



*Донбаська державна машинобудівна академія*

# «МАТЕМАТИКА У ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ XXI СТОРІЧЧЯ»

**ДИСТАНЦІЙНА ВСЕУКРАЇНСЬКА  
НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ**

**15-16 травня 2017 р.  
Краматорськ, Україна**



**Міністерство освіти і науки України  
Донбаська державна машинобудівна академія  
Вінницький національний технічний університет  
Дніпродзержинський державний технічний університет  
Криворізький металургійний факультет  
Національної металургійної академії України,  
Приазовський державний технічний університет  
Інститут хімічних технологій Східноукраїнського  
національного університету ім. В. Даля  
Черкаський державний технологічний університет**



**ДИСТАНЦІЙНА ВСЕУКРАЇНСЬКА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ  
«МАТЕМАТИКА У ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ  
XXI СТОРІЧЧЯ»**

**15-16 травня 2017 р.  
Краматорськ, Україна**

УДК 51(06)+378.147(06)+004(06)+51(091)  
МЗ4

Збірник наукових праць за матеріалами дистанційної всеукраїнської наукової конференції «Математика у технічному університеті ХХІ сторіччя», 15 – 16 травня, 2017 р., Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ. – Краматорськ : ДДМА, 2017. – 350 с.

Затверджено до публікації згідно з рішенням вченої ради Донбаської державної машинобудівної академії (протокол № 9 від 25.05.17)

## **Програмний комітет:**

**Акуленко І. А.**, доктор педагогічних наук, професор, Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького, м. Черкаси  
**Бевз В. Г.**, доктор педагогічних наук, професор, Національний педагогічний університет ім. М. П. Драгоманова, м. Київ  
**Власенко К. В.**, доктор педагогічних наук, професор, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ  
**Гайдей В. О.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний технічний університет України «КПІ», м. Київ  
**Клочко В. І.**, доктор педагогічних наук, професор, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця  
**Крилова Т. В.**, доктор педагогічних наук, професор, Дніпровський державний технічний університет, м. Дніпро  
**Кульчицька Н. В.**, кандидат педагогічних наук, доцент, Прикарпатський національний університет ім. В. Стефаника, м. Івано-Франківськ  
**Лиходєєва Г. В.**, кандидат педагогічних наук, доцент, Бердянський державний педагогічний університет, м. Бердянськ  
**Лов'янова І. В.**, доктор педагогічних наук, професор, ДВНЗ «Криворізький державний педагогічний університет», м. Кривий Ріг  
**Матяш О. І.**, доктор педагогічних наук, професор, Вінницький державний педагогічний університет ім. М. Коцюбинського, м. Вінниця  
**Михалевич В. М.**, доктор технічних наук, професор, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця  
**Моторіна В. Г.**, доктор педагогічних наук, професор, Харківський національний педагогічний університет ім. Г.С. Сковороди, м. Харків  
**Новіков О. О.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет», м. Слов'янськ  
**Петрук В. А.**, доктор педагогічних наук, професор, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця  
**Семенець С. П.**, доктор педагогічних наук, професор, Житомирський державний університет ім. І. Франка, м. Житомир  
**Семеріков С. О.**, доктор педагогічних наук, професор, ДВНЗ «Криворізький національний університет», м. Кривий Ріг  
**Скворцова С. О.**, доктор педагогічних наук, професор, ДЗ «Південноукраїнський національний педагогічний університет імені К.Д. Ушинського», м. Одеса  
**Тарасенкова Н. А.**, доктор педагогічних наук, професор, Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького, м. Черкаси  
**Тімошин А. С.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Інститут хімічних технологій Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля, м. Рубіжне  
**Триус Ю. В.**, доктор педагогічних наук, професор, Черкаський державний технологічний університет, м. Черкаси  
**Хов'юк І. В.**, доктор педагогічних наук, професор, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця  
**Холькін О. М.**, доктор фізико-математичних наук, професор, ДВНЗ «Приазовський державний технічний університет», м. Маріуполь  
**Чашечникова О. С.**, доктор педагогічних наук, професор, Сумський державний педагогічний університет ім. А.С. Макаренка, м. Суми  
**Швець В. О.**, кандидат педагогічних наук, професор, Національний педагогічний університет ім. М.П. Драгоманова, м. Київ  
**Щерба А. І.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Черкаський державний технологічний університет, м. Черкаси

УДК 51(06)+378.147(06)+004(06)+51(091)  
МЗ4

© Автори  
© ДДМА, 2017

## Зміст

<b>Пленарні виступи .....</b>	<b>12</b>
<b><i>Власенко К. В., Сітак І. В.</i></b>	
Розробка комп'ютерно-орієнтованих засобів навчання диференціальних рівнянь бакалаврів з інформаційних технологій.....	12
<b><i>Кондратов С. А., Черный А. А., Савяк Р. П.</i></b>	
Бутстреп-модель для определения высвобождения лекарственных препаратов в человеческом организме.....	15
<b><i>Лов'янова І. В., Потапова О. М.</i></b>	
Використання системи комп'ютерної математики Maxima у процесі математичної підготовки майбутніх інженерів.....	17
<b><i>Михалевич В. М., Добранюк Ю. В., Крупський Я. В.</i></b>	
Фрагменти електронних освітніх ресурсів з функції двох змінних в середовищі СКМ Maple .....	20
<b><i>Семенець С. П.</i></b>	
Особливості змісту навчання математики в технічному університеті .....	23
<b><i>Стасюк М. М., Тацій Р. М., Пазен О. Ю.</i></b>	
Скінчені ланцюгові дроби та їх застосування в криптографії.....	26
<b><i>Тарасенкова Н. А., Коломієць О. М.</i></b>	
Реалізація особистісного підходу як основа компетентнісного навчання аналітичної геометрії у ВНЗ.....	29
<b>Секція 1. Історія математики .....</b>	<b>31</b>
<b><i>Белых Н. В.</i></b>	
Математика в жизни и исследованиях Альберта Эйнштейна .....	31
<b><i>Бірюкова Т. В., Олар О. І., Микитюк О. Ю.</i></b>	
Деякі історичні аспекти становлення біометрії .....	34
<b><i>Власенко К. В., Тертишна А. К.</i></b>	
Історія розвитку поняття «Інтеграл» .....	37
<b><i>Карпенко Л. М., Челпан В. М.</i></b>	
М. В. Остроградський – гордість української нації.....	40
<b><i>Мельник Н. В., Буликан А. В., Сусь Б. А.</i></b>	
Остроградський – наш вітчизняний вчений .....	43
<b><i>Паламарчук В. О., Карлаш (Панченко) Ю. Д.</i></b>	
Історія застосування визначеного інтеграла у економіці.....	46
<b><i>Паламарчук В. О., Савченко Г. Б.</i></b>	
Історичний шлях теорії ймовірностей .....	49

<b><i>Панова С. О.</i></b>	
Історія математики як засіб професійної підготовки майбутніх учителів математики.....	52
<b><i>Сверчевська І. А., Дідківська Т. В.</i></b>	
Елементи історизму при навчанні математики.....	55
<b><i>Терменжи Д. Є.</i></b>	
Змішане навчання дисципліни «Історія математики»: авторський досвід .	58
<b><i>Терменжи Д. Є., Іванова І. С.</i></b>	
Ігрові форми роботи на заняттях з дисципліни „Історія математики” .....	61
<b><i>Чорна А. В.</i></b>	
Компетентнісно-орієнтоване навчання елементам комбінаторики при поглибленому вивченні математики в старшій школі .....	64
<b><i>Хом'юк В. В., Мамашвілі Л. О.</i></b>	
Основні етапи розвитку поняття «Інтеграл» .....	66
<b><i>Хом'юк І. В., Дернова Н. В.</i></b>	
Історичний шлях матричного числення.....	69
<b><i>Хом'юк І. В., Кабак В. Д.</i></b>	
Історичний аспект введення поняття «Похідна» .....	72
<b><i>Хом'юк І. В., Саєнко А. П.</i></b>	
Історичний екскурс у теорію диференціальних рівнянь .....	75
<b><i>Хом'юк І. В., Півошенко В. В.</i></b>	
Історія розвитку поняття «Функція» .....	78
<b><i>Хом'юк І. В., Поперечний К. С.</i></b>	
Комплексні числа: історичний аналіз .....	81
<b>Секція 2. Методичні аспекти навчання математики у технічному університеті.....</b>	<b>84</b>
<b><i>Армаш Т. С.</i></b>	
Формування компетентностей майбутнього вчителя математики під час вивчення лінійної алгебри.....	84
<b><i>Баришовець П. П., Білоцький М. М., Муранов А. С., Муранов О. С.</i></b>	
Узагальнення як вид навчального впливу при викладанні математики.....	87
<b><i>Бобилев Д. Є.</i></b>	
Професійна спрямованість курсу «Дослідження операцій в транспортних системах».....	89
<b><i>Богоєва С. В.</i></b>	
Методичні основи формування математичної культури студентів технічного університету спеціальності «Програмна інженерія» .....	92

<b><i>Гайдей В. О., Федорова Л. Б.</i></b>	
Про застосування табличного запису інтегрування частинами .....	94
<b><i>Гонгало Н. В.</i></b>	
Характеристика освітніх програм підготовки майбутніх геодезистів у країнах близького зарубіжжя .....	97
<b><i>Грицик Т. А.</i></b>	
Векторна алгебра – основа математичної підготовки студентів технічного ВНЗ.....	100
<b><i>Грудкіна Н. С., Котенко Т. М., Степанов А. І., Шуригіна Я. Г.</i></b>	
Прикладні аспекти навчально-пізнавальної діяльності майбутніх інженерів під час викладання математичних дисциплін .....	102
<b><i>Данченко М. М., Ломейко О. П., Сосницька Н. Л., Халанчук Л. В.</i></b>	
Аналіз впливу рівня початкових знань з математики на результати навчання студентів .....	105
<b><i>Діхтенко С. І., Колесников С. О.</i></b>	
Використання графічного методу під час розв'язування рівнянь із параметрами.....	108
<b><i>Каруну О. В.</i></b>	
Про викладання окремих питань комплексного аналізу в рамках проекту англomовної освіти НАУ .....	110
<b><i>Клочко В. І.</i></b>	
Інтегрований підхід до формування фундаментальних знань з математики майбутніх інженерів.....	111
<b><i>Ковальчук М. Б.</i></b>	
Деякі аспекти активізації навчання вищої математики.....	114
<b><i>Колесников С. А.</i></b>	
Использование заданий физического содержания при изучении математики.....	117
<b><i>Колесников С. О., Левандовська І. В.</i></b>	
Удосконалення постановки навчальних завдань методом декомпозиції при вивченні дисципліни «Економіко-математичне моделювання» .....	119
<b><i>Коломієць А. А.</i></b>	
Систематизація як засіб фундаменталізації математичної підготовки майбутніх фахівців технічних спеціальностей.....	121
<b><i>Кравченко В. И.</i></b>	
Входной контроль как средство совершенствования математических знаний при изучении спецдисциплин студентами специальности КНИТ .....	124

<b><i>Крамаренко Т. Г.</i></b>	
Використання міжпредметних зв'язків у підготовці майбутнього вчителя математики.....	127
<b><i>Левандовська І. В., Новікова Н. В.</i></b>	
Методика використання наскрізних задач у викладанні математики для технічних спеціальностей у школі, технікумі і ВНЗ .....	129
<b><i>Лиходєєва Г. В.</i></b>	
Математичне моделювання в професійній підготовці викладача математики.....	132
<b><i>Лов'янова І. В.</i></b>	
Професійна спрямованість змісту навчання математики учнів технологічного профілю .....	134
<b><i>Марченко Н. В.</i></b>	
Формування економіко-математичної компетентності під час навчання вищої математики майбутніх економістів .....	137
<b><i>Моторіна В. Г.</i></b>	
Логічна організація навчального матеріалу - основа проектування технології навчання математики ВНЗ.....	139
<b><i>Мохонько А. З., Мохонько В. Д., Васіна Л. С.</i></b>	
Деякі аспекти використання електронних підручників при викладанні вищої математики.....	142
<b><i>Олешко Т. А.</i></b>	
Про викладання теорії ймовірностей англійською мовою іноземним студентам НАУ.....	145
<b><i>Орлова Н. Д.</i></b>	
Деякі прийоми викладання дисципліни «Математичні методи наукових досліджень».....	146
<b><i>Павленко Т. В., Бірюкова Т. В.</i></b>	
Особливості викладання математики.....	149
<b><i>Пастирєва К. Ю.</i></b>	
Деякі аспекти навчання математичних дисциплін у технічному університеті.....	151
<b><i>Пахненко В. В.</i></b>	
Про деякі методичні аспекти навчання аналітичної геометрії англійськомовних студентів НАУ .....	153
<b><i>Петрук В. А.</i></b>	
Сучасні проблеми якісної математичної підготовки майбутніх інженерів та шляхи їх подолання.....	154

<b><i>Підлісничка Н. Г.</i></b>	
Показники сформованості професійно-математичної компетентності майбутніх економістів .....	157
<b><i>Потапова С. М.</i></b>	
Використання інноваційних форм навчання математики в технічному університеті.....	160
<b><i>Ренета В. К., Ренета Л. А.</i></b>	
Викладання вищої математики іноземним студентам: проблеми і шляхи їх вирішення .....	163
<b><i>Сітак І. В.</i></b>	
Модель упровадження комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання диференціальних рівнянь майбутніх фахівців з інформаційних технологій .....	165
<b><i>Сітак І. В., Топчій А. О.</i></b>	
Використання динамічних моделей у навчанні математики .....	168
<b><i>Сосницька Н. Л., Кравець В. І., Кравець О. О.</i></b>	
Навчання математики іноземних студентів у вишах агротехнологічного профілю .....	170
<b><i>Стенура И. В.</i></b>	
Место фотограмметрии в лабораторных и исследовательских проектах.....	173
<b><i>Хом'юк В. В.</i></b>	
Розробка та структурування змісту математичних дисциплін як педагогічна умова формування математичної компетентності майбутніх інженерів .....	176
<b><i>Хом'юк І. В., Салієва О. В. О</i></b>	
Організація роботи студентів на інтерактивних заняттях з вищої математики.....	179
<b><i>Хом'юк І. В., Хом'юк В. В.</i></b>	
Деякі аспекти підготовки викладачів для технічних університетів.....	182
<b><i>Чернова Л. І.</i></b>	
Роль евристичних методів у стимулюванні та мотивації навчально-пізнавальної діяльності студентів при вивченні математики.....	185
<b><i>Шевченко С. М., Жданова Ю. Д., Шевченко Г. В.</i></b>	
Досвід проектування математичної освіти у технічному університеті напряму інформаційно-комунікаційних технологій.....	188
<b><i>Шупчинська К. С.</i></b>	
Математична гра як спосіб формування професійних компетентностей майбутнього викладача математики .....	190



<b>Секція 3. Математика та математичне моделювання.....</b>	<b>192</b>
<i>Алдакімов А. Г., Хількова Л. О.</i>	
Розробка імітаційної моделі нестационарної дифузії .....	192
<i>Арефьев А. Б., Кравченко В. И.</i>	
Математическое и информационное моделирование профессиональной деятельности механика сто и ремонта автомобилей .....	195
<i>Астахов В. Н., Буланов Г. С.</i>	
О некоторых геометрических и экономических свойствах изоквант.....	198
<i>Буланов Г. С., Астахов В. Н.</i>	
К проблеме аппроксимации множества точек на плоскости.....	201
<i>Булига В. С.</i>	
Математичне моделювання одного процесу локальної обробки тиском..	203
<i>Буликан А. В., Мельник Н. В., Сусь Б. А.</i>	
Особенности застосування теореми Остроградського-Гаусса у фізиці .....	206
<i>Велько О. А., Моисеева Н. А.</i>	
Математика и информатика для студентов гуманитарных специальностей: возможности междисциплинарного синтеза.....	209
<i>Воронцова А. В., Пузирьев В. Є.</i>	
Особенности навчання основ математичного моделювання учнів 5-6 класу ...	212
<i>Графов В. В.</i>	
О визуализации фазового пространства динамической системы в курсе преподавания дисциплины "Основы нелинейного анализа" .....	215
<i>Десятський С. П.</i>	
Про варіацію квазіконформних автоморфізмів комплексної площини ....	217
<i>Дзюба Л. Ф., Меньшикова О. В., Кусій М. І.</i>	
Математичне моделювання динамічних процесів.....	220
<i>Дьоміна Н. А., Морозов М. В.</i>	
Моделювання стану електрона у кванторозмірних гетеро структурах.....	222
<i>Замрій І. В., Веремчук А. О.</i>	
Фрактальна функція, змодельована за допомогою поліосновного трисимвольного $Q_3$ -зображення дійсних чисел .....	225
<i>Зозуля Є. С., Дідевич К. С.</i>	
Похідна другого порядку при розв'язуванні трансцендентних рівнянь, що містять параметр.....	227
<i>Кадубовський О. А.</i>	
Про одну чудову властивість паралелограма .....	229
<i>Катеринюк Г. Д.</i>	
Необхідність вдосконалення умінь математичного моделювання .....	232

<b><i>Левандовская И. В.</i></b>	
Решение задачи оптимизации работы расчетного отдела супермаркета методом построения математической модели в системе массового обслуживания .....	235
<b><i>Литвин А. М.</i></b>	
Построение дисперсных соотношений для нормальных упругих волн в ортотропных волноводах треугольного сечения .....	238
<b><i>Літвін Н. В.</i></b>	
Фазове укрупнення та оптимізація системи масового обслуговування с захистом .....	240
<b><i>Лунаренко О. В.</i></b>	
Математичне моделювання напружено-деформованого стану пружної кусочно-однорідної анізотропної прямокутної деталі несиметричної структури.....	243
<b><i>Мирошниченко О. М.</i></b>	
Математичне моделювання як метод розвитку творчої особистості .....	246
<b><i>Новіков О. О., Ровенська О. Г.</i></b>	
Наближення аналітичних періодичних функцій повторними сумами Валле Пуссена.....	249
<b><i>Обухов А. М., Паламарчук В. О., Булига В. С.</i></b>	
Математичне моделювання руху гарпуна, кинутого вертикально вгору..	252
<b><i>Паламарчук В. О.</i></b>	
Математичне моделювання лінійного зносу інструмента тертя при обкочуванні трубних заготовок (постановка задачі).....	255
<b><i>Рашевський М. О.</i></b>	
Асимптотичне зображення розв'язків лінійних систем зі сталим запізненням аргументу.....	257
<b><i>Ровенська О. Г., Кадацький М. А.</i></b>	
Деякі способи покращення наближення періодичних функцій тригонометричними рядами.....	260
<b><i>Ровенська О. Г., Соляник В. О.</i></b>	
Покращення наближення сумами Фур'є гладких функцій шляхом повторного усереднення .....	263
<b><i>Сосницька Н. Л., Халанчук Л. В.</i></b>	
Реалізація методу граничних елементів на прикладі задачі аналізу осесиметричного напруженого стану диску.....	266
<b><i>Срайчук І. Р.</i></b>	
Розв'язування систем інтегро-диференціальних рівнянь типу Вольтерра із нестабільним спектром .....	268

<b>Тимошин А. С.</b>	
Деякі аспекти теорії зображень «змішаних» груп Лі .....	271
<b>Устиновская С. В., Кравченко В. И., Алтухов А. В.</b>	
Автоматизированное проектирование в САД системе клиновых ременных передач.....	272
<b>Халанчук Л. В., Коротун А. О.</b>	
Оптимальний вибір методів очищення стічних та поверхневих вод .....	275
<b>Хом'юк І. В., Франишина С. Ю.</b>	
Застосування математичних моделей в контексті дослідження проблеми підвищення енергетичної ефективності.....	278
<b>Шевцов С. О., Волков Д. А.</b>	
Математичне моделювання та оптимізація режимів зварювання електродами котрі покрито екзотермічною сумішшю .....	281
<b>Секція 4. Математика в ІТ-технологіях .....</b>	<b>284</b>
<b>Алексєєва І. В.</b>	
Про розробку тестових контрольних робіт з курсу «Методи математичної економіки» .....	284
<b>Антонов В. М.</b>	
Викладання математики на основі кібернетично-математичної акмеології.	287
<b>Антонов В. М.</b>	
Фрактально-акмеологічна гносеологічна концепція при вивченні (викладанні) математики .....	290
<b>Борздох А. Р.</b>	
Соціальні мережі як інструмент впливу на навчання (на прикладі дисципліни «Основи вищої математики») .....	293
<b>Васильєва Л. В., Житченко А. С.</b>	
Програмна реалізація розв'язання задачі одновірної оптимізації.....	295
<b>Васильєва Л. В., Касьянюк А. С.</b>	
Оптимізація плану занять для шахматистов різних кваліфікацій .....	297
<b>Власій О. О., Дудка О. М., Кульчицька Н. В.</b>	
Використання хмарних технологій при вивченні вищої математики студентами напряму підготовки «Комп'ютерна інженерія» в умовах змішаного навчання .....	299
<b>Волков С. В., Матейко Т. М.</b>	
Залучення системи керування вмістом WordPress для розробки навчального сайту .....	302
<b>Гитис В. Б.</b>	
Математическая обработка обучающих выборок для самоорганизующихся карт признаков.....	303

<b><i>Гриценко А. А., Васильева Л. В.</i></b>	
Реализация алгоритма решения задач с помощью дерева решений .....	306
<b><i>Грудкіна Н. С., Сагай О. В.</i></b>	
Прикладні аспекти застосування методів багатокритеріальної оптимізації в задачах теорії прийняття рішень .....	308
<b><i>Денисюк С. О., Васильєва Л. В.</i></b>	
Вибір програмного забезпечення обробки відео методом аналізу ієрархій .	310
<b><i>Доценко С. О., Лебедева В. В.</i></b>	
STEM-освіта як засіб активізації творчого потенціалу особистості.....	312
<b><i>Дьоміна Н. А., Рожкова О. П.</i></b>	
Візуальне програмування при навчанні у технічних вишах.....	315
<b><i>Єнікєєв О. Ф., Захаренков Д. Ю.</i></b>	
Оцінювання ідентичності робочих циклів в умовах неповної інформації .	317
<b><i>Загребельний С. Л., Костіков О. А.</i></b>	
Математична модель метода адаптивного комп'ютерного тестування знань студентів.....	319
<b><i>Коржова О. В.</i></b>	
Міждисциплінарні зв'язки у системі професійної підготовки майбутніх фахівців із організації інформаційної безпеки .....	322
<b><i>Кривошапко А. П., Кравченко В. И.</i></b>	
Математическая модель программно-методического комплекса проектировщика фрикционных передач.....	325
<b><i>Моисеева Н. А., Велько О. А.</i></b>	
Проектирование профессионально-ориентированных заданий для курса «Основы информатики» для студентов географического факультета БГУ ..	328
<b><i>Паламарчук В. О.</i></b>	
Використання факторного аналізу при плануванні технічного експерименту .....	331
<b><i>Сагайда П. И.</i></b>	
Математическое моделирование проблемной области информационных систем для интеллектуальной обработки данных .....	334
<b><i>Тімошина Л. В., Давиденко В. М.</i></b>	
Сучасні інформаційні технології в аспекті машинного перекладу наукових текстів .....	337
<b><i>Чумак О. О.</i></b>	
Використання онлайн-сервісів під час навчання лінійної алгебри майбутніх інженерів .....	338
<b>Відомості про авторів .....</b>	<b>340</b>

## ПЛЕНАРНІ ВИСТУПИ

### УДК 378.147:004 РОЗРОБКА КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНИХ ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ БАКАЛАВРІВ З ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

К. В. Власенко<sup>1</sup>, І. В. Сітак<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Донбаська державна машинобудівна академія, Краматорськ  
*e-mail: vlasenkokv@ukr.net*

<sup>2</sup> Інститут хімічних технологій (м. Рубіжне) Східноукраїнського національного  
університету імені Володимира Даля  
*e-mail: irina\_sitak@mail.ru*

У галузевих стандартах вищої освіти України вказується на доцільність розроблення й використання сучасних технологій для організації навчально-виховного процесу. Також відмічається, що обрані підходи мають базуватись на широкому використанні засобів комп'ютерно-орієнтованих технологій. Такі технології і їх засоби під час навчання диференціальних рівнянь (ДР) є потужним інструментом комплексного впливу на органи відчуттів майбутніх фахівців з інформаційних технологій (ІТ), що інформаційно живлять їхню першу сигнальну систему і забезпечують багатоканальне сприймання навчальних повідомлень.

Аналізуючи праці З. В. Бондаренко [1], Є. Д. Губар [3], К. І. Словак [5], ми вважаємо, що активне використання майбутніми фахівцями отриманих знань під час опанування математичних дисциплін має відбуватись під час комп'ютерно-орієнтованих занять. У працях учених, що відображали певні підходи до розв'язання досліджуваної проблеми, не ставилась за мету розробка комп'ютерно-орієнтованих засобів опанування майбутніми бакалаврами з інформаційних технологій диференціальних рівнянь.

Метою нашої розвідки є опис рекомендацій до розробки навчально-методичного посібника «Комп'ютерно-орієнтовані практичні заняття із диференціальних рівнянь» [4].

Опанування бакалаврами з ІТ диференціальних рівнянь може бути організоване через залучення практичних занять, що враховують сучасні тенденції освіти, серед яких комп'ютерно-орієнтовані технології посідають чільне місце. Під час організації навчально-професійної діяльності у процесі практичного навчання ДР ми дотримуємось етапів, що передбачають послідовне формування матеріалізованих, речових і розумових дій.

Інтерактивність формування матеріалізованих, мовленнєвих і розумових дій під час практичного аудиторного навчання ДР бакалаврів з ІТ забезпечується через застосування навчально-методичного посібника

«Комп'ютерно-орієнтовані практичні заняття із диференціальних рівнянь» [4]. Розроблені нами 16 практичних занять будуються на поєднанні традиційних і комп'ютерних методів і форм навчання та контролі знань й орієнтовані на розв'язування задач, що забезпечують наступність між практичними та лекційними заняттями на основі внутрішніх і міждисциплінарних логічних зв'язків, важливих для майбутніх фахівців із інформаційних технологій.

Навчально-методичний посібник містить методичні рекомендації до організації проведення практичних занять і пропонує навчальні матеріали:

- призначені для застосування з метою опанування студентами процедурами розв'язування різних типів диференціальних рівнянь першого порядку, лінійних диференціальних рівнянь  $n$ -го порядку та систем диференціальних рівнянь;
- представлені з урахуванням різного рівня підготовки студентів, які активно залучаються до самостійної діяльності, обираючи для себе доступний рівень засвоєння;
- призначені через свою структурованість для створення презентацій, що можуть бути застосовані під час навчання студентів розв'язуванню диференціальних рівнянь і математичному моделюванню;
- призначені для ознайомлення з комп'ютерно-орієнтованими технологіями майбутніх фахівців та їх опануванню ІКТ – грамотністю;
- представлені системою завдань (математичних, практичних, професійно-орієнтованих), що сприяють усвідомленому застосуванню студентами своїх знань і вмінь використання диференціальних моделей у майбутній професійній діяльності, визначає дії й операції, які необхідно виконувати під час математичного моделювання;
- призначені для перевірки набутих знань і вмінь студентів.

Крім того, для організації практичних занять у посібнику використовуються:

- тестові завдання, що уможливають управління усним опитуванням студентів;
- педагогічні програмні засоби, що призначені для графічного аналізу інтегральних кривих, що можуть бути отримані під час розв'язування диференціальних рівнянь і їх систем;
- онлайн-калькулятори, що призначені для перевірки розв'язання диференціальних моделей під час формування вміння математичного моделювання студентів;
- динамічні моделі, що через анімацію і напівавтоматичне управління допомагають викладачу візуалізувати моделі соціальних, економічних, фізичних та інших процесів;

- тренажери, що можуть використовуватись викладачем для супроводу перевірки досягнутих студентами результатів, повторення та закріплення навчального матеріалу, сприяють формуванню та удосконаленню практичних навичок майбутніх фахівців.

Опанування студентами навчального матеріалу за допомогою навчально-методичного посібника [2] може супроводжуватись використанням матеріалів сайту [4].

Під час підготовки до практичних занять викладач має можливість спланувати залучення комп'ютерно-орієнтованих засобів навчання серед складників навчального модуля розробленого сайту [4] в процесі якогось одного з етапів формування дій (матеріалізованих, мовленнєвих, розумових), що забезпечують опанування бакалаврами ДР. За такого підходу є можливість враховувати індивідуальні особливості студентів, формуючи їхню ІКТ-грамотність, надавати навчально-професійній діяльності під час навчання ДР дослідницького характеру, сприяти підвищенню якості підготовки студентів через залучення професійної мови та засобів, що супроводжують працю майбутніх фахівців з ІТ.

У подальших дослідженнях ми здійснюємо перевірку результативності впровадження розроблених засобів у процес навчання.

### Література

1. Бондаренко З. В. Методика навчання інформаційних технологій розв'язування диференціальних рівнянь у технічних університетах : автореф. дис....канд. пед. наук 13.00.02 «Теорія и методика навчання (інформатика)» / Злата Василівна Бондаренко; Національний педагогічний університет ім. М. П. Драгоманова. – Київ, 2010. – 22 с.
2. Власенко К. В. Комп'ютерно-орієнтовані практичні заняття із диференціальних рівнянь : навчально-методичний посібник для майбутніх фахівців із інформаційних технологій / К. В. Власенко, І. В. Сітак. – Х. : Видавництво «Лідер», 2016. – 220 с.
3. Губар Д. Є. Методика створення і застосування інтерактивних засобів навчання студентів класичного університету аналітичної геометрії : дис....канд. пед. наук : 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / Дар'я Євгенівна Губар; Донецький національний університет. – Донецьк, 2013. – 374 с.
4. Сітак І. В. Диференціальні рівняння [Електронний ресурс] / І. В. Сітак / [Веб-сайт]. – Електронні дані. – ІХТ СНУ ім. В. Даля, Рубіжне, 2014. – Режим доступу: <http://difur.in.ua/> – Назва з екрана.
5. Словак К. І. Методика використання мобільних математичних середовищ у процесі навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей : дис....канд. пед. наук: 13.00.10 «Інформаційно-комунікаційні технології в освіті» / Катерина Іванівна Словак; Інститут інформаційних технологій і засобів навчання Національної академії педагогічних наук України. – Київ, 2011. – 291 с.

**УДК 519.22 : 615.275.4 : 691.175.5/8**  
**БУТСТРЕП-МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫСВОБОЖДЕНИЯ**  
**ЛЕКАРСТВЕННЫХ ПРЕПАРАТОВ В ЧЕЛОВЕЧЕСКОМ**  
**ОРГАНИЗМЕ**

**С.А. Кондратов<sup>1</sup>, А.А. Черный<sup>2</sup>, Р.П. Савяк<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Институт химических технологий Восточноукраинского национального университета им. В.Даля, Рубежное  
*e-mail: kondratovsa@gmail.com*

<sup>2</sup>ООО «Научно-производственная фирма «Микрохим», Рубежное  
*e-mail: black.ru.ua@gmail.com*

В настоящее время в фармакологии интенсивно развивается разработка лекарственных препаратов с заданным профилем высвобождения лекарства в желудочно-кишечном тракте (ЖКТ), обеспечивающем его оптимальное воздействие на организм. Современный подход для разработки этих препаратов – широкое использование математических моделей в сочетании с экспериментальными исследованиями по кинетике высвобождения *in vitro* в условиях, имитирующих работу ЖКТ. Большой теоретический и практический интерес представляет оценка функции распределения высвобождения лекарственного препарата *in vivo*. Прямые измерения растворимости в жидкостях ЖКТ невозможны, так как растворенное лекарство быстро всасывается через стенки. Разработка моделей, позволяющих оценить функцию распределения относительной доли лекарства, перешедшего в раствор, является актуальной проблемой.

В настоящее время существует более двух десятков математических моделей, описывающих кинетику высвобождения *in vitro* [1, 2] и основанных на разных механизмах растворения лекарства и выхода его за пределы таблетки. Однако эти модели не в состоянии решить данную проблему. Целью настоящей работы является разработка математической модели высвобождения, основанной на экспериментальных данных и позволяющей моделировать функции распределения высвобождения лекарственного препарата *in vivo* по данным *in vitro*.

Одним из подходов к разработке такой модели может быть использование бутстреп-метода [3], сущность которого заключается в генерации методом Монте-Карло из исходной выборки новой выборки большого размера и исследовании ее статистических характеристик. Бутстреп-метод позволяет просто и быстро оценивать самые разные статистики (доверительные интервалы, дисперсию, корреляцию и так далее) для сложных моделей, не опираясь на априорные предположения о характере распределения [3].



Для математического описания процесса, не зависящего от физической модели, предлагается процедура интерполяции данных с помощью сплайнов: линейных (ломаной линии) или кубических [4]. Значение в промежуточных точках можно приближенно рассчитать по уравнению линейного или кубического сплайна.

Разработан алгоритм получения псевдопрофиля высвобождения в организме по данным *in vitro* при рН 1,2; 4,5; 6,8, моделирующим высвобождение в желудке, 12-перстной кишке и тонком кишечнике, с учетом времени пребывания в этих органах. Далее повторяли компьютерные эксперименты по бутстреп-генерации высвобождения 100-10000 раз, генерировали массивы значений высвободившихся строили по полученным значениям накопленные вероятности и эмпирические функции бутстреп-распределения.

Рассмотренный алгоритм был реализован программно в среде пакета прикладной математики Scilab, содержит встроенные функции для работы с линейными и кубическими сплайнами.

Описанный алгоритм был реализован для моделирования высвобождения препарата Тризипин Лонг из таблеток, содержащих 1000 мг препарата. Показано, что с возрастанием числа испытаний интегральная функция распределения высвобожденного препарата стремится к пределу и перестает существенно изменяться после 1000-10000 испытаний. По этой функции распределения при времени пребывания 14 часов получены статистические оценки: математическое ожидание и дисперсия доли высвободившегося препарата, которые являются важными количественными характеристиками эффективности препарата в доказательной медицине.

Таким образом, рассмотренный подход позволяет решить задачу построения функции распределения профилей высвобождения, что делает его полезным инструментом при разработке выпускных форм лекарственных средств. Его преимуществом является то, что он не привязан к конкретной физической модели высвобождения и поэтому является универсальным.

## Литература

1. Siepman, J. Mathematical modeling of drug delivery [Text] / J. Siepman, F. Siepman // International journal of pharmaceutics. – 2008. – V. 364, № 2. – P. 328–343.
2. Suvakanta, D. Kinetic modeling on drug release from controlled drug delivery systems [Text] / D. Suvakanta, N. M. Padala, N. Lilakanta, C. Prasanta // Acta Poloniae Pharmaceutica and Drug Research. – 2010. – V. 67, № 3. – P. 217–223.
3. Эфрон, Б. Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа / Б. Эфрон // М.: Финансы и статистика, – 1988. – 263 с.
4. De Boor, C. A practical guide to splines / Applied Mathematical Sciences / C. De Boor // N. –Y.: Springer-Verlag, 2001. – V. 27. – 366 p.

**УДК [517:004]: 378**  
**ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ**  
**МАХІМА У ПРОЦЕСІ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ**  
**МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ**

**І.В. Лов'янова<sup>1</sup>, О.М. Потапова<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Криворізький державний педагогічний університет, м. Кривий Ріг  
*e-mail: lovira22@i.ua*

<sup>2</sup>Державний вищий навчальний заклад «Криворізький національний університет», м. Кривий Ріг  
*e-mail: remania@list.ru*

Соціальне замовлення на підвищення якості підготовки майбутніх фахівців інженерної галузі, зокрема, їхньої математичної підготовки, сучасний рівень розвитку комп'ютерних технологій забезпечують аргументованість удосконалення освітнього процесу у вищих технічних навчальних закладах (ВНЗ). А саме, в умовах інноваційної перебудови системи освіти актуальною є проблема розроблення й використання нових технологій навчання і нових підходів до організації навчально-виховного процесу, базованих на широкому використанні інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ).

Можливості застосування засобів ІКТ у процесі навчання математичних дисциплін ВНЗ присвячено праці багатьох науковців: З. В. Бондаренко, К. В. Власенко, М. І. Жалдака, В. І. Клочка, Т. П. Кобильника, Т. С. Максимової, С. А. Ракова, Н. В. Рашевської, С. О. Семерікова, Ю. І. Сінька, К. І. Словак, О. В. Співаковського, Ю. В. Триуса, М. П. Шишкіної та ін. Учені внесли значний вклад у розв'язання проблеми удосконалення процесу навчання математики через втілення засобів ІКТ. Однак, потребує вдосконалення методика навчання вищої математики студентів інженерних спеціальностей ВНЗ із використанням засобів ІКТ.

Мета дослідження – на основі аналізу існуючих сучасних науково-методичних джерел та практики роботи у ВНЗ визначити і обґрунтувати напрями використання програмних засобів ІКТ, зокрема, систем комп'ютерної математики, під час навчання вищої математики студентів інженерних спеціальностей ВНЗ.

Як навчальна дисципліна вища математика несе в собі величезний гуманітарний і прикладний потенціал, розуміння й глибоке засвоєння основних фундаментальних понять якої (функція, границя, похідна, інтеграл, числовий і функціональний ряди тощо) уможлиблюють результативність застосування майбутніми інженерами математичного апарату у фізичних, технічних, інженерних та інших дослідженнях. Математичні теорії та методи є потужним інструментарієм для аналізу та

прогнозування технічних і технологічних процесів, природних явищ, суспільних ситуацій. Особливо актуальним є використання у сучасних інженерних дослідженнях математичного моделювання різних процесів. Тому випускники вищих навчальних закладів інженерного профілю мають бути обізнаними у методах математичного моделювання і застосовувати ці методи у практичній діяльності, виконувати комп'ютерне моделювання для аналізу та оптимізації параметрів об'єктів.

Одним із шляхів підвищення якості засвоєння студентами ВТНЗ теорії і методів вищої математики є використання в навчальному процесі програмних засобів ІКТ, серед яких вагоме місце займають системи комп'ютерної математики (СКМ). Це програмні засоби, що мають багаторічний досвід у розвитку математики та призначені для автоматизації чисельних, аналітичних і графічних обчислень та розрахунків [2]. Серед них варто виокремити вільно поширювані СКМ Maxima, Scilab, SAGE, Wolfram|Alpha.

Однією з потужних систем комп'ютерної математики щодо послуг чисельних обчислень, символьних перетворень і комп'ютерної графіки є універсальна математична програма Maxima та її надбудова wxMaxima. За можливостями СКМ Maxima близька до таких комерційних систем, як Maple і Mathematica. Ця програма забезпечує дії перетворення виразів, розв'язання задач лінійної алгебри, математичного аналізу, побудову графіків функцій на площині й у просторі в різних системах координат. СКМ Maxima проста у використанні, вирізняється зручним введенням команд і зрозумілою формою подання результатів.

Прикладом застосування СКМ wxMaxima під час навчання теми «Диференціальне числення функцій однієї змінної» студентів напряму підготовки 184 «Гірництво» може слугувати розв'язання поданої нижче прикладної задачі на відшукування найменшого значення величини, функціонально залежної від інших величин [1].

*Задача.* Ківш екскаватора (зворотної лопати) являє собою пряму трикутну призму без бічної грані. При яких розмірах на виготовлення цього ковша місткістю  $V = 0,15 \text{ м}^3$  піде найменша кількість матеріалу, якщо відомо, що  $h$  – висота ковша (товщину стінок не враховувати).

Розв'язання такої задачі потребує побудови математичної моделі, що є функціональною залежністю площі поверхні  $S$  ковша від висоти  $h$  при заданій місткості  $V$ :

$$S(h) = \frac{4V}{h} + \sqrt{\frac{4V^2}{h^2} + h^4} \quad (1)$$

Реалізація аналітичного методу розв'язання задачі, а також графічного та чисельного методів за допомогою СКМ wxMaxima дозволяє наочно перевірити та оцінити правильність отриманого результату (рис. 1).

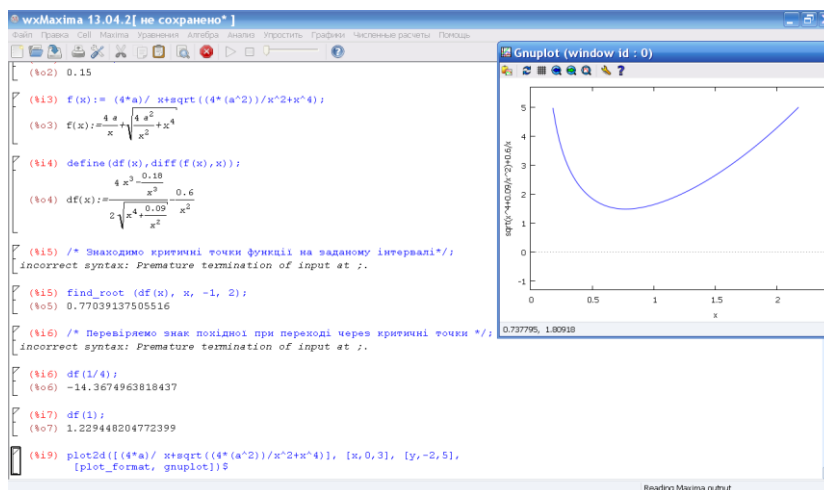


Рис. 1. Дослідження функції на екстремум у СКМ wxMaxima

Застосування СКМ wxMaxima у ході розв’язування прикладної задачі розв’язує проблему наочності та скорочення часу на отримання й дослідження результату.

Отже, використання СКМ у процесі навчання вищої математики студентів інженерних спеціальностей ВНЗ дасть змогу: створювати опорні моделі – для візуалізації абстракцій матеріалу, наочності подання матеріалу, порівняно кращого розуміння й засвоєння основних понять дисципліни; розширювати й поглиблювати знання з вищої математики через розв’язання задач на побудову математичної моделі процесів і явищ; організувати навчальну дослідницьку діяльність; заощаджувати навчальний час для автоматизації рутинних операцій обчислювального, пошукового характеру; удосконалювати самостійну діяльність студентів через організацію різноманітних видів навчальної діяльності; підвищувати мотивацію навчання за допомогою комп’ютерної візуалізації об’єктів і явищ, що вивчають.

Таким чином, упровадження у процес навчання вищої математики студентів ВНЗ нових підходів навчання завдяки використанню СКМ сприяє підвищенню якості математичної підготовки, формуванню професійних компетентностей майбутніх інженерів.

## Література

1. Потапова О. М. Математичний аналіз : розв’язування прикладних задач засобами ІКТ / О. М. Потапова // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики. – Кривий Ріг: вид. від. ДВНЗ «Криворізький національний ун-т», 2014. – Т. XII. – Вип. 2 (33) : спецвипуск «Навчальний посібник у журналі». – 54 с.
2. Сінько Ю. І. Системи комп’ютерної математики та їх роль у математичній освіті / Ю. І. Сінько // Інформаційні технології в освіті : [зб. наук. пр. / голов. ред. Співаковський О. В. та ін.]. – Херсон : вид-во ХДУ, 2009. – Вип. 3. – С. 274–278.

**УДК 378.147**

**ФРАГМЕНТИ ЕЛЕКТРОННИХ ОСВІТНІХ РЕСУРСІВ З ФУНКЦІЇ  
ДВОХ ЗМІННИХ В СЕРЕДОВИЩІ СКМ MAPLE**

**В.М. Михалевич<sup>1</sup>, Ю.В. Добранюк<sup>2</sup>, Я.В. Крупський<sup>3</sup>**

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

<sup>1</sup>*e-mail: vmykhal@gmail.com*

<sup>2</sup>*e-mail: dobranukyuriy@gmail.com*

<sup>3</sup>*e-mail: kruyarik@gmail.com*

З метою модернізації освіти, забезпечення рівного доступу учасників навчально-виховного процесу до якісних навчально-методичних матеріалів, що створені з використанням інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України був виданий наказ «Про затвердження Положення про електронні освітні ресурси» [1].

У цьому наказі наводиться тлумачення електронних освітніх ресурсів (ЕОР), перераховуються основні їх види та класифікація за функціональною ознакою, що визначає значення і місце ЕОР в навчальному процесі.

Важливу специфіку у розробку та використання ЕОР з вищої математики вносить наявність систем комп'ютерної математики (СКМ). Науково-методичному обґрунтуванню використання СКМ присвячено праці К. В. Власенко, О. М. Гончарової, Ю. В. Горошка, В. П. Дьяконова, М. І. Жалдака, В. І. Ключка, В. М. Михалевича, Ю. С. Рамського, О. В. Семеніхіної, С. О. Семерікова, К. І. Словак, О. В. Співаковського, Ю. В. Триуса та інших.

На значний потенціал СКМ і напрями їх використання у навчанні вищої математики студентів ВТНЗ наукова спільнота звернула увагу більш як півтора десяти років тому [2, 3].

У працях [4, 5] запропоновано концепцію адаптації СКМ Maple з метою більш повного використання її потенціалу в навчанні вищої математики, зокрема обґрунтовано необхідність створення генераторів типових задач вищої математики (ТЗВМ) та процедур-тренажерів, які забезпечують відтворення покрокового розв'язання математичних задач у автоматизованому режимі.

В [6, 7, 8] підкреслюється, що до найбільш цінних напрацювань теоретичного та прикладного характеру із застосування СКМ у навчанні вищої математики слід віднести матеріали, які стосуються покращення наочності, а також формування у студентів умінь і навичок розв'язування типових задач вищої математики. Обґрунтовано необхідність проектування навчальних задач нового типу з огляду на необхідність

використання під час їх розв'язання сучасних ІКТН, зокрема СКМ, а також розроблено принципи проектування навчальних задач з лінійного програмування нового типу.

Навчальний посібник [9] є одним з найперших, в якому здійснена спроба розробки фрагментів навчально-методичних матеріалів в середовищі СКМ Maple, з урахуванням подальшого їх використання в цьому ж середовищі. Проте і до сьогодні спостерігається недопустимо низька частка розробки подібних навчально-методичних матеріалів у порівнянні з традиційними навчальними посібниками, що підготовлені в середовищі одного з поширених редакторів текстів та призначені для використання у паперовому або електронному варіантах.

Метою цієї праці є висвітлення фрагментів електронних освітніх ресурсів з функції двох змінних, що розроблено та призначено для використання в середовищі СКМ Maple.

Візуалізація області визначення функції двох аргументів пов'язана з громіздкими побудовами. У зв'язку із скороченням годин, що відводиться на курс вищої математики в навчальних планах майбутніх фахівців технічних спеціальностей, в багатьох посібниках та підручниках, зокрема [10], прийоми знаходження області визначення функції двох аргументів взагалі не розглядаються. СКМ Maple надає інструменти, що значно спрощують візуалізацію області визначення та самої функції двох аргументів.

Розглянемо декілька прикладів, що покладено в основу проектування навчальних задач нового типу.

Приклад № 1. Знайти область визначення функції

$$z = \sqrt{1 - |x|} - y + \frac{1}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}.$$

Процес розв'язання в середовищі СКМ Maple супроводжується підтримкою у вигляді автоматизації рутинних обчислень та візуалізацією результатів його окремих етапів. Кінцевим результатом є візуалізація шуканої області визначення (рис. 1).

