Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія

НАУКОВІ ОСНОВИ ОПТИМІЗАЦІЇ КОНСТРУКЦІЙ ВЕРСТАТНОГО ОБЛАДНАННЯ

Конспект лекцій

для здобувачів третього освітньо-наукового рівня вищої освіти спеціальності 133 «Галузеве машинобудування», денної та заочної форм навчання

Краматорськ – Тернопіль
ДДМА
2023

УДК 621.9.06

Наукові основи оптимізації конструкцій верстатного обладнання ***конспект лекцій [для здобувачів третього освітньо-наукового рівня вищої освіти спеціальності 133 «Галузеве машинобудування», денної та заочної форм навчання]*** / [уклад.: В.Д. Ковальов]. – Краматорськ; Тернопіль : ДДМА, 2023. – 65 с.

Конспект містить лекційний матеріал курсу «Наукові основи оптимізації конструкцій верстатного обладнання», у якому розглянуті етапи експериментального дослідження верстатів, статистичні методи оцінки параметрів досліджуваних об'єктів, використання експертних оцінок і дисперсійного аналізу, проведення експерименту. обробка результатів експерименту, розглянуті методи випробувань на надійність та методи підвищення надійності верстатів.

Для здобувачів третього освітньо-наукового рівня вищої освіти спеціальності 133 «Галузеве машинобудування».

Укладач: В.Д. Ковальов, проф.

Відп. за випуск Я.В. Васильченко, проф.

ЗМІСТ

1 ДИСЦИПЛІНА «НАУКОВІ ОСНОВИ ОПТИМІЗАЦІЇ КОНСТРУКЦІЙ ВЕРСТАТНОГО ОБЛАДНАННЯ» 3
1.1 Основні етапи експериментального дослідження верстатів 3
1.2 Вимоги до математичних моделей 6
1.3. Випробування верстатів 7
2 ВИМІРЮВАННЯ І ПОМИЛКИ. СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ ДОСЛІДЖУВАНИХ ОБ'ЄКТІВ 14
2.1 Загальні поняття 14
2.2 Зменшення систематичних погрішностей вимірювань 16
2.3 Статистичні методи оцінки параметрів 19
3 ВИБІР ТА ОБҐРУНТУВАННЯ ІСТОТНИХ ФАКТОРІВ ПРИ ПОБУДОВІ ЕМПІРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДОСЛІДЖУВАНИХ ОБ'ЄКТІВ. ВИКОРИСТАННЯ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК І ДИСПЕРСІЙНОГО АНАЛІЗУ 32
3.1 Основні передумови регресійного й дисперсійного аналізу 32
3.2 Метод експертних оцінок 35
3.3 Дисперсійний аналіз 36
4 ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ. ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ 40
4.1 Обробка результатів експерименту при рівномірному дублюванні дослідів (однакове число паралельних дослідів) 40
4.2 Приклад планування експерименту при рівномірному дублюванні дослідів 44
5 МЕТОДИ ВИПРОБУВАНЬ НА НАДІЙНІСТЬ 46
5.1 Види випробувань 46
5.2 Експлуатаційні спостереження 51
5.3 Випробування надійності складних систем. 54
6 МЕТОДИ ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ ВЕРСТАТІВ 56
6.1 Розрахунки й прогнозування надійності 56
6.2 Схема прогнозування параметричної надійності машини 56
6.3 Деякі напрямки підвищення надійності машин 63
ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ ..... **ОШИБКА! ЗАКЛАДКА НЕ ОПРЕДЕЛЕНА.**

1 ДИСЦИПЛІНА «НАУКОВІ ОСНОВИ ОПТИМІЗАЦІЇ КОНСТРУКЦІЙ ВЕРСТАТНОГО ОБЛАДНАННЯ»

План

1.1 Основні етапи експериментального дослідження верстатів.

1.2 Вимоги до математичних моделей.

1.3 Випробування верстатів.

1.1 Основні етапи експериментального дослідження верстатів

Експериментальні дослідження звичайно проводяться на початковому етапі процесу проектування верстатів і знаходять своє відбиття в технічній пропозиції у вигляді ряду експериментальних завдань при новому проектуванні. Вони покликані забезпечити конструктора відсутньою інформацією, без якої утруднені пошук і оцінка нових технічних рішень.

Розрізняють два види рівнів дослідження - енергетичний, коли за допомогою натурного експерименту встановлюють нові відомості про об'єкт, і теоретичний, пов'язаний з побудовою математичної моделі й аналізом властивостей досліджуваного об'єкта в процесі імітаційного моделювання на ЕОМ.

В даний час використовують системний підхід при проведенні досліджень, який характеризується розглядом досліджуваного об'єкта у вигляді складної системи, яка складається із взаємозалежних елементів, взаємодіючих один з одним і зовнішнім середовищем й функціонуючих в умовах впливу випадкових факторів.

У загальному випадку основними етапами системного дослідження є:

- усвідомлення мети й постановка завдань;
- попередній аналіз інформації, умов і методів розв'язку аналогічних завдань;
- формулювання вихідних гіпотез, що стосуються математичної моделі досліджуваного об'єкта;
- теоретичний аналіз гіпотез;
- розробка методики планування й організація експерименту;
- проведення експерименту;
- аналіз і узагальнення результатів;
- перевірка вихідних гіпотез та ідентифікація об'єкта за результатами експерименту;
- математичне моделювання;
- узагальнення результатів дослідження та формулювання висновків.

Розглянемо більш докладно основні етапи дослідження.

Мета дослідження, як правило, буває пов'язана із пошуком шляхів підвищення ефективності верстатів. Припустимо, що потрібно підвищити жорсткість блокового інструмента. Починаючи дослідження, необхідно знайти можливість кількісної оцінки цієї властивості інструмента. Наприклад, можна в якості критеріїв оцінки жорсткості вибрати величини пружних відносних деформацій блоку й державки по координатних осях *X*,

Y, Z під дією сили різання. Вони утворюють вектор критеріїв і є виходами майбутньої математичної моделі блокового інструмента. Виходи повинні обов'язково мати властивість спостерігатися, тобто легко вимірятися при проведенні експерименту.

Тепер потрібна конкретизація дій дослідження для досягнення поставленої мети - постановка завдань дослідження. У розглянутому прикладі завданнями можуть бути:

- на підставі апріорної інформації встановити експериментально необхідні значення обраних критеріїв оцінки й відносну корисність кожного з них;
- за результатами експерименту на фізичній моделі блокового інструмента виявити найбільш податливі стики й слабкі ланки кріплення блоків;
- використовуючи результати вимірів контактних деформацій, розробити розрахункову схему й математичну модель (ММ) контактної жорсткості стиків; перевірити адекватність моделі;
- методами математичного моделювання здійснити пошук варіантів компонування інструменту та значень конструктивних параметрів блоку, що забезпечують підвищення жорсткості конструкції блокового інструмента;
- розробити рекомендації, які спрямовані на підвищенні жорсткості блокового інструмента досліджуваного типу.

Формулюючи мету й завдання дослідження, не слід забувати про системний підхід до його проведення. Слід пам'ятати про взаємозв'язок різних показників ефективності досліджуваного об'єкта, про те, що поліпшення одного з них може призвести до погіршення інших, і тому треба розглядати досліджуваний об'єкт як складну систему, у всій його повноті.

Визначивши мету дослідження й виходи майбутньої математичної моделі, необхідно зайнятися збором, систематизацією та аналізом наявної інформації про досліджуваний об’єкт або аналогічні об'єкти. Інформація повинна стосуватися структури досліджуваного об'єкта й класу моделей, що описують його поведінку. Під структурою розуміють деяку формалізовану схему об'єкта, звільнену від деталей, які на думку дослідника, не мають відносини до мети досліджень. Для верстатів уяву про структуру дає розрахункова схема, що представляє собою сукупність взаємозалежних структурних компонентів, які спрощено відображають елементи реального верстата. Гарне уявлення про структуру об'єкта дає її зображення за допомогою графів.

Математичні моделі верстатних систем (вузлів) відносяться до класу динамічних моделей.

Деякими найбільш важливими динамічними моделями є звичайні диференціальні та скінчено-різницеві рівняння, імпульсні й частотні характеристики, передатні функції, рівняння регресії.

Апріорна інформація про структуру досліджуваного об'єкта дозволяє сформулювати вихідну гіпотезу про вид його математичної моделі, а також

вибрати метод ідентифікації. Якщо інформація досить велика, то об'єкти можуть бути розділені принаймні на дві групи: об'єкти, моделі яких відомі аж до приблизних значень коефіцієнтів; об'єкти, моделі яких відомі, а чисельні значення коефіцієнтів невідомі.

Для об'єктів першої групи завдання ідентифікації відсутнє. Методи ідентифікації об'єктів другої групи мають назву параметричних, тобто зводяться до визначення параметрів відомої моделі за результатами експериментів.

Аналізуючи наявну інформацію про досліджуваний об'єкт, перед початком експерименту слід вирішити питання про включення до математичної моделі всіх параметрів об'єкта, що суттєво впливають на його вихід (їх називають факторами). Відсутність у моделі хоча б одного з істотних факторів може унеможливити адекватний опис з її допомогою процесів, що відбуваються у досліджуваному об'єкті.

У таких об'єктах, як верстати, число різних параметрів, що впливають на вихідні показники, може бути дуже велике. Разом з тим ступінь впливу їх різна. Звичайно у більшості складних систем лише невелика кількість параметрів впливає на вихід, а інші є несуттєвими. Тому перед початком дослідження об'єктів, апріорна інформація про яких мала, звичайно висувають гіпотезу про передбачуваний вплив на вихід тих або інших факторів. Гіпотезу перевіряють за допомогою спеціальних методів, що дозволяє провести виділення істотних факторів і запропонувати (для подальшої ідентифікації об'єкта) математичну модель, що враховує тільки ці фактори. Інакше математична модель об'єкта може вийти громіздкою, а витрати на проведення експерименту зростуть.

Коли апріорна інформація про об'єкт велика, можна відмовитися від експерименту та піти шляхом побудови теоретичної моделі на основі фізичних і інших законів природи, що описують процеси, які відбуваються в об'єкті. Це теоретичні дослідження. Якщо ж необхідність експериментального дослідження не викликає сумнівів, слід розв'язати низку питань, пов'язаних з його проведенням. Насамперед, це стосується режиму проведення експерименту.

Експерименти, проведені безпосередньо на реальному об'єкті, можуть бути активними або пасивними. При активному експерименті на вхід об'єкта подають спеціальні збурювальні діяння та спостерігають його реакцію на них. Серед активних методів широке поширення отримали частотні методи, засновані на дослідженні зміни вихідного сигналу об'єкта, викликаного гармонійним впливом різної частоти. Це полегшує обробку результатів експерименту, забезпечує кращу якість ідентифікації, однак потребує додаткового спеціального обладнання, а дослідження відбувається в штучних умовах (це може привести до відмінностей між характеристиками об'єкта, знятих при використанні активних методів, і його роботою).

Сутність пасивних методів експерименту полягає в статичній обробці даних, отриманих у процесі нормальної експлуатації об'єкта без створення спеціальних збурювань.

Однак вони не позбавлені недоліків. Основним є те, що наявний на вході об'єкта сигнал не завжди має ті характеристики, які дозволяють досліджувати об'єкт у всьому його робочому діапазоні. До того ж треба вживати спеціальних заходів для усунення впливу на результати ідентифікації випадкових збурювальних діянь на об'єкт. Тому використовують комбіновані методи експерименту, що поєднують переваги активного та пасивного підходів.

Знання апріорної математичної моделі об'єкта дозволяє створити відповідний план експерименту та перейти безпосередньо до ідентифікації об'єкта на підставі експериментальних даних. Для вирішення завдання ідентифікації вводиться деяка міра близькості об'єкта до його моделі (критерій адекватності).

Усі ці питання ми розглянемо у відповідній лекції.

Побудова математичної моделі - найважливіша частина дослідження, однак вона не вичерпує всього змісту дослідження.

Далі починається аналіз, який тепер часто має вид імітаційного моделювання. При цьому математична модель перетворюється в машинну програму. Такі моделі можна «програвати» на ЕОМ у різних ситуаціях, припускаючи, що вони поводяться подібно реальним об'єктам. Типовими завданнями одно-варіантного аналізу є: аналіз статичного стану; аналіз перехідного процесу; аналіз частотних характеристик; аналіз стійкості; аналіз стаціонарних режимів коливань. До типових завдань різноманітного аналізу відносять, наприклад, статистичний аналіз, коли визначають ймовірність виконання умов працездатності об'єкта внаслідок випадкового характеру його параметрів; аналіз чутливості, який дозволяє визначити ступінь впливу внутрішніх і зовнішніх параметрів об'єкта на його вихідні показники.

Отримана інформація може бути використана для оптимізації об'єкта. Якщо вдалося сформулювати завдання оптимізації, імітаційне моделювання може бути з успіхом використовуватися для розв'язання завдань пошукової оптимізації.

1.2 Вимоги до математичних моделей

Адекватність математичної моделі - здатність відображати задані властивості об'єкта з погрішністю не вище заданої. Адекватність моделі звичайно має місце лише в обмеженій області застосування зовнішніх параметрів - область адекватності.

Точність математичної моделі - ступінь збігу значень параметрів реального об'єкта і значень тих параметрів, які розраховуються за допомогою оцінюваної математичної моделі.

Нехай відбивані властивості оцінюються вектором вихідних параметрів $Y = (y_1, y_2, \ldots y_m)$. Тоді відносна погрішність j - го параметра: $E_j = (y_{im} - y_{jm})/y_{jm}$.

Універсальність - застосовність до аналізу більш-менш численної групи однотипних об'єктів.

Незручно, якщо в процесі аналізу об'єкта при кожній зміні режиму функціонування буде потрібна заміна ММ (наприклад - опори рідинного тертя).

Економічність математичної моделі - характеризується витратами обчислювальних ресурсів на її реалізацію. Також розмірність системи й ін.

Усі вимоги суперечливі - компроміс оптимальний варіант.

1.3. Випробування верстатів

Дослідження проводять, як правило, до початку конструювання, випробування ж завершують процес його виготовлення. Основним видами випробувань верстатів є приймальні випробування дослідних зразків нових моделей верстатів і приймально-здавальні випробування верстатів, що серійно випускаються. Приймально-здавальні випробування проводять контролери ОТК заводу у цехових умовах з метою перевірки працездатності серійного верстата й відповідності його встановленим технічним умовам. Приймальні випробування проводять у лабораторних умовах працівники базового випробувального підрозділу і матеріали випробувань пред'являють державній приймальній комісії.

Відповідно до типових методик випробувань верстатів кожний вид випробувань включає чотири групи перевірок:

- випробування верстатів у статичному стані;
- випробування верстата на холостому ході;
- випробування верстата в роботі;
- випробування верстата на надійність на холостому ході.

Хоча обсяг і зміст перевірок можуть значно різнитися залежно від виду випробувань, основні перевірки є обов'язковими для обох видів випробувань.

Розглянемо програму й методику приймальних випробувань важких токарних верстатів.

Верстат до випробувань пред'являється в зібраному й налагодженому стані, встановлений на стенд у складальному цеху та забезпечують необхідні умови для випробувань:

- сталість температури в цеху під час перевірки верстата на точність обробки деталі;
- мінімальну температуру в цеху не нижче +160С;
- захист верстата від потоку повітря й теплової радіації;
- ізоляцію від джерел струсу й вібрацій;
- прогин фундаменту при роботі всіх вузлів верстата, що переміщаються, не повинен перевищувати 0,02 мм на всю довжину станини.

Після цього приступають до перевірок верстата в статичному стані. Спочатку перевіряють верстат на відповідність нормам точності. Верстат на точність повинен відповідати ГОСТ 8-82Е, ГОСТ 18097-72, ГОСТ 7035-75 і заводським приймально-здавальним нормам точності. Перед перевіркою верстата на норми точності після силових випробувань необхідно перевірити установку станини за рівнем і по струні. Фундаментні болти не

затягують. Перевірка норм точності проводиться методами, наведеними в ГОСТ 18097-72 і ГОСТ 22267-76. Геометрична точність верстата характеризує якість виготовлення і складання верстата, хоча і не може кількісно характеризувати точність деталі, обробленої на верстаті, проте є однією з важливих характеристик можливостей верстата, особливо при чистовій обробці.

Наступною, не менш важливою і обов'язковою, є перевірка статичної жорсткості верстата. Перевірка здійснюється визначенням відносного переміщення під навантаженням різцетримача та оправки, встановленому:

а) у шпинделі передньої бабки;

б) пінолі задньої бабки.

При перевірці звичайно вимірюють сумарну піддатливість верстата у передній і задній бабках. Сила навантаження залежить від висоти центрів верстата. Нормується найбільше припустиме переміщення, тобто нижня границя жорсткості (ГОСТ 18097-72).

В значній мірі жорсткість верстата залежить від регулювання підшипників шпинделя і обертального центру задньої бабки, тому передбачена перевірка зазорів - натягів цих підшипників. Перевірку проводять при не рухомому шпинделі з підшипниками, попередньо розігрітими до стабільної температури. «Розігрів» виконують за допомогою обкатування на холостому ході на максимальній частоті обертання шпинделя. Для визначення зазорів - натягів вимірюють переміщення шпинделя або пінолі обертового центру відносно корпусу бабки при східчастому навантаженні силою, що діє в напрямку, перпендикулярному до осі шпинделя (пінолі).

За отриманими результатами будують діаграму віджимання шпинделя (обертального центру) у координатах: сила-переміщення (рис. 1.1). Лінійна ділянка кривої віджимання продовжується до перетинання з віссю ординат. Визначають величину відрізка між крапкою перетинання осі ординат і початку координат. Якщо відрізок розташований вище початку координат, то його величина відповідає (з урахуванням консолі шпинделя) величині зазору у передньому підшипнику, а якщо нижче - натягу.

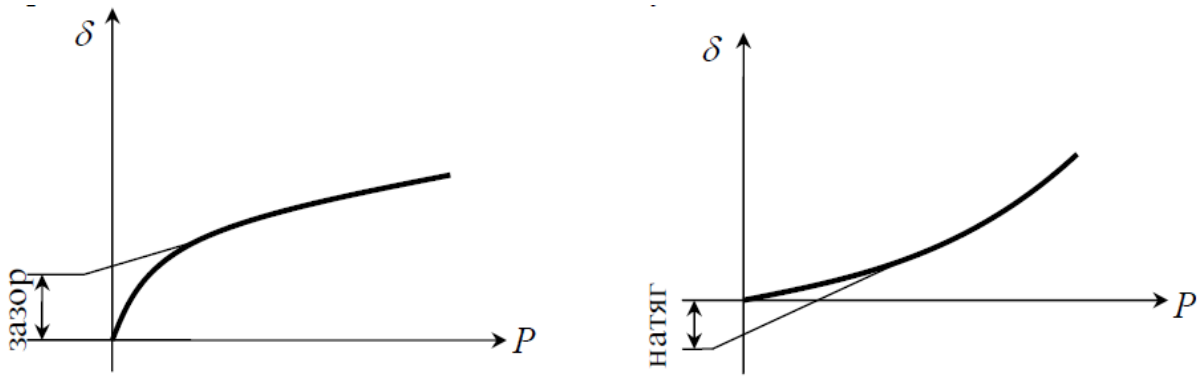


Рисунок 1.1 – Діаграма віджимання шпинделя (обертального центру) у координатах: сила-переміщення

Крім зазначених перевірок верстата в статичному стані перевіряється зусилля затискання заготовки в кулачках планшайби, а також перевіряється працездатність електроустаткування (опір ізоляції, надійність заземлення та інше).

Другу групу перевірок становлять перевірки верстата на холостому ході.

Випробування на холостому ході починають з перевірки правильності функціонування системи керування швидкостями привода головного руху. Визначають мінімальну і максимальну частоту обертання шпинделя на кожному ступені. Перевіряють час розгону й гальмування шпинделя. Воно не повинне перевищувати 20 секунд.

