

**Министерство образования и науки, молодёжи и спорта  
Донбасская государственная машиностроительная академия**

**ЭЛЕКТРОТЕХНИКА, ЭЛЕКТРОНИКА  
И МИКРОПРОЦЕССОРНАЯ ТЕХНИКА**

**ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ**

**Методические указания  
к выполнению практических  
и контрольных работ  
для студентов всех форм обучения**

Утверждено  
на заседании  
методического совета  
Протокол № 9 от 23.06.2011

**Краматорск 2011**

## УДК.621.3

Электротехника, электроника и микропроцессорная техника : электрические цепи : методические указания к выполнению практических и контрольных работ для студентов всех форм обучения / сост.: А. В. Колот, И. П. Шелаев, В. А. Коновалов. – Краматорск : ДГМА, 2011. – 52 с.

Изложены свойства, методы анализа и расчета цепей постоянного и переменного тока. По всем разделам приведены примеры решения задач.

Могут быть использованы для проведения практических занятий, выполнения контрольных работ, при подготовке к экзамену и самостоятельном изучении разделов курса.

Составители

А. В. Колот, доц.;  
И. П. Шелаев, доц.;  
В. А. Коновалов, асс.

Отв. за выпуск

А. М. Наливайко, доц.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	4
1 Краткие теоретические сведения по расчету сложных электрических цепей постоянного тока методом непосредственного применения законов Кирхгофа.....	5
2 Краткие теоретические сведения по расчету сложных электрических цепей постоянного тока методом контурных токов .....	8
3 Краткие теоретические сведения по расчету цепей синусоидального тока с последовательным соединением приемников.....	14
3.1 Практическая работа по расчету цепей синусоидального тока с последовательным соединением приемников .....	17
4 Краткие теоретические сведения по расчету сложных цепей синусоидального тока методом проводимостей.....	20
4.1 Практическая работа по расчету сложных цепей синусоидального тока методом проводимостей .....	21
5 Краткие теоретические сведения по расчету сложных цепей синусоидального тока символическим методом.....	26
5.1 Практическая работа по расчету сложной цепи синусоидального тока символическим методом .....	27
6 Трехфазные электрические цепи.....	29
6.1 Способы соединения фаз источников и приемников .....	31
6.2 Соотношение между фазными и линейными напряжениями источников, соединенных «звездой» .....	32
6.3 Соединение приемников «звездой» .....	34
6.4 Симметричная нагрузка при соединении приемников «звездой».....	35
6.5 Несимметричная нагрузка при соединении приемников «звездой» ..	36
6.6 Соединение приемников «треугольником» .....	38
6.7 Несимметричная нагрузка .....	41
6.8 Пример расчета трехфазной цепи синусоидального тока при соединении приемников по схеме «звезда» .....	47
6.9 Пример расчета трехфазной цепи синусоидального тока при соединении приемников по схеме «треугольник».....	49
Литература.....	51

## ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие написано в соответствии с программой курса «Электротехника, электроника и микропроцессорная техника» для студентов заочного отделения неэлектротехнических специальностей. В ней освещен многолетний опыт, традиция преподавания этой дисциплины на кафедре «Электромеханические системы автоматизации» ДГМА.

Для активизации работы над курсом и лучшего усвоения материала учебное пособие содержит примеры выполнения практических работ, которые студент обязан выполнить после проработки соответствующего раздела.

Учебное пособие состоит из шести разделов. В первом и во втором разделах приведены сведения по расчету цепей постоянного тока. В третьем разделе приведен расчет цепей синусоидального тока с последовательным соединением элементов. Четвертый и пятый разделы посвящены расчетам сложных цепей синусоидального тока методом проводимостей и символическим методом. Шестой раздел посвящён изучению трёхфазных электрических цепей.

В каждом разделе приведены таблицы исходных данных для решения задач в соответствии с заданным вариантом.

# 1 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ ПО РАСЧЕТУ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА МЕТОДОМ НЕПОСРЕДСТВЕННОГО ПРИМЕНЕНИЯ ЗАКОНОВ КИРХГОФА

Разветвленные электрические цепи постоянного тока с несколькими источниками электрической энергии невозможно анализировать и рассчитывать только на основе закона Ома. Необходимо пользоваться еще двумя законами – законами Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа. Сумма всех приходящих к узлу токов, равняется сумме всех токов, отходящих от узла, то есть алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:  $\sum I = 0$ . Со знаком «+» в уравнение следует включать токи, положительные направления которых обращены к узлу, со знаком «-» – направления которых обращены от узла. Для узла А (рис. 1.1):

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0 \text{ или}$$

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4.$$

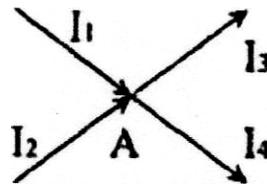


Рисунок 1.1 – Схема узла

Первый закон Кирхгофа недостаточен для расчета сложных разветвленных цепей.

Второй закон Кирхгофа. В замкнутом электрическом контуре алгебраическая сумма всех ЭДС, входящих в контур, равна алгебраической сумме всех падений напряжений на отдельных участках:

Для схемы (рис. 1.2):

$$E_1 + E_2 + E_3 = IR_1 + IR_2 + IR_3.$$

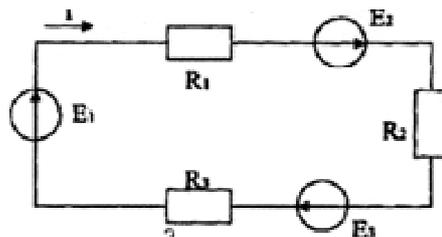


Рисунок 1.2 – Схема цепи с тремя источниками ЭДС

При записи уравнений по законам Кирхгофа должны быть соблюдены следующие правила:

1 Для всех ЭДС цепи должно быть установлено направление их действия. Для заданных ЭДС это направление действия известно из схемы их включения, а для ЭДС, подлежащих определению, оно должно определяться произвольно. Произвольно выбранные направления действия ЭДС принимаются за положительные.

2 Произвольно задаются направлением всех искомых токов на отдельных участках цепи, за исключением токов, величины и направления которых известны.

3 Выбирается произвольное направление обхода каждого из замкнутых контуров.

4 Все ЭДС, направления действия которых совпадают с направлением обхода, входят в левую часть уравнения со знаком «+», и наоборот.

5 Все падения напряжения, вызываемые токами (на внешних и внутренних сопротивлениях), совпадающими с направлением обхода, входят в правую часть уравнения со знаком «+», а токами обратного направления – «-».

Расчет сложных электрических цепей требует совместного применения обоих законов Кирхгофа.

При этом должно быть составлено столько уравнений, сколько имеется неизвестных токов и источников ЭДС.

Сначала составляются уравнения по первому закону Кирхгофа для всех узлов цепи, кроме одного. Недостающее число уравнений составляется по второму закону.

Применим эти правила для расчета сложной разветвленной цепи (рис. 1.3), для которой заданы все ЭДС ( $E_1, E_2, E_3$ ) и все сопротивления ( $R_{01}, R_{02}, R_{03}, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$ ).

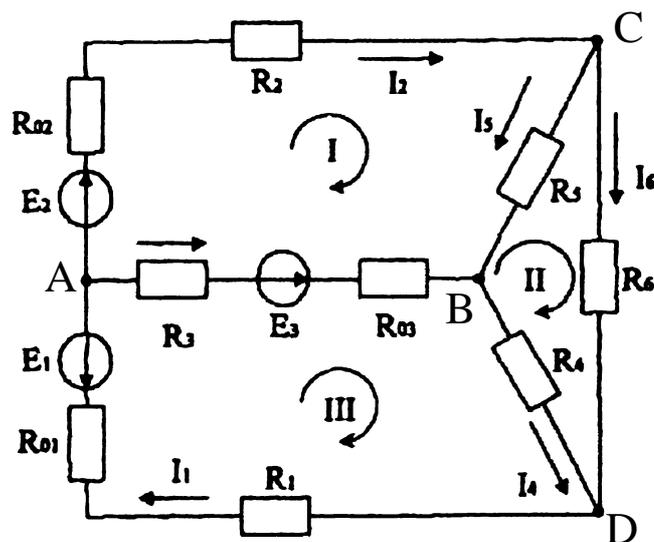


Рисунок 1.3 – Схема разветвлённой электрической цепи

Цепь имеет четыре узла и шесть ветвей. Нужно составить шесть уравнений для шести неизвестных токов. Направления токов в ветвях выбираются произвольно. Так же произвольно выбираются направления обхода контуров. В нашем случае – по направлению движения часовой стрелки.

По первому закону Кирхгофа составляем  $4 - 1 = 3$  уравнения для узла А:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad (1);$$

для узла В:

$$I_3 - I_4 + I_5 = 0 \quad (2);$$

для узла С:

$$I_2 - I_5 - I_6 = 0 \quad (3).$$

Три уравнения по второму закону Кирхгофа:

I контур:

$$E_2 - E_3 = I_2 (R_{02} + R_2) - I_3(R_{03} + R_3) + I_5 R_5 \quad (4);$$

II контур:

$$0 = -I_5 R_5 + I_6 R_6 - I_4 R_4 \quad (5);$$

III контур:

$$E_3 - E_1 = I_3 (R_3 + R_{03}) + I_4 R_4 + I_1 (R_{01} + R_1) \quad (6).$$

Сводим все в единую систему уравнений, составленных в порядке возрастания индексов токов. В уравнениях, составленных по второму закону Кирхгофа, перед токами подставлены значения сопротивлений:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_3 - I_4 + I_5 = 0 \\ I_2 - I_5 - I_6 = 0 \\ 8I_2 - 2.6I_3 + 2I_5 = 4.8 \\ -I_4 - 2I_5 + 4I_6 = 0 \\ 4.6I_1 + 2.6I_3 + I_4 = 2 \end{cases}$$

Решив систему уравнений относительно неизвестных токов любым из известных способов (метод Крамера, метод обратной матрицы и др.), находим значения токов в ветвях цепи.

Если в результате найденное значение тока отрицательно, то это означает, что действительное направление тока противоположно направлению, выбранному в начале решения задачи.

Правильность решения проверяется путем проверки баланса мощности: суммарная мощность, отдаваемая во внешнюю цепь источниками, должна равняться суммарной мощности приемников электрической энергии.

## 2 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ ПО РАСЧЕТУ СЛОЖНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА МЕТОДОМ КОНТУРНЫХ ТОКОВ

Этот метод дает возможность упростить расчет электрических цепей, по сравнению с применением законов Кирхгофа, за счет уменьшения числа решаемых уравнений. Делается допущение, что в каждом контуре имеется контурный ток, общий для всех элементов контура:  $I_I$ ,  $I_{II}$ ,  $I_{III}$ . Их направление выбирается произвольно, так же как и направление обхода контуров. Для определения токов в ветвях  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  и т.д. вначале определяются контурные токи  $I_I$ ,  $I_{II}$ ,  $I_{III}$  путем совместного решения системы уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа, в которые вместо падений напряжений от токов ветвей вводят падения напряжений от контурных токов с соответственными знаками.

Для схемы (см. рис. 1.3) выбираем взаимно независимые контуры: I (ACBA); II (BCDB); III (ABDA). Для неизвестных контурных токов  $I_I$ ,  $I_{II}$ ,  $I_{III}$  по второму закону Кирхгофа составляется система из трех уравнений:

$$\begin{cases} E_2 - E_3 = I_I(R_{02} + R_2 + R_5 + R_{03} + R_3) - I_{II}R_5 - I_{III}(R_{03} + R_3) \\ 0 = I_{III}(R_4 + R_5 + R_6) - I_I R_5 - I_{III}R_4 \\ E_3 - E_1 = I_{III}(R_{03} + R_3 + R_4 + R_{01} + R_1) - I_I(R_{03} + R_3) - I_{II}R_4 \end{cases}$$

После решения системы уравнений получаем значения контурных токов:  $I_I$ ,  $I_{II}$ ,  $I_{III}$ .

Далее определяются действительные токи в ветвях. В ветвях, не являющихся общими для смежных контуров, т.е. в несмежных ветвях, найденный контурный ток будет равен действительному току ветви:  $I_I = I_2$ ,  $I_{III} = I_1$ ,  $I_{II} = I_6$ . В общих же для смежных контуров ветвях действительный ток равен алгебраической сумме контурных токов:

$$I_3 = I_{III} - I_I$$

$$I_4 = I_{III} - I_{II}$$

$$I_5 = I_{II} - I_I$$

Проверка правильности решения по определению токов осуществляется с помощью баланса мощностей:

$$\sum \bar{E} \cdot \bar{I} = \sum \bar{E} \cdot \bar{I} + \sum I^2 \cdot R$$

$$E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3 = I_1^2(R_{01} + \bar{R}_1) + I_2^2(R_{02} + \bar{R}_2) + I_3^2(R_{03} + \bar{R}_3) + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6$$

Уравнение составлено для случая совпадения направления действия токов:  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  и ЭДС  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$ . Если направления  $I$  и  $E$  не совпадают, то их произведение переносится в правую часть уравнения. Задания для разделов 1,2 приведены в таблице 2.1. Схемы разветвленных цепей с несколькими источниками питания приведены на рисунках 2.1–2.30.

Таблица 2.1 – Исходные данные для расчета

Вар.	№ рис.	E <sub>1</sub> , В	E <sub>2</sub> , В	E <sub>3</sub> , В	R <sub>01</sub> , Ом	R <sub>02</sub> , Ом	R <sub>03</sub> , Ом	R <sub>1</sub> , Ом	R <sub>2</sub> , Ом	R <sub>3</sub> , Ом	R <sub>4</sub> , Ом	R <sub>5</sub> , Ом	R <sub>6</sub> , Ом
1	2.1	4	8	10	0.2	0.4	1.2	1	8	4	10	4	6
2	2.2	16	24	28	0.8	0.6	0.8	4	3	2	2	10	4
3	2.3	48	30	24	0.1	1.2	0.4	8	2	1	3	2	7
4	2.4	12	8	16	0.4	0.3	1.2	2	6	4	2	1	5
5	2.5	8	6	10	0.6	0.8	0.6	4	8	2	1	2	4
6	2.6	72	36	40	0.8	0.2	0.5	6	4	3	8	8	6
7	2.7	54	40	36	0.2	0.4	1	10	2	2	6	3	3
8	2.8	36	24	10	1	0.6	0.4	8	6	4	5	5	1
9	2.9	20	18	12	0.5	1	0.6	6	2	8	12	1	2
10	2.10	10	24	18	0.2	0.8	0.4	4	8	8	4	10	4
11	2.11	4	8	10	0.2	0.4	1.2	1	8	4	10	4	6
12	2.12	16	24	28	0.8	0.6	0.8	4	3	2	2	10	4
13	2.13	48	30	24	0.1	1.2	0.4	8	2	1	3	2	7
14	2.14	12	8	16	0.4	0.3	1.2	2	6	4	2	1	5
15	2.15	8	6	10	0.6	0.8	0.6	4	8	2	1	2	4
16	2.16	72	36	40	0.8	0.2	0.5	6	4	3	8	8	6
17	2.17	54	40	36	0.2	0.4	1	10	2	2	6	3	3
18	2.18	36	24	10	1	0.6	0.4	8	6	4	5	5	1
19	2.19	20	18	12	0.5	1	0.6	6	2	8	12	1	2
20	2.20	10	24	18	0.2	0.8	0.4	4	8	8	4	10	4
21	2.21	4	8	10	0.2	0.4	1.2	1	8	4	10	4	6
22	2.22	16	24	28	0.8	0.6	0.8	4	3	2	2	10	4
23	2.23	48	30	24	0.1	1.2	0.4	8	2	1	3	2	7
24	2.24	12	8	16	0.4	0.3	1.2	2	6	4	2	1	5
25	2.25	8	6	10	0.6	0.8	0.6	4	8	2	1	2	4
26	2.26	72	36	40	0.8	0.2	0.5	6	4	3	8	8	6
27	2.27	54	40	36	0.2	0.4	1	10	2	2	6	3	3
28	2.28	36	24	10	1	0.6	0.4	8	6	4	5	5	1
29	2.29	20	18	12	0.5	1	0.6	6	2	8	12	1	2
30	2.30	10	24	18	0.2	0.8	0.4	4	8	8	4	10	4