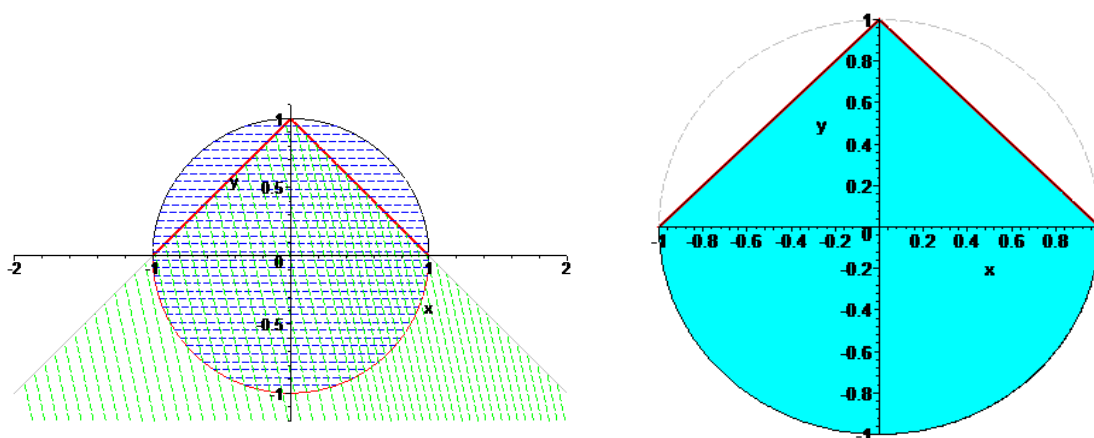


Рис. 1. Варіанти візуалізації в середовищі СКМ Maple області визначення функції, що задана у прикладі № 1

*Висновок.* Розробка та використання в середовищі СКМ Maple електронних освітніх ресурсів з функції двох змінних надає можливість ефективної реалізації концепції впровадження навчальних задач нового типу.

### Література

1. Наказ МОН України від 01.10.2012 № 1060 з доповненнями згідно наказу МОН від 01.09.2016 №1061 “Про внесення змін до Положення про електронні освітні ресурси”/ [Електронний ресурс]. — Режим доступу : <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/z1695-12>.
2. Михалевич В.М. Реалізації технології “живих сторінок” в Maple, MathCad, Excel // Вісник ВПІ. – 2004. - № 3. – С. 90-95.
3. Михалевич В. М. Навчально-контролюючий Maple — комплекс з вищої математики / В. М. Михалевич // Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія. — 2004. — № 1. — С. 74–78.
4. Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків : монографія / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський. — Вінниця: ВНТУ, 2013. — 236 с.
5. Михалевич В. М. Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики [Електронний ресурс] / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2011. — Т. 21 — № 1. — Режим доступу до журн. : <http://journal.iitta.gov.ua>
6. Михалевич В. М. Використання систем комп’ютерної математики у процесі навчання лінійного програмування студентів ВНЗ: монографія / В. М. Михалевич, О. І. Тютюнник. - Вінниця: ВНТУ, 2016. - 279 с.
7. Михалевич В. М. Проектування навчальних задач з лінійного програмування з використанням систем комп’ютерної математики [Електронний ресурс] / В. М. Михалевич, О.І. Тютюнник // Інформаційні технології і засоби навчання. — 2013. — Т. 38 — № 6. — Режим доступу до журн. : <http://journal.iitta.gov.ua>
8. Тютюнник О. І. Реалізація принципу наочності за допомогою засобів СКМ у процесі навчання лінійного програмування / О. І. Тютюнник, В. М. Михалевич // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми // Зб. наук. пр. – Випуск 36 / Редкол.: І.А. Зязюн (голова) та ін. – Київ-Вінниця : ТОВ фірма “Планер”, 2013, – С.434-440.
9. Михалевич В. М. Maple. Комп’ютерна підтримка курсу вищої математики в технічному вузі. Частина І. Лінійна й векторна алгебра. Аналітична геометрія. Навчальний посібник / В.М. Михалевич. - Вінниця: ВНТУ, 2004. - 111 с.
10. Пак В. В. Вища математика: Підручник / В. В. Пак, Ю.Л. Носенко. – К.: Либідь, 1996. – 440 с. ISBN 5-325-00712-2

УДК 378.147:51

ОСОБЛИВОСТІ ЗМІСТУ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В  
ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

С. П. Семенець

Житомирський державний університет імені Івана Франка, м. Житомир  
e-mail: sergij.semenets@zu.edu.ua

Рефлексивному розумінню актуальних освітньо-математичних проблем слугує осмислення глибокого внутрішнього протиріччя між змістом дисципліни та методикою її навчання: з одного боку, дедуктивним і прикладним змістом математики, абстрактними математичними структурами й методами математичного дослідження, а з іншого – логікою навчального пізнання, асоціативно-рефлекторною теорією наочності, усталеною методикою навчання математики, що передбачають домінування емпіричних узагальнень й актуалізацію емпіричного мислення, нівелювання математичних здібностей і формування вузькоматематичних умінь і навичок. Саме в підготовці фахівців технічних спеціальностей, де математика є засадничою в циклі дисциплін професійної освіти, назване протиріччя особливо відчутне.

У наших особистих працях започатковано розв'язання окресленої проблеми. Установлено, що особистісно-розвивальне навчання математики втілює *принцип розвивальної наступності*. На концептуальному рівні в теорію навчання математики впроваджено наукову ідею про доцільність постановки та розв'язування задач *чотирьох рівнів змістового теоретичного узагальнення* [1].

Мета роботи – розкрити особливості змістового компоненту навчання математики в технічному університеті.

Опісля цільового компонента методичної системи навчання математики важливе місце в її структурі займає змістовий компонент. Тут першочерговим дидактичним завданням є виділення змістової „*клітинки*” – системотвірного, генетично вихідного теоретичного поняття, на основі якого розкривається суть навчального матеріалу математики. Такою змістовою „*клітинкою*” слугує поняття „*математична модель*”.

Загальне означення математичної моделі  $X$  деякого об'єкта (системи об'єктів)  $U$  може бути сформульоване на основі поняття математичної структури. Множина (система) математичних об'єктів  $X\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  із введеними в ній математичними операціями (відношеннями)  $X\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ , що задовольняють властивості  $X\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k\}$ , є математичною моделлю множини (системи) об'єктів  $U\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$  із виконуваними в ній діями  $U\{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n\}$ , які мають властивості



$Y\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k\}$ , якщо: 1) між елементами, операціями (діями) та властивостями, що виконуються в цих множинах, можна встановити взаємно однозначну відповідність; 2) результат дії між двома елементами в множині  $X$  відповідає елементу множини  $Y$ , що є результатом відповідної дії між відповідними елементами цієї ж множини.

Дедуктивний зміст математики, а також задачний підхід до розвитку навчально-математичної діяльності студентів зумовлюють застосування методу теоретичного (математичного, навчального) моделювання, формування способів дій задля реалізації в типових задачних ситуаціях. Навчально-теоретичні задачі з математики передбачають формування узагальнених способів дій у процесі розв'язування задач змістової лінії, реалізації загальноматематичних і загальнологічних методів розв'язування (доведення і дослідження). Відтак названий тип задач має зайняти чільне місце в математичній освіті студентів технічних спеціальностей.

У роботі [1, с. 130] розроблено модель процесу розв'язування навчально-теоретичних задач з математики:

1. Постановка навчально-теоретичної задачі на основі навчальної (кількох навчальних).

2. Змістовий аналіз навчально-теоретичної задачі з метою знаходження загального відношення, характерного для певного типу навчальних задач.

3. Формування змістово-теоретичних абстракцій і узагальнень, створення теоретичної моделі загального відношення.

4. Конструювання навчально-теоретичної моделі методу розв'язування математичних задач як ієрархії навчально-пізнавальних і математичних дій.

5. Змістове планування та конструювання системи часткових різнотипних математичних задач.

6. Контроль і корекція навчально-теоретичних дій.

7. Самоаналіз і самооцінка засвоєння моделі процесу розв'язування навчально-теоретичної задачі з математики.

Наведемо приклад. Достеменно відомо, що універсальними методами знаходження шляху, площі, об'єму, роботи, енергії, маси є методи інтегрального числення. Тому навчально-теоретична задача про моделювання процесу розв'язування прикладних задач за допомогою визначеного інтеграла займає важливе місце в чинній системі математичної підготовки студентів технічних спеціальностей. Реалізуємо представлену навчально-теоретичну модель [2].

1. На основі навчальних задач про спосіб дій у процесі знаходження площі криволінійної трапеції, об'єму тіла обертання формулюється навчально-теоретична задача про створення моделі процесу розв'язування прикладних задач за допомогою визначеного інтеграла (інтеграла Рімана).

2. За результатами змістового аналізу розв'язування навчальних задач встановлюється, що характерним у кожній з них є обчислення величин, що інтерпретуються адитивною функцією  $f(x + y) = f(x) + f(y)$ .

3. Формування змістово-теоретичних абстракцій і узагальнень про обчислення шуканої величини як границі інтегральної суми або визначеного інтеграла функції

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x_i = \int_a^b f(x) dx.$$

4. Конструювання навчально-теоретичної моделі процесу розв'язування прикладних задач за допомогою визначеного інтеграла.

4.1. Змістовий аналіз прикладної задачі, визначення її типу. Переформулювання задачі.

4.2. Перевірка того, що шукана величина інтерпретується адитивною функцією:  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ .

4.3. Виокремлення характеристик (параметрів) процесу чи явища.

4.4. Виділення змінних і сталих величин. Знаходження відношень, у яких перебувають змінні та сталі величини, встановлення їх властивостей.

4.5. Інтерпретація задачної ситуації засобами математики: графічне (геометричне) представлення, введення змінних (невдомих), формалізація.

4.6. Розбиття шуканої величини на  $n$  частин. Запис формули, за якою може бути обчислена кожна з величин.

4.7. Наближене обчислення шуканої величини як суми  $n$  величин. Виділення інтегральної суми.

4.8. Виокремлення інтегрованої функції, встановлення меж її інтегрування.

4.9. Знаходження шуканої величини як границі інтегральної суми, обчислення визначеного інтеграла. Запис відповіді.

4.10. Змістовий аналіз і самоконтроль виконаних дій.

4.11. Самооцінка засвоєння узагальненого способу дій у процесі розв'язування прикладних задач за допомогою визначеного інтеграла.

5. Змістове планування і добір (складання) різнотипних прикладних задач, що розв'язуються за допомогою визначеного інтеграла.

6. Контроль і корекція виконаних дій.

7. Самоаналіз і самооцінка засвоєння моделі процесу розв'язування навчально-теоретичної задачі про застосування визначеного інтеграла.

Реалізації розробленої навчально-теоретичної моделі будуть присвячені наші подальші дослідження.

### Література

1. Семенець С. П. Методологія і теорія розвивального навчання математики : [монографія] / С. П. Семенець. – Житомир : Вид-во О. О. Євенок, 2015. – 236 с.
2. Семенець С. П. Навчально-теоретичні задачі з математики: моделювання процесу розв'язування прикладних задач за допомогою визначеного інтеграла / С. П. Семенець // Фізико-математична освіта: науковий журнал. – Суми : [СумДПУ імені А. С. Макаренка], 2017. - Вип. 4 (10). - С. 112-116.

**УДК 512.8**  
**СКІНЧЕНІ ЛАНЦЮГОВІ ДРОБИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ В**  
**КРИПТОГРАФІЇ**

**М.М. Стасюк, Р.М. Тацій, О.Ю. Пазен**

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, Львів  
*e-mail: marta\_stasiuk@yahoo.com*

Ланцюгові дроби мають різноманітні застосування у фізиці, астрономії, геометрії, теорії чисел, криптографії.

Нехай  $\frac{a}{b}$  – раціональне число з додатним знаменником, тобто  $a, b$  – цілі числа. Застосуємо до чисел  $a$  і  $b$  алгоритм Евкліда, який найчастіше використовують для знаходження НСД  $(a, b)$ . Маємо:

$$\begin{aligned} a &= bq_1 + r_2, & \frac{a}{b} &= q_1 + \frac{1}{\frac{b}{r_2}}, \\ b &= r_2q_2 + r_3, & \frac{b}{r_2} &= q_2 + \frac{1}{\frac{r_2}{r_3}}, \\ r_{n-2} &= r_{n-1}q_{n-1} + r_n, & \frac{r_{n-2}}{r_{n-1}} &= q_{n-1} + \frac{1}{\frac{r_{n-1}}{r_n}}, \\ r_{n-1} &= r_nq_n, & \frac{r_{n-1}}{r_n} &= q_n. \end{aligned} \tag{1}$$

Тоді

$$\frac{a}{b} = q_1 + \frac{1}{q_2 + \frac{1}{q_3 + \dots + \frac{1}{q_n}}} \tag{2}$$

Числа  $q_1, q_2, \dots, q_n$  називаються неповними частками послідовних поділів у алгоритмі Евкліда, а вираз (2) – ланцюговим дробом і позначається

$$\frac{a}{b} = [q_1, q_2, \dots, q_n] \quad (3)$$

Дроби  $\delta_1 = q_1, \delta_2 = q_1 + \frac{1}{q_2}, \delta_3 = q_1 + \frac{1}{q_2 + \frac{1}{q_3}}, \dots$  називаються підхідними дробами. Для підхідних дробів  $\delta_s = \frac{P_s}{Q_s}, s = 2, 3, \dots, n$ , справджується рекурентна формула [1]

$$\frac{P_s}{Q_s} = \frac{q_s P_{s-1} + P_{s-2}}{q_s Q_{s-1} + Q_{s-2}}, \quad P_0 = 1, \quad Q_0 = 0, \quad P_1 = q_1, \quad Q_1 = 1. \quad (4)$$

Ланцюгові дроби можна ефективно використовувати при розв'язанні конгруенцій

$$ax \equiv b \pmod{m}. \quad (5)$$

За умови, що  $a, b, m$  – цілі,  $\text{НСД}(a, m) = 1$ , розв'язок (5) – єдиний і подається у вигляді [1]

$$x \equiv (-1)^{n-1} P_{n-1} b \pmod{m}, \quad (6)$$

де  $\frac{m}{a} = [q_1, q_2, \dots, q_n]$ , а  $\delta_{n-1} = \frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}}$ .

Запропонована в 1977 році система RSA є однією з найпопулярніших криптосистем з відкритим ключем. Генерування ключів (відкритого і таємного) в цій системі здійснюється [2] наступним чином: а) вибирають два досить великі прості числа  $p$  і  $q$  та обчислюють їх добуток  $n = p \cdot q$ . Для числа  $n$  обчислюють функцію Ейлера  $\varphi(n) = \varphi(p) \cdot \varphi(q) = (p-1)(q-1)$ ; б) випадковим чином вибирають елемент  $e \in \mathbb{Z}_{\varphi(n)}^*$ , який не перевищує  $\varphi(n)$  і взаємно простий з  $\varphi(n)$ ; в) знаходять інверсію елемента  $e$  за  $\text{mod } \varphi(n)$ , тобто розв'язують конгруенцію

$$e \cdot d \equiv 1 \pmod{\varphi(n)}, \quad (7)$$

яка через сформульовані вимоги, має єдиний розв'язок.

Описані дії визначають відкритий ключ  $e, n = p \cdot q$  і таємний ключ  $d$ .

Таємний ключ  $d$ , як розв'язок конгруенції (7), можна шукати за формулою (6), де  $\frac{\varphi(n)}{e} = [q_1, q_2, \dots, q_k]$ , тобто використовуючи скінчені ланцюгові дроби.

**Приклад.** Нехай  $p = 41$ ,  $q = 53$ ,  $e = 1297$ . Знайдемо таємний ключ  $d$ .

Переконаємось, що НСД  $(e, \varphi(n)) = (1297, 2080) = 1$  й одночасно знайдемо ланцюговий дріб  $\frac{2080}{1297}$ . Застосувавши алгоритм Евкліда до чисел  $2080$  і  $1297$ , прийдемо до такого ланцюгового дроби

$$\frac{2080}{1297} = [1, 1, 1, 1, 1, 10, 4, 1, 4].$$

Для знаходження таємного ключа  $d$  розв'яжемо конгруенцію

$$1297 \cdot d \equiv 1(2080).$$

Розв'язок цієї конгруенції знайдемо за формулою (6). Для цього складемо таблицю чисельників підхідних дроби, використовуючи рекурентну формулу (4):

Таблиця 1

Чисельники підхідних дроби

$q_s$		1	1	1	1	1	10	4	1
$p_s$	1	1	2	3	5	8	85	348	433

Тоді за формулою (6) маємо:

$$d \equiv (-1)^8 433(\text{mod } 2080) \equiv 433(\text{mod } 2080).$$

Отже таємний ключ  $d = 433$ . Зауважимо, що приклад – ілюстративний, бо реально в криптосистемі *RSA* використовують дуже великі прості числа.

### Література

1. И. М. Виноградов Основы теории чисел/ И. М. Виноградов. – Москва.:Наука, 1965. –172с.
2. Вербіцький О.В. Вступ до криптології / О.В.Вербіцький. –Львів.: ВНТЛ, 1998. –246с.

**УДК 514.12**  
**РЕАЛІЗАЦІЯ ОСОБИСТІСНОГО ПІДХОДУ ЯК ОСНОВА**  
**КОМПЕТЕНТІСНОГО НАВЧАННЯ**  
**АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ У ВНЗ**

**Н. А. Тарасенкова, О. М. Коломієць**

Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького, м. Черкаси  
*e-mail: ntaras7@ukr.net*

На сучасному етапі реформування системи освіти в Україні одним із головних завдань теорії і практики навчання є завдання побудови й впровадження на різних стадіях освітнього процесу таких методичних систем, які б забезпечували умови для всебічного розвитку й самореалізації особистості тих, хто навчається [1; 2]. Тому компетентізація математичної освіти в кожній її ланці може і має ґрунтуватися на засадах особистісно орієнтованого підходу, забезпечуючи наступність навчання в усіх її аспектах.

Навчання у загальноосвітній і вищій школі нині розглядається крізь призму єдиного процесу освіти людини, який відбувається протягом усього життя і завдяки чому людина здобуває спроможність змінювати себе, пристосовуватися до суспільно мінливих умов, реалізовувати себе на ринку праці. Навчання у школі та університеті виступають окремими ланками цього процесу, причому найважливішими, оскільки саме тут відбувається становлення особистості й закладається підґрунтя для її самореалізації у подальшій життєдіяльності. Отже, в організації навчання аналітичної геометрії у ВНЗ пріоритетного значення набуває пошук шляхів і засобів спрямування процесу навчання в особистісне русло та його компетентізацію [4].

Проблемі запровадження компетентісного підходу в різних ланках освіти присвячено чимало праць науковців (Н. Бібік, К. Власенко, О. Пометун, О. Семеніхіна, С. Скворцова та ін.). Проте поза увагою дослідників залишились питання диференціації задач як основи для якісного відпрацювання знань і вмінь у навчанні аналітичної геометрії.

Мета роботи – виокремити основні аспекти побудови засобів навчання аналітичної геометрії в умовах компетентізації освіти з урахуванням питань наступності.

У нашому дослідженні встановлено, що забезпечення доступності навчання є одним із таких шляхів. Справді, якщо студент приймає цілі навчання як досяжні й особистісно значущі, якщо на етапі сприйняття та осмислення змісту навчального матеріалу відбувається повне його розуміння, а на етапі відпрацювання знань, навичок і вмінь діяльність студента свідомо спрямовується на зміни в його особистому досвіді, тоді поява станів задоволення результатами інтелектуальної й моральної напруги, відчуття успіху в навчанні стає не виключенням, а скоріше

нормою навчальної діяльності студента. Як наслідок, відбувається мобілізація прихованих ресурсів студента; його ставлення до корекції власних знань, навичок і вмінь змінюється з негативного (як до вимушеного акту) на позитивне (як до необхідного акту) [3]; Я-концепція студента частіше за все набуває позитивного забарвлення.

Організація навчального процесу з аналітичної геометрії в умовах особистісно орієнтованого, а отже, і компетентнісного підходу неможлива без впровадження диференційованих засобів навчання, зокрема створення й використання відповідних систем вправ і задач. При цьому доцільно спиратися на основні теоретичні положення стосовно будови диференційованої системи вправ і задач [3; 5].

У навчанні аналітичної геометрії у ВНЗ доцільним є поділ задач на стандартні, напівстандартні та нестандартні, враховуючи те, що цей розподіл буде різним для різних типологічних груп студентів. Перелік задач, що пропонується для самостійної роботи студентів, має розпочинатися задачею, яка є стандартною для слабого студента, й закінчуватися задачею, яка є нестандартною для сильного студента. Саме такий підхід реалізовано нами у посібнику [5]. Крім того, диференціювання вправ і задач необхідно проводити за двома основами – змістовою та знаково-символічною [3]. Це дозволить плавніше нарощувати трудність задач і точніше «зважувати» їх.

У подальших дослідженнях доцільно зосередити увагу на семіотичних особливостях навчання аналітичної геометрії.

**Роботу виконано за підтримки МОН України  
(держ. реєстрац. номер 0115U000639).**

**Література**

1. Стратегія сталого розвитку «Україна — 2020» : Указ Президента України від 12 січня 2015 року №5/2015 : [Електронний ресурс]. – Режим доступу: zakon.rada.gov.ua/laws/show/5/2015.
2. Національна стратегія розвитку освіти в Україні на період до 2021 року, затверджена Указом Президента України від 25.06.2013 № 344 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/344/2013
3. Тарасенкова Н. А. Теоретико-методичні основи використання знаково-символьних засобів у навчанні математики учнів основної школи : дис. ... докт. пед. наук : 13.00.02 / Н. А. Тарасенкова; ЧНУ ім. Б. Хмельницького. – Черкаси, 2004. – 630 с.
4. Тарасенкова Н. А. Зміст і структура математичної компетентності учнів загальноосвітніх навчальних закладів / Н. А. Тарасенкова, В. К. Кірман // Математика в школі. – 2008. – № 6. – С. 3–9.
5. Тарасенкова Н. А. Лінії другого порядку: Навч.-метод. посіб. для організації сам. роботи студ. / Н. А. Тарасенкова, О. М. Коломієць– Черкаси: Сіяч, 2000. – 80 с.

## СЕКЦІЯ 1. ІСТОРІЯ МАТЕМАТИКИ

УДК 378.2  
МАТЕМАТИКА В ЖИЗНИ И ИССЛЕДОВАНИЯХ АЛЬБЕРТА  
ЭЙНШТЕЙНА

Н. В. Белых

Донбасская государственная машиностроительная академия  
e-mail: nataliya.v.belykh@mail.ru

**Постановка проблемы.** В большинстве случаев студенты не имеют достаточных представлений об использовании математических знаний и умений при изучении смежных дисциплин, а также в будущей профессиональной деятельности. На примере научной работы Альберта Эйнштейна, одного из основателей современной теоретической физики, показана связь математики с другими научными дисциплинами.

**Анализ последних исследований.** Проблеме межпредметных связей посвящено немало научных работ. В контексте данной работы отдельно следует отметить исследования ученых – педагогов, которые изучали межпредметную связь между физикой и математикой. Это С.П. Величко, С.У. Гончаренко, Ю.И. Дик, В.В. Завьялов, Ю.И. Лукьянов, В.Г. Разумовский, О.В. Сергеев, Н.В. Стучинская, О.В. Усова и др.

**Цель исследования** – изучение вопроса о необходимости математических знаний при проведении исследований в теоретической физике на примере научной деятельности Альберта Эйнштейна.

**Изложение основного материала исследования.** Альберт Эйнштейн – гений, который произвел революцию в нашем понимании Вселенной, который вместе со своей харизмой, человечностью, экстраординарным умом и выдающейся внешностью стал одним из самых известных ученых в мире.

Тем не менее, существует миф о том, что Эйнштейн плохо знал математику, отказывался от занятий математикой. Он настолько распространен, что люди принимают его за действительность и даже не пытаются узнать об этом больше.

Давайте обратимся к первоисточнику – вот что пишет Альберт Эйнштейн в своей автобиографии: «В возрасте 12—16 лет я ознакомился с элементами математики, включая основы дифференциального и интегрального исчисления. При этом, на мое счастье, мне попались книги, в которых обращалось не слишком много внимания на логическую строгость, зато хорошо была выделена везде главная мысль. Всё это занятие было поистине увлекательно; в нём были взлёты, по силе впечатления не уступавшие «чуду» элементарной геометрии — основная



идея аналитической геометрии, бесконечные ряды, понятие дифференциала и интеграла».

Далее следует учеба в Цюрихском политехникуме: «Когда я в возрасте 17 лет поступил в Цюрихский политехникум в качестве студента по физике и математике, я уже был немного знаком и с теоретической физикой. Там у меня были прекрасные преподаватели (например, Гурвич, Минковский), так что, собственно говоря, я мог бы получить солидное математическое образование. Я же большую часть времени работал в физической лаборатории, увлечённый непосредственным соприкосновением с опытом».

Несмотря на то, что Эйнштейн больше внимания уделял не математике, а физике, наибольшее влияние на него оказал как раз профессор математики Герман Минковский. Хотя Эйнштейн высоко оценил то, как Минковский связывал воедино математику и физику, более сложные его курсы он не стал слушать, за что Минковский его обозвал ленивым щенком и заметил: «Он вообще не утруждал себя занятиями математикой».

Объяснение этому можно найти в словах самого Альберта Эйнштейна: «Причиной того, что я до некоторой степени пренебрегал математикой, было не только преобладание естественно-научных интересов над интересами математическими, но и следующее своеобразное чувство. Я видел, что математика делится на множество специальных областей, и каждая из них может занять всю отпущенную нам короткую жизнь. И я увидел себя в положении Буриданова осла, который не может решить, какую же ему взять охапку сена».

Позже Эйнштейн признавался: «Когда я был студентом, я еще не понимал, что глубоко понять основные физические принципы возможно, лишь увязав их с наиболее сложными математическими методами».

Осознание этого факта придет к нему позже, когда он будет сражаться с геометрической интерпретацией своей теории гравитации и ему придется обратиться за помощью к тому самому профессору математики, который однажды назвал его ленивым щенком. «Я проникся большим уважением к математике, – написал он коллеге в 1912 году, – хитроумные разделы которой я по простоте душевной до сих пор считал обычными безделушками». В конце жизни он выразил сожаление по этому же поводу в разговоре с молодым другом. «В раннем возрасте я посчитал, что успешному физики необходимо знать лишь основы математики, – сказал он, – в более зрелом возрасте я с великим сожалением понял, что это мое умозаключение совершенно ошибочно».

К 1912 году физик пришел к выводу, что математика может быть полезным инструментом не только для описания законов природы, но и для их открытия. До тех пор научный успех Эйнштейна основывался на его уникальном чутье, позволявшем ему ощущать основные физические

законы природы, а найти лучшее математического описание этих законов казалось ему менее сложным и интересным делом, и он оставлял это другим. Например, подобную задачу в отношении специальной теории относительности выполнил Минковский – тот самый учитель, который назвал Эйнштейна ленивым щенком.

Когда Эйнштейн вернулся из Праги в Цюрих в июле 1912 года, один из первых визитов он нанес своему другу – математику Марселю Гроссману. Эйнштейн объяснил ему, что нужен математический аппарат, с помощью которого можно было бы описать гравитационное поле, а возможно, даже установить законы, которым оно подчиняется. Гроссман, поразмышляв о проблеме, порекомендовал ему неевклидову геометрию.

В своих попытках вывести уравнения гравитационного Эйнштейн использовал два подхода. В первом он применял так называемую физическую стратегию, с помощью которой пытался построить правильные уравнения исходя из набора требований, продиктованных его пониманием физики. В то же время он использовал и “математическую стратегию” – пытался вывести правильные уравнения из более формальных математических требований, используя тензорный анализ, как ему и рекомендовал Гроссман и другие математики.

Но в какой-то момент Эйнштейна постигло разочарование. Не получалось одновременно удовлетворить обоим наборам требований, по крайней мере так показалось. Тогда он посчитал свои выводы неправильными и забросил свою работу в этом направлении на два с лишним года. Хотя именно в тот период физик подошел довольно близко к правильному решению.

В результате Эйнштейн стал меньше полагаться на математическую стратегию, о чем он впоследствии пожалеет. Когда же он в конце концов вернется к математической стратегии, она блистательно докажет свою успешность. После этого Эйнштейн всегда будет прославлять достоинства – и научные, и философские – математического формализма.

Научная деятельность Альберта Эйнштейна показала тесную связь смежных научных дисциплин и необходимость в знании математики при проведении исследований в физике и других областях знаний. При этом вполне успешным оказывается результат сотрудничества ученых разных профилей, поскольку для серьезных исследований в одной из сфер науки необходимо большую часть времени и внимания уделять именно ей.

### Литература

1. Айзексон У. Эйнштейн. Его жизнь и его Вселенная / Уолтер Айзексон. – Москва: Corpus, 2015. – 832 с.
2. Кузнецов Б. Г. Эйнштейн. Жизнь. Смерть. Бессмертие. / Борис Григорьевич Кузнецов. – Москва: Наука, 1980. – 356 с.
3. Эйнштейн А. Творческая автобиография / Альберт Эйнштейн. // Успехи физических наук. – 1956. – №1. – С. 71–105.

## УДК 51.091 ДЕЯКІ ІСТОРИЧНІ АСПЕКТИ СТАНОВЛЕННЯ БІОМЕТРІЇ

Т.В. Бірюкова<sup>1</sup>, О.І. Олар<sup>2</sup>, О.Ю. Микитюк<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Вищий державний навчальний заклад України «Буковинський державний медичний університет», м. Чернівці  
*e-mail: tanokbir@mail.ru*

<sup>2</sup>Вищий державний навчальний заклад України «Буковинський державний медичний університет», м. Чернівці  
*e-mail: elena.olar@mail.ru*

<sup>3</sup>Вищий державний навчальний заклад України «Буковинський державний медичний університет», м. Чернівці  
*e-mail: orusia2@gmail.com*

Науку можна розглядати як єдину систему знань людства. Математика – одна із складових науки. Найчастіше під словом «наука» розуміють окрему галузь знань, виділяють групи наук. Наприклад, суспільні, гуманітарні, природничі, математичні, технічні і т.ін. Розглянемо, яке місце серед наук займає математика, як вона пов'язана з іншими науками.

Різні вчені відповідають по-різному. Наприклад, К.Гаус писав, що «математика – цариця наук». О.М.Крилов вважав, що «математика – це інструмент, такий самий, як і молоток, зубило, напилек для слюсаря або рубанок, сокира, пила для тесляра». Математична мова, методи, методи моделювання дуже важливі для багатьох наук. Відомий фізик Ф.Дайсон зауважив, що «математика для фізика – це не просто інструмент, з допомогою якого він може кількісно описати будь-яке явище, але й головне джерело уявлень про принципи, на основі яких зароджуються нові теорії» [1]. Фізика настільки тісно пов'язана з математикою, що розглядають фізико-математичні науки. Багато фізичних законів записуються на основі знань похідної, інтеграла, диференціальних рівнянь. Хіміки, біологи, геодезисти та інші науковці часто використовують математичні моделі. Відомий математик і анатом Леонардо да Вінчі вважав, що «ніякої достовірності немає в науках там, де не можна прикласти жодної з математичних наук, і в тому, що не має зв'язку з математикою». Визначний хірург М. М. Амосов писав: «...як наукову, так і практичну діяльність медицини повинні проводити разом з математиками та інженерами». Для них математика – це мова та інструмент. Тісно пов'язані кібернетика і математика. Відомий американський математик, спеціаліст з математичного аналізу і теорії ймовірностей, основ математики та обчислювальної техніки Норберт Вінер – «батько кібернетики» - помітив, займаючись прикладними питаннями математики,

аналогії між процесами, що відбуваються в електричних та електронних системах і живих організмах. І досліджуючи ці аналогії створив кібернетику – науку про керування.

У нашому житті все тісно пов'язано одне з одним. Недарма кажуть, що необхідно знати все про щось і щось про все. Дуже цікаві дисципліни виникають на межі або в граничних областях деяких наук. Приклад такого симбіозу – біометрія, основним завданням якої є планування кількості біологічних експериментів і обробка результатів методами математичної статистики. Основоположник біометрії – Френсіс Гальтон. Навчаючись у Кембріджському університеті він зацікавився природничими науками, метеорологією, теорією спадковості й еволюції. Ф.Гальтон вперше ввів термін «biometry» в книзі, присвяченій спадковості, і в цей час ним були розроблені основи кореляційного аналізу. Ф.Гальтон заклав основи нової науки, а обґрунтування ввів Карл Пірсон. Він дав означення середнього квадратичного відхилення, коефіцієнта варіації, розпочав створення основ множинної регресії при математичному оформленні теорії спадковості Ф.Гальтона. У своїх розділах біометрія спирається на теорію імовірності, яка дозволяє оцінити надійність та точність висновків, зроблених під час обробки статистичного матеріалу.

Поряд з біометрією йде математична статистика. Це розділ математики, присвячений математичним методам систематизації, обробки, дослідженню статистичних даних для наукових і практичних висновків. Математична статистика розробляє спеціальну методологію дослідження й обробки матеріалів: масові статистичні спостереження, метод групування середніх величин, індексів, балансовий метод, метод графічного зображення. Математичний напрямок у статистиці розвинутий у роботах Ф.Гальтона, К.Пірсона, В.Госсета, Р.Фішера, М.Мітчелла та інших. Представники цього напрямку вважали основою статистики, як однієї із галузей прикладної математики, теорію ймовірностей.

Ф.Гальтоном окрім вищевказаної теорії спадковості було розроблено використання поняття перцентилля. Так, він виявив, що розкид оцінок, отриманих на університетських іспитах, підкоряється закону нормального розподілу. Взагалі, він вважав, що багато людських якостей можуть бути описані двома основними параметрами: середньою оцінкою розподілу (математичним сподіванням) і діапазоном розкиду навколо середньої оцінки (стандартним відхиленням). Рухомий своєю центральною ідеєю успадкування психічних властивостей, Гальтон зробив дуже важливе відкриття існування кореляції. Перша згадка про неї з'явилася в 1888р. Наприклад, він встановив, що сини дуже високих людей, у середньому, нижче своїх батьків, а сини низькорослих чоловіків виявляються вищими своїх батьків. Згодом студент Гальтона - Карл Пірсон ввів формулу

коефіцієнта кореляції, яка використовується і в наш час. Він опублікував понад 400 робіт з математичної статистики, розробив теорію кореляції, критерії згоди, алгоритми прийняття рішень і оцінки параметрів. З його ім'ям пов'язані такі широко вживані терміни й методи: коефіцієнт варіації, коефіцієнт кореляції Пірсона та кореляційний аналіз, нормальний розподіл та розподіл Пірсона, множинна регресія, криві Пірсона, рангова кореляція, багато інших. К.Пірсон багато зусиль доклав для застосування своїх відкриттів у прикладних науках, перш за все у біології та медицині. Також необхідно відзначити роботи з філософії та історії науки.

Видатним продовжувачем робіт К.Пірсона з прикладної математичної статистики став Рональд Ейлмер Фішер. Р. Фішер розвивав методи кількісного аналізу. Він зазначив, наприклад, особливий характер впливу будь-якого зсуву в економіці на економічну змінну, оскільки такий вплив зазвичай виходить за межі самої змінної. Цей висновок доводить, що він розглядав статистику не просто як зручний інструмент, але як складову частину економічного аналізу. У книзі "Складання індексів" він розробив і класифікував сотні формул, піддавши їх різноманітним перевіркам. Практично всі сучасні дослідження в області індексів спираються на його воістину монументальний аналіз [2].

Вільям Госсет, що працював під псевдонімом Стьдента, розробив теорію малої вибірки. В.Госсет опублікував праці з теорії ймовірності та математичної статистики. У цих працях він отримав статистичне оцінювання критеріїв, узагальнений розподіл, дріб Стьюдента, стьюдентизоване відхилення. В. Госсет отримав одне з найбільш важливих статистичних розподілів, t-розподіл С математичної статистики.

Таким чином, починаючи з ХХ ст. статистика стала всеосяжною. Відомий англійський вчений у галузі економічної статистики У. Дж. Рейхман писав, що ми живемо в еру статистики, зараз кожен з аспектів явищ природи, а також людська й інша діяльність піддаються виміру за допомогою статистичних показників [4].

### Література

1. Бевз В.Г. Історія математики. - . — Х.: Вид. гр. «Основа», 2006. — 176 с.
2. Блауг М. Фишер, Ирвинг // 100 великих экономистов до Кейнса = Great Economists before Keynes: An introduction to the lives & works of one hundred great economists of the past. — СПб.: Экономикс, 2008. — 352 с. — Библиотека «Экономической школы». — Вып. 42.
3. Громико А.Л. «Теорія статистики» — М: ИНФРА, Серія «Вища освіта».2000. — 414с.
4. Популярний економіко-статистичний словарь-справочник/Под ред. І.І. Єлісеєвої, - М.: Фінанси і статистика, 1993. –192с.

УДК 373.31:51(091)

## ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ ПОНЯТТЯ «ІНТЕГРАЛ»

А. К. Тертишна

Студент Донбаської Державної машинобудівної академії, м. Краматорськ

*e-mail: alya.tertyshnaya.99@mail.ru*

Науковий керівник: Власенко К.В., д. пед. н, професор ДДМА

**Постановка проблеми.** Більшість фундаментальних математичних понять є дуже важливими під час опанування спеціальних дисциплін. Інтеграл – не виключенням. Ним пронизана вся історія виникнення математики, починаючи від 1800-х років до н.е. та до сьогодення. Саме тому, для кращого опанування цим поняттям треба зануритися та дослідити його історію та розвиток.

**Аналіз останніх досліджень** Проблемі використання історії математики в навчальному процесі присвячені наукові розвідки В. Бевз [1], яка підкреслює, що історія математики дозволяє побачити «живу математику».

**Мета дослідження** – ознайомлення з історією виникнення та розвитку інтеграла.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Інтеграл – одна із основних складових математичного аналізу. Достатньо проаналізувати будь-який підручник, що пов'язано з технічними науками, і ви зустрінетесь із визначенням та застосуванням інтегралу. Здебільшого, ми маємо змогу спостерігати за тим, як увійшли до ужитку такі терміни, як, наприклад, «інтегральна схема», «економічна інтеграція», які прямого відношення до інтеграла не мають, але смислове навантаження зберігають і широко використовуються у літературі. Тому, для того щоб досконало розібратися, як правильно застосовувати інтеграл, ми звернемося до його історії виникнення та розвитку.

*Інтеграл в давнину.* Інтеграція простежується ще в давньому Єгипті, приблизно у 1800 до н.е., Єгипетський математичний папірус демонструє знання формули об'єму січної піраміди. Першим відомим методом для розрахунку інтегралів є метод вичерпання Евдокса (приблизно 370 до н. е.), який намагався знайти площі і об'єми, розриваючи їх на нескінченну безліч частин, для яких площа або об'єм вже відомий. Цей метод був підхоплений і розвинутий Архімедом, і використовувався для розрахунку площ парабол і наближеного розрахунку площі круга. Аналогічні методи були розроблені незалежно в Китаї у 3-ому столітті н.е. Лю Хуейєм, який використовував їх для знаходження площі круга. Цей метод був згодом використаний Дзю Чонгши для знаходження об'єму сфери.

Фундаментальний внесок Евдокса в математику складає метод вичерпання, що отримав таку назву в XVII ст. і застосовувався стародавніми при доказі теорем, пов'язаних з обчисленням площ, об'ємів й інших величин. Він вважається першим варіантом теорії границь. Архімед удосконалив метод вичерпання Евдокса і успішно користувався їм для доведення багатьох теорем. Тут і закладені початки інтегральних методів. Дуже важливим для становлення інтегрального числення було удосконалення Архімедом ідеї Демокріта про розбиття плоских фігур на елементарні полоси, що «заповнюють» фігури, і тіла на шари, що заповнюють їх. Таких елементарних частин могло бути нескінченна множина або скінченне число. Цими діями Архімед передував ідеям Кеплера і Кавальєрі у визначенні числових характеристик різних геометричних об'єктів.

Наступними, хто зробив неабиякий вклад у застосування інтегралу стали Готфрід Вільгелм Лейбніц та Ісаак Ньютон.

У 1708 році спалахнув сумно відомий спір Лейбніца з Ньютоном про науковий пріоритет відкриття диференціального числення. Відомо, що Лейбніц і Ньютон працювали над диференціальним численням. Відомо також, що Ньютон створив свою версію математичного аналізу, методу «флюксий», хоч і опублікував свої результати лише багато років потому. Лейбніц першим опублікував числення нескінченно малих і розробив символіку, яка виявилася настільки зручною, що її використовують і на сьогоднішній день  $\int$ .

Отже, формула Ньютона-Лейбніца – дає співвідношення між операціями обчислення визначеного інтеграла для обчислення первісної. Формула Ньютона-Лейбніца – основна формула інтегрального числення.

$$\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b$$

Після знаменного часу Ньютона і Лейбніца розвиток ідеї інтеграла пішов в двох напрямках: інтеграл, що трактувався як межа деякої суми, певний інтеграл, знаходив більше застосування при вирішенні задач самої математики, механіки, фізики, проник в технічні науки і став використовуватись у всіх галузях природних наук; інтеграл як сімейство первісних, невизначений інтеграл, своїм розвитком викликав виникнення абсолютно нового розділу аналізу – методів інтегрування функцій. Клас інтегрованих функцій весь час поповнювався; найважливіше застосування невизначеного інтеграла відноситься до інтегрування диференціальних рівнянь, складових могутнього апарату багатьох наук.

Не зважаючи на стрімкий розвиток використання цієї формули, вчені зіштовхнулись с деякими проблемами. Обчислення деяких інтегралів по формулі Ньютона – Лейбніца  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$  містило в собі

деякі парадокси. Першим звернув на це увагу Д'Аламбер в 1768 році – помітив, що формулою Ньютона–Лейбніца не можна користуватися при обчисленні інтегралів вигляду  $\int_a^b \frac{dx}{x^m}$ , коли підінтегральна функція на проміжку інтегрування перетворюється в нескінченність. Альтернативний спосіб вирішення цієї проблеми запропонував Огюстен Луї Коші.

Невизначений інтеграл Коші ввів як частинний випадок визначеного, при змінній верхній межі. Він довів неперервність такого інтеграла по верхній межі і теорему про те, що похідна його по верхній межі рівна підінтегральній функції. Коші довів також справедливості формули Ньютона-Лейбніца. Він висловив положення, пов'язані з диференціюванням і інтегруванням по параметру.

Здавалося б, всі варіанти використання та вдосконалення як визначеного, так і невизначеного інтегралу розглянуті та широко використовуються математиками того часу, але все в нашому житті потребує вдосконалення та інтерпретації. Так у 1912 році з'явилося узагальнення інтеграла Лебега – інтеграл А. Данжуа (1884-1973), що викликав нові дослідження. У 1930 р. А.І. Колмогоров (р.1903) опублікував роботу, у котрій охопив усі інтеграли як межі різних інтегральні сум. Інтеграл Колмогорова знайшов застосування в математичній фізиці, при математичному обґрунтуванні квантової механіки.

У розвиток поняття інтеграла, окрім Колмогорова, зробили значний внесок і інші математики. Вони зробили першочергової важливості відкриття. Це П. Л. Чебишев (1821-1894), А. А. Марков (1856-1922), А.М. Ляпунов, П. Н. Лузін (1883-1950), А. Я. Хінчін (1894-1959).

Отже, розглядаючи основні етапи розвитку поняття інтеграл та визначивши шлях його формування, як одного із важливих понять математичного аналізу, ми зайвий раз переконалися, що інтеграл є базовим поняттям, що багато років потому дало змогу вченим почати розвивати математику, як цілісну науку, обчислювати необхідні поверхні, дати надію людству на зародження інноваційних методів обчислення та вдосконалення вже відомих шляхів вирішення багатьох питань, пов'язаних не тільки із математикою, але й в інших галузях науки.

### Література

1. Бевз В. Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: Монографія / В. Г. Бевз. – К. : НПУ імені Драгоманова, 2005. – 360 с.
2. Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия / Г. Вилейтнер. – М. : Наука, 1966.



**УДК 501**  
**М.В. ОСТРОГРАДСЬКИЙ – ГОРДІСТЬ УКРАЇНСЬКОЇ НАЦІЇ**

**Л.М. Карпенко, В.М.Челпан**

ВСПНАУ Слов'янський коледж Національного авіаційного університету,  
м.Слов'янськ  
*e-mail: larisa.karpenko@mail.ru*

**АКТУАЛЬНІСТЬ.** Сьогодні заклади освіти виступають в якості тих установ, які безпосередньо відповідають за формування інтелектуального ресурсу та національної свідомості суспільства. Тому при викладанні навчального матеріалу в ВНЗ слід робити акцент на вклад саме українських вчених, зокрема математиків, в розвиток світової науки та техніки.

Одним із найвизначніших математиків є, наприклад, М.В. Остроградський. Він розв'язав багато проблем з механіки, торії ймовірностей, математичного аналізу, математичної фізики. Однак про його українське походження в навчальному процесі майже не згадується.

Отже, виникає протиріччя між соціально обґрунтованою необхідністю формування національної свідомості та патріотизму на основі історичних прикладів життєдіяльності українських вчених і відсутністю аналізу їх досягнень, який можна використовувати при викладанні дисциплін математичного циклу в ВНЗ.

**МЕТА** дослідження – показати вагомий внесок українських математиків на прикладі М.В. Остроградського в розвиток світової науки і техніки.

**ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ ДОСЛІДЖЕННЯ.** Михайло Васильович Остроградський народився 24 вересня 1801р. в селі Пашенної Полтавської губернії. В 1816 р. вступив до Харківського університету, який блискуче закінчив в 1818 р. В 1822 році переїхав до Парижу, де у 1826 р. представив Паризькій академії наук свою першу наукову працю з поширення хвиль на поверхні рідини. Це стало значним внеском в гідродинаміку [5]. Проблема стоячих хвиль в обмеженому об'ємі рідини сьогодні знаходить своє застосування в різноманітних завданнях прикладного характеру. Сюди відносяться задачі динаміки ракет і літальних апаратів, задачі на міцність резервуарів, що піддаються дії сейсмічних навантажень та ін.

У 1828 р. М.В. Остроградський переїздить до Петербурга, де подає Академії наук свої праці, в одній з яких наводить оригінальне виведення центрального в теорії потенціалу рівняння Пуассона, використовуючи теорему Остроградського – Гауса для напруженості електричного поля в

диференціальній формі [1,с.42]. Взагалі дана теорема має широке практичне застосування. З теореми слідує, що електростатичне поле, створюване зовнішніми зарядами всередині еквіпотенційної поверхні дорівнює нулю. Ця властивість є обґрунтуванням екранування високочутливих приладів від електричних перешкод. Відома формула Остроградського-Гаусса, що зв'язує інтеграл по об'єму з інтегралом по поверхні, що обмежує цей об'єм, була застосована ним до вирішення деяких питань поширення тепла в твердому тілі. За допомогою цієї формули виводяться деякі рівняння математичної фізики, зокрема, рівняння неперервності, рівняння дифузії, рівняння теплопровідності ізотопного тіла, які застосовуються при побудові і дослідженні математичних моделей різних фізичних явищ [3,с.19-26]. М.В.Остроградському належить перша спроба застосування математичних методів при розгляданні питань пов'язаних з промисловим виробництвом. Ще в 1846 році він вказав на можливість застосування вибіркового методу при контролі якості готової продукції. Основи вибіркового методу, запропонованого Остроградським, були розвинені П.Л.Чебишевим, А.М.Ляпуновим, А.А.Марковим і знайшли застосування при вивченні радіоактивного розпаду атомів, випускання електронів розпеченими металами, пульсу струму в силових системах, при аналізі виробництва продукції [2,с.5]. Значний внесок зробив М.В.Остроградський також в розвиток математичного аналізу. Зокрема, в 1844 році представив метод виділення раціональної частини невизначеного інтеграла від раціонального дробу. Цей метод називають «Методом Остроградського». В 1836 запропонував правило заміни змінної в подвійних та потрійних інтегралах, яке було узагальнене К.Г.Якобі для інтеграла будь-якої кратності. При заміні змінних в кратному інтегралі К.Г. Якобі вперше ввів функціональний визначник [4,с.412]. Хоча є думка, що саме М.В.Остроградський першим вказав на роль функціональних визначників при заміні змінних в кратних інтегралах та при розв'язанні диференціальних рівнянь з частинними похідними [1,с.22].

