

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Донбаська державна машинобудівна академія

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ДО КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ
ПО ДИСЦИПЛІНІ «ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА І
ОСНОВИ КОНСТРУЮВАННЯ»

для студентів галузі знань 13 «Механічна інженерія»,

14 «Електрична інженерія»

спеціальностей 136 «Металургія» та

141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

Краматорськ

2017

УДК 620.10

Методичні вказівки до контрольних робіт по дисципліні "Прикладна механіка і основи конструювання" для студентів галузі знань 13 «Механічна інженерія», 14 «Електрична інженерія» спеціальностей 136 «Металургія» та 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»/ Уклад.: С.М. Зінченко, В.Л. Москаленко, М.І.Кінденко. – Краматорськ: ДДМА, 2017. – 52 с.

У методичних вказівках розглянуті основні види простих навантажень елементів конструкцій : розтягання-стискання, кручення, поперечний згин, спільна дія кручення з згином. Для кожного з перерахованих видів вантажень приведені в доступній формі теоретичні основи, приклади розрахунку і питання для самоконтролю.

Вказівки є посібником для самоосвіти і можуть бути використані студентами спеціальностей 136 «Металургія» та 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» очної і заочної форм навчання, які вивчають прикладну механіку і основи конструювання.

Укладачі:

С.М.Зінченко, доц.,
В.Л.Москаленко, ст. виклад.
М.І.Кінденко, доц.

Від. за випуск

С.Г.Карнаух, доц.

ЗМІСТ

1 ЗАГАЛЬНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	4
2 РОЗТЯГАННЯ-СТИСКАННЯ СТРИЖНІВ	7
2.1 Теоретичні відомості	7
2.2 Приклад розрахунку	10
2.3 Питання для самоконтролю	12
3 КРУЧЕННЯ ВАЛІВ.....	13
3.1 Теоретичні відомості	13
3.1.1 Побудова епюри внутрішніх крутних моментів	13
3.1.2 Деформації вала при крученні	15
3.1.3 Напруження в поперечних перерізах вала при крученні	15
3.1.4 Підбір перерізів валів	17
3.2 Приклад розрахунку	18
3.3 Питання для самоконтролю	20
4 ПЛОСКИЙ ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ БАЛОК.....	21
4.1 Теоретичні відомості	21
4.1.1 Визначення реакцій опор	21
4.1.2 Побудова епюр перерізуючих сил і згинальних моментів	22
4.1.3 Перевірка правильності побудови епюр Q_y і M_{yx} на основі диференціальних залежностей між q , Q_y і M_{yx}	24
4.1.4 Напруження в поперечних перерізах балки при поперечному вигині.....	26
4.1.5 Підбір перерізів балок	29
4.2 Приклад розрахунку	31
4.2.1 Визначення реакцій опор	31
4.2.2 Побудова епюр перерізуючих сил і згинальних моментів.....	33
4.2.3 Аналіз правильності побудови епюр перерізуючих сил і згинальних моментів на основі диференціальних залежностей між q , Q_y і M_{yx}	34
4.2.4 Підбір перерізів балки.....	35
4.2.5 Повна перевірка міцності двотаврової балки	37
4.3 Питання для самоконтролю	38
5 СПІЛЬНА ДІЯ КРУЧЕННЯ З ВИГИНОМ	40
5.1 Теоретичні відомості	40
5.2 Приклад розрахунку	44
5.2.1 Визначення розрахункових навантажень на вал	45
5.2.2 Вигин вала у вертикальній площині	46
5.2.3 Вигин вала в горизонтальній площині	47
5.2.4 Результуючі згинальні моменти.....	48
5.2.5 Побудова епюр внутрішніх крутних моментів і нормальних сил	48
5.2.6 Визначення діаметра вала.....	50
5.3 Питання для самоконтролю	50
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	51

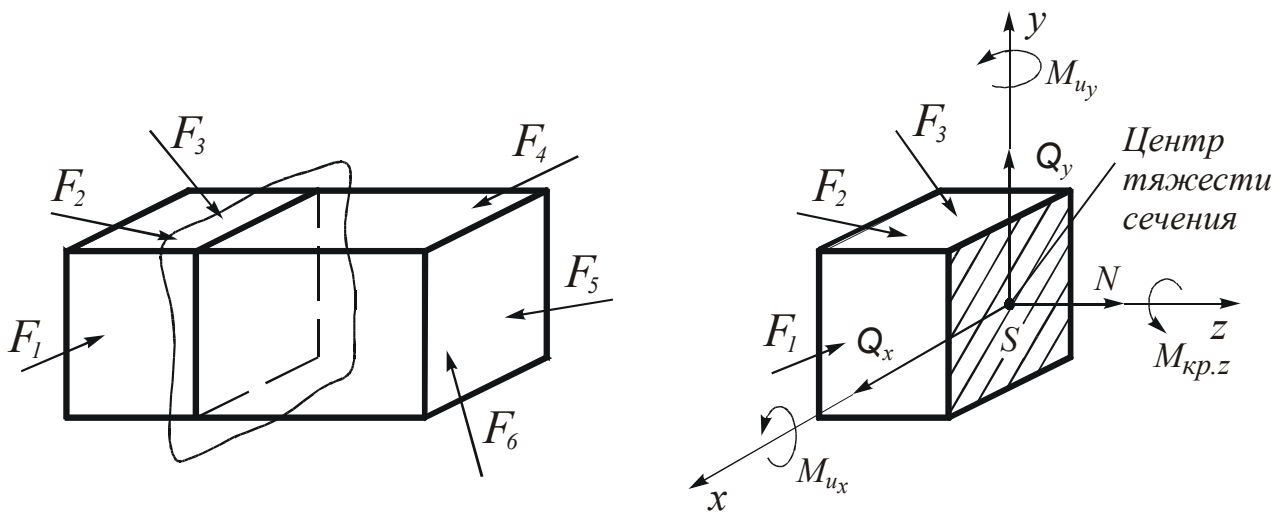
1 ЗАГАЛЬНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

При навантаженні тіла зовнішніми силами між його елементарними (нескінченно малими) площадками виникають додаткові внутрішні сили взаємодії, що є безпосередньою причиною порушення цілісності матеріалу по цих площадках, яке може відбуватися за рахунок їх відриву (вм'яті) і за рахунок зсуву. Для визначення зазначених сил їх з класу внутрішніх потрібно умовно перевести в клас зовнішніх, тобто виявити. Досягається це шляхом перерізів. Тіло умовно розтинається даним перерізом на дві частини, одна з яких відкидається, а друга розглядається. При цьому для знаходження внутрішніх сил розглядати можна будь-яку частину тіла, що знаходиться як по одну, так і по іншу сторону від перерізу, так як відповідно до третього закону Ньютона дія дорівнює протидії.

Розглядувана частина повинна перебувати в рівновазі під дією прикладених до неї зовнішніх сил і системи внутрішніх (що грають для неї роль зовнішніх), що виражають дію відкинутої частини і розподілених по всьому перерізу. Закон розподілу внутрішніх сил по перерізу в загальному випадку невідомий.

Будучи приведена до центру тяжіння S розглядуваного перерізу, система діючих у ній внутрішніх сил приводиться до головного вектору, що додається до точки S , і головному моменту $\bar{M}$, діючому в деякій площині, що проходить через S . Якщо вибрати прямокутну систему координат XYZ з центром в S , розташувавши осі X і Y в площині перерізу, а вісь Z - перпендикулярно йому, і спроектувати на зазначені осі вектори $\bar{R}$ і $\bar{M}$, то в загальному випадку вийде шість складових - три сили і три моменти, звані внутрішніми силовими факторами в перерізі (рис. 1.1).

Оскільки вказані силові фактори в перерізі даної частини тіла виражають дію на неї відкинутої частини, вони можуть бути знайдені як сума відповідних зовнішніх сил і моментів (або їх проекцій), що діють на відкинуту частину. При цьому слід мати на увазі, що в число зовнішніх сил повинні входити і реакції опор. Щоб, незалежно від того, яка частина тіла розглядається, а яка відкидається, внутрішні силові фактори виходили однаковими не тільки по величині, але і по знаку, знаки зазначених чинників визначають не їх безпосереднім напрямком, а напрямком або видом деформації, яку вони викликають. Відповідні правила знаків внутрішніх силових факторів наведені нижче.



N – нормальна сила;

Q_x, Q_y – перерізуючі сили;

M_{ux}, M_{uy} – згинальні моменти;

$M_{кр.z}$ – крутний момент навколо осі Z

Рисунок 1.1 – Схема внутрішніх силових факторів

Відношення внутрішньої сили ΔR , що припадає на елементарну площадку ΔA (рис. 1.2), до її площі дає середнє напруження на цій площадці:

$$P_{cp} = \frac{\Delta R}{\Delta A}.$$

Таким чином, **напруження P** - це внутрішнє зусилля, що припадає на одиницю площі в окрузі певної точки розглянутого перерізу. Напруження вимірюється в мегапаскалях (ньютонах на квадратний міліметр).

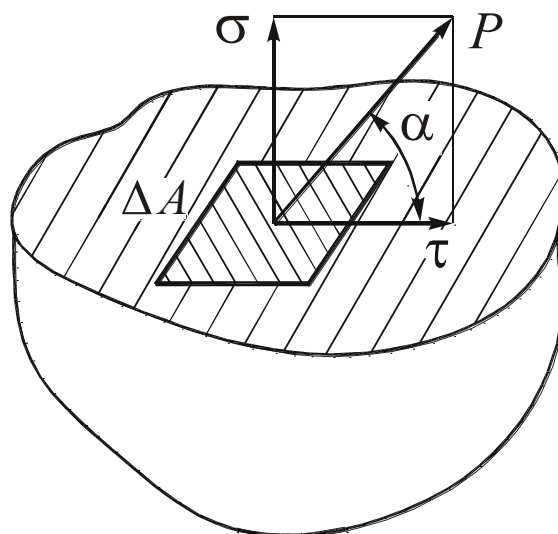


Рисунок 1.2 – Напруження в поперечному перерізі

В У загальному випадку напруження P становить з площадкою ΔA деякий

кут α . При цьому його розкладають на дві складові: одну - σ , перпендикулярну площадці і звану нормальним напруженням; другу - τ , що лежить в площині площадки і звану дотичним напруженням.

Залежно від того, які з шести можливих внутрішніх силових факторів (див. рис. 1.1) діють в поперечних перерізах тіла, проводиться класифікація видів навантаження. У цьому посібнику розглянуті наступні види навантаження бруса (тіла, у якого довжина значно більше двох інших розмірів): розтягання-стискання; кручення; поперечний згин; згин з крученням.

Дисципліна «Опір матеріалів» розглядає тільки пружні деформації (що зникають після зняття зовнішніх навантажень), для яких може бути використана гіпотеза плоских перерізів: плоскі поперечні перерізи бруса при деформації зміщуються один щодо одного, залишаючись плоскими. Ця гіпотеза допомагає уявити закон розподілу внутрішніх зусиль (напружень) за поперечним перерізом бруса при різних його навантаженнях.

Зазначені вище силові фактори, що діють на поперечний переріз даної частини тіла з боку його відкинutoї частини (див. рис. 1.1), є результуючими відповідних напружень (σ и τ) по цьому перерізу.

2 РОЗТЯГАННЯ-СТИСКАННЯ СТРИЖНІВ

2.1 теоретичні відомості

Під розтяганням-стисканням розуміють такий вид навантаження бруса, при якому в будь-якому його поперечному перерізі з шести можливих внутрішніх силових факторів (див. рис. 1.1) діє тільки один - нормальна сила N .

На чисте розтягання-стискання можуть працювати тільки прямолінійні бруси і тільки в тому випадку, якщо всі діючі на брус зовнішні сили спрямовані строго по його осі.

*Брус, що працює на розтягання-стискання, називають **стрижнем**.*

Нормальна внутрішня сила в розглянутому поперечному перерізі N - це результуюча напружень, що діють по цьому перерізу.

Отже, це нормальні напруження σ , які при чистому розтяганні-стисканні по поперечному перерізі розподілені рівномірно, що випливає з гіпотези плоских перерізів:

$$\sigma = \frac{N}{A}, \quad (2.1)$$

де N - внутрішня нормальна сила в розглянутому поперечному перерізі;

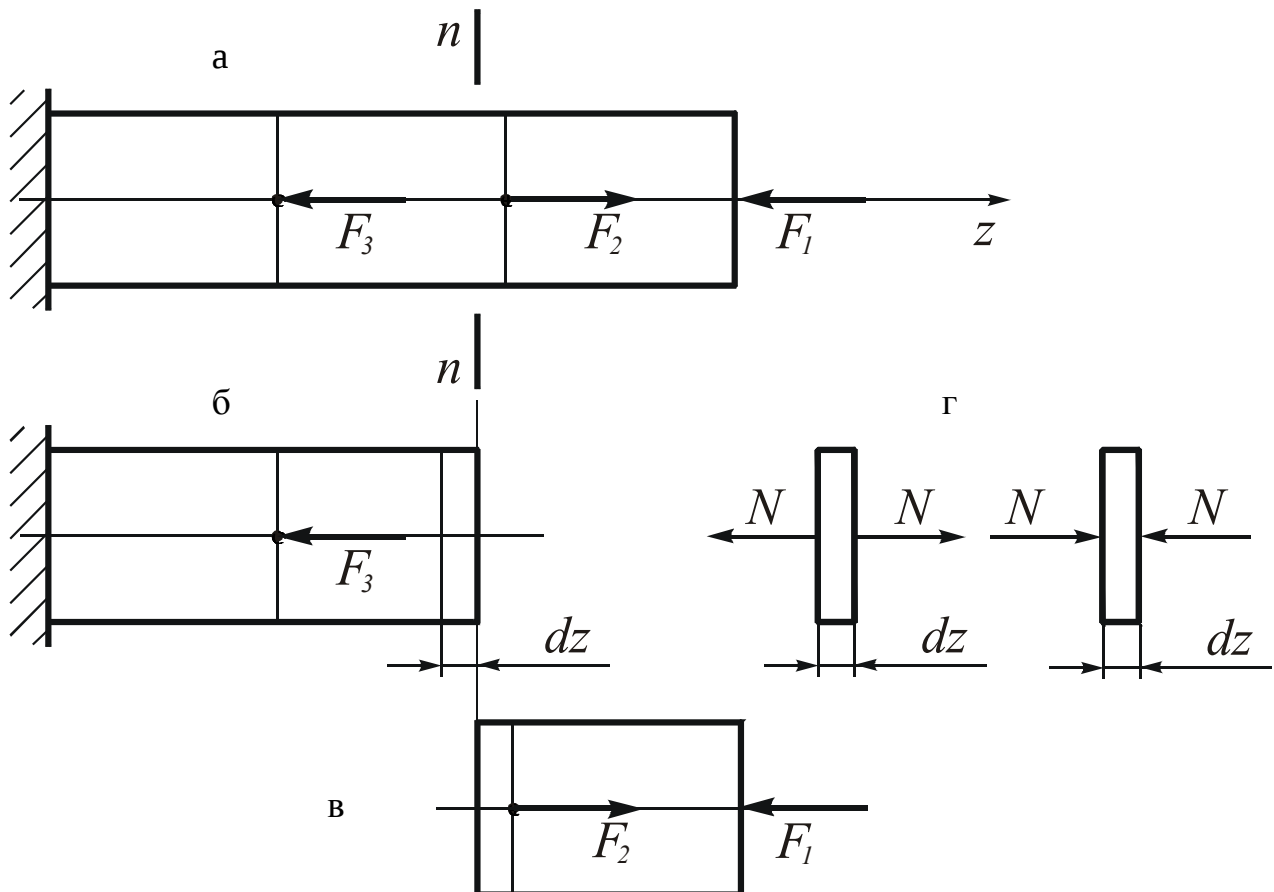
A - площа перерізу.

Для знаходження сили N в якомусь конкретному поперечному перерізі потрібно умовно перевести її з категорії внутрішніх в категорію зовнішніх, для чого стрижень даними перерізом потрібно подумки розсікти на дві частини і, відкинувши одну з них, розглянути другу. Нормальна сила N в поперечному перерізі даної частини стрижня являє собою дію на неї відкинутої частини і може бути знайдена як сума всіх зовнішніх сил, що діють на відкинуту частину:

$$N = \sum F. \quad (2.2)$$

Знак сили N визначають не її напрямком, а видом деформації, яку вона викликає. Прийнято деформацію розтягання вважати позитивною, а деформацію стискання - від'ємною. Відповідно розтягуючі сили N і напруження розтягання - позитивними, що стискають сили N і напруження стискання - від'ємними.