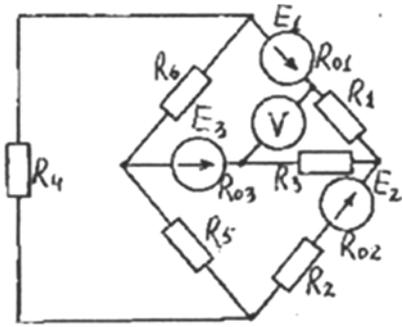


Рисунок 2.1

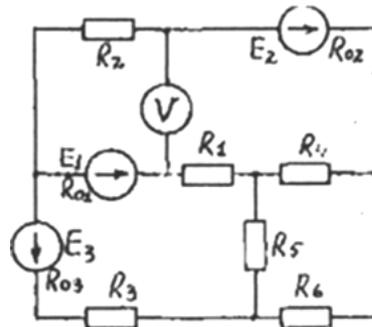


Рисунок 2.2

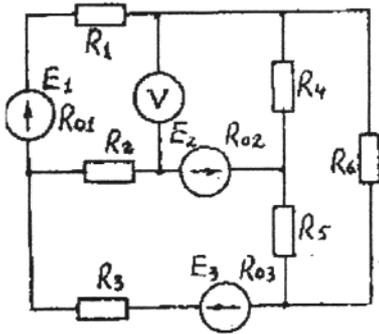


Рисунок 2.3

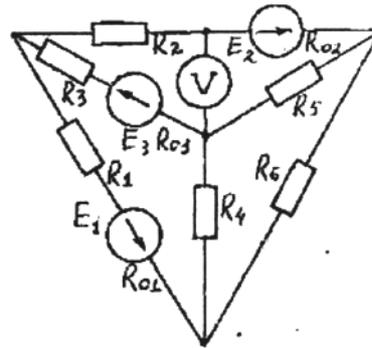


Рисунок 2.4

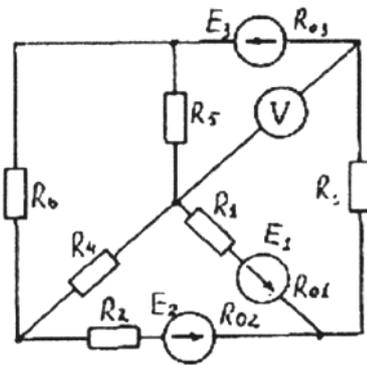


Рисунок 2.5

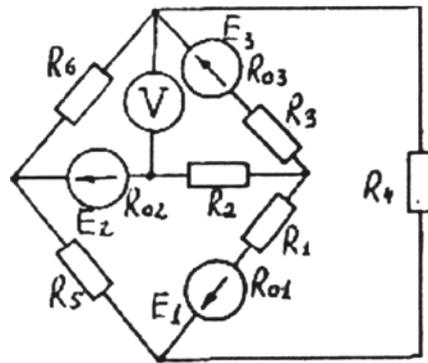


Рисунок 2.6

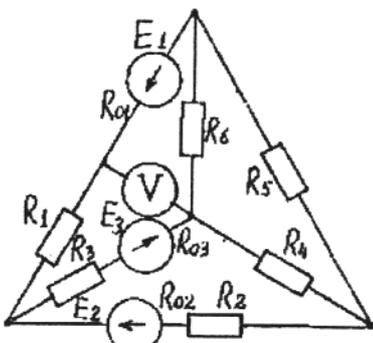


Рисунок 2.7

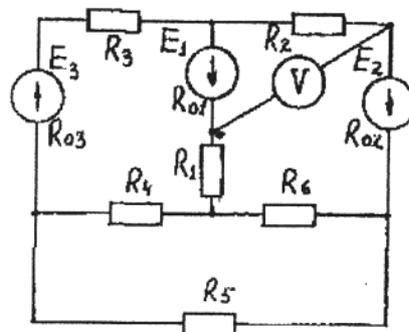


Рисунок 2.8

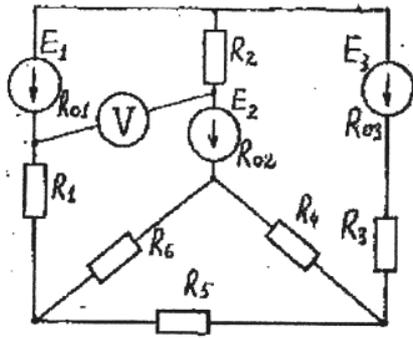


Рисунок 2.9

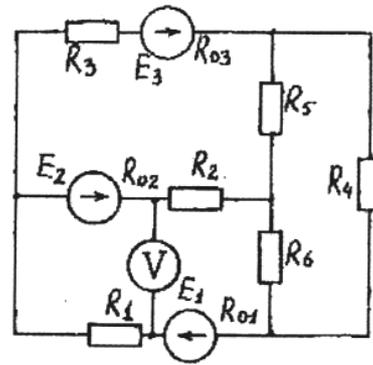


Рисунок 2.10

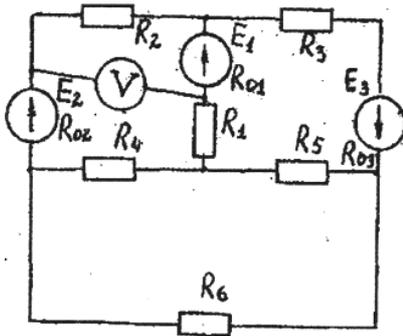


Рисунок 2.11

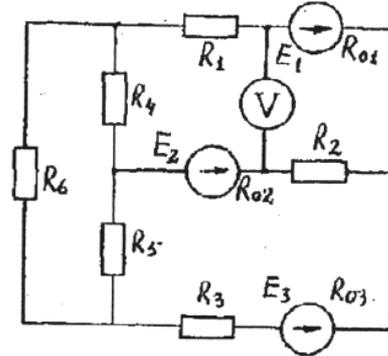


Рисунок 2.12

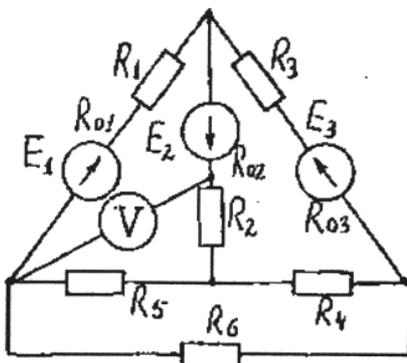


Рисунок 2.13

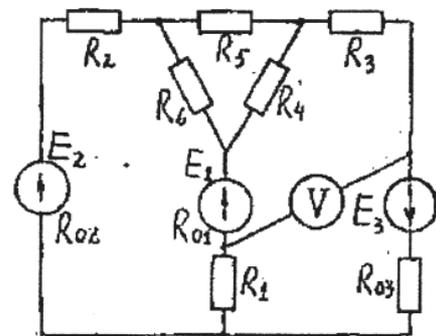


Рисунок 2.14

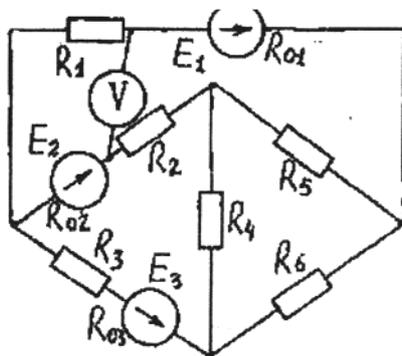


Рисунок 2.15

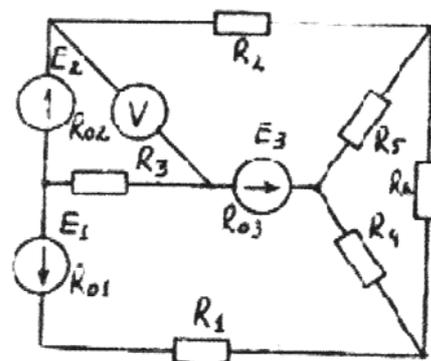


Рисунок 2.16

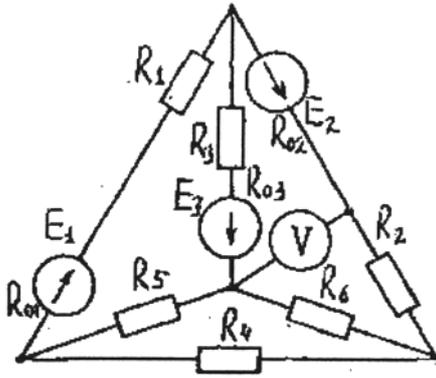


Рисунок 2.17

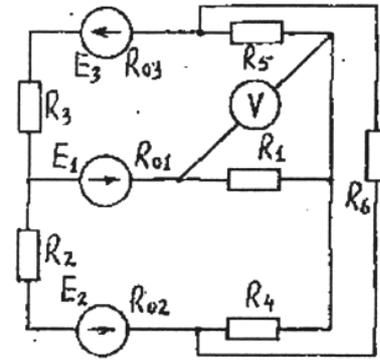


Рисунок 2.18

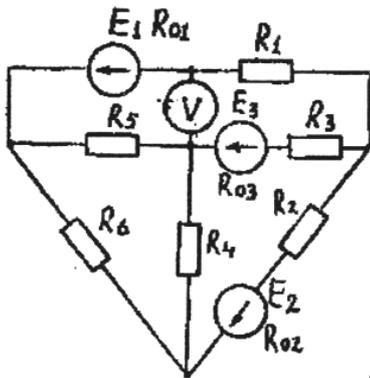


Рисунок 2.19

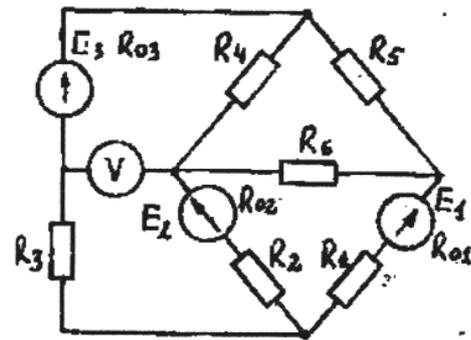


Рисунок 2.20

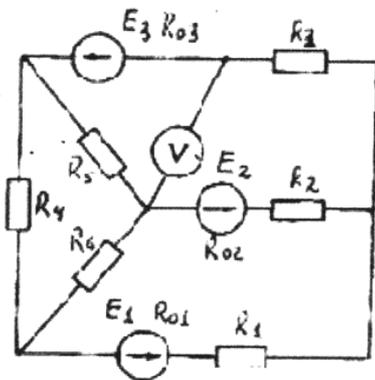


Рисунок 2.21

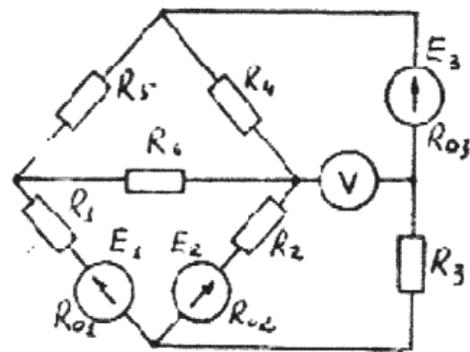


Рисунок 2.22

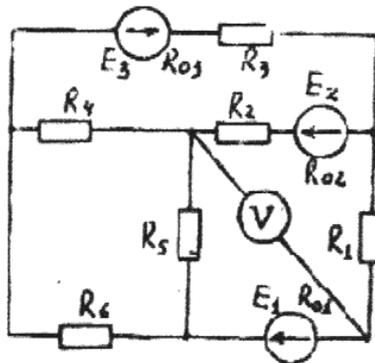


Рисунок 2.23

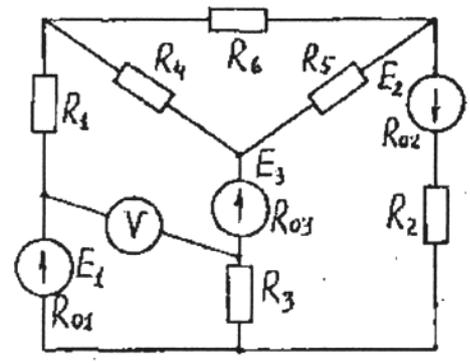


Рисунок 2.24

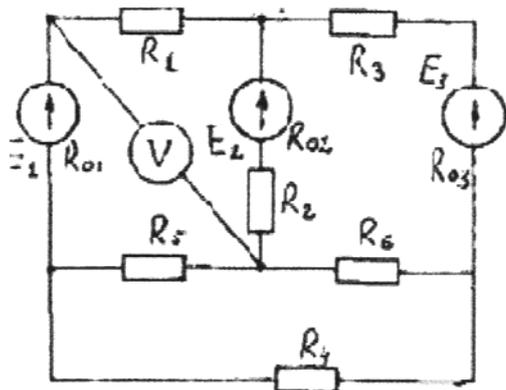


Рисунок 2.25

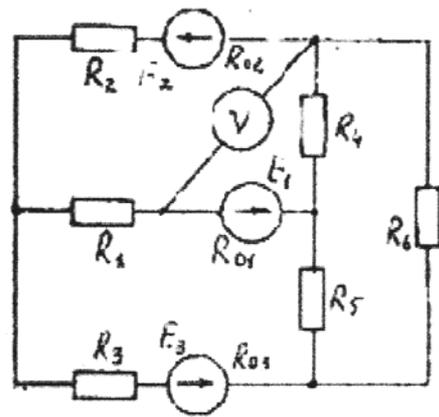


Рисунок 2.26

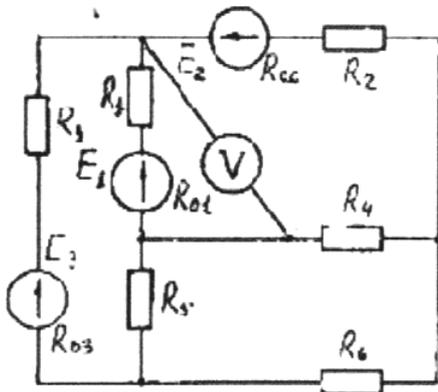


Рисунок 2.27

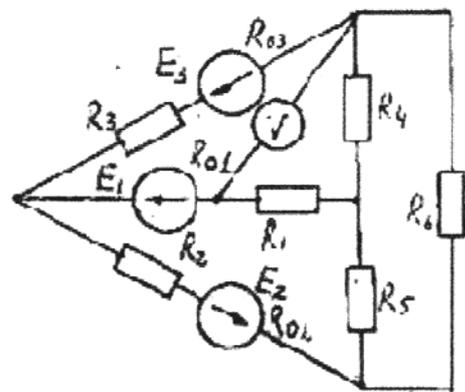


Рисунок 2.28

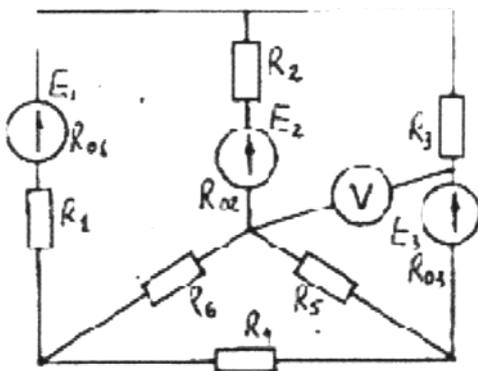


Рисунок 2.29

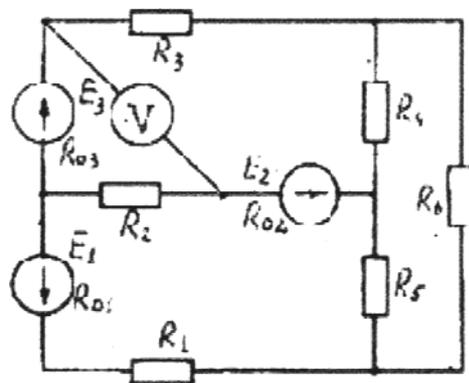


Рисунок 2.30

### 3 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ ПО РАСЧЕТУ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ ПРИЕМНИКОВ

Исходные данные для расчета приведены в таблице 3.1. На рисунках 3.1 – 3.10 изображены схемы последовательных цепей синусоидального тока. При заданных параметрах элементов цепи необходимо выполнить следующее:

1 Определить реактивные индуктивные  $X_L$  и реактивные емкостные  $X_C$  сопротивления при частоте тока равной 50 Гц.

2 Определить полное сопротивление цепи  $Z$ .

3 Определить ток в цепи и напряжения на отдельных ее участках, приняв напряжение на зажимах источника равным ЭДС источника  $E$  ( $U_{ab} = E$ ).

4 Определить активную  $P$ , реактивную  $Q$  и полную  $S$  мощности, отдаваемые источником электроэнергии.

5 Построить в масштабе векторную диаграмму тока и напряжений цепи, на которой изобразить напряжения для каждого элемента цепи.

6 Определить на векторной диаграмме показания вольтметра, подключенного к указанным точкам цепи.

7 Определить частоту тока  $f_p$ , при которой в данной цепи возможен резонанс напряжений.

Реактивные сопротивления катушек  $X_L$  и конденсаторов  $X_C$  определяются в соответствии с выражениями:

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L;$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

где  $f$  – частота переменного тока;  $L$  – индуктивность катушки;  $C$  – емкость конденсатора

Полное сопротивление цепи находится из выражения:

$$Z = \sqrt{(\sum R_i)^2 + (\sum X_{Li} - \sum X_{Ci})^2},$$

где  $\sum R_i$ ,  $\sum X_{Li}$ ,  $\sum X_{Ci}$  – сумма активных, индуктивных и реактивных емкостных сопротивлений элементов цепи.

Общий ток в цепи находится в соответствии с законом Ома:

$$I = \frac{U}{Z}.$$

Мощности источника находятся из выражения:

$$S = U \cdot I = I^2 \cdot Z; P = I^2 \cdot \sum R_i; Q = I^2 \cdot (\sum X_{Li} - \sum X_{Ci})$$

После определения напряжений на активных ( $U_{Ri} = IR$ ) и реактивных элементах ( $U_{Li} = I \cdot X_{Li}$ ;  $U_{Ci} = I \cdot X_{Ci}$ ) строится векторная диаграмма  $\bar{I}$ ,  $\bar{U}$ .

Для этого необходимо выбрать масштаб тока  $m_i$  и напряжений  $m_u$  и определить длину векторов  $\bar{I}, \bar{U}$ , разделив значения токов и напряжений на выбранный масштаб. Построение начинается с расположения вектора тока  $I_7$  на оси X. Вектора напряжений элементов цепи  $U_{Li}, U_{Ci}$  располагаются относительно выбранного вектора  $\bar{I}$  в соответствии с характером приемника (R, L, C). Сумма векторов напряжений на отдельных элементах цепи должна дать вектор напряжения источника, равный ЭДС источника.