Значний інтерес М.В.Остроградський проявляв і до теоретичної механіки. В дослідженнях по рівнянням динаміки він в 1838 дав канонічну форму рівнянь динаміки і довів, що задача визначення інтегралів цих рівнянь еквівалентна знаходженню повного інтеграла деякого диференціального рівняння в частинних похідних [6, с.235]. Користуючись результатами досліджень можна розв'язати, наприклад, задачу про знаходження рівняння руху матеріальної точки, яка рухається по прямій в однорідному полі сили тяжіння.

Для наочного уявлення розглянуті досягнення М.В.Остроградського та їх практичне значення представлені у вигляді блок-схеми (рис.1).

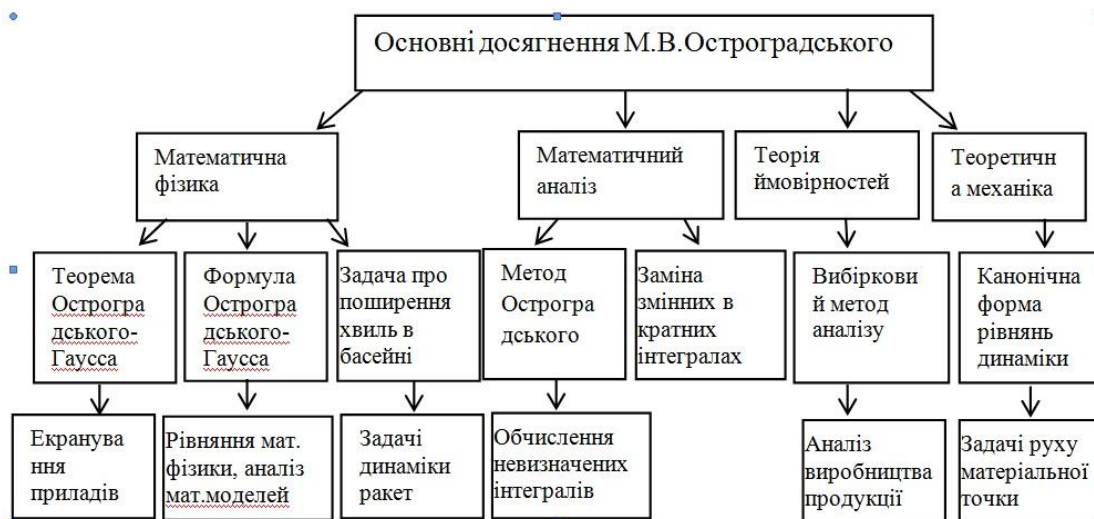


Рис 1. Внесок М.В.Остроградського в науку

**ВИСНОВКИ.** Роботи Остроградського складають фундаментальну основу для розвитку багатьох галузей науки. Їх основне значення полягає в тому, що вони послужили джерелом для ряду подальших досліджень. В даній роботі проаналізована частина його досягнень і їх практичне застосування. Результати аналізу можна використовувати при викладанні математичних і технічних дисциплін в ВНЗ з метою підвищення інтересу до дисципліни та формування національної свідомості молоді.

### Література

1. Голоскоков, Дмитрий Петрович. Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple [Текст] / Д. П. Голоскоков // Учебник для вузов. – СПб: Питер, 2004. – 539с.
2. Длин, Александр Михайлович. Математическая статистика в технике [Текст] / А.М. Длин, Э.Б. Глинер, М.М. Смирнов. – М.: 1958. – 468с.
3. Кошляков, Николай Сергеевич. Уравнения частных производных математической физики [Текст] / Н.С. Кошляков // Учебное пособие для мех-мат факультетов университетов. – М.: Высшая школа, 1970. – 712с.
4. Кудрявцев, Лев Дмитриевич. Краткий курс математического анализа. Дифференциальное и интегральное исчисление функции многих переменных. [Текст] / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Физматлит, 2003. – 424с.
5. Михайло Васильович Остроградський [Електронний ресурс]: за даними відділу наукової інформації та бібліографії Чернігівської ОУНБ ім. Короленка. – Режим доступу: <http://secinfchounbk.blogspot.com/2014/12/18011862.html>
6. Погребыский, Иосиф Бенедиктович. От Лагранжа к Эйнштейну. Классическая механика 19 века [Текст] / И. Б. Погребыский. – М.: Наука, 1966. – 327с.

**УДК 53(07)  
ОСТРОГРАДСЬКИЙ – НАШ ВІТЧИЗНЯНИЙ ВЧЕНИЙ**

**Мельник Н. В., Буликан А. В., Сусь Б. А.**

Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації, вул. Московська, 45,  
м. Київ, 01010,  
e-mail: bogdansus@gmail.com

Михайло Остроградський – видатний вчений. В математиці відома формула Остроградського [1], у фізиці – формула Гаусса-Остроградського [2, 3], Остроградського-Гаусса теорема [4] або Гаусса теорема [5, 6]. Однозначності тут нема. Більше того, з книжок важко зрозуміти, чий вчений Остроградський. Він називається російським вченим [7], в інших випадках – «выдающийся русский математик» [8], ще в інших Остроградський – вітчизняний [9] або український вчений [10]. Цікаво також подається найсвіжіша інформація про Остроградського у Вікіпедії Там Остроградський представляється як «российский математик», а на поміщеній марці як «выдающийся русский математик» (рис. 1).

<p><b>Михаил Васильевич Остроградский</b> (12 [24] сентября 1801 – 20 декабря 1861 [1 января 1862])</p> <p>– российский математик и механик, признанный лидер математиков Российской империи середины XIX века</p> <p><b>Остроградський Михайло Васильович</b> (12 (24) вересня 1801, Пашенівка Полтавської губернії – †20 грудня 1861 (1 січня 1862), Полтава) – видатний український математик, походив із козацько-старшинського роду Остроградських.</p> <p>[Вікіпедія]</p>	 <p>Рис.1.Зображення поштової марки</p>
---	---

З тим, що Остроградський – «российский математик и механик, признанный лидер математиков Российской империи середине XIX века», без будь-яких застережень можна погодитись. Бо тоді так називалась держава, в якій жив і працював Остроградський. Але ніяк не виходить зрозуміти, що Остроградський «русский математик». Для того, щоб

визначитись, до якої нації належить Остроградський, наведемо його короткі біографічні дані [11].

Народився Остроградський в Україні, на полтавському хуторі Пашенна Кобеляцького повіту (тепер с. Пашенівка, що на шляху між Решетилівкою і Кременчуком) в бідній дворянській родині. Його батько і мати походили з українського козацько-старшинського роду, чим він надзвичайно гордився. Сам дуже хотів бути військовим.

Коли Михайлу сповнилось 9 років, батько відвіз його до Полтави, де він навчався у школі для бідних дворян, а потім у гімназії. Та невдовзі французький імператор Наполеон Бонапарт пішов війною на Росію. В Полтаву надійшло розпорядження формувати козацькі полки. Серед вихователів Остроградського був славетний Іван Петрович Котляревський, який виїхав формувати п'ятий кінноукраїнський полк. Михайлові дуже хотілося стати військовим, так що батько змушений був забрати його з гімназії і направився у Петербург. Однак по дорозі за намовою брата Прокопа Андрійовича рішення було змінене і вони повернули до Харкова, де відкрився університет. Після підготовки Остроградського зараховують вільнослухачем фізико-математичного факультету, а через рік – студентом. За один рік Остроградський пройшов університетський курс і склав екзамен. Ще за рік склав кандидатський екзамен. Однак, зіткнувшись з несправедливістю, яка в цей час панувала в університеті, Остроградський відмовляється від диплома і їде додому. Тут він приймає тверде рішення: їхати на навчання в Париж... Довга дорога до Франції... Колеж де Франс, лекції в Сорбонні, відкриті засідання математичного відділення Паризької Академії наук... Лаплас, Коші, Фур'є, Пуассон... Перші мемуари... Остроградський стає своєю людиною у гуртку Фур'є, співпрацює з Діріхле, Абелем... Скрутні умови життя... Боргова в'язниця, звідки надсилає до Академії наук "Мемуар про поширення хвиль у циліндричному басейні"... Академік Коші сплачує борг і Остроградський виходить з в'язниці. Успішний виступ на найвищому науковому форумі в Академії, удостоєння найвищої відзнаки...

Повертався в Росію з пригодами... Підробляючи, пішки добирався з Франкфурта. Звернувся до студентів Дерптського професорського інституту – Володимир Даль, Микола Пирогов... Студент Язиков писав своїм батькам про цю дивну зустріч: *"... до нас завітав нещасний російський пішоходець. Ми йому допомогли: вимили, одягли, нагодували й дали грошей на харчування... Прізвище його - Остроградський; він прийшов у Дерпт майже голий: біля Франкфурта його пограбували. А їхав він із Парижу, де сім років студіював математику і, як казав, був навіть учителем у школі Генріха IV...Що він росіянин, був довго в Парижі, і як його прізвище, - ми дізналися із перепустки..."*

У Петербурзі Остроградський підготував наукові матеріали, подав їх в Академію наук і поїхав у свою Пашенну... На конференції 21 грудня

1831 року він був обраний ад'юнктом Петербургської академії наук. Почалася велика продуктивна наукова і педагогічна діяльність, яка принесла йому визнання співвітчизників і в усьому світі... Професор математики в Головному педагогічному інституті, в Миколаївській інженерній академії, в Михайлівській артилерійській академії, головний наглядач за викладанням математичних наук у військово-навчальних закладах Росії, за викладанням математичних наук в Інституті інженерів шляхів сполучення і Будівельному училищі...

Працюючи в Петербурзі, Остроградський підтримував тісні дружні контакти з представниками української інтелігенції, зокрема М. Максимовичем, Гулаком-Артемовським, Тарасом Шевченком. Годинами знаходився біля Тараса Шевченка в останні дні його життя. Помер Остроградський раптово у тому ж 1861 році в Полтаві, куди приїхав на лікування з Пашенної після застуди.

Як бачимо, Михайла Остроградського можна назвати російським вченим, бо тоді Україна належала до Російської імперії, столицею якої був Петербург, але нема ніяких підстав називати його «русским ученым». Шевченко також жив і працював у Петербурзі, але його називають українським поетом. Так само й Остроградського слід називати українським вченим.

### Література

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 3 / Г.М. Фихтенгольц. – М.: ГИТТЛ, 1949. – С. 451.
2. Физический энциклопедический словарь, т. 1. – М.: Энциклопедия. 1960. – С. 393.
3. Карякин Н.И. Краткий справочник по физике / К.Н. Быстров, П.С. Киреев. – М. ГИ «Высшая школа». 1962. – С. 188.
4. Яворский Б.М. Справочник по физике / Б.М. Яворский, А.А. Детлаф. – М.: ГИ Ф-М Л. 1963. – С. 334.
5. Бутиков Е.И. Физика. Книга 2. Электродинамика / Е.И. Бутиков., А.С. Кондратьев. Физика. – Москва: ФИЗМАТЛИТ. 2008. – С. 24.
6. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике, т.5 / Р.Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс . – М.: МИР. 1966. – С. 83.
7. Википедия. Михаил Остроградский.
8. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский . – М.: ГИ Ф-М Л. 1963. – С. 395.
9. Храмов Ю.О. Фізики. Довідник / Ю.О. Храмов. – К. «НАУКОВА ДУМКА». 1974. – С. 244.
10. Шаров Ігор. 100 видатних імен України / Ігор Шаров. – К.: Шут Видавничий дім «Альтернативи». 1999. – С. 298.
11. Шут Микола. Національно-патріотичне виховання студентів у процесі вивчення фізики у вищій школі / Матеріали міжнародного симпозиуму "Інтеграція науки и образования" // Микола Шут, Богдан Сусь. – Киев: Феникс, 2008. – С. 251-261.

**УДК 373.31:51(091)**  
**ІСТОРІЯ ЗАСТОСУВАННЯ ВИЗНАЧЕНОГО ІНТЕГРАЛА В**  
**ЕКОНОМІЦІ**

**Ю.Д. Карлаш (Панченко)**

Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ

*e-mail: yulia.panchenko2014@yandex.ru*

Науковий керівник: В.О. Паламарчук, канд. техн. наук, доцент

**Постановка проблеми.** Уся історія математики, починаючи з її виникнення, пов'язана з економічним життям тогочасного суспільства. Геометрія з'явилась з потреб земельних відносин у Єгипті, десяткове числення виникло як відповідь на ускладнення фінансових відносин у середні віка, полегшуючи банківські операції. Вибуховий розвиток промисловості у кінці XIX сторіччя викликав бурхливе зростання економічних відносин і необхідність появи відповідного математичного апарату. Інтегральне числення має багатий математичний апарат для моделювання й дослідження процесів, що відбуваються в економіці [1].

**Аналіз останніх досліджень.** Глобалізація зачіпляє усі сфери життя людства і це відзеркалюється на розвитку науки – математика все більше інтегрується у економіку і дозволяє досягти значних успіхів. Математика зараз є невід'ємною частиною економіки, яка створює алгоритми розв'язання тих чи інших невідкладних питань. Поєднання математики і ІТ технологій пронизує усі економічні дослідження. Наприклад, спеціалісти Лейденського університету провели дослідження[2], у ході якого з'ясувалось, що теорія складності обчислень могла б передбачити світову фінансову кризу 2008 року уже у 2005 році.

**Мета дослідження** – відобразити історичну роль інтегрального числення у розвитку економіки.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** На початку XX сторіччя виникла потреба у теоретичних дослідженнях економічних процесів. Аналіз доходності фінансових ринків вимагав розробку алгоритму дисконтування. Дисконтування є єдиною методикою, яка порівнює вартість різних об'єктів у часі. Дисконтування приводить теперішню вартість до майбутньої. У цьому алгоритмі використовується визначений інтеграл[3]. Розглянемо *приклад 1*

Визначити дисконтований дохід  $K$  за 4 роки при відсотковій ставці  $P=6\%$ , якщо початкові капіталовкладення склали 12 тис. грн і щорічно передбачається збільшувати капіталовкладення на 1 тис. гривень.

*Розв'язок.*

Введемо функцію  $f(t) = N + mt$ , де  $N$  – початкові капіталовкладення,  $m$ - сума на яку передбачається збільшувати капіталовкладення. Значить  $f(t) = 12 + t$ .

Дисконтований дохід за час  $T$  обчислюється за формулою

$$K = \int_0^T f(t)e^{-it} dt, \text{ де } i = \frac{p}{100} = \frac{6}{100} = 0,06 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{В нашому випадку } K &= \int_0^4 (12+t)e^{-0,06t} dt = \left. \begin{aligned} u = 12+t, \quad dv = e^{-0,06t} dt \\ du = dt, \quad v = \frac{1}{-0,06} e^{-0,06t} \end{aligned} \right|_0^4 = \\ &= (12+t) \frac{1}{-0,06} e^{-0,06t} \Big|_0^4 - \int_0^4 \frac{1}{-0,06} e^{-0,06t} dt = (12+t) \frac{1}{-0,06} e^{-0,06t} \Big|_0^4 - \frac{1}{(0,06)^2} e^{-0,06t} \Big|_0^4 = \\ &= \frac{-16}{0,06} e^{-0,24} + \frac{12}{0,06} - \frac{1}{(0,06)^2} e^{-0,24} + \frac{1}{(0,06)^2} \approx 49,5 \end{aligned}$$

Це означає, що майбутня вартість активу дорівнює 49,5 тис грн.

Для моделювання розподілів доходів суспільства, майна домогосподарств, часток ринку для окремих підприємств галузі, природних ресурсів окремих країн використовують розподіл Лоренца, який він запропонував у 1905 році[4].

Графіком функції (в прямокутній системі координат) є крива Лоренца, яка опукла вниз та проходить під діагоналлю одиничного квадрата, що розташований в першій координатній чверті. Кожна точка на кривій Лоренца відповідає твердженню на зразок «20 найбідніших відсотків населення отримують 7 % від його сукупного доходу». У випадку абсолютно рівного розподілу, кожна група населення має дохід, який пропорційний її чисельності. Такий випадок описується кривою рівності, що є насправді прямою, тобто - діагоналлю одиничного квадрата. У випадку повної нерівності розподілу (коли лише один член суспільства отримує дохід) крива спочатку «прилипає» до вісі абсцис, а потім з точки (1;0) скачкоподібно переходить у точку (1;1). Будь-яка інша крива Лоренца буде міститися між кривою абсолютної рівності і кривою повної нерівності (рис. 1).

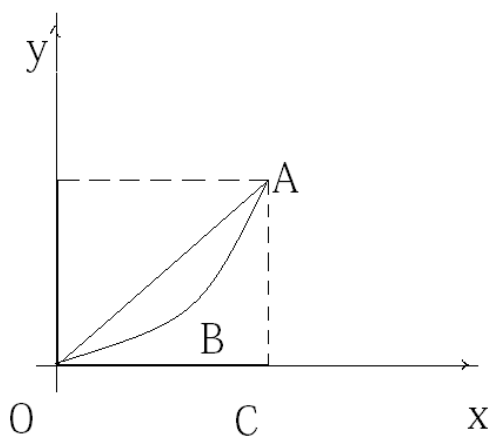


Рис.1 - Стандартний вигляд кривої Лоренца



Методику дослідження цієї кривої запропонував Коррадо Джині у 1912 році.

Заштрихована фігура ОВА характеризує коефіцієнт Джині своїм розміром – чим вона більша, тим більш нерівномірно розподілені доходи.

Коефіцієнт Джині — це відношення площі ОАВ до площі ОАС:

$$K = \frac{S_{OAB}}{S_{OAC}} \quad (2)$$

Звідси:

$$K = \frac{\frac{1}{2} - S_{OBAC}}{\frac{1}{2}} = 1 - 2 \int_0^1 f(x) dx \quad (3)$$

Якщо  $s_{OAC} = \frac{1}{2}$ , то  $S_{OBAC} = \int_0^1 f(x) dx$

*Приклад 2:* Крива Лоренца описана рівнянням  $y = 1 - \sqrt[3]{x}$   $x$  – доля населення,  $y$  – доля доходів населення. Необхідно обчислити коефіцієнт Джині, зробити висновки.

*Розв'язок.*

Використаємо формулу (3)

$$K = 1 - 2 \int_0^1 (1 - \sqrt[3]{x}) dx = 1 - 2 \left( x - \frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} \right) = 1 - 2 \left( 1 - \frac{3}{4} \right) = 0,5$$

Коефіцієнт Джині склав 0,5, що означає: Розподіл доходів серед населення досить несправедливий.

Отже, за допомогою визначеного інтеграла в економіці можна виконувати обчислення, які є достатньо простими (для людини, яка знає математику), не вимагають використання складних понять у процесі аналізу і дозволяють розв'язувати складні задачі аналітичного і прогностичного характеру.

Застосування визначеного інтеграла допомагає вивчати економіку, маючи знання з математики. Серед задач, у яких використовується визначений інтеграл, є задачі обчислення і аналізу споживчих надлишків, ринкової рівноваги та ін.

### Література

1. Малыхин В.И. Математика в экономике / Малыхин В.И. М:Инфра-М, 1999.
2. Определённый интеграл в экономических задачах и экономической теории – [электронный ресурс].- Режим доступа: <http://www.scienceforum.ru/2014/444/440>
3. Ситун А. Е. «Определённый интеграл в экономических задачах» – [электронный ресурс].- Режим доступа: [http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU\\_Edition/335.pdf](http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/335.pdf)
4. Рождественська Л. Г. Статистика ринку товарів і послуг: Навч. посіб. — К.: КНЕУ, 2005. — 419 с. ISBN 966-574-691-X

**УДК 373.31:51(091)**  
**ІСТОРИЧНИЙ ШЛЯХ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ**

**Г.Б. Савченко**

Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ

*e-mail: galler.stooges@gmail.com*

Науковий керівник: В.О. Паламарчук, канд. техн. наук, доцент

**Постановка проблеми.** Теорія ймовірностей займає серед математичних наук особливе місце [7]. Серед математичних наук теорія ймовірностей найбільш інтуїтивна наука. Вона не містить „багатоповерхові абстракції” і при цьому має розвинений математичний апарат. Однією з найважливіших сфер застосування теорії ймовірностей є економіка. Багато економічних показників (продуктивність праці, виробіток на одного робітника за зміну, страховий запас, резервні потужності, попит на товари виробника) є випадковими величинами. Прогнозування економічних явищ здійснюється на основі економетричного моделювання, регресійного аналізу, трендових і згладжуючих моделей, що опираються на теорію ймовірностей. Для інженерної справи серйозну роль відіграє теорія надійності, що широко використовує методи теорії ймовірностей.

**Аналіз останніх досліджень.** Сучасна теорія ймовірностей охоплює такі напрями: теорія та статистичний аналіз випадкових процесів та полів; стохастичний аналіз і стохастичні диференціальні рівняння; гауссові випадкові процеси та їх узагальнення; лінійні та нелінійні методи математичної статистики. Науковцями проводяться дослідження прикладного характеру у галузях математичної економіки, вибіркового обстеження, теорії розпізнавання образів, демографії, радіаційної медицини. Одержані теоретичні результати використовуються для розв’язання прикладних задач моделювання і аналізу складних процесів в технічних, біологічних, економічних системах, а саме: демографії, біології, медицині, при розробці телекомунікаційних засобів та методів захисту інформації. На їх основі створені нові методи статистичного оцінювання спрямовані на обробку результатів технічних, соціальних, медико-біологічних, радіологічних і біомолекулярних досліджень.

**Мета дослідження** – відобразити історичний шлях теорії ймовірностей.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Виникнення теорії ймовірностей як науки відносять до середніх століть і першим спробам математичного аналізу азартних ігор. Спочатку її основні поняття не мали строго математичного вигляду, до них можна було ставитися як до деяких

емпіричних фактів, властивостей реальних подій, і вони формулювалися в наочних прикладах. Найранніші праці в галузі теорії ймовірностей належать до XVII століття. Навіть славетний Ньютон (1645-1727). підраховував ймовірнісні залежності, що виникають під час кидання гральних кубиків, а саме розв'язав задачу: яка з подій більш вірогідна: поява принаймні однієї шістки при підкиданні шести гральних кубиків або поява хоча б двох шісток при підкиданні 12 кубиків. Блез Паскаль і П'єр Ферма теж досліджували прогнозування виграшу в азартних іграх. Обговорення в листуванні Б. Паскаля і П. Ферма питань справедливого розподілу поставлених двома гравцями грошей, якщо вони з якихось причин припинили гру передчасно, послужили приводом для запровадження поняття математичного сподівання, і спроб формулювання основних теорем додавання й добутку ймовірностей [3,6].

Справжню наукову основу теорії ймовірностей заклав великий математик Якоб Бернуллі (1654-1705). Його праця «Мистецтва припущень» стала першим ґрунтовним трактатом з теорії ймовірностей. Вона містила загальну теорію перестановок і поєднань. А сформульований Бернуллі закон великих чисел дав можливість встановити зв'язок між імовірністю будь-якої випадкової події та частотою її появи, яка спостерігається безпосередньо з досвіду. У першій половині XIX століття теорія ймовірностей починає застосовуватися до аналізу похибок спостережень; Лаплас і Пуассон довели перші граничні теореми. У другій половині XIX століття значний доробок зробили російські вчені: П. Л. Чебишов, А. А. Марков і О. М. Ляпунов. Тоді було доведено закон великих чисел, центральну граничну теорему, а також розроблено теорію ланцюгів Маркова. Проте тривалий час багато математиків не вважали теорію ймовірностей математичною дисципліною тому що на той час були відсутні чіткі математичні означення її основних понять. У 1900 р. Д. Гільберт на міжнародному математичному конгресі поставив 23 нерозв'язані проблеми. Шоста з них була пов'язана з аксіоматичною побудовою „таких фізичних дисциплін, як теорія ймовірностей і механіка”. Сучасного вигляду теорія ймовірностей набула завдяки аксіоматизації, яку запропонував А. М. Колмогоров [4]. Врешті-решт теорія ймовірностей набула чіткого математичного вигляду й остаточно стала сприйматися як один з розділів математики. Значний внесок в теорію ймовірностей зробив український математик, академік НАН України, директор Інституту математики НАНУ, лауреат премії імені П. Чебишева Б.В. Гнеденко. Йому вдалося довести в остаточному формулюванні локальну граничну теорему для незалежних, однаково розподілених гратчастих доданків (1948 р.). В Україні він почав дослідження непараметричних методів статистики, закінчив роботу над підручником «Курс теорії ймовірностей»<sup>1</sup> (перше

видання — 1949 р.) [1] і монографією «Граничні розподіли для сум незалежних випадкових величин» [2].

Інститут математики Національної академії наук України на протязі 1980-2001 років створив цикл з восьми монографій „Аналітичні та асимптотичні методи дослідження стохастичних систем та їх застосування”, який отримав Державну премію України в галузі науки і техніки за 2003 рік. Науковцями інституту засновано і видається журнал "Теорія ймовірностей та математична статистика", який перевидається Американським математичним товариством.

На базі розгалужених досліджень з теорії ймовірностей активно розвивались дослідження з математичної статистики. Широкий спектр наукових дисциплін, який включає у себе різні технічні науки, економіку та менеджмент, соціологію, медицину, історію etc, використовує методи прикладної математичної статистики, тому що кожна з цих наук має справу з результатами спостережень, вимірів, випробувань та експериментів. Бурхливий розвиток математичної статистики став би неможливим без статистичної обробки великих масивів даних за допомогою відповідних програмних продуктів [5].

Отже, в сучасному суспільстві теорія ймовірностей та її молодша сестра математична статистика широко застосовуються в різних областях математики, економіки, суспільного життя, техніки і т.д. Надзвичайно важливі щодо практичних застосувань такі галузі математичної статистики (які побудовані на досягненнях теорії ймовірностей), як дисперсійний аналіз, кластерний та дискримінантний аналіз, факторний аналіз. Комплексне застосування цих „інструментів” дозволяє вченим швидко і досконало досліджувати навколишній світ.

### Література

1. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. 7-е изд. — М.: УРСС, 2001. — 318 с. — ISBN 5-8360-0400-5
2. Гнеденко Б. В., Колмогоров А. Н. Предельные распределения для сумм независимых случайных величин. — М.-Л.: ГТТИ, 1949. — 264 с
3. Клейн Ф. Лекції про розвиток математики в ХІХ столітті / Ф. Клейн. — М., 2000. — С. 42-45.
4. Колмогоров А. Н. Основные понятия теории вероятностей. 2-е изд. — М.: Наука, 1974. — 120 с
5. Мамчич Т.І. Статистичний аналіз даних з пакетом STATISTICA / Т.І. Мамчич, А.Я. Оленко, М.М. Осипчук, В.Г. Шпортюк. — Дрогобич: Відродження, 2006, -208 с. ISBN 966-538-161-X
6. Назаров В.Ю. Елементи історії математики / В.Ю. Назаров. — Ніжин. — НДПУ, 2000. — С. 156-158.
7. Скороход А.В. Особливий характер теорії ймовірностей в математичних науках. / У світі математики, 1997, том 3, вип.2. с. 2-4

**УДК 371.134:51(091)**  
**ІСТОРІЯ МАТЕМАТИКИ ЯК ЗАСІБ ПРОФЕСІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ**  
**МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ**

**С.О.Панова**

Бердянський державний педагогічний університет, м.Бердянськ

*e-mail: panovasveta85@ukr.net*

На сучасному етапі модернізації змісту освіти у контексті її відповідності до європейських стандартів постає необхідність підготовки всебічно розвиненої та цілісної особистості, яка вміє критично мислити, творчо самореалізовуватися, навчатися продовж усього життя, вміти ставити цілі та досягати їх. Цьому має сприяти перш за все реформа середньої ланки освіти у відповідності до Концепції «Нової української школи» (2016р.), що є основою для здобуття людиною необхідних життєвих компетентностей [4]. Ця Концепція викликала не аби який резонанс у педагогічній спільноті, серед яких є як і прихильники так і ті, що наголошують на недостатній підготовленості вчителів. Так, директор соціальних програм Центру Разумкова Л. Шангіна переконана, що реформу шкільної освіти потрібно починати з покращення якості освіти майбутніх учителів, потім забезпечити їм гідну зарплату, а вже після того реформувати шкільне навчання [1]. Підтримуючи цю думку міністр освіти і науки Л. Гриневич наголошує, що «студенти, які навчатимуться на педагогічних спеціальностях впродовж наступних років, мають розуміти, якою буде Нова українська школа, у своїх навчальних програмах вони повинні мати компетентнісні методики викладання, розвивати ключові навички, що будуть їм потрібні в майбутньому» [3].

Отже для успішної реалізації освітніх реформ необхідно професійно підготувати вчителів до викладання у Новій українській школі.

Серед десяти ключових компетентностей, які кожна людина потребує для особистої реалізації та досягнення життєвого успіху протягом усього життя, виділяють математичну як культуру логічного і алгоритмічного мислення. Вона включає: уміння застосовувати математичні (числові та геометричні) методи для вирішення прикладних завдань у різних сферах діяльності; здатність до розуміння і використання простих математичних моделей; уміння будувати такі моделі для вирішення проблем [4]. Як зазначає міністр освіти природничо-математичні предмети і спеціальності — у пріоритеті, як і розвиток STEM-освіти (аббревіатура STEM розшифровується як «наука, технології, інженерія та математика») [5]. Тому питання професійної підготовки майбутніх учителів математики є досить актуальною.

Багато вчених, серед яких Г. Бевз, Б. Гнеденко, М. Жалдак, К. Лебединцев, О. Мордкович, І. Новик, В. Сластенін, З. Слєпкань,

М. Шкіль та інші, розробили ряд рекомендацій щодо поліпшення професійної підготовки майбутніх учителів математики. Окремі аспекти проблеми підготовки майбутніх учителів математики в Україні досліджують такі відомі математики, педагоги і методисти: В. Ачкан, М. Жалдак, Г. Михалін, В. Моторіна, О. Скафа, О. Співаковський, Н. Тарасенкова, В. Швець та інші. Такі вчені як В. Бевз, О. Боголюбов, М. Бурда, Л. Вивальнюк, Г. Глейзер, Б. Гнеденко, І. Депман, М. Ігнатенко, А. Колмогоров, А. Конфорович, В. Мейдер, та інші наголошували на освітньому та виховному значенні історії науки у навчанні математики. В той же час аналіз реального стану навчально-виховного процесу в загальноосвітніх навчальних України свідчить про те, що використання історико-математичного матеріалу під час навчання математики проходить епізодично і не системно. Однією із причин цього є недостатня підготовленість учителів математики до застосування принципу історизму під час навчання математики у загальноосвітніх навчальних закладах.

Метою даного дослідження є обґрунтування доцільності історико-математичної підготовки майбутніх учителів математики у відповідності до сучасних потреб нової української школи.

Принцип історизму є одним із діалектичних методів пізнання, реалізація якого, зводиться до розгляду досліджуваного явища чи процесу крізь призму його руху та розвитку у часі. Історизм може виступати як метод дослідження у методиці математики й є базовим компонентом генетичного методу навчання математики і використовується при визначенні методик і технологій формування математичних понять і ідей, при визначенні послідовності та логіки викладу математичних дисциплін [7].

У навчальних програмах з математики для учнів 5-11 класів на 2016-2017 навчальні роки так чи інакше окреслено напрямки використання історичного матеріалу який сприяє підвищенню інтересу до вивчення математики, створює умови до проблемно-пошукової (дослідницької) діяльності, формує творче, критичне мислення, вдосконалює здатність до самостійної роботи [6]. Крім того треба наголосити на розвивальній та виховній функції історичного матеріалу в контексті формування загальнокультурної компетентності та національно-патріотичного виховання.

Отже у державних нормативних документах визначено необхідність здійснення процесу навчання математики за принципом історизму, а отже і за допомогою історико-генетичного методу. Тому майбутнім вчителям математики необхідно мати відповідні сформовані компетентності. Але існує протиріччя між сучасними вимогами до фахової підготовки майбутніх учителів математик і реальним станом історико-математичної підготовки у педагогічних вищих навчальних закладах. Ця суперечність зумовлює виникнення ряду протиріч, на яких також наголошують ряд вчених. Так В.Г. Бевз відзначає протиріччя між: необхідністю

«цілеспрямованого формування у підростаючого покоління наукового і соціокультурного світогляду як цілісної якості особистості і недостатнім відображенням у математичній освіті ціннісної і культурологічної складових; необхідністю особистісної орієнтації змісту освіти і недостатнім використанням індивідуальних форм організації навчання предметів математичного циклу; вимогами до виховання підростаючого покоління в дусі патріотизму і національної самосвідомості та слабким відображенням у змісті шкільної й університетської математичної освіти матеріалу, що сприяє розвитку цих якостей особистості; зростанням обсягу наукового та культурного знання і недосконалістю засобів і форм їх опанування, згортання, архівування, діагностики тощо» [2, с. 2]. Аналіз навчальних програм з математики показав, що також існує протиріччя між необхідністю навчання математики на різних рівнях підготовки (рівень стандарт, академічний, профільний, поглибленого вивчення математики) на основі принципу історизму та недостатній сформованості історико-математичної компетенцій майбутніх учителів математики.

Усе вище зазначене визначає необхідність історико-математичної підготовки майбутніх учителів математики як багаторівневої комплексної системи формування фахової компетентності майбутніх учителів математики на основі принципу історизму.

### Література

1. Беззуб І. Реформа середньої освіти в Україні. / І. Беззуб. – [Електронний ресурс] – Режим доступу : [http://nbuviap.gov.ua/index.php?option=com\\_content&view=article&id=2367:reforma-serednoji-osviti-v-ukrajini&catid=8&Itemid=350](http://nbuviap.gov.ua/index.php?option=com_content&view=article&id=2367:reforma-serednoji-osviti-v-ukrajini&catid=8&Itemid=350)
2. Бевз В.Г. Історія математики як інтеграційна основа навчання предметів математичного циклу у фаховій підготовці майбутніх учителів : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора пед.наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання математики / В.Г. Бевз. – Київ, 2007. – 49 с.
3. Гриневич Л. Школа має формувати цілісний світогляд. / Л.Гриневич. – [Електронний ресурс] – Режим доступу : <http://mon.gov.ua/usi-novivni/interview/2017/01/30/shkola-mae-formuvati-czilisnij-svitoglyad/>
4. Концепція «Нової української школи». – [Електронний ресурс] – Режим доступу : <http://mon.gov.ua/Новини%202016/12/05/konczepczyia.pdf>
5. Міністерство освіти і науки України. Лілія Гриневич закликала ректорів ВНЗ використовувати автономію та формувати навчальні програми для підготовки вчителя Нової української школи – [Електронний ресурс] – Режим доступу : <http://mon.gov.ua/usi-novivni/novini/2016/09/23/liliya-grinevich-zaklikala-rektoriv-vnz-vikoristovuvati-avtonomiyu/>
6. Навчальні програми. – [Електронний ресурс] – Режим доступу : <http://mon.gov.ua/activity/education/zagalna-serednya/navchalni-programy.html>
7. Романов Ю.В. Понимание принципа историзма и его реализация в педагогико-математическом образовании. / Ю.В. Романов. – [Электронный ресурс] – Режим доступа : [http://www.rusnauka.com/6\\_PNI\\_2014/Pedagogica/5\\_159747.doc.htm](http://www.rusnauka.com/6_PNI_2014/Pedagogica/5_159747.doc.htm)

**УДК 511:378.147**  
**ЕЛЕМЕНТИ ІСТОРИЗМУ ПРИ НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ**

**І. А. Свєрчевська, Т. В. Дідківська**

Житомирський державний університет імені Івана Франка, м. Житомир  
*e-mail: iryna\_sver@ukr.net*

При вивченні вищої математики здійснюється фундаментальна підготовка майбутніх фахівців. Програма охоплює головні галузі сучасної математики, предметом якої є абстрактні математичні моделі. Але не можна обмежуватися формальним викладом математичних понять, відношень, теорем і формул, оскільки це не сприяє активній пізнавальній діяльності студентів.

Введення елементів історії математики дозволяє побачити в математиці не тільки суму фактів і доведених тверджень, а й результати пошуків багатьох вчених. За кожною математичною теорією стоїть кропітка праця математиків, відданих науці.

В. Г. Бєвз рекомендує включати такі форми використання історизму в процесі навчання вищої математики: історичні екскурси; історико-методологічні повідомлення; коротка біографічна довідка про вченого; демонстрація портрета вченого; ознайомлення з висловлюваннями про математику та математиків; розв'язування історичних задач тощо [2, с. 102].

Ми виокремлюємо питання – розв'язування історичних задач [5, с. 114]. Так, при вивченні методу Гаусса розв'язування систем лінійних рівнянь можна ознайомити з китайським методом "фан-чен" [7, с. 44].

***Задача з китайського трактату "Математика в дев'яти книгах"***

"Математика в дев'яти книгах" – головний твір китайської математики стародавнього періоду. Це – енциклопедія математичних знань для практичної діяльності. В II книзі є задачі, які виражаються нелінійною системою 3-х рівнянь з 4-ма змінними, що зводяться до одного рівняння з двома змінними, яке має єдиний розв'язок у цілих додатних числах.

*Двом снопам гарного врожаю, трьом снопам середнього, чотирьом снопам поганого врожаю не вистачає до 1 доу відповідно по 1 снопу середнього, поганого і гарного врожаю. Запитується скільки зерна одержали з кожного снопа гарного, середнього і поганого врожаю.*

Задача зводиться до розв'язування системи [6, с. 19]:

$$\begin{cases} 2x = 1 - y \\ 3y = 1 - z \\ 4z = 1 - x \end{cases}, \text{ або } \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3y + z = 1 \\ x + 4z = 1 \end{cases}$$



У трактаті дається правило: "Склади таблицю "фан-чен", встанови для кожного те, чого не вистачає. За способом "чжен-фу" обчисли".

Метод розв'язування, показаний у китайському трактаті, відповідає сучасному методу Гаусса, який застосовується у розв'язуванні систем лінійних рівнянь зі студентами.

Подібні задачі для домашньої та самостійної роботи можна знайти в збірнику задач В. Д. Чистякова [6, с. 18-19].

При вивченні означеного інтеграла та його застосувань, теорії числових рядів і диференціальних рівнянь корисно розглянути відповідні визначні задачі Х. Гольдбаха, Гвідо Гранді, Й. Бернуллі, Б. Паскаля, Г. Лейбніца та інших [3, с. 151-153].

**Задача Х. Гюйгенса** [4, с. 153].

Знайти суму ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+1)}$ .

Розв'язання. Розглянемо ряд:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ . Його сума  $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ .

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{(n-1) \cdot n} + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \dots - \frac{1}{n} + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1} \\ 2S &= 2 \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{n+1} \right) = 2 \cdot (1 - 0) = 2 \end{aligned}$$

Елементи аналітичної геометрії, що вивчаються в курсі вищої математики, можна використати для розв'язування задач елементарної геометрії [1, с. 83, 110, 298, 341].

**Задача Стюарта** [6, с. 52].

М. Стюарт (1717 – 1785) – шотландський математик, учень Роберта Симпсона в Единбурзькому університеті, який повідомив йому це твердження. Стюарт очолював кафедру математики в університеті. Він застосовував геометричні методи до питань фізичної астрономії. Стюарта вважали одним з визначних геометрів того часу.

Нехай  $D$  – довільна точка, що лежить на основі  $BC$  трикутника  $ABC$ , тоді виконується співвідношення:

$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot BD - AD^2 \cdot BC = BC \cdot DC \cdot BD$$

Розв'язання. Виберемо прямокутну систему координат так, що початок координат буде в точці  $B$ , вісь ординат направлена вздовж

сторони ВС. Позначимо координати точок:  $A(x_0, y_0)$ ,  $D(x_1, 0)$ ,  $C(x_2, 0)$ . Тоді визначимо координати векторів та їх довжини.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= (x_0, y_0), \quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}, \quad AB^2 = x_0^2 + y_0^2 \\ \overrightarrow{CA} &= (x_0 - x_2, y_0), \quad |\overrightarrow{CA}| = \sqrt{(x_0 - x_2)^2 + y_0^2}, \quad AC^2 = (x_0 - x_2)^2 + y_0^2 \\ \overrightarrow{DA} &= (x_0 - x_1, y_0), \quad |\overrightarrow{DA}| = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + y_0^2}, \quad AD^2 = (x_0 - x_1)^2 + y_0^2 \\ \overrightarrow{BC} &= (x_2, 0), \quad |\overrightarrow{BC}| = x_2, \quad BC = x_2; \quad \overrightarrow{BD} = (x_1, 0), \quad |\overrightarrow{BD}| = x_1, \quad BD = x_1 \\ \overrightarrow{DC} &= (x_2 - x_1, 0), \quad |\overrightarrow{DC}| = x_2 - x_1, \quad DC = x_2 - x_1\end{aligned}$$

Підставимо знайдені значення в ліву частину заданого співвідношення та виконаємо алгебраїчні перетворення.

$$\begin{aligned}AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot BD - AD^2 \cdot BC &= \\ = (x_0^2 + y_0^2) \cdot (x_2 - x_1) + ((x_0 - x_2)^2 + y_0^2) \cdot x_1 - ((x_0 - x_1)^2 + y_0^2) \cdot x_2 &= \\ = x_2^2 x_1 - x_1^2 x_2 = x_1 x_2 (x_2 - x_1) = BD \cdot BC \cdot DC = BC \cdot DC \cdot BD\end{aligned}$$

При розв'язуванні історичних задач слід наводити короткі історичні довідки, демонструвати портрети та пам'ятники математикам, наводити авторські й сучасні методи розв'язування. Історія математики має особливу привабливість і може допомогти краще зрозуміти сучасну математику.

### Література

1. Атанасян Л. С. Геометрия. Ч. 1 / Л. С. Атанасян. – М.: Просвещение, 1973. – 480 с.
2. Бевз В. Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх вчителів: Монографія / В. Г. Бевз. – К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2005. – 360 с.
3. Бевз В. Г. Практикум з історії математики / В. Г. Бевз. – К.: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2004 – 312 с.
4. Бородін О. І., Бугай А. С. Біографічний словник діячів у галузі математики / О. І. Бородін, А. С. Бугай. – К.: Вища шк., 1973. – 552 с.
5. Дідківська Т. В., Сверчевська І. А. Визначні історичні задачі як засіб набуття математичної компетентності в освіті / Т. В. Дідківська, І. А. Сверчевська. // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики», Вінниця, 26-27 квітня 2012. – С. 114-116.
6. Чистяков В. Д. Старинные задачи по элементарной математики / В. Д. Чистяков. – Минск: Высшая школа, 1978. – 270 с.
7. Юшкевич А. П. История математики в средние века / А. П. Юшкевич. – М.: Госиздат физико-математической литературы, 1961. – 448 с.

**УДК 378.147: 51-8**  
**ЗМІШАНЕ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІНИ «ІСТОРІЯ МАТЕМАТИКИ»:**  
**АВТОРСЬКИЙ ДОСВІД**

**Д.Є. Терменжи**

Донецький національний університет імені Василя Стуса, Вінниця  
*e-mail: d.termengy@donnu.edu.ua*

Сьогодні використання web-технологій та телекомунікаційних мереж в освіті дає можливість організувати навчання за новою формою – змішаним навчанням (blended learning). Змішана форма навчання математичних дисциплін дозволяє органічно поєднувати традиційне навчання та навчання за дистанційними технологіями, воно відбувається як в аудиторії, так і за її межами і дозволяє одночасно розвивати предметні компетентності та інформаційно-комунікаційну компетентність студентів, набуті досвід групової професійної діяльності.

В окремих випадках така форма навчання є єдиною можливістю організації ефективного навчального процесу. Це стосується студентів, які навчаються далеко від університету або осіб з обмеженими фізичними можливостями. Проблема ефективної організації навчального процесу в Донецькому національному університеті імені Василя Стуса з'явилась у зв'язку з переміщенням вишу до іншого міста – Вінниці. Але за три роки освітньої практики викладачі університету розробили власну навчальну стратегію, яка використовує ідеї змішаного навчання і враховує реалії української системи освіти та специфіку тієї чи іншої дисципліни.

Проблему організації навчально-виховного процесу за змішаною моделлю навчання досліджували В. Биков, Е. Кадирова, В. Кухаренко, К. Лісецький, Н. Лосєва, М. Мохова, Н. Рашевська, Ю. Триус, М. Driscoll, С. Dziuban, Т.К. Ten Neo, J. Meister, U.-D. Reips, P. Valiathan та інші. Ними було проаналізоване поняття «змішане навчання», запропоновано деякі шляхи реалізації ідей змішаного навчання на різних ланках освіти. Проте, можливості упровадження змішаного навчання в університетській освіті ще розглянуті не повною мірою, зокрема це стосується математичних дисциплін.

Метою доповіді є висвітлення авторського досвіду організації змішаного навчання на прикладі дисципліни «Історія математики» в реальній практиці переміщеного вишу.

Ми погоджуємося з вітчизняними вченими, що змішане навчання – це цілеспрямований процес опанування певних компетентностей в умовах інтеграції аудиторної та позааудиторної навчальної діяльності суб'єктів освітнього процесу на основі використання і взаємного доповнення технологій традиційного, електронного, дистанційного та мобільного навчання при наявності самоконтролю студента за часом, місцем, маршрутами та темпом навчання [2].

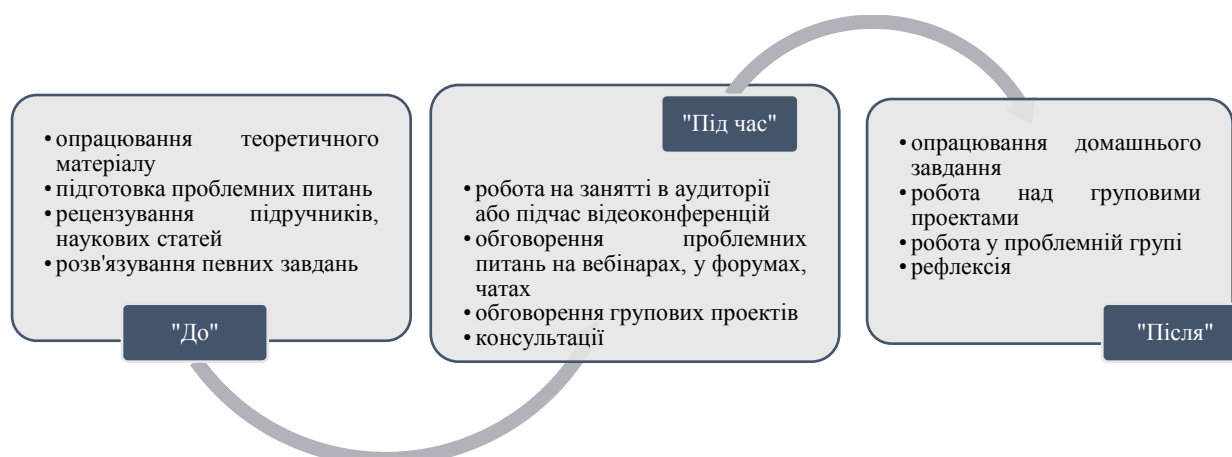


Рис.1 Схема змішаного навчання

Навчальний процес за змішаною формою навчання можна представити у вигляді трьох циклів діяльності – робота «До», робота «Під час» і робота «Після». Розглянемо кожний цикл навчання для дисципліни «Історія математики». Цю дисципліну нами обрано не випадково. Історія розвитку математики має велике значення у процесі професійної підготовки математика та вчителя математики, адже допомагає з'ясувати роль і місце математики в практичній діяльності людей, збуджує інтерес та любов до математики, потяг до наукової творчості, критичне ставлення до нових фактів, і грає ключову роль для розуміння логіки побудови наукових теорій [1].