Потім перевіряють правильність функціонування механізмів привода подачі. Визначають фактичні величини мінімальної й максимальної оборотної подачі (поздовжньої й поперечної) на всіх ступенях обертання шпинделя, а також межі хвилинної подачі, при роботі верстата в режимі ЧПК і ручному. Усі вимірювані величини порівнюються із параметрами, зазначеними в ТУ верстата. Важливим фактором надійності верстата є правильність функціонування вузлів верстата при роботі верстата на холостому ході, у тому числі:

- правильність функціонування шляхових вимикачів;
- спрацьовування захисних блокувальних пристроїв;
- спрацьовування нульового захисту;
- спрацьовування теплового й максимального захисту;
- нагрівання котушок, апаратів, опорів та інших;
- відсутність гудіння магнітних систем і апаратів.

Перевіряють також надійність роботи захисних систем, блокувальних пристроїв і огороджень.

Одним із критеріїв якості виготовлення і складання верстата є потужність, споживана головним приводом і приводом подач на холостому ході. Перед проведенням вимірів потужності холостого ходу проводять розігрів верстата в протягом 30 хвилин для головного привода та 2 годин для привода подач. Виміряна потужність не повинна перевищувати величин, зазначених у ТУ верстата.

У програму випробувань включені також перевірки правильності функціонування систем змащення та системи охолодження.

Температурні деформації є одними з основних погрішностей обробки на важких верстатах. Тому передбачена перевірка температурних деформацій, а саме визначення зміни положення осі шпинделя відносно різцетримача супорта в результаті розігріву при обертанні шпинделя. Виміри виконуються до стабілізації температурних деформацій. Шпиндель приводять в обертання з максимальною частотою обертів і знімають показання індикаторів, встановлених на центровій оправці через кожні 10 хвилин. По мірі розігріву інтервал між вимірами збільшується до 30 хвилин. Температурний зсув вважається стабілізованим, якщо зсув, отриманий

протягом 15 хвилин не перевищує 10% від сумарно досягнутого зсуву. За результатами вимірів будують графіки відносних лінійних і кутових зсувів шпинделя відносно різцетримача.

Окремо передбачена перевірка верстата при роботі від системи ЧПК. Перевіряється точність позиціонування супорта (вісь Z), точність позиціонування полозків (вісь X) і зони нечутливості при позиціонуванні супорта й полозків. Виміри, що виконуються при переміщенні вузлів у холосту на швидкості швидкого переміщення, проводяться в зоні роботи інструмента, тобто на рівні висоти центрів. Перевіряють накопичене й середньоквадратичне відхилення при позиціонуванні по осях X и Z та порівнюють їх із припустимими величинами по ТУ верстата:

- накладена погрішність A позиціонування, дорівнює алгебраїчній різниці найбільшого δ_{max} і найменшого δ_{min} середньоарифметичних значень погрішностей позиціонування (відхилень фактичного положення вузла від заданого програмою).

$$A = \delta_{max} - \delta_{min},\ \delta_j = \Sigma\delta_{ij}/n;$$

де δ_{ij} - погрішність позиціонування в j і контрольній точці (j = 1 ... m) при i - му випробуванні (i = 1 ... n); при перевірці дослідних зразків верстатів n = 10, серійних n = 5;

δ_j - середньоарифметичне значення погрішностей в j - й точці;

- середньоквадратичне відхилення δ_j погрішності позиціонування в j - й контрольній точці при багаторазових підходах рухомого вузла до запрограмованого положення (n = 5 … 10):

$$S_i = R_j/d_n,$$

де $Rj = (\delta_{jmax} - \delta_{jmin})$ - розмах варіювання погрішностей позиціонування в j - й точці при повторних випробуваннях (підходах);

d_n - коефіцієнт, що залежить від значення n, при n = 5, d_n = 2,326, при n = 1, d_n = 3,078.

Перший з показників характеризує систематичну погрішність позиціонування на довжині l переміщення, що атестується, другий - випадкову погрішність, яка в цьому випадку є функцією положення вузла, що позиціонується.

Середнє значення погрішностей позиціонування δ_j в j - й точці можуть виявитися різними при підході рухомого вузла в цю точку із двох протилежних напрямків - праворуч ($\delta_{jпр}$) і ліворуч ($\delta_{jлв}$). Різниця $U_j = \delta_{jпр} - \delta_{jлв}$ визначає зону нечутливості при позиціонуванні. При випробуваннях верстата з ЧПК значення U_j - визначають у трьох контрольних точках, розташованих на довжині 1/5, 1/2, 4/5 довжини робочого переміщення вузла. Із трьох отриманих значень U_j визначають найбільше U_{max}, яке характеризує зону нечутливості верстата, що перевіряється.

Останньою перевіркою верстата на холостому ходу є перевірка його шумових характеристик. Визначають корегований і октавні рівні звукової

потужності при роботі верстата на холостому ході відповідно до ГОСТ 12.2.107 - 85. Перевірку виконують при найбільшій частоті обертання шпинделя і при поздовжньому переміщенні супорта на прискореному ході в більш «гучному» напрямку.

Третя група перевірок становить перевірки верстата у роботі (при різанні).

Випробування верстата у роботі починають з перевірок працездатності при максимальних режимах різання:

- при найбільшому зусиллі різання;
- при різанні з найбільшою потужністю;
- при різанні з найбільшим крутним моментом;
- при визначенні границь стійкості процесу різання (максимальні режими різання до виникнення підвищеної вібрації);
- при обробці на максимальних обертах шпинделя.

Під час перевірок контролюється безвідмовність роботи всіх механізмів верстата, відсутність підвищеного і нерівномірного шуму й стукоту, помітних слідів вібрацій на обробленій поверхні. Контрольовані величини визначають по вимірах потужності головного привода. Границю стійкості процесу різання визначають по граничній стружці (найбільша глибина різання), при якій процес різання протікає без вібрацій. За результатами випробувань визначають ту подачу, при якій різко збільшуються коливання заготовки при невеликому збільшенні глибини різання.

Для оцінки точності обробки й шорсткості обробленої поверхні передбачена перевірка точності обробки деталей - зразків відповідно до ГОСТ 18097-72. До неї входять:

- перевірка точності геометричної форми циліндричної поверхні зразка, обробленого на верстаті для визначення сталості діаметра у поперечному перерізі, сталості в будь-якому перетині та сталості в будь-якому перетині, розташованому на відстані 300мм;

- перевірка площинності торцевої поверхні зразка, обробленого на верстаті.

Потім роблять перевірку верстата на точність і чистоту обробки деталей - зразків у режимі ЧПК. Визначають відхилення розмірів, отриманих на обробленому зразку, щодо заданих по програмі. Зразок обробляється у два проходи. При чистовому проході режими різання підбираються таким чином, щоб забезпечити найвищу точність і чистоту обробки.

Завершуються перевірки характеристик точності перевіркою точності кроку різьби, що нарізується на верстаті. Накопичена погрішність кроку не повинна перевищувати величин, регламентованих ГОСТами і нормами ТУ.

У третю групу перевірок включають також випробування на безвідмовність у роботі верстаті при обробці деталей, випробування верстата на продуктивність, перевірку шумових характеристик при роботі під навантаженням, а також перевірку рівня вібрацій, що виникають на

робочому місці.

Четверту групу перевірок становлять випробування верстата на надійність на холостому ході.

Після складання, налагодження і випробування верстата згідно з вищеописаною програмою роблять випробування верстата на надійність на холостому ході з метою перевірки встановленого наробітку на добу й на тиждень. Випробування проводять при роботі згідно тест - програмі. Тест - програма складається окремо для верстатів зі ЧПК та без ЧПК.

Після відпрацьовування кожного циклу тест - програми для верстатів з ЧПК виконують зміну ступеня механічної коробки швидкостей головного привода, щоб відпрацьовування кожного циклу відбувалося при обертанні шпинделя на ступені, відмінної від попереднього циклу. Послідовність перемикання ступенів повинні охоплювати всі можливі варіанти: з 1 на 2, з 2 на 3, з 3 на 2, з 2 на 1, з 1 на 3, з 3 на 1. Під час відпрацьовування циклу виконується зміна частоти обертання шпинделя в діапазоні кожного ступеня від *min* до *max* і назад за допомогою регулятора швидкості, а також зміна величини подачі супорта від *min* до *max* і назад та режиму подачі хвилинної (мм/хв) на оборотну (мм/об) і назад.

Режим роботи тризмінний. Після кожних 16 годин безперервної роботи проводиться технічне обслуговування згідно з керівництвом по експлуатації.

У процесі випробування встановлюється:

1. Встановлений безвідмовний наробіток у добу. Перевіряється протягом 16 годин поспіль однієї доби. При першому ж або сумарному простою, що перевищує 30 хвилин на добу перевірку верстата припиняють і відновлюють спочатку після відновлення його працездатності.

2. Встановлений безвідмовний наробіток на тиждень. Обчислюється як сума добових наробітків з моменту початку випробувань за умови виконання щодобових регламентних робіт відповідно до технічних умов і експлуатаційної документації. При цьому наробіток на добу повинен бути не менш 16 годин. При оцінці встановленого безвідмовного наробітку на добу і на тиждень рівень надійності верстата вважається задовільними, якщо зазначені показники досягли або перевищили величину нормативного значення.

Нормативне значення встановленого безвідмовного наробітку відповідно до ГОСТ 27011-86 становить: на добу - 16 годин, на тиждень - 80 годин. Крім визначених двох показників надійності на холостому ході визначається встановлений безвідмовний наробіток при експлуатації. Він визначається в реальних умовах різання за результатами підконтрольної експлуатації одного верстата у замовника. Обчислюється з моменту введення в експлуатацію або після відновлення справного стану, як сума добових наробітків за умови виконання регламентних робіт відповідно до ТУ та експлуатаційної документації.

Нормативне значення встановленого безвідмовного наробітку при експлуатації відповідно до ГОСТУ 2704-26 становить 500 годин.

При випробуваннях не враховуються наступні короткочасні простої:

- простої, викликані порушенням інструкції з експлуатації;
- простої, що усуваються оператором або наладчиком з використанням ЗІП верстата за умови, якщо сумарний час їх усунення на добу не перевищує 30 хвилин.

У програму випробувань верстата можуть бути включені також перевірки умов роботи на верстаті.

До них відносяться:

- перевірка запилення у зоні роботи оператора;
- перевірка освітленості робочої поверхні;
- перевірка працездатності пристосувань;
- перевірка питомої витрати електроенергії.

2 ВИМІРЮВАННЯ І ПОМИЛКИ. СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ ДОСЛІДЖУВАНИХ ОБ'ЄКТІВ

План

2.1 Загальні поняття.

2.2 Зменшення систематичних погрішностей вимірювань.

2.3 Статистичні методи оцінки параметрів.

2.1 Загальні поняття

Метрологія - наука про вимірювання (фізичних величин), методи і засоби забезпечення єдності та способи досягнення необхідної точності.

Вимірювання - це знаходження значення фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів (ГОСТ 16263-70).

У результаті вимірювань одержують значення фізичної величини $Q = q \cdot u$, де q - чисельне значення фізичної величини в прийнятих одиницях, u - одиниці фізичної величини.

З 1980 р. прийнята Міжнародна система одиниць (СИ).

Засоби вимірювань. Технічні засоби, які використовуються при вимірюваннях та мають нормовані метрологічні властивості, мають назву засобів вимірювань.

Еталони - засоби вимірювань, офіційно затверджені і які забезпечують відтворення й (або) зберігання одиниці фізичної величини, з метою передачі її розміру нижчим за перевірочною схемою засобам вимірювань.

Міри - засоби вимірювань, призначені для відтворення заданого розміру фізичної величини (наприклад: гирі, плоско-паралельні кінцеві міри довжини (плитки), конденсатори та інші).

Зразкові засоби вимірювань - міри, вимірювальні прилади або перетворювачі, затверджені в якості зразкових для перевірки по них інших засобів вимірювань. Робочі засоби застосовуються для вимірювань, не пов'язаних з передачею розміру одиниць.

Повірочна схема - робочі еталони → зразкові міри вищого розряду → зразкові міри нижчого розряду → робочі засоби вимірювань.

Методи вимірювань. *Вимірювальний прилад* - засіб вимірювань, призначений для формування сигналу вимірювальної інформації у формі доступної для спостерігача.

Прямі вимірювання - значення фізичних величин знаходять із дослідних даних.

Непрямі вимірювання - на підставі відомих залежностей від величин, що визначаються прямими вимірюваннями (приклад діаметр деталей).

Абсолютні вимірювання - прямі вимірювання основних величин і використання значень фізичних констант (вимірювання довжини штангенциркулем).

Відносні вимірювання - величину порівнюють із однойменної, що грає

роль одиниці або прийнятої за вихідну (вимірювані діаметри деталей по $n_{об}$ еталонного розміру).

Метод безпосередньої оцінки - значення фізичної величини визначають безпосередньо по узагальненому пристрою приладу прямої дії.

Метод порівняння із мірою - вимірювану величину порівнюють із мірою (наприклад, зважування). Різновидом методу є метод протиставлення, при якому вимірювана величина і величина, відтворена мірою, одночасно діє на прилад порівняння, що дозволяє встановити співвідношення між цими величинами (наприклад, вимір опору за мостовою схемою із включенням у діагональ мосту приладу, що показує).

Вимірювальний прилад - засіб вимірювання, призначений для формування сигналів вимірювальної інформації у формі доступної для дослідника.

При *диференціальному методі* вимірювану величину порівнюють із відомою величиною, відтворену мірою. Цим методом, наприклад, визначають відхилення контрольованого діаметра деталі на оптиметрі після його настроювання на нуль по блоку кільцевих мір довжини.

Нульовий метод - також різновид методу порівняння із мірами, при якому результуючий ефект дії величин на прилад порівняння доводять до нуля. Наприклад, вимір електричного опору за схемою мосту з повним його урівноважуванням.

При *методі збігів* різницю між вимірюваною величиною й величиною, відтворену мірою, визначають, використовуючи збіг відміток шкал або періодичних сигналів (наприклад, при вимірюванні штангенциркулем використовують збіг відміток основної і додаткової шкали).

Поелементний метод характеризується вимірюванням кожного параметра виробу окремо (наприклад, ексцентриситету, овальності, огранки циліндричного валу).

Комплексний метод характеризується вимірюванням сумарного показника якості, на який впливають окремі його складові (наприклад, вимірювання радіального биття циліндричної деталі на яке впливає ексцентриситет, овальність та інші погрішності форми деталі; контроль положення профілю по граничним контурам).

Основні параметри засобів вимірювання. *Довжина ділення шкали* - відстань між осями (центрами) двох сусідніх відміток шкали (виміряне уздовж уявлюваної лінії, що проходить через середини самих коротких відміток шкали).

Ціна ділення шкали - різниця значень величини, що відповідають двом сусіднім відміткам шкали (наприклад, 1 мкм для оптиметра).

Калібрувальна характеристика - залежність між значеннями величин на виході й вході засобу вимірювання.

Діапазон показань - область значень шкали, обмежена кінцевим і початковим значеннями шкали, тобто найбільшим і найменшим значеннями вимірюваної величини. Наприклад, для оптиметра типу ИКВ-3 діапазон

показань становить ±0,1 мм.

Діапазон вимірювань - область значень вимірюваної величини з нормованими погрішностями, що допускаються, засобом вимірювань. Для оптиметра типу ИКВ-3 діапазон вимірювання становить (0 … 200) мм.

Відлік показань вимірювального засобу виконують відповідно до рівняння:

$$AM + \sum_{k=1}^{p} n_k i_k + m_p m_p,$$

де *A* - значення відліку;

M - розмір міри, по якій відліковий пристрій встановлений на нуль;

n - число цілих ділень, відлічене по шкалах відлікового пристрою;

i - ціна ділення шкали;

k - номер шкали;

m - частка ділення шкали з найменшою ціною ділення, оцінене візуально.

Чутливість вимірювального приладу - відношення вимірювання сигналу на виході вимірювального приладу до величини, що викликало його зміну. Так, якщо при вимірюванні діаметра валу з номінальним розміром D_x = 100 мм зміна вимірюваної величини ΔD_x = 0,01 мм викликало переміщення стрілки відлікового пристрою на Δl = 10 мм, абсолютна чутливість становить S = $\Delta l/\Delta x$ = 10/0,01 = 1000, а відносна чутливість:

$$S_0 = \frac{\Delta}{(\Delta D_x / D_x)} = \frac{10}{0{,}01/100} = 100000.$$

Для шкальних вимірювальних приладів абсолютна чутливість чисельно дорівнює передатному відношенню. Зі зміною ціни ділення шкали чутливість приладу залишається незмінною. На різних ділянках шкали часто чутливість може бути різною.

Стабільність засобу вимірювання - властивість, що виражає незмінність у часі його метрологічних характеристик (показників).

Вимірювальні прилади бувають контактні і безконтактні. До останніх, наприклад, відносяться оптичні, індуктивні.

Важливою характеристикою контактних приладів є вимірювальне зусилля, що створюється у місці контакту вимірювального контакту з поверхнею контрольованого виробу, спрямоване по лінії вимірювання.

2.2 Зменшення систематичних погрішностей вимірювань

Під погрішністю вимірювання мають на увазі відхилення результату вимірювання від дійсного значення вимірюваної величини $\Delta x = x_{изм} - x_{ист}$.

Точність вимірювань - якість вимірювань, що відбиває близькість їх результатів до дійсного значення вимірюваної величини.

Кількісно точність вимірювань може бути виражена зворотною

величиною модуля відносної погрішності.

Абсолютна погрішність вимірювання - різниця між значенням величини, отримане при вимірюванні і її дійсним значенням, виражене в одиницях вимірюваної величини $\Delta x = x_{изм} - x_{ист}$. При збільшенні числа вимірювань n величини $x_{изм}$, що спостерігається, її значення прагне до дійсного значення: $x_{изм} \to x_{ист}$, при $n \to \infty$.

Відносна погрішність виміру - відношення абсолютної погрішності вимірювання до дійсного значення вимірюваної величини:

$$\delta = \frac{(x_{\text{изм}} - x_{\text{ист}})}{x_{\text{ист}}}.$$

Також відносна погрішність часто виражається у відсотках:

$$\delta = \frac{(x_{\text{изм}} - x_{\text{ист}})}{x_{\text{ист}}} \cdot 100\%.$$

Систематична погрішність вимірювань - складова погрішності вимірювання, що залишається постійною або мінлива за певним законом при повторних вимірюваннях однієї й тієї ж величини.

Випадкова погрішність вимірювань - складова погрішності вимірювання, що змінюється випадковим образом за характером прояву та способом вираження (при повторних вимірюваннях однієї й тієї ж величини).

Розглянемо погрішності вимірювань на базі лінійних вимірювань.

Погрішність вимірювання є наслідком прояву ряду причин, що створюють сумарних ефект.

Таких причин залежно від застосовуваного методу, об'єкта вимірювань й умов вимірювань може бути багато, але не всі вони однаковою мірою впливають на загальну погрішність вимірювань. Майже при кожних вимірюваннях особливо для розмірів до 100 мм, на погрішність вимірювання впливають 3 фактори (домінуючих) із приблизно рівним впливом:

- погрішності приладів (вимірювальних засобів);
- погрішності від температурних деформацій;
- погрішності настановних мір.

Іноді додається ще погрішність від вимірювального зусилля.

Однак, є ряд дуже важливих складових, які іноді значно більше впливають на сумарну погрішність вимірювання, ніж перераховані, наприклад, погрішність застосовуваної схеми вимірювання, погрішність від перепаду вимірювального зусилля, суб'єктивності контролера, погрішності відхилення від геометричної форми й шорсткості поверхні контрольованої деталі, погрішність базування та інші.

Ділення погрішностей вимірювань на окремі складові є умовною. Ряд

факторів (базування, настроювальні елементи, температурні деформації та інші) можуть бути віднесений як до погрішностей вимірювальних засобів, так і до умов проведення вимірювань.

Погрішності вимірювальних засобів. Узагальненою характеристикою засобу вимірювання, обумовленої межами основних і додаткових погрішностей, а також іншими властивостями, що впливають на точність, значення яких встановлюється в стандартах на окремі види засобів вимірювань, є клас точності (ГОСТ 8.401 - 80).

