

**Министерство образования и науки, молодежи и спорта
Украины
Донбасская государственная машиностроительная
академия**

Составитель Н.В. Климченкова

**Конспект лекций по дисциплине «Методология и
организация научной деятельности»**

Утверждено на заседании методического семинара
кафедры ЭСА
Протокол № 20 от 24.02. 2012

Краматорск 2012

Введение

Современное производство требует от специалистов умения самостоятельно ставить и решать различные принципиально новые технические задачи, чего нельзя сделать без овладения студентами основами научных исследований. Опираясь на общие и частные методы исследований, инженер, научный сотрудник получает ответ на то, с чего нужно начинать исследования, как относиться к фактам, как обобщать их, каким путем идти от фактов к выводам.

Когда специалисты-исследователи не располагают достаточным фактическим материалом, то в качестве средства решения поставленной технической задачи они используют гипотезы - научно обоснованные предположения, выдвигаемые для объяснения какого-либо процесса, которые после проверки могут оказаться истинными или ложными.

Гипотеза выступает часто как первоначальная формулировка, черновой вариант решения технической задачи, открываемых законов. Основой разработки каждого научного исследования является методология исследования, т.е. совокупность методов, способов, приемов и их определенная последовательность, принятая при организации и проведении научных исследований.

Методы исследований

Различают эмпирические и теоретические методы исследований.

Эмпирические опираются на *наблюдения и эксперимент*.

Наблюдения - это метод познания, при котором объект (процесс) изучают без вмешательства в него, фиксируют, измеряют лишь свойства объекта, характер его изменения от изменения влияющих факторов. Например, наблюдения за осадкой здания, сползание осыпи на косогорах, и др.

Эксперимент (инженерный эксперимент) - одно из направлений научных исследований.

Основа теории инженерного эксперимента: организация и проведение испытаний, анализ достоверности получаемых результатов, оценка влияния случайных факторов на ошибки отдельных измерений или результата эксперимента в целом, вопросы проектирования измерительных систем и планирования эксперимента, методы обработки данных и их анализ.

Теоретические исследования - аналитическое изучение и выявление причин, связей, зависимостей, позволяющих выявить поведение объекта исследования, определить и изучить его структуру, характеристику связей элементов и параметров объекта на основе разработанных в науке основополагающих законов и методов познания. Теоретические исследования формируют так, чтобы можно было проверить их эмпирически.

Теоретические и экспериментальные исследования связаны, дополняют друг друга, позволяют лучше изучить исследуемые объекты, процессы.

Последовательность этапов проведения научных исследований

Исследования проводят в определенной логической последовательности:

1-й этап. Формирование темы исследования.

Общее ознакомление с возникшей инженерной проблемой, информационный поиск по направлению исследования, ознакомление с результатами и методами исследования по возникшей проблеме, формирование темы и плана исследования.

2-й этап. Формирование цели и задачи исследования.

Изучение материалов обзора технической и научной литературы по возникшей проблеме. Анализ, сопоставление перерабатываемой информации, критическое изучение имеющейся информации. Формирование выводов по имеющимся материалам, целям и задачам исследования (какие вопросы следует изучить, в каких диапазонах меняющихся факторов, какой информации недостает).

3-й этап. Теоретические исследования.

Аналитическое исследование. Формируется гипотеза связи параметров объекта, выбор и обоснование модели. Математически описывается модель объекта. Получение аналитических зависимостей параметров объекта, анализ полученных результатов.

4-й этап. Экспериментальные исследования.

Формирование цели и задачи эксперимента, какие данные теоретических исследований нужно проверить, дополнить, уточнить. Планирование эксперимента (что нужно исследовать, в какой последовательности, при каком сочетании влияющих факторов, в каких пределах изменения параметров, в каком объеме, с какой точностью). Разработка методики программы исследований. Выбор средств измерений, конструирование модели объекта, стенда, экспериментальных установок и недостающих средств измерения. Обоснование способа измерения. Проведение экспериментов. Обработка результатов эксперимента.

5-й этап. Анализ и оформление результатов научного исследования.

Общий анализ теоретико-экспериментальных исследований, сопоставление экспериментальных и теоретических результатов исследования. Анализ расхождения полученных и имеющихся результатов других исследований. Уточнение используемой теоретической модели, результатов исследований и выводов. Проведение дополнительных экспериментов (при необходимости). Превращение примененной гипотезы в теорию. Формирование выводов и оформление отчета по проведенному исследованию, получение рецензий от других специалистов, работающих в данном направлении, которые подтверждают правильность методики проведения исследований и достоверность полученных результатов. Составление докладов и публикаций по полученным результатам.

6-й этап. Внедрение результатов исследований и оценка их экономической эффективности.

Методология теоретических исследований

Процесс теоретических исследований содержит несколько этапов:

- выбор проблемы;
- знакомство с известными решениями;
- отказ от известных путей решения аналогичных задач, или их уточнение ;
- анализ различных вариантов решения задачи, моделей объекта исследования;
- аналитическое решение на основе выбранной модели объекта исследования.

Часто удачные решения возникают у специалистов смежных областей знаний, на которых не давит груз известных решений. Творческий процесс в исследовании представляет по существу резерв привычных представлений и взглядов, - взгляд на явления с другой точки зрения.

Успех научного исследования зависит не только от научного кругозора, настойчивости и целеустремленности научного специалиста, но и от того, как он владеет методами и способами научных исследований.

Важную роль при проведении научных исследований играют *методы индукции и дедукции.*

Дедуктивный метод - это способ исследования, при котором частные положения, решения выводятся из общих закономерностей. На основе общих законов механики получается закон движения какого либо устройства, механизма.

Индуктивный метод - это способ, при котором по частным фактам и явлениям получают, устанавливают общие принципы и законы. Так например, Д.И Менделеев, используя частные факты о химических элементах, сформулировал периодический закон.

При теоретических исследованиях используют как индукцию, так и дедукцию.

Большую роль в теоретических исследованиях играют *анализ и синтез:*

Анализ – способ проведения научного исследования, при котором сложное явление расчленяется на составные части и анализируется роль и влияние отдельных факторов.

Синтез - исследование явления в целом, на основе объединения влияния отдельных связанных между собой элементов, факторов в единое целое. Важно уметь выделить главное и отбросить второстепенное, не определяющее. Для этого применяют способ ранжирования, когда исключают все второстепенное, существенно не влияющее на исследуемое явление. В научных исследованиях широко применяют способ абстрагирования, отвлекая от второстепенных факторов с целью сосредоточения на важнейших особенностях изучаемого явления.

Необходимо выделить главное и затем глубоко исследовать процессы и явления. Информацию стремятся «сгустить» в некотором абстрактном понятии – *модель*. Под моделью понимают искусственную систему, отображающую основные свойства изучаемого объекта- оригинала.