*Цикл «До» (Pre-course).* Студенти повинні підготуватися до контакту з одногрупниками та викладачем для того, щоб мати можливість обговорити та опрацювати навчальний матеріал, а також задати всі необхідні питання. Така підготовка дуже важлива для формування у студента системи компетентностей, що робить навчання більш продуктивним.

Наприклад, у процесі навчання дисципліни «Історія математики» перед кожним заняттям (традиційним або в режимі онлайн) студенти повинні опрацювати теоретичний матеріал. Цей матеріал може бути поданий у різному вигляді, доцільним є запропонувати студентам ознайомитися із серією навчальних відеоматеріалів «BBC: The Story of Math» (<http://www.bbc.co.uk/programmes/b00dxjls>), а потім пройти онлайн тестування та обговорити важливі моменти на занятті.

*Цикл «Під час» (Course)* є контактним – практичні та лабораторні заняття, форуми, чати, консультації – і вимагає попередньої підготовки й осмислення. Зауважимо, що для обговорення певної теми, студент повинен бути вже ознайомлений з нею самостійно в циклі «До». По закінченню циклу проводиться засвоєння і перевірка отриманих знань за допомогою задач, тестів, питань або практичних завдань.

Дисципліна «Історія математики» передбачає лекційні та практичні заняття, частина яких проводиться в аудиторії, решта – в режимі онлайн. На заняттях в аудиторії ми віддаємо перевагу інтерактивним методам навчання. Так, для дисципліни нами було розроблено серію дидактичних ігор «10 фактів про

видатного математика», «MathAlias: впізнай математика». Розглянемо більш докладно другу гру, вона розроблена на основі відомої настільної гри Alias. Кожному студенту пропонуються картки з видатними математиками (його портрет та запис імені на його рідній мові). Необхідно описати якнайбільше математиків за одну хвилину. Під час гри для кожного студента формується рейтинг, що складається з двох показників – кількість загаданих та вгаданих математиків.



Рис. 2 Картки гри «MathAlias: впізнай математика»

Цикл «Після» (*Post-course*). Цей цикл присвячений закріпленню нового матеріалу – виконання домашнього завдання, тестування тощо. Викладач відповідає на питання студентів і надає коментарі до вже виконаних завдань. Деякі питання, які можуть бути цікаві для всієї групи, викладач виділяє для обговорення в наступному циклі «Під час», і, тим самим, фокусує студентів при підготовці до занять в циклі «До». Всі три цикли повторюються неодноразово протягом всього курсу дисципліни.

Власний досвід дозволяє стверджувати, що за таких умов студенти навчаються більш цілеспрямовано, заняття стають цікавішими, з'являється більше часу для практики, дискусій та виконання проектів. При такому навчанні, студенти розвивають не тільки вміння працювати самостійно, але вміння виділяти головне та цікаве, працювати в групах та застосовувати знання на практиці, що дуже важливо для формування системи предметних компетентностей та ІК-компетентності студентів з дисципліни. У подальшому планується розробка методичних рекомендацій щодо організації навчального процесу у виші за змішаною формою навчання на прикладі математичних дисциплін.

### Література

1. Бевз В. Г. Історія математики/В.Г. Бевз. – Х.:Вид. гр. «Основа», 2006. –176 с.
2. Кривонос О. Змішане навчання як основа формування ІКТ-компетентності вчителя / О.Кривонос, О.Коротун. – Наукові записки. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. – Випуск 8(11). – Житомир, 2015. – С. 19-23.

**УДК 378.147.091.33-027.22:51**  
**ІГРОВІ ФОРМИ РОБОТИ НА ЗАНЯТТЯХ З ДИСЦИПЛІНИ**  
**«ІСТОРІЯ МАТЕМАТИКИ»**

**І.С. Іванова**

Донецький національний університет імені Василя Стуса, Вінниця

*e-mail: i.ivanova@donnu.edu.ua*

Науковий керівник: Д.Є. Терменжи

Дидактична гра надає можливість формувати у студентів необхідні компетентності в процесі ігрової діяльності. Вона відіграє важливу роль в навчанні. Завдяки дидактичним іграм студент може не лише пізнати щось нове в нестандартній формі, а й застосовувати набуті знання та навички на практиці. Ігрові форми роботи дозволяють розширити світогляд студента, підвищують його мотивацію до навчання та дають можливість кожному студенту «відкритись», бути активним на занятті.

Проблема організації ігрових форм навчання знайшла своє відображення в багатьох педагогічних теоріях і системах. Значного поширення в світовій педагогічній практиці набула створена у першій половині XIX ст. система дидактичних ігор Ф. Фребеля. Наприкінці XIX – на початку XX ст. теорія ігрової діяльності значно збагатилася ідеями С. Русової щодо організації ігор різних видів. Проблемою організації навчальної гри займалися такі психологи як Д.Б. Ельконін, А.Н. Леонтьєв. Вивчення досвіду роботи вчителів показує, що в реальному навчальному процесі дидактичні ігри використовуються епізодично або взагалі не використовуються [1].

Метою статті є висвітлення особливостей організації ігрових форм роботи на заняттях з дисципліни «Історія математики» для студентів-математиків.

Гра, як відображена модель поведінки, прояв і розвиток складних самоорганізуючих систем, включає в себе альтернативні сценарії різних процесів життя, у ній закладено «вільні» основи самовираження, поштовхи до прийняття творчих рішень, вибору, надання переваг. Я. Корчак вважає, що вона надає можливостей відшукати себе у суспільстві, себе серед людей, себе у Всесвіті. Гра – це довільна, внутрішньо мотивована діяльність, що передбачає вирішення питання і найповніше дослідження свого Я, власних можливостей. [3, с.79]

Спробу систематичного вивчення методу гри першим зробив в кінці XIX ст. німецький вчений К. Гросс, який вважав, що в грі відбувається попередження інстинктів стосовно майбутніх умов боротьби за існування ("теорія попередження"). Теорію гри, яка виходить із визнання її соціальної природи, розробляли психологи Л.С. Виготський, А.Н. Леонтьєв та інші. Пов'язуючи гру з орієнтовною діяльністю, Д.Б. Ельконін визначає гру як діяльність, в якій складається і вдосконалюється управління поведінкою [2].

Педагоги виділяють декілька видів дидактичних ігор, зокрема:

1) *ігри-вправи* – орієнтовані на покращення пізнавальних здібностей студентів та займають не більше 15 хвилин. Наприклад: кросворди, вікторини.

2) *ігри-подорожі* – призначені для вдосконалення, осмислення та закріплення навчального матеріалу.

3) *сюжетна (рольова) гра*. Основна відмінність в тому, що студенти грають певні ролі в уявній ситуації.

4) *гра-змагання*, що містить в собі всі вище перелічені ігри. Для проведення цієї гри студенти діляться на групи між якими буде проходити змагання [2].

Наведемо приклад гри-вправи «Вгадай математика: 10 невідомих фактів про відомого вченого», розробленої для навчання дисципліни «Історія математики». Студентам пропонується «впізнати» математика з 10 спроб. У разі, якщо ніхто не зможе правильно відповісти про якого математика йде мова, ця гра допоможе студентам поглибити свої знання з історії математики, розширити свій світогляд та перевірити свою наукову інтуїцію. Важливо, що в цій грі роль ведучого відіграє не викладач, а члени групи, адже кожен студент обирає собі математика, підбирає невідомі факти про нього, а потім презентує їх на занятті.

Мною була обрана Гіпатія, перша відома жінка-математик. Вперше про цього математика ми дізналися з фільму «BBC: The Story of Math» на занятті з дисципліни. Пошук цікавих фактів про цього математика зайняв багато часу, тому що до наших часів майже не залишилось багато інформації, але все ж таки нам вдалося здивувати своїх одногрупників. Наведемо приклад 10 невідомих фактів про Гіпатію:

*Факт 1.* Це відомий вчений грецького походження

*Факт 2.* Цей математик став відомим викладачем математики та філософії.

*Факт 3.* Вчений займався обчисленням астрономічних таблиць.

*Факт 4.* Незадовго до Галілея відкрив той факт, що Земля рухається навколо Сонця, а не навпаки.

*Факт 5.* Цього вченого запросили викладати лекції до Александрійської школи.

*Факт 6.* Він створив і удосконалив астролябію, ареометр та планісферу.

*Факт 7.* Цей вчений був сcholархом найвідомішої школи того часу.

*Факт 8.* Ім'ям цього вченого назвали кратер між морями на Місяці.

*Факт 9.* Смерть цього вченого була трагічною, його затягнули до церкви та забили камнями до смерті.

*Факт 10.* Про цього математика зняли фільм "Агора".

Головне в цій грі – це вдало підібрані факти, тому що, на наш погляд, цікавіше буде, якщо математика студенти вгадають з останніх фактів, бо завдяки цьому вони дізнаються багато цікавих фактів про нього.



Рис. 1 Зразок оформлення фактів

Досвід впровадження цієї гри свідчить про доцільність використання ігрових форм роботи. У подальшому плануємо розробити «Інформаційну базу невідомих фактів про відомих математиків», підібравши інформацію про математиків, відкриття яких студенти-математики вивчають протягом свого навчання.

### Література

1. Використання дидактичних ігор на уроках математики. – [Електронний ресурс] Режим доступу: <http://refer.in.ua/major/290/187877/>
2. Використання ігрових методів на уроках математики в основній школі. – [Електронний ресурс] Режим доступу: <http://konferenzia.ukrainianforum.net/t10-topic>
3. Лосєва Н.М. Інтерактивні технології навчання математики: навчально-методичний посібник для студентів - майбутніх учителів математики / Н.М. Лосєва, Т.В. Непомняща, А.Ю. Панова. – К: Освіта України, 2011. – 207 с.



**УДК 37.026:519.1**  
**КОМПЕТЕНТІСНО-ОРІЄНТОВАНЕ НАВЧАННЯ ЕЛЕМЕНТАМ**  
**КОМБІНАТОРИКИ ПРИ ПОГЛИБЛЕНОМУ ВИВЧЕННІ**  
**МАТЕМАТИКИ В СТАРШІЙ ШКОЛІ**

**А.В. Чорна**

Криворізька загальноосвітня школа № 21, Кривий Ріг  
*e-mail: Chorna.anna95@gmail.com*

В сучасному світі наявна система освіти в Україні потребує удосконалення. У зв'язку із високою інформатизацією суспільства, молоді люди мають оволодівати певними навичками та вміннями, бути готовими до можливих змін у своїй професійній діяльності. Для цього треба вдосконалювати культуру мислення і розвивати логічне мислення. В цьому нам допоможе компетентісно-орієнтоване навчання елементам комбінаторики, а це зумовлює необхідність оновлення навчальних програм з урахуванням кінцевих цілей.

Питання впровадження компетентісного підходу в системі освіти досліджувались багатьма українськими і зарубіжними педагогами та методистами (В.М. Авдеєвою, О.В. Бондаревською, В.В. Краєвським, С.Є. Лебедевою, О.В. Овчарук, О.І. Пометун, І.В. Родигіною) [3].

Як ми знаємо компетентісний підхід – це спрямованість освітнього процесу на формування певних компетентностей, серед них: соціальні, функціональні, мотиваційні [2, с.10]. Традиційні підходи до навчання орієнтовані на масовість і енциклопедичність знань учнів. На відміну їм, саме компетентісний підхід дає можливість набувати знання необхідні для їх практичного застосування, розв'язування ситуативних та комунікативних завдань, на засадах творчості та самостійності.

Така змістова лінія в шкільному курсі математики як «Комбінаторика» є важливою не тільки для отримання знань, що дають можливість розв'язувати математичні задачі, але і для знань, які допоможуть формувати в учня здатність до пошуку оптимальних рішень в різних ситуаціях, робити ймовірні прогнози їх наслідків.

На різних етапах свого розвитку, цей розділ привертав увагу видатних математиків: Н. Тарталья, Г. Лейбніца, О. Блоха, Н. Віленкіна, Б. Їх роботи сприяли збагаченню комбінаторних методів дослідження і подальшої інтеграції комбінаторики в сучасну математику [1].

Компетентності, яких учні набувають на уроках математики дають можливість розв'язувати задачі, що виникають в інших галузях. Наведемо приклади практичного застосування комбінаторних знань у житті: хімія (досліджуються можливі зв'язки між елементами), агротехніка (розміщення посівів на полях), виробництво (розподіл роботи між робітниками), спорт (розрахунок кількості ігор між учасниками), військова справа (розміщення підрозділів), астрономія (аналіз розміщення планет і зірок), навіть азартні ігри (підрахунок виграшей) та багато інших.

З огляду на вище сказане важко переоцінити важливість комбінаторики, так як вивчення цієї теми математики дозволить людині розвинути логіку, образне сприйняття та й мислення в цілому, а застосовується в найрізноманітніших сферах діяльності: від соціального спілкування до роботи на заводах.

Комбінаторні задачі це, насамперед, творчі задачі, тому підходи до їх навчання мають бути найрізноманітніші: обговорення та перебір результатів, використання ілюстрацій, складання планів та алгоритмів можливих розв'язань, їх аналіз і порівняння. Пріоритетними мають бути методи, що дають змогу організовувати самостійну діяльність учнів.

Як показує досвід, комбінаторика є темою не простою і без допомоги вчителя оволодіти нею досить складно. Так як даний розділ математики вивчається в 11 класі, коли учні мають оволодівати навичками самостійності, то під час викладання цієї теми, вчитель міг би скомпонувати форми подання нового матеріалу: лекції, практичне заняття та в якості самостійної роботи – представлення своїх проєктів.

Лекції – включають в себе виклад нової інформації і запитання вчителя націлені на те, щоб спонукати учня логічно міркувати, й самостійно підходити до висновків. Та звичайно ж практичні заняття з розв'язуванням комбінаторних задач, це дозволить закріпити отримані знання і набути практичних навичок необхідних в подальшій діяльності. Представлення проєктів – це самостійна робота, яка може бути як індивідуальною так і груповою, залежно від можливостей кожного учня.

Таким чином, вчитель стимулює в учнів творче та комбінаторне мислення, вчить самостійно навчатися аналізувати, узагальнювати матеріал. В тому числі таке викладання даної теми є своєрідною підготовкою молодих людей до навчання у вищих навчальних закладах, а також дають можливість ефективного розв'язування різноманітних проблем, що виникають у щоденній діяльності.

Тож, підводячи підсумки, варто зазначити, що сучасна освіта потребує термінових реформ, пов'язаних з методикою викладання. Насамперед, молоді люди повинні вміти застосовувати навчальний матеріал в практичній діяльності, ставити перед собою завдання та розв'язувати їх. Саме тому компетентнісно-особистісний підхід у навчанні на сьогоднішній час є провідним та забезпечує широкі можливості для інтелектуального розвитку молоді.

#### **Література:**

1. Віленкін Н. Я. Популярна комбінаторика / Н.Я. Віленкін. – М.: Наука, 1975. – 208с.
2. Компетентнісно-орієнтована методика навчання математики в основній школі: навч. посіб. / О. Глобін, М. Бурда, Д. Васильєва та ін. –К.: Педагогічна думка, 2015. –245с.
3. Корнійчук Н. Особистісно-орієнтована система навчання математики / Н. Корнійчук // Математика. – 2011. – № 25. – с. 6-9

**УДК 373.31:51(091)**  
**ОСНОВНІ ЕТАПИ РОЗВИТКУ ПОНЯТТЯ «ІНТЕГРАЛ»**

**Л. О. Мамашвілі**

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

*e-mail: mamashvili.leonid@gmail.com*

Науковий керівник: В. В. Хом'юк, к.т.н., доцент

**Постановка проблеми.** Досить часто і в повсякденній практиці використовуються математичні знання. І це не тільки прості математичні розрахунки, а й елементи вищої математики, теорії ймовірності. Таким чином, все більш широкий спектр математичних знань стає сьогодні обов'язковим елементом загальної культури сучасної людини. Поняття інтеграла пронизує всю сучасну математику. І не тільки в науках фізичного і технічного циклів знаходять застосування різні варіації інтеграла. Більш того, останнім часом увійшли до ужитку такі терміни, як, наприклад, «інтегральна схема», «економічна інтеграція», які прямого відношення до інтеграла не мають, але смислове навантаження зберігають і знаходять широке застосування.

**Аналіз останніх досліджень.** Питання вивчення історії математики досліджували В.Г. Бевз, Г.О. Михалін, А.О. Розуменко, М.В. Шмигевський та інші. Знайомство з життям і науковими досягненнями вчених математиків допоможе студентам зрозуміти як відкриваються нові горизонти науки.

**Мета дослідження** – розглянути основні етапи розвитку поняття «інтеграл» та визначити вирішальні умови його виникнення та розвитку.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Поняття інтеграла та інтегральне числення виникли з потреби обчислювати площі будь-яких фігур, поверхонь і об'єми довільних тіл. Інтегрування простежується ще в давньому Єгипті, приблизно в 1800 році до н. е., Московський математичний папірус демонструє знання формули об'єму зрізаної піраміди. За 2000 років до н.е. жителі Єгипту і Вавилону вже вміли визначати наближено площу кола і знаходити правило об'єм зрізаної піраміди.

Першим відомим методом для розрахунку інтегралів є метод вичерпання Евдокса (приблизно 370 до н. е.), який намагався знайти площі і об'єми, розриваючи їх на нескінченну безліч частин, для яких площа або об'єм вже відомі. Цей метод був підхоплений і розвинений Архімедом та використовувався для розрахунку площ парабол і наближеного розрахунку площі кола. Аналогічні методи були розроблені незалежно в Китаї в 3-му столітті н.е. Лю Хуейем, який використовував їх для знаходження площі

кола. Цей метод був згодом використаний Дзю Чонгши для знаходження об'єму кулі.

Дуже важливим для становлення інтегрального числення було удосконалення Архімедом ідеї Демокріта про розбиття плоских фігур на елементарні полоски, що «заповнюють» фігури, і тіла на шари, що заповнюють їх. Таких елементарних частин могло бути нескінченна множина або скінченне число. Цими діями Архімед передував ідеям Кеплера і Кавальєрі у визначенні числових характеристик різних геометричних об'єктів. У Кавальєрі навіть деякі вирази співпадають з тими, які вживав Архімед: обидва говорили про всі лінії, що заповнюють плоску фігуру і про всі плоскі перетини, що заповнюють об'єм [1].

У XVII ст. велика група математиків займалася наступними основними завданнями: проведенням дотичної до кривої, що привело до виникнення диференціального числення і обчисленням квадратури, що спричинило виникнення інтегрального числення.

У «Методі флюксій» Ньютон помістив дві таблиці невизначених інтегралів; у одній з них містяться інтеграли, що алгебраїчно виражаються в кінцевому вигляді, в іншій – інтеграли, що виражаються через відомі.

Необхідно відзначити, що ні у Ньютона, ні у Лейбніца не було формули:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a), F'(x) = f(x) \quad (1)$$

званою зараз формулою Ньютона – Лейбніца. Але це правило вони знали. Ньютон писав: «...для отримання належного значення площі, прилеглої до деякої частини абсциси, цю площу завжди слід брати рівній різниці значень  $z$ , відповідних частинам абсцис, обмеженим початком і кінцем площі» [3]. Викликає інтерес розробка Лейбніцем символіки диференціального та інтегрального числень. Її можна прослідкувати за рукописами. Так, 26 жовтня 1675 року Лейбніц виражав квадратуру у дусі Паскаля словами *omn. w* (всі ординати); 29 жовтня відмітив, що зручніше писати замість *omn. l* вираз  $\int l$  (сума ліній, знак  $\int$  походить від першої букви слова *summa*), і вказав, що тут виникає новий рід числення. Інший рід числення з'являється, по словах Лейбніца, коли з виразу  $\int l = a$  слідує  $l = ya/d$ . Знак  $\int$  збільшував число вимірювань, а  $d$  – зменшував ( $d$  – перша буква слова *differentia* – різниця). Вже в рукописі 11 жовтня символи  $x/d$  і  $y/d$  замінені на  $dx$  та  $dy$ . Інтеграл Лейбніц розумів як суму нескінченного числа доданків – визначений інтеграл. У одному з рукописів є запис  $dx = x$ . Це означає, що взаємна оберненість дій диференціювання і інтегрування у Лейбніца виступали на оперативному рівні. Лейбніц замість слова «інтеграл» вживав «сума»; термін «інтеграл»

ввів у 1696 р. Іоганн Бернуллі (від лат. Integer – цілий, тобто ціла, вся – площа) [3].

Восени 1675 року Лейбніц сформулював основні понятті диференціального і інтегрального числення. Він дав загальні правила розв'язування завдань на квадратуру і дотичні, встановив зв'язок між завданнями диференціювання і інтегрування, ввів символіку обох операцій, що збереглася понині. Дві роботи (1701 і 1703 рр.) Лейбніц присвятив інтегруванню раціональних дробів. Для інтегрування раціонального дроби він виділяв з нього цілу частину, після чого правильний раціональний дріб представляв у вигляді суми простіших. У зв'язку з інтегруванням раціональних дробів в аналіз увійшли комплексні числа. Після знаменного часу Ньютона і Лейбніца розвиток ідеї інтеграла пішов в двох напрямках: інтеграл, що трактувався як межа деякої суми, певний інтеграл, знаходив все більше і більше застосування в механіці, фізиці, проник в технічні науки і став інструментом у всіх галузях природничих наук; інтеграл як сімейство первісних, невизначений інтеграл, своїм розвитком викликав виникнення абсолютно нового розділу аналізу – методів інтегрування функцій, а це у свою чергу було пов'язано з появою функцій, не відомих раніше – клас інтегрованих функцій весь час поповнювався. Для подальших узагальнень інтеграла усередині самої математики повинні були дозріти умови, що допускають це. Такі умови створила розроблена в кінці ХІХ ст. і початку ХХ ст. теорія множин, з найважливішим поняттям міри множини [2]. Виникло нове поняття – інтеграл Лебега, узагальнений інтеграл Рімана. Лебег ввів дескриптивне визначення інтеграла: сформулював його властивості, що не містять вказівок на побудову. Він дав також конструктивне визначення інтеграла – аналітичне і геометричне. У 1930 р. А.І. Колмогоров (р. 1903) опублікував роботу, в якій охоплені всі інтегралі як межі різних інтегральних сум. Інтеграл Колмогорова знайшов застосування в математичній фізиці, при математичному обґрунтуванні квантової механіки.

**Висновок.** Інтеграл був, є і буде стрижньовим поняттям в математиці. Не випадково символом Міжнародного математичного конгресу в 1966 р. був знак інтеграла. Найважливіше застосування невизначеного інтеграла відноситься до інтегрування диференціальних рівнянь, складових могутнього апарату багатьох наук.

### Література

1. Архимед. Сочинения // Нор., ст. и коммент. И. Н. Веселевского. – М. : Физматгиз, 1962, – С.213.
2. Бевз В.Г. Історія математики / В. Г. Бевз. – К., 2007. – С. 135–137.
3. Никифоровский В. А. Путь к интегралу / В. А.Никифоровский. – М.: «Наука», 1985. – 192 с.

**УДК 373.31:51(091)**  
**ІСТОРИЧНИЙ ШЛЯХ МАТРИЧНОГО ЧИСЛЕННЯ**

**Н. В. Дернова**

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

*e-mail: nonna.dernova@gmail.com*

Науковий керівник: І. В. Хом'юк, д.пед.н., професор

**Постановка проблеми.** Важливість матриць у математиці важко переоцінити. Вони були предметом дослідження у багатьох наукових роботах, їх дослідженню надають багато часу і нині. Завдяки матрицям можна розв'язувати достатню кількість різнопланових задач. За їх допомогою досліджуються графіки функцій і рівнянь як на площині, так і в просторі, розв'язують системи лінійних рівнянь з  $n$  невідомими та багато іншого. В наш час матриці знайшли собі нове використання у комп'ютерній техніці, яка з кожним роком все більше розвивається покращуючи і полегшуючи нам життя.

**Аналіз останніх досліджень.** Визначним здобутком київських алгебраїстів став розвинутий ними метод «матричних задач», який поступово перетворився в один із найефективніших засобів як обчислення, так і якісного дослідження зображень. Одним із найвідоміших результатів у цьому напрямі стала доведена Ю.А. Дроздом теорема про те, що кожна скінченновимірна асоціативна алгебра є або ручною, або дикою. Ю.А. Дроздом, С.А. Овсієнком, В.В. Сергійчуком та їхніми учнями розроблено теорію накриттів для матричних задач та скінченновимірних алгебр, теорію матричних задач з інволюцією, доведено теорему про збіг зображувальних типів алгебри та її накриття тощо. Дрозд розробив техніку застосування матричних задач до класифікації модулів Коена-Маколея та векторних розшарувань, описав стабільні гомотопічні типи полієдрів малих розмірностей, разом з Овсієнком довів збіжність зображувальних типів локально скінченновимірної матричної задачі та її фактора за вільною дією групи без скруту.

**Мета дослідження** – відобразити історичний шлях матричного числення.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Матриця – математичний об'єкт, записаний у вигляді прямокутної таблиці чисел (чи елементів кільця), він допускає операції (додавання, віднімання, множення та множення на скаляр). Зазвичай матриці представляють двовимірними (прямокутними) таблицями. Іноді розглядають багатовимірні матриці або матриці непрямокутної форми. В цій статті вони розглядатися не будуть. Матриці є корисними для запису даних, що залежать від двох категорій, наприклад: для коефіцієнтів систем лінійних рівнянь та лінійних

перетворень. Теорія матриць – розділ математики, що вивчає властивості і застосування матриць.

Матриці мають довго тривалу історію застосування при розв'язуванні систем лінійних рівнянь. Самий ранній китайський математичний твір «Математика в дев'яти книгах» (написаний ще до нашої ери) [1, 2], який багато разів переписувався і доповнювався, а до нашого часу дійшов у вигляді, що його йому надав у 263р. Лю Хуей містить приклади використання матриць для розв'язання системи рівнянь, включаючи поняття визначника, ще задовго до введення визначників японським математиком Такакадзу Секі (1683) та німецьким математиком Лейбніцем (1693).

Габріель Крамер розвинув теорію матриць, ввівши своє правило в 1750 році. Метод Крамера (правило Крамера) – спосіб розв'язання квадратних систем лінійних алгебраїчних рівнянь із ненульовим визначником основної матриці (при цьому для таких рівнянь розв'язок існує і є єдиним). Карл Фрідріх Гаус та Вільгельм Жордан розробили метод Жордана - Гаусса знаходження оберненої матриці 1800 р.

Поняття «матриці», яке вже не було похідним від поняття «визначник» з'явилося тільки в 1858 році в праці англійського математика Артура Келі. Хоча відомо, що до нього це поняття використовували не менш відомі математики Сильвестр, Гамільтон, Фробеніус, під яким вони розуміли те, що визначає «закон побудови елементів певної кількості рядків і стовпчиків». Термін «матриця» першим став вживати Джеймс Джозеф Сильвестр, який розглядав матрицю, як об'єкт, що породжує сімейство мінорів (визначників менших матриць, утворених викреслюванням рядків та стовпців з початкової матриці). Отже, у математичних підходах ХІХ ст. під «матрицею» розуміли «закономірний порядок розстановки чисел», які згодом стали називати «визначниками» або «детермінантами» [5].

Вивчення визначників відбувалось в різних галузях математики:

- Карл Фрідріх Гаусс першим встановив зв'язок між квадратними формами, лінійними відображеннями та матрицями.
- Коші розглядав визначники як многочлени та в 1829 році довів, що власні значення симетричних матриць є дійсними числами [3].

Багато теорем доводили спочатку для матриць малих розмірів: теорема Гамільтона-Келі була доведена Келі тільки для матриць  $2 \times 2$ , а Гамільтоном –  $4 \times 4$ .

Але існує ще особливий різновид матриць, так звані магічні квадрати. Магічний квадрат – квадратна таблиця з цілих чисел, в якій суми чисел вздовж будь-якого рядка, будь-якого стовпця і будь-який з двох головних діагоналей дорівнюють одному і тому ж числу.

Магічний квадрат – давньо-китайського походження. Згідно з легендою, за часів правління імператора Ю (близько 2200 до н.е.) з вод

Хуанхе (Жовтої ріки) спливла священна черепаха, на панцирі якої були написані таємничі ієрогліфи і ці знаки відомі під назвою лошу і рівносильні магічному квадрату. У 11 ст. про магічні квадрати дізналися в Індії, а потім в Японії, де в 16 ст. магічним квадратам була присвячена література. Європейців з магічними квадратами познайомив в 15 ст. візантійський письменник Е. Мосхопулос. Першим квадратом, придуманим європейцем, вважається квадрат А. Дюрера зображений на його знаменитій гравюрі Меланхолія [4].

У 19 і 20 ст. інтерес до магічних квадратів спалахнув з новою силою. Їх стали досліджувати за допомогою методів вищої алгебри та операційного числення.

Наприкінці 20 ст. з'явився новий розділ лінійної алгебри «Власні значення та власні вектори матриць». Цей розділ має прикладне значення. Проблема обчислення власних значень та власних векторів матриць виникає в багатьох областях математики, механіки, інженерної справи та геології. Цілий ряд інженерних задач зводиться до розгляду систем рівнянь, що мають єдиний розв'язок лише в тому випадку, коли відоме значення деякого вхідного параметра. Цей особливий параметр називається характеристичним або власним значенням системи. Із задачами на власні значення інженер стикається в різних ситуаціях. Так, для тензорів напруги, власні значення визначає головна нормальна напруга, а власними векторами задаються напрями, пов'язані з цими значеннями.

Матричне числення широко використовується в економіці. Вперше на можливість застосування матриць для аналізу економічних проблем вказав французький економіст Франсуа Кене.

Отже, в сучасному суспільстві матричне числення широко застосовується в різних областях математики, механіки, теоретичної фізики, теоретичної електротехніки і т.д. Надзвичайно важливе щодо практичних застосувань узагальнення поняття числа – поняття матриці. Матричне формулювання зазвичай найбільш зручне для обчислень.

### Література

1. Березкина Э.И. Математика древнего Китая / Э.И. Березкина. – М. : Наука, 1980. – С. 34-36.
2. Ван-дер-Варден Б.Л. Пробуждающася наука. Математика Стародавнього Єгипту, Вавилону і Греції / Б.Л. Ван-дер-Варден. – М., 2000. – С.112-115.
3. Клейн Ф. Лекції про розвиток математики в ХІХ столітті / Ф. Клейн. – М., 2000. – С. 42-45.
4. Назаров В.Ю. Елементи історії математики / В.Ю. Назаров. – Ніжин. – НДПУ, 2000. – С. 156-158.
5. Юшкевич А.П. Історія математики в середні століття / А.П. Юшкевич. – М., 2002. – С. 25-26.



УДК 373.31:51(091)  
ІСТОРИЧНИЙ АСПЕКТ ВВЕДЕННЯ ПОНЯТТЯ «ПОХІДНА»

**В.Д. Кабак**

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

*e-mail: lenovos25814@gmail.com*

Науковий керівник: І. В. Хом'юк, д.пед.н., професор

**Постановка проблеми.** Формування мотивації до вивчення математики у студентів є важливою проблемою педагогічної теорії та практики. Її можна вирішувати різними способами, прийомами, методами, але одним і з найбільш дієвих, на нашу думку, є використання елементів історизму. Відомий французький математик, фізик і філософ Ж.А. Пуанкаре зазначав, що будь-яке навчання стає яскравішим, багатшим від кожного дотику з історією досліджуваного предмета. Систематичне використання історичного матеріалу підвищує інтерес до науки, актуалізує необхідність знання різних математичних фактів, дає студентам уявлення про математику як про важливу складову загальнолюдської культури, тим самим мотивуючи студентів до її вивчення [2].

**Аналіз останніх досліджень.** Деякі аспекти методики використання історизмів при навчанні математики висвітлені у наукових пошуках В. Бевз, Т. Годованюк, С. Шумигай, Г. Глейзера та ін., окремим питанням історії математики присвячені дослідження Г. Бевз, В. Бевз, І. Башмакової, Г. Вілейтнера, М. Вигодського, І. Депмана, М. Ігнатенка, К. Рибнікова, Дж. Стівела, З. Штокало, А. Юшкевича та ін., історії виникнення математичної символіки – В. Бевз, В. Кессельмана та ін., біографії окремих вчених-математиків – В. Бевз, Е. Белла, Я. Стюарта, В. Чистякова, Б. Кордемського та ін., добірці історичних задач різних епох та країн – В. Бевз, С. Ковалюк, Б. Кордемського, В. Чистякова, Г. Глейзера та ін.

**Мета дослідження** – розкрити історичний аспект введення в математичну науку поняття «похідна».

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Похідна – це основне поняття диференціального числення, що характеризує швидкість зміни функції. Похідною функції у точці називається відношення приросту функції до приросту аргументу, за умови, що останній прямує до нуля.

Ряд задач диференціального числення був розв'язаний ще в давнину. Відкриттю похідної та основ диференціального числення передували роботи французьких математиків П'єра Ферма (1601-1665), який у 1629 р. запропонував способи знаходження найбільших і найменших значень функцій, проведення дотичних до довільних кривих, що фактично спиралися на застосування похідних а також Рене Декарта (1596-1650), який розробив метод координат і основи аналітичної геометрії. Основне поняття диференціального вираховування – поняття похідної – виникло в XVII ст. у зв'язку з необхідністю розв'язування ряду задач з фізики,

механіки і математики, у першу чергу наступних двох: визначення швидкості прямолінійного нерівномірного руху і побудови дотичної до плоскої кривої. Перша з цих задач була уперше розв'язана І.Ньютоном. Функцію він називав флюентою, тобто поточною величиною (від латинського *fluere* - текти), похідну ж – флюксією (від того ж *fluere*). Ньютон позначав функції останніми літерами латинського алфавіту  $x, y, z$ , а їх флюксії, тобто похідні від флюент за часом – відповідно тими ж літерами з крапкою над ними, наприклад  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ , тощо. Таку символіку він застосував під час роботи над «Міркуваннями над квадратурами кривих» (приблизно 1690р.), а у друці вона з'явилася у листах Ньютона до Валліса у 1693р. У ранніх працях Ньютона використовуються лише флюксії першого порядку, флюксії вищих порядків з'являються у 90-х роках [1]. Для доказу свого правила Ньютон, використовуючи в основному теорему Ферма, розглядає нескінченно малий приріст часу  $dt$ , що він позначав знаком  $x_0$ , відмінним від нуля. Вираз  $x_0$ , що позначається нині і називається диференціалом ( $dx$ ), Ньютон називав моментом. Ньютон прийшов до поняття похідної, виходячи з питань механіки. Свої результати в цій області він виклав у трактаті «Метод флюксій і нескінченних рядів», що був складений близько в 1671 р. Припускають, що Ньютон відкрив свій метод флюксій ще в середині 60-х років XVII ст., однак вищезгаданий його трактат був опублікований посмертно лише в 1736 р.

Лейбніц і його послідовники – брати Бернуллі, Лопіталь та інші трактували диференціали як нескінченно малі різниці звичайних кінцевих величин, як тоді говорили – «реальних» величин «нижчої» математики.

Із самого початку XVII ст. чимало вчених, у тому числі Торрічеллі, Вівіані, Роберваль, Барроу, намагалися побудувати дотичну до кривої, використовуючи кінематичні міркування. Перший загальний спосіб побудови дотичної до алгебраїчної кривої був викладений у «Геометрії» Декарта. Більш загальним і важливим для розвитку диференціального числення був метод побудови дотичних Ферма. Ґрунтуючись на результатах Ферма і деяких інших висновках, Лейбніц значно повніше своїх попередників розв'язав задачу, про яку йде мова, створивши відповідний алгоритм. У нього задача знаходження  $tg\varphi$ , тобто кутового коефіцієнта дотичної в точці  $M$ , до плоскої кривої, що задається функцією  $y = f(x)$ , зводиться до знаходженню похідної функції  $y$  по незалежній змінній  $x$  при даному її значенні (або в даній точці)  $x = x_1$  [4]. Позначення похідної запропоноване Лейбніцом було одним з найперших. Воно широко використовується дотепер. Якщо вираз  $y = f(x)$  розглядається як функціональна залежність між залежною і незалежною змінними, тоді перша похідна позначається як:  $\frac{dy}{dx}, \frac{d}{dx} f(x)$ .

Офіційною датою народження диференціального числення можна вважається травень 1684 р., коли Лейбніц опублікував першу статтю «Новий метод максимумів і мінімумів». Ця стаття в стислій і малодоступною формі викладала принципи нового методу, названого диференціальним численням. Термін «похідна» ввів у 1797 р. французький математик Жозеф Луї Лагранж (1736 – 1813). Він ввів і сучасне позначення похідної  $y'$  і  $f'(x)$ . До Лагранжа похідну за пропозицією Лейбніца називали диференціальним коефіцієнтом. Сам термін «похідна» уперше зустрічається у французя Луї Арбогаста в його праці «Дериваційне обчислення», опублікованої у Парижі в 1800 році. Цим терміном відразу ж став користуватись і Лагранж, а згодом цей термін швидко ввійшов у загальне користування [2,3].

Ейлер в роботі «Диференціальне числення» (1755р.) розрізняв локальний екстремум і найбільші та найменші значення функції на певному відрізку. Він перший почав використовувати грецьку букву  $\Delta$  для позначення приросту аргументу  $\Delta_x = x_2 - x_1$  і приросту функції  $\Delta_y = y_2 - y_1$ . Можна навести й інші приклади, що доводять, яку велику роль грає поняття похідної в науці і техніці: прискорення – є похідна від швидкості за часом, теплоємність тіла – є похідна від кількості тепла по температурі, швидкість радіоактивного розпаду – є похідна від маси радіоактивної речовини за часом і т.п.

Отже, Ньютон прийшов до поняття похідної, розв'язуючи задачу про миттєву швидкість, а Лейбніц – розглядаючи геометричну задачу про проведення дотичної до кривої. Вивчення властивостей і способів обчислення похідних і їхнє застосування до дослідження функцій складає головний предмет диференціального числення. Створення диференціального числення (разом з інтегральним) відкрило нову епоху у розвитку математики. З цим пов'язані такі дисципліни як теорія рядів, теорія диференціальних рівнянь та багато інших. Методи математичного аналізу знайшли використання у всіх розділах математики.

## Література

1. Бевз В.Г. Практикум з історії математики: Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. – К.:НПУ імені М.П. Драгоманова, 2004. –312с.
2. Воевода А.Л. Зацікавити математикою : (методичні матеріали для підвищення інтересу до математики) : Методичний посібник / А.Л. Воевода. – Вінниця: ФОП Легкун В.М., 2012. –176 с.
3. Сайт вчителя математики [Електронний ресурс] : Мотивація за допомогою історії математики. – Режим доступу : [http://blystivita.at.ua/index/motivacija\\_za\\_dopomogoj\\_istoriji\\_matematiki/0-23](http://blystivita.at.ua/index/motivacija_za_dopomogoj_istoriji_matematiki/0-23).
4. Юшкевич А.П. Історія математики в трьох томах / А.П.Юшкевич. – М.:Наука. –том 2. –1970. – 301с.

**УДК 373.31:51(091)**  
**ІСТОРИЧНИЙ ЕКСКУРС В ТЕОРІЮ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ**

**А. П. Сасенко**

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

*e-mail: andriyko\_sayenko@ukr.net*

Науковий керівник: І. В. Хом'юк, д.пед.н., професор

**Постановка проблеми.** Диференціальні рівняння – розділ математики, що вивчає теорію і способи розв'язання рівнянь, що містять шукану функцію та її похідні різних порядків одного аргументу (звичайні диференціальні) або декількох аргументів (диференціальні рівняння в частинних похідних). Диференціальні рівняння широко використовуються на практиці, зокрема для опису перехідних процесів.

**Аналіз останніх досліджень.** Про велике освітнє та виховне значення історії науки у навчанні математики наголошували відомі математики і методисти: І. К. Андронов, О. М. Боголюбов, О. І. Бородін, В. М. Брадїс, А. С. Бугай, М. І. Бурда, М. Я. Віленкін, Н. О. Вірченко, Л. М. Вивальнюк, Г. І. Глейзер, Б. В. Гнеденко, І. Я. Депман, М. Я. Ігнатенко, В. Ю. Назаров, А. М. Колмогоров, А. Г. Конфорович, О. І. Маркушевич, В. О. Мейдер, Г. О. Михалін, А. З. Насиров, Т. С. Полякова, М. І. Шкіль та інші.

**Мета дослідження** – відобразити історичні аспекти теорії диференціальних рівнянь.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Теорія диференціальних рівнянь – розділ математики, що займається вивченням диференціальних рівнянь і пов'язаних з ними завдань. Їх результати застосовуються у багатьох природничих науках, особливо широко в фізиці.

Спочатку диференціальні рівняння виникли для задач механіки, в яких брали участь координати тіл, їх швидкості і прискорення, що розглядаються як функції від часу.

Якісна теорія диференціальних рівнянь була одночасно створена математиками А. Пуанкаре й А. М. Ляпуновим [2]. Задача, поставлена Пуанкаре, полягала у тому, щоб, не інтегруючи диференціальне рівняння, дослідити поведінку сім'ї інтегральних кривих рівняння  $y' = f(x, y)$  або

системи  $\frac{dx}{dt} = \varphi(x, y), \frac{dy}{dt} = \phi(x, y)$  на всій площині тільки на основі

властивостей функцій, що містяться у правих частинах рівнянь. А. Пуанкаре дав класифікацію і показав значення особливих точок інтегральних кривих, дослідив поведінку останніх в околі особливих точок, увів поняття граничного циклу як замкненої інтегральної кривої, до якої наближаються по спіралях досить близькі інтегральні криві.

Сам термін «Диференціальні рівняння» запропонував Г.Лейбніц у листі до І.Ньютона у 1676 році [1]. І.Ньютону належить загальний метод розв'язування диференціальних рівнянь за допомогою представлення функції у вигляді степеневого ряду. В цьому випадку застосовувалась ідея невизначених коефіцієнтів і послідовного наближення. Ньютон вважав свій винахід настільки важливим, що зашифрував його у вигляді анаграми, сенс якої в сучасних термінах можна вільно передати так: «закони природи виражаються диференціальними рівняннями».

Щоб спростити розв'язування диференціальних рівнянь і звести їх до знаходження первісних, ще в далекому минулому намагалися в кожному диференціальному рівнянні розділити змінні. З 1693 року Г.Лейбніц знав способи зведення однорідних і лінійних рівнянь до рівнянь з відокремлюваними змінними.

З величезного числа робіт XVIII століття з диференціальних рівнянь виділяються роботи Ейлера (1707-1783) і Лагранжа(1736-1813). У цих роботах була вперше розвинена теорія малих коливань, а отже – теорія лінійних систем диференціальних рівнянь; попутно виникли основні поняття лінійної алгебри (власні числа і вектори в  $n$ -вимірному просторі). Характеристичне рівняння лінійного оператора довго називали секулярним, оскільки саме з такого рівняння визначаються секулярні (вікові, тобто повільні порівняно з річним рухом) обурення планетних орбіт згідно теорії малих коливань Лагранжа.

В кінці 30-х років XVIII століття Ейлер розробив алгоритм розв'язування лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, який ґрунтується на пониженні степеня деяких однорідних рівнянь за допомогою показникової функції. У 1743 році з'явилося поняття частинного та загального інтегралів, які були відомі Ейлеру ще у 1739 році.

Д'Аламбер у 1766 році дійшов висновку, що загальний розв'язок неоднорівного лінійного диференціального рівняння дорівнює сумі деякого частинного розв'язку та загального розв'язку відповідного однорідного рівняння. У 1774-1776 рр. Лагранж зумів детально з'ясувати, як отримувати особливі розв'язки або безпосередньо з диференціального рівняння, або із загального розв'язку диференціюванням по сталій. Він також дав геометричну інтерпретацію особливих розв'язків. Загальну теорію диференціальних рівнянь вперше виклав Ейлер у праці «Інтегральне числення».

Основними напрямками розвитку теорії диференціальних рівнянь у другій половині XVIII століття були [3]:

1) розвиток теорії лінійних диференціальних рівнянь, головним чином другого порядку та їх систем, як із сталими та із змінними коефіцієнтами;

2) розвиток методів розв'язування нелінійних рівнянь першого та другого порядків та їх систем;

3) розробка наближених методів розв'язування диференціальних рівнянь.

Систематичні дослідження в області створення теорії диференціальних рівнянь у частинних похідних почалось лише в 60-х роках. Ейлера належить перша монографія, в якій вперше зроблено спробу побудови теорії диференціальних рівнянь.

Коли була доведена теорія нерозв'язності алгебраїчних рівнянь із радикалами, Жозеф Ліувіль (1809-1882) побудував аналогічну теорію диференціальних рівнянь, встановивши неможливість розв'язування ряду рівнянь (зокрема таких класичних, як лінійні рівняння другого порядку) в елементарних функціях і квадратурах. Пізніше Софус Лі (1842-1899), аналізуючи питання про інтегрування рівнянь в квадратурах, прийшов до необхідності детально дослідити групи дифеоморфізмів (що отримали згодом назву груп) – так з теорії диференціальних рівнянь виникла одна з найбільш плідних областей сучасної математики [4, 5].

Новий етап розвитку теорії диференціальних рівнянь починається з робіт Анрі Пуанкаре (1854-1912), створена ним «якісна теорія диференціальних рівнянь» разом з теорією функцій комплексних змінних призвела до основи сучасної топології. Якісна теорія диференціальних рівнянь, або, як її частіше називають, теорія динамічних систем, зараз розвивається найбільш активно і має найбільш важливі застосування теорії диференціальних рівнянь в природознавстві.

Отже, «Розвиток таких абстрактних галузей математики, як теорія множин, алгебра і функціональний аналіз, привів не тільки до створення теорії незвичної краси, а й до створення нових потужних методів у всій математиці» (М.Келдиш) [1, с.130].

### Література

1. Бевз В.Г. Історія математики / В. Г. Бевз. – К., 2007. – С. 125–127.
2. Демидов С.С. К истории линейных дифференциальных уравнений / С. С. Демидов // Историко-математические исследования. – 1985. – Вып. 28 – С. 33–37.
3. Добровольский В.А. Очерки развития аналитической теории дифференциальных уравнений / В.А.Добровольский. – К. : Вища школа, 1985.
4. Колмогоров А.Н. Математика в ее историческом развитии / А.Н.Колмогоров. – М. : Наука, 1991.
5. Олейник О.А. Роль теории дифференциальных уравнений в современной математике и ее приложениях. - <http://www.pereplet.ru/obrazovanie/stsoros/87.html>

УДК 373.31:51(091)

## ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ ПОНЯТТЯ «ФУНКЦІЯ»

**В.В. Півошенко**

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

*e-mail: fkca.1ci16.pvv@gmail.com*

Науковий керівник: І. В. Хом'юк, д.пед.н., професор

**Постановка проблеми.** Дієвим способом активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів має стати історія математики. Функціональна залежність є предметом вивчення майже всіх технічних дисциплін, але у різних формах, саме тому студентів доцільно познайомити із історичним шляхом розвитку поняття «функція».