Нехай потрібно знайти внутрішню нормальну силу N в перерізі n - n стрижня, зображеного на рис. 2.1, а. Елемент dZ , виділений у даного перерізу буде знаходитися в рівновазі тільки в тому випадку, якщо внутрішні сили N , що діють на його бічні грані, будуть обидві спрямовані або до граней (елемент dZ стискається), або від них (елемент dZ розтягується) - рис. 2.1, г. При цьому при підстановці в рівняння (2.2) позитивними повинні вважатися сили F , спрямовані від даного перерізу, а від'ємними - спрямовані до перерізу.



а – розрахункова схема стрижня; б – розглянута частина стрижня;
 в – відкинута частина стрижня; г – варіанти навантаження елемента dZ

Рисунок 2.1 – До визначення внутрішніх нормальних сил при розтяганні-стисканні

В даному випадку зручно розглянути ліву частину стрижня (рис. 2.1, б), а відкинути праву (рис. 2.1, в), що дозволить визначити силу N без знаходження реакції в опорі стрижня.

$$N = \sum F = F_2 - F_1.$$

При цьому сила F_2 прийнята позитивною, так як вона спрямована від розглянутого перерізу, а сила F_1 – від'ємною, так як вона спрямована до перерізу.

Відповідно до закону Гука абсолютна зміна довжини ділянки стрижня dz

$$\Delta dz = \int_0^L \frac{N(Z)dZ}{EA(Z)}, \quad (2.3)$$

де E - модуль пружності матеріалу стрижня при розтяганні-стисканні.

Якщо в межах якоїсь ділянки стрижня L $N(Z)=N=const$ и $A(Z)=A=const$, абсолютне подовження цієї ділянки

$$\Delta L = \frac{NL}{EA}. \quad (2.4)$$

Якщо матеріал стрижня однаково чинить опір розтяганню і стисканню, то умова міцності такого стрижня на розтягання-стискання має вигляд

$$\sigma_{max} = \frac{|N_{max}|}{A} \leq [\sigma], \quad (2.5)$$

де $[\sigma] = \frac{\sigma_{пред}}{n}$ - допустиме нормальне напруження для матеріалу стрижня;

$\sigma_{пред}$ - граничне напруження для матеріалу стрижня;

n - коефіцієнт запасу міцності (коефіцієнт безпеки).

Для пластичних матеріалів (міді, алюмінію, латуні, низьковуглецевих сталей і ін.) За граничне напруження беруть межу плинності σ_T ; для крихких (чавуну, високовуглецевих інструментальних сталей і ін.) - межа міцності $\sigma_{пр}$.

Коефіцієнт запасу міцності n залежить від багатьох причин: властивостей матеріалу, конкретних умов роботи, відповідності навантажень і розрахункової схеми істинному навантаженню, серйозності тих наслідків, які спричинить за собою руйнування, і т.д.

2.2 Приклад розрахунку

Для заданої схеми навантаження круглого стрижня постійного поперечного перерізу (рис. 2.2) визначити діаметр d , побудувати епюри внутрішніх нормальних сил N і нормальних напружень σ і знайти абсолютне подовження ΔL .

$a=0,5 \text{ м}; b=0,75 \text{ м}; c=0,5 \text{ м}; F_1=150 \text{ кН}; F_2=450 \text{ кН}; F_3=100 \text{ кН}.$

Матеріал стрижня - Ст.3; $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \sigma_T=240 \text{ МПа}; n=1,5.$

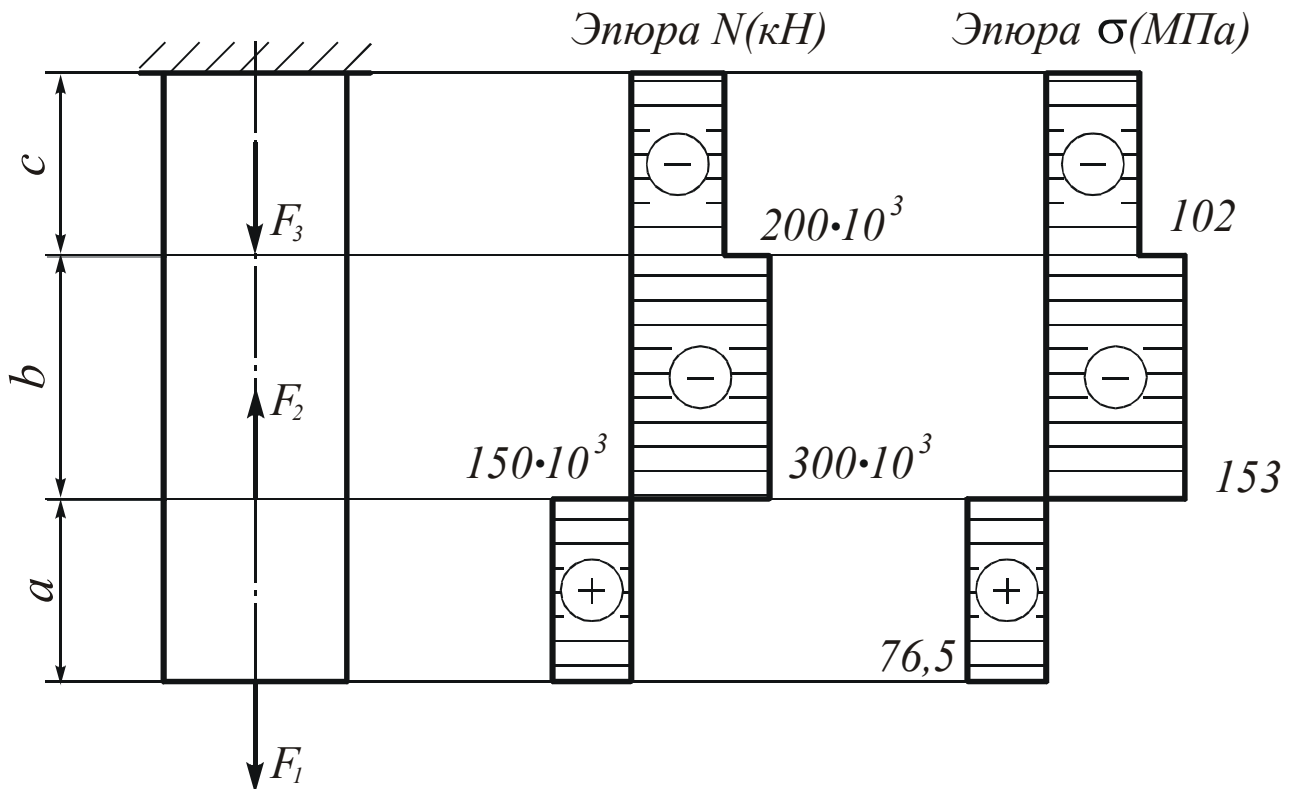


Рисунок 2.2 – Розрахункова схема стрижня і епюри внутрішніх нормальних сил N і нормальних напружень в поперечних перерізах σ

1) Визначимо внутрішні нормальні сили N в поперечних перерізах стрижня. При цьому будемо відкидати нижні частини стрижня, а розглядати верхні:

при $0 \leq Z \leq a$: $N=F_1=150 \text{ кН};$

при $a \leq Z \leq a+b$: $N=F_1-F_2=150-450=-300 \text{ кН};$

при $a+b \leq Z \leq a+b+c$: $N=F_1-F_2+F_3=150-450+100=-200 \text{ кН}.$

2) Необхідну площу поперечного перерізу стрижня A визначимо з умови міцності на розтягання-стискання:

$$\sigma_{\max} = \frac{|N_{\max}|}{A} \leq [\sigma],$$

$$\text{де } [\sigma] = \frac{\sigma_T}{n} = \frac{240}{1,5} = 160 \text{ МПа.}$$

$$\text{Звідси } A \geq \frac{|N_{\max}|}{|\sigma|} = \frac{300 \cdot 10^3}{160} = 1,87 \cdot 10^3 \text{ мм}^2.$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = 0,785 \cdot d^2. \text{ При цьому } d \geq \sqrt{\frac{A}{0,785}} = \sqrt{\frac{1,87 \cdot 10^3}{0,785}} = 48,8 \text{ мм.}$$

Приймаємо $d=50 \text{ мм}$.

Слід зазначити, що округлення значення геометричної характеристики перерізу, отриманого з умови міцності, можна виконувати тільки в більшу сторону, тому що в протилежному випадку максимальні напруження будуть більше допустимих.

$$A = 0,785 \cdot 50^2 = 1,96 \cdot 10^3 \text{ мм}^2.$$

3) Нормальні напруження в поперечних перерізах стрижня:

$$\text{при } 0 \leq Z \leq a : \quad \sigma = \frac{N}{A} = \frac{150 \cdot 10^3}{1,96 \cdot 10^3} = 76,5 \text{ МПа} < [\sigma];$$

$$\text{при } a \leq Z \leq a+b : \quad \sigma = \frac{N}{A} = \frac{-300 \cdot 10^3}{1,96 \cdot 10^3} = -153 \text{ МПа} < [\sigma];$$

$$\text{при } a+b \leq Z \leq a+b+c : \quad \sigma = \frac{N}{A} = \frac{-200 \cdot 10^3}{1,96 \cdot 10^3} = -102 \text{ МПа} < [\sigma].$$

Епюри N і σ для ділянок стрижня показані на рис. 2.2.

4) Абсолютні подовження ділянок стрижня визначимо за формулою (2.4):

$$\Delta L_a = \frac{NL_a}{EA} = \frac{150 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 1,96 \cdot 10^3} = 0,15 \text{ мм};$$

$$\Delta L_b = \frac{NL_b}{EA} = \frac{-300 \cdot 10^3 \cdot 0,75 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 1,96 \cdot 10^3} = -0,57 \text{ мм};$$

$$\Delta L_c = \frac{NL_c}{EA} = \frac{-200 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^5 \cdot 1,96 \cdot 10^3} = -0,25 \text{ мм.}$$

5) Повне абсолютне подовження стрижня

$$\Delta L = \Delta L_a + \Delta L_b + \Delta L_c = 0,15 - 0,57 - 0,25 = -0,63 \text{ мм.}$$

2.3 Питання для самоконтролю

- 1 Яке тіло називають брусом?
- 2 Перелічити шість можливих внутрішніх силових факторів в поперечному перерізі бруса.
- 3 Який вид навантаження називають розтяганням-стисканням?
- 4 Як визначити внутрішню нормальну силу в поперечному перерізі стрижня?
- 5 Що таке напруження?
- 6 Які напруження називають нормальними, які - дотичними і які деформації вони викликають?
- 7 Результуючою чого є внутрішня нормальна сила в поперечному перерізі стрижня?
- 8 Які напруження приймаються за граничні для крихких, а які - для пластичних матеріалів і чому?
- 9 Що таке допустиме напруження?
- 10 Що розуміють під коефіцієнтом запасу міцності?
- 11 Які напруження виникають в поперечних, поздовжніх і нахилених перерізах бруса, що працює на розтягання-стискання?
- 12 Як виглядає умова міцності стрижня при чистому розтяганні-стисканні?

3 КРУЧЕННЯ ВАЛІВ

3.1 Теоретичні відомості

Під **крученням** розуміють такий вид навантаження бруса, при якому в будь-якому його поперечному перерізі з шести можливих внутрішніх силових факторів (див. Рис. 1.1) діє тільки один - крутний момент навколо поздовжньої осі $M_{кр.з}$.

Будемо розглядати кручення брусів круглого поперечного перерізу, званих валами.

3.1.1 Побудова епюри внутрішніх крутних моментів

Перш ніж приступити до побудови зазначеної епюри, необхідно викреслити схему вала з усіма діючими на нього зовнішніми крутними моментами.

Щоб розрізняти зовнішні та внутрішні крутні моменти, будемо їх позначати маленькою і великою латинськими буквами (m, M)* відповідно.

Часто задаються не крутні моменти, що передаються насадженими на вал елементами передач (зубчастими колесами, шківками пасових передач та ін.), а передана ними потужність P . Якщо потужність задана в ватах ($1 \text{ Вт} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = 1 \frac{\text{Нм}}{\text{с}}$), то відповідний їй крутний момент в н'ютон-метрах

$$m = \frac{P}{\omega}, \quad (3.1)$$

де ω - кутова швидкість обертання валу, $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

Зовнішні крутні моменти m_i , діючі на вал, повинні бути такими, щоб виконувалася умова його рівноваги, яке для випадку рівномірного обертання валу має вигляд

$$\sum m_z = \sum m_i = 0. \quad (3.2)$$

* У розрахунках передач кругообертального руху зовнішні крутні моменти прийнято позначати буквою T .

За позитивний напрямок моментів при складанні рівняння (3.2) може бути прийняте будь-яке, як за годинниковою стрілкою, так і проти. При цьому, визначаючи знаки моментів, на вал потрібно дивитися з одного і того ж торця. Зазвичай один з моментів m_i невідомий ні за величиною, ні за спрямуванням, і рівняння (3.2) використовують для його знаходження. При цьому напрямок шуканого m_i попередньо приймають довільним. Знак зазначеного m_i , отриманий при вирішенні рівняння (3.2), покаже, правильно чи ні вибрано його напрямок: (+) - правильно, (-) - прийнятий напрямок m_i потрібно змінити на протилежний і в подальшому отриманий знак m_i не використовувати, а керуватися тільки його напрямком. Моментами тертя в опорах вала будемо нехтувати.

Для визначення внутрішніх крутних моментів в поперечних перерізах вала потрібно застосувати метод перерізів. Вал потрібним поперечним перерізом розтинається на дві частини. Одна частина розглядається, друга відкидається. Внутрішній крутний момент $M_{кр}$ в поперечному перерізі даної частини вала являє собою дію на неї відкинутої частини і може бути знайдений як сума зовнішніх моментів, що діють на відкинуту частину:

$$M_{кр} = \sum m_i . \quad (3.3)$$

Вище вказувалося, що знаки внутрішніх силових факторів пов'язують не з їх напрямком, а з видом деформації, яку вони викликають. Для кручення такого певного критерію знаків немає. Кручення вала з поворотом його торців в одну або іншу сторону є деформацією одного і того ж виду, тому при дослідженні напружень при крученні знак $M_{кр}$ не має суттєвого значення. Однак з метою отримання визначеності в напрямку внутрішніх крутних моментів, яка особливо потрібна при побудові епюр $M_{кр}$, приймемо наступне правило знаків: внутрішній крутний момент в поперечному перерізі даної частини вала, якщо дивитися на переріз з боку його зовнішньої нормалі, будемо вважати позитивним при направленні його проти годинникової стрілки і від'ємним - при напрямку за годинниковою стрілкою. При цьому при підстановці в рівняння (3.3) позитивними повинні вважатися m_i , напрямок яких збігається з позитивним напрямком внутрішнього крутного моменту $M_{кр}$ в розглянутому поперечному перерізі, і навпаки.

3.1.2 Деформації вала при крученні

При крученні поперечні перерізи круглого вала, залишаючись плоскими, обертаються відносно один одного навколо осі вала. При цьому відносний кут закручування (кут взаємного повороту двох перерізів, що знаходяться на відстані, що дорівнює одиниці довжини)

$$\theta = \frac{M_{кр}}{GJ_p}, \quad (3.4)$$

де $M_{кр}$ - внутрішній крутний момент на даній ділянці одиничної довжини;

$J_p = \int \rho^2 dA$ – полярний момент інерції поперечного перерізу вала на даній ділянці;

G - модуль пружності при зсуві для матеріалу вала.

