4$.

$$U_{IH} = \frac{1}{U_{HI}} = -\frac{1}{8};$$

$$U_{IH} = 1 - U_{14}^{(H)} = -\frac{1}{8} \Rightarrow U_{14}^{(H)} = 1 - U_{IH} = 1 - \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{9}{8};$$

$$U_{4l}^{(H)} = \frac{8}{9};$$

$$x > \frac{1 + \frac{2}{20}}{\sin \frac{\pi}{4}} + 1 = 2,55;$$

$$x > \left(1 + \frac{2}{\frac{20}{\sin \frac{\pi}{4}} + 1} \right) \frac{8}{9} = 2,27.$$

Беремо $x = 3$.

$$y = 3 \cdot \frac{9}{8} = \frac{27}{8};$$

$$a = \frac{3 - 1}{\frac{27}{8} - 1} = \frac{16}{19};$$

$$z_1 : z_2 : z_3 : z_4 : \gamma = 3 : 1 : \frac{16}{19} : \frac{16 \cdot 27}{19 \cdot 8} : \frac{16 \cdot \left(\frac{27}{8} - 3\right)}{19 \cdot 4} = 3 : 1 : \frac{16}{9} : \frac{54}{19} : \frac{3}{38}.$$

Щоб виконувалися умови відсутності заклинювання (2.7) і, щоб значення γ було цілим, усі члени отриманого відношення множимо на 38.

При цьому шукані значення чисел зубів:

$$z_1 = 144; \quad z_2 = 38; \quad z_3 = 32; \quad z_4 = 108.$$

Перевірка:

$$U_{IH} = 1 - U_{14}^{(H)} = 1 - U_{12}^{(H)} U_{34}^{(H)} = 1 - \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} = 1 - \frac{38 \cdot 108}{144 \cdot 32} = -0,125;$$

$$U_{HI} = \frac{1}{U_{IH}} = -\frac{1}{0,125} = -8.$$

5.2 Метод співмножників

Відповідно до цього методу підбір чисел зубів ведеться тільки за двома умовами – передаточному відношенню й умові співвісності, а перевірка – за умовами складання, сусідства і відсутності заклинювання [4].

Використання цього методу для механізмів типу *AJ-I* (див. рис. 1.1, *в*) недоцільне тому, що для них більш підходить метод генеральних рівнянь. Для інших трьох типів планетарних механізмів (див. рис. 1.1) рішення задачі з підбора чисел зубів методом співмножників часто виявляється простішим, ніж методом генеральних рівнянь.

Сутність методу співмножників розглянемо на прикладі механізму *AA-II* (див. рис. 1.1, *а*). Із рівняння передаточного відношення

$$U_{IH} = 1 - U_{I4}^{(H)} = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_4}{z_3} \right) \Rightarrow \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = 1 - U_{IH}.$$

Абсолютне значення дробу $\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$, вираженого у виді простого нескоротного дробу, замінюємо відношенням цілих співмножників, кожний з яких пропорційний відповідному числу зубів. При цьому $\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{bd}{ac}$,

де мається на увазі, що a пропорційно z_1 , b - z_2 , c - z_3 , d - z_4 .

Для випадку, коли всі колеса – нульові і мають однаковий модуль, умова співвісності (2.1) механізму *AA-II*

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4,$$

через співмножники a, b, c, d можна подати у виді

$$\alpha(a + b) = \beta(c + d),$$

де α і β - додаткові множники.

Простіше всього за додаткові множники взяти

$$\alpha = c + d, \quad \beta = a + b.$$

При цьому умова співвісності набуває виду

$$a(c + d) + b(c + d) = c(a + b) + d(a + b).$$

Виходить, відношення $\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$ повинно дорівнювати $\frac{b(c + d) \cdot d(a + b)}{a(c + d) \cdot c(a + b)}$, а числа зубів відповідно бути

$$z_1 = a(c + d)\gamma;$$

$$z_2 = b(c + d)\gamma;$$

$$z_3 = c(a + b)\gamma;$$

$$z_4 = d(a + b)\gamma,$$

де γ - будь-яке додатне число.