Метод моделирования (изучение явлений с помощью моделей) - один из основных в современных исследованиях. Основой для моделирования является то, что единство природы обнаруживается в поразительной аналогичности дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений.

Различают *физическое и математическое моделирование*.

При физическом моделировании физика явлений в исследуемом объекте и модели и их математические зависимости (описание) одинаковы. Исследование движение воды в трубах, перенос результатов на трубы других диаметров, с другой средой (воздух, другие жидкости).

При математическом моделировании физика явлений может быть различной, а математические зависимости одинаковы. Исследование полей скоростей в трубах на электрических моделях, на упругих пленках и т.д.

Физические процессы можно исследовать *аналитическими или экспериментальными методами*.

При построении моделей свойства и сам объект упрощают, отбрасывая второстепенное. Чем ближе модель к оригиналу, тем эффективнее исследование.

Аналитические методы исследования применяются для изучения непрерывно протекающих процессов в объекте, модели исследования. Математическая модель может быть представлена в виде функций, уравнений, системы уравнений, дифференциальных или интегральных уравнений. Составляются дифференциальные уравнения связи между переменными параметрами, характеризующими состояние объекта, записываются условия однозначности, - граничные и начальные условия. Решаются системы дифференциальных уравнений, являющейся аналитической моделью объекта. Анализируются и обобщаются полученные результаты. Такие модели содержат большое количество информации.

Использование математических моделей является одним из основных методов научных исследований.

Экспериментальные методы позволяют глубоко изучить процессы в пределах точности техники эксперимента и сконцентрировать внимание на тех параметрах процесса, которые представляют наибольший интерес. Экспериментальные методы позволяют установить частные зависимости между отдельными переменными в строго определенных пределах их измерения (в пределах диапазона изменения переменных в экспериментах).

Аналитические и экспериментальные методы дополняют друг друга.

Теория подобия

Теория подобия – это учение о подобии явлений. Теория подобия позволяет сократить количество переменных, описывающих явление, процесс, объект исследования, вводя обобщенные безразмерные переменные.

Простейшим примером подобия является геометрическое подобие фигур:

Если стороны одной фигуры L_1, L_2, \dots, L_n умножить на коэффициент K_l , чтобы получить размеры сторон L'_1, L'_2, \dots, L'_n другой фигуры, то можно получить серию геометрически подобных плоских фигур, объединены в определенную группу. Для этих фигур коэффициент K_l называют критерием подобия.

Такой способ применения подобия может быть использован не только для плоских фигур, но и для разных физических величин: времени $K_t = \tau_1/\tau_2$, давления $K_p = p_1/p_2$, вязкости $K_\mu = \mu_1/\mu_2$ и т.п. Критерии подобия выделяют среди данного класса явлений, описываемых одинаковыми дифференциальными уравнениями, группу подобных явлений (процессов) через преобразования условиями однозначности в условия подобия систем. Все явления, входящие в одну группу с одинаковыми значениями критериев однозначности, подобны и отличаются только масштабом.

Таким образом, любое дифференциальное уравнение описывает широкую группу подобных и неподобных явлений. Это же уравнение с одинаковыми граничными условиями и критериями подобия описывает подобную группу явлений. В безразмерном виде и дифференциальные уравнения и граничные условия имеют одинаковый вид, отличаются лишь значениями безразмерных коэффициентов (являющихся критериями подобия) при членах математических выражений. Решение отыскивается в виде зависимости результата исследования от этих безразмерных коэффициентов, критериев подобия. Если уравнение и граничные условия не записаны в безразмерном виде, то решение будет применимо лишь для анализа частного случая, для ряда подобных явлений.

При планировании экспериментов, анализе и обобщении полученных результатов экспериментов широко используется теория подобия.

Три теоремы подобия:

1. Два физических явления подобны, если они описываются одной и той же системой дифференциальных уравнений и имеют подобные (граничные) условия однозначности, и их определяющие критерии подобия численно равны.
2. Если физические процессы подобны, то критерии подобия этих процессов равны между собой.
3. Уравнения, описывающие физические процессы, могут быть выражены дифференциальной связью между критериями подобия.

π -теорема подобия:

«Если существует однозначное соотношение $\phi(A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_n) = 0$ между n физическими величинами, для описания которых используется k основных единиц, то существует также соотношение

$$\phi'(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-k}) = 0$$

между $(n - k)$ безразмерными комбинациями (критериями подобия), составленными из этих физических величин.

Ван Дриест предложил модифицированную π -теорему :

«Число безразмерных комбинаций полной системы равно общему числу переменных минус максимальное число этих переменных, не образующих безразмерной комбинации».

Выбор выражений безразмерных комплексов не прост, они должны отражать физический смысл исследуемого явления, процесса.

Методология эксперимента

Методология эксперимента – это проект эксперимента, который включает в себя:

- разработку плана- программы эксперимента;
- оценку измерений и выбор средств для проведения эксперимента;
- проведение эксперимента;
- обработку и анализ экспериментальных данных

Разработка плана-программы эксперимента

Наиболее сложной проблемой является правильная формулировка вопросов, связанных с построением плана эксперимента. Разработка плана- программы эксперимента включает в себя выбор варьируемых факторов, переменных, характеризующих объект исследования. Устанавливаются основные и второстепенные характеристики, влияющие на исследуемый процесс. Все эти переменные классифицируют по убывающей важности, степени влияния на процесс. Выбирают переменные, наиболее существенно влияющие на процесс. Планируют диапазон и шаг изменения этих переменных при проведении исследований.

Каждый исследователь стремится сделать эксперимент более дешевым, *уменьшить число переменных* в любом эксперименте, поскольку это ускоряет его работу и делает ее более экономичной. Вначале необходимо *составить план его проведения*. В процессе проведения эксперимента проводится наладка экспериментальной системы, *обнаружение неполадок*, формируются требования к точности измерений. С этой задачей непосредственно связана *проверка приемлемости, точности получаемых результатов*.

В процессе любого эксперимента необходимо *анализировать получаемые результаты, и давать их интерпретацию, получить аналитические зависимости, удобные для дальнейшего использования*.

Инженерные эксперименты классифицируются по различным признакам: по числу переменных, влиянию внешних переменных, характеру взаимодействия этих переменных и т.д. Эксперименты могут отличаться друг от друга, но фактически планирование, проведение и анализ всех экспериментов осуществляется в одинаковой последовательности. Каким бы сложным ни был тот или иной эксперимент, представляемые результаты эксперимента по форме мало отличаются (хотя могут отличаться по качеству) от обычных отчетов по лабораторным работам, выполняемым в институте по таким темам, как исследование гидравлического сопротивления труб, теплопередачи в теплообменнике и т.п.