Кут взаємного повороту двох перерізів, що знаходяться на відстані L ,

$$\varphi = \int_0^L \frac{M_{кр}(Z)dZ}{GJ_p(Z)} \quad (3.5)$$

Якщо на довжині L $M_{кр}(Z)=M_{кр}=const$ и $J_p(Z)=J_p=const$, то вираз (3.5) прийме вигляд

$$\varphi = \frac{M_{кр}L}{GJ_p} \quad (3.6)$$

або

$$\varphi = \theta L, \quad (3.7)$$

де θ - відносний кут закручування для ділянки L . Для суцільного вала

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4.$$

3.1.3 Напруження в поперечних перерізах вала при крученні

Поворот при крученні суміжних поперечних перерізів один щодо одного навколо осі вала викликає появу в них дотичних напружень τ . Зсуви елементарних площадок суміжних перерізів відбуваються в напрямках, перпендикулярних радіусам. Так само спрямовані і напруження τ , які вздовж радіусів зміню-

ються згідно із законом прямої лінії (рис. 3.1). Внутрішній крутний момент $M_{кр}$ в поперечному перерізі даної частини валу, діючий з боку його відкинutoї частини, є результуючим моментом всіх напружень τ , діючих по перерізу, відносно осі вала.

$$\tau(\rho) = \frac{M_{кр}\rho}{J_p}, \quad (3.8)$$

де $M_{кр}$ - внутрішній крутний момент в розглянутому поперечному перерізі;

J_p - полярний момент інерції розглянутого перерізу.

З формули (3.8) випливає, що максимальні дотичні напруження в конкретному поперечному перерізі виникають в точках, найбільш віддалених від осі вала, тобто у його поверхні (при $\rho = \rho_{max} = 0,5d$).

$$\tau_{max} = \frac{M_{кр}\rho_{max}}{J_p} = \frac{M_{кр}}{W_p}, \quad (3.9)$$

де $W_p = \frac{J_p}{\rho_{max}}$ - полярний момент опору перерізу крученню.

Для суцільного вала

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3.$$

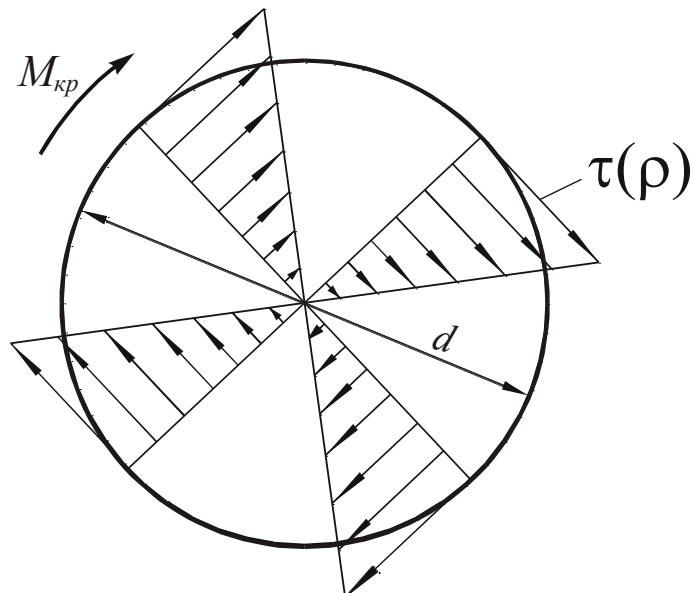


Рисунок 3.1 - Схема розподілу дотичних напружень по поперечному перерізі вала

3.1.4 Підбір перерізів валів

Для забезпечення надійної роботи вали повинні задовольняти умові міцності і умові жорсткості. Для валів, що працюють на чисте кручення, умова міцності має вигляд

$$\tau_{max} = \frac{|M_{кр. max}|}{W_p} \leq [\tau], \quad (3.10)$$

де $[\tau]$ - допустиме дотичне напруження для матеріалу вала.

Звідси полярний момент опору перерізу, що задовольняє умові міцності:

$$W_p \geq \frac{|M_{кр. max}|}{[\tau]}.$$

Вали на чисте кручення ніколи не працюють, так як завжди крім кручення відчують згин від власної сили тяжіння, сил тяжіння насаджених на нього елементів передач та зусиль в цих передачах. Однак навіть при значних згинальних навантаженнях, при наближених приблизних розрахунках вали вважають працюючими на чисте кручення, а дію вигину побічно враховують шляхом зниження допустимого напруження $[\tau]$.

Умова жорсткості при крученні для валів має вигляд

$$\theta_{max} = \frac{M_{кр. max}}{GJ_p} \leq [\theta], \quad (3.11)$$

де $[\theta]$ - допустиме значення відносного кута закручування.

Звідси полярний момент інерції перерізу, що задовольняє умові жорсткості,

$$J_p \geq \frac{|M_{кр. max}|}{G[\theta]}.$$

При підборі перерізів валів використовують обидві умови: умова міцності (3.10) і умова жорсткості (3.11). При цьому діаметр вала приймається рівним більшому із двох отриманих значень, округленому в більшу сторону до найближчого стандартного.

3.2 Приклад розрахунку

На передавальний вал суцільного круглого постійного поперечного перерізу (рис. 3.2, а) насаджені чотири шків. Шків *C* отримує від двигуна зовнішній крутний момент m_C . Шків *A*, *B*, *D* входять в ремінні передачі, другі шків яких насаджені на три вала, паралельні розглянутому, з боку яких він через ці шків отримує зовнішні моменти m_A , m_B , m_D . Три з чотирьох зазначених моментів відомі за величиною і напрямком, четвертий - невідомий ні за величиною, ні за напрямком.

$$m_C = 2100 \text{ Нм}; m_A = 600 \text{ Нм}; m_D = 800 \text{ Нм};$$

$$G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}; [\tau] = 20 \text{ МПа}; [\theta] = 0,25 \frac{\text{град}}{\text{м}}.$$

Для заданого вала побудувати епюру внутрішніх крутних моментів і визначити діаметр, що забезпечує його міцність і жорсткість.

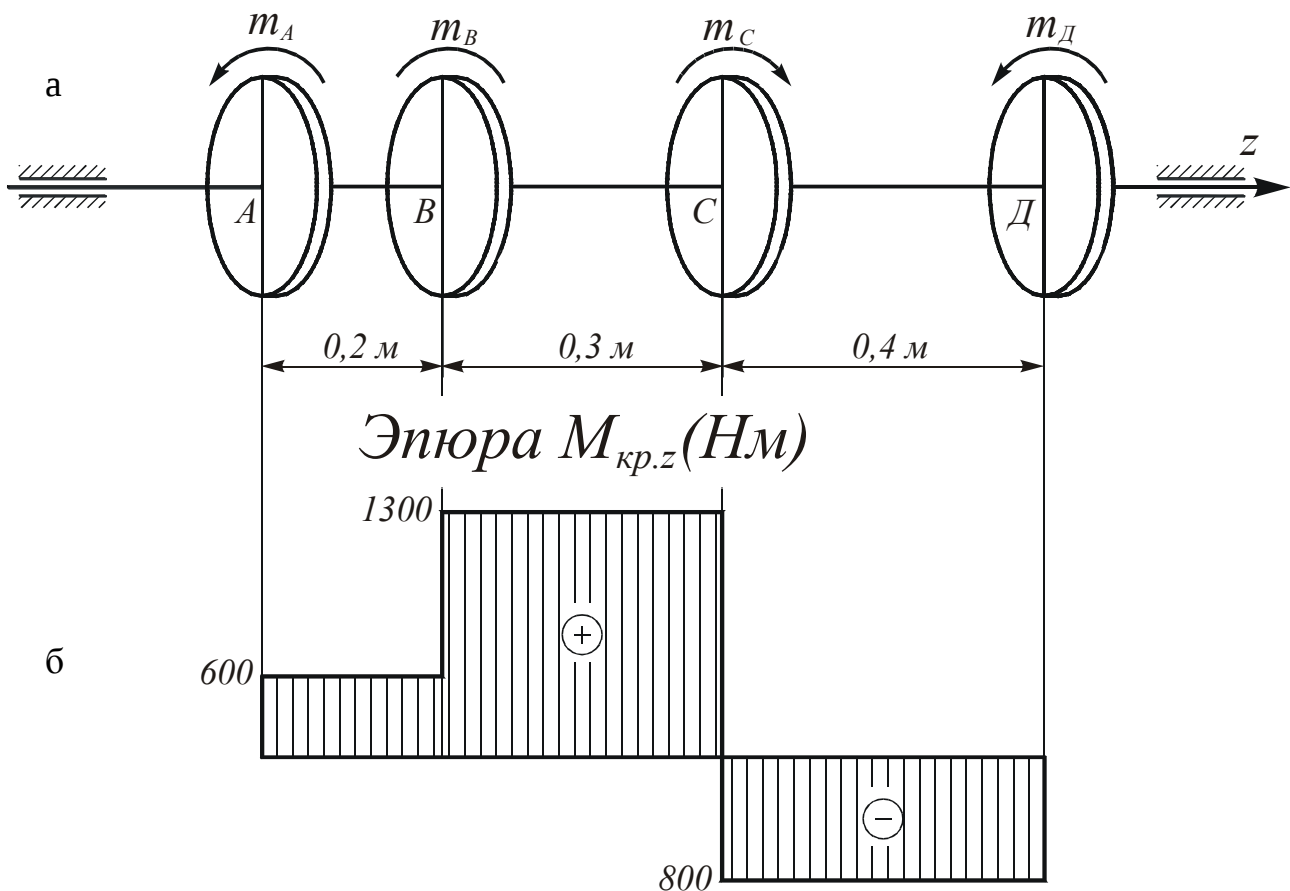


Рисунок 3.2 – Розрахункова схема вала і епюра внутрішніх крутних моментів $M_{кр.z}$

1) Визначимо зовнішній момент m_B , для чого використовуємо рівняння рівноваги вала (3.2). Будемо дивитися на вал зліва, вважаючи позитивним напрямком m проти годинникової стрілки. Шуканий момент m_B попередньо направимо проти годинникової стрілки. Моментами тертя в опорах вала будемо нехтувати.

$$\Sigma m_Z = m_A + m_B - m_C + m_D = 0;$$

$$m_B = -m_A + m_C - m_D = -600 + 2100 - 800 = 700 \text{ Нм.}$$

Знак шуканого моменту m_B вийшов позитивним, отже, його напрямок було обрано вірно.

2) Визначимо внутрішні крутний момент в поперечних перерізах ділянок вала, використовуючи вказане вище правило знаків (див. стор. 14). При цьому будемо переміщатися уздовж вала зліва направо, відкидаючи ліві і розглядаючи праві його частини.

При $0 \leq Z \leq 0,2 \text{ м} :$ $M_{кр.з} = m_A = 600 \text{ Нм.}$

При $0,2 \text{ м} \leq Z \leq 0,5 \text{ м} :$ $M_{кр.з} = m_A + m_B = 600 + 700 = 1300 \text{ Нм.}$

При $0,5 \text{ м} \leq Z \leq 0,9 \text{ м} :$ $M_{кр.з} = m_A + m_B - m_C = 600 + 700 - 2100 = -800 \text{ Нм.}$

Перевіримо останнє значення $M_{кр.з}$ ходом справа наліво:

При $0 \leq Z \leq 0,4 \text{ м} :$ $M_{кр.з} = -m_D = -800 \text{ Нм.}$

Епюра $M_{кр.з}$ показана на рис. 3.2,б.

3) Визначимо діаметр вала, що забезпечує умову його міцності:

$$\tau_{max} = \frac{|M_{кр. max}|}{W_p} \leq [\tau].$$

Для суцільного вала $W_p = 0,2d^3$.

$$\text{Звідси } d \geq \sqrt[3]{\frac{|M_{кр. max}|}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{1300 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 20}} = 69 \text{ мм.}$$

З метою приведення у відповідність розмірності чисельника і знаменника виразу для d значення моменту $M_{кр. max}$ підставляємо в нього в Н·мм.

4) Визначимо діаметр вала, що забезпечує умову жорсткості

$$\theta_{max} = \frac{|M_{кр. max}|}{GJ_p} \leq [\theta].$$

Для суцільного вала $J_p = 0,1d^4$.

$$\text{Звідси } d \geq \sqrt[4]{\frac{|M_{кр. max}|}{G \cdot 0,1[\theta]}} = \sqrt[4]{\frac{1300 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 0,1 \cdot 0,436 \cdot 10^{-5}}} = 78 \text{ мм},$$

$$\text{де } \theta = 0,25 \frac{\text{град}}{\text{мм}} = \frac{3,14 \cdot 0,25}{180 \cdot 10^3} = 0,436 \cdot 10^{-5} \frac{\text{рад}}{\text{мм}}.$$

Остаточно приймаємо $d=80 \text{ мм}$.

5) Перевіримо міцність і жорсткість розглянутого валу при $d=80 \text{ мм}$.

$$\tau_{max} = \frac{|M_{кр. max}|}{W_p} = \frac{1300 \cdot 10^3}{102,4 \cdot 10^3} = 12,7 \text{ МПа} < [\tau],$$

$$\text{де } W_p = 0,2d^3 = 0,2 \cdot 80^3 = 102,4 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

$$\theta_{max} = \frac{|M_{кр. max}|}{GJ_p} = \frac{1300 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 41 \cdot 10^5} = 0,395 \cdot 10^{-5} \frac{\text{рад}}{\text{мм}} < [\theta],$$

$$\text{де } J_p = 0,1d^4 = 0,1 \cdot 80^4 = 41 \cdot 10^5 \text{ мм}^4.$$

3.3 Питання для самоперевірки

- 1 Який вид навантаження називають крученням?
- 2 В яких випадках вал буде працювати на чисте кручення?
- 3 Як по переданій потужності визначити відповідний крутний момент?
- 4 Яку величину називають полярним моментом інерції перерізу? Яка його одиниця виміру?
- 5 Яку величину називають полярним моментом опору перерізу? Яка його одиниця виміру?
- 6 Що таке відносний кут закручування?
- 7 Як розподіляються дотичні напруження по поперечному перерізу вала при крученні?
- 8 У яких точках валу виникають найбільші дотичні напруження при крученні?
- 9 Як виглядає умова міцності вала при крученні?
- 10 Як виглядає умова жорсткості вала при крученні?
- 11 Які напруги виникають в поперечних, поздовжніх і похилих перерізах вала при крученні?
- 12 У чому полягає закон парності дотичних напружень?

4 ПЛОСКИЙ ПОПЕРЕЧНИЙ ЗГИН БАЛОК

4.1 Теоретичні відомості

Під **згином** розуміють такий вид навантаження бруса, при якому в його поперечних перерізах з шести можливих внутрішніх силових факторів діють тільки згинальні моменти або згинальні моменти і перерізуючі сили (див. рис. 1.1). Якщо згинальні моменти в перерізах є єдиними чинниками, згин називають чистим. У більшості випадків в поперечних перерізах бруса поряд зі згинальними моментами діють і перерізуючі сили. В цьому випадку згин називають поперечним. Брус, що працює на згин, називають **балкою**. Слід мати на увазі, що при вигині все зовнішні сили, які включають і реакції опор, повинні бути перпендикулярні осі балки, так як в протилежному випадку до згину додалося б розтягання-стискання.

Будемо розглядати прямолінійні балки постійного поперечного перерізу, які мають подовжню площину симетрії і навантажені зовнішніми силами і моментами, що лежать в цій площині. В даному випадку поздовжня вісь балки, що знаходиться в силовій площині до згину, і в зігнутому стані буде перебувати в цій же площині.

Такий вид згину називають плоским.

4.1.1 Визначення реакцій опор

Нехай силовою площиною, що збігається з поздовжньою площиною симетрії балки, буде площина YZ , де Z - поздовжня вісь балки (рис. 4.1). При цьому нейтральний шар балки (шар поздовжніх волокон, які при згині викривляються, не змінюючи своєї довжини) – XZ .