Приклад 1. Для механізму *АА-II* (див. рис. 1.1, *а*) підібрати числа зубів при $U_{IH} = -9,4$; $k=3$.

$$U_{IH} = 1 - U_{14}^{(H)} = 1 - U_{12}^{(H)} U_{34}^{(H)} = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_4}{z_3} \right);$$

$$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{bd}{ac} = 1 - U_{IH} = 1 - (-9,4) = 10,4;$$

$$\frac{bd}{ac} = \frac{104}{10} = \frac{52}{5}.$$

Варіантів співмножників a, b, c, d існує кілька. За основу візьмемо варіант

$$\frac{bd}{ac} = \frac{4 \cdot 13}{1 \cdot 5}.$$

Умова співвісності

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4.$$

Умова співвісності, виражена через співмножники a, b, c, d .

$$\alpha(a + b) = \beta(c + d).$$

Беремо $\alpha = (c + d)$, $\beta = (a + b)$. При цьому

$$a(c + d) + b(c + d) = c(a + b) + d(a + b).$$

$$z_1 = a(c + d)\gamma = 1 \cdot (13 + 5)\gamma = 18\gamma;$$

$$z_2 = b(c + d)\gamma = 4 \cdot (13 + 5)\gamma = 72\gamma;$$

$$z_3 = c(a + b)\gamma = 5 \cdot (1 + 4)\gamma = 25\gamma;$$

$$z_4 = d(a + b)\gamma = 13 \cdot (1 + 4)\gamma = 65\gamma.$$

Беремо $\gamma=1$, тому що при цьому числа зубів задовольняють умові відсутності заклинювання (2.6) і мають мінімальні значення. Одержуємо $z_1=18$, $z_2=72$, $z_3=25$, $z_4=65$.

Перевіримо передаточне відношення й умови сусідства і складання.

$$U_{IH} = 1 - U_{12}^{(H)} U_{34}^{(H)} = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_4}{z_3} \right) = 1 - \left(-\frac{72}{18} \right) \left(-\frac{65}{25} \right) = -9,4.$$

Умова сусідства (2.3):

$$(z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{k} = (18 + 72) \sin \frac{\pi}{3} = 77,9 > z_2 + 2 = 72 + 2 = 74.$$

При невиконанні умови сусідства, варто прийняти менше значення числа сателітних блоків k , що задовольняє цій умові.

Умова складання (2.4):

Беремо $p=3$.

$$\frac{z_1 U_{IH}}{k} (1 + kp) = \frac{18(-9,4)}{3} (1 + 3 \cdot 3) = -564 - \text{ціле число.}$$

З кожного основного варіанта нескоротних чисел a, b, c, d можна одержати додаткові варіанти шляхом помноження їх на довільні цілі множники n за стовпцями чи за діагоналями.

$$\frac{bd}{ac} = \frac{(nb)d}{(na)c}, \quad \frac{bd}{ac} = \frac{b(nd)}{a(nc)}, \quad \frac{bd}{ac} = \frac{(nb)d}{a(nc)}, \quad \frac{bd}{ac} = \frac{b(nd)}{(na)c}.$$

При цьому прийнятну комбінацію a, b, c, d можна одержати як однократним домноженням чисел якогось основного варіанта, так і домноженням чисел тільки першого і наступних додаткових варіантів.

Приклад 2. Для механізму $AA-II$ (див. рис. 1.1, a) підібрати числа зубів при $U_{IH}=-6$; $k=3$.

$$U_{IH} = 1 - U_{14}^{(H)} = 1 - U_{12}^{(H)} U_{34}^{(H)} = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_4}{z_3} \right);$$

$$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{bd}{ac} = 1 - U_{IH} = 1 - (-6) = 7.$$

$$\frac{bd}{ac} = \frac{7}{1} = \frac{1 \cdot 7}{1 \cdot 1}.$$

З метою одержання менших розмірів коліс, що має місце при меншій різниці значень a (z_1) і b (z_2) виконаємо помноження вихідної комбінації значень a, b, c, d за двома з зазначених вище варіантів.

$$\frac{bd}{ac} = \frac{7}{1} = \frac{7 \cdot 1}{1 \cdot 1} = \frac{7 \cdot (2 \cdot 1)}{1 \cdot (2 \cdot 1)} = \frac{7 \cdot 2}{1 \cdot 2} = \frac{7 \cdot (2 \cdot 2)}{(2 \cdot 1) \cdot 2} = \frac{7 \cdot 4}{2 \cdot 2}.$$

Умова співвісності

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4.$$

Умова співвісності, виражена через співмножники a, b, c, d .

$$\alpha(a+b)=\beta(c+d).$$

Беремо $\alpha=(c+d)$, $\beta=(a+b)$. При цьому

$$a(c+d)+b(c+d)=c(a+b)+d(a+b),$$

$$z_1=a(c+d)\gamma=2\cdot(2+4)\gamma=12\gamma,$$

$$z_2=b(c+d)\gamma=7\cdot(2+4)\gamma=42\gamma,$$

$$z_3=c(a+b)\gamma=2\cdot(2+7)\gamma=18\gamma,$$

$$z_4=d(a+b)\gamma=4\cdot(2+7)\gamma=36\gamma.$$

Беремо $\gamma=1,5$, тому що при цьому числа зубів задовольняють умові відсутності заклинювання (2.6) і мають мінімальні значення.

Одержуємо $z_1=18$; $z_2=63$; $z_3=27$; $z_4=54$.