Каким бы сложным эксперимент ни казался, он заканчивается представлением результатов, формулировкой выводов и выдачей рекомендаций в виде графиков или кривых, математических формул или номограмм, таблиц, статистических данных.

Статистические показатели могут давать информацию о всей совокупности данных и об изменчивости отдельных элементов совокупности, достоверности, точности получаемых данных, доверительном интервале получаемых результатов.

В процессе инженерного эксперимента необходимо подумать о последовательности и шаге изменений переменных,- о шаге варьирования переменной в интервале измеряемых значений, о выполнении повторных измерений, когда точность полученных результатов сомнительна, и даже о выборе самих переменных.

Анализ точности измерительных приборов и точности получаемых результатов научных исследований

При проведении любых экспериментов всегда имеется в виду точность измерений; переменные варьируются до тех пор, пока не будет получена кривая, имеющая хорошую форму; при получении большого разброса данных проводятся повторные эксперименты и т. д. Настоящий исследователь методически и полностью обдумывает все возможные внешние воздействия и оптимальные методы контроля результатов.

Термины и определения

Оборудование для проведения эксперимента делится на три части: измерительные приборы, испытательная аппаратура и образец для эксперимента.

Измерительные приборы - это инструмент для восприятия, считывания, измерения информации, наблюдения, записывания, хранения информации

Испытательная аппаратура (испытательная установка, система) — это все, что необходимо для проведения эксперимента, включая измерительные приборы и объект исследования.

Образец для испытаний – объект исследования, подвергаемый испытаниям, который при необходимости можно заменить другим (теплообменник, труба с текущей жидкостью, тепловой насос, установка кондиционирования и т. п).

План эксперимента — это набор инструкций по проведению эксперимента, в которых указываются последовательность работы, характер и величина изменений переменных и даются указания о проведении повторных экспериментов.

Последовательность проведения эксперимента - означает порядок, в котором вносятся изменения в работу испытательной аппаратуры (установки).

Репликация, повторение измерений - обычно означает повторение эксперимента, но в более конкретном смысле — возвращение к первоначальным условиям. Если, например, вентилятор работает при некоторых значениях скорости, давления и расхода воздуха, а затем возвращается к первоначальным условиям и при этом снова снимаются отсчеты, то в этом случае имеет место повторение первого эксперимента (репликация).

Переменная - означает любую варьируемую физическую величину. Измерения могут быть точными или неточными.

Ошибка – отклонение измеренного значения от точного, выражается некоторым числом, например 2 об/мин, 0,6°C, 15 Ом и т. д., определяется как разность между калиброванным или известным отсчетом и отсчетом, снятым с прибора. Ошибку можно знать или предсказать, если удастся прокалибровать или каким-либо другим способом проверить испытательную аппаратуру.

Систематическая ошибка при измерениях - представляет собой фиксированную величину отклонения отсчета относительно известного или *калиброванного* значения измеряемой величины, независимо от того, сколько раз производится измерение. *Таким образом, систематическая ошибка имеет постоянную величину.*

Неопределенность измерений (неточность значения) - представляет собой оценку ошибки.

Серии испытаний - проведение испытаний на испытательной аппаратуре, она устанавливается в определенное фиксированное состояние или включается по определенной схеме, производится запись всех измерений. В результате каждого испытания получают определенную точку или экспериментальный отсчет.

Данные – результаты эксперимента, представляют собой записанные или запоминаемые величины, характеризующие результат испытаний.

Необработанные данные — это информация, записанная в символическом виде, получаемая непосредственно с измерительных приборов.

Обработанные данные — это та же информация после выполнения над ней некоторых математических операций, таких, как внесение исправлений с помощью калибровочной кривой или построение графика.

Обработанные данные, нанесенные на график, образуют кривую зависимости; они могут привести к получению функционального соотношения между независимыми и зависимыми переменными, обычно записываемого в виде формулы.

Полученные результаты измерений обычно носят *статистический характер*, статистический анализ результатов измерений неизбежно связан с распределениями показаний приборов или других величин.

В математической статистике часто рассматриваются совокупности ошибок, данных и т. д., при этом имеются в виду *бесконечные совокупности ошибок*, данных и т. д. (результаты большого числа измерений), рассматривается *генеральная совокупность*. При проведении эксперимента получают некоторую *конечную выборку (количество)* отсчетов из бесконечной совокупности. *Чем больше выборка, тем лучше ее распределение приближается к распределению генеральной совокупности.*

Обозначения

Начальные буквы алфавита, как прописные, так и строчные *A, B, C, ... и a, b, c, ...* чаще всего здесь обозначают *постоянные, входящие в уравнения*.
Последние прописные буквы алфавита (*W, X, Y, Z*) обычно обозначают *контролируемые переменные или координаты на графиках*.

Последние строчные буквы алфавита (w, x, y, z) обозначают *отклонения фактических или измеренных значений от точных или калиброванных значений*, которые помечаются индексом c , например $X_c - X = x$. В разделах, посвященных математической статистике, часто употребляются греческие буквы для обозначения величин, используемых при вычислении параметров совокупности, а латинские буквы используются в формулах, содержащих выборочные параметры.

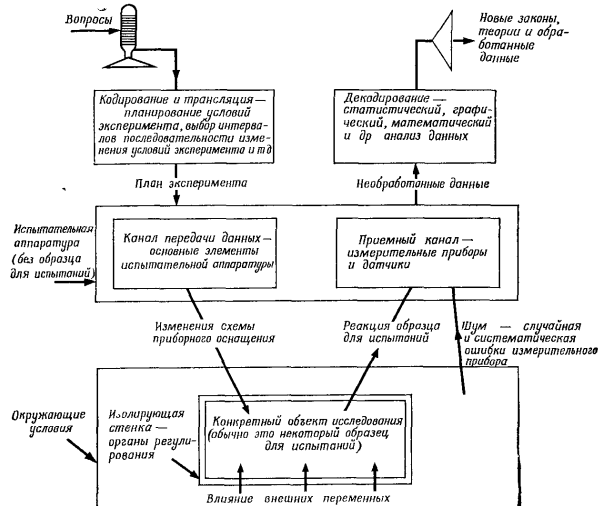


Рис.1 Упрощенная схема эксперимента, изображенная как система связи.