В цьому випадку реакції опор матимуть тільки складові, паралельні осі Y , які можуть бути знайдені з рівнянь рівноваги:

$$\begin{aligned}\sum M_A(F) &= 0; \\ \sum M_B(F) &= 0; \\ \sum Y &= 0.\end{aligned}\tag{4.1}$$

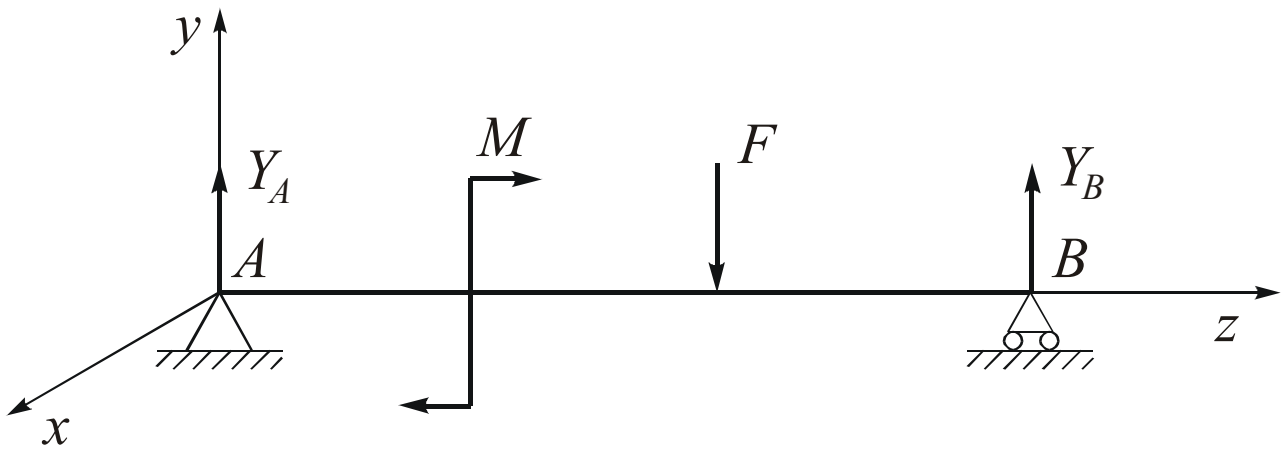


Рисунок 4.1 – Приклад балки, що працює на згин в площині YZ

Зручно реакції знаходити з перших двох рівнянь (4.1), а третє використувати для перевірки їх правильності. При складанні рівнянь моментів за позитивний напрямок може бути прийняте будь-який, як за годинниковою стрілкою, так і проти. Напрямок невідомих реакцій зручно попередньо задатися. Отримані при вирішенні рівнянь знаки вкажуть їх справжні напрямки. Плюс буде говорити про те, що напрямок обрано вірно, мінус - про те, що дійсний напрямок реакції протилежний обраному.

4.1.2 Побудова епюр перерізуючих сил і згинальних моментів

В даному випадку внутрішніми перерізуючими силами і згинальними моментами будуть перерізуючі сили, паралельні осі Y - Q_y і згинальні моменти навколо осі X - M_{ux} .

Перш ніж приступити до побудови епюр, необхідно викреслити в масштабі схему балки з усіма діючими на неї силами і моментами (включаючи реакції опор), відобразивши їх вірні напрямки.

Перерізуюча сила в поперечному перерізі даної частини балки дорівнює сумі проєкцій на нього всіх зовнішніх сил, що діють на відкинуту частину.

Згинальний момент в поперечному перерізі даної частини балки дорівнює сумі моментів відносно його центра ваги всіх зовнішніх сил і пар сил, що діють на відкинуту частину.

Знаки Q_y і M_{ux} визначаються не їх безпосереднім напрямком, а напрямком деформацій, які вони викликають. При цьому для кожного перерізу знаки Q_y і

M_{ux} виходять однаковими, незалежно від того, яка частина балки розглядається, а яка відкидається. На рис. 4.2 зображені можливі варіанти зсуву і згину балки в якомусь перетині $n-n$ і показані прийняті правила знаків.

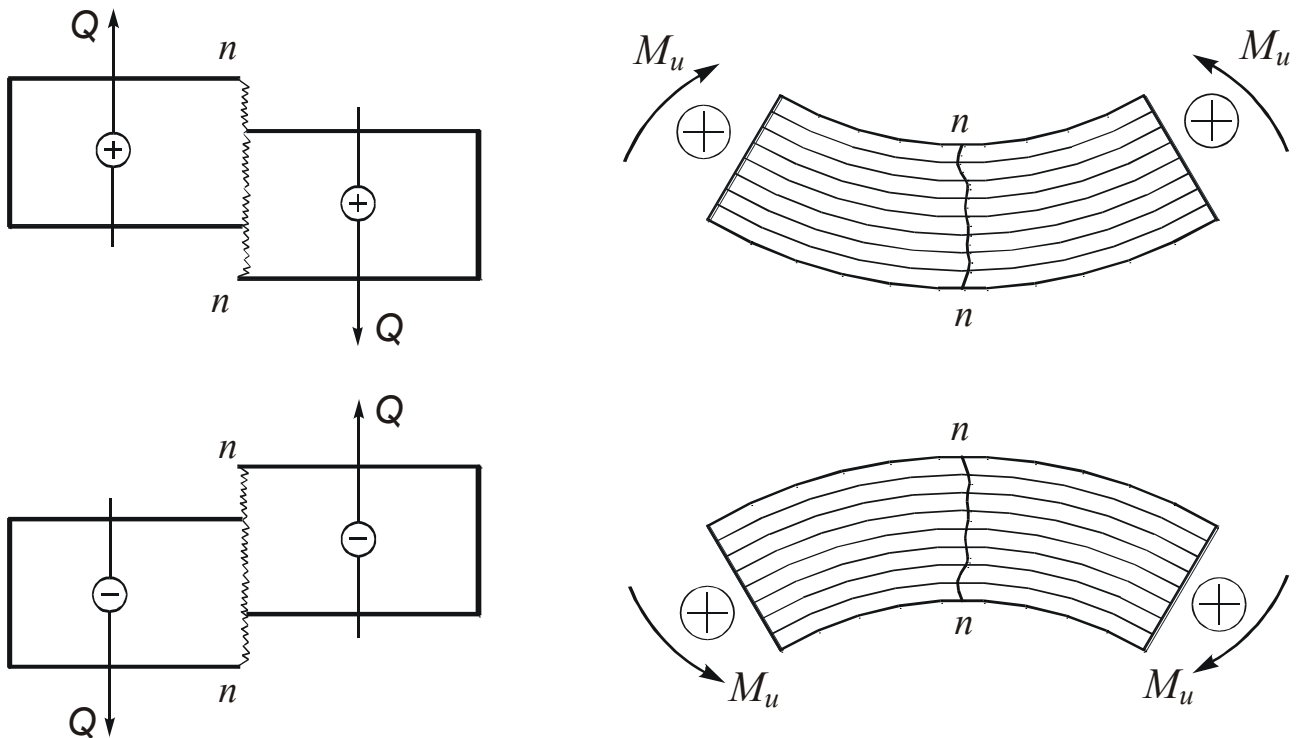


Рисунок 4.2 - До правил знаків внутрішніх перерізуючих сил і згинальних моментів

Згідно з прийнятим правилом знаків зовнішня сила дає позитивну складову перерізуючої сили в розглянутому поперечному перерізі, якщо вона щодо цього перерізу створює момент, спрямований за годинниковою стрілкою, і від'ємну, якщо момент сили відносно перерізу спрямований проти годинникової стрілки.

Епюра внутрішніх згинальних моментів згідно з прийнятим правилом знаків будується на стислих волокнах, тобто M_{ux} в розглянутому поперечному перерізі відкладається з того боку балки, де при її згині в цьому перерізі зазначених моментом знаходяться стислі волокна.

При цьому для горизонтально розташованої балки зовнішня сила або пара сил дає позитивну складову згинального моменту в розглянутому поперечному перерізі, якщо вона в цьому перерізі згинає балку опуклістю вниз, тобто так, що стислі волокна знаходяться у верхній частині балки, а розтягнуті - в нижній, і від'ємну, якщо сила або пара сил в перерізі згинає балку опуклістю вгору.

При побудові епюр Q_y і M_{ux} зручно розділити балку на дві ділянки і для лівої ділянки будувати епюри ходом зліва направо, відкидаючи ліві і розглядаючи праві частини балки, а для правого - ходом справа наліво, відкидаючи праві і розглядаючи ліві її частини. При цьому значення Q_y і M_{ux} на стику обох ділянок повинні бути однаковими або відрізнятися на величину діючих в перерізі стику зовнішньої сили або зовнішнього моменту (якщо вони мають місце).

4.1.3 Перевірка правильності побудови епюр Q_y і M_{ux} на основі диференціальних залежностей між q , Q_y і M_{ux}

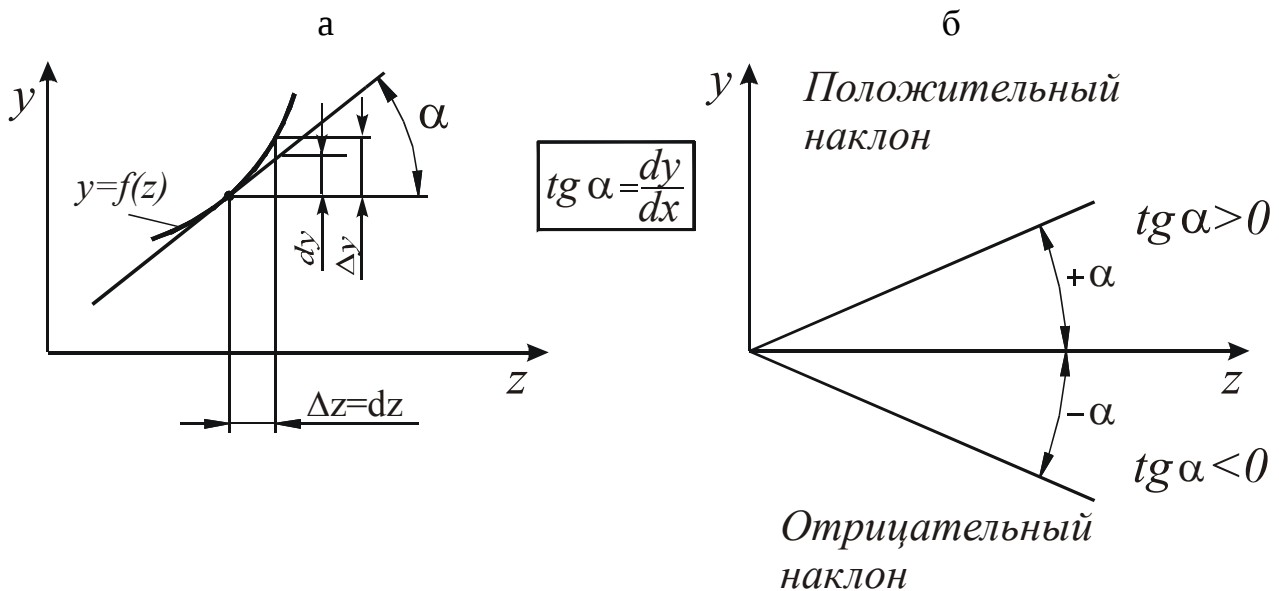
Побудова епюр Q_y і M_{ux} можна легко перевірити, використовуючи диференціальні залежності між інтенсивністю розподіленого навантаження q , поперечною силою Q_y і згинальним моментом M_{ux} в конкретному поперечному перерізі:

$$q = \frac{dQ_y}{dz}; \quad Q_y = \frac{dM_{ux}}{dz}; \quad q = \frac{d^2 M_{ux}}{dz^2}. \quad (4.2)$$

З курсу математичного аналізу відомо, що геометричній інтерпретацією похідної функції $y=f(z)$ є тангенс кута нахилу дотичної до графіка цієї функції (рис. 4.3,а).

При позитивних значеннях dz (відкладених в сторону позитивного напрямку осі Z) і позитивних значеннях $dy \operatorname{tg} \alpha$ і α позитивні; при позитивних значеннях dz і від'ємних $dy \operatorname{tg} \alpha$ и α - від'ємні (рис. 4.3,б).

Якщо $\frac{d^2 y}{dz^2} > 0$, графік $y=f(z)$ має увігнутість, звернену в бік позитивного напрямку осі y , і навпаки.



Δy - прирост функції; dy – диференціал функції

Рисунок 4.3 – До правил перевірки еюр перерізуючих сил і згинальних моментів

Таким чином, q в конкретному поперечному перерізі є тангенс кута нахилу дотичної до еюри $Q_y=f(z)$, а Q_y - тангенс кута нахилу дотичної до еюри $M_{ux}=f(z)$ в цьому перерізі. Крім того, знак (напрямок) q визначає напрямок увігнутості еюри M_{ux} . При цьому опуклість еюри M_{ux} звернена назустріч напрямку q .

Звідси такі правила перевірки еюр:

- для ділянки балки з $q=0$ $Q_y=const$, тобто еюра Q_y повинна являти собою пряму, паралельну осі Z , а еюра M_{ux} - похилу пряму (с позитивним нахилом при $Q_y>0$ і від'ємним при $Q_y<0$) або пряму, паралельну осі Z , при $Q_y=0$;

- для ділянки балки с $q=const \neq 0$ еюра Q_y повинна являти собою похилу пряму з позитивним нахилом, якщо $q>0$ (направлена в сторону позитивного напрямку осі y) і від'ємним нахилом, якщо $q<0$. Еюра M_{ux} на цій ділянці повинна являти собою параболічну криву з опуклістю, оберненою назустріч напрямку (стрілкам) q ;

- в перерізах, де еюра Q_y переходить через нуль, еюра M_{ux} має екстремум: максимум - якщо еюра Q_y переходить з позитивних значень на від'ємні, мінімум - якщо навпаки;

- в перерізі під зосередженою силою на еюри Q_y повинен бути стрибок на величину і в напрямку цієї сили, а на еюри M_{ux} - різка зміна кута нахилу сумі-

жних ділянок епюри (злам);

- в перерізі, де прикладений зовнішній згинальний момент, епюра M_{ux} повинна мати стрибок на величину цього моменту. На епюрі Q_y ЦЕ не відображається.

Примітка. При перевірці правильності побудови епюр за вказаними правилами слід переміщатися уздовж балки весь час в одному напрямку - в напрямку осі Z , в даному випадку - зліва направо.

4.1.4 Напруження в поперечних перерізах балки при поперечному вигині

При наявності в поперечному перерізі балки внутрішнього згинального моменту M_{ux} суміжні поперечним перерізом залишаючись плоскими (гіпотеза плоских перерізів), повертаються щодо один одного навколо нейтральної осі перерізу (лінії перетинання перерізу з нейтральним шаром балки), якою в даному випадку є вісь $x-x$. При цьому, в перерізі виникають нормальні напруження σ (по одну сторону нейтральної осі - стискають, по іншу - розтягують), які постійні по ширині перерізу, а по висоті змінюються за лінійним законом (рис. 4.4):

$$\sigma(y) = \frac{M_{ux}y}{J_x}, \quad (4.3)$$

де $J_x = \int_A y^2 dA$ - момент інерції перерізу відносно нейтральної осі $x-x$;

y - відстань від нейтральної осі до розглянутої точки перерізу.

З формули (4.3) випливає, що максимальні нормальні напруження при згині виникають в точках, найбільш віддалених від нейтральної осі:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{ux}y_{max}}{J_x} = \frac{M_{ux}}{W_x}, \quad (4.4)$$

де $W_x = \frac{J_x}{y_{max}}$ - момент опору перерізу вигину щодо осі X .