**Аналіз останніх досліджень.** Проблемі використання історії математики в навчальному процесі присвячені наукові розвідки Г.Бевза, В.Бевз, А.Бородіної, Н.Віленкіна, М. Вигодського та ін., біографії окремих вчених-математиків – Е.Белла, А.Конфоровича, М.Шмигаєвського та ін., історичних задач різних епох Ю.Нестеренка, С.Олехніка, Г.Попова, В.Чистякова та ін. Т.Іванова підкреслює, що історія математики дозволяє побачити «живіу математику», а не суху, застиглу абстрактно-дедуктивну систему [1].

**Мета дослідження** – відобразити історичні аспекти розвитку поняття «функція».

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Функція – одне із основних понять математичного аналізу. Прослідкуємо його історичний розвиток. Ідея функціональної залежності перегукується з давнини. Її зміст виявляється вже в перших математично виражених співвідношеннях між величинами, у правилах дій над числами, формулах для знаходження площі та об'єму тих чи інших фігур. Так, вавилонські вчені (4 - 5 тис. років тому) нехай і несвідомо, встановили, що площа кола є функцією від його радіуса. Прикладами табличного задання функції можуть служити астрономічні таблиці вавилонян, стародавніх греків та індійців, а прикладами словесного задання функції – теорема про сталість відношення площ кола і квадрата на його діаметрі або античні визначення конічних перерізів, причому самі ці криві виступали як геометричні образи відповідної залежності.

*Введення поняття функції через механічне та геометричне представлення (17 століття).* Шлях до появи поняття функції заклали в 17 столітті французькі вчені Франсуа Вієт (1540-1603) і Рене Декарт (1596-1650), вони розробили єдину буквену математичну символіку, яка незабаром отримала загальне визнання. Введено було єдине позначення: невідомі величини позначали останніми буквами латинського алфавіту:  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , відомі – початковими буквами того ж алфавіту:  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , ... і т. д. Під

кожною буквою стало можливим розуміти не тільки конкретні дані, але і багато інших – в математику прийшла ідея змінних. Тим самим з'явилася можливість записувати загальні формули. Крім того, у Декарта і Ферма (1601-1665) в геометричних роботах з'являється чітке уявлення змінної величини і прямокутної системи координат. У своїй «Геометрії» в 1637 році Декарт дає поняття функції, як зміна ординати точки залежно від зміни її абсциси; він систематично розглядав лише ті криві, які можна точно представити за допомогою рівнянь, причому переважно алгебраїчних [2]. Поступово поняття функції стало ототожнюватися, таким чином, з поняттям аналітичного виразу – формули. У 1671 році І. Ньютон під функцією став розуміти змінну величину, яка змінюється з часом (він називав її «флюент»). В «Геометрії» Декарта і роботах Ферма, Ньютона і Лейбніца поняття функції носило, по суті, інтуїтивний характер і було пов'язане або з геометричними, або з механічними уявленнями: ординати точок кривих – функція від абсцис ( $x$ ); шлях і швидкість – функція від часу ( $t$ ) і т. п.

*Аналітичне визначення функції (17 - початок 19 століття).* Сам термін «функція» (від латинського *functio* – вчинення, виконання) вперше був вжитий німецьким математиком Лейбніцем в 1673 в листі до Гюйгенсу (під функцією він розумів відрізок, довжина якого змінюється по якомусь певному закону), у пресі він його ввів з 1694 року. Починаючи з 1698 Лейбніц ввів також терміни «змінна» і «константа». У 18 столітті з'являється новий погляд на функцію як на формулу, що зв'язує одну змінну з іншою. Це так звана аналітична точка зору на поняття функції. Підхід до такого визначення вперше зробив швейцарський математик Йоганн Бернуллі (1667 - 1748), який в 1718 році визначив функцію таким чином: функція – це величина, складена із змінної та постійної. Для позначення довільної функції від  $x$  Бернуллі застосував знак  $j(x)$ , називаючи характеристикою функцією; Лейбніц вживав  $x_1$ ,  $x_2$  замість сучасних  $f_1(x)$  та  $f_2(x)$ ; Ейлер позначив через  $f : y$ ,  $f : (x + y)$  те, що ми нині позначаємо через  $f(x)$ ,  $f(x + y)$ . Остаточне формулювання загального визначення функції з аналітичної точки зору зробив учень Бернуллі Ейлер у «Диференціальному обчисленні», що вийшло у світ в 1755 році: «Коли деякі кількості залежать один від одного таким чином, що при зміні останніх і самі вони піддаються змінні, то перші називають функцією других» [3, с.5]. Як видно з представлених визначень, саме поняття функції фактично ототожнювалося з аналітичним заданням.

*Ідея відповідності (19 століття).* Сучасне визначення функції, відмінне від згадок про аналітичне задання, яке належить Діріхле і виголошене у 1837р., неодноразово пропонувалось і до нього. Воно звучить так: дві змінні величини  $x$  і  $y$  зв'язані функціонально залежністю, якщо кожному значенню, якого може набувати  $x$ , відповідає



одне і лише одне значення  $y$ . Подальший розвиток математичної науки в 19 столітті ґрунтувався на загальному визначенні функції Діріхле, яке стало класичним. Сучасне поняття функції з довільними областями означення і значень сформувалося, власне кажучи, зовсім недавно, у першій половині поточного сторіччя, після робіт творця теорії множин Г. Кантора (1845-1918).

*Подальший розвиток поняття функції (20 століття - ...).* Вже з самого початку 20 століття визначення Діріхле стало викликати деякі сумніви серед частини математиків. Необхідність подальшого розширення поняття функції стала особливо гострою після виходу в світ в 1930 році книги «Основи квантової механіки» Поля Дірака, англійського фізика, одного із засновників квантової механіки. Дірак ввів так звану дельта-функцію, яка виходила далеко за рамки класичного визначення функції. У зв'язку з цим російський математик Н. М. Гюнтер й інші вчені опублікували в 30-40-х роках 20-го століття роботи, в яких невідомими є не функції точки, а «функції області», що краще відповідає фізичній сутності явищ [3]. Так, наприклад, температуру тіла в точці практично визначити не можна, в той час як температура в деякій області тіла має конкретний фізичний зміст. В загальному вигляді поняття узагальненої функції було введено французом Лораном Шварцем. У 1936 році 28-річний російський математик і механік С. Л. Соболев першим розглянув окремий випадок узагальненої функції, яка охоплює і дельта-функцію, і застосував створену теорію до розв'язання низки завдань математичної фізики.

Отже, вивчення історії розвитку функції дає зрозуміти, як послідовно досліджувались величини і робились висновки про сталі та змінні величини (дослідження робили не тільки математики, а й фізики). До поняття функції математики прийшли, відштовхуючись від конкретних і важких задач математики і її додатків. Це відбувалося в процесі створення нового могутнього апарата досліджень – інтегрального і диференціального числення. Відкриття інтегрального і диференціального числення, центральним поняттям яких Ейлер проголосив функцію, розширило можливості математики.

### Література

1. Бевз В. Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: Монографія / В. Г. Бевз. – К. : НПУ імені Драгоманова, 2005. – 360 с.
2. Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия / Г. Вилейтнер. – М. : Наука, 1966.
3. Шилов Г. Е. Что такое функция? / Г.Е. Шилов // Математика в школе. – 2003. – № 1. – С. 4-10.

УДК 373.31:51(091)

## КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА: ІСТОРИЧНИЙ АНАЛІЗ

К. С. Поперечний

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

*e-mail: kostya19994@gmail.com*

Науковий керівник: І. В. Хом'юк, д.пед.н., професор

**Постановка проблеми.** Основна задача викладача – мотивувати навчально-пізнавальну діяльність студентів. Одним із засобів виконання даної задачі є використання історичного аспекту в процесі вивчення як технічних, так і фундаментальних дисциплін. Сучасна вища освіта вбачає головним своїм завданням «озброєння» майбутніх фахівців уміннями та навичками здобувати нові знання, відкривати їх для себе самостійно[4].

**Аналіз останніх досліджень.** Вирішення визначених проблем хвилюють багатьох відомих науковців, викладачів математики, вчителів-методистів. Щоб викладач міг використовувати у своїй роботі завдання історико-математичного характеру, він має володіти науковими знаннями історичного матеріалу і вміннями включати історичний матеріал в навчальний процес. У методиці викладання математики питаннями використання елементів історизму присвячені роботи І.І. Бавріна, В.В.Бобиніна, Г.І.Глейзіна, Б.В.Гнеденко, Ю.А.Дробишева, Т.А.Іванової та ін.

**Мета дослідження** – навести історичний шлях входження в математичну науку комплексних чисел.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Комплексні числа – розширення поля дійсних чисел, зазвичай позначається  $\mathbb{C}$ . Будь-яке комплексне число може бути представлене як формальна сума  $x+iy$ , де  $x$  і  $y$  – дійсні числа,  $i$  – уявна одиниця.

Комплексні числа утворюють алгебраїчно замкнуте поле – це означає, що многочлен степеня  $n$  із комплексним коефіцієнтом має рівно  $n$  комплексних коренів (основна теорема алгебри). Це головна причина широкого застосування комплексних чисел у математиці. Крім того, застосування комплексних чисел дозволяє зручно і компактно формулювати багато математичних моделей.

Комплексні числа виникли в математиці на початку XVI століття внаслідок розв'язування алгебраїчних рівнянь 3-го ступеня, а пізніше, і рівнянь 2-го ступеня. Деякі італійські математики того часу (Сципйон дель Ферро, Ніколо Тарталья, Джіроломо Кардано, Рафаель Бомбеллі) ввели в розгляд символ  $\sqrt{-1}$  як формальний розв'язок рівняння  $x^2 + 1 = 0$ , а також вираз більш загального вигляду  $(a + b\sqrt{-1})$  для запису розв'язку рівняння

$(x - a)^2 + b^2 = 0$ . Згодом вирази виду  $(a + b\sqrt{-1})$  стали називати «уявними», а потім «комплексними» числами і записувати їх у вигляді  $(a + bi)$  (символ і для позначення  $\sqrt{-1}$  ввів Леонард Ейлер у XVIII ст.). Цих чисел, чисел нової природи виявилось достатньо для розв'язування будь-якого квадратного рівняння (включаючи випадок  $D < 0$ ), а також рівняння 3-го і 4-го ступеня. Математики XVI ст. і наступних поколінь аж до початку XIX сторіччя ставилися до комплексних числах з явною недовірою і упередженням. Вони вважали ці числа «уявними» (Декарт), «неіснуючими», «вигаданими», «виникли від надлишкового мудрування» (Кардано), Лейбніц називав ці числа «витонченим і чудовим притулком божественного духу», а  $\sqrt{-1}$  вважав символом потойбічного світу (і навіть заповідав накреслити його на своїй могилі) [3]. Проте використання апарату комплексних чисел (незважаючи на підозріле ставлення до них), дозволило розв'язати багато важких завдань. Тому з часом комплексні числа займали все більш важливе положення в математиці і її додатках.

Термін «комплексні числа» був введений Гауссом в 1831 році. Слово «комплекс» (від латинського complexus) означає зв'язок, поєднання, сукупність понять, предметів, явищ і т. д. утворюють єдине ціле.

Протягом XVII століття тривало обговорення арифметичної природи уявних чисел, можливості дати їм геометричне обґрунтування. Поступово розвивалася техніка операцій над уявними числами. На рубежі XVII і XVIII століть була побудована загальна теорія коренів  $n$  степенів спочатку з негативних, а за тим з будь-яких комплексних чисел, заснована на наступній формулі (1) англійського математика А. Муавра (1707).

$$(\cos x + i \sin x)^n = \cos nx + i \sin nx \quad (1)$$

За допомогою цієї формули можна було так само вивести формули для косинусів і синусів кратних дуг. Л. Ейлер вивів в 1748 році чудову формулу (2), яка пов'язувала воєдино показникову функцію з тригонометричною.

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x \quad (2)$$

За допомогою формули Л. Ейлера можна було підносити число  $e$  в будь-яку комплексну ступінь. Наприкінці XVIII століття французький математик Ж. Лагранж зміг сказати, що математичний аналіз вже не ускладнюють уявні величини. За допомогою уявних чисел навчилися виражати розв'язки лінійних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами. Ще раніше швейцарський математик Я. Бернуллі застосовував комплексні числа для розв'язування інтегралів.

Хоча протягом XVIII століття за допомогою комплексних чисел було розв'язано багато питань, в тому числі і прикладні завдання, пов'язані з картографією, гідродинамікою і т. д., проте ще не було строгого логічного обґрунтування теорії цих чисел. Саме тому, французький учений П. Лаплас вважав, що результати, отримані за допомогою уявних чисел – тільки наведення, яка купує характер справжніх істин лише після підтвердження прямими доказами. «Ніхто ж не сумнівається в точності результатів, одержуваних при обчисленнях з уявними кількостями, хоча вони являють собою тільки алгебраїчні форми, ієрогліфи безглузких кількостей» ( Л. Карно) [1].

Наприкінці XVIII століття, на початку XIX століття було отримано геометричне тлумачення комплексних чисел. Німець К. Гаусс у 1831 р, данець К. Вессель в 1799 р та француз Ж. Арган в 1806 р. незалежно один від одного запропонували зобразити комплексне число точкою на координатній площині [2]. Пізніше виявилось, що ще зручніше зображати число не самою точкою  $M$ , а вектором, що з'єднує цю точку з початком координат. Згадана раніше формула Ейлера (2) дозволяє записати число  $z$  у показниковій формі.

Геометричне тлумачення комплексних чисел дозволило визначити багато понять, пов'язані з функцією комплексної змінної, розширило область їх застосування. Стало ясно, що комплексні числа корисні у багатьох питаннях, де мають справу з величинами, які зображуються векторами на площині: при вивченні течії рідини, задач теорії пружності.

Отже, комплексні числа, в першу чергу глибоко проникали в теорію алгебраїчних рівнянь, істотно спростивши їх вивчення. Стало можливим зводити до комплексних чисел багато завдань природознавства, особливо гідро-і аеродинаміки, електротехніки, теорії пружності і міцності, а також геодезії і картографії. З цього часу існування «уявних» або комплексних чисел стало загальноновизнаним фактом і вони отримали такий же реальний зміст, як і дійсні числа. До теперішнього часу вивчення комплексних чисел розвинулося в найважливіший розділ сучасної математики – теорію функції комплексної змінної (ТФКЗ).

### Література

1. Бевз В.Г. Історія математики / В. Г. Бевз. – К., 2007. – С. 135–137.
2. Бевз В.Г. Практикум з історії математики : навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів / В. Г. Бевз. – К. : НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2008. – 312с.
3. Маркушевич А.І. Комплексні числа і конформні відображення / А.І.Маркушевич // Фізматгіз. – 1960.
4. Хом'юк І.В. Деякі аспекти використання компетентнісного підходу до викладання фундаментальних дисциплін у ВНЗ / І.В.Хом'юк, В.В.Хом'юк // Вісник Луганського національного університету імені Тараса Шевченка. – 2012. – Вип. № 22(257). – С. 215

## СЕКЦІЯ 2. МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

### УДК 37.091.12.011.3-051:004 ФОРМУВАННЯ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ ПІД ЧАС ВИВЧЕННЯ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

Т.С. Армаш

Державний вищий навчальний заклад «Криворізький державний педагогічний  
університет», м. Кривий Ріг  
*e-mail: armash@i.ua*

Математична підготовка майбутніх учителів математики в педагогічних ВНЗ складається з низки математичних дисциплін, кожна з яких орієнтована на формування й розвиток у студентів математичних понять, спеціальних мисленневих процесів, методів діяльності тощо.

Один зі шляхів оновлення змісту освіти – її орієнтація на компетентнісний підхід. Проблемою компетентнісного підходу в професійній підготовці педагогів займаються такі науковці як І. Акуленко, Н. Глузман, І. Зязюн, Н. Кузьміна, А. Кузьмінський, А. Маркова, Є. Павлютенков, С. Скворцова, Н. Тарасенкова. Питання методики навчання лінійної алгебри у ВНЗ студіювали О. Красножон (підготовка майбутнього вчителя фізики в умовах використання інформаційно-комунікаційних технологій); В. Круглик (методична система навчання лінійної алгебри у ВНЗ із використанням інформаційних технологій); О. Співаковський (теоретико-методичні основи навчання лінійної алгебри).

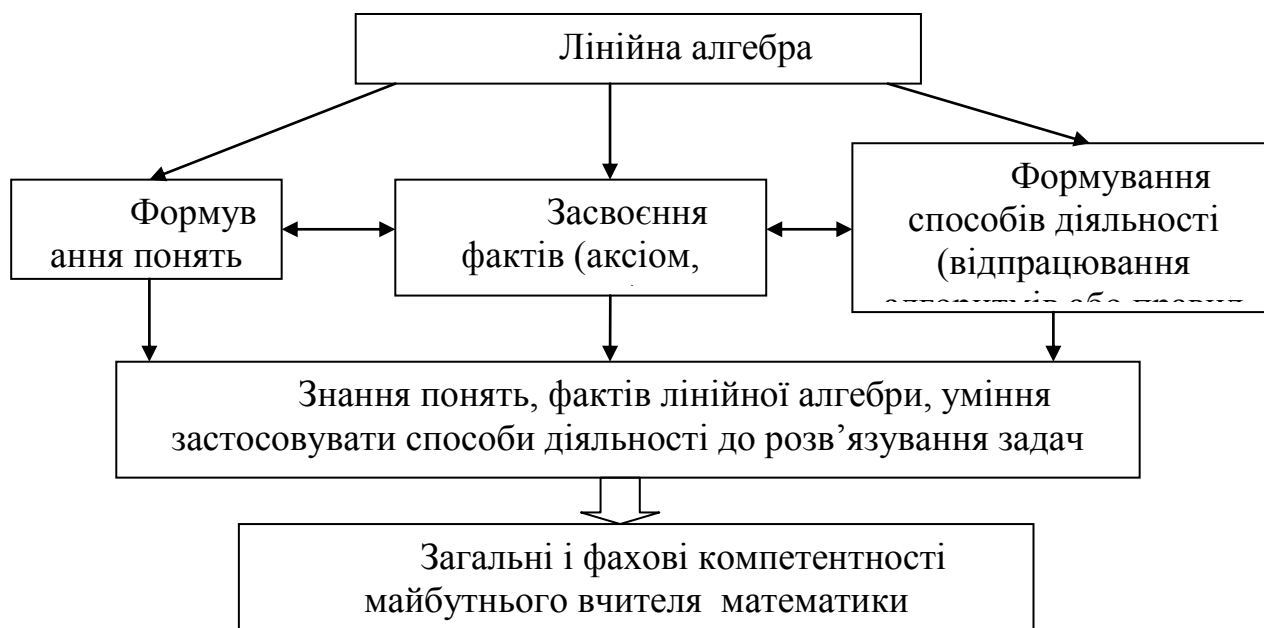
Метою даного дослідження є розкриття ролі дисципліни «Лінійна алгебра» під час формування компетентностей майбутніх учителів математики.

Розглянемо деякі можливості набуття компетентностей через математичну освіту. Навчання лінійної алгебри потребує від студентів значних зусиль, сприяє розвитку логічного мислення, уваги, пам'яті, тобто формує їх навчальні компетентності. Застосовування навичок лічби, алгоритмів дій та інформаційно-комунікаційних технологій у процесі розв'язування задач лінійної алгебри сприяє формуванню й розвитку фахових компетентностей.

Знання з лінійної алгебри є тією базою, яка дозволяє опанувати практичні вміння і навички розв'язування різноманітних задач різного рівня складності, допомагає розвивати індивідуальні якості мисленневих процесів: логічності, системності, аналітичності тощо.

Опанування змісту лінійної алгебри через засвоєння правил, законів, теорем та алгоритмів допомагає студентові вивчати дисципліну й водночас набувати загальних і фахових компетентностей. Структуру формування

компетентностей майбутніх учителів математики у процесі навчання лінійної алгебри подано на рисунку 1.



*Рис.1. Структура формування груп компетентностей у процесі навчання лінійної алгебри майбутніх учителів математики*

У навчанні лінійної алгебри, як і будь-якої математичної дисципліни задачі відведено важливу роль. Дослідимо роль задач в організації компетентісно орієнтованого навчання лінійної алгебри майбутніх учителів математики.

Важливе місце у фаховій підготовці спеціаліста мають завдання, спрямовані на застосування отриманих знань у ситуаціях близьких до майбутньої професійної діяльності. Найбільший потенціал в цьому напрямку мають компетентісно орієнтовані задачі, які дозволяють предметом навчальної діяльності майбутніх учителів математики зробити задачі, що моделюють актуальні проблеми їх майбутньої професійної діяльності, серед цих задач можуть бути і задачі дослідницького типу.

Окреслена категорія задач є досить новою для психолого-педагогічної теорії і практики, проте їх різні змістовні і технологічні аспекти достатньо мірою відображені в роботах А. Багаутдінової, М. Будько, І. Кліщового, Л. Надточія, О. Харитонової, О. Шехоніна, М. Шингарьової, І. Шмігрілової і ін. Відповідно до нашого дослідження вважаємо за доцільне ґрунтуватися на означенні розглядуваної категорії, сформульованому І. Шмігріловою [1], і розглядати компетентісно орієнтовані задачі як спеціально сконструйовані завдання, спрямовані на формування динамічної комбінації знань, умінь і практичних навичок,

способів мислення, професійних і світоглядних якостей, що дозволяють успішно здійснювати подальшу навчальну й фахову діяльність.

На сучасному етапі у психолого-педагогічній літературі активно досліджується питання класифікації компетентісно орієнтованих задач. Враховуючи напрям теми нашого дослідження ми пропонуємо класифікувати компетентісно орієнтовані задачі з лінійної алгебри відповідно до компетентностей, які формуються під час розв'язування відповідної задачі. Звісно, що у процесі розв'язування задач лінійної алгебри будуть формуватися не одна, а декілька компетентностей, тому і компетентності, які формуються під час вивчення лінійної алгебри ми також пропонуємо об'єднати у групи: дослідницькі, алгоритмічні, моделювальні.

Під *алгоритмічними* компетентісно орієнтованими задачами ми розуміємо ті, задачі, які сприятимуть формуванню й розвитку алгоритмічних компетентностей. У лінійній алгебрі ідеться про задачі на застосування алгоритмів над об'єктами лінійної алгебри, у яких потрібно обирати й коректно застосовувати алгоритми, перевіряти або встановлювати правильність алгоритму, а також частково створити власні алгоритми.

Під *дослідницькими* компетентісно орієнтованими задачами ми розуміємо ті, задачі, які сприятимуть формуванню й розвитку дослідницьких компетентностей. У лінійній алгебрі ідеться про задачі, в яких потрібно провести дослідження, тобто потрібно аналізувати, досліджувати, самостійно відшукувати дані, опрацьовувати різного типу інформацію.

Під *моделювальними* компетентісно орієнтованими задачами ми розуміємо ті, задачі, які сприятимуть формуванню та розвитку моделювальних компетентностей. У лінійній алгебрі – це задачі на застосування методів і прийомів лінійної алгебри для розв'язування прикладних задач та дослідження процесів і явищ навколишнього середовища тощо; у яких використовується математичне моделювання під час побудови моделей різних процесів, алгоритми вивчення та побудови моделей явищ і процесів.

Отже, навчання лінійної алгебри сприятиме формуванню загальних і фахових компетентностей майбутніх учителів математики, якщо разом з опануванням змісту дисципліни через засвоєння правил, законів, теорем, алгоритмів майбутнім учителям математики систематично пропонувати компетентісно орієнтовані задачі.

## Література

1. Шмигрилова И. Б. Компетентностно-ориентированные поисково-исследовательские задания в школьной математике / И. Б. Шмигрилова // Мир, науки, культуры и образования – 2012. – № 5. – С. 182–184.

**УДК 372.851**

**УЗАГАЛЬНЕННЯ ЯК ВИД НАВЧАЛЬНОГО ВПЛИВУ ПРИ  
ВИКЛАДАННІ МАТЕМАТИКИ**

**П.П. Барішовець<sup>1</sup>, М.М. Білоцький<sup>2</sup>, А.С. Муранов<sup>3</sup>,  
О.С.Муранов<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>Національний авіаційний університет, Київ

*e-mail: pbar@ukr.net*

<sup>2</sup>Національний педагогічний університет, Київ

*e-mail: mikbil@ukr.net*

<sup>3</sup>Національний авіаційний університет, Київ

*e-mail: barypp@bigmir.net*

<sup>4</sup>Національний авіаційний університет, Київ

*e-mail: lu33@mail.ru*

З кожним роком підвищуються вимоги до математичної підготовки сучасного інженера. Якщо зовсім недавно це були нескладні математичні розрахунки, то майбутнім інженерам треба не лише глибше знати традиційні математичні дисципліни, а і навчитись застосовувати нові математичні теорії та інформаційні методи.

В системі навчання математиці основне місце серед дидактичних впливів займають виклад навчального матеріалу та навчальні задачі. При цьому роль цих складових весь час зростає. На жаль, у зв'язку зі скороченням загальної кількості годин на математику в вищих навчальних закладах і зниженням рівня математичної підготовки, що спостерігається у випускників середніх навчальних закладів збільшується відсоток студентів, яким стає малодоступним як засвоєння теорії, так і розв'язування задач.

З огляду на внутрішню логіку навчальної дисципліни викладач не може скорочувати матеріал всередині розділів, отже він повинен віднайти додаткові можливості активізації продуктивної діяльності студентів. На подібну роль можна спробувати такий вид дидактичного впливу як узагальнення. Їх можна використовувати як для повторення матеріалу, що колись вивчався, так і для подальшого закріплення щойно розглянутого.

Узагальнення можуть стосуватися теоретичних моментів: означень, теорем, окремих математичних формул, властивостей об'єктів та їх структури. З їх допомогою можна також допомогти студенту (чи групі студентів) усвідомити загальний план розв'язку будь-якої з цілої групи задач, проконтролювати правильність розв'язку і перевірити одержаний результат. При цьому це досить часто треба поєднувати з повторенням елементарної математики.



Можна виділити деякі спільні підходи при застосуванні узагальнень.

1. Різниця між попередньою і новою кількістю інформації повинна бути доступною для засвоєння хоча б частиною студентів.

2. Повідомляючи студентам новий теоретичний момент, можливо слід почати з більш простої його форми. В разі розуміння перейти до узагальнень.

3. Несуперечливість умови. Повинні існувати об'єкти, що її задовольняють.

4. Чіткість формулювань. Вони не повинні допускати неоднозначних тлумачень.

Наведемо ряд прикладів.

1. При розгляді числових множин (таких, наприклад, як  $Z$ ,  $R$  та  $C$ ), можна використовувати (з подальшим застосуванням) такі алгебраїчні поняття як кільце та поле. В більш підготовленій аудиторії можна використовувати поняття групи.

2. При вивченні границь розглянути поняття границі функції на множині.

3. Викладач може регулювати рівень самооцінки студента, змінюючи рівень узагальнень. Наприклад, систему

$$\begin{cases} 3x + 2y - 4z = a \\ 2x + y + 4z = b \\ 2x - 3y - 5z = 7 \end{cases}$$

можна розв'язати спочатку при одному параметрі.

4. Розглядаючи групу задач, об'єднаних спільною тематикою, слід окрім черговості їх розв'язання передбачити наявність в групі певної «проблемної» задачі. Остання повинна узагальнювати решту якщо не конкретним змістом, то ідейно. Для цієї мети доцільно було б застосувати задачу практичного змісту.

5. Використання алгоритмічних вказівок, що містять покрокові дії, які доступні розумінню студентів і є частиною загального плану розв'язування задачі. Змінюючи лише окремі вказівки, можна змінювати глибину узагальнення навчального моменту. За приклад можна взяти алгоритмічний запис означення границі.

## Література

1. Денисюк В.П. Вища математика: підручник : у 2 ч. / В.П. Денисюк, В.К. Репета. — Ч.1. — К. : НАУ, 2013. — 472с.
2. Овчинников П. П. Вища математика : підручник : у 2 ч. / П. П. Овчинников, Ф. П. Яремчук, В. М. Михайленко. — 2-е вид. — К. : Техніка, 2000. — 592 с.

**УДК 519.81**  
**ПРОФЕСІЙНА СПРЯМОВАНІСТЬ КУРСУ «ДОСЛІДЖЕННЯ**  
**ОПЕРАЦІЙ В ТРАНСПОРТНИХ СИСТЕМАХ»**

**Д.Є. Бобилєв**

Державний вищий навчальний заклад «Криворізький державний педагогічний університет», м. Кривий Ріг  
*e-mail: bob\_d@i.ua*

Інтенсивний розвиток вантажних та пасажирських перевезень вимагає впровадження сучасних форм та методів управління ними. Цього можливо досягти шляхом застосування математичного апарату для управління вантажними та пасажирськими перевезеннями. Метою дисципліни «Дослідження операцій в транспортних системах» є формування теоретичних знань і практичних навичок формалізації задач управління в транспортних системах з використанням спеціалізованих оптимізаційних методів. Предметом дисципліни є методи прийняття рішень і управління процесами в транспортних системах. У відповідності до цього фахівець у галузі транспортних технологій повинен знати: різноманітні моделі лінійного програмування та основні принципи теорії масового обслуговування та методів динамічного програмування; вміти: формалізувати алгоритми роботи та цілі управління транспортних систем, представляти їх у вигляді графів переходів та відповідних аналітичних формулювань, прийнятих в галузі дослідження операцій; мати уявлення: про методику розв'язування задач дослідження операцій згідно алгоритмів розрахунку.

Дисципліна «Дослідження операцій в транспортних системах» є нормативним курсом з циклу дисциплін професійної та практичної підготовки, що читається для студентів спеціальності 275 «Транспортні технології» Національного транспортного університету обсягом 6 кредитів і закінчується іспитом та виконанням курсового проекту.

Для активізації пізнавальної активності студентів, задачі курсу повинні якомога краще бути наближені до реальних, які розв'язують фахівці з транспортних технологій.

Наведемо приклад задачі, яка взята безпосередньо з практики роботи логістичного відділу ТОВ «Екоспецтранс» (м. Кривий Ріг). Дане підприємство займається вивозкою сміття у житлових кварталах. У кожному такому кварталі, одного з районів м. Кривий Ріг, знаходиться певна кількість контейнерів, кожен з яких має об'єм  $V_k = 1,1 \text{ м}^3$ . Всього таких контейнерів  $n_k = 110$ . При цьому задані такі додаткові умови:

- об'єм кузова вантажівки є обмеженим і дорівнює  $V_g = 43 \text{ м}^3$ ;

- кінцевою точкою рейсу вантажівки із заповненим кузовом є Звалище (пункт Б);
- вантажівка починає свій рух із Бази в пункті А;
- наступні рейси передбачають циклічний рух кварталами (із пункту Б в пункт А);
- остання точка прибуття вантажівки з пустим кузовом – База (пункт А);
- розміщення кварталів та відстані між ними подано на рисунку 1;
- кількість контейнерів у кожному кварталі подано в таблиці 1.

Таблиця 1

Кількість контейнерів у кожному кварталі

№	К-сть контейнерів	№	К-сть контейнерів
1	4	16	1
2	5	17	3
3	6	18	3
4	4	19	2
5	5	20	4
6	3	21	5
7	2	22	2
8	5	23	6
9	4	24	2
10	3	25	1
11	6	26	1
12	3	27	4
13	3	28	3
14	7	29	5
15	8		

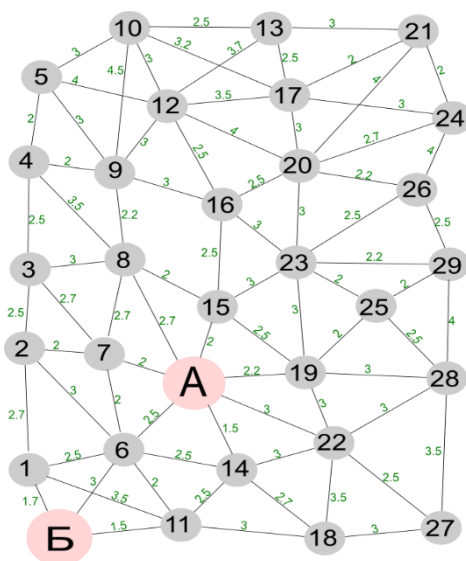


Рис. 1. Розміщення кварталів та відстані між ними

Студент, розв'язуючи задачу, спочатку визначає кількість рейсів. Для даної задачі, умовно маємо 3 рейси вантажівки, за які вона може обслужити всі квартали міста. За умовою свій маршрут вантажівка починає з п. А. Останній рейс буде проходити від п. Б до п. А. Для розв'язання задачі студентам необхідно побудувати алгоритм, взявши за основу алгоритм методу Форда-Фалкерсона.

Реалізація професійної спрямованості навчання студентів спеціальності 275 «Транспортні технології» в рамках традиційного навчання у ВНЗ забезпечуються, на нашу думку, за рахунок використання текстових математичних задач з логістичним змістом.

Під професійно орієнтованими математичними завданнями з логістичною складовою ми розуміємо завдання, зміст яких пов'язаний з об'єктами і процесами майбутньої професійної діяльності студента, а їх дослідження за допомогою математичного апарату сприяє усвідомленому застосуванню математичних знань при вивченні циклу спеціальних дисциплін та формування професійної компетентності майбутнього бакалавра транспорту.

Погляд на математику як на універсальну мову науки, як на сукупність математичних об'єктів, які є моделями явищ і процесів інших областей пізнання, дозволяє говорити про її можливості у формуванні професійних компетентностей, пов'язаних з побудовою і дослідженням моделей явищ і процесів навколишньої дійсності. При побудові моделі об'єкт, як правило, спрощується, і схема об'єкта описується за допомогою того чи іншого математичного апарату. При розв'язанні професійно орієнтованих завдань, що мають логістичний зміст, схему з трьох етапів можна розгорнути більш детально. В результаті ми отримуємо наступний перелік етапів математичного моделювання, який описаний в роботі [1].

Посилення професійної спрямованості навчання математичних дисциплін студентів спеціальності 275 «Транспортні технології», зокрема, за рахунок використання математичних задач з професійно-орієнтованою складовою, дозволяє перенести акцент з абстрактного характеру математичних знань на прикладний, що сприятиме формуванню уявлень студентів про дисципліну «Дослідження операцій в транспортних системах» як про найважливіший інструмент розв'язання його майбутніх професійних завдань у логістичній сфері.

## Література

1. Никаноркина Н.В. Некоторые аспекты использования профессионально ориентированных задач в обучении математике студентов-экономистов / Н.В. Никаноркина // Математическое моделирование в экономике, управлении, образовании. Материалы Международной научно-практической конференции/Под ред. Ю.А. Дробышева, И.В. Дробышевой – Калуга: ИП Стрельцов И.А. (Изд-во «Эйдос»), 2015. – С. 214–220.

**УДК 378.147**  
**МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ**  
**КУЛЬТУРИ СТУДЕНТІВ ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ**  
**СПЕЦІАЛЬНОСТІ «ПРОГРАМНА ІНЖЕНЕРІЯ»**

**С. В. Богосва**

Дружківський технікум Донбаської державної машинобудівної академії,  
м. Дружківка  
*e-mail: bogoevasneg@mail.ru*

Сучасні соціально-економічні умови розвитку країни висувають нові вимоги до якості навчання у вищих технічних навчальних закладах (ВТНЗ). Це, в свою чергу, обумовлює вплив на методичні основи викладання фундаментальних дисциплін, зокрема математичних. У зв'язку з цим особливої актуальності набуває питання формування математичної культури студентів ВТНЗ, як один із шляхів підвищення ефективності математичної освіти.

Проблеми формування й розвитку математичної культури студентів ВТНЗ досліджувались в працях таких науковців, як С. А. Розанова [1], В. І. Трофименко [2]. В роботах вчених наголошується, що математична культура нерозривно пов'язана з професійною діяльністю людини.

Покажемо, як може бути організоване формування математичної культури студентів спеціальності «Програмна інженерія» на прикладі розв'язування математичної задачі.

Першою і найважливішою частиною розв'язування практичної задачі з математики є чітке її формулювання. Для кращого усвідомлення умови студенти мають володіти певним об'ємом знань, що сприяє встановленню відповідності між елементами і правилами предметної галузі і математичними термінами.

Крім об'єму знань, важливе місце посідає логічне мислення, що має бути достатньо розвинутим та уможлиблювати формалізацію задачі студентом. Оскільки, знання в пам'яті людини не є аморфними, а організовані у вигляді концептів, найбільш абстрактних, узагальнених понять, що відображають різні форми життєдіяльності.

Наступний етап розв'язування математичної задачі - відшукування методу розв'язування. Важливим є оперативність знань, тобто обчислювальні вміння і навички, вміння використати їх в подібних ситуаціях.

У відповідності з обраним методом розв'язання застосовують обчислювальні процеси. Слід відзначити, що більшість навчальних програм встановлюють об'єм знань, вмінь і навичок, що є обов'язковими

для засвоєння, без урахування індивідуального підходу. З цієї точки зору, доцільним є диференційований підхід до навчання студентів.

Основною формою такого підходу до навчання є диференційовані завдання різних типів з курсу вищої математики.

Серед них виокремлюють, як-от диференційовані завдання для: а) засвоєння навчального матеріалу; б) узагальнення і систематизації знань; в) контролю й перевірки отриманих знань та вмінь.

Важливою формою індивідуальної роботи зі студентами є виконання ними творчих навчально-дослідницьких завдань з курсу вищої математики з використанням засобів сучасних інформаційних технологій, комп'ютерних програм [2].

Для майбутніх програмних інженерів знання з предметів математичного циклу насамперед є професійним інструментом аналізу, прогнозування, наукового пошуку, способів бачення математичних об'єктів у програмах, математичного моделювання, організації та управління, тобто є запорукою успішної професійної підготовки.

Однією з пріоритетних складових математичної культури майбутніх фахівців галузі індустрії програмної продукції є алгоритмічна культура. Поняття алгоритму відноситься до фундаментальних понять основ математики.

Вміння формулювати й застосовувати алгоритми є важливим не тільки для розвитку математичного мислення і математичних умінь; але й означає також вміння формулювати й виконувати правила. Під час написання комп'ютерних програм алгоритм відображає логічну послідовність операцій.

Математична культура спеціаліста індустрії програмної продукції – це цілісне утворення, з ядром складеним із глибоких фундаментальних математичних знань, умінь та навичок, яка ґрунтується на культурах: інформаційній, алгоритмічній, логічній, графічній, обчислювальній, математичного мислення та математичної мови, та забезпечує стійку професійну компетентність, професійну самоосвіту і самовдосконалення.

## Література

1. Розанова С. А. Научно-методическая концепция формирования математической культуры студентов технического университета / Розанова С. А. // Труды. Второй региональной научно-практической конференции «Профессиональная ориентация и методика преподавания в системе школа-вуз», 27 марта 2001г., МИРЭА. М. – 129 с.
2. Трофименко В.І. Методичні основи формування математичної культури студентів технічного університету / В.І. Трофименко // Інформаційні технології в освіті. – 2008. – №2. – С. 120 - 124.

**УДК 517.31**  
**ПРО ЗАСТОСУВАННЯ ТАБЛИЧНОГО ЗАПИСУ ІНТЕГРУВАННЯ**  
**ЧАСТИНАМИ**

**В.О. Гайдей, Л.Б. Федорова**

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», Київ  
*e-mail: victor144169@gmail.com*

Табличний запис є ефективною і зручною реалізацією узагальненого методу інтегрування частинами, що базується на формулі [2]:

$$\int uv^{(n+1)} dx = uv^{(n)} - u'v^{(n-1)} + u''v^{(n-2)} - \dots + (-1)^n u^{(n)}v + (-1)^{n+1} \int u^{(n+1)}v dx \quad (1)$$

Якщо позначити  $u(x) = f(x)$ , а  $v^{(n+1)} = g(x)$ , то формулу (1) можна переписати ще в такому вигляді [4, 5]:

$$\int f(x)g(x)dx = \sum_{k=0}^n (-1)^k f^{(k)}(x)g^{(-k-1)}(x) + (-1)^{n+1} \int f^{(n+1)}g^{(-n-1)}(x)dx, \quad (2)$$

де  $f^{(k)}(x)$  — похідна  $k$ -го порядку функції  $f(x)$ , а  $g^{(-k)}(x)$  — первісна  $k$ -го порядку функції  $g(x)$ :

$$g^{(-1)}(x) = \int g(x)dx, g^{(-2)}(x) = \int g^{(-1)}(x)dx, \dots, g^{(-k-1)}(x) = \int g^{(-k)}(x)dx.$$

Знаходження послідовних похідних і первісних зручно оформлювати в табличному вигляді, що водночас і зменшує кількість можливих помилок.

Почережні		$f(x)$		$g(x)$
знаки		та її похідні		та її первісні
+	→	$f(x)$	□	$g(x)$
-	→	$f'(x)$	□	$g^{(-1)}(x)$
+	→	$f''(x)$	□	$g^{(-2)}(x)$
...	...	....	....	...
$(-1)^n$	→	$f^{(n)}(x)$	□	$g^{(-n)}(x)$
$(-1)^{n+1}$	→	$f^{(n+1)}(x)$	→	$g^{(-n-1)}(x)$

Стрілки вказують на напрям множення відповідних функцій.

Цей метод запису інтегрування частинами був запропонований у статті [2] і широко використовується в англomовній навчальній літературі, приміром [3, 6]. Деякі приклади застосування табличного запису подано в статті [1].

Для практичної реалізації методу можна замість заголовків-результатів дій використовувати також вказівку на виконувану дію.

У разі якщо  $f(x) = P_n(x)$  — многочлен  $n$ -го порядку, то формула (2) набуває простішого вигляду:

$$\int f(x)g(x)dx = \sum_{k=0}^n (-1)^k f^{(k)}(x)g^{(-k-1)}(x),$$

оскільки  $(P_n(x))^{(n+1)} = 0$ .

**Приклад 1.** Запишімо в табличному вигляді двократне інтегрування частинами в інтегралі  $\int(3x^2 + 2x + 5)\cos 2x dx$ .

Змінюємо знак	Диференціюємо	Інтегруємо
+	$\rightarrow f(x) = 3x^2 + 2x + 5$	$g(x) = \cos 2x$
-	$\rightarrow f'(x) = 6x + 2$	$\square g^{(-1)}(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$
+	$\rightarrow f''(x) = 6$	$\square g^{(-2)}(x) = -\frac{1}{4} \cos 2x$
-	$\rightarrow f'''(x) = 0$	$\square g^{(-3)}(x) = -\frac{1}{8} \sin 2x$

Отже,

$$\begin{aligned} & \int(3x^2 + 2x + 5)\cos 2x dx = \\ & = (3x^2 + 2x + 5) \cdot \frac{1}{2} \sin 2x - (6x + 2) \left( -\frac{1}{4} \cos 2x \right) + 6 \left( -\frac{1}{8} \sin 2x \right) + C = \\ & = \frac{1}{4} (6x^2 + 4x + 7) + \frac{1}{2} (3x + 1) \cos 2x + C. \end{aligned}$$

Табличне інтегрування частинами може бути ефективно застосоване й до інтегралів вигляду  $\int \frac{P_n(x)}{(ax + b)^r} dx$  [5]. Розгляньмо випадок, коли  $r$  не є цілим числом.

**Приклад 2.** Запишімо у табличному вигляді інтегрування частинами в інтегралі  $\int \frac{4x^2 + 3x - 1}{\sqrt[4]{4x + 7}} dx$ .



Почережні знаки		$P_2(x)$ та її похідні	$g(x)$ та її первісні
+	→	$P_2(x) = 4x^2 + 3x - 1$ □	$g(x) = (4x + 7)^{\frac{1}{4}}$
-	→	$P_2'(x) = 8x + 3$ □	$g^{(-1)}(x) = \frac{(4x + 7)^{\frac{3}{4}}}{4 \cdot \frac{3}{4}}$
+	→	$P_2''(x) = 8$ □	$g^{(-2)}(x) = \frac{(4x + 7)^{\frac{5}{4}}}{4 \cdot \frac{5}{4}}$
-	→	$P_2'''(x) = 0$ □	$g^{(-3)}(x) = \frac{(4x + 7)^{\frac{7}{4}}}{4 \cdot \frac{7}{4}}$

Отже, маємо:

$$\int \frac{4x^2 + 3x - 1}{\sqrt[4]{4x + 7}} dx = (4x^2 + 3x - 1) \frac{(4x + 7)^{\frac{3}{4}}}{3} - (8x + 3) \frac{(4x + 7)^{\frac{5}{4}}}{5} + 8 \frac{(4x + 7)^{\frac{7}{4}}}{7} + C.$$

Табличний запис інтегрування частинами може бути ефективно застосований як в теоретичних викладках (приміром, виведення формул операційного числення), так і до конкретних прикладів, де виникає потреба в багаторазовому інтегруванні частинами. А саме до інтегралів вигляду:

$$\int P_n(x) f(ax) dx, \int P_n(x) (ax + b)^{-r} dx, \int P_n(x) \ln^k x dx, \int f(ax) g(bx) dx,$$

де  $f(x) \in \{e^x, \sin x, \cos x, \operatorname{sh} x, \operatorname{ch} x\}$ ,  $g(x) \in \{\sin x, \cos x, \operatorname{sh} x, \operatorname{ch} x\}$ ;  $n, k \in \mathbb{N}$ ,  $r > 0$ .

### Література

1. Трофіменко В. Про табличний запис інтегрування частинами / В. Трофіменко, Л. Б. Федорова // Математика в сучасному технічному університеті : матеріали IV Міжнар. наук.-практ. конф. (Київ, 24—25 груд. 2015 р.). — Київ : НТУУ «КПІ», 2016. — С. 208—211.
2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. — Москва : Физматлит, 2001. — Т. 2. — 800 с.
3. Anton H. Calculus : Early transcendentals / H. Anton, I. Bivens, S. Davis. — 10 ed. — Wiley Publishing, Inc, 2013. — 1312 p.
4. Folley K. W. Integration by Parts / K. W. Folley // The American Mathematical Monthly. — 1947. — Vol. 54, No. 9. — P. 542—543.
5. Horowitz D. Tabular Integration by Parts / D. Horowitz // The College Mathematics Journal. — 1990. — Vol. 21, No. 4. — P. 307—311.
6. Larson R. Calculus / R. Larson, B. Edwards. — 10 ed. — Brooks Cole, 2013. — 1280 p.

**УДК 378.14**  
**ХАРАКТЕРИСТИКА ОСВІТНІХ ПРОГРАМ ПІДГОТОВКИ**  
**МАЙБУТНІХ ГЕОДЕЗИСТІВ У КРАЇНАХ БЛИЗЬКОГО**  
**ЗАРУБІЖЖЯ**

**Н.В. Гонгало**

Житомирський національний агроекологічний університет, м. Житомир  
*e-mail: natali-gongalo@rambler.ru*

**Постановка проблеми.** Вдосконалюючи умови фахової підготовки майбутніх геодезистів у процесі формування їх професійних компетентностей необхідно дбати про формування їхньої математичної компетентності, яка, в основному, формується на заняттях з вищої математики. Тому вивчення досвіду країн близького зарубіжжя по організації освітніх програм в області геодезії викликає інтерес та надає можливості його використання в удосконаленні геодезичної освіти в Україні.