A, B, C, \dots	— постоянные, входящие в уравнения, или специальные символы;
a, b, c, \dots	— постоянные, входящие в уравнения, или специальные символы;
E_n	— ожидаемое число событий (гл. 8);
f, ϕ	— функция;
h	— показатель точности выборки (гл. 2);
\ln	— натуральный логарифм;
N	— безразмерное число;
n	— число элементов (например, групп, отсчетов и т. д.);
P	— вероятность появления некоторого события (гл. 2);
p	— вероятная ошибка (гл. 2),
R	— результат или зависимая переменная;
$\% R$	— относительная ошибка (гл. 7),
S	— длина кривой, длина дуги,
s	— выборочная дисперсия или выборочное среднее квадратическое отклонение (гл. 2);
W, X, Y, Z	— независимые и зависимые переменные,
$\bar{W}, \bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$	— средние значения независимых переменных в выборке,
W_c, X_c, Y_c, Z_c	— наилучшие или точные значения (которые могут быть средними значениями);
w, x, y, z	— отклонения независимых переменных от точных значений,
Δ	— небольшое изменение, или приращение,
η	— показатель точности для совокупности,
μ	— наилучшее или калиброванное значение для совокупности,
σ	— дисперсия совокупности,
Φ	— вероятная ошибка совокупности.

Природа экспериментальных ошибок и неопределенностей (диапазона отклонений)

Измерения могут быть проведены точно и с ошибками (погрешностью). Все измерения проводятся с ошибками, отличающимися по величине ошибок. При исследовании теоретических вопросов, связанных с проведением экспериментов, важную роль играет изучение причин возникновения и величин ошибок и неопределенностей (доверительный интервал результатов измерений).

Три основных источника ошибок:

1. Чувствительный элемент неправильно отражает измеряемую величину (термопара, термометр, размещенный в гильзе, вваренной в трубу).
2. Неспособность индикатора или какой-либо промежуточной части прибора правильно отражать реакцию чувствительного элемента.
3. Неспособность наблюдателя правильно регистрировать показания прибора.

При проведении эксперимента эти три источника погрешностей приводят к двум основным классам ошибок: случайные и систематические.

Случайная ошибка - когда при последовательных измерениях постоянной величины получают различные числовые значения.

Систематическая ошибка - когда среднее значение последовательных отсчетов отклоняется от известного точного значения и продолжает отклоняться независимо от числа последовательных отсчетов.

Чтобы определить, какая ошибка из них наблюдается, необходимо провести калибровку или какую-либо другую аналогичную проверку прибора.

Калибровка - проверку прибора во всем диапазоне измеряемых величин с помощью известного эталона. (калибровка по эталону). Создавая поршневым манометром известные значения давления, равные 0,5; 1,0; 1,5 кг/см² и т. д., записывают фактические показания датчика и строится калибровочную кривую (рис.2).

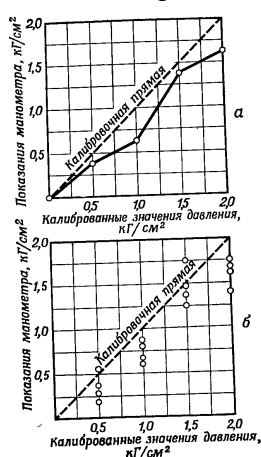


Рис.2 Возможные результаты калибровки неисправного манометра с помощью поршневого манометра

Затем эта кривая используется для корректировки шкалы прибора получения для точных отсчетов. Возможно, что механизм прибора «заедает» либо имеет мертвый ход, или возможно, образовалась незначительная течь в тонкостенной трубке Бурдона. Такие дефекты могут приводить к ошибочным показаниям, и прибор будет иметь как систематическую, так и случайную ошибку.

При повторном использовании манометра, с весовой нагрузкой для проверки датчика при каждом значении давления, можно получить график, изображенный на Рис.2, б. Такой график дает наглядное представление о непригодности данного прибора. Ясно, что прибор не только дает большой разброс показаний (что видно из фиг. 2.2, а), но и имеет большую систематическую ошибку и его нужно либо отремонтировать, либо выбросить.

Природа случайных ошибок и неопределенностей

Математический характер систематической ошибки элементарен, и нет необходимости ее рассматривать. Систематическая ошибка устраняется калибровкой или ремонтом. Наличие систематической ошибки и возможные последствия всегда можно предсказать

Со случайной ошибкой или неопределенностью значительно сложнее.

Если известно, что существует случайная ошибка, никогда нельзя установить ее абсолютную величину, произведя единственное измерение. Для исследования случайных ошибок,

возникающих при проведении эксперимента, необходимо знать некоторые разделы математической статистики и теории вероятностей.

Необходимо измерить неизвестную величину, например длину жесткого стержня. Записывая каждое измерение, замечаем, что между отсчетами наблюдателей A, B, C и т. д. существуют некоторые отклонения. После того как все большее и большее число наблюдателей зафиксирует свои результаты, получаем *выборку из некоторой генеральной совокупности*. Рассмотрим небольшие равные интервалы длиной ΔX и подсчитаем число отсчетов, попадающих в каждый из этих интервалов. Если теперь построить график зависимости средних значений X для каждого интервала ΔX от числа отсчетов, попадающих в каждый интервал, то получим *гистограмму*, аналогичную изображенной на рис.3

Чем больше отсчетов будет снято, тем меньший интервал ΔX можно взять, и в пределе получим некоторую плавную *кривую распределения*.

Здесь рассматривается лишь одно распределение — *нормальную кривую ошибок*, часто называемую *распределением Гаусса*:

$$y = y_0 e^{-\eta^2 x^2}, \quad (2.1)$$

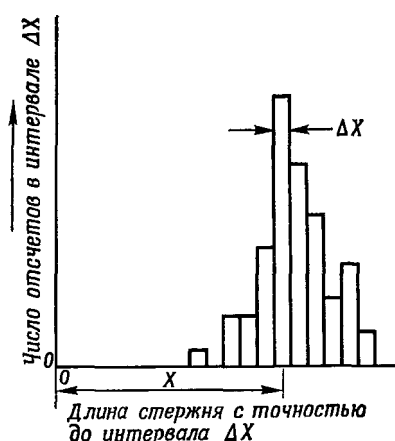


Рис.3. Гистограмма, полученная при измерении длины жесткого стержня.

Формула *распределением Гаусса* выводится на основе двух допущений:

1. Окончательная ошибка любого измерения представляет собой результат большого числа очень малых ошибок, распределенных случайным образом.
2. Положительные и отрицательные отклонения относительно истинного значения равновероятны.

Здесь: y — частота появления некоторого отклонения x относительно точного значения μ_x ;

y_0 — частота появления нулевого отклонения,

η — некоторая постоянная, характеризующая данное нормальное распределение, называемая *модулем* или *показателем точности*

Полагая, что y_0 и η — постоянные, и строя зависимость y от x , получают хорошо знакомую колоколообразную кривую, изображенную на Рис.4.