Для круглого перерізу:

$$J_x = \frac{\pi d^4}{64}; \quad W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3.$$

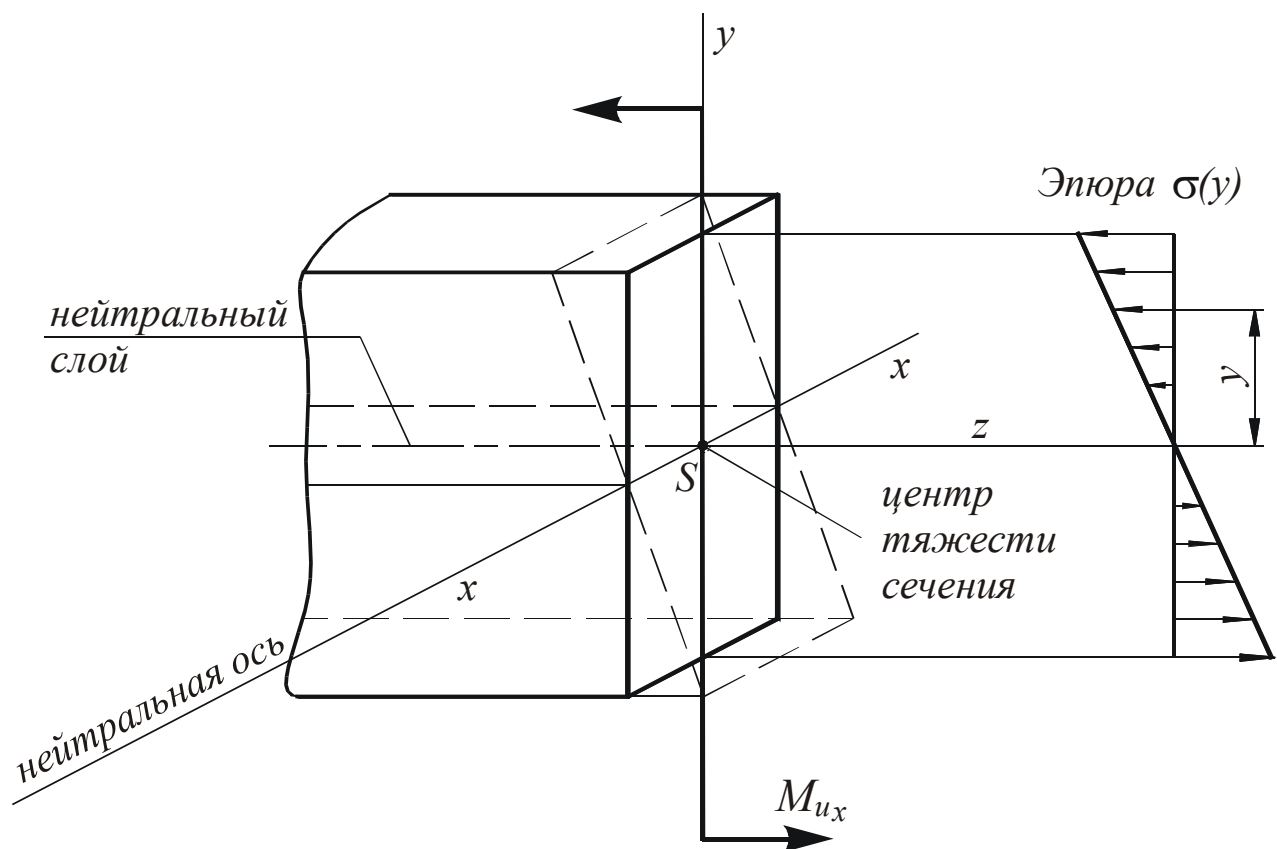


Рисунок 4.4 – Розподіл нормальних напружень по поперечному перерізі балки при вигині

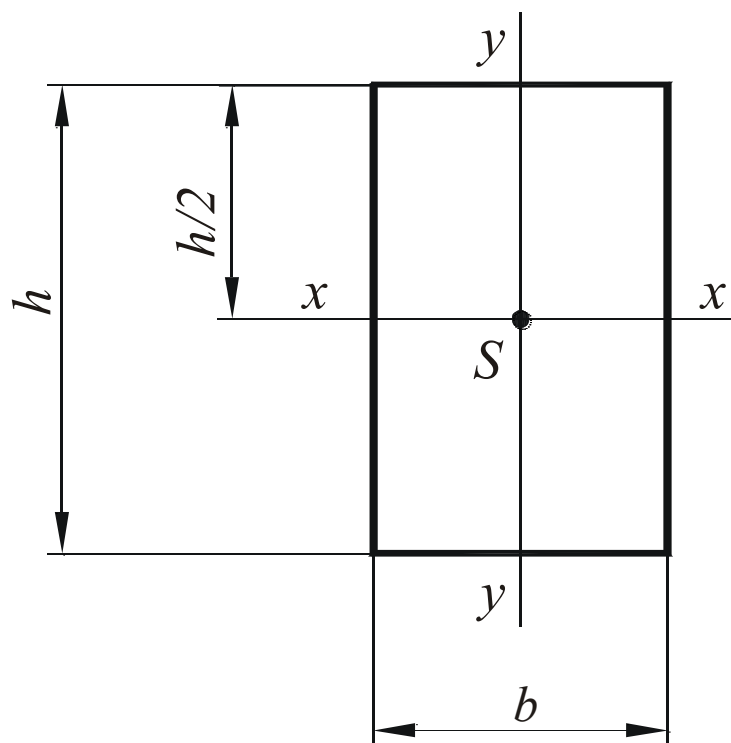


Рисунок 4.5 – Прямокутний переріз

Для прямокутного перерізу (рис. 4.5):

$$J_x = \frac{bh^3}{12}; \quad W_x = \frac{bh^2}{6}.$$

При наявності в поперечному перерізі внутрішньої перерізуючої сили Q_y суміжні перерізи зсуваються відносно один одного в напрямку Q_y , що викликає появу в перерізі дотичних напружень τ , які для прямокутних перерізів і складених з прямокутників паралельні Q_y , по ширині перерізу постійні, а по висоті змінюються відповідно до формули Журавського (рис. 4.6):

$$\tau(y) = \frac{Q_y S(y)}{J_x b(y)}, \quad (4.5)$$

де $S(y) = \int_A y dA$ - статичний момент відносно нейтральної осі $x-x$ частини поперечного перерізу, розташованої вище або нижче рівня у розглянутій точки;

$b(y)$ - ширина перерізу на рівні розглянутої точки;

J_x - момент інерції перерізу відносно нейтральної осі $x-x$.

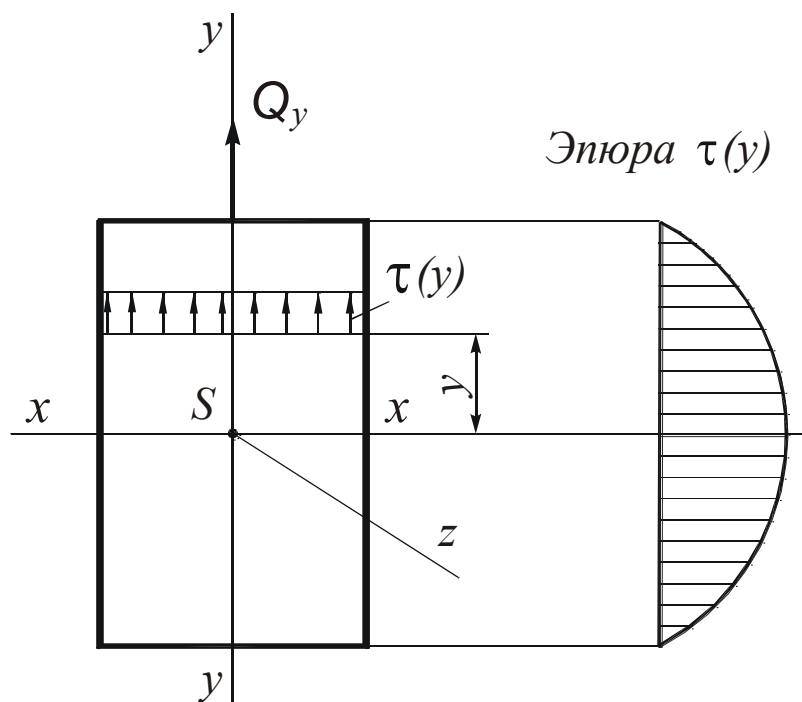


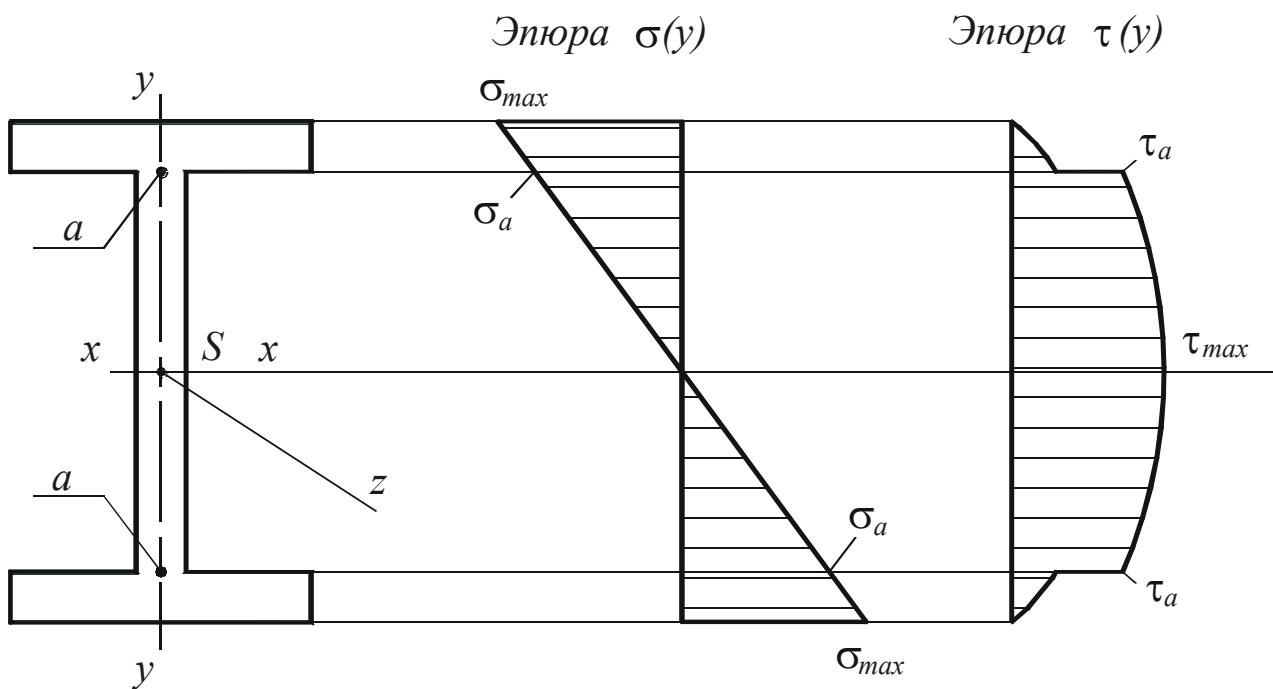
Рисунок 4.6 – Розподіл дотичних напружень по прямокутному поперечному перерізу балки при поперечному вигині

4.1.5 Підбір перерізів балок

Для більшості довгих балок, що зустрічаються на практиці, нормальні напруження значно вище дотичних, тому необхідний переріз балок, як правило, знаходять з умови міцності за нормальним напруженням, яке для матеріалів, що однаково чинять опір розтягання і стисканню, має вигляд

$$\sigma_{max} = \frac{|M_{ux,max}|}{W_x} \leq [\sigma]. \quad (4.6)$$

Переріз, отриманий з умови міцності (4.6), перевіряють по дотичним напруженням ($\tau_{max} \leq [\tau]$). Перевірка ця робиться для перерізу з максимальною перерізуючою силою. Для тонкостінних (таврових, двотаврових і коробчастих) балок робиться додаткова перевірка по еквівалентним напруженням ($\sigma_{екв,max} \leq [\sigma]$) для точок стінки в місці їх переходу в полку, де одночасно можуть бути значними як нормальні, так і дотичні напруження (рис. 4.7). Перевірка ця робиться для перерізів, де одночасно діють великі внутрішні згинальний момент і перерізуюча сила.



a – точки стінки в місці переходу її в полки

Рисунок 4.7 – Епюри розподілу σ і τ в двотавровому перерізі при поперечному вигині

В околиці точки a (см. рис. 4.7) площинами, паралельними координатним, виділимо елемент у вигляді нескінченно малого прямокутного паралелепіпеда (рис. 4.8). По бічних гранях цього елемента будуть діяти σ_a і τ_a . Відповідно до закону парності дотичні напруження, рівні за величиною τ_a , діятимуть також по верхній і нижній його гранях. Нормальні напруження за цими гранями для поперечних перерізів, взятих на достатньому видаленні від зовнішніх сил, дорівнюватимуть нулю. Дві грані (передня і задня) вільні від напружень. Таким чином, виділений елемент відчуває плоский напружений стан.

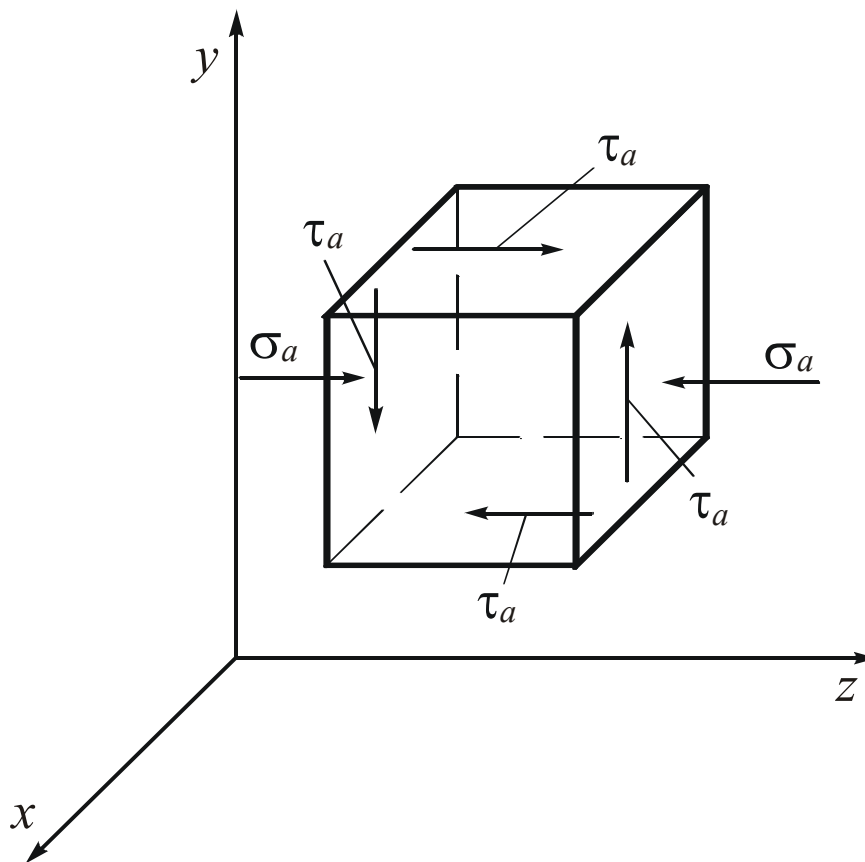


Рисунок 4.8 – До визначення еквівалентних напружень при поперечному вигині

Для даного виду плоского напруженого стану по III теорії міцності (максимальних дотичних напружень)

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} ; \quad (4.7)$$

по IV теорії міцності (енергетичній)

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}. \quad (4.8)$$

Можна вважати, що в даному випадку $\sigma_{\text{экв}}$ - це умовне нормальне напруження в даній точці перерізу, яке в її околиці створює напружений стан рівнонебезпечний тому, який створюють одночасно реально діючі в ній σ и τ .

