УДК 517

К ПРОБЛЕМЕ АППРОКСИМАЦИИ МНОЖЕСТВА ТОЧЕК НА ПЛОСКОСТИ

Г.С. Буланов[1], В.Н. Астахов[2]

Донбасская государственная машиностроительная академия, Краматорск
[1]*bulanov.gennadij@yandex.ru*, [2]*viktor.astaxov.45@mail.ru*

Одной из часто встречающихся проблем инженерной практики является аппроксимация опытных данных аналитическими конструкциями. В настоящей работе рассматривается проблема аналитической аппроксимации серии точек на плоскости, расположение которых, как видно на рис. 1, приближенно напоминает эллипс.

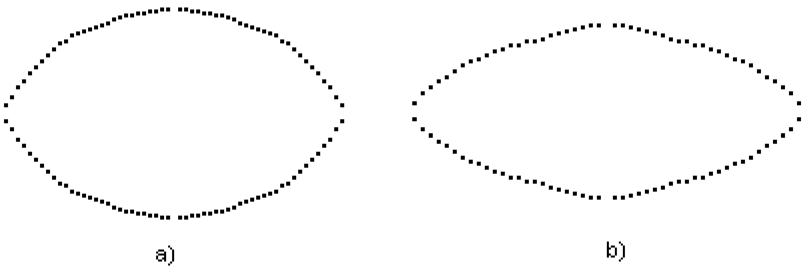

Рис. 1. Точки на плоскости

С целью сглаживания опытных данных требуется найти гладкую функцию, график которой наилучшим образом соответствует экспериментальным точкам. Широко распространённой методикой аппроксимации является метод наименьших квадратов, а в качестве базисных функций часто выступают полиномы. Однако, при таком подходе полностью теряется родство аналитической функции с эллипсом. Кроме того, степень полинома наилучшего приближения можно повышать произвольно, что приводит к высокой субъективности результата аппроксимации.

В данной работе предлагается нелинейная функция с малым числом оптимизирующих параметров

$$|y| = b\left(1 - \left|\frac{x}{a}\right|^m\right)^n \tag{1}$$

С эллипсом эту функцию роднят оси симметрии – координатные оси. Легко также видеть, что при $m = 2$ и $n = 0.5$ формула (1) превращается в уравнение эллипса. При других значениях формообразующих параметров m и n кривая в той или иной степени отличается от эллипса. В частности, при $m = 2$ и $n = 1$, линия будет составлена из двух парабол (гладкость в вершинах слева и справа в этом случае будет нарушена). Можно показать, что график этой функции будет всюду гладким при условиях $a > 0$, $b > 0$, $m > 1$, $0 < n < 1$.

Так как параметры входят в формулу (1) нелинейно, то метод наименьших квадратов неприменим. Для определения параметров применялась оптимизация по методу покоординатного спуска с переменным шагом. При этом, варьировались только m и n, а параметры «a» и «b» устанавливались как полуоси воображаемого эллипса. Начальным приближением для параметров оптимизации выбирался эллипс - $m = 2$ и $n = 0.5$.

Предлагаемая методика представляется эффективной, даже при таком малом числе параметров аппроксимация оказалась достаточно точной. Для примера показан результат одной из аппроксимаций на рис. 2.

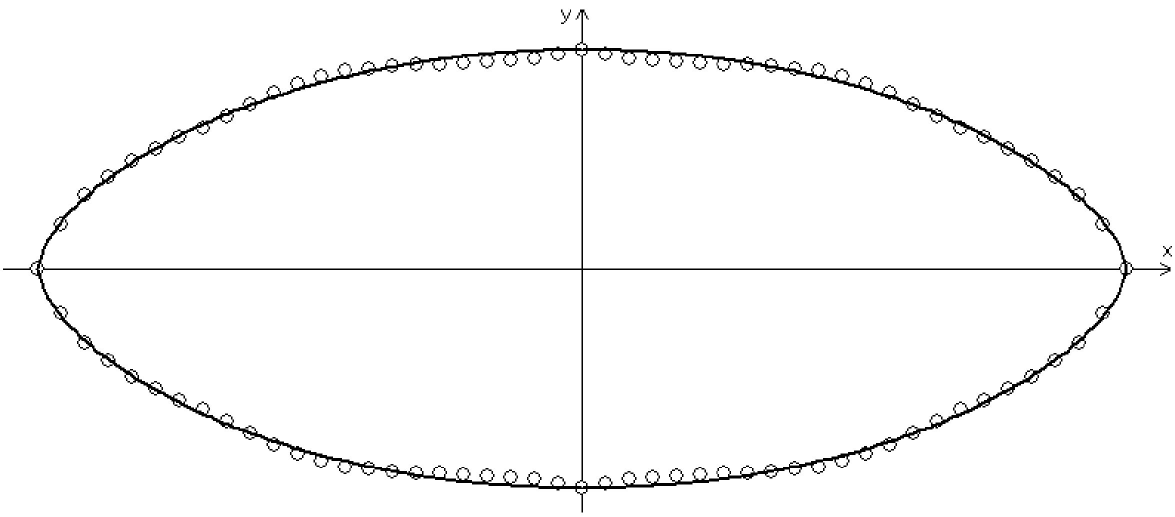

Рис. 2. Результат аппроксимации

Литература

1. Бахвалов Н.С. Численные методы.— М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1972.— 632 с.

2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. — 6-е изд. стер. — М.: Высш. шк., 1999.— 576 с.

3. Літнарович Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Поліноміальна апроксимація. Частина 2 // МЕГУ. - 2009. - 36 с.