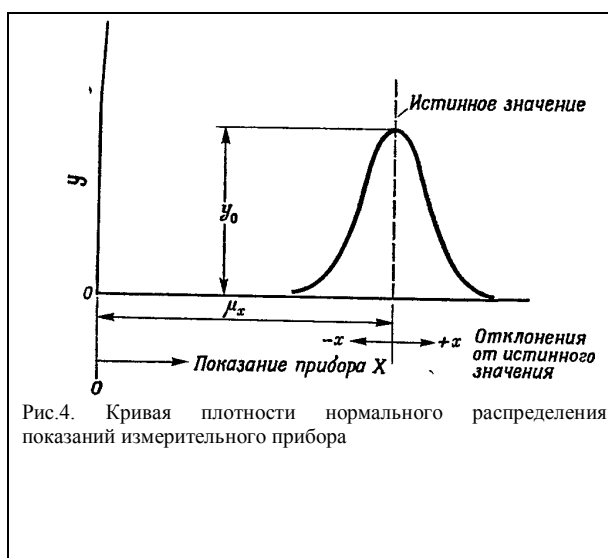


Рис.4. Кривая плотности нормального распределения показаний измерительного прибора

Функция (2.1) и ее кривая непрерывны, т.е. они описывают совокупность, содержащую бесконечное множество измерений. Это так называемая *генеральная совокупность*, из которой для исследования берутся некоторые *конечные выборки*.

Генеральная совокупность охватывает все множество отклонений для данного прибора.

Нас интересует прежде всего математическое выражение для площади A под кривой. Площадь находится путем интегрирования из следующего выражения:

$$A = 2 \int_0^{\infty} y_0 e^{-\eta^2 x^2} dx. \quad (2.2)$$

Интеграл можно вычислить, либо найти в таблице интегралов. Площадь равна:

$$A = \frac{\sqrt{\pi}}{\eta} y_0. \quad (2.3)$$

Относительная частота появления событий – это вероятность события. Вероятность появления всех событий равна 1. Поэтому площадь принимают равной единице. Тогда:

$$y_0 \sqrt{\pi}/\eta = 1 \quad u$$

$$y_0 = \eta / \sqrt{\pi} .$$

В результате такого нормирования формула (2.1) принимает следующий вид:

$$y = \frac{\eta}{\sqrt{\pi}} e^{-\eta^2 x^2}. \quad (2.4)$$

у не является величиной, удобной для практического использования, необходимо знать вероятность появления отклонения любой данной величины.

Вероятность P появления отклонения, лежащего в интервале от $-x$ до $+x$, равна площади под кривой нормального распределения, ограниченной интервалом $\pm x$, как показано на фиг.5. Математически эта вероятность выражается формулой:

$$P = \int_{-x}^{+x} \frac{\eta}{\sqrt{\pi}} e^{-\eta^2 x^2} dx. \quad (2.5)$$

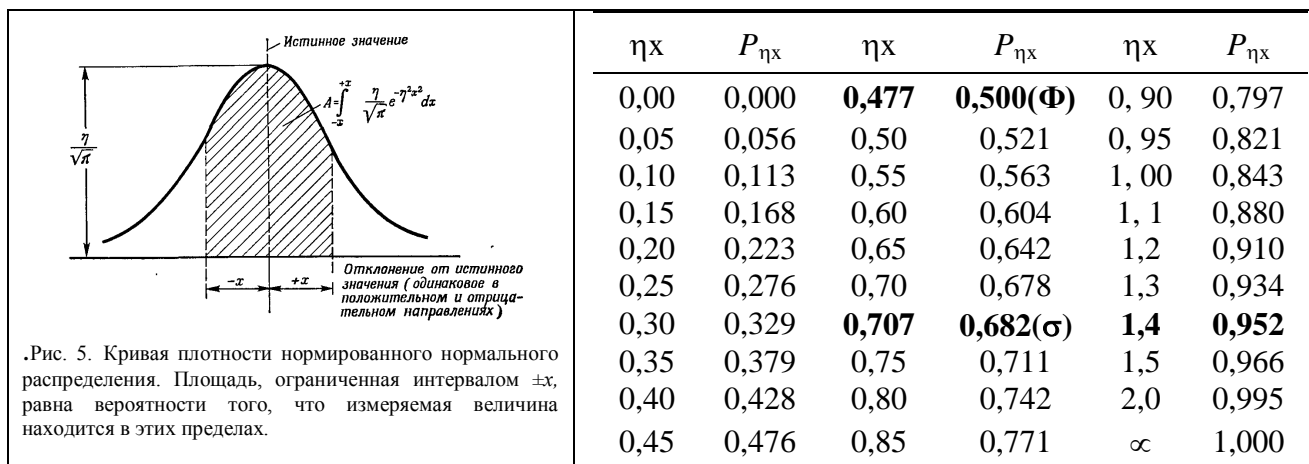
Показатели случайной ошибки

Формула (2.5) выражает вероятность появления любого данного отклонения при условии, что: 1) отклонения показаний данного прибора распределены по нормальному закону; 2) для данного прибора можно найти значение η .

Интеграл вероятности ошибки вычислить трудно и обычно приходится обращаться к таблицам. Чтобы таблица была компактной, формулу (2.5) преобразуется к следующему виду:

$$P_{\eta x} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\eta x}^{+\eta x} e^{-\eta^2 x^2} d(\eta x), \quad (2.6)$$

Где: $P_{\eta x}$ — вероятность того, что данное отклонение будет лежать в интервале от $+\eta x$ до $-\eta x$. Значения интеграла вероятности, вычисленные по формуле (2.6), приведены в таблице.



Точность измерительной системы удобно выражать некоторым одним числом - показателем точности:

1. Среднее квадратическое отклонение σ для полной выборки (или дисперсия σ^2 , равная квадрату среднего квадратического отклонения).

Эта величина определяется как квадратный корень из суммы квадратов всех отклонений, деленный на общее число таких отклонений n .

Для нормированного нормального распределения:

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 y dx \quad \text{и} \quad n = \int_{-\infty}^{+\infty} y dx = 1,0. \quad \sigma = \left(\frac{\eta}{\sqrt{\pi}} \right)^{1/2} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-\eta^2 x^2} dx \right)^{1/2}. \quad (2.8)$$

Это выражение упрощается, если использовать таблицы определенных интегралов. Результат имеет вид:

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2\eta}} \quad (2.9)$$

$$\eta\sigma = 0,707.$$

Вероятность P того, что отклонения x будут находиться в пределах $\pm\eta\sigma$, определяется из таблицы и составляет 68,2%.

Значение вероятности, равное 0,682 будет получено только в том случае, когда отклонения показаний прибора подчиняются нормальному закону

2. Вероятная ошибка Φ .