**Мета даної статті** – проаналізувати умови фахової підготовки майбутніх інженерів геодезичних спеціальностей в країнах близького зарубіжжя з метою використання зарубіжного досвіду в удосконаленні геодезичної освіти в Україні.

**Виклад основного матеріалу.** Найвідомішим у *Росії* вищим навчальним закладом, який здійснює підготовку фахівців в галузі геодезії є Московський Державний університет геодезії і картографії (МІГАіК). Підготовка бакалаврів ведеться за шістьма напрямками, серед яких: «геодезія та дистанційне зондування», «картографія та геоінформатика», «землепорядкування та кадастри».

Термін засвоєння програми бакалаврата за напрямом підготовки «Землепорядкування та кадастри» складає 4 роки. Трудомісткість курсу складає 240 залікових одиниць за увесь період навчання, та включає усі види аудиторної та самостійної роботи, контролю та практики. Серед базових модулів – модуль «Математика», на вивчення якого відводиться 576 год на протязі 4-х семестрів. Для вивчення дисципліни необхідні компетенції, сформовані в результаті навчання в середній загальноосвітній школі. Дисципліна «Математика» формує компетентності, необхідні для освоєння модулів професійного циклу.

До вибірових дисциплін відноситься «Теорія математичної обробки» (288 год) та «Теорія похибок вимірювань» (288 год), які вивчаються у 4 семестрі. Метою математичної освіти бакалавра є: виховання досить високої математичної культури; набуття навичок сучасних видів математичного мислення; здатність до узагальнення, аналізу, сприйняття інформації, постановки мети і вибору шляхів її

досягнення; володіння базовими знаннями фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом географічних наук картографії, для обробки інформації та аналізу географічних і картографічних даних [1].

Велика увага приділяється проходженню практик. На проходженням учбової практики, під час навчання на бакалавраті, відводиться 648 год, на виробничу практику - 540 год.

Навчання в магістратурі за напрямком «Землевпорядкування та кадастри» триває 2 роки та включає 120 залікових одиниць. Вступник повинен мати документ державного зразка про вищу освіту на рівні бакалаврату за напрямом «Землевпорядкування та кадастри». До дисциплін математичного циклу, які вивчаються в магістратурі, відноситься «Прикладна математика» (108 год), яка формує компетентності, необхідні для освоєння модулів професійного циклу.

Науково-дослідницька робота для студентів магістратури складає 1152 год, а виробнича практика 648 год. Для випускників, які бажають залучитися до викладацької діяльності, розрахована педагогічна практика в обсязі 108 год.

Університет сільського господарства в Кракові (University of Agriculture in Krakow) (*Польща*) отримує досвід з інтелектуальної спадщини і традиції Ягеллонського університету. Завдяки компетентнісному підходу в підготовці майбутніх фахівців університет постійно модифікує і оновлює освітні програми.

На факультеті геодезії та картографії навчання ведеться за очною та заочною програмами в областях: інженерний захист навколишнього середовища; землевпорядкування та картографія; просторове управління.

Освітня програма на здобуття ступеня «Бакалавр» за очною програмою триває 3,5 року (повний робочий день) та 4 роки (неповний робочий день). За заочною формою навчання здійснюється через інтернет без приїзду студентів до університету. Математичні дисципліни вивчаються 1,5 року: в I семестрі – «Вища математика» (4 кредити ECTS), в II та III семестрі – «Математика та елементи статистики» (загальна кількість 6 кредитів ECTS).

*Професійна* та дипломна практика тривають кожна по два тижні (80 год). Їх мета - збір вихідних матеріалів або вимірювань, необхідних для реалізації дослідження. Випускники першого ступеня мають можливість продовжити свою освіту в обраному напрямку, щоб отримати ступінь магістра або диплом інженера. Термін навчання за магістерською програмою триває 1,5 року (3 семестри), після завершення якої, випускник отримує професійне звання: інженер-магістр. Крім того, в цьому напрямку, можна отримати докторську ступінь в області геодезії і картографії.

Освітні програми по геодезичним спеціальностям Полоцького Державного університету (*Білорусь*) розроблені таким чином, щоб студенти мали змогу фундаментально оволодіти як базовими так і спеціальними дисциплінами. Програма підготовки інженерів зазначених спеціальностей освітньо-кваліфікаційного рівня «Бакалавр» триває 5 років, магістра - один рік. План учбової дисципліни складається з базових, вибіркових модулів та факультативів. Серед базових можна виділити модуль «Математика», на вивчення якого відводиться 900 годин, 55% з яких відводиться на самостійну роботу. До базових модулів також відноситься «Теорія математичної обробки геодезичних вимірів», яка вивчається в III семестрі. До вибіркових модулів відносяться «Обчислювальна математика», «Математична картографія», які вивчаються на п'ятому курсі навчання.

Випускаюча кафедра геодезії та геоінформаційних систем має сучасну матеріально-технічну базу для проведення польових навчальних практик, а також проведення експериментальних досліджень при підготовці магістерських дисертацій та НДРС.

**Висновки.** У результаті аналізу освітніх програм ВНЗ країн близького зарубіжжя, досвіду їх підготовки майбутніх геодезистів, можна зробити наступні висновки. Терміни навчання фахівців в різних країнах відрізняються. Так в Росії та Білорусі магістерську освіту можливо отримати за повних 6 років, в Польщі за 5 років.

Достатня увага приділяється вивченню математичних дисциплін, що сприяє формуванню у майбутніх фахівців математичних компетентностей.

Формування професійних компетентностей відбувається при вивченні спеціальних та прикладних математичних дисциплін, а також обов'язкового проходження достатньої кількості годин учбової та виробничої практики.

Ці висновки можуть бути корисними при підготовці вітчизняних геодезичних кадрів та забезпеченні сталого розвитку вищої інженерної освіти в цілому в рамках компетентнісного підходу.

### Література

1. University of Agriculture in Krakow [Електронний ресурс] – Режим доступу : <http://en.ur.krakow.pl/>
2. Полоцкий государственный университет [Електронний ресурс] – Режим доступу : <http://www.psu.by/index.php/obrazovanie/bakalavriat/805-geodezija.html>.
3. Московский государственный университет геодезии и картографии [Електронний ресурс] – Режим доступу : [http://miigaik.ru/obrazovanie\\_v\\_mi/facultety/](http://miigaik.ru/obrazovanie_v_mi/facultety/)

**УДК 37.036.5**  
**ВЕКТОРНА АЛГЕБРА – ОСНОВА МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ**  
**СТУДЕНТІВ ТЕХНІЧНОГО ВНЗ**

**Т. А. Грицик**

Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне  
*e-mail: grizik2008@ukr.net*

Курс вищої математики у технічному вищому навчальному закладі (ВНЗ) складає основу вивчення циклу спеціальних дисциплін навчального плану підготовки фахівця. Вища математика забезпечує формування відповідних умінь: для математичного опису фізичних та механічних процесів, створення та дослідження математичних моделей цих процесів, розв'язування професійно-орієнтованих задач.

Векторна алгебра – один з важливих розділів вищої математики, що вивчається у технічному ВНЗ [1; 2]. Поняття вектору необхідне для розуміння багатьох загально-технічних понять та процесів. Значна кількість фізичних величин має векторну природу. Важливість векторної алгебри для технічних спеціальностей є незаперечною.

У змісті векторного матеріалу виділимо дві складові: описову та прикладну. Перша включає такі змістові елементи як означення вектору, типи векторів (колінеарні, компланарні, одиничні, нульові), лінійні дії над векторами (додавання, віднімання векторів, множення вектору на число), проекція вектору на вісь, добутки векторів (скалярний, векторний, мішаний), векторне поле, дивергенція, ротор вектору та інші.

Прикладна складова демонструє практичні застосування векторів у механіці, статиці, електродинаміці, оптиці. Для технічних спеціальностей прикладна складова набуває більшого значення та обсягу, зростає частка завдань на застосування векторів до розв'язування задач фізичного та технічного змісту. Пропонуємо наступну змістово-дидактичну схему міжпредметних зв'язків векторної алгебри (табл. 1).

До педагогічних умов реалізації міжпредметних зв'язків векторної алгебри віднесемо наступні: мотивація вивчення векторів (векторна алгебра як передумова опанування професійно-орієнтованими дисциплінами); виклад теоретичного матеріалу у комплексі з відповідним прикладним змістом; вдало підібрана система прикладних задач на застосування векторів; застосування проблемних та евристичних методів у процесі вивчення векторів; включення у систему контролю задач та вправ міжпредметного змісту. За таких умов, векторна алгебра сприяє забезпеченню професійної орієнтації курсу вищої математики для технічних спеціальностей ВНЗ.

Таблиця 1

Векторна алгебра

Описова складова: елементи змісту	Прикладна складова: елементи змісту
<p>Означення вектору. Приклади векторів. Вектор як напрямлений відрізок. Вектор як упорядкований набір чисел. Типи векторів. Координати вектору. Вектор в одновимірному, двовимірному та тривимірному просторі.</p>	<p><u>Теоретична механіка</u>: прикладені, ковзні, вільні вектори. <u>Кінематика</u>: вектори лінійної <math>\vec{v}</math> та кутової <math>\vec{\omega}</math> швидкостей, миттєвої швидкості, переміщення <math>\vec{s}</math>, прискорення <math>\vec{a}</math>, радіус-вектор точки <math>\vec{r}</math> та інші. <u>Динаміка</u>: вектори сили <math>\vec{F}</math>, імпульсу <math>\vec{p}</math>, моменту сили <math>\vec{M}</math> та моменту імпульсу <math>\vec{L}</math>. <u>Статика</u>: аксіоми статички, система збіжних сил, плоска система сил, довільна система сил. <u>Електродинаміка</u>: вектори напруженості електричного поля <math>\vec{E}</math>, електричної індукції <math>\vec{D}</math>, електромагнітної індукції <math>\vec{B}</math>, густини електричного струму <math>\vec{j}</math>.</p>
<p>Лінійні дії над векторами. Векторний простір, його базис та розмірність. Проекція вектору на вісь.</p>	<p>Рівнодійна системи сил. Геометричний спосіб додавання сил. Задачі на рівновагу системи сил. Проекція сили на вісь та на площину. Зосереджені сили та розподілені навантаження. Центр паралельних сил. Закон Ома у диференціальній формі. Векторний метод розв'язування задач. Фізичні задачі на правила векторного додавання.</p>
<p>Скалярний добуток векторів</p>	<p>Механічна робота <math>A</math>, миттєва потужність <math>N</math>.</p>
<p>Векторний добуток векторів</p>	<p>Момент сили відносно точки та осі, момент пари сил, момент імпульсу, формула Ейлера. Правило правої руки. Площа паралелограма та трикутника.</p>
<p>Мішаний добуток векторів</p>	<p>Об'єми многогранників. Об'єм паралелепіпеда та піраміди.</p>
<p>Векторне поле. Потік векторного поля. Дивергенція, ротор вектору</p>	<p>Потік вектору напруженості, теорема Остроградського-Гаусса. Система рівнянь Максвелла для світлової хвилі.</p>

Література

1. Нічуговська Л.І. Адаптивна концепція математичної освіти студентів ВНЗ і конкурентноспроможність випускників : методологія, теорія, практика / Л.Нічуговська. – Полтава : РВВ ПУСКУ, 2008. – 152 с.
2. Слєпкань З.І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі: навчальний посібник / Слєпкань З.І. – К. : Вища школа, 2005. – 239 с.

**УДК 378.14**  
**ПРИКЛАДНІ АСПЕКТИ НАВЧАЛЬНО-ПІЗНАВАЛЬНОЇ**  
**ДІЯЛЬНОСТІ МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ ПІД ЧАС ВИКЛАДАННЯ**  
**МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН**

**Н.С. Грудкіна<sup>1</sup>, Т. М. Котенко<sup>2</sup>, А.І. Степанов<sup>3</sup>, Я.Г. Шуригіна<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>Донбаська державна машинобудівна академія, Краматорськ  
*e-mail: vm.grudkina@ukr.net*

ДПТНЗ «Краматорський центр професійно-технічної освіти»  
*e-mail: tatyana.kotenko@gmail*

<sup>3</sup>Краматорська ЗОШ І-ІІІ ст. № 22 з профільним навчанням  
*e-mail: vm.st@ukr.net*

<sup>4</sup>Краматорський коледж ДонНУЕТ імені Михайла Туган-Барановського  
*e-mail: krkdonnuet@gmail.com*

Розвиток науки та промисловості вимагає безперервного оновлення змісту математичної освіти, зближення навчального предмета з наукою, постійного оновлення його змісту відповідно до соціального замовлення суспільства. Сучасний етап розвитку математичних дисциплін характеризується жорстким відбором змісту, чітким визначенням міжпредметних зв'язків, достатньо високими вимогами до математичної підготовки учнів шкіл, коледжів та студентів вищих навчальних закладів (ВНЗ) на кожному етапі навчання з посиленням розвиваючої ролі математики та її прикладного спрямування [1, 2]. Розвиток машинобудування вимагає освоєння нових ресурсощадних технологій, що дозволяють виготовляти високоякісну продукцію з найменшими показниками енерго- і трудомісткості виробництва, з найбільшою продуктивністю. В зв'язку з цим необхідним є формування у майбутніх інженерів навичок та вмінь дослідника під час побудови та розв'язання сучасних прикладних задач відповідної спеціалізації в процесі навчання математичних дисциплін, починаючи зі шкільної ланки. Зазначимо, що враховуючи вимоги сьогодення і перспективи розвитку вищої освіти, навчання математичних дисциплін, починаючи з опанування математики у старших класах та закінчуючи спеціальними курсами, що викладаються магістрам та аспірантам ВЗН, має вийти на якісно новий рівень. Учні та студенти мають бути залучені до навчальної діяльності, яка б сприяла формуванню у них вмінь та навичок, притаманних майбутньому інженеру-досліднику. Тому, проблема професійної спрямованості навчання математичних дисциплін у системі сучасної освіти є актуальною та своєчасною. Шляхи забезпечення професійної спрямованості навчання математичних дисциплін полягають у наповненні їх прикладними задачами та окремими питаннями, які є професійно значущими для майбутніх інженерів [2]. Ці положення необхідно враховувати під час

визначення змісту навчання цих курсів, враховувати не тільки знання та вміння, які є важливими для розуміння учнями та студентами безпосередньо зазначеної дисципліни, але й такі, які є важливими у подальшому для вивчення профільних дисциплін.

Метою статті є висвітлення шляхів практичної реалізації професійної спрямованості навчання математичних дисциплін, що викладаються учням старших класів, студентам коледжів та ВЗН технічного спрямування.

Відповідно до наукового напрямку «Розвиток ресурсощадних процесів ОМТ» наукової школи ДДМА під час викладання тем «Векторна алгебра» та «Застосування похідної до розв'язань практичних задач» може бути використано пакет прикладних задач з побудови годографу швидкостей та обчислення зведеного тиску у вигляді деякої аналітичної функції та її подальшого дослідження на оптимальне (мінімальне) значення. Набуті знання та навички розв'язання даного типу задач необхідні майбутнім інженерам в подальшому при розробці курсових та дипломних проектів.

Розглянемо у якості демонстрації використання необхідних знань студентами старших курсів та магістрів спеціальності «Металургія» зі спеціалізацією «Комп'ютерне проектування процесів пластичного деформування» наступну прикладну задачу. Побудуємо математичну модель процесу комбінованого радіально-зворотного видавлювання деталі типу «стакан з фланцем» із утворенням дефекту у вигляді утягнення (рис. 1) методом верхньої оцінки [3].

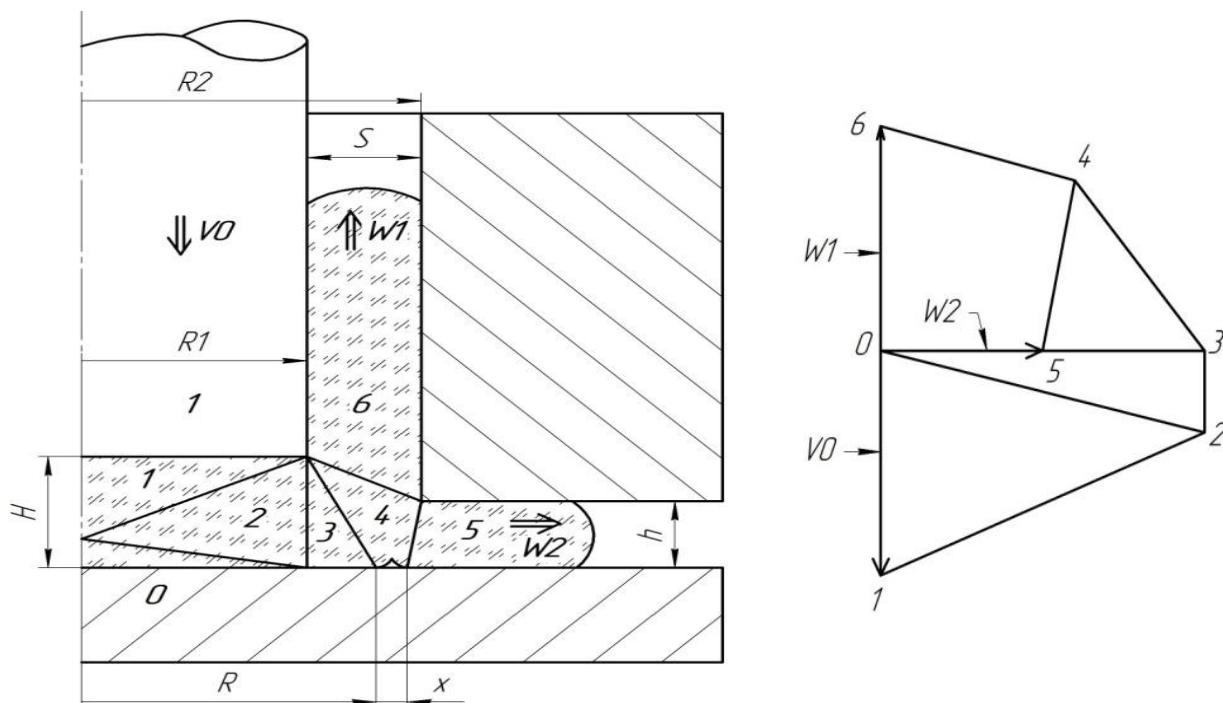


Рис. 1. Схема процесу і годограф радіально-зворотного видавлювання

Довжини границь контакту між кінематичними елементами і з інструментом визначимо згідно з формулою:



$$l_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (1)$$

Визначення горизонтальних і вертикальних складових швидкостей зсуву кінематичних елементів відносно один одного і поверхні інструменту потребує знань основних формул векторної алгебри та поняття паралельності прямих.

Для процесу комбінованого радіально-зворотного видавлювання рівняння енергетичного балансу приймає наступний вигляд:

$$\bar{p} = \frac{1}{2R_1V_0} \left( v_{12}l_{12} + v_{23}l_{23} + v_{34}l_{34} + v_{45}l_{45} + v_{46}l_{46} + 2\mu_s(v_{03}l_{03} + v_{16}l_{16} + v_{05}l_{05} + v_{06}l_{06}) \right) \quad (2)$$

Подальше дослідження функції зведеного тиску  $\bar{p}$  вимагає знань та навичок із знаходження мінімуму даної функції з використанням поняття похідної функції однієї (у найпростішому випадку) та декількох змінних (у наведеному прикладі) з подальшою геометричною інтерпретацією та отриманих результатів та аналізом впливу геометричних та кінематичних параметрів даного процесу деформування.

Забезпечення професійної спрямованості є найважливішим завданням навчання математичних дисциплін у системі сучасної освіти, як шкільної, так і вищої. Це завдання реалізується шляхом наповнення змісту дисципліни питаннями, які є значущими для майбутньої професії. При цьому на перший план виходить мета навчання школярів та студентів застосовувати математичний апарат до розв'язування задач відповідного обраній спеціалізації та потреб даного конкретного напрямку змісту, шляхом побудови та аналізу математичних моделей фізичних явищ та процесів. Впровадження прикладних задач відповідно до вимог наукових шкіл академії у навчальний процес потребує відповідних методичних розробок.

### Література

1. Cognitive approach to teaching students solving practical tasks in mathematics / K. Vlasenko // Математика в сучасному технічному університеті : матеріали IV Міжнар. наук.-практ. конф. (Київ, 24 – 25 груд. 2015 р.). – Київ : НТУУ КПІ, 2016. – С. 131 – 135.
2. Прокопенко Н.А. Цілі та зміст навчання векторної алгебри у системі інженерної освіти / Н.А.Прокопенко // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. робіт, 2009. – № 32. – С. 95-100.
3. Prediction of the Variation of the Form in the Processes of Extrusion / I. Aliiev, L. Aliieva, N. Grudkina, I. Zhibankov // Metallurgical and Mining Industry: scientific and technical journal. – Dnepropetrovsk : NMetAU, 2011. – Vol. 3, No 7. – P. 17–22. – ISSN 2076–0507.

**УДК 378.14:519.237.5**  
**АНАЛІЗ ВПЛИВУ РІВНЯ ПОЧАТКОВИХ ЗНАНЬ З МАТЕМАТИКИ**  
**НА РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ СТУДЕНТІВ**

**М.М. Данченко, О.П. Ломейко, Н.Л. Сосницька, Л.В. Халанчук**

Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь

*e-mail: danchenko.ea@mail.ru*

*e-mail: sosnickaya19@rambler.ru*

З сучасної теорії систем «навчальна» підсистема ВНЗ може розглядатися одночасно і як складна система, і як складний процес [1], що підпорядковані головній меті – за час навчання студентів сформувати у випускників професійні компетентності у відповідній галузі за обраною спеціальністю. Моніторинг якості функціонування та управління «навчальною» підсистемою є необхідною технологічною і соціально-економічною функцією ВНЗ.

З метою забезпечення неперервного контролю якості функціонування навчального процесу, як складної багатовимірної системи, та ефективного управління цим процесом в ТДАТУ створена комплексна система його моніторингу, ключовою ланкою якої є електронний журнал реєстрації результатів навчання студентів.

Мета дослідження – проаналізувати вплив рівня початкових знань з математики на результати навчання студентів енергетичного факультету за підсумками першого року навчання, використовуючи базу даних електронного журналу.

Початковий рівень знань оцінювався за даними ЗНО з математики випускників шкіл ( $Z_{znm}$ ) та за результатами вхідного тестування (ВТ) з математики студентів-першокурсників ( $Y_{0m}$ ) [2-4]. 12 завдань ВТ позначено  $X1m, X2m, \dots, X12m$  відповідно до номера завдання. В останньому рядку таблиці можна побачити назви об'єктів, що відповідають шифру, записаному в першому рядку (рис.1).

Встановлено рейтинг завдань ВТ по рівнях обізнаності студентів з даного питання, починаючи з найбільше обізнаного:  $X2m, X3m, X11m, X1m, X4m, X6m, X9m, X12m, X8m, X5m, X7m, X10m$ .

Кореляційний аналіз дозволив встановити зв'язки показників початкового рівня знань з математики та успішністю навчання з дисципліни «Вища математика», враховуючи результати I і II модулів, екзамену та підсумкового балу за кожен семестр (рис. 1). З'ясовано, що найбільшу кількість кореляційних зв'язків, а відповідно і найвищий ранг впливу мали результати ЗНО з математики. Це ще раз доводить значущість проведення ЗНО. Наступними виявилися результати знань формул

скороченого множення і теореми Піфагора, які дійсно є базою знань і найчастіше використовувалися при вивченні вищої математики.

		X1m	X2m	X3m	X4m	X5m	X6m	X7m	X8m	X9m	X10m	X11m	X12m	Y <sub>0m</sub>	Z <sub>знм</sub>
vmly1	r											-,469	,440		,570(*)
	γ											,067	,088		,033
vmly2	r			,483			,675(**)		,419				,536(*)	,654(**)	,487
	γ			,058			,004		,107				,032	,006	,077
vmly3e	r						,455								
	γ						,077								
vmlyke	r						,534(*)						-,439		,555(*)
	γ						,033						,089		,039
vm2y1	r								,422				,681(**)		
	γ								,104				,004		
vm2y2	r					,459	,503(*)							,480	,628(*)
	γ					,074	,047							,060	,016
vm2y3e	r		,463				,499(*)								
	γ		,071				,049								
vm2yke	r						,466						,444		,579(*)
	γ						,069						,085		,030
N <sub>Σ</sub>		0	1	1	0	2	5	0	2	0	0	2	4	2	5
Ранг показника		10	9	8	10	5	2	10	7	10	10	6	3	4	1
Назва об'єктів (факторів)		Порівняння десяткового і звичайного дробів	Дії з цілими числами	Додавання дробів з рівними знаменниками	Таблиці значення тригонометричної функції	Логарифм	Формула скороченого множення	Рівняння ліній	Сума кутів опуклого n-кутника	Розв'язок квадратного рівняння	Площа, довжина, об'єм	Знаходження відсотка від числа	Теорема Піфагора	Оцінка за ВТ з математики	ЗНО з математики

Рис. 1. Кореляційні зв'язки з вищою математикою

В цілому можна прослідкувати вплив внутрішньої структури початкових знань з математики на результати подальшого вивчення студентами дисципліни «Вища математика», що певним чином корисно для коригування початкового рівня знань як засіб покращення результату вивчення дисциплін, а саме – створити адаптаційні курси для студентів на початку навчання.

Аналогічно досліджено зв'язок між показниками початкового рівня знань з математики та успішністю навчання студентів з дисципліни «Фізика» (рис. 2).

		X1m	X2m	X3m	X4m	X5m	X6m	X7m	X8m	X9m	X10m	X11m	X12m	Y <sub>0m</sub>	Z <sub>знм</sub>
f1ykz	r				,474								,516(*)		
	γ				,064								,041		
f2y1	r						,468						,424		,559(*)
	γ						,067						,102		,038
f2y2	r												,587(*)		,629(*)
	γ												,017		,016
f2y3e	r						,500(*)								
	γ						,049								
f2yke	r												,525(*)		,623(*)
	γ												,037		,017
N <sub>Σ</sub>		0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	4	0	3
Ранг показника		6	6	6	4	6	5	3	6	6	6	6	1	6	2

Рис. 2. Кореляційні зв'язки з фізикою

Аналіз встановлених кореляційних зв'язків між рівнем початкових знань структурних елементів шкільного курсу математики та навчальними результатами студентів енергетичного факультету з курсу фізики дозволяє оптимізувати відповідно до реальних умов організаційно-методичні та навчально-дидактичні засоби викладання даної дисципліни.

Аналогічні дослідження кореляційних зв'язків між результатами навчання і результатами показників початкового рівня знань з математики були проведені за всіма дисциплінами, що вивчали студенти на першому курсі.

Результатами досліджень доведено вплив початкового рівня знань з математики на результати подальшого навчання студентів в університеті. За даними вхідного тестування з математики та результатами кореляційного аналізу виявлені найбільш впливові навчальні елементи шкільного курсу математики, серед яких найвищі три сходинки за рангом впливу посіли теорема Піфагора, рівняння лінії (прямої, кола і гіперболи) та формули скороченого множення.

Отже, багатовимірний статистичний аналіз бази даних електронного журналу дозволяє:

1. Оперативно відслідковувати персональні навчальні досягнення студентів.

2. Провести кластеризацію навчальних дисциплін за кількістю і щільністю кореляційних зв'язків між інтегральними показниками якості навчання студентів і проранжувати навчальні дисципліни, а також визначити ефективні шляхи поглиблення їхньої міжпредметної інтеграції.

Кінцевою метою цих досліджень є розробка і впровадження комп'ютерної програми для обробки великої бази даних електронного журналу як основної структурної ланки системи моніторингу якості навчального процесу в ТДАТУ. Програма повинна передбачати ієрархічну мережу користувачів в межах їх компетенції: студенти, викладачі, завідувачі кафедр, куратори академічних груп, декани, проректори, ректор.

### Література

1. Бахрушин В. Є. Математичне моделювання : навчальний посібник / В.Є. Бахрушин. – Запоріжжя : ГУ „ЗІДМУ”, 2004. – 140 с.
2. Крилова Т. В. Проблеми навчання математики в технічному вузі / Т.В. Крилова. – К. : Вища школа, 1998. – 296 с.
3. Муранова Н. П. Фізико-математична підготовка старшокласників до навчання в технічному університеті: монографія / Н.П. Муранова. – К.: НАУ, 2013. – 464 с.
4. Паращенко Л.І. Тестові технології у навчальному закладі : Метод. посібник / Л.І. Паращенко, В.Д. Леонський, Г.І. Леонська; Наук. ред. О.І. Ляшенко – К.: [ТОВ "Майстерня книги"], 2006. – 217 с.

УДК 371.3:51

ВИКОРИСТАННЯ ГРАФІЧНОГО МЕТОДУ ПІД ЧАС  
РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ ІЗ ПАРАМЕТРАМИС. І. Діхтенко<sup>1</sup>, С. О. Колесников<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Андріївська ЗОШ І-ІІІ ст. Слов'янської районної ради Донецької області,  
с. Андріївка

*e-mail: azoh1980@yandex.ua*

<sup>2</sup> Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ

*e-mail: skolesn@rambler.ru*

Щоб мати можливість знайти своє місце в житті, сучасний учень має володіти певними знаннями й уміннями.

В Андріївській ЗОШ І-ІІІ ст. учні старших класів навчаються за філологічним профілем, а тому на вивчення математики за навчальним планом відведено недостатню кількість годин. В зв'язку з цим вчителями математики проводяться додаткові заняття, на яких розглядаються більш широко теми, необхідні для підготовки учнів до здачі ЗНО. Підготовка до ЗНО з математики виявляє нову тенденцію: спрямованість змісту завдань на перевірку сформованості розвитку логічного мислення учнів та їх дослідницьких навичок.

Досвід проведення ЗНО з математики свідчить, що необхідно готувати учнів до такої форми контролю як тестування протягом усього навчального року. Успішне виконання школярами завдань зовнішнього незалежного оцінювання з математики спирається, перш за все, на успішне засвоєння ними теоретичного матеріалу, та застосування різних методів розв'язування задач в тому числі графічних методів.

Проблема використання графічних методів при розв'язанні алгебраїчних завдань у свій час була відображена в роботах багатьох математиків і методистів, наприклад Бевз Г.П. [2], О.В. Скафа [2], З.В. Слєпкань [3], та інших.

Метою дослідження даної роботи було перевірка ефективності застосування одного графічного методу при рішенні деяких задач з параметрами.

Розглянемо застосування в алгебрі властивостей лінійного рівняння прямої на площині. Як відомо, дві прямі можна записати в загальному вигляді:  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  та  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ , або  $y = k_1 \cdot x + d_1 = 0$  та  $y = k_2 \cdot x + d_2 = 0$ . При виконанні умови  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ , або  $(k_1 = k_2, d_1 \neq d_2)$

прямі паралельні, а при  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ , або  $(k_1 = k_2, d_1 = d_2)$  співпадають. Якщо

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ , або  $k_1 \neq k_2$  то дві прямі перетинаються в одній точці.

Покажемо на одному тестовому прикладі із ЗНО, як застосувати ці властивості при рішенні наступного завдання. При яких значеннях параметра  $a$  рівняння

$$6(ax - 1) - a = 2(a + x) - 7$$

має єдине рішення або нескінченну кількість розв'язків ?

Виконання такого завдання деякою мірою має дослідницький характер. Алгебраїчне розв'язання приводить до необхідності аналізувати рівняння

$$2 \cdot (3a - 1)x = 3a - 1$$

Для багатьох учнів це нескладне завдання є непростим, так як потрібно проводити відповідний логічний аналіз, під час якого учні роблять помилки. Водночас формальне застосування вище наведених властивостей для двох прямих дозволяє швидко знайти рішення. А саме: пропонується ввести в розгляд дві прямі:  $y = 6a \cdot x - a - 6$  та  $y = 2 \cdot x + 2a - 7$  і аналізувати їх взаємне розташування.

При умові  $6a \neq 2$  прямі мають єдину точку перетину, а значить вихідне рівняння єдине рішення. Якщо  $6a = 2$ , то перевіряємо умову збігу прямих  $-a - 6 = 2a - 7$ , яка виконується, а значить рівняння має безліч розв'язків.

Підтверджено досвідом, що учні, використовуючи даний метод при розв'язуванні лінійних рівнянь та систем з параметрами, успішно справлялися з тестовими завданнями із ЗНО:

- знайдіть усі значення параметра  $a$ , при яких система рівнянь 
$$\begin{cases} ax + 4y = 6 + a, \\ 2x + (2 + a)y = 8 \end{cases}$$
 має безліч розв'язків (якщо таких значень кілька, то до відповіді напишіть їх суму);
- при яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $4x^2 - ax + a - 3 = 0$  має один розв'язок?
- при яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $2(a - 2x) - a = ax + 3$  не має розв'язків?

### Література

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики: Навч. Посібник / Бевз Г.П. — К.: Вища школа, 1989. — 367с.
2. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография/Е.И.Скафа. – Донецк : Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.
3. Слєпкань З.І. Методика навчання математики/ З.І. Слєпкань. – К. : Зодіак - ЕКО, 2000. – 512с..

**УДК 372.851**  
**ПРО ВИКЛАДАННЯ ОКРЕМИХ ПИТАНЬ КОМПЛЕКСНОГО**  
**АНАЛІЗУ В РАМКАХ ПРОЕКТУ АНГЛОМОВНОЇ ОСВІТИ НАУ**

**О. В. Карупу**

Національний авіаційний університет, Київ  
*e-mail: karupu@ukr.net*

Більшість студентів НАУ, які навчаються за технічними спеціальностями, потребують певного рівня теоретичних і практичних знань з теорії функцій комплексної змінної. Це пов'язано з тим, що для вивчення спеціальних дисциплін їм потрібне досить хороше володіння методами одного з прикладних розділів ТФКЗ – операційного числення. Оскільки для студентів більшості спеціальностей традиційно викладається синтетичний курс вищої математики, то в цей курс включаються основні розділи комплексного аналізу і операційне числення. Для роботи з іноземними студентами в рамках проекту англomовної освіти призначено навчальні посібники [1, 2].

Особливу увагу при вивченні аналітичних функцій студентами, що навчаються за напрямками “Комп’ютерна інженерія”, “Системна інженерія”, “Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології”, “Радіотехніка”, “Авіоніка”, “Електронні пристрої та системи” та “Обслуговування повітряних суден” потрібно приділяти освоєнню техніки обчислення інтегральних лишків і алгоритмам знаходження зображень та оригіналів перетворення Лапласа. Деякі особливості викладання цих питань розглядалися в рамках дослідження [3].

Рекомендується детальна алгоритмізація викладачем процесу застосування перетворення Лапласа до розв’язування лінійних диференціальних рівнянь, систем лінійних диференціальних рівнянь і найпростіших інтегральних рівнянь. Бажано також надавати опорні матеріали по основним теоремам операційного числення і рекомендації по використанню систем комп’ютерної математики при розв’язуванні відповідних задач.

**Література**

1. Karupu O.W. Elements of theory of functions of complex variable. Lectures. / O.W. Karupu – Kyiv: NAU, 2002. – 68 p.
2. Karupu O.W. Operational calculus. Lectures. / O.W. Karupu – Kyiv: NAU, 2003.– 52 p.
3. Карупу О. В.. Про деякі особливості викладання математичних дисциплін англomовним студентам / О.В. Карупу, Т.А. Олешко., В.В. Пахненко // Вісник Чернігівського національного педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки. – 2011. – Вип. 83. – С. 76-79.

**УДК 378.147**  
**ІНТЕГРОВАНІЙ ПІДХІД ДО ФОРМУВАННЯ**  
**ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ ЗНАТЬ З МАТЕМАТИКИ МАЙБУТНІХ**  
**ІНЖЕНЕРІВ**

**В.І. Клочко**

Вінницький національний технічний університет, м.Вінниця  
*e-mail: klochko\_vitaly@mail.ru*

Як зазначається в урядових документах про вищу освіту України та документах країн ЄС, випускник технічного ВНЗ ХХІ ст. повинен мати високий рівень фундаментальної, спеціальної та практичної підготовки до професійної діяльності, а також мати відповідні особистісні якості.

Інженер здійснює діяльність, пов'язану з проектуванням, інформаційним обслуговуванням, організацією виробництва, праці і управління, технічним наглядом та багатьма функціями фахівця. Однією з форм діяльності, особливо важливою, є створення інтелектуальної продукції. У сучасних умовах стає особливо актуальними є проблеми підготовки вищими навчальними закладами фахівців, система знань яких у процесі діяльності спиралася б на відповідний математичний фундамент.

Проблемі математичної підготовки майбутніх інженерів присвячені праці таких науковців, як В. І. Арнольд, З. В. Бондаренко, І. А. Берьозкіна, К. В. Власенко, О. Г. Євсєєва, О. М. Крилов, Л. Д. Кудрявцев, Н. В. Рашевська, О. І. Скафа, Ю. В. Триус і інші.

Проблеми фундаментальної математичної підготовки висвітлено в роботах М. М. Ковтонюк, Г. Я. Дутки, С.О. Семерівкова, Н.В. Стучинська і інші.

Важливість фундаментальних знань з курсу вищої математики підкреслюється вченими у частині предметних компетенцій бакалаврів технічних спеціальностей. Його фахові знання повинні відображати глибину знань базових математичних дисциплін, здатність до використання їх на належному рівні, підтверджувати розуміння основних теорем математичних курсів і здібності до їх доведення. Знання фахівця повинні відображати його можливість вирішення математичних проблем і проблем подібних до раніше досліджених, але вищого рівня складності вимагають оригінальності мислення.

Найбільш важливою особливістю фундаментальних знань – це наявність можливостей для прогнозування, побудови базових моделей організації виробництва [7]. Звідси можна зробити висновок, що реальні пізнавальний процес може бути представлений ієрархічно організованих системи моделей навчання. На наш погляд, такою моделлю може бути поєднання міжпредметних, інтегрованих та інтегративних підходів на основі головних ідей або тем [3;6]. Перехід від міждисциплінарного



(міжпредметного) підходу до інтегрованого потребує відповідної готовності як викладачів так і студентів. Проілюструємо цю тезу наступним прикладом.

Багато інженерних задач можна описати звичайними лінійними диференціальними рівняннями із сталими коефіцієнтами. Тому у розділі "Звичайні диференціальні рівняння" курсу вищої математики навіть, якщо навіть виділяється мінімальна кількість годин, необхідно розглядати задачі практичного змісту, що допомогло б студентам зрозуміти, чому вони повинні вивчати диференціальні рівняння (ДР). До цього часу вже створено підгрунття диференціального та інтегрального числення.

У навчальному посібнику [2] наведено значну кількість професійно орієнтованих завдань, розв'язаних та для індивідуальної роботи, а також наведено поради щодо використання при цьому СКМ MathCAD та Maple [5].

Розглянемо приклад такої задачі [4]. Автори розглядають задачу про визначення моменту інерції механічної системи з обертальною формою руху. Звичайно. Викладач ретельно готується до заняття, де розглядатиметься задача, оскільки деяким поняттям з теоретичної механіки (момент інерції) та теоретичних основ електротехніки (опір, ємність, індуктивність) необхідно поставити у відповідність математичні моделі. Розв'язати системи ДР (механічної системи руху та відповідної системи за законами Кірхгофа) практично не можливо. На занятті викладач проілюструє ланцюжок моделей, необхідних для розв'язання проблеми:

**механічна модель → електрична модель → математична модель  
→ → комп'ютерна модель**

Ще на один момент слід звернути увагу. Механічна модель являє собою систему чотирьох лінійних ДР першого порядку або одного лінійного ДР зі сталими коефіцієнтами четвертого порядку, а відповідна електрична модель – одного лінійного ДР зі сталими коефіцієнтами третього порядку.

Аналіз, хоча і не глибокого процесу побудови системи звичайних лінійних ДР зі сталими коефіцієнтами, що описують рух механічної системи, переконує студентів у необхідності вимог щодо відповідних властивостей функцій. Зокрема студенти з'ясовують, що будь-яка неперервна, обмежена функція однієї, яку вважають за модель сигналу (як змінну у просторі, часі величину, що є інформативною), є розв'язком звичайного лінійного диференціального рівняння і, що вона може бути зображена за допомогою певної лінійної структури. Окрім того студенти побачили, що лінійне диференціальне рівняння є моделлю реальних фізичних явищ і з'являється під час вивчення цих явищ на основі знання фізичних законів та евристичних висновків.

Отже, інтегрований підхід у навчанні математики майбутніх інженерів є важливим чинником у фундаменталізації їхньої математичної підготовки, показує важливість математичних знань у майбутній професійній діяльності, підвищує рівень навчання математики та математизованих спеціальних дисциплін.

Удосконалення процесу фундаменталізації математичної освіти інженерів можливе за рахунок впровадження та комплексного використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій (СІКТ), що забезпечують доступність та ефективність освіти.

Вплив СІКТ на зміст фундаментальної математичної підготовки інженерів проявляється у розширенні та поглибленні базових знань з курсу вищої математики, поглибленні інтегрованих зв'язків та використанню задач професійно орієнтованого реального змісту; формуванні мотивації, рефлексії та активізації пізнавальної діяльності студентів; реалізації творчого підходу викладача до організації навчального процесу та до формування творчого ставлення студентів до навчання; в предметно орієнтованому комп'ютерному середовищі; комплексне застосування міжпредметних, інтегрованих та інтегративних підходів, методів та засобів у навчальному процесі; у можливості системного контролю та оцінювання рівня фундаментальних математичних знань майбутнього інженера впродовж усього періоду навчання.

### Література

1. Власенко К.В. Теоретичні й методичні аспекти навчання вищої математики з використанням інформаційних технологій в інженерній машинобудівній школі [Текст] : монографія / К. В. Власенко ; наук. ред. д-р пед. наук, проф. О. І. Скафа ; Донбас. держ. машинобуд. акад. - Краматорськ : Ноулідж, Донец. від-ня, 2011. - 410 с.
2. Ключко В.І. Вища математика. Диференціальні рівняння ( з комп'ютерною підтримкою). Навч. посібник / В.І. Ключко, З.В. Бондаренко. – Вінниця: ПП «ТД «Едельвейсі К», 2013. – 252 с.
3. Козловська І. М. Інтегрований підхід як загальнонаукова методологія педагогічної науки: прогностичний аспект / І.М. Козловська // Педагогічний процес: теорія і практика: зб. наук. пр. / Благод. Фонд ім. А.С.Макаренка. – К., 2003. – Вип. 1. – С. 89-99.
4. Кухарчук В.В. Математична і електричні моделі перетворювача моменту інерції тіл обертання з двома ступенями вільності / В.В. Кухарчук, Ю.Г. Ведміцький // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. - 2006. - №1(5).- С. 8-11.
5. Михалевич В.М. Maple. Комп'ютерна підтримка курсу вищої математики в технічному вузі. Частина 1. Лінійна й векторна алгебра. Аналітична геометрія. Навч. посібник / В.М. Михалевич. – Вінниця: ВНТУ, 2004. – 111 с.
6. Порев С. М. Університет і наука. Епістемологія, методологія і педагогіка виробництва знань: монографія / С. М. Порев; наук. конс. д-р ф-матем. наук, проф. Ю.І. Горобець; - Київ: Хімджест, 2012. – 384 с.
7. Сачков Ю.В. Полифункциональность науки / Ю.В. Сачков // Вопросы философии. – 1995. – №11.

УДК 517.1+004

## ДЕЯКІ АСПЕКТИ АКТИВІЗАЦІЇ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

**М. Б. Ковальчук**

Вінницький національний технічний університет  
*maya.kovalchuk@gmail.com*

**Постановка проблеми.** Метою викладання математики у вищій технічній школі з використанням інформаційних технологій є оволодіння математичним апаратом, необхідним для вивчення загально-інженерних та спеціальних дисциплін, розвиток здібностей свідомого сприйняття математичного матеріалу, характерного для спеціальності інженера; оволодіння основними математичними методами, необхідними для аналізу і моделювання пристроїв, процесів і явищ, пошуків оптимальних рішень з метою підвищення ефективності виробництва і вибору найкращих способів реалізації цих рішень, опрацювання і аналізу результатів експериментів.

### **Аналіз актуальних досліджень.**

Дослідження комплексу проблем, які пов'язані із застосуванням нових інформаційних технологій навчання математики, започатковані в роботах А.П. Єршова, М.І. Бурди, М.І. Жалдака, Е.І. Кузнєцова, О.А. Кузнєцова, В.М. Монахова. Дидактичні і психологічні аспекти застосування НІТ у навчальному процесі розглядались у працях М.І. Жалдака, С.А. Ракова, Ю.С. Рамського, Н.В. Морзе, В.А. Пенькова, Ю.В. Горошка, В.І. Клочка, В.Т. Зайцевої, Є.М. Смірної, О.Б. Жильцова.

**Мета дослідження** розглянути окремі способи і прийоми активізації сприйняття математичного матеріалу, надати методичні коментарі доцільності застосування сучасних інформаційних технологій з метою формування дослідницьких навичок студентів.

**Викладення основного матеріалу.** На думку З. І. Слєпкань [3], важливою є не лише активізація навчально-пізнавальної діяльності студентів окремими способами чи прийомами, а активізація всього процесу навчання, виявлення системи методів, способів, прийомів, організаційних форм та засобів навчання, що сприяють підвищенню активності в процесі пізнання.

Теоретичною основою дослідження даної проблеми є:

- концепція інформатизації освіти;
- концептуальні основи використання засобів комп'ютерної математики в навчальному процесі вищої школи.

Аналіз, порівняння і узагальнення - це методи теоретичної основи дослідження.

Враховуючи досягнення психології і педагогіки, і матеріали

спеціальних наукових досліджень можна стверджувати, що при формуванні професійної компетентності інженера велике значення має рівень засвоєння студентами певних знань. Засвоєння становить собою активну навчально-пізнавальну діяльність студентів, яка спрямована на свідоме оволодіння певним обсягом знань. Тому в центрі її можна поставити практику, діяльність студентів (розумову і практичну), результатом якої і є засвоєння знань. Ця діяльність пронизує собою весь процес засвоєння знань. Але характер навчально-пізнавальної діяльності студентів на різних етапах неоднаковий. Тому можна виділити три основних ступеня цієї діяльності: попередній, супроводжувальний, заключний. Кожний з цих ступенів забезпечує досягнення відповідної дидактичної мети.

Дидактична мета і зміст завдань для навчально-пізнавальної діяльності студентів змінюються залежно від їх місця і ролі в процесі засвоєння знань. Структура навчально-практичної діяльності яскраво проявляється також у вправах, тому, відповідно до дидактичної мети і ступеня самостійності і творчості студентів, можна запропонувати таку систему вправ [2].

1) *Попередні* вправи, які проводяться перед поясненням нового матеріалу;

2) *Вступні*, які мають своєю метою забезпечити розуміння студентами навчального матеріалу і первісне застосування знань на практиці. Вони поділяються на логічні і пробні вправи.

3) *Тренувальні* вправи, які мають забезпечити формування в студентів практичних навичок і вмінь. Вони поділяються на вправи за зразком, вправи за інструкцією, вправи за завданням і попутні вправи.

4) *Заключні* вправи, які готують студентів до творчого застосування на практиці знань, навичок і вмінь і поділяються на творчі, проблемні і контрольні.

Під час виконання всіх цих видів вправ відбувається узагальнення дій і операцій: від уявлення про прийоми, дії, операції (логічні і пробні вправи), через генералізовані, недостатньо узагальнені дії, які є точною копією зразка, до широко узагальнених творчих дій, які легко піддаються перенесенню і використанню в різних життєвих ситуаціях (через проблемні і творчі вправи).