Клас точності характеризує властивості засобів вимірювання, але не є показником точності виконаних вимірювань, оскільки при визначенні погрішності вимірювання необхідно враховувати погрішності методу, настроювання та інші фактори.

Під порогом чутливості слід розуміти погрішність вимірювального засобу при прямому й зворотному ході вимірювального стрижня в межах ціни ділення.

У вимірювальному засобі виникає ряд додаткових погрішностей тому, що умови вимірювань відрізнятися від умов повірки цих вимірювальних засобів.

Систематична погрішність приладу може бути зменшена введенням поправкою, а випадкова складова може бути зменшена в $\sqrt{n}$ раз багаторазовими вимірюваннями ($\pm\ 3\sigma$ - відхилення, гранична величина нормованої погрішності).

Погрішності від температурних деформацій. Температурна погрішність завжди супроводжує вимірювання; її питома вага серед інших складових погрішності зростає зі збільшенням розміру і, як правило, починаючи з розміру 200 мм вона стає домінуючою.

Найбільш діючий спосіб зменшення температурної погрішності - вирівнювання температури до такого рівня, щоб перепад температур, що залишається, викликав тільки такі температурні деформації, якими можна було б зневажити. Час вирівнювання температури великих деталей може досягати від декількох годин до декількох доби.

Вплив тепла рук оператора значно відбивається на погрішності ручних приладів. Єдиний спосіб скорочення впливу тепла рук - введення теплоізоляційних накладок, рукояток.

Для зниження температурної погрішності слід прагнути застосовувати вимірювальні засоби або настановні міри, виготовлені з того ж матеріалу, що й контрольовані вироби (хоча коефіцієнти температурного розширення можуть змінюватися у широких межах залежно від хімічного складу й термообробки).

Результати вимірювань повинні приводитися до нормальної температури; але при цьому неминучі погрішності, оцінити які найчастіше неможливо, тому слід нормувати температурні умови вимірювань.

Погрішності від вимірювального зусилля. Погрішності від вимірювального зусилля приладу та від його перепаду може досягати значної величини через контактні й пружні деформації всієї системи.

Найкращими відліковими пристроями з погляду впливу вимірювального зусилля на погрішності вимірювань є головки із пружинним механізмом (мікрокатори), а найгіршими – важільно-зубчасті головки, що визначається величинами переходу вимірювального зусилля, особливо у момент реверсу.

Слід прагнути до збільшення радіусів сферичних вимірювальних наконечників контактних пристроїв.

Контактні деформації можуть бути трохи зменшені при використанні вимірювальних наконечників із твердого сплаву.

Для виключення впливу перепаду вимірювального зусилля при реверсі, слід проводити вимірювання при одному напрямку переміщення вимірювального наконечника.

При використанні відлікових головок у контрольних пристосуваннях необхідно забезпечити жорсткість пристроїв, у яких вони встановлюються.

Слід прагнути до максимальної стабілізації вимірювального зусилля. Значного підвищення точності можна досягти, зменшуючи вимірювальне зусилля до величин, близьких до нуля, тобто при вимірюваннях практично без вимірювального зусилля, наприклад, при використанні електронних індикаторів (або водяних рівнів з мікрометричним гвинтом і голкою).

Погрішності від суб'єктивності оператора. Суб'єктивні погрішності, які виникають від участі у вимірюванні оператора, бувають помилками дії та спостереження.

Суб'єктивні помилки дії у більшості випадків пов'язані з недоліками конструкцій вимірювальних засобів або їх станом (від кваліфікації оператора). Суб'єктивні помилки спостереження при користуванні більшістю вимірювальних засобів становлять 0,2 від ціни ділення.

При високоточних вимірюваннях (відсутній запас точності у вимірювальних засобів) рекомендується, щоб вимірювання робили декілька операторів і приймалося середнє значення.

2.3 Статистичні методи оцінки параметрів

Основою будь-якого експерименту є вимірювання якихось параметрів ($x_1, x_2, ..., x_n$) з деякою точністю. Для визначеності нехай вимірюється лише один параметр x. Коли немає ніяких систематичних впливів на величину x, вона повинна приймати випадкові значення, розподілені за нормальним законом, який характеризується функцією розподілу $F(x)$ і щільністю розподілу $f(x)$.

По горизонтальній осі відкладена випадкова величина x, що приймає конкретні значення x_i, і в загальному випадку перебуває в межах $x_i \in (-\infty; +\infty)$. По вертикалі відкладене значення ймовірності того, що випадкова величина x прийме значення, менше або, що дорівнює, x_0: $P(x < x_0)$, де X - область усіх мислимих значень досліджуваної випадкової величини ξ_1, а під P - ймовірність даної події, ступінь вірогідності події, що випадкова величина $\xi \in \Delta X$ (рис. 2.1).

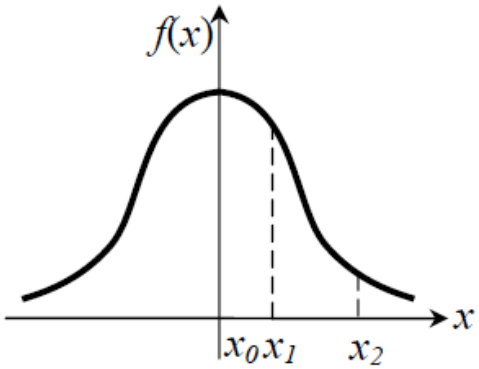


Рисунок 2.1 – Графік щільності ймовірності випадкової величини

Досліджувана випадкова величина підкоряється цілком певним закономірностям у своєму випадковому розподілі, у кожному конкретному випадку - своїм. Математично комплекс реальних умов характеристик $|X, p|$, де під X - розуміється область усіх мислимих значень досліджуваної випадкової величини, а під p - правило зіставлення будь-якої його частини ΔX з деякою об'єктивно існуючою чисельною характеристикою $p(\Delta X)$ ступенем достовірності події $\xi \in \Delta X$, яка називається ймовірністю даної події.

Генеральною сукупністю називається сукупність усіх мислимих спостережень, які могли б бути зроблені при даному реальному комплексі умов (більша сукупність спостережень).

Випадковим образом відібрані із цієї сукупності «n» спостережень (обмежений ряд спостережень) становлять випадкову вибірку (x_1, x_2, …, x_n) випадкової величини ξ. Число n спостережень, що утворює вибірку, має назву – об’єму вибірки.

Вибірка – це обстежена нами частина генеральної сукупності.

Сутність статистичних методів полягає в тому, щоб по деякій частині генеральної сукупності (тобто вибірці) виносити обґрунтовані судження про її властивості в цілому.

Основні властивості ймовірностей:

- ймовірність будь-якої події міститься в межах від нуля і одиниці, тобто для будь-якого ΔX з X має місце співвідношення $0 \le p(\Delta X) \le 1$;
- ймовірність достовірної події дорівнює одиниці, тобто $p(X) = 1$;
- ймовірність неможливої події дорівнює нулю, тобто $p(\Delta Y) = 0$, де $\Delta Y \notin X$.

Для практичного підрахунку ймовірності події $p\,|\xi = \dot{x}_i|$ можна скористатися їхніми наближеними (вибірковими) значеннями – так званими відносними частотами:

$$p_n(\dot{x}_i) = \frac{N(\dot{x}_i)}{n},$$

де $N(\dot{x}_i)$ - число вибіркових даних, що дорівнюють $\dot{x}_i$ з генеральної

сукупності ($\dot{x}_1, \dot{x}_2, \ldots, \dot{x}_n$), а n – об'єм вибірки.

Ймовірність того, що вимірювана випадкова величина може бути в межах $x_1 < x < x_2$, дорівнює різниці значень функції розподілу на кінцях заданого відрізка: $p(x_1 < x < x_2) = F(x_2) - F(x_1)$ (рис. 2.2).

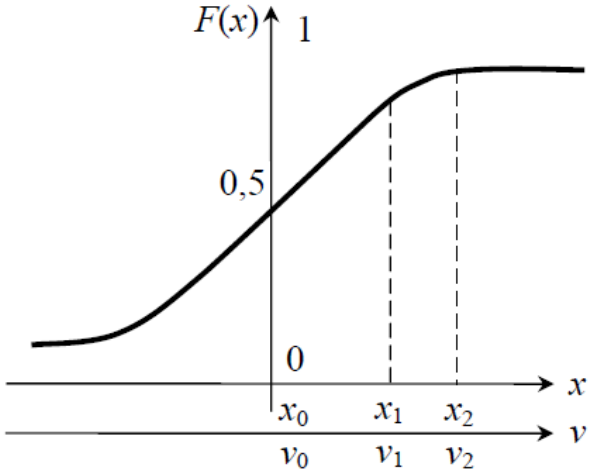


Рисунок 2.2 – Функція розподілу випадкової величини

Наочною характеристикою будь-якого закону розподілу, у тому числі нормального, є щільність розподілу випадкової величини $f(x)$, яка пов'язана з $F(x)$ рівнянням:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx,$$

$$\left[f(x) = \lim_{\Delta \to 0} \frac{p(\Delta X)}{\Delta} = \lim_{\Delta \to 0} \frac{p(X + \Delta)}{\Delta}\right].$$

Ймовірність $p = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$, визначає площу фігури, яка міститься між віссю абсцис і кривою $f(x)$ та перебуває зліва від значення x_i (рис. 2.3).

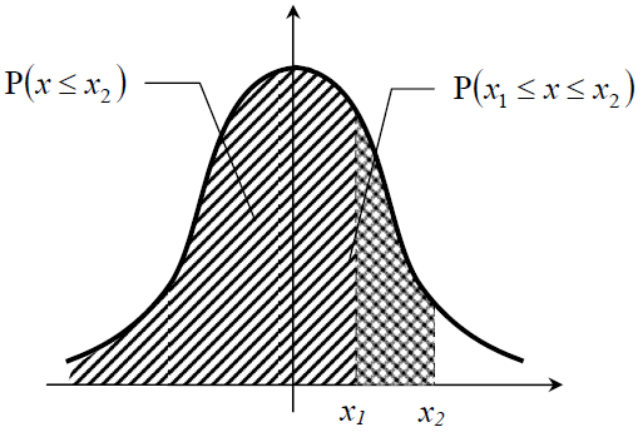


Рисунок 2.3 – Ілюстрація влучення випадкової величини в заданий інтервал

Аналогічно, площа під кривою $f(x)$ у межах від x_1 до x_2 характеризує ймовірність влучення випадкової величини X у заданий інтервал:

$$p = \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx.$$

Щільність розподілу випадкової величини описується кривою Гауса:

$$f = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, x \in (-\infty; +\infty),$$

і визначається параметрами:

- математичним сподіванням a, що дорівнює при великій кількості вимірювань n середньому значенню вимірюваної величини x:

$$a = M_\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx,$$

$$a \approx \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \bar{x}.$$

- дисперсією σ, яка визначається залежністю:

$$\sigma^2 = M(\xi - a) = D\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-a)f(x)dx,$$

$$\sigma^2 \approx \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (x_i - a)^2 = S^2.$$

Якщо ввести нову перемінну (квантіль) $\nu = (x - a)/\sigma$ то для функції розподілу одержимо рівняння:

$$F(\nu) = \int_{-\infty}^{\nu} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\nu^2}{2}} d\nu,$$

яке має так званий нормований вид і визначається лише одним параметром ν.

Щільність розподілу $f(\nu)$ симетрична щодо вертикалі $\nu = 0$. Ймовірність влучення випадкової величини ν в інтервал (-∞; 0) дорівнює 0,5, тому $F(\nu) = 0{,}5 + \Phi(\nu) = P(-\infty; \nu)$, де:

$$\Phi(\nu) = \int_0^{\nu} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\nu^2}{2}} d\nu.$$

Величина $\Phi(\nu)$ називається інтегралом Лапласа, значення якого приводяться в довідниках.

Ймовірність влучення величини ν в інтервал від ν_1 до ν_2 обчислюється згідно формули:

$$P(\nu_1 < \nu < \nu_2) = \Phi(\nu_2) - \Phi(\nu_1).$$

З рисунка 2.3 видно, що $\Phi(-\nu) = -\Phi(\nu)$, тому в симетричних інтервалах $\nu_2 = -\nu_1$, які частково зустрічаються при вимірюваннях, має місце залежність:

$$P(\nu_1 \le \nu \le \nu_2) = 2\Phi(\nu_2).$$

В інтервалі $(-1{,}96\sigma; +1{,}96\sigma)$ міститься 95% усієї площі під кривою $f(\nu)$. З ймовірністю $P = 0{,}95$ (або з надійністю 95%) будь-який наступний результат вимірювання x_i повинен бути в інтервалі:

$$a - 1{,}96\sigma < x_i < a + 1{,}96\sigma.$$

Звідси випливає правило «двох сігм»: при великій кількості вимірювань розсіювання вимірюваної величини X щодо її математичного сподівання a з ймовірністю $P = 0{,}95$ не перевищує 2σ.

В загальному випадку:

$$x_i = a \pm t_p\sigma,$$

де t_p визначається заданою ймовірністю P.

Усе викладене вище відноситься до генеральної сукупності, тобто до числа дослідів n, що наближаються до нескінченності. При обмеженому числі дослідів має місце вибірка з генеральної сукупності. Будь-яке судження про генеральну сукупність по вибірці випадково, для того, щоб вибірка була достатньо представницькою, необхідно в дослідах вибирати її елементи x_i випадковим чином. Такий дослід має назву рандомізованого. Для вибірки, як і для генеральної сукупності, можна побудувати функцію щільність розподілу, яка називається гістограмою, і вибіркову функцію розподілу (рис. 2.4).

Для побудови гістограми діапазон зміни перемінної X у дослідах необхідно розбити на ряд інтервалів Δx_i і обчислити відносну частоту n_i/n влучень в *i-й* інтервал, яка дорівнює відношенню кількості дослідів зі значеннями x_i у заданому інтервалі до загального числа дослідів.

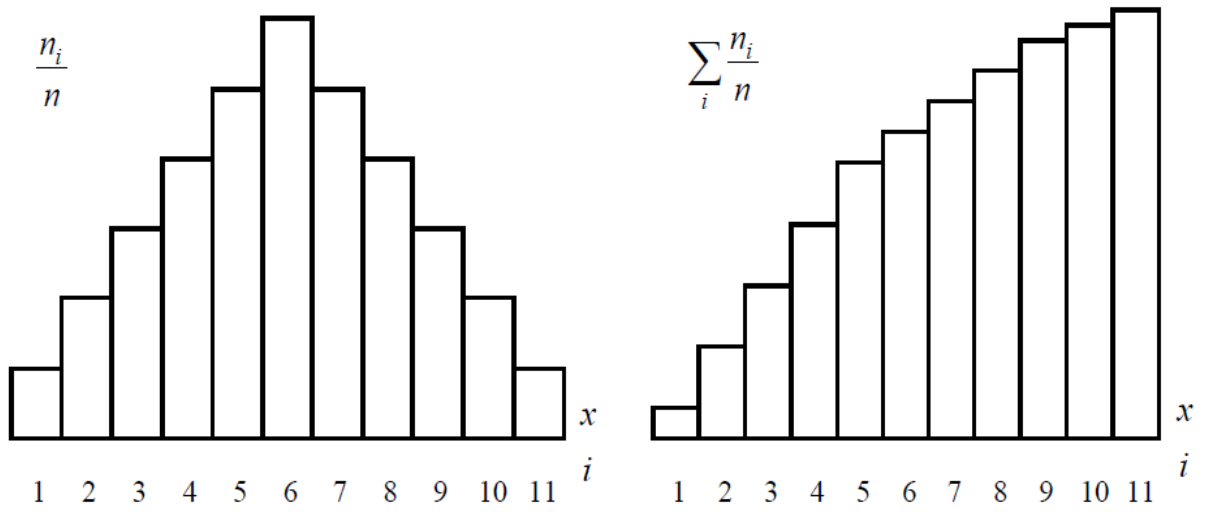


Рисунок 2.4 – Гістограма та вибіркова функція розподілу

Вибіркова функція визначається виразом:

$$F_n(x) = \frac{\sum_i n_i}{n},$$

де $\sum_i n_i$ - кількість дослідів зі значенням перемінної X, менших ніж задане x_i.

Гістограма і вибіркова функція розподілу дає уяву про закон розподілу генеральної сукупності випадкової величини.

Статистичні характеристики генеральної сукупності (математичне сподівання і дисперсія) оцінюються аналогічними статистичними характеристиками вибірки (середнім і вибірковою дисперсією):

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i, \qquad S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2.$$

При $n \to \infty$, $\bar{x} \to a$ й $S^2 \to \sigma$. Вимірювана величина x_i з ймовірністю P перебуває в межах, обумовлених рівністю, аналогічною як для генеральної сукупності:

$$x_i = \bar{x} \pm t_p S.$$

У знаменнику дисперсії число (n -1) показує, що величина $\bar{x}$, для якої визначається відхилення S^2, сама залежить від елементів вибірки, тобто має з ними один зв'язок.

У загальному випадку число $f = n - l$ при l зв'язках, що накладаються на вибірку, називається числом ступенів свободи.

Оцінка середнього значення $\bar{x}$. Середнє значення $\bar{x}$ вибірки є також величиною випадковою, розподілену за нормальним законом з

математичним сподіванням MX і дисперсією S_X^2, яка в n раз менш ніж дисперсія S^2 одиничного вимірювання, тому що в її оцінці бере участь n вимірювань:

$$S_X^2 = \frac{S^2}{n} = \frac{SS}{nf},$$

де SS - сума квадратів відхилень.

$$SS = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2,$$

$$SS = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2.$$

Якщо число дослідів велике, то можна записати:

$$\bar{x} = MX \pm 1{,}96 S_X \text{ (при } P = 0{,}95),$$

Зменшення кількості дослідів n зменшує ймовірність влучення середнього значення вимірюваної величини в зазначений інтервал. Щоб зберегти ту же ймовірність P, необхідно збільшити інтервал, тому в загальному випадку $\bar{x} = x \pm t_p S_X$ або

$$a = MX = \bar{x} \pm t_p S_X,$$

де t_p - коефіцієнт Стьюдента, що залежить від кількості дослідів n і заданої ймовірності P (вибирається по таблицях).

Як видне, вже при $n > 30$ можна користуватися правилом «двох сігм». При $n > 15$, надійність (92… 93)%.

При $n > 5$ довірчий інтервал $\pm 3{,}5 S_x$ називається довірчим інтервалом, він характеризує абсолютну точність оцінки математичного сподівання MX вимірюваної величини X за допомогою середнього значення $\bar{x}$. Можна обчислити також відносну точність, яка дорівнює:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\%.$$

Оцінка дисперсії. Вибіркова дисперсія S^2 також є величиною випадкової та з деякою помилкою дає оцінку точної величини дійсної дисперсії σ^2.

Обчисливши S^2, необхідно також як і для середнього $\bar{x}$, визначити довірчий інтервал значень, у якому з надійністю 0,95 перебуває дійсне значення дисперсії σ^2.

Уведемо до розгляду величину χ^2 (хі-квадрат):

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \nu_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right).$$

Враховуючи, що $S^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$, одержимо:

$$\chi^2 = \frac{n-1}{\sigma^2} S^2 = f \frac{S^2}{\sigma^2}.$$

Як видне, величина χ^2 пов'язує дійсну й вибіркову дисперсії, але вона також є випадковою і має щільність розподілу $\varphi(\chi^2)$. Функція розподілу $\varphi(\chi^2)$ має назву розподілу Пірсона (рис. 2.5).