Из векторной диаграммы определяется показание вольтметра. Резонансная частота  $f_p$  определяется из равенства  $\sum X_{Li} = \sum X_{Ci}$ .

Таблица 3.1 – Исходные данные для расчетов

Вариант	№ рис.	U, В	C1, мкФ	C2, мкФ	C3, мкФ	L1, мГн	L2, мГн	R1, Ом	R2, Ом
1	3.1	150	$\infty$	100	200	20	50	0	10
2	3.7	150	$\infty$	200	$\infty$	100	110	15	20
3	3.2	100	200	300	$\infty$	0	20	5	8
4	3.6	100	1500	$\infty$	1000	80	70	5	0
5	3.3	120	$\infty$	$\infty$	150	10	40	4	3
6	3.9	120	$\infty$	$\infty$	300	16	25	8	10
7	3.4	200	300	500	$\infty$	100	0	6	6
8	3.10	200	100	150	$\infty$	30	0	10	8
9	3.5	220	$\infty$	250	350	70	90	10	0
10	3.1	220	150	$\infty$	500	10	15	0	8
11	3.6	150	600	$\infty$	800	0	30	2	5
12	3.3	150	$\infty$	1000	$\infty$	90	80	8	2
13	3.7	100	$\infty$	150	$\infty$	40	80	9	6
14	3.2	100	160	200	$\infty$	70	50	10	0
15	3.8	120	100	$\infty$	$\infty$	90	50	7	3
16	3.4	120	350	$\infty$	260	40	60	0	20
17	3.9	200	230	330	$\infty$	60	70	10	15
18	3.5	200	$\infty$	220	700	50	80	20	0
19	3.10	220	$\infty$	400	$\infty$	100	80	12	3
20	3.9	220	1000	700	600	0	100	0	25
21	3.1	150	700	$\infty$	900	0	45	4	4
22	3.6	150	400	$\infty$	350	110	0	10	20
23	3.3	100	$\infty$	100	400	30	0	10	6
24	3.1	100	$\infty$	160	210	0	90	7	15
25	3.2	120	300	500	700	0	90	0	15
26	3.8	200	180	$\infty$	280	85	0	10	10
27	3.4	200	$\infty$	200	$\infty$	50	70	10	8
28	3.1	220	$\infty$	750	$\infty$	120	105	15	15
29	3.5	220	150	200	300	25	0	14	0
30	3.9	150	850	$\infty$	900	0	115	5	4

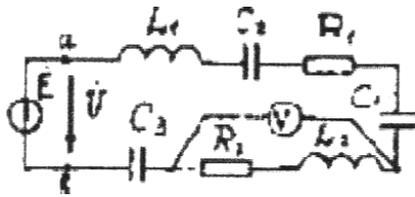


Рисунок 3.1

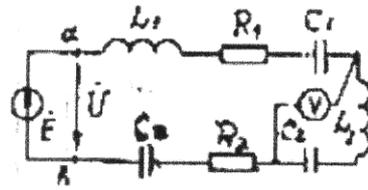


Рисунок 3.2

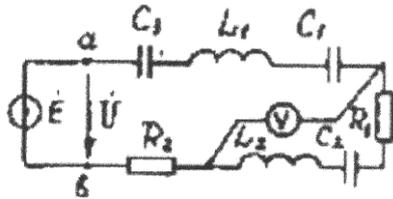


Рисунок 3.3

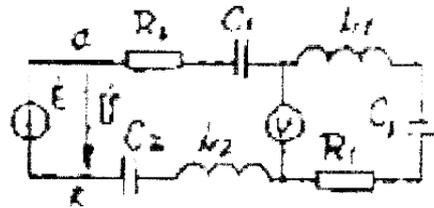


Рисунок 3.4

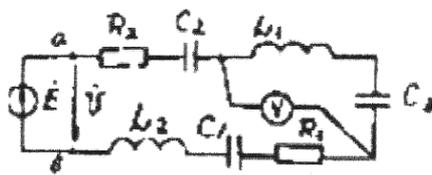


Рисунок 3.5

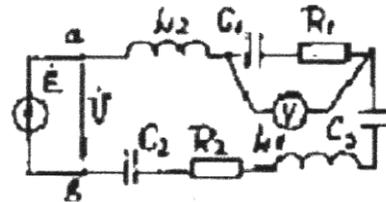


Рисунок 3.6

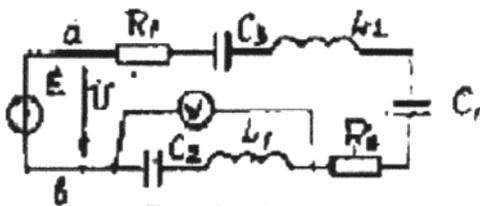


Рисунок 3.7

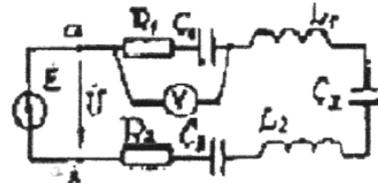


Рисунок 3.8

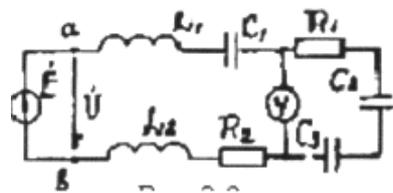


Рисунок 3.9

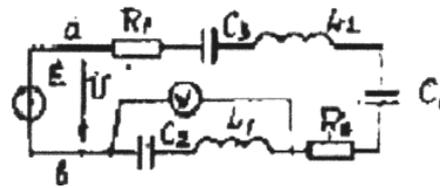


Рисунок 3.10

### 3.1 Практическая работа по расчету цепей синусоидального тока с последовательным соединением приемников

Схема цепи приведена на рисунке 3.11.

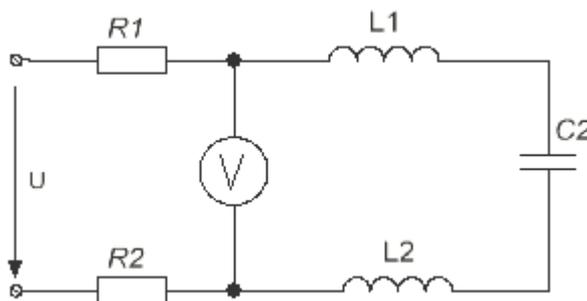


Рисунок 3.1 – Схема последовательной цепи

Исходные данные для расчета:

$$U = 150 \text{ (В)}; f = 50 \text{ (Гц)}; R_1 = 15 \text{ (Ом)}; R_2 = 20 \text{ (Ом)}; L_1 = 10 \text{ (мГн)}, \\ L_2 = 100 \text{ (мГн)}, C_2 = 200 \text{ (мкФ)}$$

Решение:

Значения реактивных сопротивлений:

$$X_{L1} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 3,14 \text{ (Ом)}; \\ X_{L2} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 31,4 \text{ (Ом)}; \\ X_{C2} = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_2} = 15,9 \text{ (Ом)}.$$

Значение полного сопротивления цепи:

$$Z = \sqrt{(\sum R_i)^2 + (\sum X_{Li} - \sum X_{Ci})^2} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_{L1} + X_{L2} - X_{C2})^2} \\ Z = \sqrt{(15 + 20)^2 + (3,14 + 31,4 - 15,9)^2} = 41,2 \text{ (Ом)} \\ I = \frac{U}{Z} = \frac{150}{41,2} = 3,64 \text{ (А)}$$

Напряжения на элементах цепи

$$U_{R1} = I \cdot R_1 = 3,64 \cdot 15 = 54,6 \text{ (В)}; \\ U_{R2} = I \cdot R_2 = 3,64 \cdot 20 = 73 \text{ (В)}; \\ U_{L1} = I \cdot X_{L1} = 3,64 \cdot 3,14 = 11,4 \text{ (В)}; \\ U_{L2} = I \cdot X_{L2} = 3,64 \cdot 31,4 = 114 \text{ (В)}; \\ U_{C2} = I \cdot X_{C2} = 3,64 \cdot 15,9 = 58 \text{ (В)}.$$

Построим векторную диаграмму  $\bar{U}$ ,  $\bar{I}$ . Выберем масштабы тока  $mI$  и напряжений  $mU$ :

$$mI = \frac{1A}{1\text{см}}; mU = \frac{50V}{1\text{см}}.$$

Разделив значения тока и напряжений на масштабы, получим длину вектора тока равную 3,64 см.

Длины векторов напряжений:

$$l_{UR1} \approx 1,1(\text{см}); l_{UR2} \approx 1,5(\text{см}); l_{UL1} \approx 0,2(\text{см}); l_{UL2} \approx 2,5(\text{см}); l_{UC2} \approx 1,2(\text{см}).$$

Вектора напряжений ( $\bar{U}_{Li}$ ) опережают вектор тока  $\bar{I}$  на  $90^\circ$ , а вектор  $\bar{U}_{C2}$  отстает от вектора  $\bar{I}$  на  $90^\circ$ .

На рисунке 3.12 приведена векторная диаграмма  $\bar{U}$ ,  $\bar{I}$  цепи.

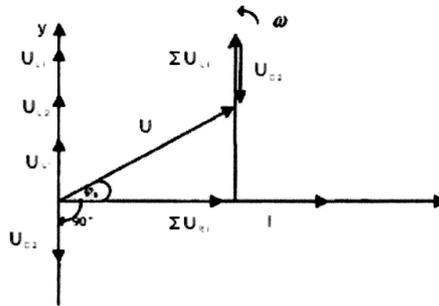


Рисунок 3.2 – Векторная диаграмма цепи

Показания вольтметра определяются из векторной диаграммы:

$$\bar{V} = \sum \bar{U}_{Li} - \bar{U}_{C2}$$

Длина вектора

$$IV = l_{\sum ULi} - l_{UC2} = 2,7 - 1,2 = 1,5 (\text{см})$$

Напряжения

$$U = 1,5 \cdot 50 = 75(\text{В}).$$

Длина вектора общего напряжения  $l_U = 3(\text{см})$ . Значение напряжения цепи

$$U = 3 \cdot 50 = 150(\text{В}).$$

Цепь носит активно-индуктивный характер, так как угол сдвига фаз  $\varphi$  между векторами  $\bar{U}$  и  $\bar{I}$  больше нуля

$$\cos \varphi_0 = \frac{R_1 + R_2}{Z} = \frac{15 + 20}{41,2} = 0,85;$$

$$\sin \varphi_0 = \frac{XL_1 + XL_2 - XC_2}{Z} = \frac{3,14 + 31,4 - 15,9}{41,2} = 0,452.$$

Полная мощность цепи

$$S = U \cdot I = 150 \cdot 3,64 = 546(\text{ВА}).$$

Активная (P) и реактивная (Q) мощности цепи:

$$P = I \cdot U \cdot \cos \varphi_0 = 3,64 \cdot 150 \cdot 0,85 = 464(\text{Вт})$$

$$Q = I \cdot U \cdot \sin \varphi_0 = 3,64 \cdot 150 \cdot 0,452 = 247(\text{ВАр})$$

Активная мощность потребителей

$$P_{\text{потр}} = \sum P_i = P_1 + P_2 = I^2 \cdot (R_1 + R_2) = 3,64^2 \cdot (15 + 20) = 464(\text{Вт}).$$

Реактивная мощность потребителей

$$Q_{\text{потр}} = \sum Q_i = Q_{L1} + Q_{L2} - Q_{C2} = I^2 \cdot (X_{L1} + X_{L2} - X_{C2}) = 3,64^2 \cdot (3,14 + 31,4 - 15,9) = 247(\text{ВАр}).$$

Мощность источника равна мощности потребителей.

Значение резонансной частоты находим из равенства

$$\sum X_{Li} = \sum X_{Ci};$$

$$X_{L1} + X_{L2} = X_{C2};$$

$$2 \cdot \pi \cdot f_p \cdot (L_1 + L_2) \cdot 10^{-3} = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot f_p \cdot C_2};$$

$$(2 \cdot \pi \cdot f_p)^2 = \frac{10^9}{(L_1 + L_2) \cdot C_2};$$

$$f_p = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{10^9}{(L_1 + L_2) \cdot C_2}}.$$

Подставив в уравнение  $f_p$  значения  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $C_2$ , получим:

$$f_p = \frac{1}{2 \cdot 3,14} \cdot \sqrt{\frac{10^9}{(10 + 100) \cdot 200}} = 34(\text{Гц})$$

#### 4 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ ПО РАСЧЕТУ СЛОЖНЫХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА МЕТОДОМ ПРОВОДИМОСТЕЙ

Дана разветвленная цепь однофазного синусоидального тока (рис. 4.1), состоящая из трех ветвей: двух параллельных 1, 2 и ветви 3, соединенной последовательно по отношению к ветвям 1, 2.

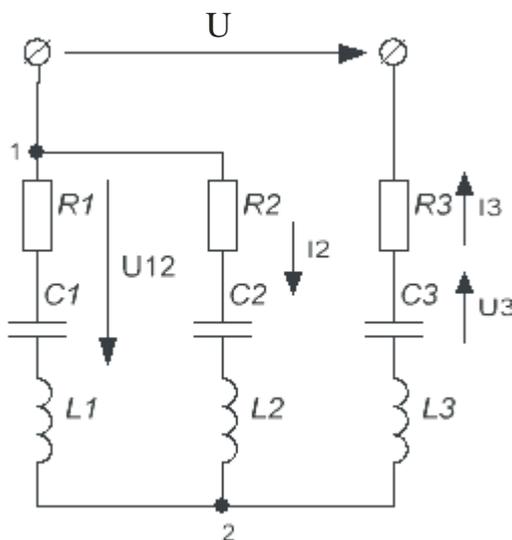


Рисунок 4.1 – Схема электрической цепи

Исходные данные для расчёта по данному разделу приведены в таблице 4.1. Для решения используется метод эквивалентных преобразований: расчетная цепь приводится к эквивалентному сопротивлению  $Z_0$ , определяется общий ток в цепи ( в данном случае для всех вариантов это будет ток  $I_3$ ), а затем «разворачивая» цепь в обратной последовательности, определяют токи, напряжения в ветвях, мощности, углы сдвига фаз  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_0$  между током и напряжением на отдельных участках.

Проверку правильности расчёта производят составлением баланса мощностей.

Активная мощность источника:

$$P_0 = U_0 \cdot I_3 \cdot \cos \varphi_0$$

Реактивная мощность источника:

$$Q_0 = U_0 \cdot I_3 \cdot \sin \varphi_0$$

Активные мощности потребителей в ветвях:

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_1;$$

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2;$$

$$P_3 = I_3^2 \cdot R_3$$

## Реактивные мощности потребителей в ветвях

$$Q_1 = I_1^2 \cdot X_1;$$

$$Q_2 = I_2^2 \cdot X_2;$$

$$Q_3 = I_3^2 \cdot X_3$$

В последнем выражении  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  являются результирующими величинами индуктивного и емкостного сопротивлений соответствующих ветвей.

Баланс мощностей:

$$P_0 = P_1 + P_2 + P_3$$

$$Q_0 = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

При составлении последнего равенства важно помнить, что реактивные мощности индуктивного и емкостного характера имеют разные знаки. Заканчивается расчет построением векторной диаграммы  $U$ ,  $I$  для всей цепи, в которой необходимо отобразить законы Кирхгофа. Первый закон Кирхгофа для всей цепи:

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$$

Второй закон Кирхгофа для всей цепи

$$\bar{U}_3 = \bar{U}_{R3} + \bar{U}_{L3} + \bar{U}_{C3}$$

$$\bar{U}_{12} = \bar{U}_{R1} + \bar{U}_{L1} + \bar{U}_{C1}$$

$$\bar{U}_{12} = \bar{U}_{R2} + \bar{U}_{L2} + \bar{U}_{C2}$$

## 4.1 Практическая работа по расчету сложных цепей синусоидального тока методом проводимостей

Схема цепи приведена на рисунке 4.2.

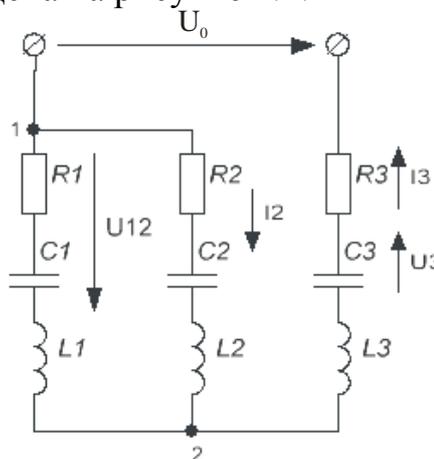


Рисунок 4.2 – Схема сложной цепи

Исходные данные для расчета:

$U_0 = 220 \text{ В}$ ,  $f = 50 \text{ Гц}$ ,  $R_1 = 14 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 20 \text{ Ом}$ ,  $L_1 = 0,05 \text{ Гн}$ ,  
 $L_2 = 0,08 \text{ Гн}$ ,  $L_3 = 0,045 \text{ (Гн)}$ ,  $C_1 = 80 \text{ (мкф)}$ ,  $C_2 = 112 \text{ (мкф)}$ ,  $C_3 = 0 \text{ (мкф)}$ .