Перевіримо передаточне відношення й умови сусідства і складання.

$$U_{IH} = 1 - U_{12}^{(H)} U_{34}^{(H)} = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_4}{z_3} \right) = 1 - \left(-\frac{63}{18} \right) \left(-\frac{54}{27} \right) = -6.$$

Умова сусідства (2.3):

$$(z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{k} = (18 + 63) \sin \frac{\pi}{3} = 70 > z_2 + 2 = 63 + 2 = 65.$$

Умова складання (2.4):

Беремо $p=0$.

$$\frac{z_1 U_{IH}}{k} (1 + kp) = \frac{18(-6)}{3} (1 + 3 \cdot 0) = -36 - \text{ціле число.}$$

Приклад 3. Для механізму *JJ-II* (див. рис. 1.1,б) підібрати числа зубів при $U_{HI}=-5.4$; $k=3$.

$$U_{IH} = \frac{n_I}{n_H} = \frac{1}{U_{HI}} = \frac{1}{-5,4} = -\frac{10}{54};$$

$$U_{IH} = 1 - U_{12}^{(H)} U_{34}^{(H)} = 1 - \left(\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_4}{z_3} \right) \Rightarrow \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{bd}{ac} = 1 - \left(-\frac{10}{54} \right) = \frac{64}{54} = \frac{32}{27}.$$

Тому що в розглянутому механізмі $z_1 > z_2$ і $z_4 > z_3$, то для підбора чисел зубів візьмемо варіант співмножників a, b, c, d

$$\frac{bd}{ac} = \frac{32}{27} = \frac{4 \cdot 8}{9 \cdot 3}.$$

Умова співвісності (2.1) механізму *JJ-II*

$$z_1 - z_2 = z_4 - z_3.$$

Умова співвісності, виражена через співмножники a, b, c, d

$$\alpha(a-b) = \beta(d-c).$$

Візьмемо $\alpha = d - c$, $\beta = a - b$. При цьому

$$a(d-c) - b(d-c) = d(a-b) - c(a-b);$$

$$\begin{aligned}z_1 &= a(d-c)\gamma = 9 \cdot (8-3)\gamma = 45\gamma; \\z_2 &= b(d-c)\gamma = 4 \cdot (8-3)\gamma = 20\gamma; \\z_3 &= d(a-b)\gamma = 3 \cdot (9-4)\gamma = 15\gamma; \\z_4 &= c(a-b)\gamma = 8 \cdot (9-4)\gamma = 40\gamma;\end{aligned}$$

Візьмемо $\gamma=3$, тому що при цьому числа зубів задовольняють умовам відсутності заклинювання (2.7) і мають мінімальні значення.

Одержуємо: $z_1=135$; $z_2=60$; $z_3=45$; $z_4=120$.

Перевіримо передаточне відношення й умови сусідства і складання.

$$U_{IH} = 1 - U_{14}^{(H)} = 1 - U_{12}^{(H)} U_{34}^{(H)} = 1 - \frac{z_2}{z_1} \frac{z_4}{z_3} = 1 - \frac{60 \cdot 120}{135 \cdot 45} = \frac{135 \cdot 45 - 60 \cdot 120}{135 \cdot 45} = -\frac{1125}{6075},$$

$$U_{HI} = \frac{1}{U_{IH}} = -\frac{6075}{1125} = -5,4.$$

Умова сусідства (2.3):

$$(z_1 - z_2) \sin \frac{\pi}{k} = (135 - 60) \sin \frac{\pi}{3} = 64,9 > z_2 + 2 = 60 + 2 = 62.$$

Умова складання (2.4):

Візьмемо $p=0$.

$$\frac{z_1 U_{IH}}{k} (1 + kp) = -\frac{135 \cdot 10}{54} (1 + 3 \cdot 0) = -25 - \text{ціле число.}$$

Приклад 4. Для механізму *AJ-II* (див. рис. 1.1, з) підібрати числа зубів при $U_{IH}=10$; $k=3$.

$$U_{IH} = 1 - U_{12}^{(H)} U_{34}^{(H)} = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_4}{z_3} \right) \Rightarrow \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{bd}{ac} = U_{IH} - 1 = 10 - 1 = 9 = \frac{9}{1}.$$

Тому що в розглянутому механізмі $z_4 > z_3$, $z_4 > z_1$ і $z_4 > z_2$ для підбора чисел зубів візьмемо варіант співмножників a, b, c, d :

$$\frac{bd}{ac} = \frac{9}{1} = \frac{3 \cdot 3}{1 \cdot 1} = \frac{3 \cdot (3 \cdot 2)}{1 \cdot (1 \cdot 2)} = \frac{3 \cdot 6}{1 \cdot 2}.$$