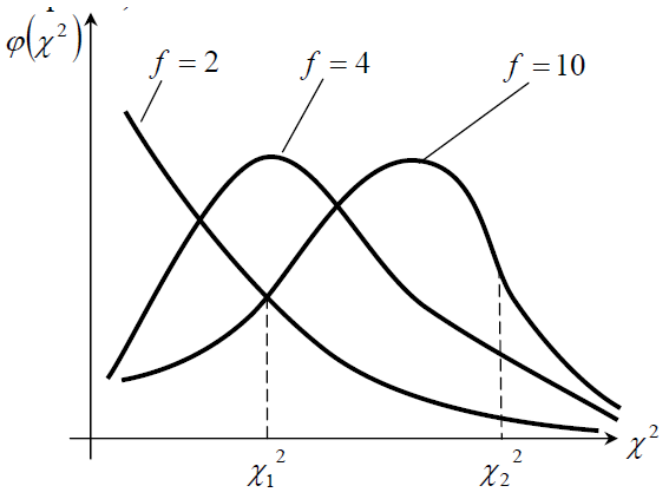


Рисунок 2.5 – Функція щільності розподілу χ^2

Ймовірність знаходження величини χ^2 в інтервалі $\chi_{12} < \chi^2 < \chi_{22}$ визначається різницею двох значень функції розподілу $F(\chi^2)$:

$$P = \chi^2 = \int_0^{\chi_2^2} \varphi(\chi^2) d\chi^2 - \int_0^{\chi_1^2} \varphi(\chi^2) d\chi^2 = F\left(\chi_2^2\right) - F\left(\chi_1^2\right),$$

с ймовірністю

$$P\left(\chi_1^2 \le \mathrm{f} \frac{S^2}{\sigma^2} \le \chi_2^2 \right).$$

Позначаючи $f = \gamma_2^2$ і $f\chi_1^2 = \gamma_1^2$,одержуємо:

$$\gamma \le \sigma^2 \le \gamma_2^2 S^2,$$
$$\sigma \le \sigma_X^2 \le \gamma_2^2 S_X^2.$$

Значення γ_1^2 і γ_2^2 затабульовані для різних f і P. Остання нерівність визначає довірчий інтервал, у якому з ймовірністю P перебуває точне значення дисперсії σ^2 випадкової величини X.

Визначення й виключення результатів спостережень, що різко виділяються (промахів). Якщо серія з невеликої кількості дослідів містить грубу помилку - промах (істотні помилки умов збору статистичних даних), то середнє значення вимірюваної величини й границі довірчого інтервалу можуть бути недостовірними. Промахи слід виключати із числа спостережень. Якщо в дослідах є значення, підозрюване як промах, то найкращим способом його перевірки є аналіз умов проведення досліду (промах через неуважність, дефект матеріалу, поломки приладу, помилок умов збору статистичних даних). У багатьох випадках вирішення питання про те, чи змінювалися істотним образом умови спостереження, може представляти великі труднощі. В цих випадках доцільно переходити до статистичних методів вирішення даного питання, тобто до методів, що використовують ті або інші статистичні критерії.

Представимо результати спостережень (x_1, x_2, ..., x_n) у вигляді варіаційного зростаючого ряду:

$$x_{(1)}, x_{(2)}, \ldots, x_{(n)}.$$

Нехай найменше з них $x_{(1)}$ (або найбільше $x_{(n)}$) настільки різко відрізняються від усіх інших, що в нас з'являється підозра про істотну зміну умов спостережень у момент його реєстрації (тобто цей результат необхідно виключити з нашого подальшого розгляду).

Остаточне вирішення питання залежить від величини:

$$V_n = \frac{\left|\bar{x} - x_{(1)}\right|}{\bar{S}}.$$

Величина V_n називається критерієм сумісності (або критерієм - максимальних відносних відхилень).

Граничні значення V_n для підозрюваної величини x_i - більше граничного $V_n > V_{пред}$, то це значення з ймовірністю P слід вважати промахом (виключити з подальшого розгляду).

Слід зазначити, що наші міркування мають точний сенс лише у випадках, коли вибірка з нормальної генеральної сукупності. В інших випадках описана процедура залишається принципово аналогічною, однак ймовірнісний зміст величини (1 - P) = α є наближеним.

Слід зазначити, що так зване правило «трьох сігм», яке широко застосовувалися практиками для виключення спостереження x_i, у випадку, якщо його відхилення від $\bar{x}(n)$ перевершує $3\bar{S}(n)$ виявляється справедливим лише при досить великих n ($n > 50$), і може призводити до грубих помилок при порівняно невеликих об'ємах вибіркових даних.

Приклад. Є ряд спостережень: (3, 7, 9, 4, 11, 9, 6, 10, 5, 17, 7, 8). Слід перевірити «підозріле» найбільше спостереження $x_{(12)} = 17$, при рівні значимості $\alpha = 0{,}05$. Критерій сумісності V_n при рівні значимості $\alpha = 0{,}05$ ($P = 95\%$) наведено в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Критерій сумісності V_n при рівні значущості $\alpha = 0{,}05$ ($P = 95\%$)

n	3	4	5	6	8	10	12	15	20	30	40	50
V_n	1,41	1,69	1,87	2,00	2,17	2,29	2,39	2,49	2,62	2,79	2,90	2,99

Визначимо значення критерію сумісності для $x_{(12)} = 17$:

$$V_n = \frac{|x_{(12)} - \bar{x}|}{S} = \frac{17 - 8}{3{,}71} = 2{,}43.$$

Оскільки $V_n > V_{max}$ (12, 95%), то спостереження $x_{(12)} = 17$ виключається з нашого розгляду.

Порівняння дисперсій. Щоб оцінити точність експерименту у двох нескінченно великих по кількості дослідів вибірках, мабуть, вочевидь, достатньо порівняти їхні дисперсії σ_1^2/σ_2^2. Якщо це відношення близьке до одиниці, то обидві вибірки забезпечують приблизно однакову точність. Однак ми завжди маємо справу з вибірками кінцевих і навіть малих об'ємів, тому аналогічне відношення двох вибіркових дисперсій σ_1^2/σ_2^2 може лише приблизно характеризувати співвідношення точності дослідів цих вибірках.

Можна записати:

$$S_1^2/S_2^2 = (\sigma_1^2/\sigma_2^2)\, F,$$

де F - критерій Фішера, який характеризує ступінь наближення відношення вибіркових до відношення дійсних дисперсій.

Зі збільшенням числа дослідів він прагне до 1, у загальному випадку повинен залежати від числа дослідів однієї й другої вибірки й від заданої надійності P зазначеної оцінки.

У таблицях затабульовані значення F у залежності від надійності P і різних чисел ступенів свободи чисельника і знаменника $f_1 = (n_1 - 1)$ і $f_2 = (n_2 - 1)$.

У випадку якщо $S_1^2/S_2^2 > F_{max}$, то дисперсія вибірки, відповідної до чисельника S_1^2, більше, ніж дисперсія вибірки знаменника S_2^2, і з якоюсь

ймовірністю дисперсія σ_1^2 більше σ_2^2. При $S_1^2/S_2^2 \leq F_{max}$ обидві дисперсії статистично однакові.

За допомогою критерію Фішера можна оцінити ступінь точності дослідів у двох вибірках. Інакше кажучи, чи можна об'єднати дві або більш «порцій» статистичних даних в одну загальну вибірку, вважаючи її однорідною вибіркою із загальної генеральної сукупності. Статистична перевірка однорідності двох (або декількох) вибірок також ставиться до питань первинної статистичної обробки вибіркових даних.

Якщо порівнювати не дві, а більше (m) вибірок, то користуються критерієм Кохрена (при цьому число дослідів *n* у кожній вибірці повинне бути однаковим):

$$G = \frac{S_{max}^2}{\Sigma S_i^2},$$

де S_{max}^2 - максимальна з *m* дисперсій; S_i^2 - дисперсія *i-oї* вибірки.

Критерій Кохрена залежить від заданої ймовірності *P*, числа дисперсій *m* і числа ступенів свободи кожної з них *f* = *n* - 1. (*G* – наведені у таблицях).

Якщо $G(P, m, f) < G_{крит}$, то розбіжності в значеннях усіх дисперсій випадкові та слід вважати їх статично незначущими.

Порівняння середніх значень. Якщо за критерієм Фішера встановлена незначна відмінність дисперсій двох вибірок, то можна порівняти їхні середні значення. Це корисно у двох випадках. Якщо є дві партії різних однотипних досліджень, що мають однакові дисперсії і середні значення, то вигідно злити їх в одну вибірку, тому що дисперсія укрупненої вибірки нижче, а точність оцінок вище, чим кожний із дрібних.

Іноді потрібно, навпаки, встановити відмінність двох середніх, щоб оцінити ефективність заходів, що змінили середнє.

Для оцінки двох середніх значень $\bar{x}_1$ і $\bar{x}_2$ використовують розподіл Стьюдента, значення якого наводяться у таблицях при числі ступенів свободи $f = n_1 + n_2 - 2$.

Рівність $\bar{x}_1$ і $\bar{x}_2$ відкидається з ймовірністю *P*, якщо:

$$|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| \geq t_p S_n^2 \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}},$$

де $S_n^2 = [(n_1 - 1)S_n^2 + (n_2 - 1)S_2^2]/S$– середньозважена дисперсія, а n_1 і n_2 - число дослідів у вибірках.

У тому випадку, коли дисперсії вибірок не однакові, то порівнювати їхні середні можна за наведеною методикою, але наближено, умовно.

Для оцінки середніх значень декількох вибірок зручно користуватися попарним їхнім порівнянням за наведеною методикою.

Перевірка закону розподілу. В експериментах з вимірюваннями, як

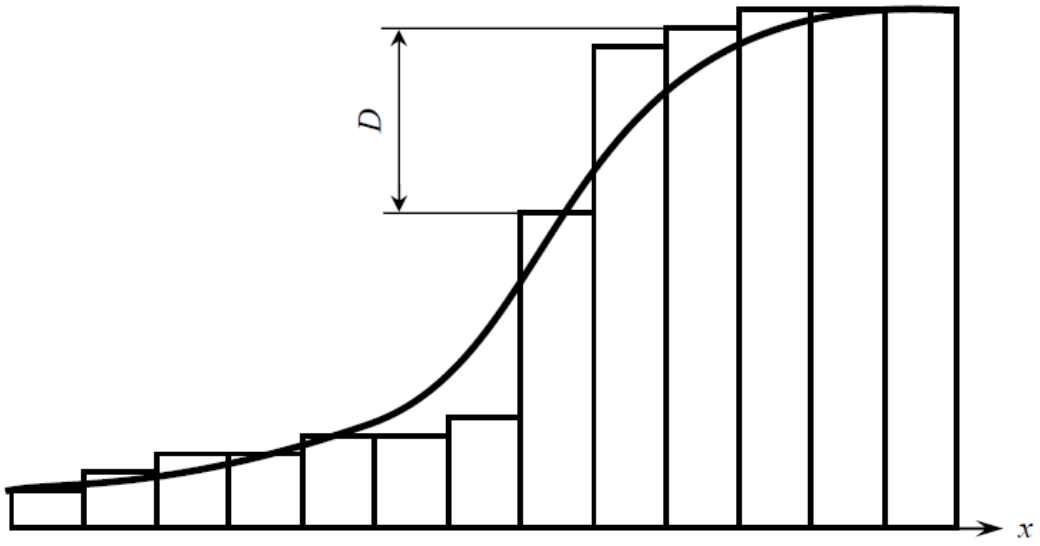
зазначалося, закон розподілу випадкової величини повинен бути нормальним. Перевірка його є одночасно перевіркою «чистоти» експерименту на наявність сторонніх факторів, що не враховуються, або помилок. Щоб показати, що вимірювання в даній серії дослідів підкоряються (або не підкоряються) нормальному закону розподілу, необхідно порівняти експериментальну функцію розподілу $F_n(\nu)$ з теоретичної $F(\nu)$.

Порівняння здійснюється за допомогою критеріїв згоди Колмогорова або Пірсона. Перший заснований на тому, що величина $\lambda = D$ має вивчений закон розподілу. Тут D - максимальне зі значень модуля різниці між теоретичною і експериментальною функціями (рис. 2.6):

$$D = max\left|\sum_{j=1}^{q}\left(\frac{n_j}{n}\right) - \sum_{j=1}^{q} P_j\right| = max\left\{\frac{1}{n}\left|\sum_{j=1}^{q} n_j - \sum_{j=1}^{q} nP_j\right|\right\},$$

де $q = (1, 2, \ldots, k)$.

При $P = 0{,}8$ і кількості інтервалів $k = (8...20)$, які часто приймаються при дослідженнях, $\lambda = 1{,}07$. При $D > 1{,}07$ експериментальний закон розподілу відрізняється від нормального.



Малюнок 2.6 – Різниця D між теоретичною і експериментальною функціями

Критерій згоди Пірсона заснований на тому, що при $nP_j > 5$ величина:

$$\Pi = \sum_{j=1}^{F} \frac{(n_j - nP_j)^2}{nP_j},$$

має χ^2 розподіл з $f = k - 3$ ступенями свободи.

Якщо $П > \chi^2_{крит}$, то гіпотеза про нормальний розподіл вимірюваної величини (генеральної сукупності) відкидається (на рівні значимості P).

Якщо статистичний аналіз показав, що закон розподілу експериментальних даних відмінний від нормального, то методами регресійного аналізу необхідно виділити систематичну складову (тренд) і знову проаналізувати випадкову складову дослідних даних, що залишилася.

Можна спробувати шляхом заміни перемінної, наприклад $y = \ln(x)$, отримати нормальний закон розподілу нової випадкової величини y.

3 ВИБІР ТА ОБҐРУНТУВАННЯ ІСТОТНИХ ФАКТОРІВ ПРИ ПОБУДОВІ ЕМПІРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДОСЛІДЖУВАНИХ ОБ'ЄКТІВ. ВИКОРИСТАННЯ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК І ДИСПЕРСІЙНОГО АНАЛІЗУ

План

3.1 Основні передумови регресійного й дисперсійного аналізу.

3.2 Метод експертних оцінок.

3.3 Дисперсійний аналіз.

3.1 Основні передумови регресійного й дисперсійного аналізу

При дослідженні верстатів враховуються впливи різних факторів: геометричні, силові, жорсткісні, параметри робочих процесів, зовнішні збурювальні діяння.

Починаючи дослідження погано вивченої системи, необхідно в першу чергу визначити із загального числа факторів найбільш істотні, а інші розглядати як якесь шумове тло.

Існують методи, які дозволяють виділити істотні фактори за допомогою порівняно невеликого числа експериментів і при малих витратах часу. Методи можна розділити на дві групи.

Першу групу утворюють методи, засновані на об'єктивній обробці даних, отриманих в результаті опитування експертів-фахівців (або зібраних на основі опублікованих результатів досліджень).

Другу утворюють експериментально-статистичні методи - дисперсійний аналіз, використання насичених планів факторного експерименту та інші.

Якщо розглянути завдання регресійного й дисперсійного аналізу, то слід повернутися до загального факторного рівняння:

$$y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

Фактори (x_1, x_2,..., x_n) бувають кількісними і якісними (наприклад, виражаються числами або нумерується).

Математична модель (3.1) також буває кількісною і якісною. Кількісну модель можна представити у вигляді ряду:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots a_kx_k +$$
$$+ a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + \ldots + a_{k-1,k}x_{k-1}x_k +$$
$$+ a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{kk}x_k^2 + \ldots \pm \varepsilon.$$

Це рівняння називається регресією і його дослідженням займається регресійний аналіз.

У технологічних процесах досліджувані явища звичайно не дуже складні, тому в рівнянні регресії обмежуються членами ряду: вільними a_0 і лінійними a_i, що містять тільки перші ступені факторів, парними

взаємодіями та квадратними членами другого ступеня.

Якщо досліджуване явище складне, то вигідніше розчленувати його на ряд більш простих і кожне описати рівнянням не вище квадратичного (потрійні та більш високі взаємодії завжди малі, тому їх можна не враховувати).

Регресійний аналіз оперує тільки кількісними факторами.

Дисперсійний аналіз займається якісним вивченням моделей. Він встановлює, які з факторів впливають на відгук, які з них можуть бути виключені з моделі через їхню малість.

Ступінь впливу фактору x_i називається ефектом цього фактору та за звичаєм зображується великою латинською літерою. Таким чином, дисперсійна модель процесу може бути представлена рівнянням:

$$y = A + B + ... + F + AB + AC + ... + GP \pm \varepsilon.$$

де A - ефект впливу на y фактору x_1; В - фактору x_2, AB - взаємодії x_1x_2 і так далі.

Причому ефект фактору A містить у собі сумарний ефект лінійних, квадратичних і більш високих ступенів членів з фактором x_1, а ε виражає помилку експерименту.

Максимальна кількість членів у рівнянні регресії дорівнює кількості N рівнянь зміни факторів.

Наприклад, при одному факторові x_1, через дві точки (два рівняння) можна провести пряму $y = a_0 + a_1x_1$ (два члени рівняння), через три точки $N = 3$ параболу $y = a_0 + a_1x_1 + a_{11}x_{12}$ (три члени).

Аналогічно, при двох факторах x_1 і x_2 і двох рівняннях їх зміни через наявні чотири точки ($N = 4$) проведемо поверхню із чотирьох членним рівнянням:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{12}x_1x_2.$$

При трьох факторах і двох рівняннях зміни кожного з них ($N = 8$) одержимо рівняння:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_{12}x_1x_2 + a_{23}x_2x_3 + a_{13}x_1x_3 + a_{123}x_1x_2x_3.$$

У всіх наведених прикладах рівняння точно проходять через усі точки експерименту і містять N членів.

Ці рівняння адекватні результатам експерименту. Викресливши в рівняннях деяку кількість членів, ми одержимо, строго говорячи, неадекватне рівняння, що приблизно описує результати дослідів; експериментальні точки не всі укладуться на поверхню, що описується таким рівнянням. Будемо вважати його адекватним, якщо помилка від відкидання членів порівнянна з помилкою відтворюваності дослідів, яку називають помилкою експерименту.

Таким чином, слід розрізняти поняття: помилка експерименту ε_e

(помилка відтворюваності) і помилка моделі ε (міра адекватності моделі).

Одним із завдань регресійного й дисперсійного аналізу є оцінка адекватності моделі у порівнянні з помилкою експерименту.

Дисперсійний і регресійний аналізи покликані оцінити значимість кожного члена рівняння регресії та дисперсійної моделі й залишити в них тільки істотні. Якщо при обробці результатів експерименту отримана модель, що містить статистично незначущі члени, то звичайно, вона не буде неправильною, але обробку слід вважати проведено неграмотно.

Регресійний і дисперсійний аналіз базується на наступних передумовах:

1. При багаторазовому проведенні дослідів на даному фіксованому рівні факторів (x_1, x_2, ..., $x_к$) значення y є випадковою величиною з нормальним законом розподілу. Звідси випливає, що помилка відтворюваності експерименту є випадковою нормально розподіленою величиною із середнім значенням $\varepsilon_e = 0$ і довірчим інтервалом $\pm\ \varepsilon_e$, які визначаються виразами:

$$MX = \bar{x} \pm t_p S_X,$$
$$\varepsilon_e = 2t_p S_X.$$

Слід ще раз відзначити, що нормальність закону зміни є умовою правильного проведення експерименту (якщо немає ніяких безконтрольно мінливих факторів або методичних помилок і поломок приладів, то закон буде нормальним).

У реальному експерименті рідко перевіряють нормальність розподілу величини y, вважаючи, що це так.

2. Дисперсія відтворюваності $\sigma^2\{y\}$ величини y у всіх точках експерименту однакова. Проілюструємо це положення на прикладі однофакторної лінійної моделі $y = a_0 + a_1x_1$ (рис. 3.1).

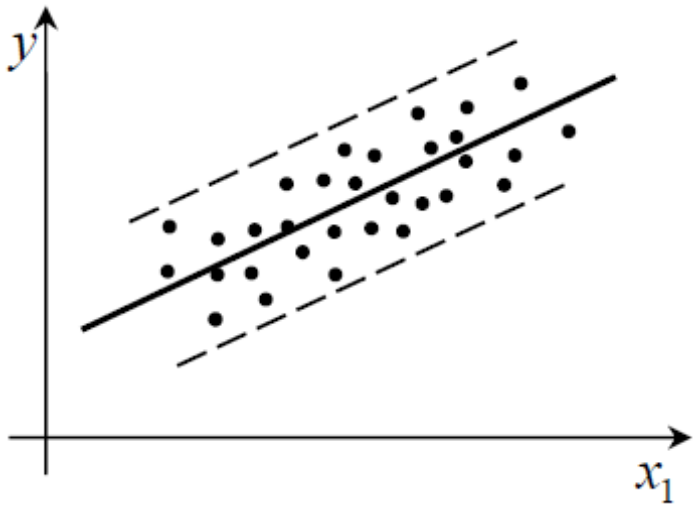


Рисунок 3.1 – Однофакторна лінійна модель

Це значить, що при будь-якому значенні x_1, розсіювання (точність) значення, що обчислюється, однаковий (якщо в кожній точці експерименту проведена однакова кількість дослідів). Рівність у всіх точках експерименту дозволяє об'єднати всі досліди в єдину вибірку при обчисленні помилки відтворюваності. Таке об'єднання дослідів значно збільшує точність визначення шуканої величини.