4.2 Приклад розрахунку

Для заданої схеми балки (рис. 4.9) побудувати епюри внутрішніх перерізуючих сил і згинальних моментів. З умови міцності балки за нормальними напруженням підібрати кругле, прямокутне (з відношенням $h/b=2$) і двотавровий перерізи. Для найбільш економічного перерізу провести повну перевірку балки на міцність. Матеріал балки – Ст. 3.

$$[\sigma]=160 \text{ МПа}; [\tau]=100 \text{ МПа}.$$

4.2.1 Визначення реакцій опор

$$\sum M_B(F)=0: M + q \cdot 2 \cdot 1 + F \cdot 0,5 - Y_A \cdot 3 = 0;$$

$$Y_A = \frac{M + q \cdot 2 \cdot 1 + F \cdot 0,5}{3} = \frac{4 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 1 + 6 \cdot 10^4 \cdot 0,5}{3} = 5 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

$$\sum M_A(F)=0: M - q \cdot 2 \cdot 2 - F \cdot 2,5 + Y_B \cdot 3 = 0;$$

$$Y_B = \frac{-M + q \cdot 2 \cdot 2 + F \cdot 2,5}{3} = \frac{-4 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 2 + 6 \cdot 10^4 \cdot 2,5}{3} = 9 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

$$\text{Перевірка: } \sum Y = 0: Y_A + Y_B - q \cdot 2 - F = 5 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4 \cdot 2 - 6 \cdot 10^4 = 0.$$

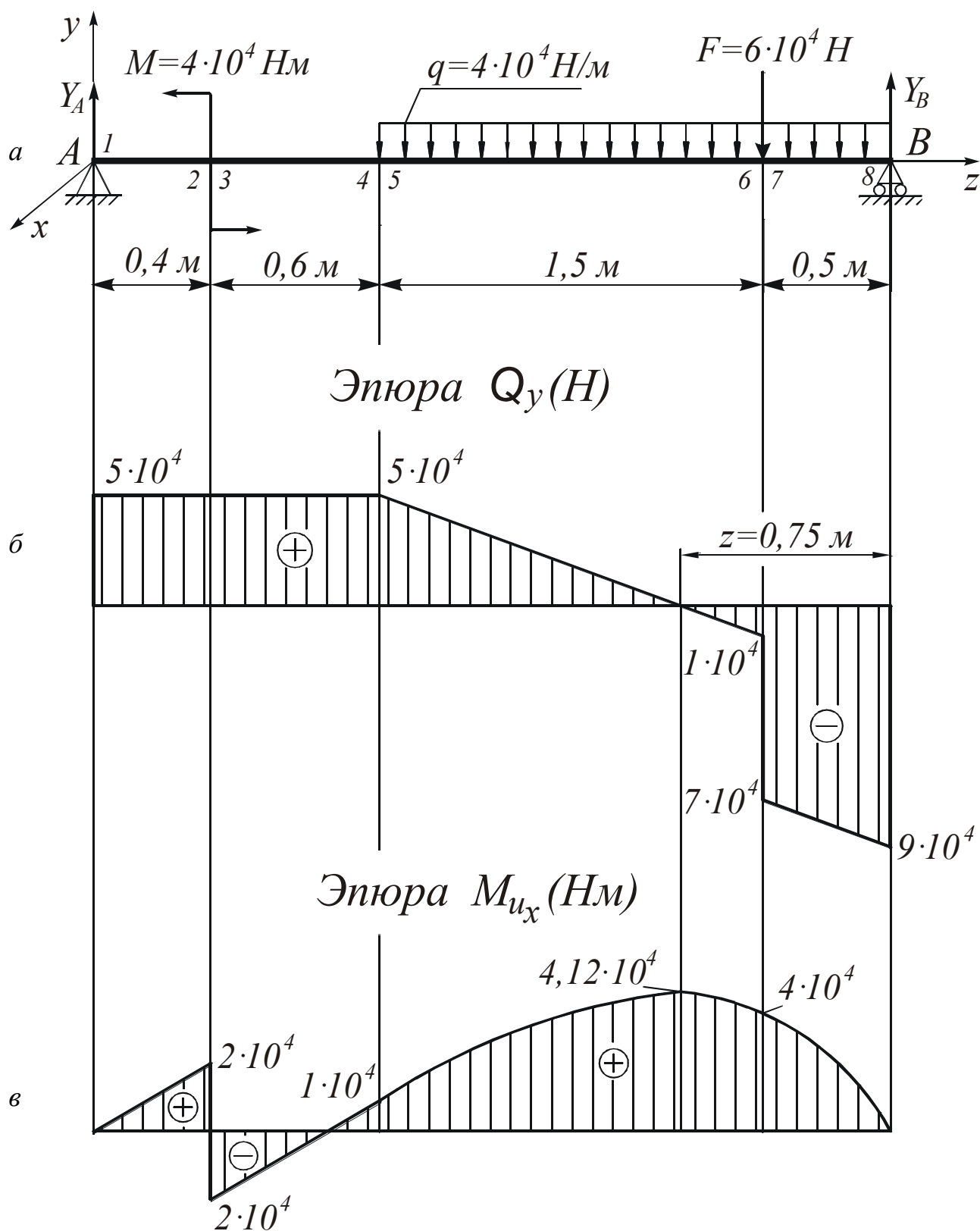


Рисунок 4.9 – Розрахункова схема балки (а) і епюри перерізуючих сил (б) і згинальних моментів (в)

4.2.2 Побудова епюр перерізуючих сил і згинальних моментів

Розіб'ємо балку на ділянки. Межами ділянок вважатимемо поперечні перерізи, в яких діють зосереджені сили і моменти, і перерізи, що є межею розподіленого навантаження. Пронумеруємо характерні поперечні перерізи, якими будемо вважати перерізи, розташовані нескінченно близько зліва і праворуч від меж ділянок.

Будемо переміщатися уздовж балки зліва направо, відкидаючи ліві і розглядаючи праві її частини

$$Q_{y1} = Y_A = 5 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$Q_{y2} = Q_{y1};$$

$$Q_{y3} = Q_{y2};$$

$$Q_{y4} = Q_{y3};$$

$$Q_{y5} = Q_{y4};$$

$$Q_{y6} = Q_{y5} - 1,5 \cdot q = 5 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4 \cdot 1,5 = -1 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$M_{ux1} = 0;$$

$$M_{ux2} = Y_A \cdot 0,4 = 5 \cdot 10^4 \cdot 0,4 = 2 \cdot 10^4 \text{ Нм};$$

$$M_{ux3} = M_{ux2} - M = 2 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4 = -2 \cdot 10^4 \text{ Нм};$$

$$M_{ux4} = Y_A \cdot 1 - M = 5 \cdot 10^4 \cdot 1 - 4 \cdot 10^4 = 1 \cdot 10^4 \text{ Нм};$$

$$M_{ux5} = M_{ux4};$$

$$M_{ux6} = Y_A \cdot 2,5 - M - q \cdot 1,5 \frac{1,5}{2} = 5 \cdot 10^4 \cdot 2,5 - 4 \cdot 10^4 - 4 \cdot 10^4 \cdot 1,5 \frac{1,5}{2} = 4 \cdot 10^4 \text{ Нм}.$$

Будемо переміщатися уздовж балки справа наліво, відкидаючи праві і розглядаючи ліві її частини.

$$Q_{y8} = -Y_B = -9 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

$$Q_{y7} = Q_{y8} + q \cdot 0,5 = -9 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^4 \cdot 0,5 = -7 \cdot 10^4 \text{ Н}.$$

$$M_{ux8} = 0;$$

$$M_{ux7} = Y_B \cdot 0,5 - q \cdot 0,5 \cdot \frac{0,5}{2} = 9 \cdot 10^4 \cdot 0,5 - 4 \cdot 10^4 \cdot 0,5 \frac{0,5}{2} = 4 \cdot 10^4 \text{ Нм.}$$

Примітка. При записі виразів для внутрішніх перерізуючої сили Q_y і згинального моменту M_{ux} зручно:

1) Для отримання Q_y в якомусь перерізі i використовувати вже знайдене значення Q_y для попереднього перерізу $Q_{yi} = Q_{y(i-1)} \pm \Delta Q$, де ΔQ - навантаження між перерізами $(i-1)$ і i .

2) Для M_{ux} можна використовувати знайдене значення M_{ux} попереднього перерізу тільки для суміжних перерізів: $M_{uxi} = M_{ux(i-1)} \pm M$, де M – зовнішній згинальний момент на межі перерізів $(i-1)$ і i , якщо він має місце. Для перерізів, віддалених на якій-то відстані один від одного, повинні складатися свої вирази M_{ux} , так як щодо цих перерізів одні і ті ж сили мають різні плечі.

Координата Z перерізу з $Q_y=0$

$$Q_y(Z) = -Y_B + qz + F = 0,$$

$$\text{звідси } Z = \frac{Y_B - F}{q} = \frac{9 \cdot 10^4 - 6 \cdot 10^4}{4 \cdot 10^4} = 0,75 \text{ м.}$$

$$M_{ux}(0,75) = 9 \cdot 10^4 \cdot 0,75 - \frac{4 \cdot 10^4 \cdot 0,75^2}{2} - 6 \cdot 10^4 (0,75 - 0,5) = 4,12 \cdot 10^4 \text{ Нм.}$$

4.2.3 Аналіз правильності побудови епюр перерізуючих сил і згинальних моментів на основі диференціальних залежностей між q , Q_y и M_{ux}

При аналізі епюр будемо переміщатися уздовж балки з початку координат (опора А) в сторону позитивного напрямку осі Z .

На ділянці $0 \leq Z \leq 0,4 \text{ м}$ $q=0$. Отже, епюра Q_y повинна являти собою пряму, паралельну осі X , а епюра M_{ux} - похилу пряму с позитивним нахилом, так як $Q_y > 0$.

На ділянці $0,4 \text{ м} \leq Z \leq 1 \text{ м}$ епюри Q_y і M_{ux} мають такий же вигляд, як на ділянці $0 \leq Z \leq 0,4 \text{ м}$.

В перерізі $Z=0,4 \text{ м}$ епюра M_{ux} має стрибок на величину $M=4 \cdot 10^4 \text{ Нм}$.

На ділянці $1 \text{ м} \leq Z \leq 3 \text{ м}$ $q=\text{const} \neq 0$. Отже, епюра Q_y повинна являти со-

бою похилу пряму з від'ємним нахилом (так як $q < 0$), а епюра M_{ux} - параболічну криву з опуклістю вгору, назустріч напрямку (стрілкам) q .

В перерізі $Z=2,5$ м епюра Q_y повинна мати стрибок на величину $F=6 \cdot 10^4$ Н, а епюра M_{ux} - злом.

В перерізі $Z=3-0,75=2,25$ м, де епюра Q_y переходить через нуль, епюра M_{ux} повинна мати екстремум (в даному випадку максимум, так як в нульовій точці епюра Q_y переходить з позитивних значень на від'ємні).

4.2.4 Підбір перерізів балки

Перерізи балки підбираємо з умови міцності за нормальними напруженням, формула (4.6)

$$\sigma_{max} = \frac{|M_{ux\ max}|}{W_x} \leq [\sigma].$$

$$\text{Звідси } W_x \geq \frac{|M_{ux\ max}|}{[\sigma]} = \frac{4,12 \cdot 10^4 \cdot 10^3}{160} = 257 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

1) Круглий переріз: $W_x \approx 0,1d^3$;

$$d \geq \sqrt[3]{10W_x} = \sqrt[3]{10 \cdot 257 \cdot 10^3} = 137 \text{ мм};$$

$$A_K = 0,785 \cdot d^2 = 0,785 \cdot 137^2 = 14,7 \cdot 10^3 \text{ мм}^2.$$

2) Прямокутний переріз ($h=2b$):

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b^3}{1,5};$$

$$b \geq \sqrt[3]{1,5W_x} = \sqrt[3]{1,5 \cdot 257 \cdot 10^3} = 73 \text{ мм};$$

$$h = 2b = 2 \cdot 73 = 146 \text{ мм};$$

$$A_n = bh = 73 \cdot 146 = 10,6 \cdot 10^3 \text{ мм}^2.$$

3) Двотавровий переріз:

По сортаменту ГОСТ 8239-89 вибираємо двотавр № 24 с $W_x=289 \cdot 10^3 \text{ мм}^3$ и $A_0=3,48 \cdot 10^3 \text{ мм}^2$.

Площі отриманих поперечних перерізів відносяться:

$$A_0 : A_n : A_k = 3,48 \cdot 10^3 : 10,6 \cdot 10^3 : 14,7 \cdot 10^3 = 1 : 3,04 : 4,22.$$

Таким чином, найменшу площу має двотавровий переріз, а найбільшу - круглий.

При однакових питомих масах і довжинах маси розглянутих варіантів балок будуть відноситися як площі поперечних перерізів.

Отже, найекономічнішим з точки зору витрат матеріалу буде двотавровий переріз, тому остаточно для розглянутої балки приймаємо двотавровий переріз. беремо двотавр №24 (рис. 4.10), для якого:

$$W_x = 289 \cdot 10^3 \text{ мм}^3; \quad J_x = 346 \cdot 10^5 \text{ мм}^4;$$

$$A = 3,48 \cdot 10^3 \text{ мм}^2; \quad S_x = 163 \cdot 10^3 \text{ мм}^3;$$

$$h=240 \text{ мм}; \quad b=115 \text{ мм}; \quad t=9,5 \text{ мм}; \quad d=5,6 \text{ мм}.$$

Тут S_x - статичний момент половини перерізу двотавру щодо нейтральної осі $x-x$.

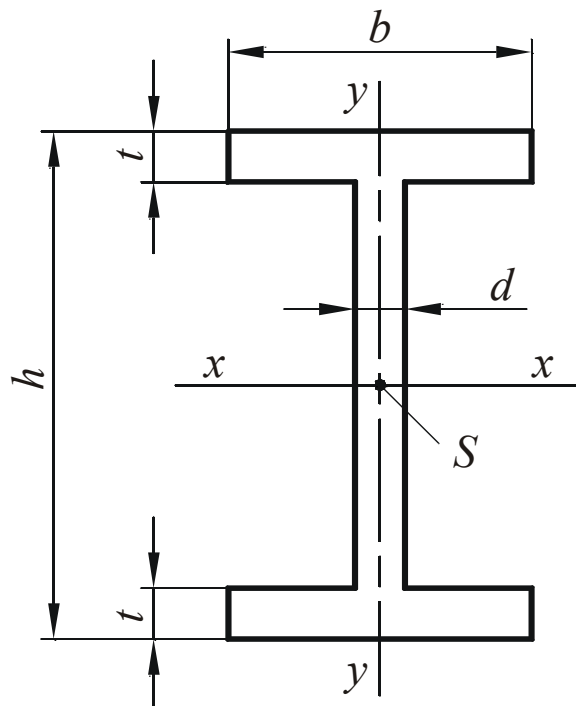


Рисунок 4.10 – Схема перерізу двотавра

4.2.5 Повна перевірка міцності двотаврової балки

1) Перевірка по нормальним напруженням:

$$\sigma_{max} = \frac{|M_{ux\ max}|}{W_x} = \frac{4,12 \cdot 10^4 \cdot 10^3}{289 \cdot 10^3} = 143 \text{ МПа} < [\sigma].$$

2) Перевірка по дотичним напруженням:

$$\tau_{max} = \frac{|Q_{y\ max}| S_x}{dJ_x} = \frac{9 \cdot 10^4 \cdot 163 \cdot 10^3}{5,6 \cdot 346 \cdot 10^5} = 76 \text{ МПа} \leq [\tau].$$

3) Перевірку по еквівалентним напруженням виконаємо для перерізу 7 (див. рис. 4.9), в якому діють близькі до максимальних перерізуюча сила і згинальний момент. Еквівалентні напруження визначимо для точок *a* стінки в місцях її переходу в полки (див. рис. 4.7):

$$\sigma_a = \frac{M_{ux} \left(\frac{h}{2} - t \right)}{J_x} = \frac{4 \cdot 10^4 \cdot 10^3 \left(\frac{240}{2} - 9,5 \right)}{346 \cdot 10^5} = 128 \text{ МПа};$$

$$\tau_a = \frac{Q_y S_n}{dJ_x} = \frac{7 \cdot 10^4 \cdot 126 \cdot 10^3}{5,6 \cdot 346 \cdot 10^5} = 45 \text{ МПа},$$

де статичний момент площі полки

$$S_n = bt \left(\frac{h-t}{2} \right) = 115 \cdot 9,5 \left(\frac{240-9,5}{2} \right) = 126 \cdot 10^3 \text{ мм}^3.$$

Еквівалентні напруження в точках *a* по IV теорії міцності

$$\sigma_{a\ экв} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2} = \sqrt{128^2 + 3 \cdot 45^2} = 149 \text{ МПа} < [\sigma].$$

Для розглянутого небезпечного перерізу побудуємо епюри розподілу нормальних і дотичних напружень (рис. 4.11).

$$\sigma_{max} = \frac{M_{ux}}{W_x} = \frac{4 \cdot 10^4 \cdot 10^3}{289 \cdot 10^3} = 138 \text{ МПа};$$

$$\tau_{max} = \frac{Q_y S_x}{d J_x} = \frac{7 \cdot 10^4 \cdot 163 \cdot 10^3}{5,6 \cdot 346 \cdot 10^5} = 59 \text{ МПа.}$$

Дотичні напруження в полках в місцях сполучення зі стінкою

$$\tau_n = \frac{Q_y S_n}{b J_x} = \frac{7 \cdot 10^4 \cdot 126 \cdot 10^3}{115 \cdot 346 \cdot 10^5} = 2,5 \text{ МПа.}$$