Эта величина определяется как такое отклонение, при котором в интервале $\pm\Phi$ находится ровно половина всей совокупности (вероятность равна $P_{\eta x} = 0,5$).

Из табл. следует что в случае нормального распределения для $\eta x = 0,477$ вероятность P нахождения отклонений x в интервале $\pm\Phi$ составляет 50%.

$$\Phi = \frac{0,477}{\eta} \quad (2.10)$$

Вероятная ошибка Φ характеризует область отклонений $\pm x$ при «шансах один к одному». Это означает, что вероятность появления отклонения, превышающего Φ , равна вероятности появления отклонения, меньшего Φ .

3. Доверительный интервал, это интервал, в который попадают 95% результатов измерений $P=95\%$;

Определение случайной ошибки измерительной системы

Если известно, что отклонения показаний прибора распределены по нормальному закону и задан один из показателей точности σ или η , то можно легко оценить работу прибора в схеме (исследовательской установке) данного эксперимента. Можно попытаться прокалибровать прибор или проверить его точность с помощью известных исходных данных или, что более типично для инженерных экспериментов, приближенно оценить величину случайной ошибки. При выполнении важного эксперимента или ответственного измерения, когда необходима более точная оценка ошибок, следует провести проверку или калибровку прибора.

Быстрым и простым способом проверки на нормальность является нанесение отклонений на *вероятностную бумагу*. Это графическая бумага, на которой нормально распределенная совокупность отсчетов образует прямую линию. Вероятностную бумагу можно легко изготовить самому с помощью стандартной графической бумаги (с линейными шкалами) следующим образом.

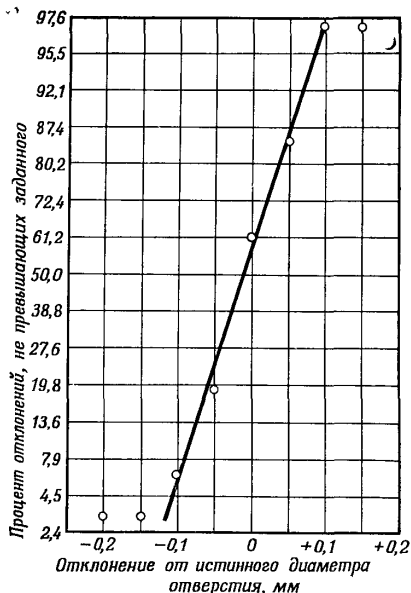


Рис.6 Данные из примера, нанесенные на вероятностную бумагу. Прямая проведена через пять внутренних точек, внешние точки игнорируются.

Отклонение x от точного размера	Число отклонений, не превышающих заданного	Процент отклонений, не превышающих заданного
-0,20	1	3,2
-0,15	1	3,2
-0,10	2	6,4
-0,05	6	19,4
0	19	61,2
0,05	26	84
+0,10	30	97
+0,15	30	97
+0,20	31	100

Определение твердости по Бриннелю на образце, твердость которого известна. По оси x откладываются отклонения; при этом нуль помещается в середине листа и шкала выбирается таким образом, чтобы охватить весь интервал значений имеющихся данных. Все результаты округлены до 0,05 мм. В середине шкалы по оси y наносится точка, соответствующая 50%. Хотя полученная кривая имеет неправильную форму, она проходит вблизи точки ($x = 0, y = 50\%$).

Рассматриваемая выборка данных является частью бесконечной генеральной совокупности, имеющей нормальное (или близкое к нему) распределение.

После определения распределения отклонений необходимо найти числовые значения показателей точности:

Среднее квадратическое отклонение s (аналог $\sigma \cong s$ для полной совокупности) — легко найти с помощью имеющейся выборки данных. Исходя из определения среднего квадратического отклонения, формулу для этого показателя можно записать, рассматривая конечную выборку отклонений, а не бесконечную генеральную совокупность, как в предыдущем разделе:

$$s = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} \quad (2.11)$$

Вместо σ записано s , так как рассматривается выборка, а не вся совокупность.

Для приведенного примера:

$\pm x$. мм	0,2	0,1	0,05	0	
x^2	0,04	0,01	0,0025	0	
Число измерений n_i	2	5	11	13	($\sum n_i = 31$)
Произведение числа измерений на x^2	0,08	0,05	0,0275	0	($\sum n_i x^2 = 0,1575$)

Тогда при использовании аналогии, введя обозначение для выборки ($\eta \cong h, \sigma \cong s$):

$$s = \sqrt{\frac{0,1575}{31}} = 0,0745 \text{ мм.}$$

Из формулы (2.9), записанной для приведенного варианта выборки, имеем:

Для полной совокупности $P_x = 0,682$ для $x \leq \eta\sigma = 0,707$, для выборки $sh = 0,707$, и

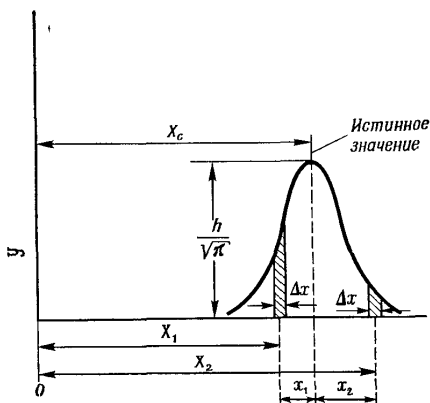
$$h = \frac{0,707}{0,0745} = 9,45 \text{ мм}^{-1}.$$

следовательно, $P_x = 0,682$ при $x \leq$

~68% всех значений твердости на этом участке шкалы будет отклоняться от точного значения не более чем на 0,075 мм, Вероятность 50% - $x \leq 0,477/\eta$

Доверительный интервал, это интервал, в который попадают 95% результатов измерений $P=95\%$; Из таблиц $\eta x=1,4$; $x=1,4/\sigma$; σ - из экспериментов.

“Наилучший” результат выборки



Если выборка подчиняется нормальному закону распределения, как получить наилучшую оценку отсчета, имея некоторое множество отсчетов, и сколько отдельных отсчетов следует брать. Математический анализ на мах показывает, что наиболее вероятное значение измерения X_c равно среднему арифметическому значению полученных n отсчетов.

$$X_c = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \quad (2.15)$$

Ошибка среднего обратно пропорциональна квадратному корню из числа отсчетов, по которому получено это среднее. Число измерений увеличиваешь в 4 раза, ошибка измерений среднего уменьшается в 2 раза.

В связи с определением среднеквадратичного отклонения от среднеарифметического значения для нахождения среднего квадратического отклонения: используется более точная зависимость:

$$s' = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n-1}} \quad (2.16)$$

Оценка ошибки результата (зависимых переменных) эксперимента в зависимости от формул обработки и точности измерения независимых (изменяемых) переменных.