3. Незалежні перемінні (x_1, x_2, ..., $x_к$) змінюються із незначно малою помилкою у порівнянні з помилкою у визначенні y. Отже, вважається, що помилки приладів вносять набагато менший внесок у розсіювання значень y, ніж неконтрольовані випадкові фактори самого процесу. Строго кажучи, остання передумова також не завжди витримується.

3.2 Метод експертних оцінок

Метод експертних оцінок заснований на спеціальній обробці інформації, отриманої в результаті спрямованого опитування фахівців.

Метод «Дельфи» був розроблений у США на початку 50-х років корпорацією RAND з метою вирішення складних військових проблем. Авторами вважаються Olaf Helmer, Norman Dalkey і Nicholas Rescher. Назва запозичена від імені Дельфійського Оракула.

Характерними рисами методу «Дельфи» є наступне:

- відповіді на поставлені перед експертом питання обов'язково містять кількісну характеристику;
- проводиться кілька турів опитування;
- після кожного тура всі опитувані експерти знайомляться з відповідями інших учасників опитування;
- від експертів одержують обґрунтування думок і доводять їх до відома інших учасників експертизи, що дозволяє повніше врахувати різні фактори;
- статистична обробка отриманих відповідей проводиться після кожного тура.

Таким чином, призначення методу «Дельфи» полягає у виявленні переважних думок фахівців з якого-небудь питання в обстановці, що виключає прямі дебати між ними, але, що дозволяє їм разом з тим, знову й знову зважувати свої судження з урахуванням відповідей і доводів колег.

Кількість проведених турів опитування значною мірою залежить від кваліфікації фахівців та їх досліду. Вважається, що в середньому досить приблизно три тури голосування групи, що складається з 10 – 12 експертів.

Процедуру отримання експертних оцінок можна розбити на 4 етапи:

- організація опоросу;
- проведення опитування;
- обробка результатів опитування й отримання оцінок (вагомостей);
- аналіз результатів.

Організація опитування.

Головне питання даного етапу експертної оцінки - вибір експерта. Відхилення оцінок окремих експертів від середнього приймається у якості

погрішності оцінки. Ця погрішність і буде служити критерієм кваліфікації експерта.

Крім критеріїв кваліфікації експертів значний інтерес представляє питання визначення їх оптимальної кількості, як правило це 6 – 15 чоловік.

I. Вибір експертів

II. Розробка карт опитування.

1. Важливість постановки завдання (чітка однозначна відповідь).

2. Кількість оцінюваних властивостей (не повинне бути більш 7).

Проведення експертного опитування.

До початку роботи експертів необхідно:

I. Надати для них усю необхідну інформацію.

II. Залучати експертів до цієї роботи систематично.

III. Ознайомлювати їх із результатами попередніх експертиз.

IV. Забезпечити стабільність складу експертів.

Методи опитування експертів.

I. Метод переваги (апріорного ранжирування факторів).

II. Метод попарного зіставлення (парних порівнянь).

III. Метод послідовних зіставлень.

Статистична оцінка здійснюється за допомогою коефіцієнта конкордації або коефіцієнта варіації.

3.3 Дисперсійний аналіз

Розглянемо двох факторний експеримент і на його прикладі одержимо основні рівняння дисперсійного аналізу. У таблиці 3.1 наведені значення спостережень y_{ij} при зміні фактору x_1 на «a» рівнях (i = 1, 2, …, a), фактору x_2 також на «a» рівнях. Зазначимо, що фактори x_1 і x_2 можуть бути не тільки кількісні, але і якісні.

Нехай експеримент проведений при всіх можливих комбінаціях рівнів факторів x_1 і x_2, тобто містить $a \times a \times n$ дослідів.

Експеримент, виконаний при повному переборі всіх можливих рівнів, називається повним факторним (ПФЕ).

У таблиці 3.1:

$$y_{*1} = \frac{\sum_1^a \sum_1^n y_{y_1 k}}{na};\ y_{1*} = \frac{\sum_1^a \sum_1^n y_{1jk}}{na};\ y_{***} = \frac{\sum_1^a \sum_1^a \sum_1^n y_{ijk}}{na}.$$

Дисперсійне рівняння двох факторного експерименти має вигляд:

$$y = A + B + AB \pm \varepsilon.$$

Експериментально отримане значення виходу об'єкта, що відповідає *i-му* рівню фактору *A* и *j-му* рівню фактору *B*, позначимо через y_{ij}. Якщо зневажити ефектом взаємодії факторів (що часто можна зробити на практиці), то лінійна математична модель, що описує результати спостережень, буде мати вигляд:

$$y_{ij} = \mu + a_i + b_j + \varepsilon_{ij},$$

де μ - загальне значення результатів виміру; a_i, b_j - відповідно ефекти впливу i-го рівня фактору A и j-го рівня фактору В;

ε_{ij} - незалежні та нормально розподілені погрішності спостереження.

Таблиця 3.1 – Розрахункова таблиця дисперсійного аналізу

i \ j	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	…	$j = a$	середнє по рядках
	y_{111}	y_{121}	y_{131}	…	y_{1a1}	y_{1*1}
$i = 1$	y_{112}	y_{122}	y_{132}	…	y_{1a2}	y_{1*2}
	…	…	…	…	…	…
	y_{11n}	y_{12n}	y_{13n}	…	y_{1an}	y_{1*n}
середнє	y_{11}	y_{12}	y_{13}	…	y_{1a}	y_{1*}
	y_{211}	y_{221}	y_{231}	…	y_{2a1}	y_{2*1}
$i = 2$	y_{212}	y_{222}	y_{232}	…	y_{2a2}	y_{2*2}
	…	…	…	…	…	…
	y_{21n}	y_{22n}	y_{23n}	…	y_{2an}	y_{2*n}
середнє	y_{21}	y_{22}	y_{23}	…	y_{2a}	y_{2*}
…	…	…	…	…	…	…
	y_{a11}	y_{a21}	y_{a31}	…	y_{aa1}	y_{a*1}
$i = a$	y_{a12}	y_{a22}	y_{a32}	…	y_{aa2}	y_{a*2}
	…	…	…	…	…	
	y_{a1n}	y_{a2n}	y_{a3n}	…	y_{aan}	y_{a*n}
середнє	y_{a1}	y_{a2}	y_{a3}	…	y_a	y_{a*}
середнє по стовпцям	y_{*1}	y_{*2}	y_{*3}	…	y_{*a}	загальне середнє y_{***}

Використовуючи вибіркові характеристики (див. табл. 3.1) y_i,y_{*1} і y_{***}, можна знайти оцінки параметрів моделі.

$$\mu = y_{***}; \quad a_i = y_{i*} - y_{***}; \quad b_j = y_{*j} - y_{***}.$$

Загальна сума квадратів відхилень усіх даних від загального середнього y_{***}, поділена на загальне число ступенів свободи, є загальною дисперсією експерименту:

$$S^2_{\text{общ}} = \frac{SS_{\text{общ}}}{f_{\text{общ}}} = \frac{1}{f_{\text{общ}}}\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{a}\sum_{k=1}^{n}(y_{ijk} - y_{***})^2\right).$$

Загальне число ступенів свободи $f_{общ} = abn - 1$. Його можна представити у вигляді:

$$aan - 1 = (a - 1) + (a - 1) + (a - 1)^2 + a^2(n - 1) =$$
$$= (a - 1) + (b - 1) + (a - 1)(b - 1) + ab(n - 1).$$

Кожна з доданків останнього рівняння являє собою число ступенів свободи відповідних факторів, їх взаємодій і помилки відтворюваності, коли остання оцінюється для загальної вибірки в $a \times b$ точках експерименту:

$$f_{общ} = f_A + f_B + f_{AB} + f_\varepsilon.$$

Істотність фактору характеризується його внеском у дисперсію виходу досліджуваного об'єкта. Якщо позначити:

$$SS_A = \sum_{i=1}^{a} \sum_{k=1}^{a} (y_i - y_{***})^2,$$

і так далі, то одержимо основне рівняння дисперсійного аналізу:

$$SS^2_{\text{общ}} = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_\varepsilon.$$

Маючи суму квадратів відхилень і число ступенів свободи по кожному ефекту, ми можемо порівняти дисперсію кожного з них з дисперсією помилки за критерієм Фішера, наприклад, для фактору x_1:

$$F = \frac{SS_A / f_A}{SS_\varepsilon / f_\varepsilon}.$$

Якщо його значення менше табличного, то ефект фактору (у нашому випадку фактору x_1) не відрізняється від дисперсії відтворюваності дослідів, і цим фактором можна зневажити, виключивши його з рівняння регресії.

Завданням дисперсійного аналізу є перевірка гіпотези про рівність нулю ефектів a_i і b_i, тобто гіпотези про неістотність факторів *A* и *B*.

Наведений вище аналіз побудований за принципом перебору комбінацій рівнів зміни досліджуваних факторів. Такі експерименти, мають назву повно-факторних (ПФЕ), вимагають великої кількості дослідів, особливо у випадку, коли в кожній точці проводиться по декілька дослідів. Наприклад 2-х факторний експеримент $a = 3$, $b = 4$, $n = 3$ має $3 \cdot 4 \cdot 3 = 36$ точок.

Експеримент, у якому частина рівнянь пропущені, називається дрібно-факторним (ДФЕ). Скорочення перебору завжди призводить до деякої втрати інформації, тому необхідно так спланувати ДФЕ, щоб втрачалася мінімальна кількість інформації. Наприклад, якщо у три-факторному експерименті заздалегідь відомо, що ефект парних взаємодій

набагато менший ефектів самих факторів, то більшу економію дає план ДФЕ, побудований за схемою латинських квадратів. Він корисний також на початкових стадіях дослідження об'єктів, коли важливо визначити найбільш сильні і незначуще малі фактори та оцінити модель процесу.

При такому плануванні необхідно, щоб усі фактори експерименту мали однакову кількість рівнів.

Латинським квадратом взагалі називається квадратна таблиця яка містить *a* рядків і *a* стовпців, кожний елемент таблиці обов'язково присутній тільки один раз у кожному рядку й кожному стовпці. Приклад для $a = 3$ наведений на рисунку 3.2.

A	B	C
B	C	A
C	A	B

Рисунок 3.2 – Приклад латинського квадрата

Приймемо цю матрицю для планування трьох факторного експерименту, що має по фактору x_1 рівні a_1, a_2, a_3; по фактору x_2 - b_1, b_2, b_3 і по фактору x_3 - c_1, c_2, c_3. Такий план наведений в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – План три-факторного експерименту

x_1 \ x_2	b_1	b_2	b_3
a_1	c_1	c_2	c_3
a_2	c_2	c_3	c_1
a_3	c_3	c_1	c_2

Номери елементів по стовпцях і рядках відповідають рівням 1-го і 2-го фактору, а третій обраний по латинських буквах квадрата.

По факторах x_1 і x_2 зроблений повний набір рівнів (ПФЕ). Далі до кожної комбінації цих факторів доданий третій фактор x_3 на рівні, обраному відповідно до латинського квадрата. Усього потрібно $3 \cdot 3 = 9 = a^2$ дослідів, що значно дешевше ПФЕ, що містить a^3 дослідів.

Модель такого експерименту містить лише ефекти факторів:

$$y = A + B + AB \pm \varepsilon.$$

Методика обробки результатів залишається колишньою. Використання планів ДФЕ для виділення істотних факторів є найбільш ефективним засобом. Особливо вигідним виявляються так звані насичені плани, у яких число дослідів лише на одиницю більше числа оцінюваних факторів. Плани факторного експерименту використовуються для побудови регресійних моделей.

4 ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ. ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ

План

4.1 Обробка результатів експерименту при рівномірному дублюванні дослідів (однакове число паралельних дослідів).

4.2 Приклад планування експерименту при рівномірному дублюванні дослідів.

Після вибору плану експерименту, основних рівнянь і інтервалів варіювання факторів переходять до експерименту. Для компенсації впливу випадкових погрішностей кожний дослід рекомендується повторювати *n* раз. Такі досліди називаються паралельними. Звичайно паралельних дослідів виконують від 2 до 5. При виконанні паралельних дослідів розрізняють:

- рівномірне дублювання дослідів;
- нерівномірне дублювання дослідів;
- без дублювання дослідів.

4.1 Обробка результатів експерименту при рівномірному дублюванні дослідів (однакове число паралельних дослідів)

Для кожного рядка матриці планування за результатами *n* паралельних дослідів знаходять $\bar{y}_j$ - середнє значення параметра оптимізації:

$$\bar{y}_j = \frac{1}{n}\sum_{u=1}^{n} y_{ju},$$

де *u* - номер паралельного досліду;

$\bar{y}_j$ - значення параметра оптимізації в *u-му* паралельному досліді *j-го* рядка матриці.

З метою оцінки відхилення параметра оптимізації від його середнього значення для кожного рядка матриці планування експерименту обчислюють дисперсію досліду S_j^2 по даним *n* паралельних дослідів:

$$S_j^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{u=1}^{n}(y_{jn} - \bar{y}_j)^2.$$

Помилка досліду S_j визначається як корінь квадратний з дисперсії досліду:

$$S_j = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{u=1}^{n}(y_{jn} - \bar{y}_j)^2}.$$

Помилка досліду при великому розсіюванні буде значною. Велике розсіювання досліджуваної величини може відбутися через наявність в експерименті дослідів, що дали сумнівні результати. Для перевірки сумнівних, тобто результатів, що різко виділяються, використовують спеціальні критерії; одним з таких критеріїв є відношення U (критерій сумісності, ГОСТ 11.002-73).

Щоб оцінити належність результатів до тих, що різко виділяються, y_{jmax} або y_{jmin} до даної нормальної сукупності та прийняти рішення про їх виключення або залишення їх у складі вибірки, знаходять відношення:

$$U_{max} = \frac{y_{jmax} - \bar{y}_j}{S_j} \quad \text{або} \quad U_{min} = \frac{\bar{y}_j - y_{jmin}}{S_j}.$$

Результат порівнюють з величиною β, яка наведена у таблиці 1 ГОСТу 11002-73 для числа n паралельних дослідів і прийнятого рівня значущості α. Число n паралельних дослідів і об'єм вибірки n у розглянутому випадку поняття рівноцінні. Якщо $U_{max} > \beta$, то сумнівний результат може бути виключений. Аналогічно і для U_{min}. Якщо результат виключається, то дослід необхідно повторити.

У математичній статистиці для перевірки гіпотез користуються критерієм згоди. Для того щоб прийняти або забракувати гіпотезу за допомогою цих критеріїв, встановлюють рівні їх значущості. Рівень значущості являє собою досить мале значення ймовірності, що відповідає подіям, які в даній обстановці дослідження можна вважати практично неможливими.

Звичайно приймають 5%, 2% або 1% рівень значущості (у технікці 5%). Так, наприклад, при рівні значущості гіпотези $P = (1 - \alpha) = (1 - 0{,}05) = 0{,}95$ або 95%. Це значить, що в середньому тільки у 5% випадків можлива помилка при перевірці гіпотези.

Після обчислення дисперсій перевіряють гіпотезу про їх однорідність. Перевірка однорідності двох дисперсій виконується за допомогою F - критерію Фішера, який являє собою відношення більшої дисперсії до меншої:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}, \quad S_1^2 > S_2^2.$$

Якщо спостережуване значення F_P - критерію менше табличного F_T для відповідних чисел ступенів свободи і прийнятого рівня значущості, то дисперсії однакові.

Під числом ступенів свободи в статистиці розуміють різниця між числом дослідів і кількістю коефіцієнтів моделі, обчислених за результатами цих дослідів незалежно друг від друга. Для лінійної моделі $f = N - (k + 1)$, k - число факторів.

Однорідність декількох дисперсій перевіряють за критерієм Кохрена

або критерію Бартлета.

При рівномірному дублюванні дослідів однорідність ряду дисперсій перевіряють за допомогою G - критерію Кохрена, що представляє собою відношення максимальної дисперсії до суми всіх дисперсій:

$$G = \frac{S^2_{max}}{S_1^2 + S_2^2 + \cdots + S_n^2}.$$

Дисперсії однорідні, якщо розрахункове значення G_P критерію не перевищує табличного значення G_T критерію. Якщо $G_P > G_T$, то дисперсії неоднорідні, а це вказує на те, що досліджувана величина y не розподілена по нормальному закону. Якщо дисперсія S_j^2 дослідів однорідні, то дисперсію $S\{y\}^2$ відтворюваності експерименту обчислюють за формулою:

$$S^2\{y\} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} S_j,$$

де N - число дослідів або число рядків матриці планування.

За результатами експерименту обчислюють коефіцієнти моделі. Для ПФЕ 2^2 будемо мати рівняння з чотирма членами:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2;$$
$$b_0 = 1/4(+y_1 + y_2 + y_3 + y_4);$$
$$b_1 = 1/4(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4);$$
$$b_2 = 1/4(-y_1 - y_2 + y_3 + y_4);$$
$$b_{12} = 1/4(+y_1 - y_2 - y_3 + y_4).$$

Вільний член b_0 визначаються формулою:

$$b_0 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} \bar{y}_j.$$

Коефіцієнт регресії, що характеризує лінійні ефекти:

$$b_i = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_{ij}\bar{y}_j.$$

Коефіцієнти регресії, що характеризують ефекти взаємодії:

$$b_{im} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_{ij}x_{im}\bar{y}_j,$$

де i - номери факторів (формули отримані в результаті використання методу найменших квадратів).

Обчисливши коефіцієнти моделі, перевіряють їхню значущість. Перевірку можна виконати двома способами:

- порівнянням абсолютної величини коефіцієнта з довірчим інтервалом;
- за допомогою t - критерію Стьюдента.

При перевірці значущості коефіцієнта за першим способом для визначення довірчого інтервалу обчислюють дисперсію коефіцієнта регресії.

Дисперсія $S^2\{b_i\}$ i-го коефіцієнта із числом ступенів свободи $N \cdot n$ визначається залежністю:

$$S^2\{b_i\} = \frac{1}{N \cdot n} S^2\{y\}.$$

Довірчий інтервал Δb_i визначається залежністю:

$$\Delta b_i = \pm t_T S\{b_i\},$$

де t_T - табличне значення t - критерію при прийнятому рівні значущості і числі ступенів свободи f, з яким визначалася дисперсія $S^2\{y\}$, при рівномірному дублюванні дослідів число ступенів свободи визначається $f = (n - 1)N$.

$S\{b_i\}$ - помилка у визначенні *i-го* коефіцієнта регресії, що обчислюється по формулі $S\{b_i\} = +\sqrt{S^2\{b_i\}}$.

Коефіцієнт значимий, якщо його абсолютна величина більше довірчого інтервалу.

При перевірці значущості коефіцієнта другим способом обчислюють t_P – критерій Стьюдента:

$$t_p = \frac{b_i}{S\{b_i\}},$$

і порівнюють його з табличним значенням t_T. Коефіцієнт значимий, якщо $t_p > t_T$.

Критерій Студента t обчислюють для кожного коефіцієнта регресії. Статистично незначущі коефіцієнти можуть бути виключені з рівняння.

Після розрахунків коефіцієнтів моделі і перевірки їх значущості визначають дисперсію $S_{ад}^2$ адекватності.

Залишкова дисперсія або дисперсія адекватності, характеризує розсіювання емпіричних значень $1/y_2$ відносно розрахункових значень $\hat{y}$, визначених по знайденому рівнянню регресії.