Решение

Значения реактивных сопротивлений:

$$X_{L1} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,05 = 15,708 \text{ (Ом)}$$

$$X_{L2} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,08 = 25,133 \text{ (Ом)}$$

$$X_{L3} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_3 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,045 = 14,137 \text{ (Ом)}$$

$$X_{C1} = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 80} = 39,789 \text{ (Ом)}$$

$$X_{C2} = \frac{10^6}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_2} = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 112} = 28,421 \text{ (Ом)}$$

Значение полного сопротивления ветвей 1, 2:

$$Z_1 = \sqrt{(\sum R_i)^2 + (\sum X_{Li} - \sum X_{Ci})^2} = \sqrt{14^2 + (15,708 - 39,789)^2} = 27,855 \text{ (Ом)}$$

$$Z_2 = \sqrt{(\sum R_i)^2 + (\sum X_{Li} - \sum X_{Ci})^2} = \sqrt{0^2 + (25,133 - 28,421)^2} = 3,228 \text{ (Ом)}$$

Активные и реактивные проводимости ветвей 1, 2:

$$q_1 = \frac{R_1}{Z_1^2} = \frac{14}{27,855^2} = 0,018$$

$$q_2 = \frac{R_2}{Z_2^2} = \frac{0}{3,228^2} = 0$$

$$b_1 = \frac{X_{L1} - X_{C1}}{Z_1^2} = \frac{15,708 - 39,789}{27,855^2} = -0,031$$

$$b_2 = \frac{X_{L2} - X_{C2}}{Z_2^2} = \frac{25,133 - 28,421}{3,228^2} = -0,304$$

Полная проводимость участка 1,2:

$$y_{12} = \sqrt{(q_1 + q_2)^2 + (b_1 + b_2)^2} = \sqrt{(0,018 + 0)^2 + (-0,031 - 0,304)^2} = 0,336 \text{ (См)}$$

Полное сопротивление параллельного участка

$$Z_{12} = \frac{1}{y_{12}} = \frac{1}{0,336} = 2,979 \text{ (Ом)}$$

Эквивалентные активное и реактивное сопротивления параллельного участка:

$$R_{12} = (q_1 + q_2) \cdot Z_{12}^2 = 0,018 \cdot 2,979^2 = 0,16 \text{ (Ом)}$$

$$X_{12} = (b_1 + b_2) \cdot Z_{12}^2 = (-0,031 - 0,304) \cdot 2,979^2 = -2,975 \text{ (Ом)}$$

Эквивалентное полное сопротивление параллельного участка

$$Z_3 = \sqrt{(R_3 + R_{12})^2 + (X_{L3} + X_{12})^2} = \sqrt{(20 + 0,16)^2 + (14,137 - 2,975)^2} = 23,044$$

Значение общего тока в цепи

$$I_3 = \frac{U_0}{Z_3} = \frac{220}{23,044} = 9,547 \text{ (A)}$$

Напряжение параллельного участка

$$U_{12} = I_3 \cdot Z_{12} = 9,547 \cdot 2,979 = 28,441 \text{ (В)}$$

Значение токов в параллельных ветвях

$$I_1 = \frac{U_{12}}{Z_1} = \frac{28,441}{27,855} = 1,021 \text{ (A)}$$

$$I_2 = \frac{U_{12}}{Z_2} = \frac{28,441}{3,288} = 8,65 \text{ (A)}$$

Напряжение на элементах цепи

$$\begin{aligned} U_{R1} &= I_1 \cdot R_1 = 1,021 \cdot 14 = 14,295 \text{ (В)}; & U_{R3} &= I_3 \cdot R_3 = 9,547 \cdot 20 = 190,938 \text{ (В)}; \\ U_{L1} &= I_1 \cdot X_{L1} = 1,021 \cdot 15,708 = 16,038 \text{ (В)}; & U_{L2} &= I_2 \cdot X_{L2} = 8,65 \cdot 25,133 = 217,408 \text{ (В)}; \\ U_{L3} &= I_3 \cdot X_{L3} = 9,547 \cdot 14,137 = 134,966 \text{ (В)}; & U_{C1} &= I_1 \cdot X_{C1} = 1,021 \cdot 39,789 = 40,626 \text{ (В)}; \\ & & U_{C2} &= I_2 \cdot X_{C2} = 8,65 \cdot 28,421 = 245,849 \text{ (В)}. \end{aligned}$$

Угол сдвига фаз между общим током  $I_3$  и напряжением  $U_0$

$$\begin{aligned} \cos \varphi_0 &= \frac{R_{12} + R_3}{R_3} = \frac{0,16 + 20}{23,044} = 0,875 \\ \sin \varphi_0 &= \frac{X_{L2} + X_{L3}}{R_3} = \frac{-2,975 + 14,137}{23,044} = 0,484 \end{aligned}$$

Углы сдвига фаз между токами и напряжениями в параллельных ветвях

$$\begin{aligned} \cos \varphi_1 &= \frac{R_1}{Z_1} = \frac{14}{27,855} = 0,503 \\ \varphi_1 &= 59,8^\circ \\ \sin \varphi_1 &= \frac{X_{L1} - X_{C1}}{Z_1} = \frac{15,708 - 39,789}{27,855} = -0,865 \end{aligned}$$

Цепь 1 носит активно-ёмкостный характер

$$\begin{aligned} \cos \varphi_2 &= \frac{R_2}{Z_2} = \frac{0}{3,288} = 0 \\ \varphi_2 &= 90^\circ \\ \sin \varphi_2 &= \frac{X_{L2} - X_{C2}}{Z_2} = \frac{25,133 - 28,421}{3,288} = -1 \end{aligned}$$

Цепь 2 носит ёмкостный характер.

Векторная диаграмма, представленная на рисунке 4.3, строится в соответствии с уравнениями:

$$\bar{I}_3 = \bar{I}_1 + \bar{I}_2; \bar{U}_0 = \bar{U}_{12} + \bar{U}_3; \bar{U}_3 = \bar{U}_{R3} + \bar{U}_{L3}.$$

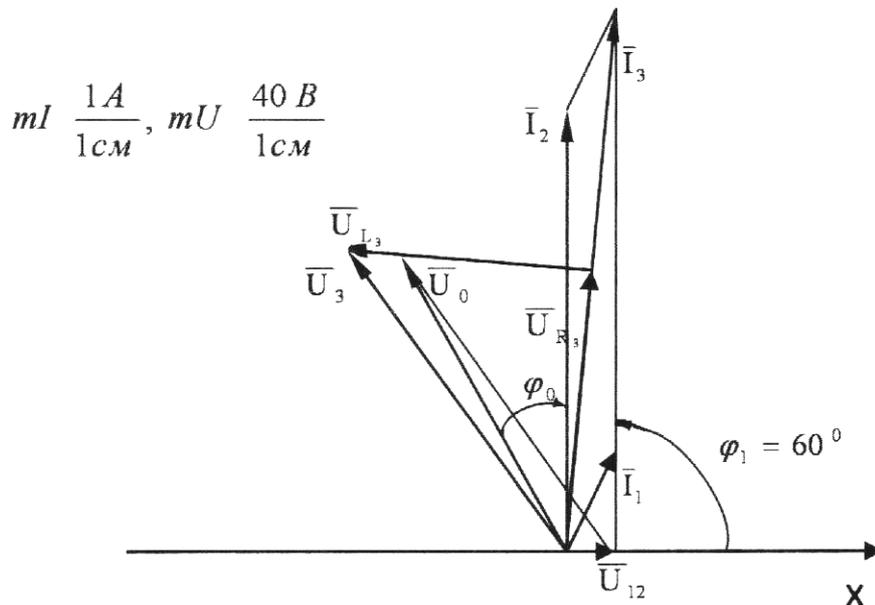


Рисунок 4.3 – Векторная диаграмма

Полная мощность цепи

$$S = U_0 \cdot I_3 = 220 \cdot 9,547 = 2100,34(\text{ВА})$$

Активная и реактивная мощности источника:

Активная мощность

$$P_0 = U_0 \cdot I_3 \cdot \cos \varphi_0 = 220 \cdot 9,547 \cdot 0,875 = 1837,4648(\text{Вт})$$

Реактивная мощность

$$Q_0 = U_0 \cdot I_3 \cdot \sin \varphi_0 = 220 \cdot 9,54 \cdot 0,484 = 1017,3826(\text{ВАр})$$

Активная и реактивная мощность потребителя:

Активная мощность

$$P = P_1 + P_3 = I_1^2 \cdot R_1 + I_3^2 \cdot R_3 = 1,021^2 \cdot 14 + 9,547^2 \cdot 20 = 1837,4648(\text{Вт})$$

Реактивная мощность:

$$\begin{aligned} Q_0 &= Q_1 + Q_2 + Q_3 = I_1^2 \cdot (X_{L1} - X_{C1}) + I_2^2 \cdot (X_{L2} - X_{C2}) + I_3^2 \cdot X_{L3} = \\ &= 1,021^2 \cdot (15,708 - 39,789) + 8,65^2 \cdot (25,133 - 28,421) + 9,547^2 \cdot 14,137 = 1017,3826(\text{ВАр}) \end{aligned}$$

Мощность источника равна мощности потребителей, следовательно, баланс мощности выполнен. Задача решена верно.

Таблица 4.1 – Исходные данные для расчётов

Вариант	$f_0$ , Гц	$R_1$ , Ом	$C_1$ , мкФ	$L_1$ , Гн	$R_2$ , Ом	$C_2$ , мкФ	$L_2$ , Гн	$R_3$ , Ом	$C_3$ , мкФ	$U$ , В	$L_3$ , Гн
11	50	20	100	0,1	0	80	0	15	210	12	0,02
12	100	12	100	0,026	0	0	0,05	30	70	24	0,046
13	400	16	23	0,09	24	0	0	40	6	36	0,03
14	250	10	90	0,045	20	0	0	15	60	48	0,015
15	300	0	5	0,06	50	9	0	40	11	60	0,037
16	100	60	15	0,08	0	70	0	0	24	110	0,1
17	250	6	130	0,0054	0	64	0,006	0	90	127	0
18	100	0	60	0,084	35	38	0,07	0	0	220	0,04
19	100	20	55	0,048	0	18	0,1	0	0	280	0,09
20	50	13	140	0,068	0	70	0,062	25	0	380	0,08
21	300	0	50	0,03	16	40	0,008	17	0	12	0,02
22	400	0	20	0,01	70	6	0,03	30	0	24	0,02
23	50	20	0	0	9	300	0,05	40	90	36	0,1
24	300	5	0	0,009	0	60	0,005	9	100	48	0,0045
25	100	15	0	0,06	0	15	0,07	17	50	60	0,05
26	250	6	130	0	12	115	0,03	0	30	110	0,013
27	100	15	0	0,03	0	63	0,06	20	30	127	0,04
28	100	40	0	0,05	0	26	0Д	50	14	220	од
29	50	14	80	0,05	0	115	0,08	20	0	280	0,04
30	250	0	40	0,008	25	80	0,032	12	0	380	0
31	100	0	25	0,035	15	100	0,02	20	60	12	0
32	50	0	112	0,08	16	0	0,05	15	40	24	0,1
33	100	15	80	0,08	18	50	0	0	30	36	0,1
34	100	32	40	0,06	0	0	0,03	25	117	48	0,06
35	250	15	60	0	0	38	0,01	20	20	60	0,0075
36	50	40	0	0	30	120	0,15	0	80	110	0,063
37	150	10	130	0	0	60	0,025	15	200	127	0,01
38	200	0	0	0,014	12	0	0,02	0	50	220	0,009
39	100	32	32	0	20	100	0,04	25	30	280	0,03
40	250	0	0	0,02	0	40	0,01	20	50	380	0

## 5 КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ ПО РАСЧЕТУ СЛОЖНЫХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА СИМВОЛИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Расчет осуществляется на примере цепи (рис. 4.2).

Вначале определяются полные сопротивления ветвей в комплексной форме:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + \gamma \cdot (X_{L1} - X_{C1})$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + \gamma \cdot (X_{L2} - X_{C2})$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + \gamma \cdot (X_{L3} - X_{C3})$$

Эквивалентное полное сопротивление параллельного участка определяется по формуле:

$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

Эквивалентное полное сопротивление всей цепи

$$\underline{Z}_\Sigma = \underline{Z}_{12} + \underline{Z}_3$$

Общий ток цепи:

$$\underline{I}_3 = \frac{U_0}{\underline{Z}_\Sigma}$$

Напряжение параллельного участка

$$\underline{U}_{12} = \underline{I}_3 \cdot \underline{Z}_{12}$$

Токи параллельных ветвей

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_1}, \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_2}$$

Напряжение третьей ветви

$$\underline{U}_3 = \underline{I}_3 \cdot \underline{Z}_3$$

Векторная диаграмма  $\underline{U}, \underline{I}$  строится на комплексной плоскости в соответствии с уравнениями Кирхгофа:

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2;$$

$$\underline{U}_0 = \underline{U}_{12} + \underline{U}_3$$

Полная мощность всей цепи

$$S = U_0 \cdot I_3^*$$

где  $I_3^*$  – сопряжённое комплексное значение общего тока.

## 5.1 Практическая работа по расчету сложной цепи синусоидального тока символическим методом

Исходные данные для расчета:

$$U_0 = 220 \text{ (В)}, f = 50 \text{ Гц}, R_1 = 14 \text{ (Ом)}, R_3 = 20 \text{ (Ом)}, X_{L1} = 15,702 \text{ (Ом)}, \\ X_{L2} = 25,133 \text{ (Ом)}, X_{L3} = 14,137 \text{ (Ом)}, X_{C1} = 39,789 \text{ (Ом)}, X_{C2} = 28,421 \text{ (Ом)}.$$

Решение

Полные сопротивления ветвей

$$\underline{Z}_1 = R_1 + \gamma \cdot (X_{L1} - X_{C1}) = 14 + \gamma \cdot (15,702 - 39,789) = 14 - \gamma 24,08$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + \gamma \cdot (X_{L2} - X_{C2}) = 0 + \gamma \cdot (25,133 - 28,421) = -\gamma 3,288$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 + \gamma \cdot (X_{L3} - X_{C3}) = 20 + \gamma 14,137$$

Полное сопротивление параллельного участка:

$$\underline{Z}_{12} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{(14 - \gamma 24,08)(-\gamma 3,288)}{14 - \gamma 24,08 - \gamma 3,288} = 0,16 - \gamma 2,975$$

Полное сопротивление всей цепи:

$$\underline{Z}_\Sigma = \underline{Z}_{12} + \underline{Z}_3 = 0,16 - \gamma 2,975 + 20 + \gamma 14,137 = 20,16 + \gamma 11,162$$

Общий ток цепи:

$$\underline{I}_3 = \frac{U_0}{\underline{Z}_\Sigma} = \frac{220}{20,16 + \gamma 11,162} = 8,352 - \gamma 4,624$$

$$I_3 = \sqrt{8,352^2 + 4,624^2} = 9,547 \text{ (А)}$$

Напряжение параллельного участка:

$$\underline{U}_{12} = \underline{I}_3 \cdot \underline{Z}_{12} = -12,419 - \gamma 25,586$$

$$U_{12} = \sqrt{12,419^2 + 25,586^2} = 28,441 \text{ (В)}$$

Токи параллельных ветвей

$$\underline{I}_1 = \frac{U_{12}}{\underline{Z}_1} = \frac{-12,419 - \gamma 25,586}{14 - \gamma 24,081} = 0,57 - \gamma 0,847$$

$$I_1 = \sqrt{0,57^2 + 0,847^2} = 1,021 \text{ (А)}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{U_{12}}{\underline{Z}_2} = \frac{-12,419 - \gamma 25,586}{-\gamma 3,288} = 7,781 - \gamma 3,777$$

$$I_2 = \sqrt{7,781^2 + 3,777^2} = 8,65 \text{ (А)}$$

Напряжение третьей ветви:

$$\underline{U}_3 = \underline{I}_3 \cdot \underline{Z}_3 = (8,352 - \gamma 4,624) \cdot (20 + \gamma 14,137) = 232,419 + \gamma 25,586$$

$$U_3 = \sqrt{232,419^2 + 25,586^2} = 233,823(\text{В})$$

Полная мощность цепи

$$\underline{S} = U_0 \cdot \underline{I}_3^* = 220 \cdot (8,352 + \gamma 4,624) = 1837,44 + \gamma 1017,28$$

$$S = \sqrt{1837,44^2 + 1017,28^2} = 2100,3204(\text{ВА})$$

Активная мощность цепи  $P = 1837,44$  (Вт)

Реактивная мощность цепи  $Q = 1017,28$  (Вар)

Их значения практически совпадают со значениями мощностей, полученными в предыдущей задаче.

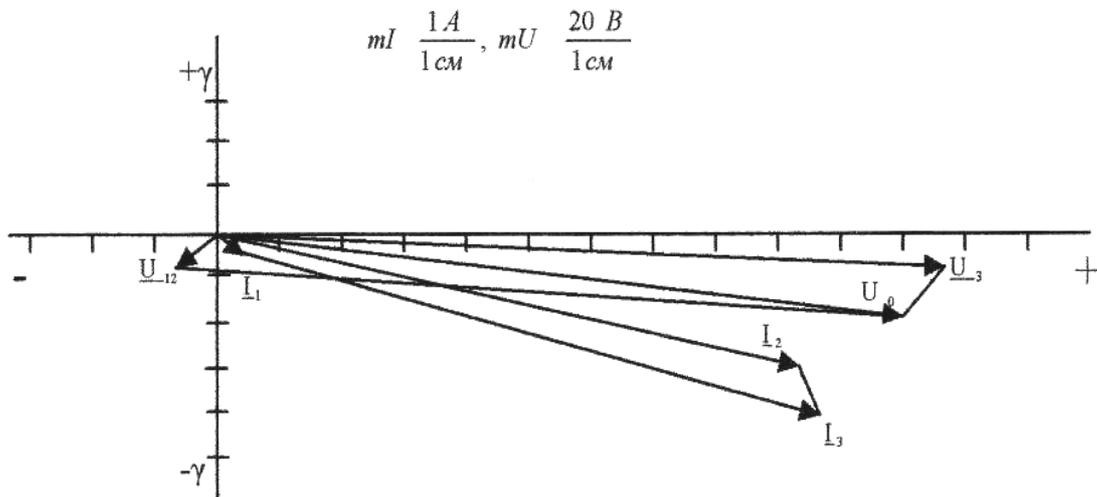


Рисунок 5.1 – Векторная диаграмма  $\underline{U}, \underline{I}$

## 6 ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

Схема трехфазного генератора приведена на рисунке 6.1.