Абсолютная погрешность измерения суммы переменных величин равна сумме абсолютных погрешностей измерения отдельных величин:

$$z = x + y \quad s_z = s_x + s_y$$

Относительная погрешность измерения произведения переменных величин равна сумме относительных погрешностей измерения отдельных величин:

$$\frac{s_z^2}{R_c^2} = \frac{s_x^2}{X_c^2} + \frac{s_y^2}{Y_c^2} + \frac{s_z^2}{Z_c^2} \quad (3.10)$$

Относительная погрешность расчета зависимой величины, если переменная величина входит в расчетную зависимость в степени, равна произведению показателя степени на относительную погрешность измерения независимой величины:

$$z = x^n y^m \quad s_z / z_{cp} = n s_x / x_{cp} + m s_y / y_{cp}$$

Планирование экспериментов с точки зрения анализа ошибок

Во многих лабораториях нередко проводятся эксперименты, когда беспорядочно используются приборы самых различных диапазонов точности. Точность приборов выбирается с учетом ее влияния на точность получения конечного результата, с учетом выражения формул обработки и влияния точности измерения входящих в них значений измеряемых переменных.

Анализ размерностей, уменьшение переменных и экспериментальных точек при планировании эксперимента

Цель планирования эксперимента: получить максимальный объем полезных данных при наилучшем контроле и минимальных затратах времени на их обработку и вычисления. Существует несколько довольно простых способов добиться компактности плана эксперимента без потери общности или контроля точности результатов.

Самым известным и наиболее эффективным (для инженера) способом является анализ размерностей.

Теорема Букингема (теорема подобия):

Фундаментальной переменной называют любую величину, оказывающую влияние на эксперимент и способную изменяться независимо от других переменных. Фундаментальные переменные необходимо отличать от *регулируемых переменных*.

Если экспериментатору действительно известны все переменные, то он может сразу же преобразовать их, применив первую часть *теоремы Букингема*: «Если какое-либо уравнение однородно относительно размерностей (все члены имеют одинаковую размерность), то его можно преобразовать к соотношению, содержащему набор безразмерных комбинаций величин- критериев подобия».

Безразмерные комбинации (критерий подобия), о которых упоминалось в теоремах подобия, в т.ч в теореме Букингема, представляют собой произведения или отношения величин, составленные таким образом, что в каждой комбинации размерности сокращаются (они имеют «0» размерность):

$$Nu = \alpha d / \lambda \qquad Re = wd / \gamma$$

Например:

$$\Delta P = \varphi(L, D, V, \rho, \mu, e, g). \qquad (4.1) \Rightarrow \frac{\Delta P}{V^2 / 2g} = \varphi' \left(\frac{L}{D}, \frac{VD\rho}{\mu}, \frac{e}{D} \right). \qquad (4.2)$$

Простой способ нахождения комбинаций величин для получения *безразмерных комбинаций*. Сначала выражается размерность переменных, описывающих систему с потерями на трение, по отношению к трем *основным единицам*: массы М, времени θ и длины L.

Название переменной	Обозначение	Формула размерности
Потери тепла в трубе	ΔP	L
Длина трубы	L	L
Диаметр трубы	D	L
Скорость потока жидкости	V	L/ θ
Вязкость жидкости	μ	M θ^{-1} L $^{-1}$
Плотность жидкости	ρ	M L $^{-3}$
Высота неровностей поверх ности	e	L
Ускорение силы тяжести	g	L θ^{-2}

Затем определяется количество безразмерных переменных (m) описывающих исследуемую систему. Оно равно количеству всех переменных описывающих систему за вычетом *основных переменных (единиц) (n)*.

Комбинируя переменные в виде комплексов с «0» размерностью получают меньшее (m-n) количество переменных, меняя которые проводят исследование системы.

Допустим теперь, что между этими величинами существует следующее соотношение:

$$\varphi(L^a, D^b, V^c, \mu^d, \rho^e, \epsilon^f, g^g) = \Delta P. \quad (4.3)$$

Подставим сюда вместо символов размерности из таблицы:

$$\varphi[L^a, L^b, (L\theta^{-1})^c, (M\theta^{-1}L^{-1})^d, (ML^{-3})^e, L^f, (L\theta^{-2})^g] = L. \quad (4.4)$$

Объединяя члены с одинаковыми показателями степени, легко составить безразмерные комбинации:

$$\varphi\left[\left(\frac{L}{D}\right)^a, \left(\frac{VD\rho}{\mu}\right)^{-d}, \left(\frac{\epsilon}{D}\right)^f, \left(\frac{Dg}{V^2}\right)^g\right] = \frac{\Delta P}{D}. \quad (4.5)$$

Восемь первоначальных переменных задачи дают пять безразмерных комбинаций.

Как приводилось выше в теоремах подобия:

π -теорема:

«Если существует однозначное соотношение $\varphi(A_1, A_2, \dots, A_n) = 0$ между n физическими величинами, для описания которых используется k основных единиц, то существует также соотношение:

$$\varphi'(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_{n-k}) = 0$$

между $(n - k)$ безразмерными комбинациями, составленными из этих физических величин.

Ван Дрифт предложил модифицированную π -теорему: «Число безразмерных комбинаций полной системы равно общему числу переменных минус максимальное число этих переменных, не образующих безразмерной комбинации».

Выбор выражений безразмерных комплексов не прост, они должны отражать физический смысл исследуемого явления, процесса.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Ранее измерительные системы рассматривались в общем плане. Предполагалось, что при выполнении измерений могут быть случайные или систематические ошибки, либо некоторая комбинация тех и других. Было показано, что получаемые отсчеты можно комбинировать определенным образом, с тем чтобы сделать эксперимент менее продолжительным и более точным, либо обеспечить более удобное представление получаемых результатов.

При выборе схем и приборов для измерений необходимо обратить внимание на общие принципы выполнения измерений. Такие вопросы, как *динамическая характеристика прибора, дублирование измерений и регистрация информации*, получаемой в эксперименте, являются общими для многих областей науки и техники. *Чем меньше границ раздела, тем выше точность измерения.*

Важно, чтобы чувствительный элемент вообще не имел токовой нагрузки, так как падение напряжения на соединительных проводах внесет серьезные ошибки в показания прибора. От этого более свободны цифровые приборы.

Для измерения небольших напряжений используется схема потенциометра, если измерительный прибор не может следить за быстрыми изменениями измеряемого сигнала, то на границе раздела между измерительным прибором и объектом измерения имеет место рассогласование импедансов (синхронности). Измерения, проводимые в трудных условиях и характеризующиеся большими ошибками, часто требуют применения нескольких приборов или повторного снятия отсчетов.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ИСПЫТАНИЙ И ПЛАН ЭКСПЕРИМЕНТА

После завершения приборного оснащения эксперимента и проверки аппаратуры на точность была рассмотрена также возможность уменьшения числа переменных с помощью такого эффективного метода, как анализ размерностей.