Умова співвісності (2.1) механізму *AJ-II*:

$$z_1 + z_2 = z_4 - z_3.$$

Умова співвісності, виражена через співмножники a, b, c, d :

$$\alpha = (a + b);$$

$$\beta = (d - c).$$

Беремо $\alpha = (d - c)$; $\beta = (a + b)$. При цьому

$$a(d - c) + b(d - c) = d(a + b) - c(a + b);$$

$$z_1 = a(d - c)\gamma = 1(6 - 2)\gamma = 4\gamma;$$

$$z_2 = b(d - c)\gamma = 3(6 - 2)\gamma = 12\gamma;$$

$$z_3 = c(a+b)\gamma = 2(1+3)\gamma = 8\gamma;$$

$$z_4 = d(a+b)\gamma = 6(1+3)\gamma = 24\gamma.$$

Щоб при мінімальних числах зубів виконувалися умови відсутності заклинювання (2.6) і (2.7), беремо $\gamma=4,5$.

Одержуємо: $z_1=18$; $z_2=54$; $z_3=36$; $z_4=108$.

Перевіримо передаточне відношення й умови сусідства і складання:

$$U_{IH} = 1 - U_{I4}^{(H)} = 1 - U_{12}^{(H)} U_{34}^{(H)} = 1 - \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \left(\frac{z_4}{z_3} \right) = 1 + \frac{54 \cdot 108}{18 \cdot 36} = 10.$$

Умова сусідства (2.3):

$$(z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{k} = (18 + 54) \sin \frac{\pi}{3} = 62,3 > z_2 + 2 = 54 + 2 = 56.$$

Умова складання (2.4):

Беремо $p=0$.

$$\frac{z_1 U_{IH}}{k} (1 + kp) = \frac{18 \cdot 10}{3} (1 + 3 \cdot 0) = 60 - \text{ціле число.}$$

6 ПІДБІР ЧИСЕЛ ЗУБІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ПЕОМ

Розроблена методика підбора чисел зубів планетарних механізмів за допомогою ПЕОМ дозволяє для трьох типів найпростіших механізмів *АА- II*, *JJ- II* і *AJ- II* (див. рис. 1.1) визначити усі можливі варіанти чисел зубів, що точно відтворюють задане передаточне відношення і задовольняють умовам співвісності, сусідства, складання, відсутності заклинювання й обмежених габаритів ($z_{max} \leq 200$) для кожного зі значень числа сателітних блоків, рівного 2, 3, 4, 6.

Для кожного з зазначених варіантів визначаються стандартний модуль, що забезпечує достатню контактну витривалість при передачі заданого крутного моменту, габарит за ділильними колами і монтажне число повних додаткових оборотів водила, що дозволяє зібрати механізм. Крім того, визначається ККД отриманих варіантів. Найбільш простим способом підбора чисел зубів для механізмів *AJ-I* є ручний спосіб за методом генеральних рівнянь. Можна для цих механізмів застосовувати і машинний спосіб, використавши програму для механізмів *AJ-II* і взявши ті з отриманих варіантів, у яких $z_2=z_3$.

При розв'язанні поставленої задачі заведено:

- усі колеса механізму – нульові і мають однаковий модуль;
- усі сателіти і сателітні блоки розташовані рівномірно по колу;
- $z_{max} \leq 200$.

В основу методики покладено метод співмножників.

Алгоритм рішення задачі зі знаходження можливих варіантів чисел зубів планетарних механізмів за допомогою ПЕОМ полягає в наступному.

За заданим передаточним відношенням механізму знаходиться значення комбінації чисел зубів його коліс, що точно відтворюють це відношення, у виді простого нескоротного дробу

$$\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3} = \frac{M}{N}.$$

За допомогою спеціальних циклів числа M і N замінюються можливими добутками цілих співмножників, кратних відповідним числам зубів.

- значення передаточного відношення (U_{IH} , U_{HI} , U_{4H} чи U_{H4});
- значення крутного моменту на рухомому центральному колесі механізму (МКР);
- ККД оберненого механізму (КПДОБ);
- значення чисел зубів z_1 , z_2 , z_3 , z_4 варіантів, що точно відтворюють задане передаточне відношення і задовольняють всім умовам синтезу при $z_{max} \leq 200$;
- для кожного з зазначених варіантів монтажне число повних обертів водила (P);
- для усіх варіантів стандартний модуль m , що

цьому варто мати на увазі, що підбір чисел зубів планетарного механізму вручну простіший при цілому значенні передаточного відношення.

2 Ознайомитися зі змістом розділів 1 і 2 методвказівок.

3 При наявності можливості підбора чисел зубів за допомогою ПЕОМ підготувати вхідні дані і виконати розрахунок. За робочий при обраному значенні числа сателітів k взяти варіант із мінімальним габаритом за ділильними колами.

4 У разі потреби підбора