На статоре машины переменного тока (синхронного генератора) размещены три самостоятельных витка или обмотки, смещенных друг относительно друга на  $120^\circ$ . Начала обмоток – А, В, С, концы – X, Y, Z.

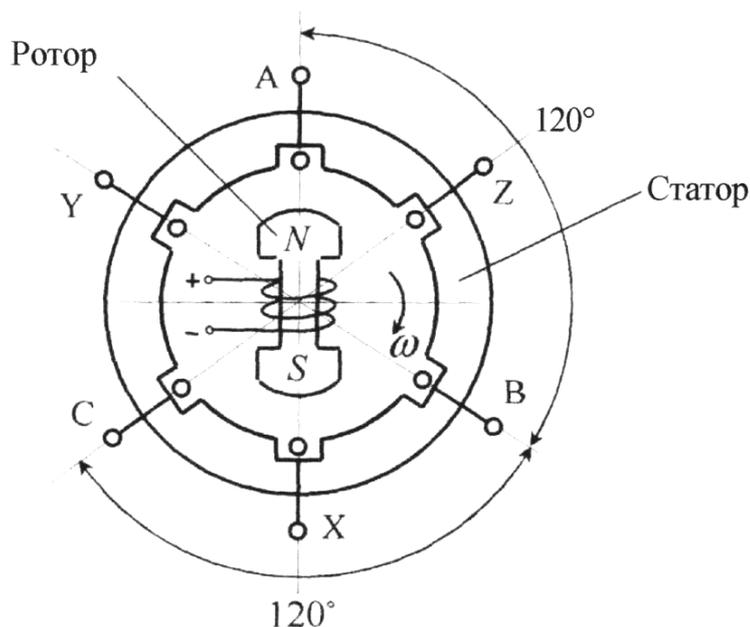


Рисунок 6.1 – Схема трехфазного генератора

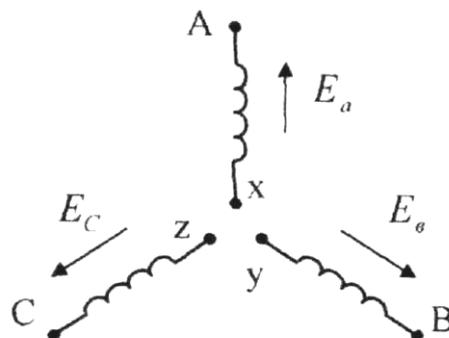


Рисунок 6.2 – ЭДС в фазах обмотки генератора

Отдельные обмотки называются фазами, а генератор – трехфазным. При вращении ротора генератора (а вместе с ним и магнитного поля, создаваемого в его обмотке) в отдельных фазах наводятся ЭДС, называемые фазными, которые изменяются по синусоидальному закону и смещены друг относительно друга по фазе на  $120^\circ$ . Они направлены от концов X, Y, Z фаз к их началам А, В, С (рис. 6.2).

Мгновенное значение ЭДС

$$e_a = E_m \cdot \sin \omega t, \quad e_b = E_m \cdot \sin(\omega t - 120^\circ), \quad e_c = E_m \cdot \sin(\omega t - 240^\circ)$$

Максимум ЭДС достигает вначале в фазе А, затем в фазе В, а потом в фазе С, (рис. 6.3). Это прямая последовательность чередования фаз и она получается при вращении ротора по часовой стрелке.

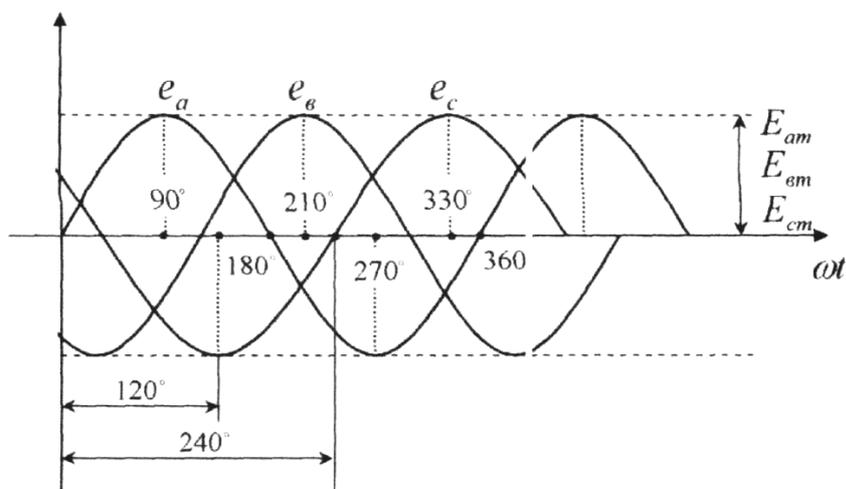


Рисунок 6.3 – Графики изменения ЭДС

Приведенным кривым соответствует векторная диаграмма ЭДС трех фаз (рис. 6.4).

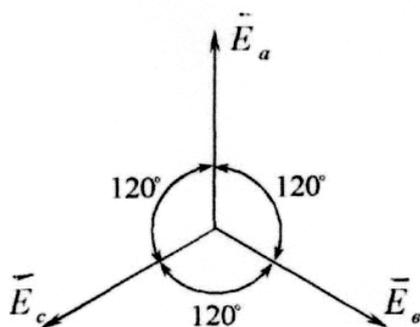


Рисунок 6.4 – Векторная диаграмма ЭДС генератора

Систему трех ЭДС, равных по величине и смещенных друг относительно друга на  $120^\circ$ , называется симметричной, трехфазной. Трехфазные генераторы имеют симметричную систему ЭДС. Для нее характерно:

$$\vec{E}_a + \vec{E}_b + \vec{E}_c = 0 \quad \dots \quad \vec{U}_a + \vec{U}_b + \vec{U}_c = 0 \quad \vec{I}_a + \vec{I}_b + \vec{I}_c = 0$$

Для симметричной трехфазной системы сумма ЭДС, напряжений и токов отдельных фаз в каждый момент времени равна 0.

В каждой фазе поддерживаются синусоидальные токи смещенные друг относительно друга на  $120^\circ$ .

## 6.1 Способы соединения фаз источников и приемников

Фазы соединяются проводами с приемниками  $Z_a$ ,  $Z_b$ ,  $Z_c$ , в которых возникает переменный ток (рис. 6.5)

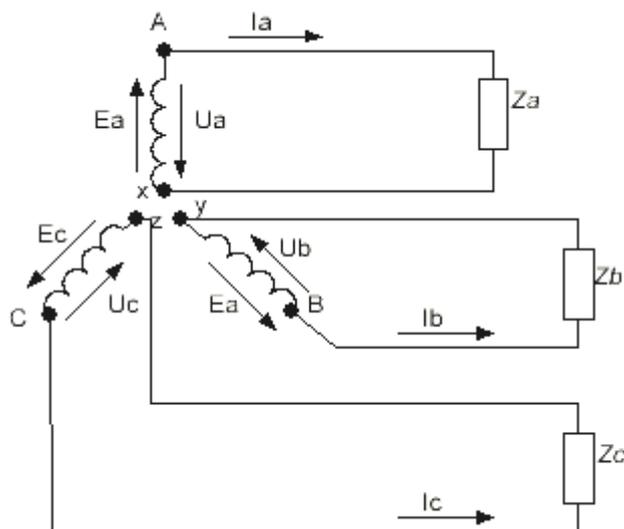


Рисунок 6.5 – Схема трехфазного генератора из трех самостоятельных цепей

Для уменьшения числа проводов, которыми соединяются источник и приемники, расхода дефицитных материалов и затрат на сооружение линий электропередач, отдельные фазы источников соединяют между собой «звездой» или «треугольником». При соединении «звездой» (рис. 6.6) концы X, Y, Z фаз объединяются в одну общую нейтральную точку O.

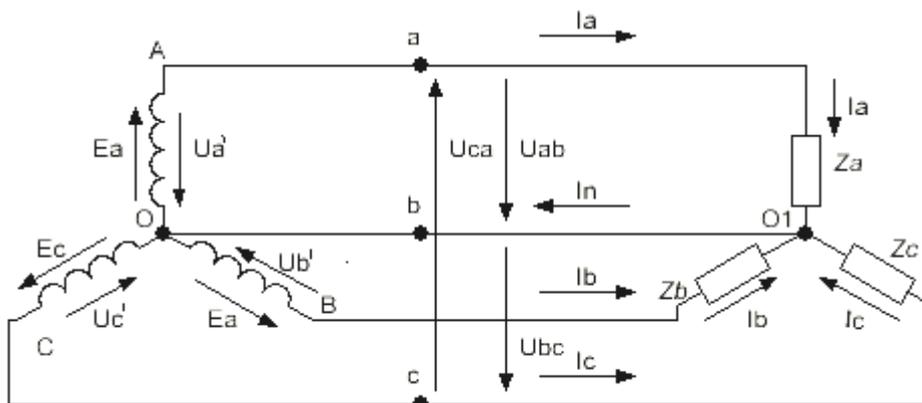


Рисунок 6.6 – Схема соединения фаз генератора и приёмника «звездой»

При соединении «треугольником» (рис. 6.7) конец первой фазы соединяют с началом второй фазы, а конец второй фазы с началом третьей фазы, а конец третьей фазы с началом первой фазы.

В обоих случаях начала A, B, C трех фаз источника с помощью трех линейных проводов подключаются к приемникам электрической энергии, которые также соединяются «звездой» или «треугольником».

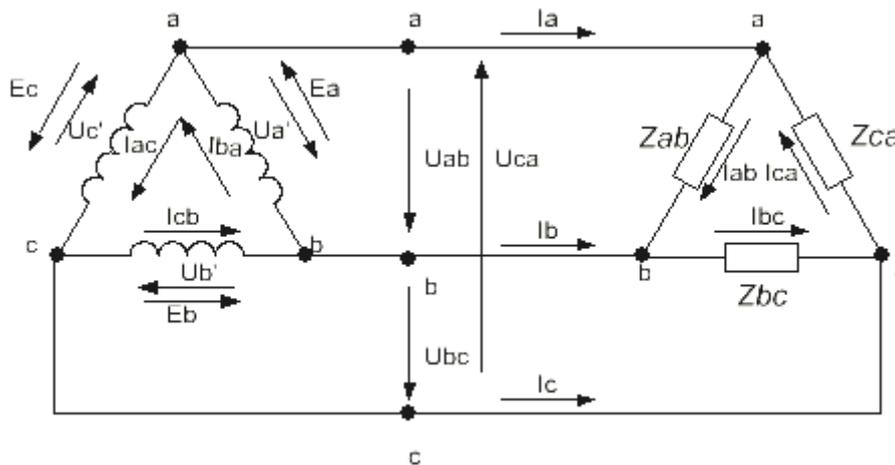


Рисунок 6.7 – Схема соединения фаз генератора и приёмника «треугольником»

За положительное направление ЭДС и токов в фазах источника принимаются направления от концов фаз к их началам. Фазные напряжения направлены в противоположном направлении. Фазные напряжения и токи: при соединении «звездой»:

$$U'_a, U'_b, U'_c, I_a, I_b, I_c$$

При соединении «треугольником»:

$$U'_a, U'_b, U'_c, I_{ab}, I_{bc}, I_{ca}$$

Линейными называются напряжения между линейными проводами:

$$U_{ab}, U_{bc}, U_{ac}$$

Линейными токами являются токи в трех линейных проводах, соединяющих источник и приемник:

$$I_a, I_b, I_c$$

## 6.2 Соотношение между фазными и линейными напряжениями источников, соединенных «звездой»

Для упрощения анализа соотношений в трехфазных цепях будем пренебрегать падением напряжения во внутренних сопротивлениях источника. Тогда для соединения источников звездой  $U'_a = E_a$ ,  $U'_b = E_b$ ,  $U'_c = E_c$ . На основании этого можно сделать вывод, что если генератор имеет симметричную систему ЭДС, то его фазные напряжения также симметричны, а векторная диаграмма фазных напряжений не отличается от векторной диаграммы ЭДС генератора (рис. 6.8)

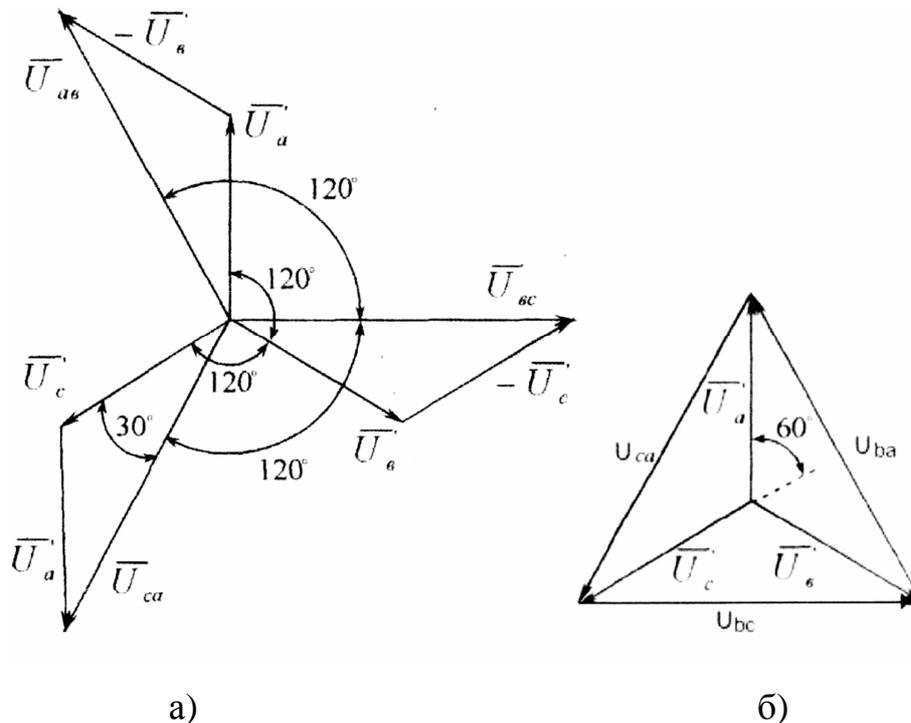


Рисунок 6.8 – Векторные диаграммы фазных и линейных напряжений при соединении источника «звездой»

На основании уравнений по второму закону Кирхгофа для контуров  $O_{AB}$ ,  $O$ ,  $O_{BC}$ ,  $O$ ,  $O_{CA}$ ,  $O$ , получим уравнения, связывающие линейные и фазные напряжения:

$$\begin{aligned} \overline{U_{ab}} &= \overline{U'_a} - \overline{U'_b}, \\ \overline{U_{bc}} &= \overline{U'_b} - \overline{U'_c}, \\ \overline{U_{ca}} &= \overline{U'_c} - \overline{U'_a} \end{aligned}$$

Используя эти выражения, строим векторы линейных напряжений (рис. 6.8а).

Из векторной диаграммы следует, что при соединении источника звездой линейные напряжения равны и сдвинуты по фазе относительно друг друга на  $120^\circ$ . Векторы линейных напряжений изображают чаще соединяющими векторы фазных напряжений (рис. 6.8,б). Из векторной диаграммы следует, что

$$U_{ab} = 2 \cdot U'_a \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot U'_a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \cdot U'_a$$

В общем виде соотношение между линейным напряжением и фазным при соединении источника звездой

$$U_{л} = \sqrt{3} \cdot U_{ф}$$

При соединении источника треугольником, исходя из 2-го закона Кирхгофа и принятых выражений (см. рис. 6.7):

$$\overline{U_{ab}} = \overline{U'_a}, \overline{U_{bc}} = \overline{U'_b}, \overline{U_{ca}} = \overline{U'_c}$$

При соединении источника треугольником в общем виде и  $U_{л} = U_{ф}$ . Векторная диаграмма приведена на рисунке 6.9.

Вывод: независимо от способа соединения фаз источника между линейными проводами трехфазной цепи существуют три одинаковых по действующему значению линейных напряжения, сдвинутых по фазе относительно друг друга на  $120^\circ$  (2я73). В случае соединения фаз источника звездой линейные напряжения оказываются в  $\sqrt{3}$  раз больше, чем при соединении фаз того же источника треугольником.

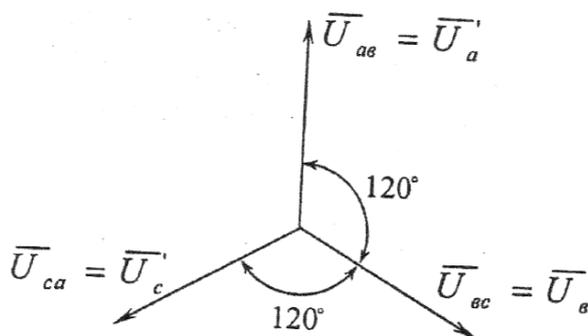


Рисунок 6.9 – Векторная диаграмма фазных и линейных напряжений при соединении источника «треугольником»

### 6.3 Соединение приемников «звездой»

Из схемы соединения приемников «звездой» (рис. 6.6) видно, что фазные напряжения приемника  $U_a, U_b, U_c$  не равны линейным напряжениям  $U_{ab}, U_{bc}, U_{ca}$ .