Лишь для немногих экспериментов удастся правильно оценить точный объем экспериментальной работы. При слишком малом объеме экспериментальных данных может оказаться невозможным найти закон или функцию, исследователь может получить низкую точность постоянных величин или не заметить какой-либо слабый эффект, имеющий большое теоретическое значение. С другой стороны, при слишком большом объеме получаемых данных эксперимент длится очень долго, обработка данных затягивается до бесконечности и обходится очень дорого и даже затрудняется представление материала.

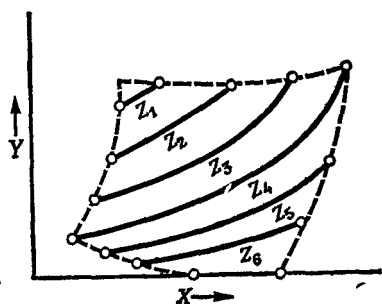
План эксперимента оказывается компактным и эффективным, если заранее устанавливаются интервалы между значениями переменных.

Таким образом, выбор конечной совокупности экспериментальных точек является необходимым и важным этапом планирования, осуществляемым до начала эксперимента.

Существует два основных критерия, на основе которых производится выбор экспериментальных точек:

а) Достижение относительной точности данных на различных участках области исследуемых значений.

Если анализ ошибок показывает, что на каком-то участке данные вызывают наибольшее сомнение, то, естественно, стараются заполнить этот участок большим числом точек.



Возможная область значений переменных X и Y при различных значениях параметра Z.

б) Характер экспериментальной функции.

В большинстве инженерных экспериментов исследователь обычно имеет хорошее представление об экспериментальной функции. Если на основании такого критерия, как неопределенность, не удастся установить интервалы между точками, а функция частично или полностью известна, то часто не стоит тратить время и целесообразно выбрать план эксперимента с одинаковыми интервалами между точками.

$$\Delta P = k \frac{\rho V^2}{2g},$$

Во многих экспериментах возможность выбора последовательности работы мала или вообще отсутствует.

Если эксперименты воспроизводимы, то по желанию прибор можно вернуть в любое предыдущее состояние. В таких экспериментах допускается выбор последовательности условий.

Два основных типа экспериментов:

1. Вначале можно взять верхнее или нижнее предельное значение независимой случайной величины и изменять его скачкообразно до тех пор, пока не будет достигнуто другое предельное значение.

2. Выбранные значения можно чередовать чисто случайным образом, беря то большее, то меньшее значение. Первый план будем называть *последовательным*, а второй *случайным* (рандомизированным).

Многофакторные эксперименты: классические планы

Во многих экспериментах рассматриваются два или большее число регулируемых переменных факторов. Такие эксперименты называются двухфакторными, трехфакторными и т. д. Во всех этих экспериментах могут также иметь место одна, две или большее число внешних переменных. В таких многофакторных экспериментах часто возможен выбор плана одного из двух типов: *классического или факторного*. Классический план применяется абсолютно во всех областях. Факторный план часто бывает короче, он всегда точнее (при данной продолжительности эксперимента), но находит гораздо менее широкое применение

Классический план

Если задана зависимая переменная R , которая является функцией нескольких независимых переменных X, Y, Z и т. д., то основной классический план состоит в том, что все независимые переменные, кроме одной, полагают постоянными, а эта одна переменная изменяется во всем интервале значений, при этом выбор интервалов между значениями переменной производится по одному из рассмотренных правил.

Если между независимыми переменными существует простое математическое соотношение, то можно определить зависимость R от изменяемой переменной (например, X). Затем все переменные, кроме следующей (например, Y), полагаются постоянными, а изменяя Y , находят зависимость R от Y . По существу классический многофакторный эксперимент представляет собой просто последовательность однофакторных экспериментов. Этот ограниченный классический подход позволяет найти такие простые функции, как:

$$R = AY^n + BX^m,$$

$$R = AY^n X^m,$$

$$R = AY^b X^c$$

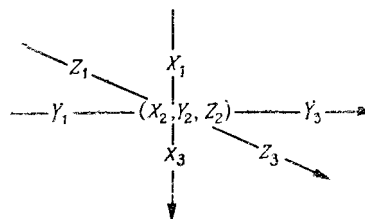
		Уровни переменной Y				
		1	2	3	4	5
Уровни переменной X	5				*	
	4			*		
	3	*	*	*	*	*
	2			*		
	1				*	

		Уровни переменной Y				
		1	2	3	4	5
Уровни переменной X	5	*	*	*	*	*
	4	*		*		*
	3	*	*	*	*	*
	2	*		*		*
	1	*	*	*	*	*

Многофакторные эксперименты: факторные планы

Факторные планы в виде греко-латинского квадрата можно применять в случае однофакторного эксперимента с несколькими внешними переменными. Эти планы можно также применять для инженерных экспериментов с несколькими факторами, если соблюдаются определенные ограничения и предосторожности.

В сбалансированном эксперименте с варьированием трех факторов на трех уровнях можно получить три кривые, построенные по трем точкам, только при семи комбинациях условий вместо девяти в случае латинского квадрата. Эти семь комбинаций условий можно изобразить в трехмерном пространстве следующим образом:



После проведения экспериментов проводится статистический анализ полученных результатов измерений, графический и аналитический анализ обобщающих зависимостей, их оформление.

Анализ и оформление научных исследований

По результатам эксперимента проводится совместный анализ результатов теоретических и экспериментальных исследований, сопоставление расчетов по выдвинутой рабочей гипотезе с опытными данными проведенного эксперимента. Теоретические и экспериментальные данные сравниваются методом сопоставления соответствующими графиками исследуемых зависимостей. Критериями оценки работоспособности выдвинутой рабочей гипотезы могут быть минимальные, средние и максимальные отклонения экспериментальных данных от данных, полученных теоретическим расчетом на основе рабочей гипотезы.

Возможны три варианта сравнения результатов:

1. Получено полное или достаточно близкое совпадение. Рабочая гипотеза становится доказанным теоретическим положением;
2. Экспериментальные данные лишь частично подтверждают положения рабочей гипотезы, в той или иной части допущений противоречат ей. В этом случае рабочую гипотезу корректируют, изменяют и перерабатывают так, чтобы она наиболее полно соответствовала полученным экспериментальным данным;
3. Рабочая гипотеза не подтверждается экспериментальными данными. Тогда ее критически анализируют и полностью пересматривают.