Запровадження в навчання нових інформаційних технологій дає можливість кожному (навіть саму просту) задачу розібрати детально: виконати чіткий рисунок, детально розглянути етапи розв'язування задачі, здійснювати дослідження.

Повноцінне розв'язування задач не обмежується отриманням правильної "відповіді" на поставлене в умові питання, воно має задовольняти такі вимоги [1]:

1. Правильна відповідь повинна бути отримана не будь-якою ціною,

а з мінімальними затратами.

2. Розв'язування задач не може зводитись до механічного виконання операцій над заданими величинами за посередництвом завчених прийомів і формул; воно повинно бути безпосередньо пов'язане із сутністю задачі.

3. В розв'язування задачі входять також перевірка правильності відповіді.

У вищих технічних навчальних закладах в курсі вищої математики є багато задач процес розв'язування яких передбачає дослідження властивостей функцій.

Особливо цікавим є аналіз таких задач за допомогою комп'ютеризованих обчислювальних експериментів. Дослідження функцій за допомогою комп'ютера дає можливість студентам досить легко і швидко виконувати обчислювальні експерименти і на їх основі за чисельними і графічними методами знаходити, принаймні, наближені розв'язки досить складних задач, точні аналітичні розв'язки, яких часто знайти неможливо. Така дослідницька діяльність значно посилює навчально-пізнавальні можливості студентів, їх інтелектуальний потенціал, аналітичне і синтетичне мислення, робить навчально-пізнавальну діяльність досить привабливою й ефективною в плані інтелектуального розвитку студентів.

**Висновки.** Процес моделювання математичної ситуації сприяє розвитку розумової діяльності студентів, умінню аналізувати різноманітні явища і процеси, вникати в їх сутність, з'ясовувати відповідні причинно-наслідкові зв'язки, робити відповідні висновки, коректно їх формулювати і обґрунтовувати. У зв'язку з цим слід підкреслити, що використання комп'ютера має бути педагогічно виваженим, основне його призначення - звільнити студентів від виконання складних обчислювальних операцій і дати їм можливість значно більше заглиблюватися в сутність понять і пояснювати їх, за рахунок чого їхні знання ставатимуть значно ґрунтовнішими, міцнішими, фундаментальнішими, набуватимуть практичної значущості й узагальненості.

### Література

1. Ковальчук М.Б. Формування прийомів розумової діяльності засобами інформаційно-комунікаційних технологій. / М.Б. Ковальчук, Н.Б. Дубова // Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету. Серія : Педагогіка. – 2009. – №3 – С. 251-255
2. Ключко В.І. Комп'ютерно-орієнтована методика узагальнення і систематизації знань та вмій в процесі навчання студентів аналітичної геометрії./В.І. Ключко, М.Б. Ковальчук// Монографія. Вінниця: ВНТУ. – 2009. – 116 с. ISBN978-966-641-334-8
3. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения математике. Метод. Пособие / З.И. Слепкань – К.: Рад. шк., 1983. – 192 с.

УДК 371.3:51+378.147:51  
**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЗАДАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ  
 ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИКИ**

**С.А. Колесников**

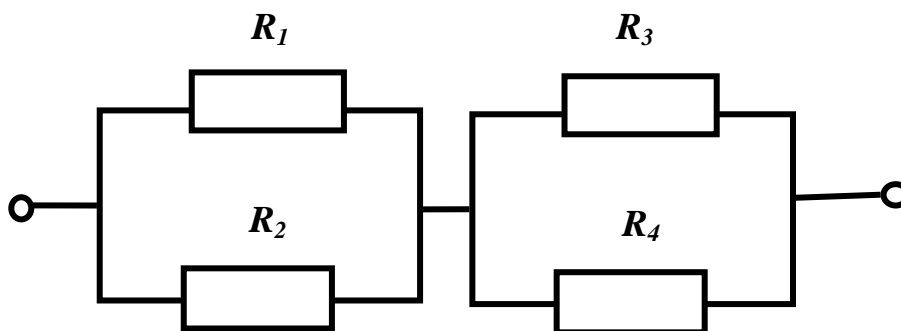
Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск  
*e-mail: skolesn@rambler.ru*

Известно, что преподаватели школ и ВУЗов в практической работе при изложении математики используют самые разнообразные физические модели. При этом спектр моделей и области их применений необычайно широкий. В свою очередь изучение физических законов и их качественный анализ невозможен без использования математического аппарата. Например, в 7 классе при изучении понятия линейной функции  $y = k \cdot x$ , рекомендуется использовать механическую модель равномерного движения  $l = v \cdot t$ . В свою очередь в 8 классе проводится анализ зависимости напряжения  $U$  от силы тока  $I$  с помощью графиков линейной зависимости  $U = R \cdot I$ , где  $R$  сопротивление.

Применению математических методов в физике и физических моделей в математике посвящены работы многих методистов, например А. С. Кондратьев [1], Н. П. Муранова [2], З. В. Слепкань [3] и др.

Целью данной работы является подбор заданий из курса физики для отработки и закрепления знаний и умений применять математические формулы и осуществлять математические преобразования.

Рассмотрим стандартную задачу из школьного курса физики о вычислении общего сопротивления участка цепи, который состоит из двух блоков параллельно соединенных сопротивлений.



Учащемуся предлагается осуществить вычисления по следующей схеме. Вначале найти сопротивление первого блока из двух параллельных сопротивлений

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Затем сопротивление второго блока из двух параллельных сопротивлений

$$R_{3,4} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4}$$

И вычислить общее сопротивление двух последовательно соединенных блоков по формуле

$$R = R_{1,2} + R_{3,4}$$

Применение этой модели на занятиях по математике требует от ученика использования знаний и умений преобразовывать и работать с простейшими дробями и является мотивацией для закрепления этих знаний. Задачу можно усложнить: например, если три сопротивления соединены параллельно, то формула для расчета имеет вид

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

То есть величина обратная полному сопротивлению, равна сумме величин, обратных сопротивлениям ветвей. При параллельном соединении полное сопротивление цепи меньше самого малого из сопротивлений ветвей, и для его нахождения нужны соответствующие математические преобразования с дробями.

Обе модели могут быть использованы как в обычном учебном процессе в школе и ВУЗе, так и на подготовительных курсах. Отметим, что одновременно происходит закрепление и повтор знаний из курса школьной физики по расчету сопротивления при различном соединении элементов. Различия в расчетах также относятся к вычислению силы тока и напряжения в электрической цепи, что позволяет сконструировать и применять при обучении разные по сложности задачи.

Разработка аналогичных постановок учебных математических задач физического содержания для школьных учреждений и ВУЗов является актуальной проблемой на современном этапе. В качестве одного из выводов отметим, что использование в учебе межпредметных связей математики и физики помогает эффективному усвоению знаний и умений соответствующих дисциплин.

### Література

1. Кондратьев А.С., Прияткин Н.А. Качественные методы при изучении физики в школе и ВУЗе. СПб.: Изд-во СПб Университета, 2000.
2. Слєпкань З.І. Методика навчання математики/ З.І. Слєпкань. – К.: Зодіак - ЕКО, 2000. – 512 с.
3. Муранова Н.П. Фізико-математична підготовка старшокласників до навчання в технічному університеті: [монографія] /Н.П. Муранова.-К.: НАУ .-464 с.

**УДК 519.86:378.147**  
**УДОСКОНАЛЕННЯ ПОСТАНОВКИ НАВЧАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ**  
**МЕТОДОМ ДЕКОМПОЗИЦІЇ ПРИ ВИВЧЕННІ ДИСЦИПЛІНИ**  
**«ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ»**

**С.О. Колесников<sup>1</sup>, І.В. Левандовська<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Донбаська державна машинобудівна академія, г. Краматорськ  
*e-mail: skolesn@rambler.ru*

<sup>2</sup>Донбаська державна машинобудівна академія, г. Краматорськ  
*e-mail: janin23677@yandex.ua*

Удосконалення процесів навчання у вищій школі завжди має в якості одного із головних завдань – активізацію навчально-пізнавальної роботи майбутнього фахівця та стимулювання розкриття його можливостей з допомогою різних методів і прийомів.

Використання в навчальному процесі різних методів, у тому числі технологій дистанційного навчання змушує по-новому формулювати постановки багатьох відомих завдань [1], [4]. Один з таких способів називається метод декомпозиції. Декомпозиція, як процес логічного розчленування, дозволяє розглядати будь-які досліджувані системи, як складні, що складаються з окремих, пов'язаних між собою підсистем. В якості таких систем можуть виступати процеси, завдання, явища, поняття. Якщо розглядати навчальні завдання з математичних дисциплін, то навчальний матеріал розбивається на окремі питання, кожен з яких повинен містити одну ситуацію. Проблема використання методу декомпозиції при постановці математичних завдань у свій час була відображена в роботах багатьох математиків і методистів, наприклад О. І. Скафа [2], З. В. Слєпкань [3], та інші.

Аналіз багатьох посібників з дисципліни «економіко-математичне моделювання» показує, що основна частина складних навчальних завдань має досить коротке формулювання. Якщо студент виконує це завдання самостійно, то знаходження багатоетапного рішення стає для нього непростюю і важкою задачею. В роботі пропонується провести декомпозицію умови одного багатоетапного по виконанню завдання.

Розглянемо реалізацію методу декомпозиції на прикладі типової транспортної задачі. Стандартне змістовне формулювання: однаковий продукт, зосереджений у  $m$  пунктах відправлення  $A_i$  (постачальники) в кількостях  $a_1, \dots, a_m$  одиниць відповідно, необхідно доставити в кожний із  $n$  пунктів призначення  $B_j$  (споживачі) в кількості  $b_1, \dots, b_n$  одиниць відповідно. Вартість (відстань) перевезення одиниці продукту з  $i$ -го пункту відправлення в  $j$ -й пункт призначення дорівнює  $c_{ij}$  і відома для кожного



маршруту. Необхідно так закріпити постачальників за споживачами, щоб затрати на перевезення були мінімальними. Ми пропонуємо деталізувати виконання завдання на наступні етапи:

- 1) визначте тип транспортної задачі;
- 2) знайти перший початковий план методом «північно-західного» кута і обчислити значення сумарних витрат;
- 3) знайти другий початковий план за правилом «мінімального елемента» і обчислити значення сумарних витрат;
- 4) порівняти значення сумарних витрат першим і другим способом та зробити висновок про те, який із планів ближче до оптимального;
- 5) вибрати кращий початковий план і перевірити його на опорність і оптимальність «методом потенціалів»;
- 6) якщо критерій оптимальності виконується, то задача розв'язана;
- 7) якщо критерій оптимальності не виконується, далі виконання завдання по суті розгалужується на можливі взаємно виключні дії. Учень або отримає відразу відповідь, або змушений буде знайти правильний напрямок подальшого вирішення.

При створенні аналогічних вправ, на яких відпрацьовується кожен етап процесу рішення завдання, досягається ще одна мета – формування прийомів евристичного характеру [2]. Тобто на кожному етапі студент самостійно або під керівництвом викладача вчиться знаходити такі методи і прийоми, які дозволяли б йому вивчати нові для себе дії, знаходити зв'язки сконструйованого поняття з іншими раніше вивченими поняттями і фактами. На наш погляд розробка аналогічних постановок навчальних математичних завдань для шкільних закладів і ВНЗ є актуальною проблемою на сучасному етапі.

### Література

1. Власенко К.В. Теоретичні й методичні аспекти навчання вищої математики з використанням інформаційних технологій в інженерній машинобудівній школі: Монографія / К. В. Власенко ; Науковий редактор д.пед.н., проф. О. І. Скафа. – Донецьк : «Ноулідж» (донецьке відділення), 2011. – 410 с.
2. Скафа Е.И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология. Монография / Е.И.Скафа. – Донецк: Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.
3. Слєпкань З.І. Методика навчання математики/ З.І. Слєпкань. – К.: Зодіак - ЕКО, 2000. – 512с..
4. Колесников С.А. Применение метода декомпозиции в постановке учебных заданий при изучении дисциплины «экономико-математическое моделирование» / С.А. Колесников, И.В. Левандовская // Развитие интеллектуальных умений і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ\*плюс – 2015»: матеріали II Міжнародної науково-методичної конференції (3-4 грудня 2015 р., м. Суми): у 3 ч. Ч. 3.– Суми : ВВП «Мрія», 2015. –128с., С. 92-94.

**УДК 378.147:51**  
**СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ЯК ЗАСІБ ФУНДАМЕНТАЛІЗАЦІЇ**  
**МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ ФАХІВЦІВ**  
**ТЕХНІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ**

**А.А. Коломієць**

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця  
*e-mail: alona.kolomiets.vnt@gmail.com*

Функції системи вищої технічної освіти включають формування у майбутніх фахівців низку таких складових «знаннієвого» та «професійно-діяльнісного» характеру, які виходять за межі виключно професійних компетенцій. Важливими вміннями майбутніх фахівців технічних спеціальностей є здатність переосмислювати, синтезувати, структурувати інформацію. Фундаменталізація математичної підготовки, є методичною системою для реалізації формування перерахованих вмінь. Вміння майбутнього інженера систематизувати та узагальнювати інформацію є необхідною вимогою якісної професійної діяльності у нинішній час лавиноподібного збільшення обсягу інформації.

Фундаменталізація освітнього процесу дозволяє вирішити цю проблему шляхом фондування інформації, оскільки її пріоритетом є «інваріантні знання, що сприятимуть цілісному сприйняттю наукової картини світу» [6, с. 25].

Фундаменталізація математичної підготовки має декілька рівнів: гносеологічний, синтетичний, синергетичний, діалектичний. Синергетичний рівень фундаменталізації відображає динаміку до систематизації знань, адже основною його характеристикою є узгодженість системи знань. Фундаменталізація математичної підготовки майбутніх фахівців технічного напрямку характеризується, формуванням основних професійно-спрямованих математичних компетенцій, зокрема і, формуванням *вміння до систематизації і узагальнення*.

Проблемі систематизації та узагальненню знань присвячено чимало уваги у роботах Ю. Бабанського, П. Гальперина, Л. Занкова, З. Слєпкань, О. Леонтєва, М. Ковальчук, О. Москаленко, О. Коваленко тощо. Проте усі акценти щодо систематизації навчального матеріалу в процесі фундаменталізації математичної підготовки майбутніх фахівців технічного напрямку досі не розставлено.

Тому **метою** публікації є розкрити суть поняття систематизації, показати її роль у процесі фундаменталізації математичної підготовки майбутніх фахівців технічних спеціальностей.

Слово «система» з'явилося ще в Древній Греції 2500–2000 років тому, проте початки системних ідей виникли в ще більш глибокій

стародавності. Першими спробами систематизації були праці Арістотеля, який систематизував знання античного світу. Процес систематизації відображає дію зведення усіх знань та інформації про певну групу об'єктів у єдину систему, враховуючи усі зв'язки, що існують між цими об'єктами. Систематизування відбувається на основі певного встановленого чи заданого принципу або схеми [5].

Поняття систематизації та узагальнення визначаються дослідниками по-різному. Систематизація знань — багатогранний і складний процес. У діяльності, що впливає на процес пізнання, вона включає у собі об'єктивні та суб'єктивні чинники, логічні погляди. У зв'язку з цим процес систематизації знань у пізнанні розглядається як ціле трьох таких аспектів: гносеологічного – взаємодія об'єкта і суб'єкта у процесі пізнання; психологічного – механізм евристичних дій; логічного – зв'язок з мисленням, логічні структури [4].

У філософській літературі систематизація вважається як логіко гносеологічний процес досягнення результату. Деякі автори вважають систематизацію знань як дискурсивний логічний процес узагальнення, підсумковий за системою знань, що упорядковує знання за системо-твірними властивостями [1].

Систематизація математичної підготовки розпочинається із розгляду математичних елементів знань, спрямовується на виявлення відношень між елементами, тобто увага приділяється взаємозалежності між елементами, за цим принципом будується схема, діаграма або модель відношень. Далі шляхом синтезу визначають спільні характеристики окремих елементів. Наприклад, систематизація та наступне формування поняття «функція», «визначений інтеграл», «ряд», «модель» та інші.

Часто термін систематизація вживається з терміном повторення, тобто повторення і систематизація передбачають одну і ту ж розумову дію, яка направлена на запам'ятовування інформації.

У результаті систематизації відбувається фондування (концентрація) знань, що сприяє швидкому їх запам'ятовуванню і ефективному застосуванню в практичній діяльності [3].

Дослідження закономірностей систематизації предметного змісту було проведено науковцями з різних точок зору. Зокрема, з'ясовано, що систематизація знань і способів дії дає можливість зберегти на досить тривалий час значну кількість інформації у формі, що дає можливість її оперативної актуалізації [2].

Курс математики, що передбачений для вивчення студентами технічних спеціальностей, має свої особливості, що визначаються як змістом дисципліни та дидактичними особливостями вивчення цього змісту, так і часом і місцем його вивчення. Однією із таких особливостей є застосування системного підходу до вивчення цього курсу. Адже математичному матеріалу властива певна системність, логічність та

алгоритмізація. Такі характеристики математичної інформації доцільно використовувати при навчанні студентів, це сприятиме формуванню у студентів уміння систематизувати отримані знання.

Методична система формування фундаментальних знань з математики шляхом систематизації математичних та професійно орієнтованих знань реалізується у таких напрямках: використання викладачем систематизації як обов'язкового компонента навчання вищої математики; управління пізнавальною діяльністю студентів з метою профільного і поглибленого вивчення математики з використанням студентами систематизації як логічного прийому усвідомлення і запам'ятовування системи математичних понять; керівництво самостійним розв'язуванням вправ на рівні понятійних, тематичних і змістових структур знання.

Дидактична модель систематизації фундаментальних математичних знань студентів передбачає гармонійне доповнення традиційної методичної системи навчання інноваційними технологіями, що є засобом забезпечення активної пізнавальної діяльності суб'єкта навчання.

**Висновки.** Систематизація навчального математичного матеріалу дозволяє структурувати інформацію таким чином, щоб вона запам'ятовувалась краще, знання були глибокими і міцними, а це у свою чергу сприятиме якісній підготовці майбутніх фахівців технічних спеціальностей.

### Література

1. Калдыбаев С. К. Систематизация и обобщение знаний студентов в обучении математике / С.К. Калдыбаев, А.К. Асанбаева // Молодой ученый. – 2016. – № 20.1. – С. 29-32.
2. Клочко, В.І. Комп'ютерно-орієнтована методика узагальнення і систематизації знань та вмій в процесі навчання студентів аналітичної геометрії: Монографія / В.І. Клочко, М. Б. Ковальчук – Вінниця : ВНТУ, 2009. – 116 с.
3. Коломієць А.А. Узагальнення та систематизація як психолого-педагогічна проблема / А.А. Коломієць, М.Б. Ковальчук // Дидактика математики : Проблеми і дослідження : Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. № 34. – Донецьк : видавництво: ДонНУ, 2010. – С. 68-71.
4. Марченко О. М. Систематизація знань старшокласників у процесі навчання математики з комп'ютерною підтримкою: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / О.М. Марченко/ НПУ імені М.П. Драгоманова. – К., 2007. – 24 с.
5. Словник української мови: в 11 томах. – Том 9, 1978. – Стор. 204. Режим доступу: <http://sum.in.ua/s/systematyzacija>.
6. Семеріков С. О. Фундаменталізація навчання інформативних дисциплін у вищій школі : Монографія / С.О. Семеріков, Науковий редактор академік АПН України, д. пед. н. , проф.. М. І. Жалдак. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2009. – 340 с.

**УДК 004.383.4**  
**ВХОДНОЇ КОНТРОЛЬ ЯК СРЕДСТВО СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ**  
**МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ**  
**СПЕЦДИСЦИПЛИН СТУДЕНТАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ КНИТ**

**В.И. Кравченко**

Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск  
*e-mail: kit@dgma.donetsk.ua*

Кредитно-модульная система организации учебного процесса, реформирующая в настоящее время всю систему высшего образования, предполагает повышение роли самостоятельной работы студентов (СРС), в т. ч. и специальности компьютерные науки и информационные технологии (КНИТ) [1]. Реализующаяся при этом прямая связь между студентом и преподавателем заключается в отходе от формализма в обучении и для создания единой образовательной системы должна быть дополнена обратной – оценкой эффективности СРС. В качестве такой оценки может применяться входной контроль (ВК) самостоятельно приобретенных знаний, умений и компетенций, осуществляемый в начале изучения новых предметов, особенно специальных. Кроме того, ВК можно использовать для совершенствования знаний по контролируемым дисциплинам, что и обеспечивает актуальность рассматриваемой темы, в особенности для дисциплин математического профиля, вычитка которых профильной кафедрой высшей математики, как правило, заканчивается на младших курсах, т.е. задолго до изучения спецкурсов. Следует добавить, что хотя вопросам самостоятельной подготовки студентов посвящено много работ, то организации ВК соответствующая стандартным требованиям, в особенности для тех, кому предстоит стать специалистом по компьютерным наукам, еще не достаточно освещена в литературе [2 - 4].

Целью настоящей работы является актуализация и выявление уровня знаний студентов специальности КНИТ перед началом изучения дисциплин фундаментальной и профессиональной подготовки, а также оценка возможности самостоятельного освоения нового материала.

Задачи работы:

- разработка методики проведения ВК;
- разработка математической модели для оценки результатов ВК;
- разработка задач (тестов) для проведения ВК, с учетом того, что основные знания и умения студентов должны соответствовать требованиям стандарта.

Методически подготовка к входному контролю инициируется распоряжением на проведение ВК, которое принимает декан и рассылает его по кафедрам, где заведующие устанавливают состав дисциплин, по которым этот контроль должен проводиться, составляют графики выполнения и назначают ответственных преподавателей.

Преподаватель, исходя из требований стандарта, уточняет перечень знаний и умений, необходимых для изучения спецдисциплины, а также цели ее преподавания. Затем, руководствуясь принципом непрерывности и целостности обучения, определяет перечень дисциплин, обеспечивающих данную, дисциплину и составляет необходимые оценочные средства (задания, тесты и т.п.). График ВК и наименования контролируемых дисциплин доводится до студентов, одновременно с напоминанием повторить ранее пройденный материал (по желанию).

Для разработки математической модели оценивания результатов ВК и, как следствие, результатов СРС введем следующие обозначения:  $p$  – количество студентов в группе;  $e$  – количество студентов группы, участвовавших в ВК;  $a$  – количество студентов группы, участвовавших в ВК и не получивших положительную оценку;  $c$  – количество студентов группы, участвовавших в ВК и получивших оценки 4 и 5 (80 и 100 в 100 – бальной системе). Тогда процент успеваемости  $O_1$  для студентов, участвовавших в ВК определится по формуле,

$$O_1 = 100(e-a)/e. \quad (1)$$

Показатель процента качества  $K$  для студентов, участвовавших в ВК рассчитывается по формуле,

$$K = 100c/e. \quad (2)$$

Средний балл успеваемости  $СБ$  для студентов, участвовавших в ВК определится по формуле,

$$СБ = СУМ/e, \quad (3)$$

где СУМ – сумма всех оценок, студентов, участвовавших в ВК.

Студентам, не участвовавшим во входном контроле, проставляется неудовлетворительная оценка и средние показатели успеваемости рассчитываются также по формулам (1 – 3) с заменой значения величины  $e$  на  $p$ .

Применение данной методики покажем на примере проведения ВК по дисциплине свободного выбора студентов «ЙМОВІРНІСТНІ ПРОЦЕСИ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА В АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМАХ» отрасли знаний: 12 "Компьютерные науки", специальности: 122 "Компьютерные науки и информационные технологии". Цель преподавания, которой, научить студентов активно использовать математическое моделирование и статистические методы для решения задач моделирования в системах автоматизированного проектирования, научных исследованиях и обработке экспериментальных данных с помощью ЭВМ. Логически данную дисциплину обеспечивают высшая и дискретная математика, алгоритмизация и программирование, численные методы и теория вероятностей. Для реализации цели вновь изучаемой

дисципліни і її успішного освоєння в т. ч. з використанням СР, студенти ізначально повинні знати основи теорії ймовірності і уміти програмувати. По тому квитки ВК повинні містити питання, освітлюючі теми відповідуючих дисциплін, вивчених раніше в якості котрих, виберемо алгоритмізацію і теорію ймовірностей. Фрагмент квитка представлено на малюнку.

<p>В питаннях 1-12 підкресліть правильну формулу або відповідь.</p> <p>12. <math>P(A)</math> – ймовірність події <math>A</math>; де <math>n</math> – загальне число випадків; <math>m</math> – число випадків, сприятливих події <math>A</math>, обчислюється за формулою: 1. <math>P(A)=m/n</math>. 2. <math>P(A)=n/m</math>. 3. <math>P(A)=m*n</math>.</p> <p style="text-align: center;"><b>ЗАДАЧІ</b></p> <p><b>Розробити інтерфейс, модель, алгоритм і програму для розв'язання завдань.</b></p> <p>1. Проводиться вхідний контроль по ймовірнісним процесам і математическій статистиці. Знайти <math>P(A)</math> того, що для проведення контролю в групу прийде будь-який викладач. Це достовірне або неможливе подія?</p> <p>2. В урні <math>a</math> білих і <math>b</math> чорних куль. Виймають наугад одну кулю. Знайти <math>P(A)</math>, що куля біла.</p> <p>3. Встановити вид залежності і знайти її аналітичне (формульне) і графічне (jpg) вираження по своєму варіанту.</p>
---

### *Малюнок - Типові питання і завдання квитків спеціалізації*

Результати обробки даних ВК по формулам (1-3), для дисципліни «Ймовірнісні процеси і математическа статистика в автоматизованих системах» проведеного в двох групах четвертого курсу 122-ої спеціалізації показані в таблиці.

№, група	Кількість студентів у групі, осіб (p)	Кількість студентів, що взяли участь у ВК, осіб, (e)	Показники успішності студентів, що взяли участь у ВК			Показники успішності по групі в цілому		
			% успішності (О1)	якість (4, 5)(К)	Середній бал, (СБ)	% успішності (О1)	якість (4, 5)(К)	Середній бал, (СБ)
16	ИТ 1,	7	10	1,4	4,	43	3	3,
20	ИТ 2,	11	74	4	0	35	5	2,

Аналіз середнього значення групового показателя СБ показує задовільний рівень знань і умінь студентів, а мотивація в отриманні високої оцінки змушує навчаних повторити матеріал і т.о. підвищити рівень своєї математическої підготовки.

### **Література**

1. Власенко К.В. Робочий зошит з вищої математики для студентів ВТНЗ//Збірник науково-методичних робіт. – Вип. 8. – Донецьк: ДонНТУ, 2013. - С. 14 -19.
2. Збірник науково-методичних робіт. – Вип. 8. – Донецьк: ДонНТУ, 2013. - 358 с.
3. Ихсанова С.Р. Учебно-методический материал на тему: Контрольно-измерительные материалы по курсу "Основы компьютерной графики"[Эл. Ресурс.] Режим доступа: <https://infourok.ru/kontrolno-izmeritelnie-materiali-po-elektivnomu-kursu->
4. Галузевий стандарт вищої освіти України з напрямку підготовки 6.050101 «Комп'ютерні науки»: Збірник нормативних документів вищої освіти. — К.: Видавнична група ВНУ, 2011. — 85 с.

**УДК 53(07):371:004**  
**ВИКОРИСТАННЯ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ У ПІДГОТОВЦІ**  
**МАЙБУТНЬОГО ВЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ**

**Т. Г. Крамаренко**

Криворізький державний педагогічний університет, м. Кривий Ріг  
*e-mail: kramarenko.tetyana@kdpu.edu.ua*

Практична компетентність є важливим показником якості математичної освіти, що певною мірою свідчить про готовність студентів до повсякденного життя, до найважливіших видів суспільної діяльності, до оволодіння професійною освітою. Під інтеграцією розуміємо процес становлення цілісності. Вона дає змогу тим, хто навчається, сприймати предмети і явища цілісно, різнобічно, системно та емоційно. Використання у підготовці майбутнього вчителя міжпредметних зв'язків сприятиме формуванню у нього практичної компетентності

*Метою дослідження є узагальнення досвіду використання інтегрованого навчання у підготовці майбутнього вчителя математики і формування у нього готовності до реалізації інтеграції у навчанні учнів.*

З цією метою доцільно розглянути витоки виникнення інтегрованого навчання; розглянути поняття інтеграції, її рівні та функції; розмежувати поняття інтегрованих занять та занять з використанням міжпредметних зв'язків; визначити суть інтегрованого заняття і його структуру, класифікувати інтегровані заняття, подати рекомендації щодо їх проведення. Зокрема з математики з інформатикою, фізикою, хімією, економікою, іншими предметами циклу професійної підготовки.

Доцільно виокремити такі функції інтеграції як освітня, виховна, розвиваюча, організаційна та методологічна, яка забезпечує цілісну єдність під час вивчення різноманіття навколишнього світу. Залежно від того високим чи слабким є ступінь інтеграції, це істотно впливає як на добір змісту, так і на конкретні технології навчання.

З різними проявами інтегрованого навчання зустрічаємося вже в працях Я.А. Коменського, Д. Локка, Дж. Дьюї, В.О. Сухомлинського. Інтеграційні процеси проявляються на міжпредметному, внутрішньопредметному, міжсистемному рівнях.

Інтегровані заняття – комплексна проблема сучасної дидактики. Дидактика інтегрованого заняття має структуру, що складається із трьох елементів: знання й уміння з першої предметної області, знання й уміння із другої предметної області, інтеграція цих знань і вмінь у процесі навчання.

За допомогою інтегрованих занять, а також використання міжпредметних зв'язків у навчанні математики можемо формувати у майбутніх учителів математики якісно нові знання, які характеризуються



вищим рівнем осмислення, динамічністю застосування в нових ситуаціях, підвищенням їх дієвості й системності.

Міжпредметні зв'язки можемо тлумачити як взаємне узгодження навчальних програм, зумовлене системою наук і дидактичною метою, як дидактичний засіб, який передбачає комплексний підхід до формування й засвоєння змісту освіти, що дає можливість здійснювати зв'язки між предметами для поглибленого, всебічного розгляду понять і явищ.

Зрештою, міжпредметні зв'язки є результатом узагальнюючих дій.

Для успішної підготовки майбутнього вчителя математики простіше відповідно до навчального плану реалізувати інтеграцію через використання міжпредметних зв'язків. Реалізовувати їх необхідно як в циклі фундаментальної, так і методичної підготовки.

При цьому доцільно виокремлювати професійно-орієнтовані завдання для тих спеціальностей, навчання яких забезпечуватимуть майбутні викладачі. Низка цих завдань є завданнями на обчислення та побудови. А головним засобом реалізації прикладної спрямованості курсу математики є використання прикладних задач. Формування вміння розв'язувати прикладні задачі – складова частина процесу навчання математики. Зокрема, при вивченні операцій над матрицями доцільно, наприклад, пропонувати завдання на обчислення витрат на випуск певних видів продукції, якщо задано матрицю витрат певних видів сировини на випуск відповідних видів продукції. При вивченні диференціального та інтегрального числення пропонувати низку прикладних завдань на визначення екстремальних значень чи обчислення об'ємів тіл, маси шляхом математичного моделювання. Низку професійно-орієнтованих завдань з математики для майбутніх інженерів пропонує К.В. Власенко [1].

Застосування програмних засобів для розв'язування математичних завдань є як підґрунтям для запровадження інтенсифікації навчання, так і реалізацією міжпредметних зв'язків математики з інформатикою. При цьому вивільняється час на розробку первинної моделі задачі та складання плану покрокового впровадження задачі в життя. Для творчої навчальної діяльності студентам необхідно опанувати ряд складних умінь: аналізувати вихідну ситуацію, виділяти проблему, висувати гіпотезу, робити висновки.

Саме на використанні міжпредметних зв'язків та запровадженні ІКТ широкого розповсюдження набуло сьогодні використання методу навчальних проектів. Ефективність навчання залежить від організації роботи на занятті, що стимулює пізнавальну діяльність, і підвищується в умовах пізнавальної активності.

### Література

1. Власенко К.В. Вища математика для майбутніх інженерів: навчальний посібник / К.В. Власенко; за ред. проф. О.І. Скафи. – Донецьк: «Ноулідж», 2010. – 429 с.

**УДК 378.147:517**

**МЕТОДИКА ВИКОРИСТАННЯ НАСКРІЗНИХ ЗАДАЧ У  
ВИКЛАДАННІ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ ТЕХНІЧНИХ  
СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ У ШКОЛІ, ТЕХНІКУМІ І ВНЗ**

**І. В. Левандовська<sup>1</sup>, Н. В. Новікова<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ  
*e-mail: vm.levandovskaya@ukr.net*

<sup>2</sup>Машинобудівний коледж Донбаської державної машинобудівної академії,  
м. Краматорськ  
*e-mail: natalli.44@mail.ru*

Наша країна проходить зараз період значного оновлення і реорганізації. Тому таким важливим стає становлення нової системи освіти, орієнтованої на активну інтеграцію в світову систему освіти, яка враховує всі особливості динамічного розвитку навчальних процесів, появи нових технологій і обладнання, соціальні проблеми і зміни на ринку праці, розвиток інформаційних технологій. Система освіти поступово додає до традиційних результатів у вигляді знань, вмінь і навичок також оволодіння реальними видами діяльності, які могли б бути використані в залежності від оновлених динамічних умов перетворень сучасного світу.

Одним з дієвих методів розв'язання цієї задачі є поєднання учбово-виховного процесу в різних типах учбових закладів від школи, технічного коледжу до вищих навчальних закладів. Зокрема, в викладанні математики використовують наскрізні задачі прикладного характеру, що мають складність, яка посилюється, можуть бути використані як в груповій так і в індивідуальній роботі [3, с.209]. Такі задачі можуть бути використані як в звичайному навчальному процесі, так і при дистанційному навчанні. Дуже корисним є те, що такі задачі можуть використовуватись, як математичні моделі в практичних роботах за спеціальністю, що дозволяє поєднувати математику і технічні дисципліни за спеціальністю навчання у студентів коледжів і вищів. Підкреслимо, що прикладний характер таких задач дозволяє закріпити вміння і навички, отримані в процесі навчання з метою виробки професійних компетенцій, що допомагають потім адаптуватися в бурхливих змінах сучасного життя.[2. с. 132]

Дуже показовими є ланцюжки задач, які обчислюють площу області або об'єм тіла з допомогою інтегралів. Спершу така задача постає в 11 класі школи або на першому курсі коледжу при вивченні теми «Інтеграл. Використання інтеграла для розв'язку задач». Типова задача цього розділу наведена в прикладі 1.

Приклад 1. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями

$$y = x^2 + 2, \quad y = x + 4.$$

Для розв'язання потрібно використати навички побудови графіків функцій, рішення різних типів рівнянь, а також початкові навички обчислення визначених інтегралів.

На другому курсі коледжу в темі «Обчислення площ фігур і об'ємів тіл за допомогою інтегралів» наводяться задачі знаходження площі більш складних фігур, які потребують зміни аргументу, і обчислення об'єму простих тіл обертання. Це дає змогу студентам коледжу роздивитися приклади використання апарату подвійного і потрійного інтегралів, але складність їх є обмеженою, форма тіл – класичною.

Приклад 2. Подвійним інтегруванням знайти площу фігури, яка утворюється при перетині кривих заданих функціями

$$y^2 = x, \quad y = x + 2, \quad y = 2, \quad y = 0.$$

Приклад 3. Знайти об'єм тіла, обмеженого поверхнями:

$$x = -3y^2 + 3, \quad x = 0, \quad z = 0, \quad z = 4.$$

На цьому етапі вивчення студентам потрібно використовувати знання нарисної геометрії для побудови малюнків, вміти обчислювати подвійний і потрійний інтеграл, змінювати порядок перемінних.

При вивченні теми «Інтеграл. Використання інтеграла для розв'язку фізичних і технічних задач» в ДДМА спочатку повторюється і узагальнюється матеріал, який студенти вивчали в школі або коледжі, а потім аналізуються всі види інтегралів и типи прикладних задач, для яких вони потрібні. Зокрема, вивчають криволінійні інтеграли, інтеграли по різним типам поверхні, досліджують інтеграли на збіжність

Окрім вивчення нових методів обчислення інтегралів, додається розв'язання прикладних задач, що базуються на вивченому матеріалі нарисної геометрії, з використанням кривих і поверхонь другого порядку. Студенти вивчають і мають використовувати полярні, циліндричні і сферичні координати, що значно розширює і ускладнює коло прикладних задач, які ставляться перед ними.

Приклад 4. Знайти площу фігури, яка утворюється при перетині кривих заданих функціями

$$y^2 - 4y + x^2 = 0, \quad y^2 - 6y + x^2 = 0, \quad y = x, \quad y = 0.$$

Приклад 5. Обчислити масу тіла, яке задано обмежуючими поверхнями. Щільність в кожній точці дорівнює  $\rho$

$$x^2 + y^2 = z, \quad x^2 + y^2 = 9, \quad z = 0, \quad \rho = x.$$

Повне освоєння цієї теми потребує послідовної і кропіткої роботи студентів впродовж усього періоду вивчення математичного аналізу в школі або коледжі і у виші. Також необхідні знання і вміння різних розділів вищої математики, нарисної геометрії і фізики.

Приклад 6. Обчислити момент інерції циліндра, радіус основи якого 2 м, висота – 5м, відносно осі OZ.

Приклад 7. Знайти координати центру важкості однорідної пластини, обмеженої кривими, які задані функціями

$$x = 2y^2, \quad y = x.$$

Особливої уваги потребують задачі, пов'язані з теорією поля.

Приклад 8. Знайти потік векторного поля  $\vec{a}$ , який проходить через частину площини P, розташовану у першому октанті( нормаль утворює з OZ гострий кут:

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad P: x + y + z = 1.$$

На кожному етапі роботи з наданими завданнями студенти навчаються, використовуючи вже отримані знання, розв'язувати поетапно ускладнені проблеми, будувати предметні і міжпредметні зв'язки між вже засвоєними і новими поняттями і фактами. Цей процес дозволяє їм творчо розвиватися засвоюючи нові і, одночасно, повторюючи і закріплюючи вміння і навички, отримані в навчанні [1, с.172]. Системи наскрізні задачі прикладного характеру, ускладнюючи і систематизуючи матеріал, дозволяють спростити перехід від теоретичних знань до практичних вмінь і професійних навичок.

### Література

1. Власенко К. В. Теоретичні й методичні аспекти навчання вищої математики з використанням інформаційних технологій в інженерній машинобудівній школі: Монографія / К. В. Власенко ; Науковий редактор д.пед.н., проф. О. І. Скафа. – Донецьк : «Ноулідж» (донецьке відділення), 2011. – 410 с
2. Колесников С. О. Здійснення Якісного аналізу однієї прикладної математичної моделі під час вивчення диференційних рівнянь першого порядку / С. О. Колесников, І. В. Левандовська // Вісник Вінницького Політехнічного інституту– 2013. – №3. – с. 131-135.
3. Колесников С. А., Использование учебных задач математической статистики в системе непрерывного образования / С. О. Колесников, І. В. Левандовська // «Сучасна освіта – доступність, якість, визначеність». Збірник наукових праць. Під загальною редакцією д-ра техн. наук, проф. С. В. Ковалевського. – Краматорськ, ДДМА – 2016. – с. 209-210.

**УДК 378.147:51**  
**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ПРОФЕСІЙНІЙ ПІДГОТОВЦІ**  
**ВИКЛАДАЧА МАТЕМАТИКИ**

**Г. В. Лиходєєва**

Бердянський державний педагогічний університет, м. Бердянськ, Україна,  
*e-mail: annvl@ukr.net*

Докорінне оновлення системи освіти України зумовлене насамперед зміною ціннісних орієнтацій, розвитком сучасних технологій, суцільною інформатизацією та комп'ютеризацією суспільства, впровадженням актуальних світових тенденцій освіти. Математика була і є однією з основних навчальних дисциплін підготовки фахівців у галузі математики, техніки, комп'ютерних та інформаційних технологій, виробництва, економіки тощо. При цьому студент має знати основні поняття класичної математики, вміє їх застосувати при розв'язуванні типових задач, володіє мовою математики та її символікою, здатен реалізувати прикладні аспекти математики у поєднанні із комп'ютерними технологіями.

Випускники магістратури, які закінчили навчання за спеціальністю 8.04020101 Математика (за напрямками)\* мають право працювати асистентами та (у подальшому) викладачами вищих навчальних закладів III – IV рівнів акредитації [1]. При цьому магістри отримують дипломи за цією спеціальністю як у класичних університетах, так і в педагогічних університетах. Зрозуміло, що рівень підготовки з математичних і методичних дисциплін у них різний.

Викладачі математики з дипломом педагогічного університету опанували теоретичні основи методики навчання математики у закладах середньої освіти та у вищій школі, набули досвіду організації математичної підготовки учнів і студентів; знайомі з моніторингом якості математичної освіти, методологією та практикою організації науково-педагогічних досліджень. Для формування професійних компетентностей значна частина навчального часу була відведена на психолого-педагогічну та методичну підготовку; практичного досвіду студенти набували під час навчальної, педагогічної, науково-дослідницької та асистентської практик. Цей значний багаж знань та умінь має сприяти професійному становленню молодих викладачів математики. При цьому, звичайно, рівень їх математичної підготовки відрізняється від підготовки випускників класичних університетів. Разом з тим випускники педагогічних університетів підготовлені до викладання класичного курсу вищої математики в різноманітних навчальних закладах.

Навчання у вищій спрямоване на самовдосконалення особистості та самостійне прийняття рішень щодо подальшого професійного розвитку. Враховуючи різноманітність областей і галузей знань, в яких

використовують математичну підготовку студентів, розмаїття навчальних дисциплін математичного циклу в технічних, технологічних, агрономічних та інших навчальних закладах особливу увагу, при підготовці майбутніх викладачів математики в педагогічному університеті, слід звернути на математичне моделювання та застосування систем комп'ютерної математики. Сьогодні акцент в математичній освіті робиться на професійну спрямованість навчання, на математичні знання, що є необхідними для застосування в практичній діяльності, для вивчення суміжних дисциплін, для продовження освіти. Тому під час підготовки майбутніх викладачів математики особливо гостро стає питання вивчення студентами відомих математичних моделей та методів їх дослідження в різноманітних галузях: фізиці, біології, хімії, медицині, економіці тощо.

Під час навчання в Бердянському державному педагогічному університеті за спеціальністю Математика (за напрямом)\* студенти вчаться будувати та досліджувати математичні моделі реальних явищ і процесів при вивченні диференціальних рівнянь і рівнянь математичної фізики, варіаційних методів і методів оптимізації, додаткових розділів природничих наук, якісної теорії диференціальних рівнянь та математичного моделювання у задачах страхування та фінансової діяльності. Досвід обробки експериментальних даних, обчислення результатів дослідження студенти отримують при вивченні сучасних методів обчислювальної математики, під час комп'ютерного практикуму з математики та обчислювальної практики.

Під керівництвом професора О. М. Литвина значна частина студентів готує до захисту випускні кваліфікаційні роботи з математичного моделювання, зокрема: Відновлення внутрішньої структури тіла за допомогою мішаної апроксимації функцій трьох змінних та заданих рентгенівських знімків, Математичне моделювання просторового розподілу корисних копалин між похилими свердловинами, Математична модель манекена в швейній промисловості з оптимальною кількістю горизонтальних перерізів, Застосування методу сплайн-інтерлінації вектор-функцій на системі вертикальних прямих у міжсвердловинній сейсмічній томографії, тощо.

Отже, сучасні випускники педагогічних університетів підготовлені до викладання класичних розділів математики, володіють базовими знаннями в галузі сучасних інформаційних і комп'ютерних технологій, а особистісне зростання їх залежить від професійного самовизначення.

### Література

1. Про затвердження кваліфікаційних характеристик професій (посад) педагогічних та науково-педагогічних працівників навчальних закладів [Електронний ресурс] : Наказ МОН України від 01.06.13 № 665. – Режим доступу: <http://ru.osvita.ua/legislation/other/37302/list/1/>

**УДК 373.55.016:51**

## **ПРОФЕСІЙНА СПРЯМОВАНІСТЬ ЗМІСТУ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ УЧНІВ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОФІЛЮ**

**І. В. Лов'янова**

Криворізький державний педагогічний університет, м. Кривий Ріг

*e-mail: lovira22@i.ua*

Втіленням концептуальних задумів профільного навчання у зміст освіти є профільне наповнення змісту, яке на сьогодні досягається за рахунок виділення трьох рівнів: академічного, профільного і стандартного. Проте зміст навчання шкільного предмету також можна формувати виходячи із структури профільного навчання, а саме: базовий зміст, профільний зміст, зміст курсів за вибором. Якщо перший підхід виділення трьох рівнів у змісті відповідає рівням математичної підготовки у профільній школі, то використання другого підходу до формування змісту наближає цей процес до дворівневої структури «базовий рівень-профільний рівень», яка зараз активно обговорюється в межах формування оновленої концепції профільної школи.

Вичерпна характеристика змісту навчання передбачає визначення: факторів формування змісту; системи компонентів змісту; способів пред'явлення змісту.

Визначаючи фактори, які впливають на формування змісту шкільної математики, ми дотримуємося точки зору М. І. Бурди [1], який виділяє такі фактори:

- значення математичної освіти для життєдіяльності особистості;
- врахування соціальних потреб суспільства і цілей, які воно ставить перед навчанням математики;
- відображення компонентів математичної науки в шкільних підручниках;
- урахування основних видів діяльності людини, структури і особливостей цієї діяльності.

Основним носієм змісту навчання, який орієнтований на учнів, – є шкільний підручник. Вибір змісту підручників з математики для старшої школи набув особливого значення у зв'язку із впровадженням профільного навчання.

Мета даної статті – показати необхідність у формуванні змісту навчання старшокласників математики на засадах професійної спрямованості.

З нашої точки зору [5] орієнтація змісту навчання на формування якостей професійної спрямованості особистості досягатиметься за рахунок конструювання у змісті системи професійно спрямованих задач. Під професійно спрямованою задачею ми будемо розуміти математичні,

міжпредметні, практичні і прикладні задачі, які є носієм навчальної інформації, а процес їх розв'язування орієнтований на організацію навчальної математичної діяльності учнів на рівні, який відповідає обраному навчальному профілю.

Одним з ефективних прийомів мотивації, на наш погляд, є демонстрація профільної спрямованості досліджуваної теми. Мотивація вивчення тем шкільного курсу математики значно підвищується, якщо учні усвідомлюють зв'язок навчального матеріалу з їх майбутньою професією. Розглянемо, наприклад, математичні задачі за допомогою яких можливо створити проблемну ситуацію під час уроку математики в класах навчального профілю «Виробничі технології», задачі підібрані із джерел [3, 4, 6].

Задача 1. (Геометрія, тема: «Многогранники»). Знайдіть масу чавунного полого куба, зовнішнє ребро якого 260 мм, а товщина стінок 30 мм.

Задача 2. (Алгебра, тема «Показникова і логарифмічна функції»). Коефіцієнт звукоізоляції дерев'яних дверей дорівнює 20 дБ. У скільки разів вони знижують тиск звуку?

Задача 3. (Алгебра, тема: «Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики»). Партію деталей виготовляють на двох станках. Імовірність виготовлення бракованої деталі на першому станку дорівнює 0,02, а на другому – 0,025. Серед 500 деталей, з яких 300 виготовлено на першому станку і 200 на другому, навмання вибирають одну деталь. Яка ймовірність того, що вибрана деталь виявиться бракованою?

