

УДК 373.31:51(091)

## ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ ПОНЯТТЯ «ІНТЕГРАЛ»

**А. К. Тертишна**

Донбаська Державна Машинобудівна Академія, м. Краматорськ

**Науковий керівник: Власенко К.В.** Доктор педагогічних наук, професор кафедри вищої математики, професор ДДМА

**Постановка проблеми.** Більшість фундаментальних математичних понять є дуже важливими під час опанування спеціальних дисциплін. Інтеграл – не виключенням. Ним пронизана вся історія виникнення математики, починаючи від 1800-х років до н.е. та до сьогодення. Саме тому, для кращого опанування цим поняттям треба зануритися та дослідити його історію та розвиток.

**Аналіз останніх досліджень** Проблемі використання історії математики в навчальному процесі присвячені наукові розвідки В. Бевз [1], яка підкреслює, що історія математики дозволяє побачити «живу математику».

**Мета дослідження** – ознайомлення з історією виникнення та розвитку інтеграла.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Інтеграл – одна із основних складових математичного аналізу. Достатньо проаналізувати будь-який підручник, що пов'язано з технічними науками, і ви зустрінетесь із визначенням та застосуванням інтегралу. Здебільшого, ми маємо змогу спостерігати за тим, як увійшли до ужитку такі терміни, як, наприклад, «інтегральна схема», «економічна інтеграція», які прямого відношення до інтеграла не мають, але смислове навантаження зберігають і широко використовуються у літературі. Тому, для того щоб досконало розібратися, як правильно застосовувати інтеграл, ми звернемося до його історії виникнення та розвитку.

*Інтеграл в давнину.* Інтеграція простежується ще в давньому Єгипті, приблизно у 1800 до н.е., Єгипетський математичний папірус демонструє знання формули об'єму січної піраміди. Першим відомим методом для розрахунку інтегралів є метод вичерпання Евдокса (приблизно 370 до н. е.), який намагався знайти площі і об'єми, розриваючи їх на нескінченну безліч частин, для яких площа або об'єм вже відомий. Цей метод був підхоплений і розвинутий Архімедом, і використовувався для розрахунку площ парабол і наближеного розрахунку площі круга. Аналогічні методи були розроблені незалежно в Китаї у 3-ому столітті н.е. Лю Хуейєм, який використовував їх для знаходження площі круга. Цей метод був згодом використаний Дзю Чонгши для знаходження об'єму сфери.

Фундаментальний внесок Евдокса в математику складає метод вичерпання, що отримав таку назву в XVII ст. і застосовувався стародавніми при доказі теорем, пов'язаних з обчисленням площ, об'ємів й інших величин. Він вважається першим варіантом теорії границь. Архімед удосконалив метод вичерпання Евдокса і успішно користувався їм для доведення багатьох теорем. Тут і закладені початки інтегральних методів. Дуже важливим для становлення інтегрального числення було удосконалення Архімедом ідеї Демокріта про розбиття плоских фігур на елементарні полоси, що «заповнюють» фігури, і тіла на шари, що заповнюють їх. Таких елементарних частин могло бути нескінченна множина або скінченне число. Цими діями Архімед передував ідеям Кеплера і Кавальєрі у визначенні числових характеристик різних геометричних об'єктів.

Наступними, хто зробив неабиякий вклад у застосування інтегралу стали Готфрід Вільгелм Лейбніц та Ісаак Ньютон.

У 1708 році спалахнув сумно відомий спір Лейбніца з Ньютоном про науковий пріоритет відкриття диференціального числення. Відомо, що Лейбніц і Ньютон працювали над диференціальним численням. Відомо також, що Ньютон створив свою версію математичного аналізу, методу флюксий», хоч і опублікував свої результати лише багато років потому. Лейбніц першим опублікував числення нескінченно малих і розробив символіку, яка виявилася настільки зручною, що її використовують і на сьогоднішній день ∫.

Отже, формула Ньютона-Лейбніца – дає співвідношення між операціями обчислення визначеного інтеграла для обчислення первісної. Формула Ньютона-Лейбніца – основна формула інтегрального числення.

$$\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b$$

Після знаменного часу Ньютона і Лейбніца розвиток ідеї інтеграла пішов в двох напрямках: інтеграл, що трактувався як межа деякої суми, певний інтеграл, знаходив більше застосування при вирішенні задач самої математики, механіки, фізики, проник в технічні науки і став використовуватись у всіх галузях природних наук; інтеграл як сімейство первісних, невизначений інтеграл, своїм розвитком викликав виникнення абсолютно нового розділу аналізу – методів інтегрування функцій. Клас інтегрованих функцій весь час поповнювався; найважливіше застосування невизначеного інтеграла відноситься до інтегрування диференціальних рівнянь, складових могутнього апарату багатьох наук.

Не зважаючи на стрімкий розвиток використання цієї формули, вчені зіштовхнулись с деякими проблемами. Обчислення деяких інтегралів по формулі Ньютона – Лейбніца  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$  містило в собі деякі парадокси. Першим звернув на це увагу Д'Аламбер в 1768 році –

помітив, що формулою Ньютона–Лейбніца не можна користуватися при обчисленні інтегралів вигляду  $\int_a^b \frac{dx}{x^m}$ , коли підінтегральна функція на проміжку інтегрування перетворюється в нескінченність. Альтернативний спосіб вирішення цієї проблеми запропонував Огюстен Луї Коші.

Невизначений інтеграл Коші ввів як частинний випадок визначеного, при змінній верхній межі. Він довів неперервність такого інтеграла по верхній межі і теорему про те, що похідна його по верхній межі рівна підінтегральній функції. Коші довів також справедливості формули Ньютона-Лейбніца. Він висловив положення, пов'язані з диференціюванням і інтегруванням по параметру.

Здавалося б, всі варіанти використання та вдосконалення як визначеного, так і невизначеного інтегралу розглянуті та широко використовуються математиками того часу, але все в нашому житті потребує вдосконалення та інтерпретації. Так у 1912 році з'явилося узагальнення інтеграла Лебега – інтеграл А. Данжуа (1884-1973), що викликав нові дослідження. У 1930 р. А. І. Колмогоров (р. 1903) опублікував роботу, у котрій охопив усі інтеграли як межі різних інтегральні сум. Інтеграл Колмогорова знайшов застосування в математичній фізиці, при математичному обґрунтуванні квантової механіки.

У розвиток поняття інтеграла, окрім Колмогорова, зробили значний внесок і інші математики. Вони зробили першочергової важливості відкриття. Це П. Л. Чебишев (1821-1894), А. А. Марков (1856-1922), А. М. Ляпунов, П. Н. Лузін (1883-1950), А. Я. Хінчін (1894-1959).

Отже, розглядаючи основні етапи розвитку поняття інтеграл та визначивши шлях його формування, як одного із важливих понять математичного аналізу, ми зайвий раз переконалися, що інтеграл є базовим поняттям, що багато років потому дало змогу вченим почати розвивати математику, як цілісну науку, обчислювати необхідні поверхні, дати надію людству на зародження інноваційних методів обчислення та вдосконалення вже відомих шляхів вирішення багатьох питань, пов'язаних не тільки із математикою, але й в інших галузях науки.

### Література

1. Бевз В. Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: Монографія / В. Г. Бевз. – К. : НПУ імені Драгоманова, 2005. – 360 с.
2. Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия / Г. Вилейтнер. – М. : Наука, 1966.