УДК 510.2

ПОХІДНА ДРУГОГО ПОРЯДКУ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ТРАНСЦЕНДЕНТНИХ РІВНЯНЬ, ЩО МІСТЯТЬ ПАРАМЕТР

Є.С. Зозуля, К.С. Дідевич

Донбаська державна машинобудівна академія, Краматорськ
e-mail: zozulia.evgeny@yandex.ua

Вивчення багатьох фізичних та геометричних закономірностей нерідко зводиться до розв‘язування трансцендентних рівнянь. Наприклад, щоб знайти висоту сегмента круга , якщо відомими є площа сегмента та площа самого круга, треба скласти рівняння, яке опиниться саме трансцендентним.

Існує багато методів[1] щодо знаходження кореня такого рівняння з певною точністю, застосування яких ускладнюється, якщо у рівнянні присутній параметр. Також труднощі можуть виникнути, якщо при певномузначенні параметра існує лише один корінь.

Метою роботиє демонстрування, як за допомогою другої похідної в певному випадку можна досліджувати трансцендентне рівняння з параметром.

Нехай треба знайти кількість коренів рівняння (1) при будь-яких значеннях m , та знайти розв'язок, якщо він єдиний.

$$x^2 - x - \ln x + m = 0 \qquad (1)$$

При $m=0$ маємо $x^2 - x = \ln x$. Підстановкою отримаємо точне значення кореня $x=1$. Доведемо , що воно єдине. Для $f_1(x) = x^2 - x$ друга похідна $f_1''(x) = 2 > 0$, тобто функція угнута [2, с. 116]і точки її графіка лежать вище дотичної $y = x+1$, окрім самої точки дотику. Для $f_2(x) = \ln x$ маємо $f_2''(x) = -\dfrac{1}{x^2} < 0$, тобто функція опукла [2, с. 116] і точки її графіка нижче дотичної $y = x+1$, окрім самої точки дотику.Тобто розв‘язок $x=1$ - єдиний. При $m>0$ розв‘язків немає (рис. 1). При $m<0$ рівняння (1) має два розв‘язки (рис. 1).

Таким чином, використовуючи другу похідну та означення опуклості та угнутості можна досліджувати певний тип трансцендентних рівнянь з параметром.Якби мова йшла про знаходження коренів при $m<0$, при достатньо малих за абсолютною величиною значеннях m , то можна було б скористатися розкладенням функції $f_2(x)=\ln x$ у ряд Тейлора [3, с. 229] у околі точки $x=1$.

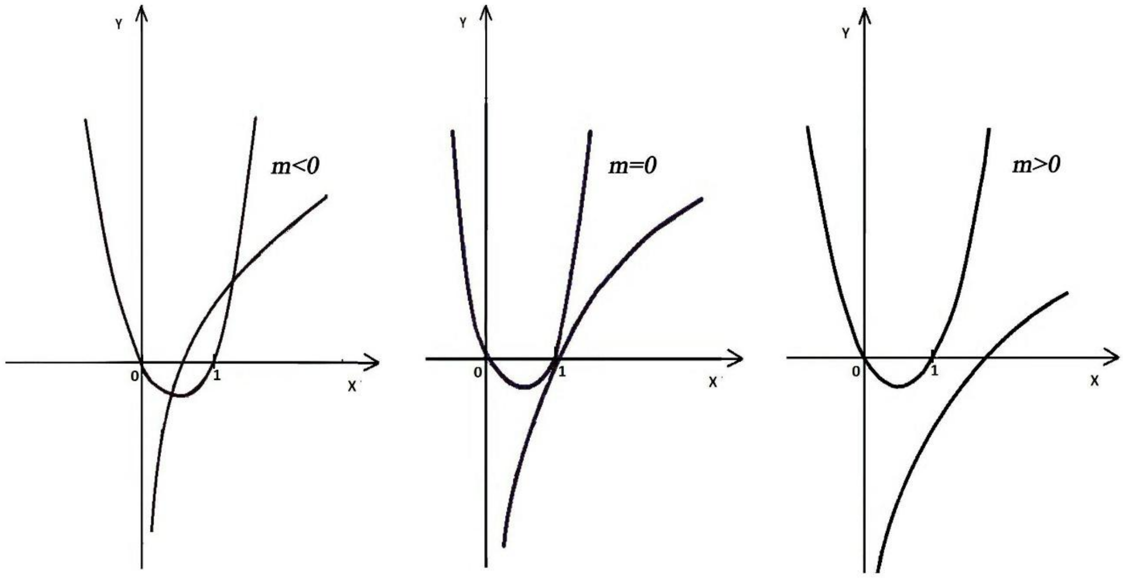

Рис.1. Можливі випадки

Література

1.Амелькин В. В., Рабцевич В. Л. Задачи с параметрами: Справочноепособие по математике. Мн.: Асар, 2004. 464с.

2. Пак В.В., Носенко Ю.Л. Вища математика – К. : Либідь, 1996. - 440с. ISBN 5-325-00712-2.

3. Холькин А. М. Высшая математика. Часть 3. Дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы: Учебник / А. М. Холькин. – Мариуполь : ПГТУ, 2016. – 333 с.