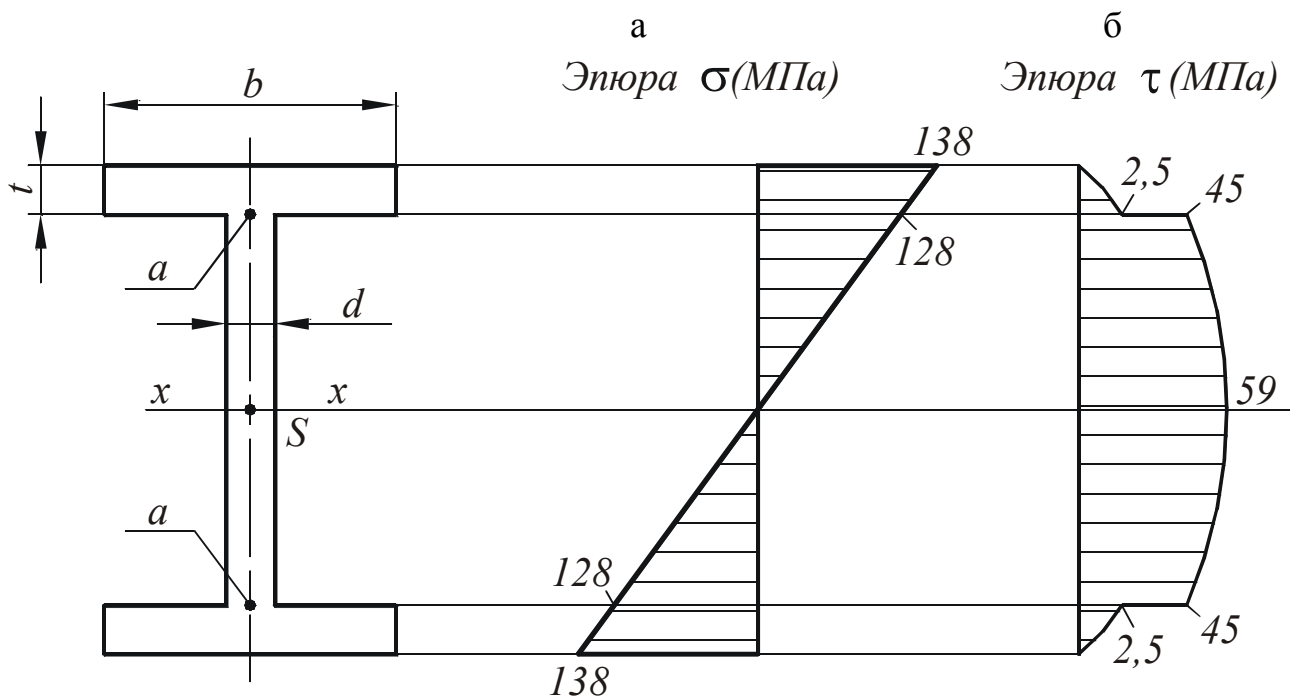


Рисунок 4.11 – Епюри розподілу нормальних (а) і дотичних (б) напружень в небезпечному поперечному перерізі балки

4.3 Питання для самоконтролю

- 1 Який вид навантаження називають чистим вигином?
- 2 Який вид навантаження називають поперечним вигином?
- 3 Який вид вигину називають плоским?
- 4 Які прийняті правила знаків для внутрішніх перерізуючих сил і згинальних моментів? чому знаки Q_y і M_{ux} визначають не їх безпосереднім напрямком, а напрямком деформацій, які вони викликають?
- 5 Які основні правила перевірки епюр Q_y і M_{ux} на основі диференціальних залежностей між q , Q_y і M_{ux} ?

6 Які напруження виникають в поперечному перерізі балки від дії внутрішнього згинального моменту?

7 Які напруження виникають в поперечному перерізі балки від дії внутрішньої перерізуючої сили?

8 Як виглядають формули для σ и τ в поперечних перерізах балки при поперечному вигині?

9 Який закон розподілу нормальних напружень в поперечному перерізі балки при вигині?

10 Який закон розподілу дотичних напружень в поперечному перерізі балки при поперечному вигині?

11 У яких точках поперечного перерізу виникають максимальні нормальні напруження при вигині?

12 У яких точках поперечного перерізу виникають максимальні дотичні напруження при поперечному вигині?

13 Яку величину називають осьовим моментом інерції перерізу? Яка його одиниця виміру?

14 Яку величину називають осьовим моментом опору перерізу вигину? Яка його одиниця виміру?

15 За яким умові міцності визначають перетину балок при поперечному вигині і чому?

16 Що розуміють під еквівалентними напруженнями?

17 Чому для двотаврових перерізів необхідна перевірка по еквівалентним напруженням?

5 СПІЛЬНА ДІЯ КРУЧЕННЯ З ВИГИНОМ

5.1 Теоретичні відомості

У розділі 3 розглядається чисте кручення валів, але на практиці кручення валів завжди супроводжується поперечним вигином, в основному зусиллями в насаджених на них елементах передач. В результаті внутрішні зусилля в поперечних перерізах вала в загальному випадку приводяться до п'яти силовим факторам: крутному моменту $M_{кр.z}$, згинальним моментам M_{ux} і M_{uy} і перерізуючим силам Q_y і Q_x (рис. 5.1).

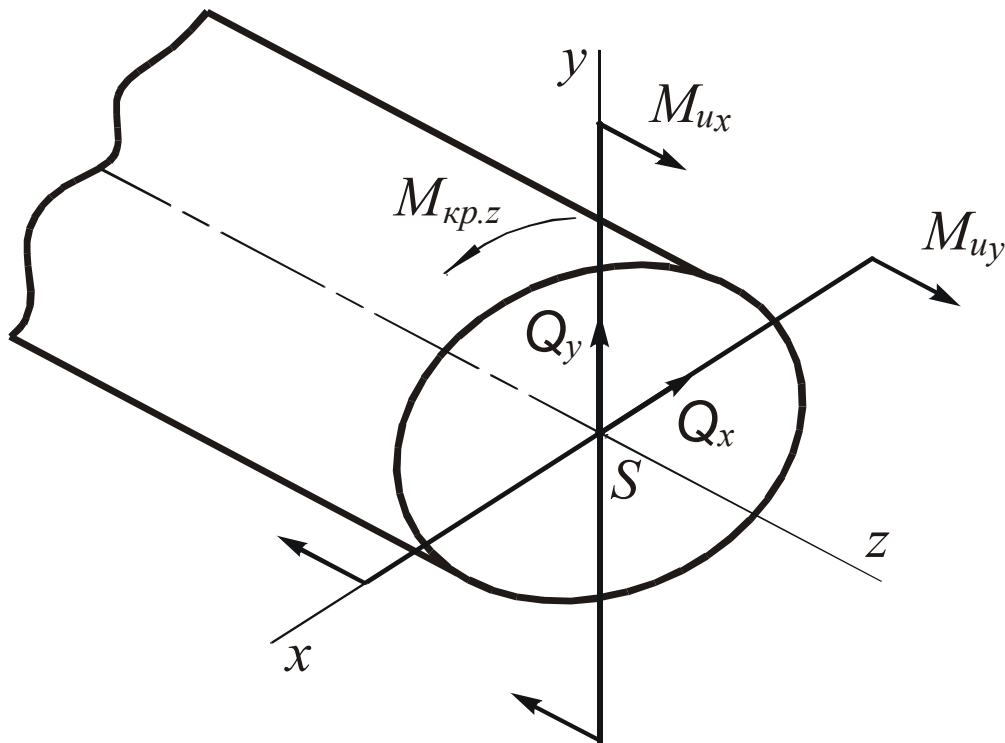


Рисунок 5.1 – Схема внутрішніх силових факторів в поперечному перерізі вала, що працює на кручення з вигином

Як правило, у валів дотичні напруження, що виникають від дії перерізуючих сил Q_y і Q_x , невеликі і при розрахунку їх не враховують. Тому розрахунок валів, що працюють на кручення з вигином, проводять по трьом внутрішнім силовим факторам: $M_{кр.z}$, M_{ux} , M_{uy} , які викликають в їх поперечних перерізах нормальні напруження σ і дотичні τ (рис. 5.2).

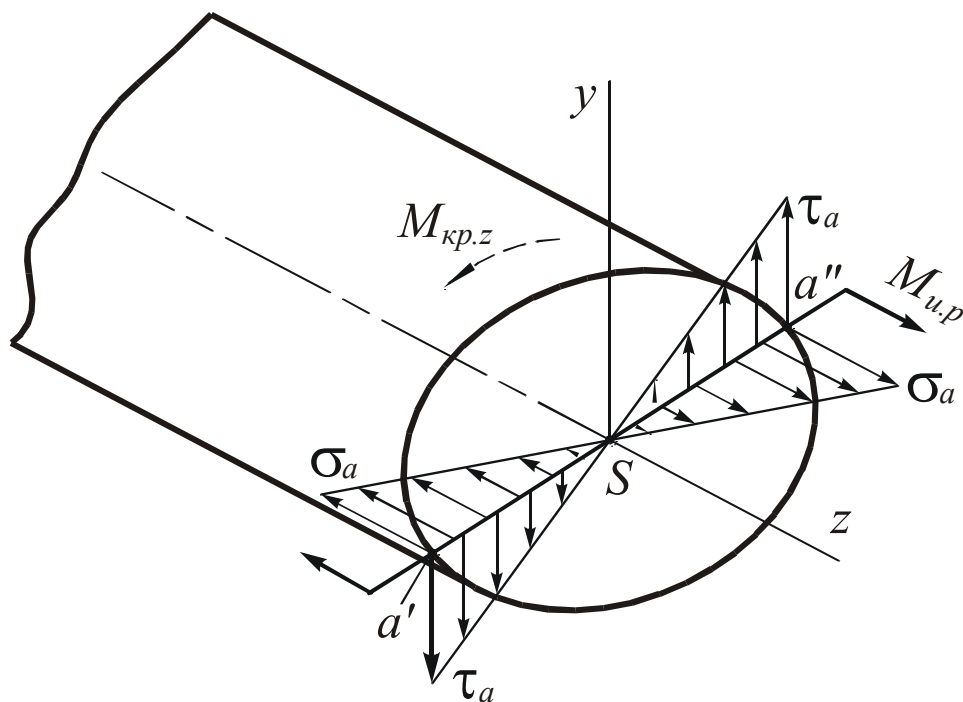


Рисунок 5.2 – Розподіл нормальних і дотичних напружень в поперечному перерізі вала, що працює на кручення з вигином

Максимальні нормальні напруження від вигину в поперечному перерізі вала виникають у його поверхні в осьовій площині дії результуючого згинального моменту $M_{u.p} = \sqrt{M_{ux}^2 + M_{uy}^2}$ – точки a' і a'' (см. рис. 5.2).

Максимальні дотичні напруження в поперечному перерізі вала також виникають у його поверхні. Таким чином, небезпечними будуть точки a' і a'' .

Елементарні паралелепіпеди, виділені в околиці точок a' і a'' , знаходяться в умовах такого ж плоского напруженого стану, що і при поперечному вигині (див. рис. 4.8), для якого еквівалентні напруження за III і IV теоріями міцності визначаються формулами (4.7), (4.8). Різниця полягає лише в тому, що при поперечному вигині дотичні напруження викликані не крутним моментом, а перерізуючою силою.

Для конкретного поперечного перерізу вала нормальне і дотичне напруження в небезпечних точках:

$$\sigma_a = \frac{M_{u.p}}{W_0} ; \quad \tau_a = \frac{M_{кр.z}}{W_\rho}.$$

Для суцільного поперечного перерізу вала осьовий і полярний моменти опору перерізу:

$$W_x = W_y = W_0 = \frac{\pi d^3}{32}; W_p = \frac{\pi d^3}{16}, \text{ т. е. } W_p = 2W_0.$$

При цьому для вала формули (4.7), (4.8) приймають вид:

- за III теорією міцності

$$\sigma_{\text{экв.а}} = \sqrt{\left(\frac{M_{u.p}}{W_0}\right)^2 + 4\left(\frac{M_{kp.z}}{2W_0}\right)^2} = \frac{\sqrt{M_{u.p}^2 + M_{kp.z}^2}}{W_0} = \frac{M_{np}}{W_0};$$

- за IV теорією міцності

$$\sigma_{\text{экв.а}} = \sqrt{\left(\frac{M_{u.p}}{W_0}\right)^2 + 3\left(\frac{M_{kp.z}}{2W_0}\right)^2} = \frac{\sqrt{M_{u.p}^2 + 0,75M_{kp.z}^2}}{W_0} = \frac{M_{np}}{W_0}.$$

Тут M_{np} – приведений момент. Можна вважати, що M_{np} – це умовний внутрішній згинальний момент в перерізі, еквівалентний одночасно чинним в ньому реальним внутрішнім згинальному і крутному моментам $M_{u.p}$ і $M_{kp.z}$.

При цьому умова міцності вала, що зазнає одночасну дію кручення з вигином,

$$\sigma_{\text{экв.мах}} = \frac{M_{np.max}}{W_0} \leq [\sigma], \quad (5.1)$$

де за III теорією міцності (максимальних дотичних напружень)

$$M_{np} = \sqrt{M_{u.p}^2 + M_{kp.z}^2}; \quad (5.2)$$

за IV теорією міцності (енергетичною)

$$M_{np} = \sqrt{M_{u.p}^2 + 0,75M_{kp.z}^2}. \quad (5.3)$$

Для знаходження перерізу з $M_{np}=M_{np.max}$ необхідно попередньо побудувати епюри $M_{u,p}=f(Z)$ і $M_{kp,z}=f(Z)$. При цьому для побудови епюри $M_{u,p}$ спочатку повинні бути побудовані епюри M_{ux} і M_{uy} . Зрозуміло, що для кожного поперечного перерізу вала результуючий момент $M_{u,p} = \sqrt{M_{ux}^2 + M_{uy}^2}$ матиме свою осьову площину дії. Але так як вал має круглий поперечний переріз, для якого моменти опору щодо всіх осей однакові, то без впливу на результати розрахунку можна побудувати умовну епюру $M_{u,p}$, поєднавши осьові площині дії результуючих згинальних моментів у всіх поперечних перерізах з площиною креслення.

Перш ніж будувати зазначені епюри, необхідно скласти розрахункову схему вала, для чого всі зовнішні сили, прикладені до насадженим на нього елементам передач, повинні бути перенесені на вісь вала.

Описана методика розрахунку валів відповідає їх статичному навантаженню і може бути використана для проектувальних розрахунків. Вали реальних передач круговрацального руху знаходяться в умовах змінного циклічного навантаження. Тому для валів, конструктивно оформлених по знайденому з проектувального розрахунку діаметру, повинен бути виконаний перевірочний розрахунок на втомну міцність (витривалість). При проектувальному статичному розрахунку невраховану циклічність навантаження побічно враховують зниженням допустимого напруження $[\sigma]$.

У деяких конструкціях вали, крім скручування і вигину, розтягуються або стискаються осьовими нормальними силами N . Вплив цих додаткових сил на міцність вала може бути враховано добавкою до найбільших нормальних на-

пружень від вигину $\sigma_u = \frac{M_{u,p}}{W_0}$ нормальних напружень від розтягання-

стискання $\sigma_p = \frac{N}{A}$, де A - площа поперечного перерізу вала.

Ввести σ_p в умову міцності проектувального розрахунку (5.1) не представляється можливим, σ_p враховують тільки при перевірочних розрахунках.

5.2 Приклад розрахунку

Для заданої схеми навантаження проміжного вала конічно-циліндричного редуктора (рис. 5.3) визначити необхідний діаметр валу, користуючись теорією максимальних дотичних напружень.

$d_1=200$ мм; $d_2=100$ мм; зовнішній крутний момент, що передається валом $T=150$ Нм; $\alpha=20^\circ$; $\delta=71,6^\circ$ - кути між зусиллями в зачепленнях; $[\sigma]=80$ МПа.