Дисперсія адекватності визначається формулою:

$$S_{\text{ад}}^2 = \frac{1}{f}\sum_{j=1}^{N}(\bar{y}_j - \hat{y}_j)^2 = \frac{1}{N-(k+1)}\sum_{j=1}^{N}(\bar{y}_j - \hat{y}_j)^2.$$

Останнім етапом обробки результатів експерименту є перевірка гіпотези про адекватність моделі. Перевірку цієї гіпотези виконують по F - критерію Фішера з числом ступенів свободи $f_{ад} = N - (k + 1)$ і $f_2 = N(k - 1)$:

$$F_P = \frac{S^2_{\text{ад}}}{S^2\{y\}}.$$

Якщо значення $F_P < P_T$ для прийнятого рівня значущості і відповідних чисел ступенів свободи, то модель вважається адекватною.

Таким чином, обробка результатів експерименту при рівномірному дублюванні дослідів може бути представлена наступною схемою:

1) для кожного рядка матриці планування обчислюють середнє арифметичне значення $\bar{y}_j$ параметра оптимізації;
2) визначають дисперсію S_j^2 кожного досліду матриці;
3) використовуючи критерій Кохрена, перевіряють гіпотезу про однорідність дисперсій S_j^2 дослідів;
4) якщо дисперсії дослідів однорідні, то обчислюються дисперсії S_y^2 відтворюваності експерименту;
5) визначаються коефіцієнти рівняння регресії;
6) встановлюється величина довірчого інтервалу Δb_i;
7) визначаються дисперсії $S^2\{b_i\}$;
8) перевіряється статистична значимість коефіцієнтів регресії;
9) визначається дисперсія $S_{ад}^2$ адекватності;
10) за допомогою F - критерію перевіряється гіпотеза про адекватність запропонованої моделі.

На завершення необхідно зазначити, що використання критеріїв Кохрена, Стюдента та Фішера вимагають нормального розподілу результатів експерименту.

4.2 Приклад планування експерименту при рівномірному дублюванні дослідів

Наприклад,

$$U = C \cdot P\alpha \cdot h^{\beta},$$

де U – зношування; C – коефіцієнт; P – тиск, МПа; h – концентрація забруднення; α, β - показники ступеня.

$$\lg(y) = \lg(C) + \alpha\lg(P) + \beta\lg(h),$$
$$\lg(U_1) = b_0 + b_1\lg(P_1) + b_2\lg(h_1).$$

$$\lg(U_1) = b_0 + b_1\lg(P_1) + b_2\lg(h_1) \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} y_1 &= b_0 + b_1\lg(P_1) + b_2\lg(h_1); \\ y_2 &= b_0 + b_1\lg(P_2) + b_2\lg(h_2); \\ y_3 &= b_0 + b_1\lg(P_3) + b_2\lg(h_3); \\ y_1 &= b_0 + b_1\lg(P_0) + b_2\lg(h_0). \end{aligned}$$

Планування експерименту для статистичних моделей здійснюється в декілька етапів:

1. Постановка завдання (ціль дослідження, параметри оптимізації, у тому числі відтворюваність експерименту):

$$y = b_0x_0 + b_1x_1 + \ldots + b_nx_n.$$

Коли система досліджується по двом параметрам, це можна зобразити областю на площині (рис. 4.1). При плануванні експерименту фактори обмежуються верхньою та нижньою границею, тобто досліджується в нашому випадку прямокутник.

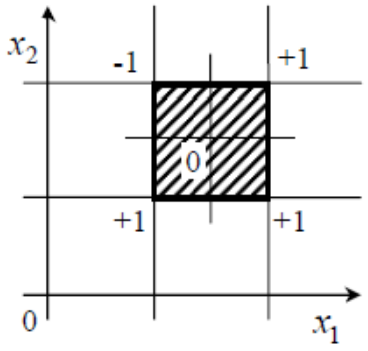


Рисунок 4.1 – Графічна ілюстрація плану експерименту

2. Визначення вагомих факторів:

$$y = b_0x_0 + b_1x_1 + \ldots + b_nx_n.$$

Для відкидання малозначущих факторів складають план експерименту: k - число факторів, n - число дослідів, $f = n - k$ - насиченість експерименту.

При $f > 0$ - плани не насичені, можна визначити вид рівняння і перевірити його адекватність.

Число дослідів: $n = 2^k$ (при 2-х рівнях) повно-факторний експеримент (рис. 4.2).

	N	x_1	x_2	x_0
	1			
1	2	-1	-1	+1
	3			
2	:	+1	-1	+1
3	:	+1	+1	+1
4	:	-1	+1	+1
5	:	0	0	+1

Рисунок 4.2 – План повно-факторного експерименту 2^2

Потім статистично обробляється, визначаються значення коефіцієнтів b_i; визначається ступінь впливу похідної коефіцієнта на цільову функцію та визначається значущість цього параметра. Будується математична модель системи.

5 МЕТОДИ ВИПРОБУВАНЬ НА НАДІЙНІСТЬ

План

5.1 Види випробувань
5.2 Експлуатаційні спостереження
5.3 Випробування надійності складних систем.

5.1 Види випробувань

У систему випробувань входять об'єкт, засоби для проведення випробувань, виконавець, нормативно-технічна документація на випробування. Класифікація основних видів випробувань наведена на рисунку 5.1.

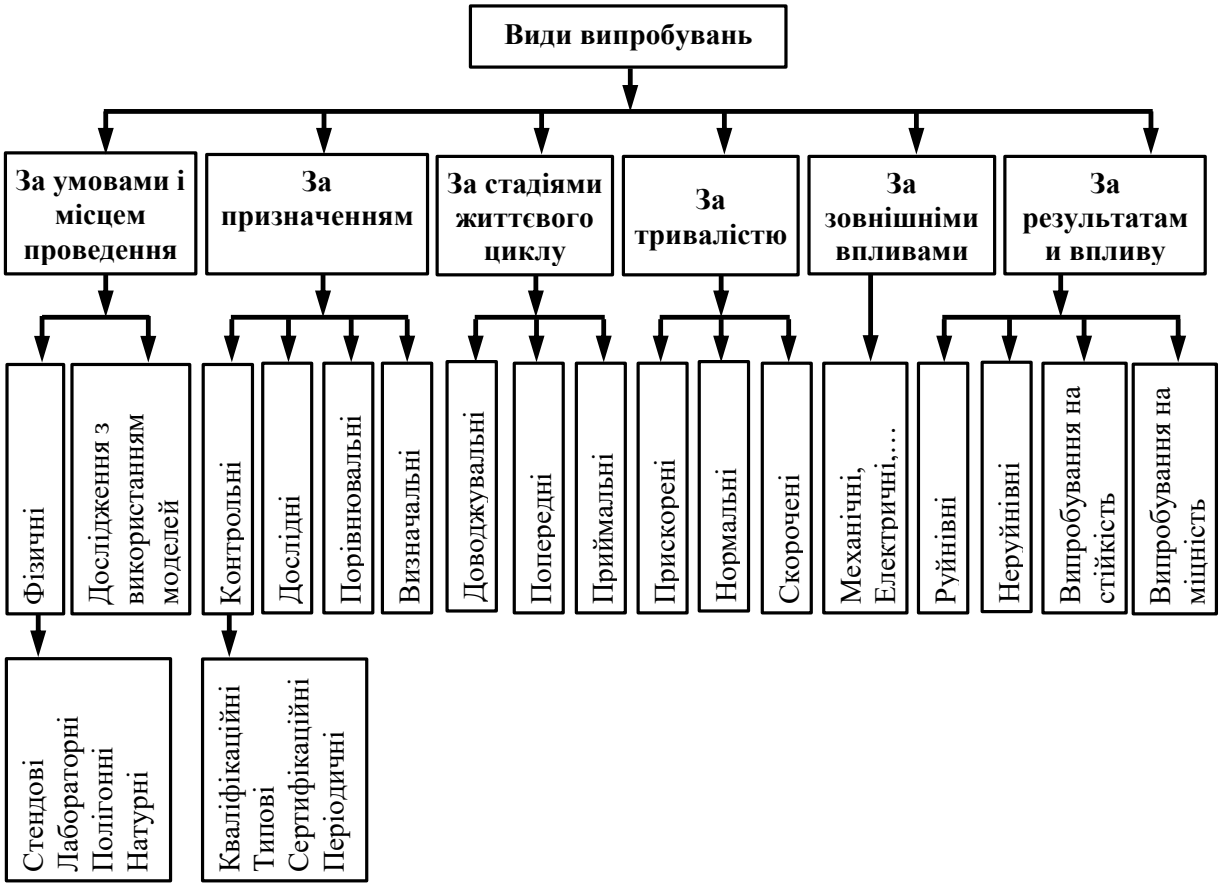


Рисунок 5.1 – Види випробувань машин

Методи випробувань на надійність. Випробування на надійність називається випробування виробів, у результаті яких одержують оцінки показників їх надійності виробу $Y = (y_1, y_2, ..., y_m)$ (рис. 5.1).

Символами $x_1(t), x_2(t), x_n(t)$ позначені фактори, що впливають на об'єкт: навантаження, частота його дії або частота робочого циклу, характеристики робочого середовища та інші.

Дослідник має можливість контролювати фактори, тобто встановлювати їх на певних рівнях.

На випробуваний об'єкт діють фактори, обумовлені збурювальними діяннями $Z = (z_1, z_2, \ldots, z_k)$, які збільшують розсіювання результатів випробувань.

Набір значень контрольованих факторів називається режимом випробувань $X\{x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)\}$.

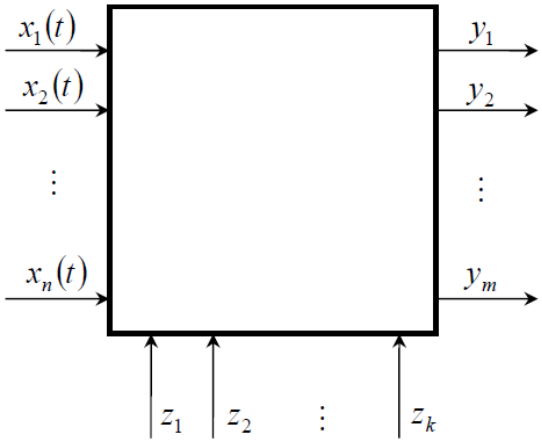


Рисунок 5.2 – Модель виробу при випробуваннях на надійність

Якщо кожна зі складових $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_n(t)$ режиму випробувань X перебуває в припустимому, згідно технічної документації, інтервалі для виробу, режим має назву «нормальний». Для зменшення часу випробувань одні або декілька факторів встановлюють на більш важкі для виробу рівні у порівнянні з нормальним режимом. В результаті елементи виробу руйнуються швидше, ніж при роботі в нормальному режимі. Цей більш важкий режим має назву «запеклий».

Об'єктами випробувань на надійність бувають сполучення й кінематичні пари, деталі й окремі вузли верстата, автоматичні лінії. Не можна обмежуватися випробуваннями об'єктів якого-небудь одного типу. Так, випробування вузла дає такі відомості про його надійність, які не можуть бути отримані випробуваннями окремих вхідних у нього деталей. Це пояснюється тим, що надійність вузла обумовлюється не тільки якістю виготовлення його деталей, але також їх взаємодією, які визначаються конструктивними особливостями вузла, якістю його складання й регулювання, властивостями змащення та іншими факторами. Випробування автоматичної лінії дозволяють отримати оцінки показників надійності, що враховують взаємодію верстатів один з одним та з іншими частинами лінії: транспортерами, накопичувачами деталей, перевантажувачами та іншими агрегатами.

Випробування на надійність проводяться як у лабораторних умовах, так і при експлуатації. Завдяки посиленню режиму випробування, в лабораторних умовах випробування можна виконати швидше, чим в умовах експлуатації. Проте випробування при експлуатації дають більш достовірні результати, тому що режим лабораторних випробувань може відображати

умови експлуатації тільки приблизно.

У залежності від поставленої мети, випробування на надійність поділяються на: певні, порівняльні та контрольні.

Визначальними називаються такі випробування, при яких знаходять фактичні значення показників надійності виробів.

Порівняльними випробуваннями визначають показники надійності для партій виробів, що відрізняються друг від друга конструкцією або технологією виготовлення. Випробування всіх об'єктів проводяться при однакових режимах, що дає змогу для порівняння об'єктів по показниках надійності. Порівняльні випробування звичайно проводяться для того, щоб вибрати оптимальний конструктивний варіант виробу або найкращу технологію його виготовлення.

Контрольними випробуваннями визначають, чи відповідає надійність виробу вимогам, встановленим технічною документацією. Контрольні випробування не дозволяють знаходити фактичні значення показників надійності. Вони з певною довірчою ймовірністю встановлюють, що показники надійності виробів не нижче заданих значень.

У залежності від числа факторів, які одночасно змінюються, випробування поділяються на однофакторні і багатофакторні.

Однофакторними називаються випробування, які проводяться при послідовному варіюванні всіх досліджуваних факторів по одному.

Багатофакторні випробування виконуються при одночасному варіюванні декількох факторів, яке здійснюється за певним правилом (алгоритмом). У багатьох випадках ці випробування дають змогу отримати більш повні відомості про надійність і виконуються швидше у порівнянні з однофакторними.

Приклад. Планування експерименту при багатофакторних випробуваннях.

Складається математична модель процесу зі значущими факторами:

$$y = b_0x_o + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3.$$

За звичаєм x_0 дорівнює 1, а b_0 дорівнює якійсь величині. Для спрощення можна записати:

$$y = b_0x_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + \varepsilon.$$

Також завжди є можливість використовувати квадратичну, кубічну модель або іншу.

Для відкидання малозначущих факторів складають план експерименту:

$k = 3$ - число факторів;

n - число дослідів;

$f = (n - k)$ – насиченість експерименту;

$f < 0$ – наднасичені плани (дають змогу визначити лише деякі значення

коефіцієнтів моделі);

$f = 0$ – насичені (можна визначити всі коефіцієнти рівняння регресії);

$f > 0$ – не насичені плани - дають змогу визначити вид рівняння й перевіряти його адекватність.

Плани будуються на декількох рівнях. В експерименті беруться фактори, наприклад, тільки на нижньому й верхньому рівнях і між ними ухвалюється нульова крапка. Таким чином, ми ведемо експеримент на двох рівнях.

Число дослідів визначається формулою:

$n = 2^k$ (багатофакторний експеримент);

$n = 2^3 = 8$ дослідів (рис. 5.3);

$f = 8 - 3 = 5$ – ненасичений план.

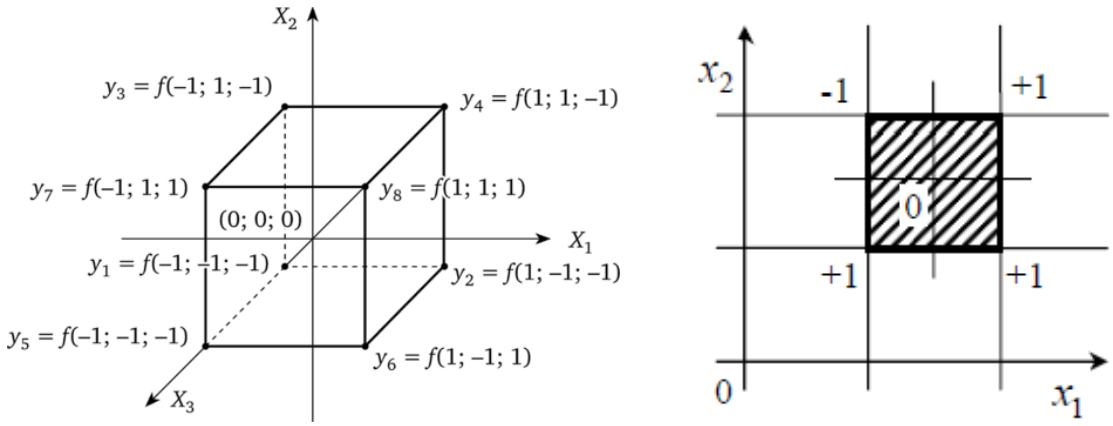


Рисунок 5.3 – Геометрична інтерпретація багатофакторного експерименту $n = 2^3$ та $n = 2^{3-1}$

Оскільки план не насичений, то можна скоротити число дослідів, за допомогою дробових реплік, наприклад, $n = 2^{k-1} = 4$ –ціла напівреплика.

Матриця планування для отримання незмішаних коефіцієнтів рівняння регресії для 2-х факторної моделі $n = 2^2 = 4$ (рис. 5.4).

N	x_0	x_1	x_2	x_1x_2	y_i
1	+	–	–	+	…
2	+	+	–	–	…
3	+	–	+	–	…
4	+	+	+	+	…

Рисунок 5.4 – План двофакторного експерименту 2^2

Потім виконується статистична обробка, обчислюються значення коефіцієнтів b_i, визначається ступінь впливу добутків коефіцієнтів на цільову функцію y_i та визначається її значущість.

Випробування на зносостійкість. Як зазначалося, більшість деталей і вузлів верстатів втрачають працездатність внаслідок зношування. Тому

вимірювання зношування, аналіз його причин і зміни у часі займають важливе місце в роботах з вивчення надійності верстатів і автоматичних ліній.

Закономірності зношування ми розглядали, тому розглянемо основні методи вимірювань зношування.

1. Метод мікрометрування. Полягає він у тому, що деталь вимірюється до і після роботи. Вимірювання виконуються мікрометрами, індикаторами, мініметрами, за допомогою прецизійних рівней. При вимірюваннях іноді мають місце значні погрішності через мінливість температури, наявних деформацій і погрішностей форми деталей. Краще вимірювати відстань від постійної бази до поверхонь, що зношуються.

2. Метод штучних баз. На поверхні тертя роблять поглиблення правильної форми (рис. 5.5).

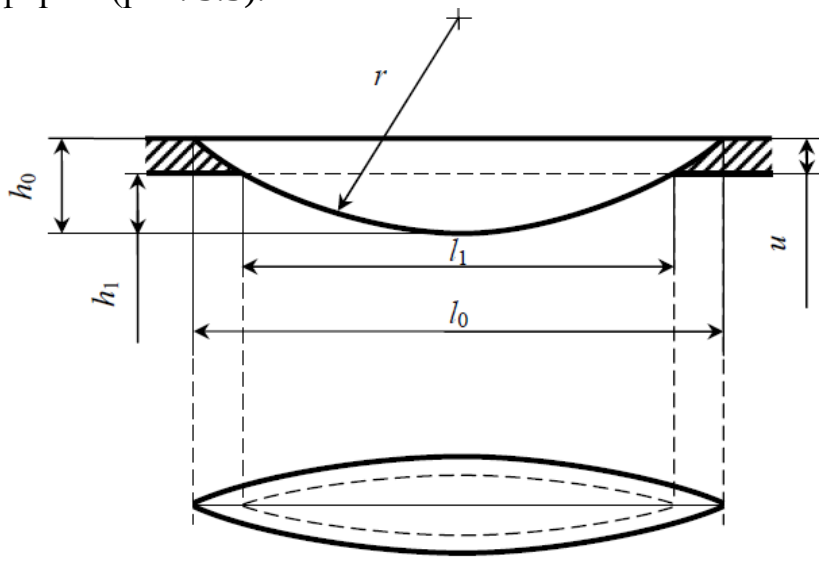


Рисунок 5.5 – Схема випробування за методом штучних баз

При зношуванні деталі зменшуються розміри фігури на її тертьовій поверхні, що дає можливість обчислити величину зношування. Базою вимірювання є поверхня тертя (штучна база). Один з методів - метод вирощених лунок. Лунка на поверхні тертя виконуються шляхом розточування алмазним обертовим різцем, що має форму тригранної піраміди. Глибина лунки визначається наступним чином:

$$h_0 \approx \frac{l_0^2}{8\tau};$$

За звичаєм приймають l_0 = (1,7 … 2) мм, h = (0,05 … 0,075) мм.

Величина параметра u визначається залежністю:

$$u = -h_1 = \frac{l_0^2 - l_1^2}{8\tau}.$$

Вимірювання через декілька місяців. Погрішність методу (0,005 … 0,002) мм, l_i – вимірювання мікроскопом. [U] ≈ 0,1 мм.

Для циліндричних поверхонь:

$$\Delta h = h_0 - h_1 = 0{,}125(l_0^2 - l_1^2)\left(\frac{1}{\tau} \mp \frac{1}{R}\right),$$

де « + » – для опуклих поверхонь, « - » - для увігнутих поверхонь.