Применяя второй закон Кирхгофа в контурах  $aO_1ba, bO_1cb, cO_1ac$ , можно получить следующие соотношения между линейными и фазными напряжениями:

$$\begin{aligned} \overline{U_{ab}} &= \overline{U_a} - \overline{U_b}, \\ \overline{U_{bc}} &= \overline{U_b} - \overline{U_c}, \\ \overline{U_{ca}} &= \overline{U_c} - \overline{U_a} \end{aligned}$$

Векторная диаграмма при соединении приемников «звездой» в случае симметричной активно-индуктивной нагрузки приведена на рисунке 6.10.

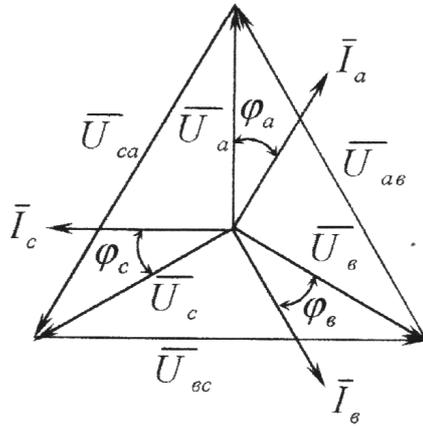


Рисунок 6.10 – Векторная диаграмма при соединении приемников «звездой» в случае симметричной активно-индуктивной нагрузки

Она подобна векторной диаграмме источника при соединении звездой. И между линейными и фазными напряжениями приемника существует подобное соотношение:  $U_{л} = \sqrt{3} \cdot U_{ф}$ . Можно сделать вывод: соединение звездой следует применять в том случае, когда каждая фаза трехфазного приемника или однофазные приемники рассчитаны на напряжение в  $\sqrt{3}$  раз меньшее, чем номинальное линейное напряжение сети.

Из схемы видно, что при соединении приемников звездой линейные токи равны соответствующим фазным токам  $I_{л} = I_{ф}$ .

По первому закону Кирхгофа  $I_a + I_b + I_c = I_N$

Для симметричной нагрузки  $I_a + I_b + I_c = 0$  и необходимость в нейтральном проводе отпадает.

#### 6.4 Симметричная нагрузка при соединении приемников «звездой»

Нагрузка считается симметричной, когда равны в отдельности активные и реактивные сопротивления всех фаз:

$$r_a = r_b = r_c$$

$$X_a = X_b = X_c,$$

$$X_a = X_{La} - X_{Ca},$$

$$X_b = X_{Lb} - X_{Cb}$$

$$X_c = X_{Lc} - X_{Cc}$$

Симметричная нагрузка трехфазной цепи возникает при подключении к сети трехфазных приемников (электродвигатели, электропечи, некоторые электромагниты).

В отношении любой фазы справедливы все формулы, полученные ранее для однофазных цепей. Например, для фазы а:

$$I_a = \frac{U_a}{Z_a}; \varphi_a = \arcsin \frac{X_a}{Z_a};$$

$$P_a = I_a U_a \cos \varphi_a = I_a^2 \cdot R_a;$$

$$Q_a = I_a U_a \sin \varphi_a; I_a^2 \cdot X_a = I_a^2 \cdot (X_{La} = X_{Ca});$$

$$S_a = U_a \cdot I_a = I_a^2 \cdot Z_a = \sqrt{P_a^2 + Q_a^2}$$

Так как  $U_a = U_b = U_c = U_\phi = \frac{U_\Delta}{\sqrt{3}}$ , то при симметричной нагрузке:

$$I_a = I_b = I_c = I_\phi;$$

$$\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi_\phi;$$

$$P_a = P_b = P_c = P_\phi;$$

$$Q_a = Q_b = Q_c = Q_\phi;$$

$$S_a = S_b = S_c = S_\phi$$

Мощность трёхфазного приёмника, соединённого звездой,

$$P = 3 \cdot P_\phi = 3 \cdot U_\phi \cdot I_\phi \cdot \cos \varphi_\phi;$$

$$Q = 3 \cdot Q_\phi = 3 \cdot U_\phi \cdot I_\phi \cdot \sin \varphi_\phi;$$

$$S = 3 \cdot S_\phi = 3 \cdot U_\phi \cdot I_\phi = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

## 6.5 Несимметричная нагрузка при соединении приемников «звездой»

Нагрузка считается несимметричной, если сопротивление хотя бы одной из фаз не равно сопротивлениям других фаз:

$$r_a = r_b \neq r_c; x_a = x_b \neq x_c$$

Несимметричная нагрузка возникает обычно при подключении к трехфазной сети однофазных приемников различной мощности и количества. Одни выводы приемников подключаются к трем различным линейным проводам, а другие выводы приемников всех фаз - к нейтральному проводу (рис. 6.11).

Особенностью электрической цепи при несимметричной нагрузке является обязательное наличие нейтрального провода. При несимметричной нагрузке нарушается равенство токов в фазах. Их сумма не равна нулю.

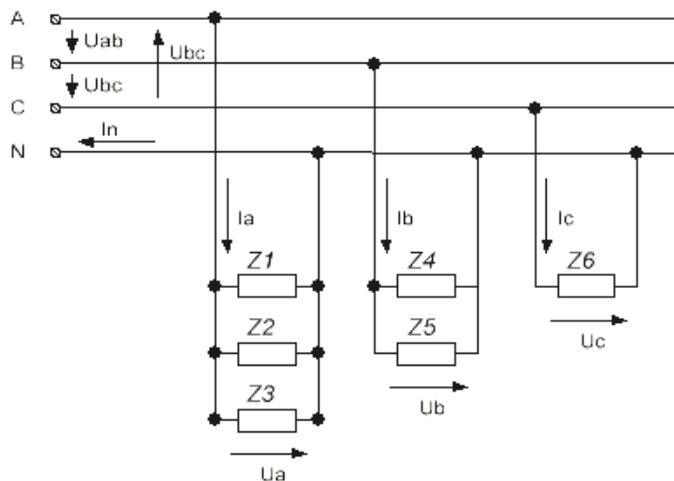


Рисунок 6.11 – Соединение однофазных приемников звездой

Уравнение Кирхгофа для нулевой точки

$$\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c - \bar{I}_N = 0$$

На рисунке 6.12 приведена векторная диаграмма токов и напряжений при несимметричной активной нагрузке и соединении приемников звездой.

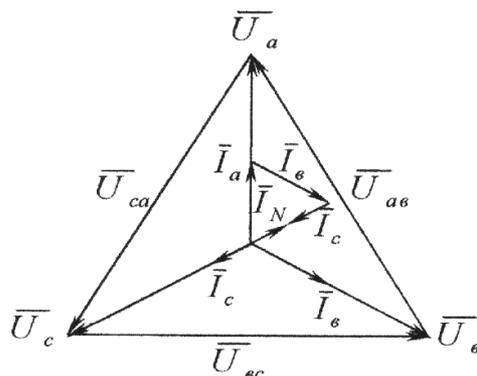


Рисунок 6.12 – Векторная диаграмма при несимметричной активной нагрузке

При обрыве нейтрального провода фазные токи и напряжения могут изменяться в широких пределах в зависимости от сопротивления фаз. На одних приемниках напряжение может быть больше или меньше, то есть такого напряжения, на которое рассчитаны приемники. Это недопустимо. На рисунке 6.13 приведена векторная диаграмма при обрыве нейтрального провода.

Фазные токи, углы сдвига фаз между фазными напряжениями и токами, фазные мощности в цепи с нейтральным проводом могут быть различными. Они определяются по приведенным ранее формулам. Для определения мощностей всех фаз следует воспользоваться выражениями:

$$P = P_a + P_b + P_c ;$$

$$Q = Q_a + Q_b + Q_c$$

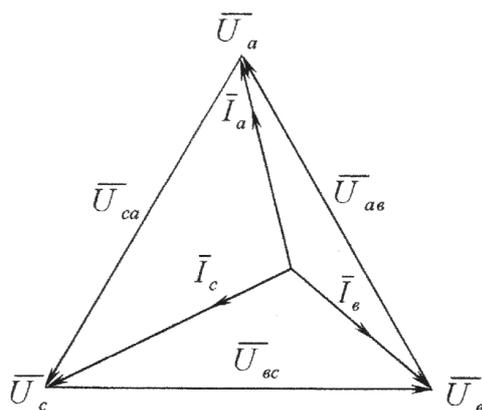


Рисунок 6.13 – Векторная диаграмма при соединении приёмников звездой в случае несимметричной нагрузки и обрыве нейтрального провода

Ток в нейтральном проводе  $I_N$  можно определить по векторной диаграмме, построенной в масштабе.

### 6.6 Соединение приемников «треугольником»

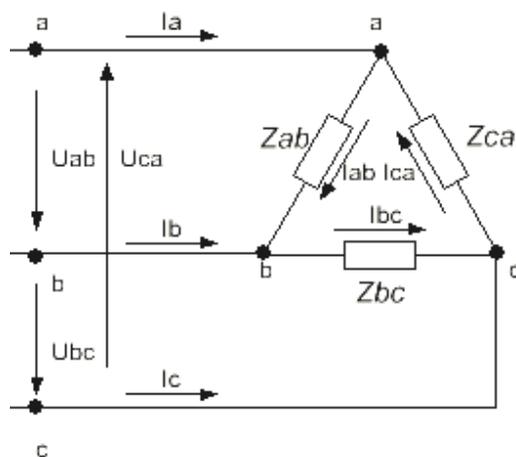


Рисунок 6.14 – Соединение фаз приемника «треугольником»

Каждая фаза приемника подключена к двум линейным проводам (рис. 6.14). Поэтому, независимо от значения и характера сопротивления приемника, каждое фазное напряжение  $U_{\text{л}} = U_{\text{ф}}$ . Фазные токи  $I_{\text{ab}}, I_{\text{bc}}, I_{\text{ca}}$  не равны линейным токам  $I_a, I_b, I_c$ . Применяя I закон Кирхгофа для узловых точек а, в, с, получаем:

$$\begin{aligned} \overline{I_a} &= \overline{I_{ab}} - \overline{I_{ca}}, \\ \overline{I_b} &= \overline{I_{bc}} - \overline{I_{ab}}, \\ \overline{I_c} &= \overline{I_{ca}} - \overline{I_{bc}} \end{aligned}$$

С учетом этого строится векторная диаграмма линейных токов (рис. 6.15).

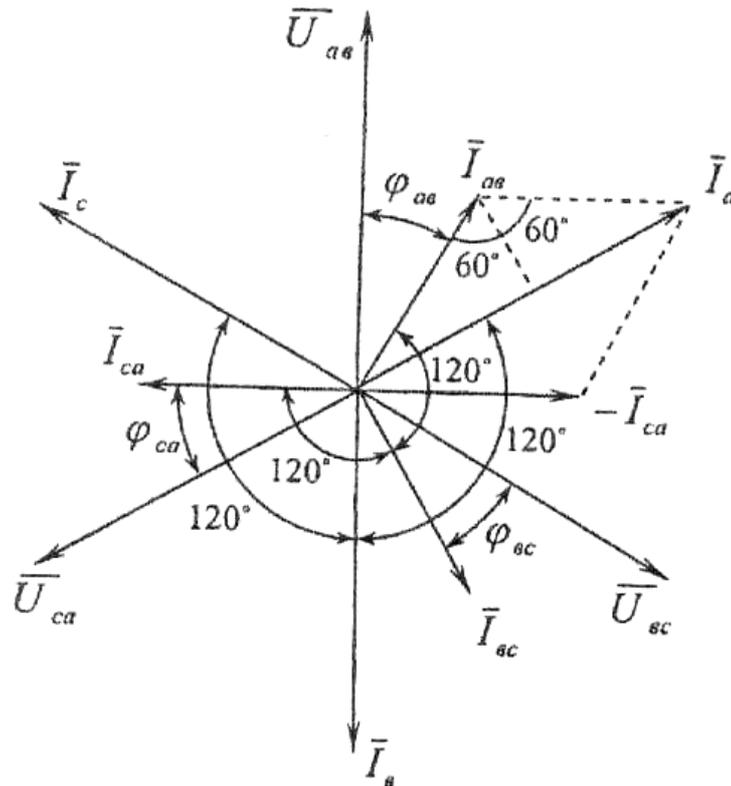


Рисунок 6.15 – Векторная диаграмма при соединении приемника «треугольником» в случае симметричной активно-индуктивной нагрузки

На основании векторной диаграммы (рис. 6.15) при симметричной нагрузке в общем случае

$$I_a = 2 \cdot I_{ab} \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3} \cdot I_{ab}$$

Из векторной диаграммы следует, что при симметричной нагрузке существуют симметричные системы фазных и линейных токов. Векторы линейных токов чаще изображают соединяющими векторами соответствующие фазным токам (рис. 6.16).

В отношении любой фазы справедливы все формулы, полученные ранее для однофазных цепей, например:

$$I_{ab} = \frac{U_{ab}}{Z_{ab}};$$

$$\varphi = \arcsin \frac{X_{ab}}{Z_{ab}}$$

$$P_{ab} = I_{ab} \cdot U_{ab} \cdot \cos \varphi_{ab} = I_{ab}^2 \cdot R_{ab}$$

$$Q_{ab} = I_{ab} \cdot U_{ab} \cdot \sin \varphi_{ab} = I_{ab}^2 \cdot X_{ab}$$

$$S_{ab} = U_{ab} \cdot I_{ab} = I_{ab}^2 \cdot Z_{ab} = \sqrt{P_{ab}^2 + Q_{ab}^2}$$

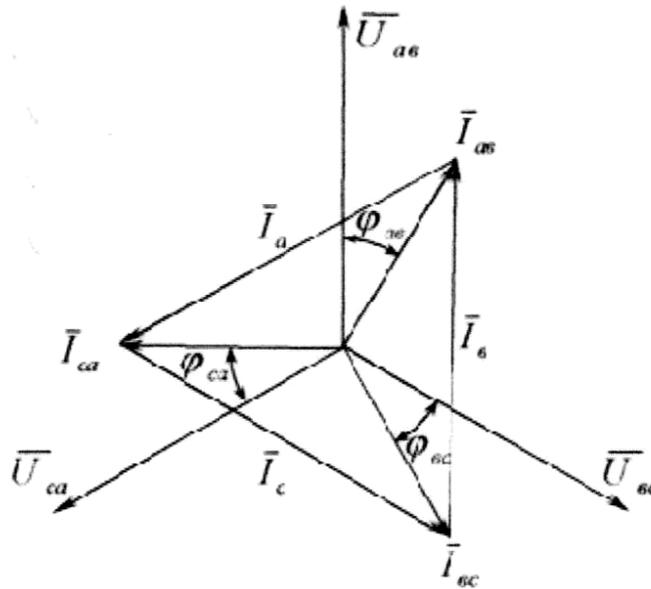


Рисунок 6.16 – Упрощённый вариант векторной диаграммы линейных токов и напряжений

Очевидно, при симметричной нагрузке

$$I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_{\phi};$$

$$\varphi_{ab} = \varphi_{bc} = \varphi_{ca} = \varphi_{\phi};$$

$$P_{ab} = P_{bc} + P_{ac} = P_{\phi}$$

$$Q_{ab} = Q_{bc} = Q_{ac} = Q_{\phi};$$

$$S_{ab} = S_{bc} = S_{ca} = S_{\phi}$$

Для определения мощностей трёхфазного источника при симметричной нагрузке воспользуемся формулами:

$$P = 3 \cdot I_{\phi} \cdot U_{\phi} \cdot \cos \varphi_{\phi} = 3 \cdot I_{\phi}^2 \cdot R_{\phi}$$

$$Q = 3 \cdot I_{\phi} \cdot U_{\phi} \cdot \sin \varphi_{\phi} = 3 \cdot I_{\phi}^2 \cdot X_{\phi}$$

$$S_{ab} = 3 \cdot U_{\phi} \cdot I_{\phi} = I_{\phi}^2 \cdot Z_{\phi} = 3 \cdot \sqrt{P_{\phi}^2 + Q_{\phi}^2}$$

Мощности, выраженные через линейные напряжения и токи:

$$P = 3 \cdot \frac{I_{л} \cdot U_{л}}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi_{\phi}$$

$$Q = 3 \cdot \frac{I_{л} \cdot U_{л}}{\sqrt{3}} \cdot \sin \varphi_{\phi} = I_{\phi}^2 \cdot X_{\phi}$$

$$S = 3 \cdot \frac{I_{л} \cdot U_{л}}{\sqrt{3}} = I_{\phi}^2 \cdot Z_{\phi} = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

## 6.7 Несимметричная нагрузка

При соединении однофазных приемников «треугольником» каждая группа приемников подключается к двум проводам, между которыми имеется напряжение, отличающееся по фазе от двух других напряжений сети (рис. 6.17). После замены приемников каждой фазы одним приемником с эквивалентным сопротивлением и соответствующего их расположения получим схему, приведенную на рисунке 6.14.