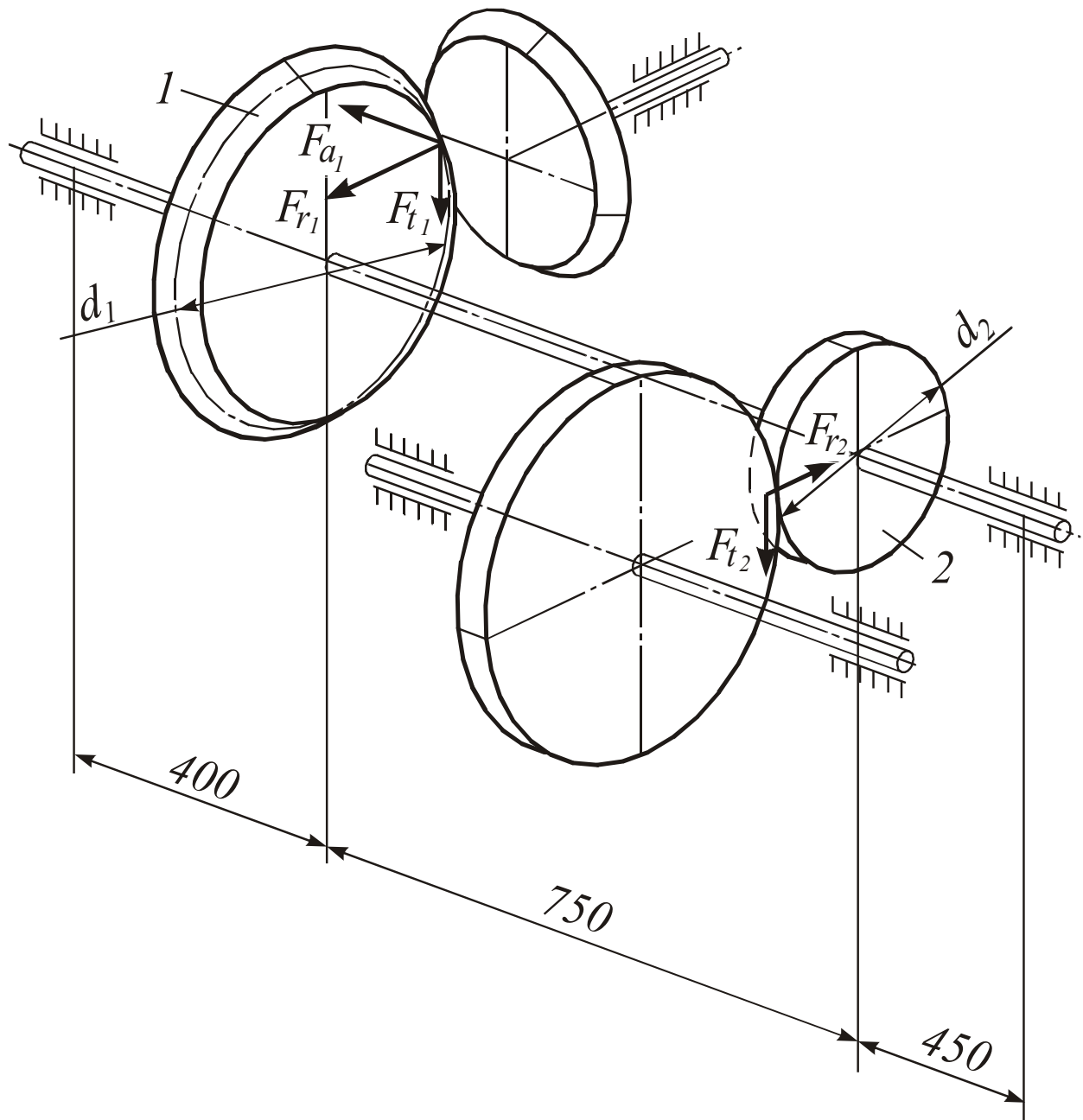


Рисунок 5.3 – Схема навантаження вала

5.2.1 Визначення розрахункових навантажень на вал

Моментами тертя в опорах вала нехтуємо.

Знайдемо зусилля в зачепленнях (див. рис. 5.3) за відповідними формулами для прямозубих циліндричних і конічних зубчастих пар:

- окружні сили:

$$F_{t1} = \frac{T}{0,5 \cdot d_1} = \frac{150}{0,5 \cdot 0,2} = 1500 \text{ H};$$

$$F_{t2} = \frac{T}{0,5 \cdot d_2} = \frac{150}{0,5 \cdot 0,1} = 3000 \text{ H};$$

- радіальні сили:

$$F_{r1} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta = 1500 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \cos 71,6^\circ = 172 \text{ H};$$

$$F_{r2} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 3000 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 1092 \text{ H};$$

- осьова сила:

$$F_{a1} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \delta = 1500 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \cdot \sin 71,6^\circ = 518 \text{ H}.$$

Знайдені зусилля в зачепленні перенесемо на вісь вала, в результаті чого отримаємо наступні розрахункові навантаження на нього (рис. 5.4):

- вертикальні сили F_{t1} , F_{t2} ;

- горизонтальні сили F_{r1} , F_{r2} ;

- осьову силу F_{a1} ;

- згинальний момент в горизонтальній площині

$$M_{u1} = F_{a1} \cdot 0,5 \cdot d_1 = 518 \cdot 0,5 \cdot 0,2 = 51,8 \text{ Нм};$$

- зовнішні крутні моменти $T_1 = T_2 = T = 150 \text{ Нм}$.

5.2.2 Вигин вала у вертикальній площині

Реакції опор:



$$\sum M_A(F_i) = 0: \quad Y_B \cdot 0,16 - F_{t1} \cdot 0,04 - F_{t2} \cdot 0,115 = 0;$$

$$Y_B = \frac{F_{t1} \cdot 0,04 + F_{t2} \cdot 0,115}{0,16} = \frac{1500 \cdot 0,04 + 3000 \cdot 0,115}{0,16} = 2531 \text{ H};$$

$$\sum M_B(F_i) = 0: \quad F_{t1} \cdot 0,12 + F_{t2} \cdot 0,045 - Y_A \cdot 0,16 = 0;$$

$$Y_A = \frac{F_{t1} \cdot 0,12 + F_{t2} \cdot 0,045}{0,16} = \frac{1500 \cdot 0,12 + 3000 \cdot 0,045}{0,16} = 1969 \text{ H}.$$

Перевірка:

$$\sum Y_i = 0: \quad Y_A + Y_B - F_{t1} - F_{t2} = 2531 + 1969 - 1500 - 3000 = 0.$$

Внутрішні згинальні моменти M_{ux} :

- приймаємо хід зліва направо

$$M_{ux1} = 0;$$

$$M_{ux2} = M_{ux3} = Y_A \cdot 0,04 = 1969 \cdot 0,04 = 78,8 \text{ Нм};$$

$$M_{ux4} = Y_A \cdot 0,115 - F_{t1} \cdot 0,075 = 1969 \cdot 0,115 - 1500 \cdot 0,075 = 114 \text{ Нм};$$

- хід справа наліво

$$M_{ux6} = 0;$$

$$M_{ux5} = Y_B \cdot 0,045 = 2531 \cdot 0,045 = 114 \text{ Нм}.$$

Епюра M_{ux} зображена на рис. 5.4.

5.2.3 Вигин вала в горизонтальній площині

Реакції опор:



$$\sum M_A(F_i) = 0: \quad M_{u1} - F_{r1} \cdot 0,04 + F_{r2} \cdot 0,115 - x_B \cdot 0,16 = 0;$$

$$x_B = \frac{M_{u1} - F_{r1} \cdot 0,04 + F_{r2} \cdot 0,115}{0,16} = \frac{51,8 - 172 \cdot 0,04 + 1092 \cdot 0,115}{0,16} = 1066 \text{ Н.}$$

$$\sum M_B(F_i) = 0: \quad M_{u1} + F_{r1} \cdot 0,12 - F_{r2} \cdot 0,045 - x_A \cdot 0,16 = 0;$$

$$x_A = \frac{M_{u1} + F_{r1} \cdot 0,12 - F_{r2} \cdot 0,045}{0,16} = \frac{51,8 + 172 \cdot 0,12 - 1092 \cdot 0,045}{0,16} = 146 \text{ Н.}$$

Перевірка:

$$\sum X_i = 0: F_{r1} + x_B - x_A - F_{r2} = 172 + 1066 - 146 - 1092 = 0.$$

Внутрішні згинальні моменти M_{uy} :

- приймаємо хід зліва направо

$$M_{uy1} = 0;$$

$$M_{uy2} = -x_A \cdot 0,04 = -146 \cdot 0,04 = -5,8 \text{ Нм};$$

$$M_{uy3} = M_{uy2} + M_{u1} = -5,8 + 51,8 = 46 \text{ Нм};$$

- хід справа наліво

$$M_{uy6} = 0;$$

$$M_{uy5} = M_{uy4} = x_B \cdot 0,045 = 1066 \cdot 0,045 = 48 \text{ Нм.}$$

Епюра M_{uy} зображена на рис. 5.4.

5.2.4 Результуючі згинальні моменти

$$M_{u,p} = \sqrt{M_{ux}^2 + M_{uy}^2} ;$$

$$M_{u,p1} = 0 ;$$

$$M_{u,p2} = \sqrt{78,8^2 + (-5,8)^2} = 79 \text{ Нм};$$

$$M_{u,p3} = \sqrt{78,8^2 + 46^2} = 91,2 \text{ Нм};$$

$$M_{u,p4} = M_{u,p5} = \sqrt{114^2 + 48^2} = 124 \text{ Нм};$$

$$M_{u,p6} = 0 \text{ Нм}.$$

Умовно поєднавши осьові площині дії $M_{u,p}$ у всіх поперечних перерізах вала з площиною креслення, побудуємо умовну епюру $M_{u,p}$ (см. рис. 5.4)

5.2.5 Побудова епюр внутрішніх крутних моментів і нормальних сил

При неврахованому терті в опорах вала внутрішні крутні моменти діють тільки на ділянці вала між зубчастими колесами 3-4.

$$M_{кр,z} = \text{const} = T = 150 \text{ Нм}.$$

Епюра $M_{кр}$ зображена на рис. 5.4.

Так як радіально-завзятий підшипник знаходиться зліва від конічного колеса, то внутрішня нормальна сила діє тільки на ділянці 1-2.

$$N = -Q_{a1} = -518 \text{ Н}.$$

Епюра N зображена на рис. 5.4.

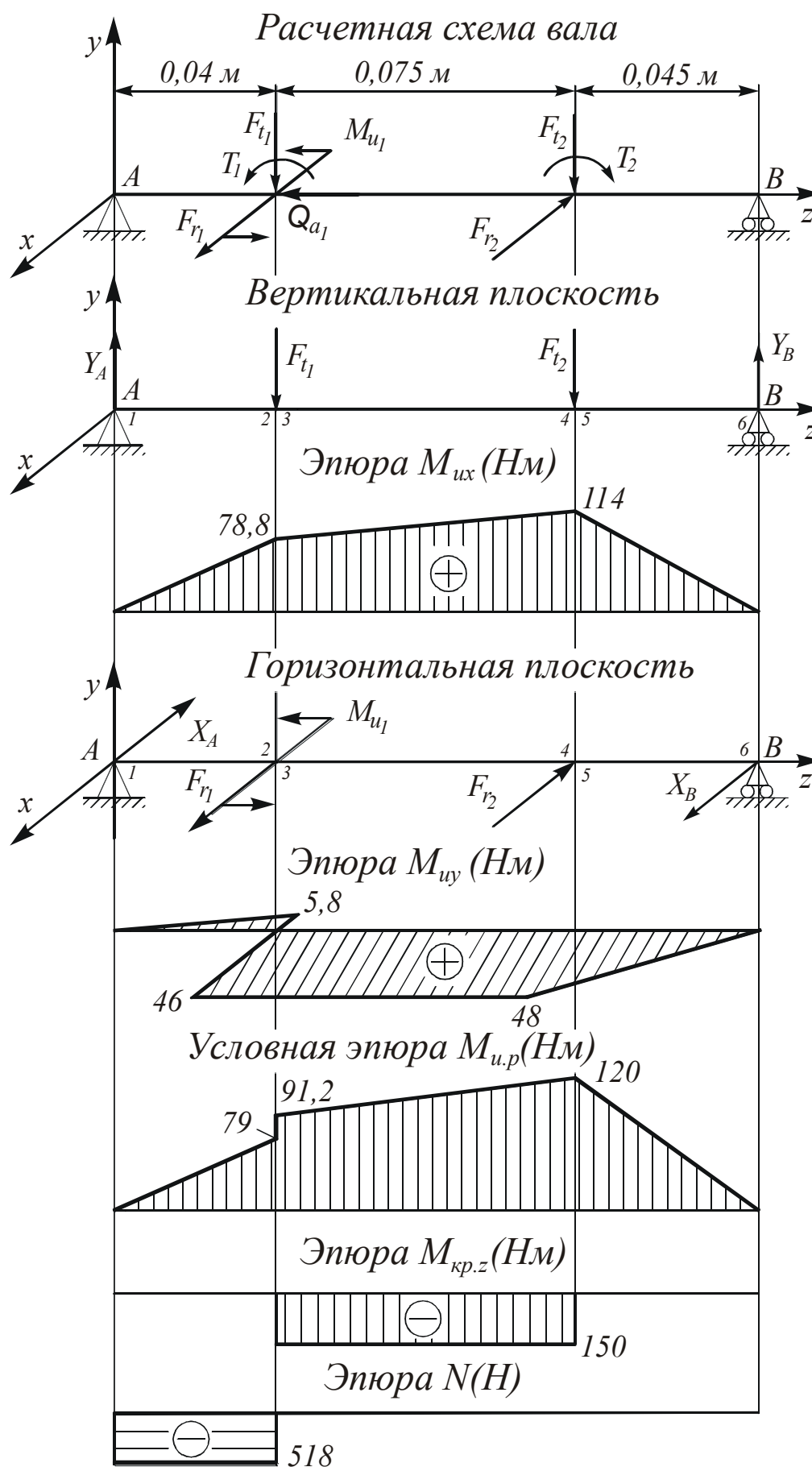


Рисунок 5.4 – Схема навантаження і епюри внутрішніх силових факторів до розрахунку вала на вигин з кручення

5.2.6 Визначення діаметра вала

Аналіз епюр $M_{u.p}$ и $M_{кр.z}$ показує, що небезпечним є переріз 4.

Умовний наведений згинальний момент в цьому перерізі з теорії максимальних дотичних напружень

$$M_{np.max} = \sqrt{M_{u.p}^2 + M_{кр.z}^2} = \sqrt{124^2 + 150^2} = 195 \text{ Нм.}$$

$$\text{Для суцільного вала } W_0 = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3.$$

Звідси з умови міцності (5.1) отримуємо:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{np.max}}{0,1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{195 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 80}} = 28,8 \text{ мм.}$$

Остаточно приймаємо $d=30 \text{ мм.}$

5.3 Питання для самоконтролю

- 1 Чому вали працюють не на чисте кручення, а на кручення с вигином?
- 2 Як отримати розрахункову схему вала?
- 3 Які напруження і від яких внутрішніх зусиль виникають при вигині с крученням?
- 4 Як виражається умова міцності при спільній дії вигину і кручення?
- 5 Чому міцність вала, що працює на вигин з крученням, повинна перевірятися по еквівалентним напруженням?
- 6 У яких точках поперечного перерізу вала, що працює на вигин з крученням, еквівалентні напруження максимальні?
- 7 Що таке приведений момент і як його знайти?
- 8 Чому епюра результуючих згинальних моментів в поперечних перерізах вала, що працює на вигин з крученням, є умовною?
- 9 Чому величина приведенного моменту залежить від вибору теорії міцності?

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Кинасошвили Р.С. Сопротивление материалов. - М.: Наука, 1975.- 384 с.
- 2 Рубинин М.В. Руководство к практическим занятиям по сопротивлению материалов. -М.: Машгиз, 1957. - 604 с.
- 3 Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. - М.: Наука, 1970. - 544 с.
- 4 Писаренко Г.С., Агарев В.А., Квитка А.Л. Сопротивление материалов. - Киев: Высшая школа, 1979. - 696 с.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Донбаська державна машинобудівна академія

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**ДО КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ
ПО ДИСЦИПЛІНІ «ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА І
ОСНОВИ КОНСТРУЮВАННЯ»**

для студентів галузі знань 13 «Механічна інженерія»,

14 «Електрична інженерія»

спеціальностей 136 «Металургія» та

141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

Укладачі

Стелла Миколаївна Зінченко,
Владислав Леонидович Москаленко
Микола Іванович Кінденко

435/2017.

Офсетная печать.

Тираж _____ экз.

Подп. в печ. 16.01.18

Усл. печ. л. 3,25

Формат 60×84/16

Уч.-изд. л. 2,36

№ заказа _____