3. Ваговий метод. Величина зношування визначається зважуванням добре очищених зразків або деталей до і після випробувань або роботи. Метод рекомендується для зразків з масою до 200 г.

4. Метод профілографування. Зношування визначається за допомогою записів мікро-профілю (шорсткості) або макро-профілю (хвилястості) поверхні, що зношується.

5. Метод поверхневої активації. Досліджувана ділянка опромінюється в циклотроні потоком прискорених заряджених часток. Якщо деталь має великі габарити, активуються спеціальні вставки з матеріалу деталі, які потім закріплюється на деталі. Глибина активованого шару повинна бути дорівнювати очікуваному *U*(0,02 … 0,40). Активність деталі повинна бути менш ніж 10 мккюрі].

Радіоактивне випромінювання реєструється стандартною радіометричною апаратурою. (Чим тонше шар, тім менше радіоактивне випромінювання). Параметр «*U*» визначають по тарувальній кривій, яка будується шляхом стирання зразка, виготовленого з того ж матеріалу, що і досліджувана деталь, активованого на таку ж глибину. Відносна погрішність вимірювань (3 – 10)%.

5.2 Експлуатаційні спостереження

Випробування на надійність неможливі без попередніх спостережень за працюючими при експлуатації виробами, тому що тільки експлуатаційні спостереження надають інформацію про умови експлуатації та про поведінку виробу в цих умовах. Ця інформація необхідна для визначення режиму випробувань на надійність.

Спостерігаючи за роботою виробів при експлуатації, дослідник, звичайно, не впливає на входи об'єкта, не створює режим роботи, а тільки фіксує випадкові рівні факторів і поведінку об'єкта.

Результати експлуатаційних спостережень представляють у вигляді гістограм. Наприклад, спостерігачі отримали розподіл розмірів оброблюваних на верстатах заготовок, розподіл режимів обробки, потужності різання, крутних моментів на валах та інші параметри.

Ґрунтуючись на результатах експлуатаційних спостережень, дослідник розробляє програму лабораторних і експлуатаційних випробувань виробу; складає ймовірну схему втрати працездатності виробу; встановлює межі змінюваних факторів, їх рівні, які будуть при випробуваннях підтримуватися постійно; складають схему діючих сил;

визначає ознаки відмов і тривалість випробувань; задає кількість випробовуваних об'єктів.

Експлуатаційна інформація заповнює неминучі втрати відомостей про дійсну надійність виробів, що виникають внаслідок неточного відтворення експлуатаційних умов при створенні режиму випробувань, внаслідок прискорення випробувань, яке виконується збільшенням жорсткості режиму, а також у результаті скінченності числа об'єктів випробувань.

Експлуатаційні спостереження верстатів виконуються у вигляді:

- спостережень за дослідною партією;
- короткочасних періодичних обстежень верстатів;
- тривалих експлуатаційних досліджень вибірки верстатів.

Експлуатаційні спостереження за дослідною партією дозволяють виявити дефекти конструкції й виготовлення верстата та усунути їх при переході до серійного виробництва. Деякі дефекти виявити не вдається. Це пояснюється тим, що тривалість таких спостережень завжди менше строку нормальної експлуатації верстата, іноді в декілька раз.

Короткочасні обстеження верстатів виконуються фахівцями заводу-виготовлювача. Їхня тривалість звичайно дорівнює одному місяцю або менше. Обстеження полягає у спостереженні роботи верстатів, аналізі документації ремонтних служб, зборі зауважень і пропозицій обслуговуючого персоналу. У результаті одержують відомості про працездатність вузлів верстата, про умови його експлуатації, про виконані ремонти. Перед початком проектування спеціального верстата необхідно виконати обстеження верстатів і ліній, що обробляють аналогічні деталі.

Тривалі експлуатаційні дослідження вибірки верстатів рекомендується досліджувати верстати, випуск яких добре освоєний, які працюють на великих заводах у типових умовах. Дослідження проводяться фахівцями групи надійності верстатобудівних підприємств шляхом періодичних спостережень (через 3-4 місяця). У період між ними відмови й простої фіксують працівники ОГМеха (дефекації при ремонті). Усі відомості заносяться в спеціально розроблені форми. У журналі експлуатаційних спостережень записуються дані про умови роботи верстата, зауваження й пропозиції про необхідність удосконалювання конструкції. У ряді випадків вимірюють жорсткість верстатів, вібрації, рівень шуму. Визначають точність помилки, величину зношування найбільш відповідальних верстатних деталей і вплив зношування на точність верстата. Завдяки періодичності вимірів усіх цих параметрів є можливість оцінювати процес втрати верстатом первісної якості.

Джерелами інформації про експлуатаційну надійність верстатів є також опитні аркуші. По відповідях споживачів встановлюють «слабкі місця» верстатів і з метою з'ясування причин відмов приймають рішення щодо необхідності стендових випробувань, тих або інших вузлів, удосконалюють конструкцію верстата та технологію його виготовлення.

Стендові випробування. Стендовими випробуваннями називаються спостереження, призначені для випробування машин, апаратів, приладів і

інших елементів. На стендах випробовують на надійність або зносостійкість зразки матеріалів, сполучення й кінематичні пари, деталі, вузли та системи металургійних машин.

Приклади: стенд для визначення зношування тертьових пар, стенд для випробувань на довговічність силових головок, стенд для випробування коробок швидкостей універсальних верстатів (рис. 5.6).

Умови стендових випробувань за винятком параметра, що посилюється, повинні відповідати експлуатаційним. А якщо ні, то показники надійності виробів, характеристики зносостійкості поверхонь зразків і сполучень, отримані при випробуваннях на стендах, неможливо зіставити з експлуатаційним режимом (рис. 5.7).

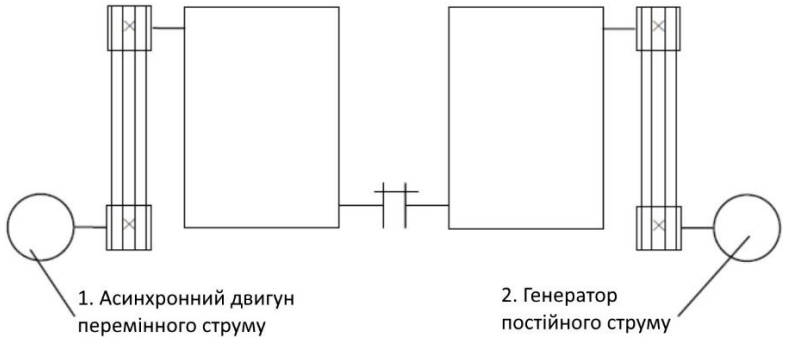


Рисунок 5.6 – Стенд для визначення зношування тертьових пар

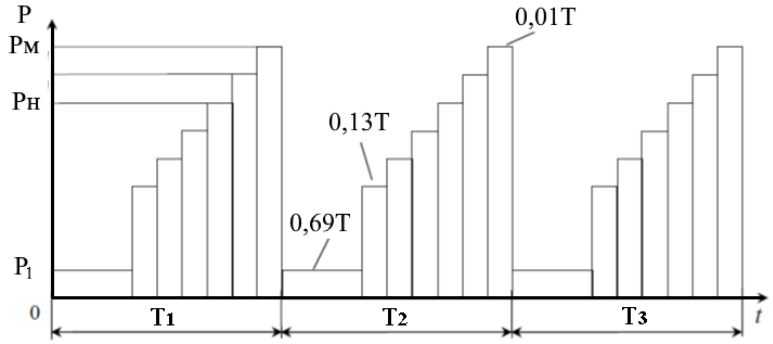


Рисунок 5.7 – Умови стендових випробувань

Основний час T_0, протягом якого досліджуваний об'єкт перебуває на стенді під навантаженням становить 50 - 80% від загального часу випробування, для того, щоб за час T_0 оцінити надійність досліджуваного об'єкта, яку він буде мати протягом більш тривалого часу t використання об'єкта по призначенню. Випробування, для яких ($T < t$) називається прискореним.

Прискорені випробування можна розділити на 3 групи:

1. Випробування, при яких режим роботи об'єкта випробувань або характеристики середовища посилені у порівнянні з нормальними умовами, так що в ході випробувань відмови об'єкта з'являються швидше, ніж при експлуатації.

2. Випробування, при яких режим не відрізняється від нормальних умов експлуатації, а скорочення часу випробувань досягається статистичними методами.

3. Випробування, які характеризуються і посиленням режиму роботи і використанням статистичних методів.

Прискорення випробувань посиленням характеристик середовища або режиму роботи. Характеристиками середовища є концентрація, хімічний склад забруднень, температура, зовнішні вібрації та інші фактори.

Характеристики середовища допускається посилювати тільки тоді, коли прискорення процесів зношування, старіння та інших не призводить до зміни характеру фізичних явищ у порівнянні з експлуатаційним режимом.

Наприклад, розроблені методики прискорених випробувань гідроапаратури, заснованих на введенні в робочу рідину штучних абразивних забруднювачів. (для електроапаратури підвищується температурний режим, що сприяє старінню ізоляції).

Посилення режиму роботи. Основними способами посилення режиму роботи у порівняння з нормальним є збільшення частоти робочого циклу, збільшення навантаження, відтворення технічних елементів циклу, які найбільш сильно впливають на працездатність виробу.

Збільшення частоти роботи циклу. Призводить до скорочення часу випробувань кінцевих перемикачів, реле, пружин, силових столів і всіх механічних вузлів, для яких мають місце простої в циклі роботи машини. При надмірному збільшенні частоти робочого циклу змінюється температурний режим і це є основним з обмежень застосування цього способу.

Відтворення найнебезпечніших елементів робочого циклу. Наприклад, гідродинамічні підшипники зношуються в основному у момент пуску. Тому часті пуски й зупинки валу дають можливість відносно швидко випробовувати їх на зносостійкість.

Збільшення навантаження рекомендується застосовувати при випробуваннях деталей, сполучених у найпростіших вузли верстата. Для таких об'єктів розроблені методи перерахування на нормальний режим показників надійності, отриманих при посиленому режимі. Є кілька схем зміни навантаження на випробовуваному виробі. До виробу може прикладатися за час випробувань постійне навантаження, більше, ніж експлуатаційне. Наприклад направляючі кочення верстатів випробовують на довговічність при збільшеній силі навантаження, а кулькові гвинтові пари - при підвищеній швидкості обертання гвинта і тяговому зусиллі.

5.3 Випробування надійності складних систем.

Випробування на надійність складних систем, у тому числі машин, є серйозним, ще не повній мірі вирішеним завданням. Ці системи, як правило мають велику вартість і для випробування можна виділити один-два зразки. Кожний виріб має індивідуальні риси, умови експлуатації і функції, що

виконуються, досить різноманітні. Усе це утруднює випробування на надійність.

Широкий діапазон умов, у яких може працювати складна система або машина та різноманітність робочих функцій, призводить до необхідності застосовувати ймовірнісні характеристики для оцінки її працездатності.

Основні принципи, які повинні бути покладені в основу методик випробування на надійність складних систем при обмеженому числі об'єктів випробувань наступні:

- випробування повинне співвідноситися з прогнозуванням і розрахунками надійності;
- повинна бути використана різноманітна інформація, як зі сфери експлуатації й ремонту, так і результатів випробувань окремих елементів та матеріалів;
- для складних систем припустиме дослідження не всієї області станів (області існування параметрів), а їх границь (віддалення від граничного стану);
- у ряді випадків можливе отримання лише деяких показників надійності або порівняльних оцінок.

Як правило, випробуванню складного виробу передує, а часто і проводиться одночасно випробування окремих вузлів агрегатів. При цьому прагнуть більший обсяг випробувань віднести до стендових випробувань елементів, щоб при випробуванні машини в цілому не розглядалися ті відмови, які можна виявити та врахувати при більш простих і дешевих випробуваннях. При роботі складних систем починають впливати нові фактори, пов'язані із взаємодією окремих вузлів і елементів, які і повинні служити предметом дослідження в процесі випробування на надійність.

Наприклад, на рисунку 5.8 наведений графік ймовірності безвідмовної роботи автоматичної лінії для обробки ступінчастих валів.

$$t = 1 \div P(t) \to 0.$$

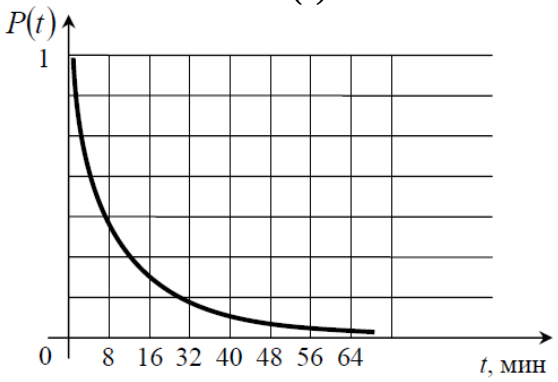


Рисунок 5.8 – Графік ймовірності безвідмовної роботи автоматичної лінії для обробки ступінчастих валів

Сюди включені всі види відмов: зношування різального інструменту, блокування заготовок у лотку та інші.

6 МЕТОДИ ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ ВЕРСТАТІВ

План

6.1 Розрахунки й прогнозування надійності

6.2 Схема прогнозування параметричної надійності машин.

6.3 Деякі напрямки підвищення надійності машин.

6.1 Розрахунки й прогнозування надійності

За останні роки прогнозування поведінки складних систем розвилося в самостійну науку, яка використовує різноманітні методи й засоби.

Прогнозування відрізняється від розрахунків системи тим, що вирішується ймовірнісне завдання, у якому поведінка складної системи у майбутньому визначається лише з тим або іншим ступенем вірогідності ы оцінюється ймовірність її знаходження в певному стані при різних умовах експлуатації.

Стосовно до надійності завдання прогнозування зводиться в основному до пророкування ймовірності безвідмовної роботи виробу $P(t)$ у залежності від можливих режимів роботи та умов експлуатації. Якість прогнозу в певній мірі залежить від джерел інформації про надійність окремих елементів та про процеси втрати ними працездатності. Для прогнозування в загальному випадку застосовуються різноманітні методи з використанням моделювання, аналітичних розрахунків, статистичної інформації, експертних оцінок, методу аналогій, теоретико-інформаційного й логічного аналізу.

За звичаєм прогнозування, пов'язане із застосуванням математичного апарата називається аналітичним.

Специфіка прогнозування надійності полягає в тому, що при оцінці ймовірності безвідмовної роботи $P(t)$ цю функцію в загальному випадку не можна екстраполювати. Якщо вона може бути визначена на якій то ділянці, то за її межами нічого про функцію $P(t)$ сказати не можна. Тому основним методом для прогнозування надійності складних систем є оцінка зміни її вихідних параметрів у часі при різних вихідних даних, на підставі чого можна зробити висновок про показники надійності при різних можливих ситуаціях і методах експлуатації даного виробу.

6.2 Схема прогнозування параметричної надійності машини

Існує три основних завдання при прогнозуванню надійності:

1 Прогнозується поведінка всієї генеральної сукупності даних машини, тобто враховується як варіація вихідних характеристик машини, так і можливі умови її експлуатації (I область, рис. 6.1).

2 Прогнозується поведінка конкретного зразка машини, тобто початкові параметри машини стають не випадковими величинами, а режими і умови експлуатації машини можуть змінюватися в певному діапазоні. У цьому випадку область стану звужується (область II, рис. 6.1).

3 Прогнозується поведінка даної машини у певних умовах

експлуатації при постійних режимах роботи. У цьому випадку необхідно виявити реалізацію випадкового процесу III, яка відповідає заданим умовам роботи (рис. 6.1).

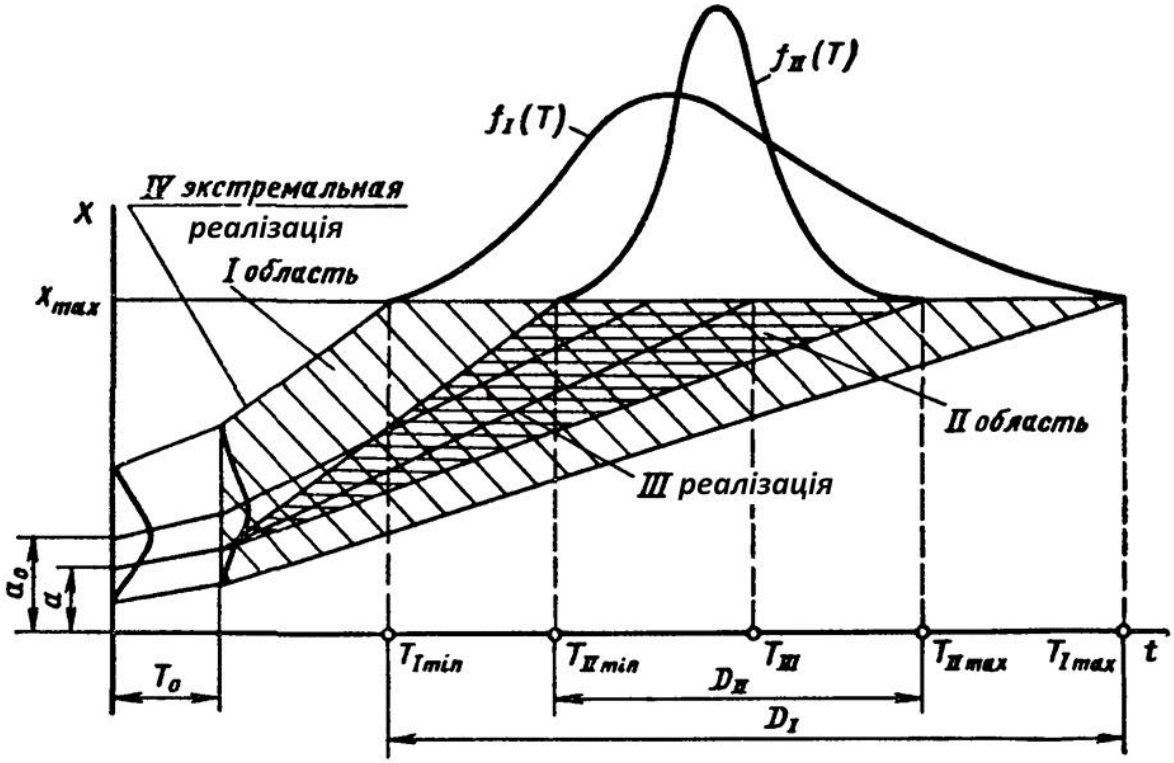


Рисунок 6.1 – Області прогнозування надійності

Таким чином, якщо у перших двох випадках необхідно передбачити можливу область існування вихідних параметрів і оцінити ймовірність їх знаходження в кожній зоні даної області, то в третьому випадку відсутня невизначеність в умовах роботи виробу, і прогноз зв'язаний лише з виявленням тих закономірностей, які описують процес зміни вихідного параметра у часі.

Точність прогнозування залежить від ряду факторів.

По-перше, від того наскільки прийнята схема втрати машиною працездатності відбиває об'єктивну дійсність, наприклад, швидкість зношування.

По-друге, наскільки достовірні відомості про режими й умови передбачуваної роботи виробу, а також про його початкові параметри.

І нарешті, на правильність прогнозу вирішальним фактором є вплив вірогідності інформації про закономірності зміни вихідних параметрів виробу в процесі експлуатації, тобто про випадкові функції $x_1(t)$, $x_2(t)$, ..., $x_n(t)$.

Інформація про надійність виробу може бути отримана з різних джерел. На практиці, за звичаєм, використовуються три основні джерела інформації для судження про можливу втрату працездатності в процесі експлуатації машини:

- статистична обробка даних по експлуатації й ремонту машин;
- випробування на надійність, у тому числі прискорені;
- аналітичні розрахунки й прогнозування надійності.

Прогнозування може виконуватися на стадії проектування, для цього можуть бути використані ТУ на виріб, конструктивні параметри машини, її вузлів та елементів, а також можливі умови експлуатації. При наявності дослідного зразка виробу можна отримати початкові характеристики машин, оцінити запас надійності. При експлуатації можна отримати інформацію про втрату працездатності виробу при різних умовах експлуатації.