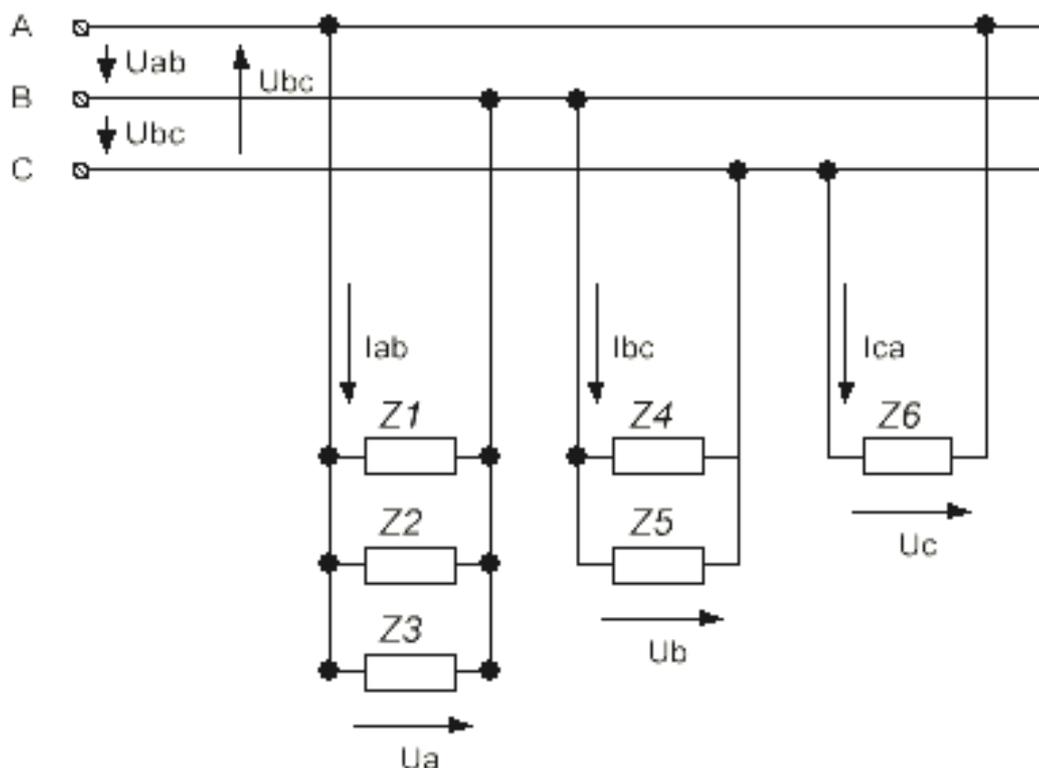


Рисунок 6.17 – Соединение однофазных приёмников «треугольником»

Фазные токи, углы сдвига фаз между фазными напряжениями и токами, а также фазные мощности можно определить как и для симметричной нагрузки. Они будут в общем случае различными.

Векторная диаграмма для случая, когда в фазе ав (рис. 6.18) имеется активная нагрузка, в фазе be - активно-индуктивная, а в фазе са - активно-емкостная, приведена на рисунке 6.19.

Построение векторов линейных токов произведена в соответствии с теми же выражениями, что и при симметричной нагрузке. Задачу по определению фазных и линейных токов следует решать в комплексной форме. Прежде всего необходимо выразить в комплексной форме фазные напряжения и полные сопротивления фаз.

Исходные данные для расчетов приведены в таблицах 6.1 – 6.4. Схемы цепей приведены на рисунках 6.20 – 6.21.

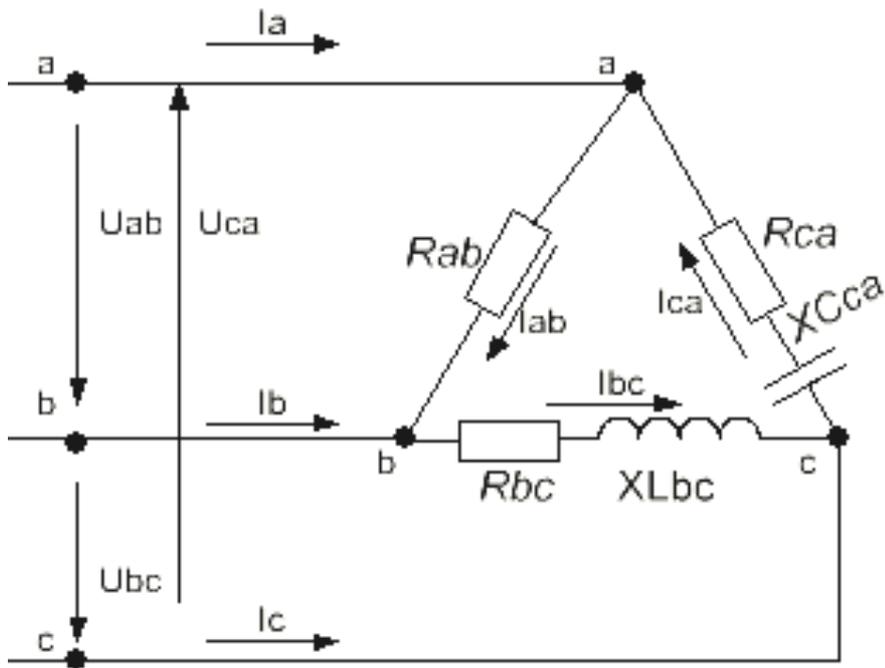


Рисунок 6.18 – Схема цепи с несимметричной нагрузкой

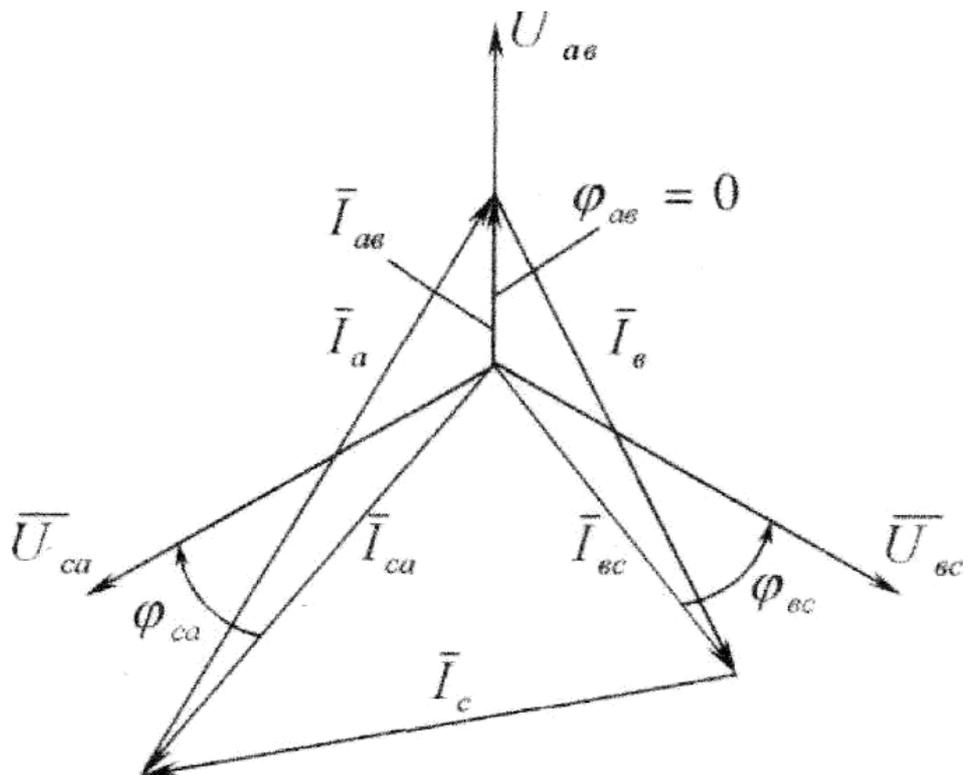


Рисунок 6.19 – Векторная диаграмма фазных и линейных напряжений и токов при соединении приёмников «треугольником» в случае несимметричной нагрузки

Таблица 6.1 – Исходные данные по шестому разделу для нечетных номеров вариантов

Номер		Ул В	R <sub>a</sub> , Ом	R <sub>b</sub> , Ом	R <sub>c</sub> , Ом	X <sub>a</sub> Ом	X <sub>b</sub> , Ом	X <sub>c</sub> Ом
варианта	рисунка							
1	7.1	127	5	0	5	3	15	10
3	7.2	220	10	6	9	5	8	12
5	7.3	380	15	8	0	10	6	20
7	7.4	500	0	12	14	25	8	7
9	7.5	660	25	0	0	15	40	35
11	7.6	660	22	18	17	12	14	9
13	7.7	500	27	23	12	5	12	11
15	7.8	380	0	0	19	32	40	24
17	7.9	220	40	30	27	38	25	17
19	7.10	127	7	9	12	4	8	9
21	7.1	220	30	0	35	15	42	21
23	7.3	660	33	41	0	18	27	55
25	7.5	500	42	0	0	24	58	62
27	7.7	660	54	62	45	28	33	30
29	7.9	127	5	8	7	9	11	15

Таблица 6.2 – Исходные данные по шестому разделу для четных номеров вариантов

Номер		Ул В	R <sub>a</sub> , Ом	R <sub>b</sub> , Ом	R <sub>c</sub> , Ом	X <sub>a</sub> Ом	X <sub>b</sub> , Ом	X <sub>c</sub> Ом
варианта	рисунка							
2	7.10	660	52	48	55	28	34	22
4	7.9	500	45	38	24	35	20	15
6	7.8	500	0	0	35	65	70	28
8	7.7	220	12	18	23	8	17	21
10	7.6	127	7	10	11	9	15	16
12	7.5	127	6	0	0	12	18	22
14	7.4	220	0	24	15	33	28	18
16	7.3	500	38	44	0	25	32	54
18	7.2	500	29	35	42	41	27	37
20	7.1	660	58	0	38	6	65	42
22	7.2	660	43	52	60	31	40	25
24	7.4	380	0	27	29	30	18	34
26	7.6	380	20	37	40	27	25	30
28	7.8	220	0	0	21	15	18	19
30	7.10	220	4	8	12	37	29	33

Таблица 6.3 – Исходные данные по шестому разделу для нечетных номеров вариантов

Номер		U <sub>л</sub> ,	R <sub>ab</sub> ,	R <sub>bc</sub> ,	R <sub>ca</sub> ,	X <sub>ab</sub> ,	X <sub>bc</sub> ,	X <sub>ca</sub>
варианта	рисунка	В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
1	8.1	127	50	0	55	30	70	15
3	8.2	220	100	60	90	50	80	18
5	8.3	380	110	80	0	90	60	80
7	8.4	500	0	120	140	100	80	70
9	8.5	660	250	0	0	125	400	350
11	8.6	660	220	180	170	120	140	90
13	8.7	500	270	230	120	50	120	110
15	8.8	380	0	0	190	320	360	210
17	8.9	220	140	130	127	58	55	47
19	8.1	127	70	90	52	40	60	80
21	8.1	220	90	0	135	115	142	21
23	8.3	660	33	41	0	70	80	120
25	8.5	500	275	0	0	85	224	300
27	8.7	660	340	162	145	54	130	230
29	8.9	127	50	80	70	90	100	85

Таблица 6.4 – Исходные данные по шестому разделу для четных номеров вариантов

Номер		U <sub>л</sub> ,	R <sub>ab</sub> ,	R <sub>bc</sub> ,	R <sub>ca</sub> ,	X <sub>ab</sub> ,	X <sub>bc</sub> ,	X <sub>ca</sub>
варианта	рисунка	В	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом
2	8.1	660	180	120	88	75	68	32
4	8.9	500	145	138	124	135	120	115
6	8.8	500	-	-	235	280	320	70
8	8.7	220	120	98	75	80	67	71
10	8.6	127	70	50	40	32	25	18
12	8.5	127	60	-	-	22	78	92
14	8.4	220	-	104	85	99	28	18
16	8.3	500	250	144	-	125	132	400
18	8.2	500	129	135	142	141	127	137
20	8.1	660	158	-	138	160	165	142
22	8.2	660	143	152	160	131	140	125
24	8.4	380	-	127	129	300	180	134
26	8.6	380	120	137	140	127	125	130
28	8.8	220	-	-	121	150	180	90
30	8.1	220	140	80	120	137	129	133

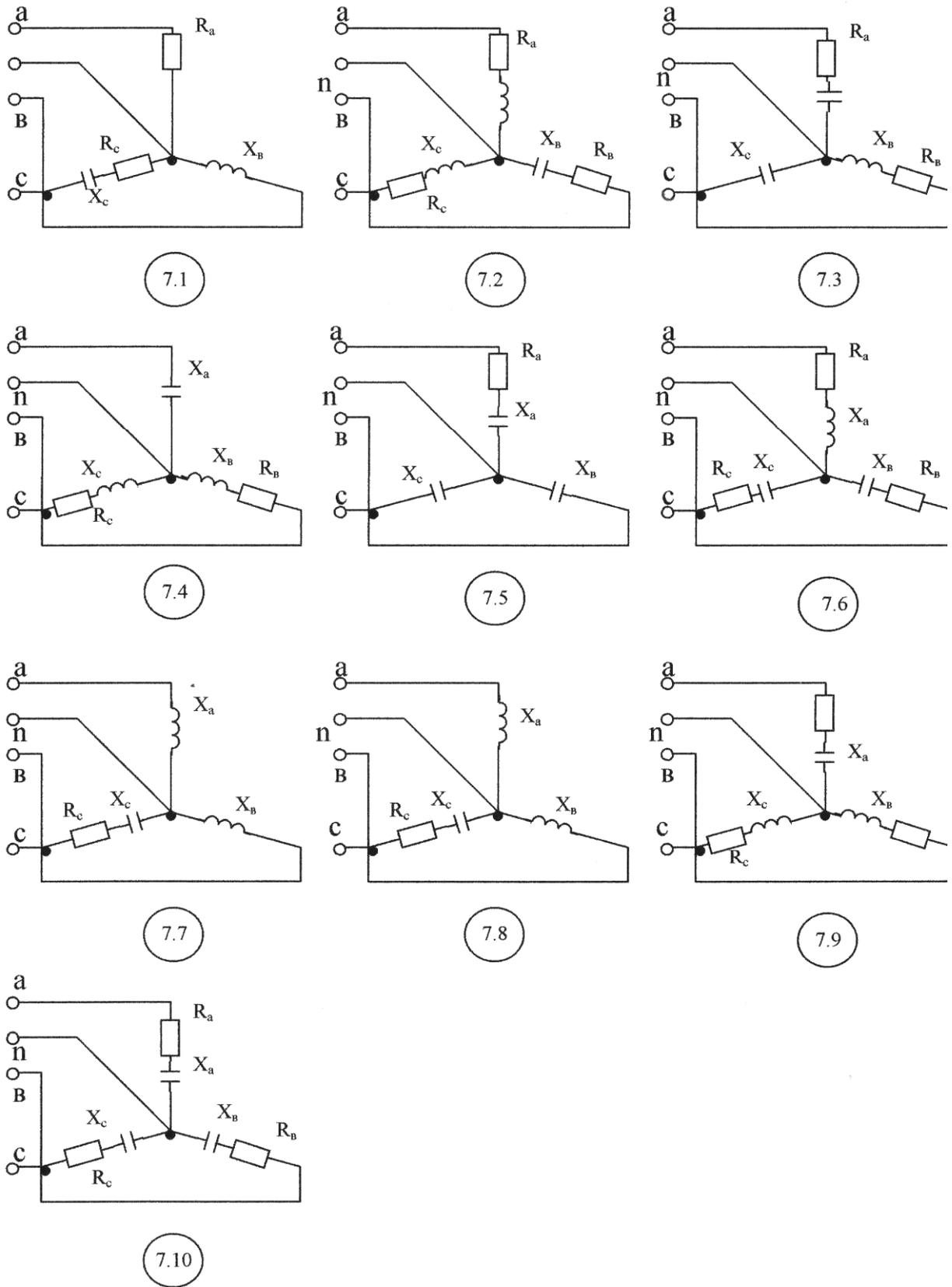


Рисунок 6.20 – Трёхфазные приёмники электрической энергии, соединённые по схеме «звезда»

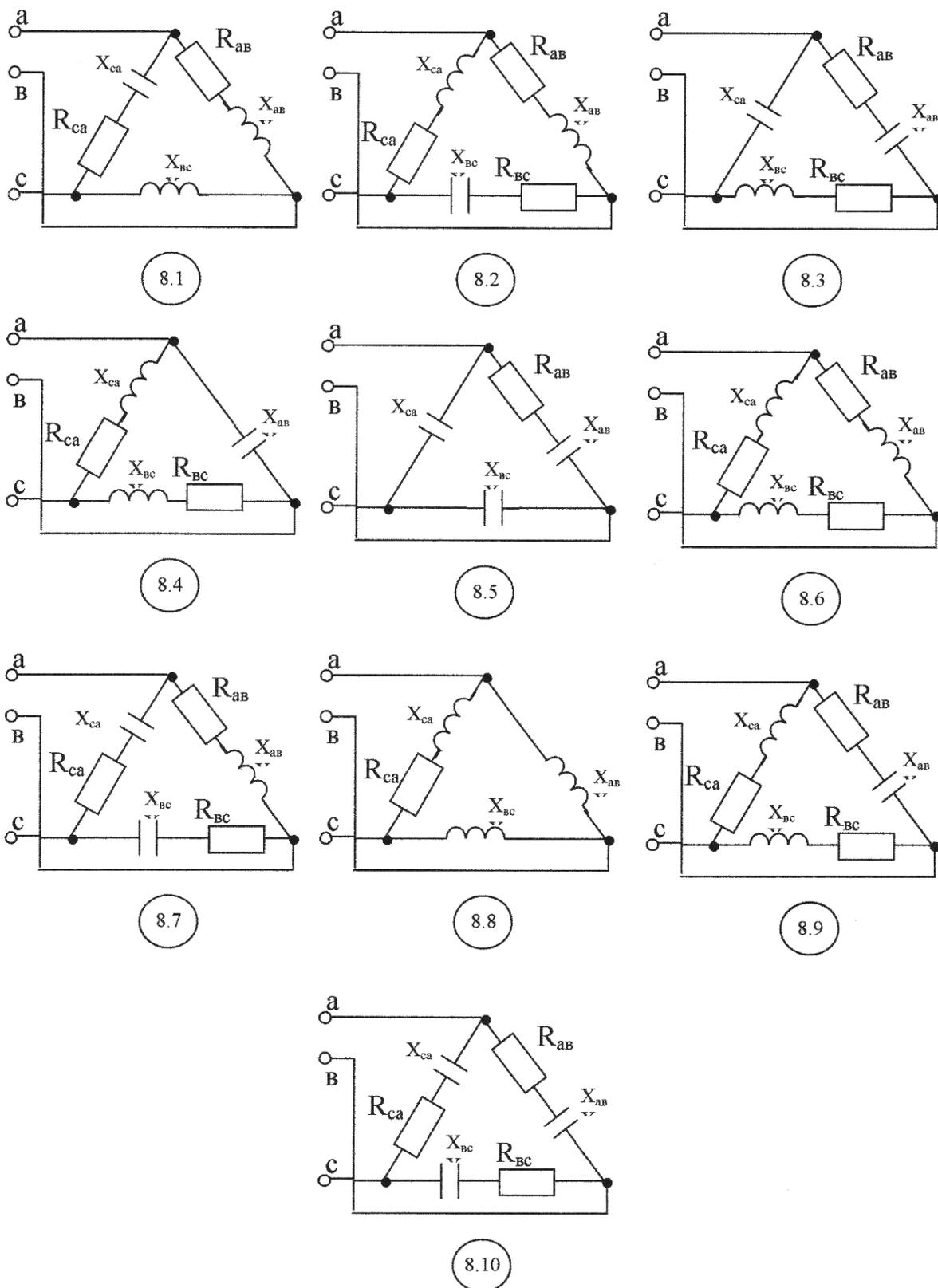


Рисунок 6.21 – Трёхфазные приёмники электрической энергии, соединённые по схеме «треугольник»

## 6.8 Пример расчета трехфазной цепи переменного тока при соединении приемников по схеме «звезда»

Расчет осуществляется для схемы цепи, приведенной на рисунке 7.4. Исходные данные для расчета:

$$U_{\text{л}} = 500(\text{В}), R_{\text{а}} = 0(\text{Ом}), R_{\text{в}} = 12(\text{Ом}), R_{\text{с}} = 14(\text{Ом}), X_{\text{а}} = 25(\text{Ом}), \\ X_{\text{в}} = 8(\text{Ом}), X_{\text{с}} = 7(\text{Ом})$$

Решение:

Полные сопротивления фаз:

$$Z_{\text{а}} = \sqrt{X_{\text{а}}^2} = 25(\text{Ом}) \\ Z_{\text{в}} = \sqrt{R_{\text{в}}^2 + X_{\text{в}}^2} = \sqrt{12^2 + 8^2} = 14,4(\text{Ом}) \\ Z_{\text{с}} = \sqrt{R_{\text{с}}^2 + X_{\text{с}}^2} = \sqrt{14^2 + 7^2} = 15,7(\text{Ом})$$

Значение фазного напряжения

$$U_{\text{ф}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}} = \frac{500}{\sqrt{3}} = 288,7(\text{В})$$

Фазные напряжения для этого соединения равны:

$$U_{\text{А}} = U_{\text{В}} = U_{\text{С}} = U_{\text{ф}}$$

Токи в отдельных фазах приёмника:

$$I_{\text{А}} = \frac{U_{\text{А}}}{Z_{\text{А}}} = \frac{288,7}{25} = 11,6(\text{А}); \\ I_{\text{В}} = \frac{U_{\text{В}}}{Z_{\text{В}}} = \frac{288,7}{14,4} = 20(\text{А}); \\ I_{\text{С}} = \frac{U_{\text{С}}}{Z_{\text{С}}} = \frac{288,7}{15,7} = 18,4(\text{А}).$$

Найденные значения фазных токов равны линейным токам.

Углы сдвига фазных токов относительно фазных напряжений

$$\varphi_{\text{А}} = \arcsin \frac{X_{\text{А}}}{Z_{\text{А}}} = \arcsin \frac{25}{25} = 90^\circ; \\ \varphi_{\text{В}} = \arcsin \frac{X_{\text{В}}}{Z_{\text{В}}} = \arcsin \frac{8}{14,4} = 33,7^\circ; \\ \varphi_{\text{С}} = \arcsin \frac{X_{\text{С}}}{Z_{\text{С}}} = \arcsin \frac{7}{15,7} = 26,7^\circ;$$

В соответствии с характером нагрузки строим векторную диаграмму фазных и линейных напряжений, а также токов (рис. 6.22) Масштабы напряжений и токов:  $mU = 50\text{В}/1\text{см}$   $mI = 3\text{А}/1\text{см}$ .

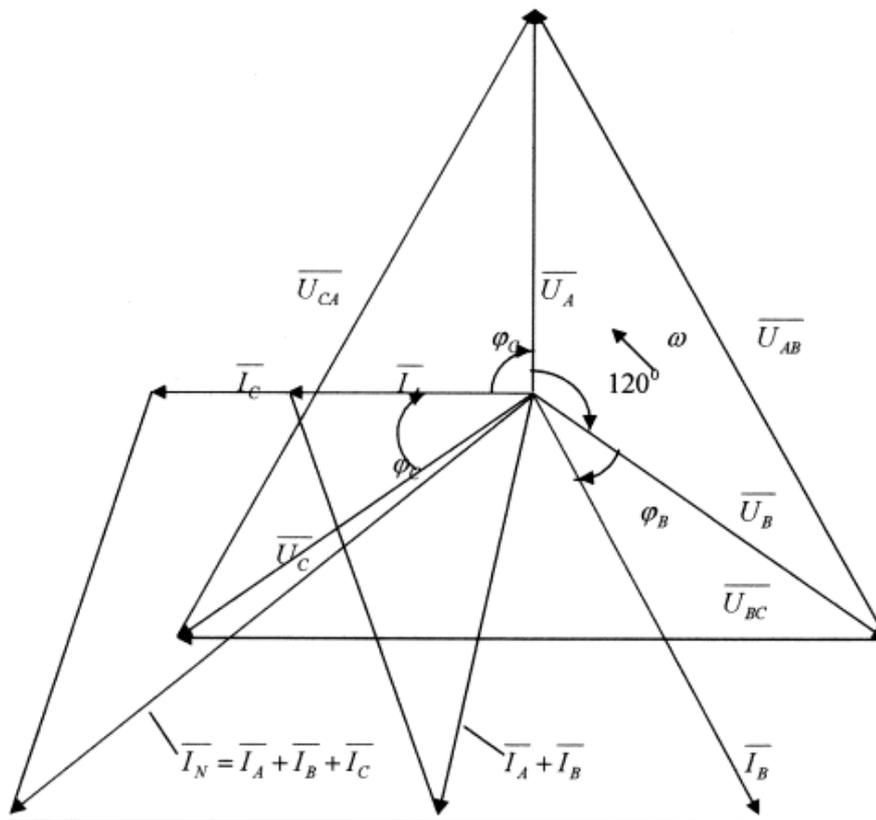


Рисунок 6.22 – Векторные диаграммы фазных и линейных напряжений, токов при соединении приемников «звездой»

Значение тока в нейтральном проводе  $I_N$  определяется из векторной диаграммы:

$$I_N = \bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C$$

Активные мощности фаз

$$P_A = I_A^2 \cdot R_A = 0 \text{ (Вт)}$$

$$P_B = I_B^2 \cdot R_B = 20^2 \cdot 12 = 4800 \text{ (Вт)}$$

$$P_C = I_C^2 \cdot R_C = 18,4^2 \cdot 14 = 4739,8 \text{ (Вт)}$$

Реактивные мощности фаз

$$Q_A = I_A^2 \cdot X_A = 11,6^2 \cdot 25 = 3364 \text{ (ВАр)};$$

$$Q_B = I_B^2 \cdot X_B = 20^2 \cdot 8 = 3200 \text{ (ВАр)};$$

$$Q_C = I_C^2 \cdot X_C = 18,4^2 \cdot 7 = 2370 \text{ (ВАр)}.$$

Общая активная мощность фаз

$$P = P_A + P_B + P_C = 0 + 4800 + 4739,8 = 9539,8 \text{ (Вт)}$$

Общая реактивная мощность фаз

$$Q = -Q_A + Q_B + Q_C = -3364 + 3200 + 2370 = 2206 \text{ (ВАр)}$$

Полная мощность

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{9539,8^2 + 2206^2} = 9791,5 \text{ (ВА)}$$

### 6.9 Пример расчета трехфазной цепи переменного тока при соединении приемников по схеме «треугольник».

Расчет осуществляется для схемы цепи (рис. 8.4). Исходные данные для расчета:

$$U_{\text{л}} = 500 \text{ (В)}, R_{\text{ab}} = 0 \text{ (Ом)}, R_{\text{BC}} = 120 \text{ (Ом)}, R_{\text{CA}} = 140 \text{ (Ом)}, X_{\text{AB}} = 100 \text{ (Ом)}, \\ X_{\text{BC}} = 80 \text{ (Ом)}, X_{\text{c}} = 70 \text{ (Ом)}$$

Решение

Полные сопротивления фаз:

$$Z_{\text{AB}} = \sqrt{X_{\text{AB}}^2} = 100 \text{ (Ом)}$$

$$Z_{\text{BC}} = \sqrt{R_{\text{BC}}^2 + X_{\text{BC}}^2} = \sqrt{120^2 + 80^2} = 144,2 \text{ (Ом)}$$

$$Z_{\text{CA}} = \sqrt{R_{\text{CA}}^2 + X_{\text{CA}}^2} = \sqrt{140^2 + 70^2} = 156,5 \text{ (Ом)}$$

Фазные напряжения для этого соединения равны:

$$U_{\text{AB}} = U_{\text{BC}} = U_{\text{CA}} = U_{\text{ф}} = U_{\text{л}}$$

Фазные токи:

$$I_{\text{AB}} = \frac{U_{\text{AB}}}{Z_{\text{AB}}} = \frac{500}{100} = 5 \text{ (А)};$$

$$I_{\text{BC}} = \frac{U_{\text{BC}}}{Z_{\text{BC}}} = \frac{500}{144,2} = 3,5 \text{ (А)};$$

$$I_{\text{CA}} = \frac{U_{\text{CA}}}{Z_{\text{CA}}} = \frac{500}{156,5} = 3,2 \text{ (А)}.$$

Углы сдвига фаз между фазными напряжениями и токами

$$\varphi_{\text{AB}} = \arcsin \frac{X_{\text{AB}}}{Z_{\text{AB}}} = \arcsin \frac{100}{100} = 90^\circ;$$

$$\varphi_{\text{BC}} = \arcsin \frac{X_{\text{BC}}}{Z_{\text{BC}}} = \arcsin \frac{80}{144,2} = 34^\circ;$$

$$\varphi_{\text{CA}} = \arcsin \frac{X_{\text{CA}}}{Z_{\text{CA}}} = \arcsin \frac{70}{156,5} = 27^\circ;$$

В соответствии с характером нагрузки строим векторную диаграмму фазных напряжений и токов (рис. 6.23). Масштабы напряжений и токов  $mU = 100 \text{ В/1 см}$ ,  $mI = 1 \text{ А/1 см}$ .

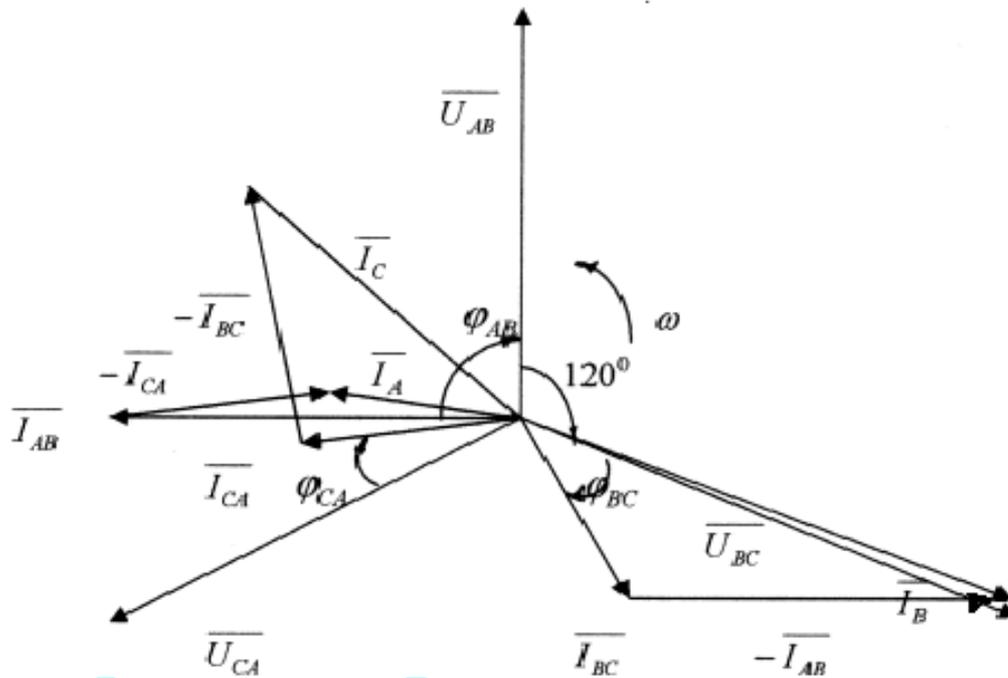


Рисунок 6.23 – Векторные диаграммы фазных токов и напряжений при соединении приемников треугольником

Активные мощности фаз

$$P_{AB} = I_{AB}^2 \cdot R_{AB} = 5^2 \cdot 0 = 0 \text{ (Вт)}$$

$$P_{BC} = I_{BC}^2 \cdot R_{BC} = 3,5^2 \cdot 120 = 1470 \text{ (Вт)}$$

$$P_{CA} = I_{CA}^2 \cdot R_{CA} = 3,2^2 \cdot 140 = 1433,6 \text{ (Вт)}$$

Реактивные мощности фаз

$$Q_{AB} = I_{AB}^2 \cdot X_{AB} = 5^2 \cdot 100 = 2500 \text{ (ВАр)};$$

$$Q_{BC} = I_{BC}^2 \cdot X_{BC} = 3,5^2 \cdot 80 = 980 \text{ (ВАр)};$$

$$Q_{CA} = I_{CA}^2 \cdot X_{CA} = 3,2^2 \cdot 70 = 716,8 \text{ (ВАр)}.$$

Общая активная мощность фаз

$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} = 0 + 1470 + 1433,6 = 2903,6 \text{ (Вт)}$$

Общая реактивная мощность фаз

$$Q = -Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = -2500 + 980 + 716 = 804 \text{ (ВАр)}$$

Полная мощность

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{2903,6^2 + 804^2} = 3012,9 \text{ (ВА)}$$

## ЛИТЕРАТУРА

1 **Борисов, Ю. М.** Электромеханика : учебник для вузов / Ю. М. Борисов, Д. Н. Липатов, Ю. Н. Зорин. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Энергоатомиздат, 1985. – 552 с.

2 **Касаткин, А. С.** Электротехника / А. С. Касаткин, М. В. Немцов. – М. : Энергоатомиздат, 1983. – 440 с.

3 Электротехника / под ред. В. Г. Герасимова. – М. : Высш. шк., 1983. – 480 с.

4 **Иванов, А. А.** Электротехника : лабораторные работы (для неэлектротех. спец. вузов) / Иванов А. А. – 2-е изд., перераб. и доп. – К. : Высш. шк., 1982. – 343 с.

5 **Иванов, И. И.** Электротехника : учебник для вузов / И. И. Иванов, В. С. Равдоник. – М. : Высш. шк., 1984. – 375 с.

6 Сборник задач по электротехнике и основам электроники (для неэлектротех. спец. вузов) / под ред. В. Г. Герасимова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1987. – 288 с.

7 **Марилов, Н. Г.** Электротехнические цепи однофазного синусоидального тока: учеб. пособие / Н. Г. Марилов. – Краматорск : ДГМА, 2005. – 291 с.

*Навчальне видання*

**ЕЛЕКТРОТЕХНІКА, ЕЛЕКТРОНІКА  
І МІКРОПРОЦЕСОРНА ТЕХНІКА**

**ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛА**

**Методичні вказівки**

**до виконання практичних і контрольних робіт**

для студентів всіх форм навчання

*(Російською мовою)*

**Укладачі: КОЛОТ Олександр Володимирович,  
ШЕЛАСЬ Іван Пахомович,  
КОНОВАЛОВ Владилен Анатолійович**

За авторською редакцією

Комп'ютерна верстка                      О. С. Орда

144/2011. Підп. до друку 24.06.2011. Формат 60 x 84/16.  
Папір офсетний. Ум. друк. арк. 3,02. Обл.- вид. арк. 2,64.  
Тираж 50 прим. Зам. №

Донбаська державна машинобудівна академія  
84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72.  
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи  
до Державного реєстру  
серія ДК №1633 від 24.12.2003