При прогнозуванні надійності виробу на стадії проектування має місто невизначеність (ентропія) при оцінці можливих станів виробу. Проте, методичний підхід до розв'язання цього завдання, залишається загальним. Він полягає у тому, що оцінка ймовірності безвідмовної роботи виробу відповідних моделей відмов виконується за декілька етапів:

1 Визначення початкових параметрів виробу (a_0, σ_a), як функції технологічного процесу виготовлення машини. Це пов'язане зі змінами в межах допуску розмірів деталей, властивостей матеріалів, якості складання та інших показників. Значення початкових параметрів можуть залежати також від режимів роботи машини.

2 Встановлення гранично припустимих значень вихідних параметрів.

3 Оцінка розрахунковим шляхом зміни вихідних параметрів періоду $T_0(\sigma_B, \sigma_T, \sigma_N, a_n)$ з урахуванням аналогічних характеристик прототипів шляхом випробувань при наявності дослідного зразка або шляхом встановлених стандартами нормативів на параметри машини.

4 Оцінка впливу процесів старіння (γ) на вихідні параметри виробу на основі фізичних закономірностей відмов (втомне, корозійне зношування).

5 Оцінка спектрів режимів роботи (навантажень, швидкостей і умов експлуатації), які відображають можливі умови експлуатації та визначають розсіювання швидкостей зміни вихідних параметрів (σ_X).

6 Розрахунки ймовірності безвідмовної роботи машини по кожному з параметрів як функції часу (відповідно до закону розподілу відмов).

7 При отриманні інформації про експлуатацію виробу, для якого був зроблений прогноз, проводиться порівняння дійсних і розрахункових даних та аналіз причин їх розбіжності.

У залежності від поставленого завдання повинні бути виявлені області I і II або оцінена реалізація III (рис. 6.1), тобто отримані закони розподілу $f_I(T)$, $f_{II}(T)$ або, відповідно, $P_I(T)$ або $P_{II}(T)$ діапазони, що відображають, розсіювання строків служби для всієї генеральної сукупності (D_I) або для даної машини (D_{II}). Якщо умови експлуатації для даного зразка жорстко задані, прогнозується термін служби (наробіток до відмови) T_{III}.

Застосування методу Монте-Карло для прогнозування надійності. Моделі відмов дають можливість встановити функціональні зв'язки між показниками надійності і вихідними параметрами.

Статистична природа цих закономірностей проявляється в тому, що аргументи отриманих функцій є випадковими і залежать від великої кількості факторів. Тому й не можна точно передбачити поведінку системи, а можна лише визначити ймовірність того або іншого її стану.

Для прогнозування поведінки складної системи з успіхом можна застосовувати метод статистичного моделювання (статистичних випробувань), який отримав назву методу Монте-Карло.

Основна ідея цього методу полягає в багаторазовому розрахунках параметрів системи по деякій формалізованій схемі, що є математичним сподіванням даного процесу, у нашому випадку - процесу втрати працездатності. При цьому для випадкових параметрів, що входять у формули, перебираються найбільш ймовірні їхні значення відповідно до закону розподілу.

Таким чином, кожне статистичне «випробування» полягає у визначенні однієї з реалізацій випадкового процесу, тому, що підставляючи, хоча і випадковим чином обрані, але зафіксовані аргументи, отримуємо детерміновану залежність, яка описує даний процес при прийнятих умовах. Багаторазово повторюючи випробування за даною схемою (що практично можливо в складних випадках лише із застосуванням ЕОМ), отримуємо велику кількість реалізацій випадкового процесу, яка дозволить оцінити хід цього процесу і його основні параметри.

Розглянемо спрощену блок схему алгоритму для розрахунків на ЕОМ надійності виробу, втрата працездатності якого, може бути описана схемою (рис. 6.2) і рівнянням:

$$P = 0{,}5 + \Phi\left(\frac{X_{max} - \lambda_n T}{T\sigma_\gamma}\right);\ T_n = \frac{X_{max}}{\gamma_n};\ X\frac{X_{max}}{\gamma}.$$

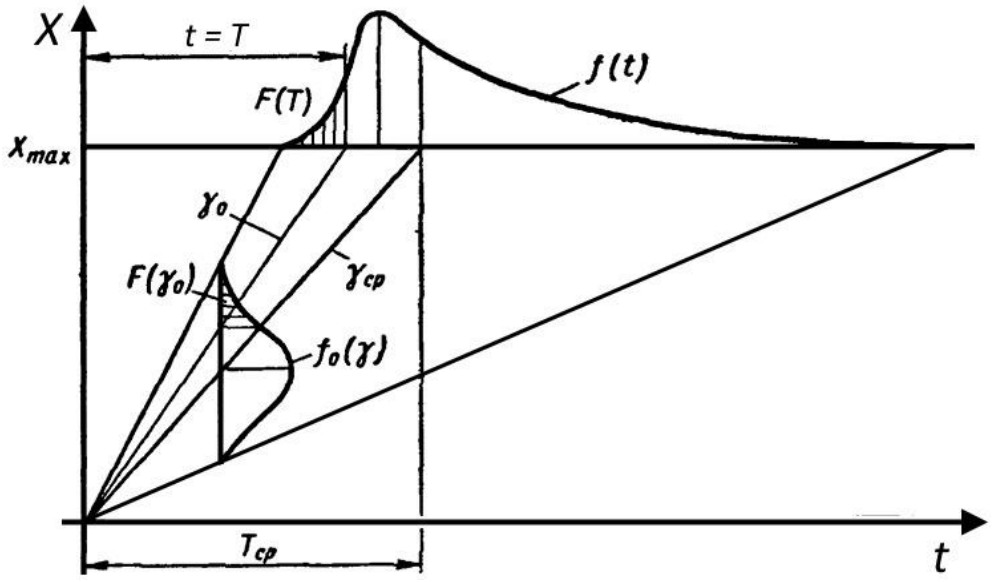


Рисунок 6.2 – Схема формування поступової відмови виробу

Нехай зміна вихідного параметра X залежить від зношування і один з елементів виробу, тобто $X = F(U)$, де F - відома функція, що залежить від конструктивної схеми виробу. Приймемо, що зношування пов'язане з питомим тиском p і швидкістю ковзання тертьової пари v залежністю:

$$u = kp^{m_1}v^{m_2}t,$$

де m_1 і m_2 відомі, наприклад, з випробувань матеріалів на стенді.

Коефіцієнт k оцінює зносостійкість матеріалів і умови роботи сполучення (змащення, забрудненість поверхонь).

Даний виріб може потрапити у різні умови експлуатації і працювати при різних режимах. Для того щоб передбачити хід процесу втрати виробом працездатності, треба знати ймовірнісну характеристику тих умов, у яких буде експлуатуватися виріб. Такими характеристиками можуть бути закони розподілу навантажень $f(p)$, швидкостей $f(v)$ та умов експлуатації $f(k)$. Ці закономірності оцінюють ті умови, у яких буде перебувати виріб і тому можуть бути отримані незалежно від його конструкції з використанням статистики по роботі аналогічних машин або по вимогах до майбутніх виробів. Наприклад, спектри навантажень і швидкостей при різних умовах роботи транспортних машин, необхідні режими різання при обробці даного типажу деталей на металорізальних верстатах, навантаження на вузли гірничодобувних вузлів при розробці різних порід, можуть бути заздалегідь визначені у вигляді гістограм або законів розподілу.

Алгоритм для оцінки надійності методом Монте-Карло (рис. 6.3) складається з програми одного випадкового випробування, по якій визначається конкретне значення швидкості зміни параметра γ_x.

Випробування повторюються N раз (де N повинне бути досить великим для отримання достовірних статистичних даних, наприклад $N > 50$) і за результатами цих випробувань оцінюється математичне сподівання γ_{cp} і середньоквадратичне відхилення σ_x випадкового процесу, тобто дані необхідні для визначення $P(T)$.

Послідовність розрахунків (статистичного випробування) наступна. Після введення необхідних даних (оператор 1) проводиться вибір конкретних для даного випробування значень p, v і k (оператор 2). Для цього є підпрограми, у які закладені гістограми або функції розподілу, що характеризують дані значення або їх визначальні величини. Наприклад, місце тиску на поверхню тертя P може бути заданий закон розподілу зовнішніх навантажень P, що діють на вузол. У цьому випадку у підпрограмі за обраним значенням P розраховується $P = F(P)$, у найпростішому випадку $P = P/S$, де S - поверхня тертя.

Для вибору конкретного значення кожного з параметрів з урахуванням їх законів розподілу застосовується генератор випадкових чисел, за допомогою якого формується (вибирається) дане випадкове число. За звичаєм генератор побудований так, що видає рівномірно розподілені числа, які за допомогою стандартних підпрограм можуть бути перетворені таким

чином, що щільність їх розподілу буде відповідати даному закону. Наприклад, для нормального закону розподілу формуються випадкові числа z з математичним сподіванням $M(z) = 0$ і середньоквадратичним відхилення $\sigma_z = 1$.

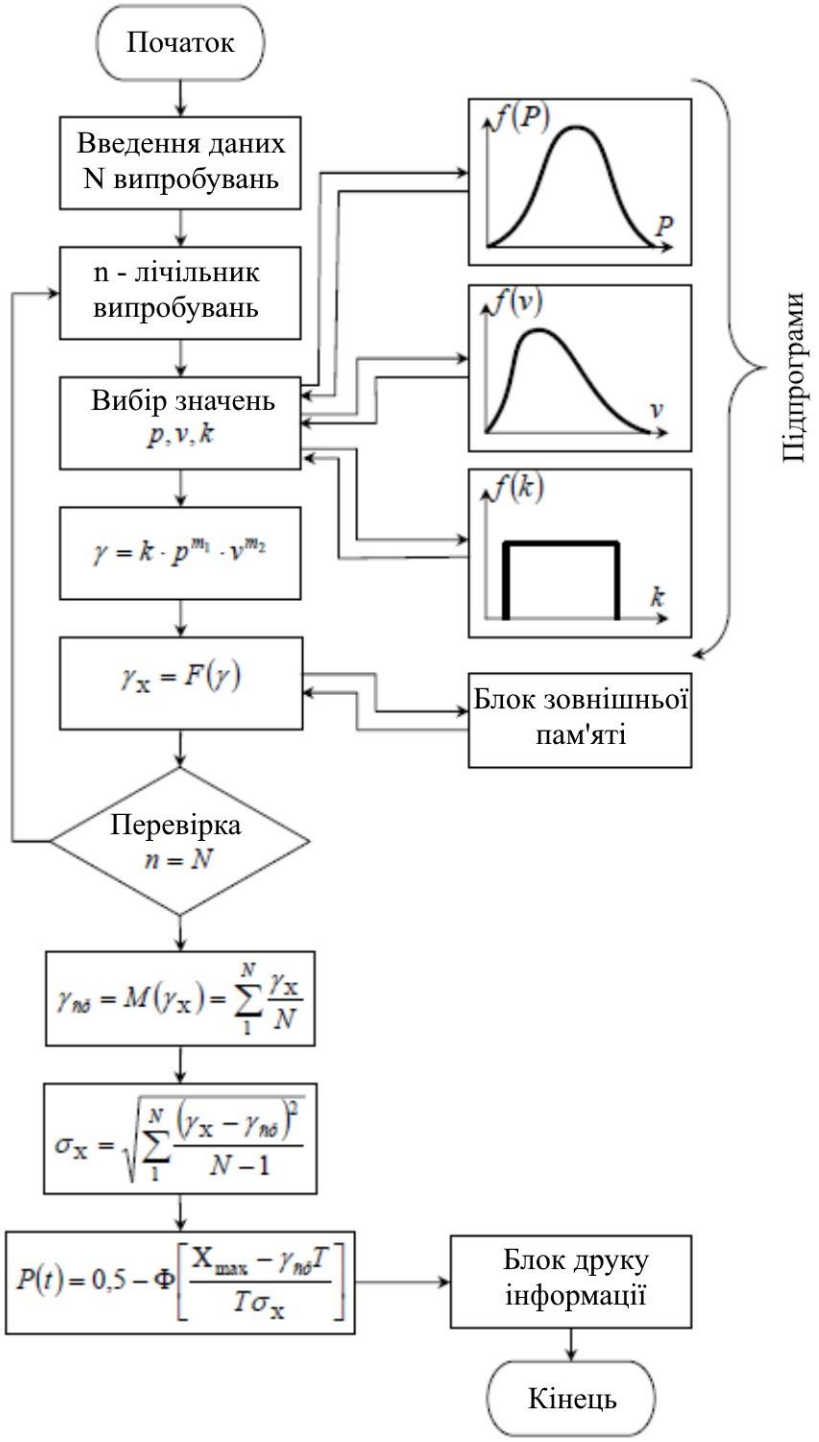


Рисунок 6.3 – Блок-схема алгоритму для розрахунків надійності методом Монте-Карло

У підпрограмі для кожного випадку застосовується формула розігрування, яка враховує характеристики закладеного розподілу. Так,

якщо P розподілене за нормальним законом з параметрами $P_{ср}$ і σ_P, то формула розігрування буде мати вигляд:

$$P = P_{ср} + \sigma_P z,$$

де z – отримане за допомогою генераторів випадкових чисел.

Можливим є створення підпрограм для розігрування випадкових значень параметрів при завданні їх розподілу за допомогою гістограм. Після отримання випадкових значень для кожного досліду розраховується швидкість кожного процесу ушкодження γ (оператор 3) і швидкість процесу зміни параметра γ_x (оператор 4). Дана процедура повторюється N раз і кожне отримане значення γ_x записується е зовнішню пам'ять машини.

Після накопичення необхідної кількості статистичних даних, тобто при $n = N$ визначаються $\gamma_{ср}$ і σ_x (оператори 6 і 7), можна розрахувати ймовірність безвідмовної роботи P(t) (оператор 8), побудувати гістограми розподілу γ_x (або наробітків до відмови T) та видача на друк всіх необхідних даних.

Можливості методу статистичного моделювання. Розглянутий випадок є найпростішим, але ілюструє загальний методичний підхід до розв'язання даного завдання. У більш складному випадку, наприклад, при використанні моделі відмови з урахуванням розсіювання початкових параметрів (рис. 6.4) у програму закладаються відомості про закони розподілу вихідних характеристик машини. Наприклад, погрішності виготовлення деталей звичайно розподіляються в межах допуску Δ за нормальним законом $\sigma = \Delta/6$.

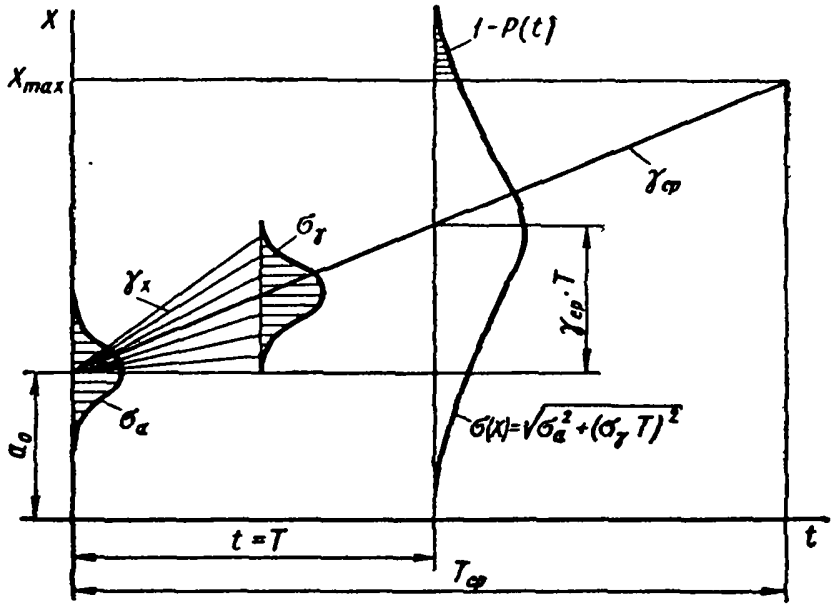


Рисунок 6.4 – Схема формування відмови при розсіюванні початкових параметрів виробу

Прогнозування надійності методом Монте-Карло дозволяє розкрити статистичну природу процесу втрати виробом працездатності й оцінити питому вагу впливу окремих факторів. Наприклад, для розглянутого завдання можна зробити розрахунки, наскільки підвищиться ймовірність безвідмовної роботи, якщо проведений ряд заходів щодо зменшення тиску p у зоні тертя (змінена конструкція вузла), зменшене значення коефіцієнта k (застосований новий матеріал), звужений діапазон режимів роботи машини (змінені параметри законів $f(p)$ і $f(v)$).

Для оцінки надійності відповідальних виробів важливе значення має дослідження аварійних і екстремальних ситуацій, коли з'являються реалізації процесу з найбільшою швидкістю вимірювання вихідних параметрів $\gamma_{x\,max}$.

6.3 Деякі напрямки підвищення надійності машин

При прогнозуванні надійності особливе значення набуває вплив крайньої границі області стану виробу, тому що саме вона визначає його близькість до відмови. Ця границя формується за рахунок реалізацій, які мають найбільше значення швидкості процесу γ_x. Хоча ймовірність появи їх мала (вона відповідає ймовірності відмови), їхня роль в оцінці надійності виробу є основним. Такі реалізації будемо називати екстремальними. Вони можуть бути двох типів: власно екстремальними, як наслідок найбільш несприятливої комбінації зовнішніх факторів, що перебувають у припустимих межах, і аварійні, які пов'язані з порушенням умов експлуатації або проявом порушення ТУ при виготовленні виробу.

Екстремальна реалізація (IV лінія, рис. 6.1) може бути виявлена як результат найбільш несприятливої комбінації факторів, що впливають на швидкість зміни параметрів γ_x. Часто це граничні режими, при яких суттєво зростають динамічні навантаження.

Якщо для простих систем формування екстремальних умов, як правило, не викликає труднощів (це найбільші навантаження, швидкості, температури), то для складних систем необхідно провести дослідження з визначення такої комбінації параметрів, яка призводить до появи $\gamma_{x\,max}$. Наприклад, підвищення швидкості механізму для одних елементів може призвести до підвищення їх працездатності (перехід до рідинного тертя у підшипниках ковзання, краща циркуляція охолоджувальної рідини, вихід механізму з резонансної зони та інше), а для інших - до погіршення умов їх роботи (зростання динамічних навантажень, підвищення тепловиділення). Тому сумарний вплив на механізм буде найбільшим лише при певних режимах його роботи, тобто початковий стан виробу треба оцінювати по несприятливому розподілі допусків параметрів. Тому виявлення екстремальних ситуацій також є завданням статистичного дослідження, яке може бути проведене із застосуванням методу Монте-Карло.

Однак, розігрування (моделювання) повинне виконуватися в області,

яка відповідає малій ймовірності відмови, але при припустимих значеннях вихідних параметрів.

Якщо ймовірність появи екстремальних ситуацій можна оцінити, то виникнення аварійного стану передбачити важко, а в більшості випадків практично неможливо. Звичайно вдається скласти перелік типових аварійних ситуацій, довести, що ймовірність їх виникнення надзвичайного мала (якщо це не так, треба змінювати конструкцію) і оцінити можливі наслідки кожної ситуації.

Таким чином, прогноз області можливих станів виробу і його показників надійності для високо відповідальних об'єктів доповнюється аналізом аварійних і екстремальних ситуацій з оцінкою їх наслідків.

На завершення необхідно відзначити, що розробка методів прогнозування надійності машин, дає величезний економічний ефект, тому що, по-перше, скорочуються витрати часу й засобів на випробування дослідних зразків, по-друге, буде мати місце більш раціональне використання потенційної довговічності виробу за рахунок правильної побудови системи ремонту й експлуатації, по-третє, ще на стадії проектування буде можливий вибір оптимального рішення з погляду надійності конструкції.

Для розрахунків і прогнозування надійності необхідно знати швидкість протікання процесу, тобто у конкретному випадку швидкість зношування γ:

$$\gamma = iv.$$

Проф. Проніков А.С. вводить класи зносостійкості матеріалів по швидкості зношування і на підставі їх виконує розрахунки й прогнозування надійності машин з урахуванням зношування.