Наведемо приклади задач, які можна використати в класах технологічного напрямку профілізації на етапах застосування знань, навичок, умінь [2, 7]:

Задача 4. На якій висоті треба повісити електричний ліхтар в центрі площі, щоб освітити, можливо, сильніше краї площі? (Відповідь. 10,5 м).

Задача 5. Обсяг продукції  $V$  цеху протягом дня залежить від часу за законом  $V(t) = -\frac{5}{3}t^3 + \frac{15}{2}t^2 + 50t + 70$ , де  $1 \leq t \leq 8$ . Обчисліть

продуктивність праці  $P$  при  $t = 7$  год. (Відповідь. 90 од/год).

Задача 6. Стисненням заготовки на прокатному стані називають величину  $\Delta h = h_1 - h_2$ , де  $h_1$  і  $h_2$  – товщини заготовки до і після прокатування (рис. 1а). Доведіть, що  $\Delta h = 2d \sin^2(\alpha/2)$ , де  $d$  – діаметр вала і  $\alpha$  – кут захвату.

Задача 7. На лісопильних рамах (вони призначені для поздовжнього розпилювання) колоди часто розпилюють на квадратний брус і чотири дошки (рис. 1 б) з максимально можливою площею поперечного перерізу. Якою має бути розстановка пилок для такого розпилювання? (Відповідь.  $0,10d$ ).



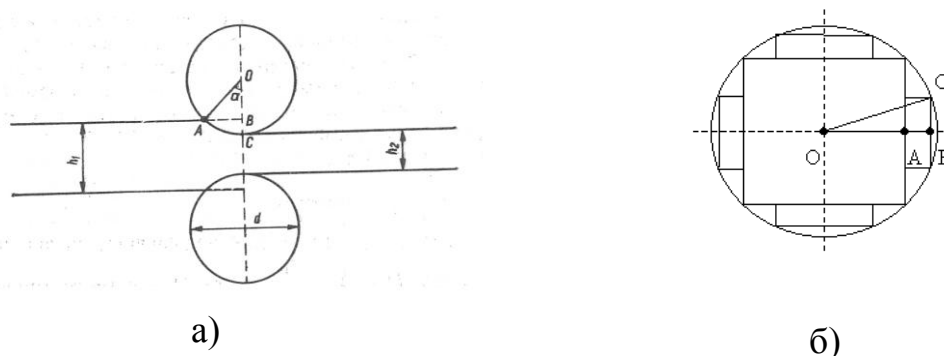


Рис. 1. Рисунок до задач 6,7

Задача 8. З круглої колоди вирізають балку з прямокутним перетином найбільшої площі. Знайдіть розміри перерізу балки, якщо радіус перерізу колоди дорівнює 30 см. (Відповідь.  $30\sqrt{2} \times 30\sqrt{2}$ ).

Підсумовуючи, слід відмітити, що забезпечення професійної спрямованості викладання математики сприяє формуванню стійких мотивів до навчання взагалі і до навчання математики зокрема завдяки: 1) створенню запасу математичних моделей, які описують реальні явища і процеси, мають загальнокультурну значущість, а також вивчаються у суміжних предметах; 2) формуванню в учнів знань та вмінь, які необхідні для дослідження цих математичних моделей; 3) навчання учнів побудові і дослідженню найпростіших математичних моделей реальних явищ і процесів.

### Література

1. Бурда М. Гуманістична орієнтація змісту підручників з математики / Бурда Михайло // Підготовка майбутнього вчителя природничих дисциплін в умовах моделювання освітнього середовища: Збірник укладено за матер. міжнародної науково-практичної конференції / Кол. авт. – Полтава: АСМІ, 2004. – С. 55-58.
2. Возняк Г. М. Взаємозв'язок теорії з практикою в процесі навчання математики: Посібник для вчителя / Г. М. Возняк, М. П. Маланюк. – К.: Рад. шк., 1989. – 128 с.
3. Кац М. Физический материал на уроках математики / М. Кац // Математика. – 2001. – №2. – С. 26-28.
4. Козар Т. М. Використання математичних моделей під час розв'язування прикладних задач / Т. М. Козар // Математика в школах України. – 2007. – №7. – С. 8 - 12.
5. Лов'янова І. В. Професійно спрямоване навчання математики у профільній школі: теоретичний аспект: монографія / І. В. Лов'янова. – Черкаси: видавець Чабаненко Ю. А., 2014. – 354 с.
6. Лях С. Економіка в задачах з математики / С. Лях. – К.: Шк. світ, 2007. – 128 с.
7. Швець В. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії / Василь Швець, Алла Прус // Математика в школі. – 2009. – №4. – С. 17-24.

**УДК 372.851**  
**ФОРМУВАННЯ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОЇ**  
**КОМПЕТЕНТНОСТІ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ**  
**МАЙБУТНІХ ЕКОНОМІСТІВ**

**Н.В. Марченко**

Дружківський технікум Донбаської державної машинобудівної академії,  
м. Дружківка  
e-mail: marchenko\_nv@mail.ru

Сучасні етапи розвитку вищої освіти України характеризується інтенсивним пошуком нового в теорії та практиці. Процес навчання математичних дисциплін має сприяти розвитку вмінь студентів використовувати математичні моделі для аналізу економічних ситуацій. Саме тому, під час навчання майбутніх фахівців економічного напрямку особливої актуальності набувають проблеми їхнього навчання методам економіко – математичного моделювання та формування економіко-математичної компетентності.

Питанням навчання математичних дисциплін майбутніх економістів присвячені роботи таких вчених, як Г.Я. Дутка, Т.М. Задорожня, Н.М. Самарук, І.В. Шерстньова та ін.

Як свідчить аналіз досліджень, сучасний економіст має володіти економіко – математичними методами, вміти їх використовувати для моделювання реальних економічних ситуацій. Це уможливило краще засвоєння теоретичних питань сучасної економіки та сприяє підвищенню рівня кваліфікації й загальної професійної культури фахівця [2].

Проте, аспекти формування економіко – математичної компетентності залишаються висвітленими не в повній мірі.

Головною метою економічної освіти можна вважати формування сучасного економічного мислення та готовності особистості до економічної діяльності. Курс математики має певний потенціал, що є необхідним для економічної підготовки студентів та формування їхньої економіко-математичної компетентності.

Так, на думку дослідника «мінімальної компетенції» Вівіан де Ландшеєр: «компетентність – це такий рівень навченості, який потрібен громадянам, щоб успішно функціонувати у суспільстві»[1].

Досліджуючи економічну компетентність, ми зауважуємо, що дане поняття умовно можна розподілити на дві складові:

- освітню складову, що моделює діяльність студента для майбутнього життя шляхом засвоєння компетентності громадянина в закладі освіти;

- життєву складову, що використовує сформовану на основі освітньої складової, сімейного виховання та соціалізації громадянську компетентність у самостійному дорослому житті.

Отже, даний підхід формує уявлення про професійну компетентність як про систему знань і вмінь. На нашу думку, обмежувати професійну компетентність тільки знаннями й вміннями є не досить доцільним, оскільки для успішної економічної діяльності у фахівця має бути розвинуто самосвідомість й мотивацію. Це обумовлено тим, що економічна дійсність характеризується різноманітними за змістом і складністю як педагогічними ситуаціями, так і ситуаціями, що мають місце в сучасному динамічному світі.

Модель процесу формування економіко-математичної компетентності економіста включає взаємозв'язок і взаємозалежність модулів: функціонально-цільового, процесуально-методологічного, змістовно-проблемного, організаційно-технологічного. Теоретико-прикладний базис реалізації моделі містить у собі: систему факультативів, елективних курсів із проблем використання математичних методів у професійних дослідженнях економістів.

Таким чином, структура змістовно-технологічного забезпечення процесу формування економіко – математичної компетентності має включати в себе: сукупність різних видів проектних й евристичних технологій професійно орієнтованої математичної освіти; систему засобів, форм, методів професійно-прикладного контекстного навчання майбутніх фахівців.

Отже, економіко-математична компетентність характеризує, з одного боку, результат системної професійно-прикладної підготовки фахівця, а з іншого боку – розвиває професійно важливі якості, забезпечує ефективність реалізації професійних функцій економіста. Саме тому, її формування під час навчання вищої математики сприяє підвищенню конкурентоспроможності майбутніх фахівців економічної галузі.

### Література

1. Дутка Г.Я. Фундаменталізація змісту математичної освіти фахівців напряму “Економіка та підприємництво” / Г.Я. Дутка // Педагогіка і психологія професійної освіти. – 2005. - № 3. – С. 31 – 39.
2. Аверина О.В. Формирование профессионально – математической компетентности будущих экологов в вузе / О.В. Аверина // Ученые записки РГСУ. -2006.-№ 4.
3. Вітлінський В.В. Моделирование економіки / Вітлінський В.В.. – К.: КНЕУ, 2003. – 163 с.

**УДК 517.31(075)**  
**ЛОГІЧНА ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ - ОСНОВА**  
**ПРОЕКТУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЇ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ ВНЗ**

**В.Г. Моторіна**

Харківський національний педагогічний університет імені Г.С.Сковороди  
*e-mail: motorinavg@gmail.com*

Навчальний матеріал - це логічно упорядковані наукові знання, дидактично відпрацьовані і викладені для навчання в певній системі. Він складає зміст і основу навчального процесу, в ньому криються можливості удосконалення навчання, які повинні бути виявлені в процесі його аналізу. За змістом навчальний матеріал - це система знань, що підлягає засвоєнню і сконструйована з урахуванням основних дидактичних, логічних і психологічних вимог. За формою він являє собою педагогічно доцільну систему пізнавальних задач, а за структурою - це формальна і гносеологічна упорядкованість понять, відношень і зв'язків між ними.

Навчальний матеріал з математики можна розділити на два блоки: 1) теоретичні знання (факти, означення понять, теореми, алгоритми, методи доведення математичних тверджень і розв'язання математичних задач); 2) математичні задачі.

Дослідження, яке спрямоване на структурування навчального матеріалу, визначають як логічний аналіз (Е.І. Лященко, А.А. Столяр)[3, 4].

До складу логічного аналізу в методиці включають дві суттєві дії:

- виділення найбільш важливих понять і тверджень, які визначають зміст теми, розділу або навчального матеріалу;

- виділення зв'язків і відношень, в яких знаходяться поняття і твердження як між собою, так і з іншими поняттями і твердженнями.

Загальні задачі аналізу навчального матеріалу:

- виділити компоненти знання, які визначають зміст навчального матеріалу (теми, розділу);

- встановити особливості знань, котрі характерні для кожного рівня вивчення, різноманітність їх внутрішніх і зовнішніх зв'язків і відношень;

- вибрати базовий матеріал (теоретичні знання, вправи і задачі);

- спроектувати технологію навчання проаналізованого матеріалу.

Повний аналіз навчального матеріалу складається із аналізу теоретичних знань, математичних задач, можливих взаємозв'язків теоретичних знань і математичних задач. Логічний аналіз теми зводиться до установлення логічної організації навчального матеріалу в ній з урахуванням аксіоматичного методу. Можливі три способи логічної організації матеріалу: на змістовній основі, дедуктивний підхід до побудови курсу, побудова на дедуктивній основі.

Основними компонентами наукового математичного знання,

складовими частинами навчального матеріалу є: вихідні положення (аксіоми, постулати, означення, принципи), поняття, алгоритми і твердження, наукові факти, гіпотези, закони, теореми, наслідки, доведення, теорії, методи, принципи дії. Предметом аналізу може бути або навчальний матеріал в цілому, або його складові компоненти, або структурні елементи компонент – якість, кількість, взаємозв'язок. Вибір предмету аналізу обумовлений рівнем вивчення навчального матеріалу.

Виділяють узагальнений склад дій логічного аналізу теорем полягає в наступному [1]:

виділити дві математичні події (дві групи математичних явищ), про які говориться в судженні;

встановити правильність логічного взаємозв'язку між математичними подіями, які відображено в теоремі;

встановити, чи є дана теорема теоремою існування, теоремою-ознакою, теоремою-властивістю;

визначити адекватність формулювання теореми (умовна, категорична, змішана форма);

встановити оптимальність кількості суджень;

визначити місце теореми в структурі викладу теоретичного матеріалу.

Для виконання кожної дії розроблюється орієнтувальна основа: структура умовного судження, яке є теоремою, визначення логічних понять (необхідна, достатня, необхідна і достатня умова); логічні взаємозв'язки і визначення теореми як математичного твердження, в якому міститься логічний взаємозв'язок між двома математичними подіями або двома групами математичних подій. В якості орієнтувальної основи виступають також: правило типізації відсутності оберненої теореми; правило вибору суджень в якості оберненої і прямої теорем; можливості зміни логічного взаємозв'язку між подіями; способи зміни логічного взаємозв'язку; побудова суджень, які відображають зміну логічного взаємозв'язку; ознаки теорем-існування, теорем - властивостей, теорем-ознак.

Структурування і систематизація відносяться до аспекту математичної діяльності, яка має назву логічної організації математичного матеріалу [2]. Структурування - розумова діяльність з виявлення близьких зв'язків між окремими поняттями і твердженнями. Систематизація - розумова діяльність з виявлення більш віддалених зв'язків, в процесі якої об'єкти, що вивчаються організуються в певну систему.

Для того, щоб побудувати структурну схему тверджень деякого відрізка навчального матеріалу потрібно спочатку виписати всі твердження даного відрізка навчального матеріалу, як нові, так і відомі, на котрі спираємося при доведенні нових. До числа таких тверджень можуть відноситися аксіоми, теореми, означення, інтуїтивно ясні і очевидні твердження і т.п.

Побудовані моделі матеріалу дають можливість викладачу

відповісти на питання: які частини використовуються частіше інших? Без засвоєння яких частин знання студентів будуть формальними? Які частини використовуються в подальшому? Які частини є найбільш складними? На основі яких частин досягається засвоєння теоретичного матеріалу?

Наведемо деякі відповіді:

а) фрагмент, із якого виходить найбільша кількість стрілок, є головним, оскільки його засвоєння необхідне для оволодіння найбільшим числом наступних фрагментів;

б) до головного змісту потрібно віднести той матеріал, який використовується при вивченні наступних тем, а також в інших предметах;

с) головними потрібно визнати і ті фрагменти, на основі яких забезпечується досягнення засвоєння теоретичного матеріалу на рівні репродукції;

д) той фрагмент навчального матеріалу є самим складним, який спирається на найбільше число частин, не може бути зведений до алгоритмічної діяльності, недостатньо методично відпрацьований у підручнику і т.п.

Встановивши логічну організацію навчального матеріалу в темі, слід в'яснити, які твердження доводяться, які вводяться, як ілюстративні факти, який рівень логічної чіткості доведень, який метод використовується для доведення, які нові теоретичні твердження вводяться під час розв'язання математичних задач.

Знання про основні компоненти математичного знання виступають для викладача орієнтиром більш глибокого вивчення теорем, доведення, понять в будь-якій предметній області. Викладач який володіє методологією аналізу, має змогу удосконалювати процес навчання математики в цілому.

Логічний аналіз виступає основою проектування технології навчання математики ВНЗ; засобом структурування і систематизації знань, запропонованих студентам.

### Література

1. Моторіна В.Г. Технологія підготовки вчителя математики до уроку : Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних навчальних закладів. Друге доповнене і виправлене видання. / В.Г. Моторіна. –Х.: Видавець Іванченко І.С.,2012.- 318 с.
2. Моторіна В.Г. Інноваційні підходи до навчання математики. Навчальний посібник./ В.Г. Моторіна. – Х.: ХНПУ імені Г.С. Сковороди, Скорпіон, 2008. – 112 с.
3. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики: Учеб. пособие для студентов физ. мат. спец. пед. ин-тов / Е.И. Лященко, К.В. Зобкова, Т.Ф. Кириченко В.И. Лященко (ред.) и др. - М.: Просвещение, 1988. - 223 с.
4. Столяр А.А. Педагогика математики / А.А.Столяр.– М.: Выш. шк. 1985, - 225 с.

**УДК 378.147**

**ДЕЯКІ АСПЕКТИ ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕКТРОННИХ ПІДРУЧНИКІВ ПРИ ВИКЛАДАННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ**

**А.З. Мохонько<sup>1</sup>, В.Д. Мохонько<sup>2</sup>, Л.С. Васіна<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Національний університет “Львівська політехніка”, Львів

<sup>2</sup>Технічний коледж Національного університету “Львівська політехніка”, Львів  
e-mail: ludavhome@gmail.com

Як свідчить досвід викладання вищої математики, кількості аудиторних годин, відведених на її вивчення, недостатньо для повноцінного вивчення матеріалу, оскільки від 50 до 70% програмного матеріалу виноситься на самостійне опрацювання. В умовах обмеженості аудиторних годин самостійна робота студентів (СРС) складає практично половину навчального часу. Роль викладача в організації СРС полягає, зокрема, у її *методичному забезпеченні*: підготовці конспектів лекцій, методичних рекомендацій, вказівок по виконанню індивідуальних завдань розрахункових робіт тощо.

На практиці при організації СРС студентів ефективно працює “Навчальний довідник у таблицях”. У довіднику системно і компактно викладено базові поняття всіх розділів Вищої математики, передбачених навчальною програмою.

Довідковий матеріал містить формулювання основних понять, означень, властивостей, формули, методи та покрокові схеми розв’язування типових задач. Подання матеріалу в таблицях полегшує запам’ятовування, допомагає систематизувати як аудиторну, так і самостійну роботу студента протягом всього вивчення курсу, структурувати матеріал, дає можливість нагадати і знайти необхідну інформацію як при вивченні наступних розділів, так і при підготовці до тематичного контролю, заліків, іспитів.

Системне впровадження у викладання курсів математики сучасних інформаційних технологій, у тому числі комп’ютерних математичних систем (Maple, MathCAD...) передбачає забезпечення студентів методичними і навчальними матеріалами нового типу – комп’ютерними підручниками, практикумами тощо. Для організації СРС студентів викладачами розробляються електронні комплекси. Наприклад, електронний комплекс з Чисельних методів по темі “Інтерполяція функцій” має таку структуру:

⇒ текст лекцій “Інтерполяція функцій”, “Чисельне диференціювання. Інтерполяція сплайнами” + питання для самоконтролю;  
⇒ контрольні питання до теми; ⇒ тестові завдання для діагностики і контролю знань; ⇒ план-конспект практичного заняття з розв’язками задач; ⇒ завдання для самостійної роботи; ⇒ інструкції по виконанню індивідуальних завдань з використанням ППМП MathCAD та Maple; ⇒ опорні знання з математики і вищої математики; ⇒ література та інтернет-ресурси; ⇒ програма курсу.

Наявність таких Електронних комплексів дозволяє збагатити зміст навчального матеріалу, підвищити мотивацію студентів, дає можливість самостійно отримувати нові знання для їх подальшого використання в практичній роботі, оптимізувати процес навчання. Для безпосереднього доступу студентів методичні матеріали та завдання для самостійної роботи розміщуються на сайті.

Фрагменти Довідника:

↗ Техніка обчислення границь (розкриття невизначеностей)

$\{0/0\}$	<b>Основні прийоми</b>
<b>Границя відношення многочленів при <math>x \rightarrow x_0</math>.</b>	→ розклад на множники і скорочення на множник $(x - x_0) \rightarrow 0, (x - x_0 \neq 0)$ . → правило Лопіталя
<b>Границя відношення ірраціональних виразів при <math>x \rightarrow x_0</math>.</b>	→ домноження чисельника та (або) знаменника на спряжений вираз $\frac{\sqrt{f(x)} - a}{g(x)} = \frac{f(x) - a^2}{g(x) \cdot (\sqrt{f(x)} + a)}$ або на неповний квадрат $\frac{\sqrt[3]{f(x)} - a}{g(x)} = \frac{f(x) - a^3}{g(x) \cdot (\sqrt[3]{f^2(x)} + \sqrt[3]{f(x)} \cdot a + a^2)}$ → введення нової змінної: $\sqrt{f(x)}, \sqrt[4]{f(x)} \rightarrow t = \sqrt[4]{f(x)}$ → правило Лопіталя
<b>Границя відношення виразів, що містять тригонометричні, обернені тригонометричні, показникову і логарифмічну функції</b>	→ використання еквівалентних нескінченно малих: $x \sim \sin x \sim tgx \sim \arcsin x \sim arctgx \sim e^x - 1 \sim \ln(1 + x), x \rightarrow 0$ та принципу заміни при $\alpha(x) \rightarrow 0$ : $\alpha(x) \sim \sin \alpha(x) \sim tg\alpha(x) \sim \arcsin \alpha(x) \sim arctg\alpha(x) \sim e^{\alpha(x)} - 1 \sim \ln(1 + \alpha(x))$ → заміна змінної: $x \rightarrow x_0: x - x_0 = t, t \rightarrow 0$ → правило Лопіталя

↗ Схема дослідження знакочергового ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$  на збіжність

<p><b>п.1.</b> якщо <math>\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0 \Rightarrow</math> ряд <i>розбіжний</i>; якщо <math>\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0 \Rightarrow</math> переходимо до</p> <p><b>п.2</b> ↓</p> <p><b>п.2.</b> якщо ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty}  u_n </math> – збіжний, то ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty} u_n</math> – <i>абсолютно збіжний</i>;</p> <p>якщо ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty}  u_n </math> – розбіжний <math>\Rightarrow</math> переходимо до <b>п.3</b> ↓</p> <p><b>п.3.</b> якщо ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty} u_n</math> є рядом Лейбніца, то ряд збігається <i>умовно</i>.</p>
--



### ➤ Застосування інтегралів за геометричними об'єктами

<b>Область <math>D</math> площини</b>	<b>подвійний інтеграл</b> $\iint_D f(x, y) dS$
<i>Геометричне застосування.</i> Площа області $D$ : $S_D = \iint_D dS$	<i>Фізичне застосування.</i> Маса плоскої пластинки з поверхневою густиною $\mu(x, y)$ : $m = \iint_D \mu(x, y) dS$
<b>Просторова область <math>G</math></b>	<b>потрійний інтеграл</b> $\iiint_G f(x, y, z) dV$
<i>Геометричне застосування.</i> Об'єм тіла $G$ : $V_G = \iiint_G dV$	<i>Фізичне застосування.</i> Маса неоднорідного тіла $G$ з густиною розподілу мас $\gamma = \gamma(x, y, z)$ : $m_G = \iiint_G \gamma(x, y, z) dV$
<b>Крива <math>L</math></b>	<b>криволінійний інтеграл 1-го роду</b> $\int_L f(x, y, z) dl$
<i>Геометричне застосування.</i> Довжина дуги кривої $L$ : $l_L = \int_L dl$	<i>Фізичне застосування.</i> Маса, розподілена вздовж матеріальної кривої $L$ з густиною $\gamma = \gamma(x, y, z) \geq 0$ : $m_L = \int_L \gamma(x, y, z) dl$
Крива $L$	криволінійний інтеграл 2-го роду $\int_L Pdx + Qdy + Rdz$
<i>Фізичне застосування.</i> Робота змінної сили $\vec{F} = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$ при переміщенні по дузі кривої $L$ : $A_L(\vec{F}) = \int_L (\vec{F} \cdot d\vec{l}) = \int_L Pdx + Qdy + Rdz$	
<b>Поверхня <math>P</math></b>	<b>поверхневий інтеграл 1-го роду</b> $\iint_P f(x, y, z) dP$
<i>Геометричне застосування.</i> Площа поверхні $P$ : $S_p = \iint_P dP$	<i>Фізичне застосування.</i> Маса, розподілена на поверхні $P$ з густиною $\gamma = \gamma(x, y, z) \geq 0$ : $m_p = \iint_P \gamma(x, y, z) dP$
<b>Поверхня <math>S</math></b>	<b>поверхневий інтеграл 2-го роду</b> $\iint_S Pdydz + Qdx dz + Rdx dy$
<i>Фізичне застосування.</i> Потік векторного поля $\vec{F} = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$ , що протікає через поверхню $S$ : $\Pi_S(\vec{F}) = \iint_S (\vec{F} \cdot \vec{n}^0) dS = \iint_S Pdydz + Qdx dz + Rdx dy$	

### Література

1. Васіна Л.С. Вища математика: Навчальний довідник у таблицях. / Л.С. Васіна. – Львів : СПОЛОМ, 2014. – 256 с.
2. Плис А.И. MathCAD: Математический практикум. / А.И. Плис, Н.А. Сливинаю.- М. : Финансы и статистика, 2003. – 656 с.
3. Чисельні методи. Інтерполяція функцій. Чисельне диференціювання. Інтерполяція сплайнами. Електронний комплекс. Для самостійної роботи студентів спеціальності 5.05010301 “Розробка програмного забезпечення”. – Львів: ВЦ ТК НУ “Львівська політехніка”, 2016. – 44с.

**УДК 372.851**  
**ПРО ВИКЛАДАННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ АНГЛІЙСЬКОЮ**  
**МОВОЮ ІНОЗЕМНИМ СТУДЕНТАМ НАУ**

**Т.А. Олешко**

Національний авіаційний університет, Київ  
*e-mail: 111ota@ukr.net*

Іноземні студенти в НАУ в залежності від їх мовної підготовки та планів на майбутнє працевлаштування можуть навчатися українською, англійською або російською мовою. Викладання теорії ймовірностей англійською мовою з групах, в яких значну частину складають іноземні студенти, має свою специфіку при роботі. Викладання окремих питань цієї дисципліни розглядалися в рамках дослідження [1]. Методичний супровід вивчення дисципліни в рамках англomовного проекту забезпечує посібник [2].

Зауважимо, що більшість іноземних студентів, особливо з азійських країн, як правило непогано підготовлені з питань комбінаторики та базових питань теорії ймовірностей. При вивченні англomовними іноземними студентами тем “Неперервні випадкові величини” та “Системи неперервних випадкових величин”, постає проблема, пов’язана з недостатньо якісним засвоєнням ними диференціального та інтегрального числення.

Корисним, особливо для іноземних студентів, є також використання різноманітних опорних конспектів, причому певну ефективність має адаптація їх форми для студентів різних напрямів. Важливим є приділення достатньої уваги доведенню до студентів особливостей використання термінології в процесі побудови математичних моделей і при розв’язуванні прикладних текстових задач і надання студентам методик застосування систем комп’ютерної математики при обчисленні числових характеристик випадкових величин та обробці статистичних даних.

**Література**

1. Карупу О. В. Аналіз практики викладання теорії ймовірностей та математичної статистики англomовним студентам в Національному авіаційному університеті / О.В. Карупу, Т.А. Олешко, В.В. Пахненко // *Science and Education a New Dimension: Pedagogy and Psychology*. – 2016. – Vol. V (52), Issue 113. – P. 34-37.
2. Higher mathematics. Part 4: Manual. Theory of Probability and Elements of Mathematical Statistics / Denisiuk V.P., Bobkov V.M., Grishina L.I., Demydko V.G., Karupu O.V., Oleshko T.A., Pakhnenko V.V., Pogrebetska T.O., Repeta V.K.– Kyiv: NAU, 2013. – 248 p.

**УДК 378.147:51**

**ДЕЯКІ ПРИЙОМИ ВИКЛАДАННЯ ДИСЦИПЛІНИ  
«МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ»**

**Н. Д. Орлова**

НУ «Одеська морська академія», м. Одеса  
*e-mail: natorl2969@gmail.com; natorl@mail.ru*

Навчальна дисципліна «Математичні методи наукових досліджень» (ММНД) є фундаментальною науковою дисципліною, що забезпечує базову підготовку магістра по автоматизованому керуванню судновними енергетичними установками. Вона покликана дати магістрам теоретичні знання, практичні уміння і навички, необхідні для вивчення і засвоєння профільюючих дисциплін, виконання розрахункових та дипломних робіт. При вивченні дисципліни магістри знайомляться з поняттям фізичної та математичної моделі, класифікацій моделей, особливостями складання математичних моделей типових об'єктів систем автоматичного керування (САК). Виконують комп'ютерне і аналітичне дослідження за побудованими моделями систем і об'єктів САК.

Такий підхід до вивчення типових об'єктів САК потребує знань технологічних циклів обчислювального експерименту, згладжування функцій при ідентифікації типових об'єктів САК, розв'язання диференціальних рівнянь типових об'єктів САК операційним методом, методів дослідження на стійкість розв'язків систем диференціальних рівнянь, варіаційних методів пошуку екстремуму функціонала.

Особлива увага приділяється чисельному моделюванню досліджуваних об'єктів, що дає можливість отримати практичні рекомендації про поведінку модельованих систем або пристроїв САК.

Таким чином, навчання математичним методам досліджень відрізняється складністю через те, що цей предмет є прикордонним розділом між спеціальністю і багатьма розділами математики. На функціонування такої системи навчання впливає ряд факторів: загальна освіченість студентів, добре знання предмета за своєю спеціальністю, розвиток математики як науки, прикладна і практична спрямованість математики, нові освітні ідеї та технології.

Зміст прикордонного предмета породжує нові методи та способи у навчанні, викладі навчального матеріалу, необхідність у комплексному підході в застосуванні методів навчання, їх гнучкість і динамічність. Слід зазначити, що з відомих сучасних методів навчання [1; 2] найбільш придатними є проблемно-пошуковий метод (проблемний виклад

навчального матеріалу, організація колективної розумової діяльності (КМД), дослідницька робота); і один з творчо-репродуктивних методів (аналіз виробничих ситуацій з певним профілем спеціалізації, різні види імітації професійної діяльності).

Одним із продуктивних шляхів реалізації навчання [1; 2; 5] є навчання з використанням групових форм навчальної діяльності, побудованих за принципом співробітництва і взаємної підтримки. Групи магістрантів, як правило, не перевищують 10-15 чоловік, і всі вони мають відносно однаковий рівень загальної математичної підготовки. У специфічних умовах роботи НУ «Одеська морська академія» частина магістрантів знаходяться на суднах далекого плавання і не можуть у відведений розкладом час відвідувати заняття.

У цьому випадку діє і добре працює найпростіша форма групового навчання «взаємонавчання — співпраця». Зміст цієї форми навчання передбачає щось більше, ніж взаємонавчання і співробітництво магістрів і викладача, які знаходяться в аудиторії. Магістранти, які прослухали лекції та беруть участь у вирішенні завдань на практичних заняття, використовуючи телекомунікаційні засоби [8; 9], спілкуються зі своїми однокурсниками, що знаходяться в рейсі, і повідомляють їм про пройдений на занятті матеріал і домашні завдання. Таке використання нетрадиційних форм групових та індивідуальних занять, створення умов для творчості в самостійній діяльності поступово виробляє у магістрантів вміння мислити самостійно.

При такому навчанні, як правило, підвищується якість освіти (у магістрів у відомостях немає оцінок D,E,F,FX за шкалою ECTS), досить швидко формуються відносини співробітництва між педагогом і магістрантом.

Ще однією характерною рисою навчання ММНД є центральна роль задач. Наразі зростання обсягів і складності навчальної інформації супроводжується скороченням кількості аудиторних годин на вивчення математичних дисциплін, у тому числі і ММНД.

У цих умовах до традиційних функцій задач [7] додається функція носія інформації, тобто теоретичні положення повідомляються і засвоюються через завдання. Приклади та завдання, що мають змістовний характер, наочно показують різні можливості застосування математичних методів до розрахунку CAP. Магістрам пропонується вирішувати різними математичними методами завдання курсових і дипломних проєктів. При вирішенні однієї і тієї ж задачі пропонується провести порівняльний аналіз і вибрати найбільш оптимальний метод розв'язання, оцінити його переваги

та недоліки. Така організація освітнього процесу [1; 2; 3] є не тільки інформаційною, але і розвиває дослідницькі здібності курсантів.

Таким чином, у ході навчання відбувається постійне узгодження досвідчених даних з науковим змістом здобутих знань, активне стимулювання освітньої діяльності, яка забезпечує самостійне оволодіння новими розділами математики за допомогою друкованих та електронних навчальних посібників, довідкової та монографічної літератури, а також ресурсів Інтернету.

Реалізація освітнього процесу [4; 6; 8] передбачає спеціальне конструювання навчального і дидактичного матеріалу, методичних рекомендацій та посібників, навчального діалогу, форм контролю.

У висновках відзначимо, що у викладанні ММНД слід пропонувати найбільш універсальні, загальні методи вирішення задач САР, забезпечуючи тісний взаємозв'язок різних розділів курсу математики і систематичне об'єднання аналітичних, геометричних та обчислювальних методів.

### Література

1. Скафа О.І. Комп'ютерно-орієнтовані уроки в евристичному навчанні математики: навчально-методичний посібник / О.В. Тугова. ДНУ. - Донецьк: Вебер, 2009.-320с.
2. Слєпкань З.І. Методика навчання математики / З.І. Слєпкань - Київ: Зодіак-ЕКО, 2000. - 512с.
3. Орлова Н.Д. Применение дистанционных технологий при изучение высшей математики на заочном факультете ОНМА / Н.Д. Орлова // Сборник " Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики". Випуск 4. Том 2. Кривий Ріг, 2004.- с.234-240.
4. Виленский М.Я. Технологии профессионально-ориентированного обучения в высшей школе. Учебное пособие. / П.И. Образцов, А.И. Уман. - Педагогическое общество России.- М., 2005.-190с.
5. Евсеева Е. Г. Деятельностное обучение математике в высшей школе. / Евсеева Е.Г.// Дидактика математики «Проблеми и дослідження». Міжнародний збірник наукових робіт. - Вип. 25. - Донецьк ДНУ, 2006. - с.197-204.
6. Попов В. Г. «Математические методы научных исследований систем автоматического регулирования» / В.Г. Попов - Учебное пособие. – Одесса : ОНМА- 2009.- 52с.
7. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Ч. 12. / Ю.М. Колягин. - М.: Просвещение, 1977. 198с.
8. Орлова Н.Д, Применение профессионально ориентированной технологии обучения для совершенствования математической подготовки магистра / Т.В. Крылова, Е.Ю. Орлова. // Дидактика математики «Проблеми и дослідження». Міжнародний збірник наукових робіт. - Донецьк ДНУ.- 2007.- Вип. 26 - с.210-217.
9. Savery, J.R. (1995). Problem based learning: an instructional model and its constructivist framework / Duffy, T.M. Educational Technology, 35, 31-38.

**УДК 378.6**

**ОСОБЛИВОСТІ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ**

**Т.В. Павленко<sup>1</sup>, Т.В. Бірюкова<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Донбаський державний технічний університет, м. Лисичанськ  
*e-mail: pav\_tatiana@gmail.com*

<sup>2</sup> Вищий державний навчальний заклад України «Буковинський державний медичний університет», м.Чернівці  
*e-mail: tanokbir@mail.ru*

Сучасне суспільство пред'являє до спеціаліста, якого готує вища технічна школа, ряд вимог щодо освіченості, професійної та загальнокультурної підготовки. Майбутній фахівець повинен володіти методичною та психологічною готовністю до змін виду та характеру своєї професійної діяльності, бути готовим до роботи над міждисциплінарними проектами. Враховуючи високий рівень конкуренції на ринку праці, по закінченні вузу студент повинен, наряду з отриманням традиційних знань, бути підготованим до роботи з найбільш розповсюдженими у сфері його професійної діяльності програмними засобами. Наприклад, освоїти систему математичного моделювання, програмні засоби презентацій, т.п. Це дозволить зменшити або зовсім усунути психологічний бар'єр та легше пройти адаптаційний період при переході до своєї безпосередньої професійної діяльності [1].

Хотілося б відмітити повну згоду між провідними методистами у галузі математики такими як З.В. Бондаренко, І.М. Главатських, О.Г. Євсеева, С.А. Кирилащук, В.І. Клочко, Т.В. Крилова, Л.Д. Кудрявцева, Т.С. Максимова, Г.О. Михалін, В.А. Петрук, М.В. Працьовитий, О.І. Скафа, З.І. Слєпкань, В.А. Треногіна та ін. щодо вирішення питань підвищення якості математичної підготовки студентів вищих технічних навчальних закладів.

Для сучасної вищої освіти характерний розвиток інтеграційних процесів. Щоб зменшити протиріччя між матеріалом, який викладається на заняттях, та матеріалом, необхідним для безпосередньої професійної діяльності, потрібно скорегувати навчальні програми, що передбачає комп'ютеризацію відповідних курсів, впровадження міжпредметних зв'язків дисциплін загальноосвітнього характеру та дисциплін, що відповідають напрямку підготовки за обраною спеціальністю. Реалізація такого підходу передбачає:

- взаємопроникнення предметів;
- використання диференціальних програмних засобів;

- нові засоби перевірки знань.

Специфіка цілей навчання математиці полягає у необхідності навчання розв'язуванню певних типів задач та розвитку логічного мислення студентів. Але слід уникати формалізованого викладання математичних дисциплін у максимальному обсязі та формування схоластичного, математичного підходу до вирішення проблем. У різних типах навчальних програм з математики практично використовуються контролюючі, обчислювальні, ілюстративні програми-тренажери. Особливу увагу слід приділяти донесенню інформації про місце математики у майбутній професійній діяльності до студентів 1-го та 2-го курсів для посилення їх вмотивованості. Тому що саме на молодших курсах студенту необхідно навчитися виконанню таких операцій, як знаходження похідних, взяття інтегралів, і т.п., закладаючи основу вдалого використання цих знань на старших курсах для роботи з такими програмами, як Mathcad, AutoCAD, та іншими програмами, спрямованими на набуття професійних навичок, необхідних в майбутній професійній діяльності. Тобто сформовані математичні навички стають базою при розв'язанні конкретних прикладних задач. Процес навчання з використанням комп'ютерних технологій може бути пов'язаний також із такими дисциплінами, як фізика, інформатика, психологія, тощо [2].

Психолого-педагогічні аспекти базуються на особистісно-орієнтованому підході у навчанні:

- студент - активний суб'єкт навчання, викладач - компетентний консультант та помічник, який формує пізнавальну самостійність студента;
- вміння використовувати отримані знання в різних професійно змодельованих ситуаціях;
- пізнавальна самостійність студентів з розвитком творчості.

Таким чином, в процесі навчання поєднуються змістовні і процесуальні сторони навчання. Знання, отримані на лекціях, - теоретична база для розвитку та набуття умінь й навичок на практичних заняттях, які в свою чергу – база для лабораторних робіт з відповідних дисциплін. Весь процес відбувається з орієнтацією на особистості студентів.

### **Література**

1. Згуровський М. Інженерна освіта в Україні: стан і перспективи / М. Згуровський // Вища школа. – 2001. - №6. – С. 4-5.
2. Крилова Т.В. Професійно орієнтоване навчання математики в технічному вузі – першочергова задача сьогодення / Т.В. Крилова, П.О. Стебляк // Вісник Черкаського університету. Науковий журнал. Педагогічні науки. – 2008. - №127. – С. 98-101.

**УДК 378.6:372.851**  
**ДЕЯКІ АСПЕКТИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН У**  
**ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ**

**К.Ю. Пастирєва**

Бердянський університет менеджменту і бізнесу, м. Бердянськ  
*e-mail: katrina\_lov@ukr.net*

Соціально-економічні зміни, що відбуваються у суспільстві, виникнення нових технологій виробництва, розвиток інформаційно-комунікаційних технологій потребують якісно нового рівня підготовки фахівців практично у всіх сферах діяльності людини. Освітня парадигма фундаментальної підготовки фахівців технічного спрямування, здатних до навчання протягом усього життя та роботи у швидкозмінному середовищі, вимагає формування особистості, яка зможе не тільки працювати на новому сучасному обладнанні, але й модернізувати його і створювати нове.

Для підготовки висококваліфікованих фахівців технічного спрямування, конкурентоспроможних на світовому ринку праці, необхідно забезпечити належний рівень математичної підготовки студентів, оскільки математика відіграє важливу роль у формуванні таких якостей сучасного фахівця, як самостійність, пізнавальна активність, оперативність у прийнятті рішень, ініціативність, цілеспрямованість, гнучкість мислення, креативність. Математика є мовою інженерних досліджень та розрахунків, основою вивчення фізики, астрономії, хімії, загальнотехнічних та спеціальних дисциплін, фундаментом для подальшого самовдосконалення та самоосвіти в майбутньому. Математичні методи та математичне моделювання широко застосовуються для розв'язання практичних та прикладних задач різних галузей науки, техніки, економіки та виробництва.

Питання математичної підготовки студентів технічних спеціальностей завжди привертало увагу відомих науковців: З. Бондаренко, І. Главатських, В. Клочко, Л. Кудрявцева, М. Працьовитого, З. Слєпкань та інших. При цьому науковці вважають, що математична підготовка студентів технічних спеціальностей в умовах сьогодення має низку суттєвих недоліків, а саме: невиправдана формалізація математичних знань, рецептурний характер засвоєння математичного матеріалу, відсутність міжпредметних зв'язків математики з загальнотехнічними та спеціальними дисциплінами, слабкі навички студентів у використанні математичного апарату при вивченні спеціальних дисциплін та при застосуванні інформаційно-комунікаційних технологій у майбутній професійній діяльності [1].



Метою дослідження є висвітлення деяких аспектів навчання математичних дисциплін у технічному університеті, що сприяють оптимізації навчального процесу та забезпеченню належного рівня математичної підготовки студентів технічних спеціальностей.

Оскільки навчання математичних дисциплін у технічному університеті потребує більшої ефективності, особливо в умовах зменшення аудиторних годин, то розглянемо наступні аспекти, що сприяють оптимізації навчального процесу та забезпеченню належного рівня математичної підготовки студентів технічних спеціальностей:

- чітка мотивація та аргументація навчального матеріалу;
- наступність між курсом фундаментальної математики та профільюючими дисциплінами;

- навчання математичних дисциплін, поряд із загальними задачами фундаментальної освіти, повинно бути орієнтованим на спеціальність, обрану студентами, тобто навчання математичних дисциплін повинно мати професійну (прикладну) спрямованість та сприяти формуванню фахових компетентностей:

- 1) здатність розпізнавати проблеми, що виникають у професійній діяльності, які можна розв'язати засобами математики;

- 2) уміння формувати ці проблеми у вигляді певної математичної моделі;

- 3) уміння обирати та аналізувати методи розв'язання математичної моделі;

- 4) уміння формулювати, записувати, інтерпретувати отримані результати із урахуванням змісту поставленої проблеми);

- цілеспрямоване застосування активних методів, інформаційно-комунікаційних та інноваційних технологій навчання, що спрямовані на перебудову, оптимізацію й вдосконалення навчального процесу та підготовку фахівців до професійної діяльності в сучасних умовах.

Все це робить можливим успішне застосування математичних методів у розв'язуванні різних проблем науки і техніки, економіки та виробництва; демонструвати можливості математичного апарату, з його використанням при будь-яких дослідженнях, розрахунках процесів і конструюванні технічних приладів, моделей, систем; сприяє підвищенню інтересу студентів до навчання, активізацію навчально-пізнавальної та науково-дослідницької діяльності студентів, підвищення рівня їхньої професійної підготовки тощо.

### Література

1. Крилова Т.В. Професійно орієнтоване навчання математики в технічному вузі – першочергова задача сьогодення / Т.В. Крилова, П.О. Стебляк // Вісник Черкаського університету. Науковий журнал. Педагогічні науки. – 2008. – №127. – С. 98-101.

**УДК 372.851**  
**ПРО ДЕЯКІ МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ НАВЧАННЯ АНАЛІТИЧНОЇ**  
**ГЕОМЕТРІЇ АНГЛОМОВНИХ СТУДЕНТІВ НАУ**

**В.В. Пахненко**

Національний авіаційний університет, м. Київ  
*e-mail: pobeda586@gmail.com*

Вивчення аналітичної геометрії є важливим для професійного становлення майбутніх фахівців усіх технічних спеціальностей. Відмітимо, що всі проблеми викладання цієї дисципліни мають певні особливості при роботі англійською мовою. Особливо важливим для іноземних студентів, що не володіють або володіють дуже погано російською та українською мовами, є наявність доступних для них підручників, що містять необхідний теоретичний матеріал з великою кількістю розв'язаних прикладів і необхідну термінологію з перекладом на українську мову (див. [1]).

Деякі особливості викладання аналітичної геометрії іноземним та українським студентам НАУ англійською мовою розглядалися в [2,3].

Аналіз практики викладання англійською мовою основних розділів аналітичної геометрії іноземним та українським студентам НАУ, а саме «Пряма на площині», «Площина і пряма у просторі» і «Криві та поверхні другого порядку» показав, що певна частина проблем, які постають при викладанні іноземним студентам аналітичної геометрії, пов'язана із специфічним рівнем шкільної підготовки переважної більшості іноземних студентів саме з геометричних питань. Рекомендується приділяти більше уваги виробленню навичок розпізнавання основних форм рівнянь прямої на площині, площини і прямої в просторі, канонічних рівнянь кривих та поверхонь другого порядку. При роботі зі студентами з слабкою математичною і мовною підготовкою рекомендується надавати студентам алгоритми розпізнавання найпростіших типів задач.

### **Література**

1. Denisiuk V.P. Higher mathematics. Part 1 / V.P. Denisiuk, L.I. Grishina, O.V. Karupu, T.A. Oleshko, V.V. Pakhnenko, V.K. Repeta.– Kyiv: NAU, 2006. – 268 p.
2. Карупу О. В. Про деякі методичні аспекти викладання лінійної алгебри та аналітичної геометрії в Національному авіаційному університеті / О.В. Карупу, Т.А. Олешко, В.В. Пахненко // Science and Education a New Dimension: Pedagogy and Psychology. – 2016. – Vol. IV (38), Issue 77. – P. 29-32.
3. Карупу О. В. Про викладання деяких питань аналітичної геометрії в рамках англійського проекту НАУ / О.В. Карупу, Т.А. Олешко, В.В. Пахненко // Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки. – 2016. – № 17.2016 – С. 57 – 64.

**УДК 378.147**  
**СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ ЯКІСНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ**  
**МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ ТА ШЛЯХИ ЇХ ПОДОЛАННЯ**

**В.А. Петрук**

Вінницькій національний технічний університет, Вінниця  
*e-mail:petruk-va@ukr.net*

Пошук ефективних шляхів підвищення рівня професіоналізму майбутнього фахівця з вищою технічною освітою в умовах вищого навчального закладу викликає потребу в розв'язанні низки проблем якісної математичної підготовки.

*По-перше*, предмет вищої математики для технічних ВНЗ має являти собою достатньо зв'язну, витриману систему означень, теорем, правил. Логічна послідовність її така, що кожне нове означення, правило, теорема спираються на попередні, які раніше вводилися, виводилися, доводилися, але сучасні реалії змушують викладачів значно скорочувати доведення теорем та виведення формул. Як показує власний досвід, в останні роки навчальні програми складаються для кожного набору першокурсників, тобто кожні 2 роки. Отже, викладач вищої математики має зі всіх розділів цієї дисципліни відібрати і логічно зв'язати усі змістові теми в один курс вищої математики саме для інженерів.

*По-друге*, багато студентів не мають розуміння необхідності вивчення математики, усвідомлення її важливості для практичної діяльності, вивчення загальнотехнічних та спецдисциплін, отже маємо низьку мотивацію до опанування розділів вищої математики. Виникає проблема наповнення розділів вищої математики задачами з відповідних спецдисциплін. Якщо студент самостійно, тільки за власним бажанням, визначився у виборі професії, усвідомив її значення для свого майбутнього життя, то навчання у ВНЗ буде цілеспрямованим і продуктивним. Але кількість таких студентів за останні роки складає лише 11% (результати наших досліджень 2011-2015 років). Причина тому - вступ до ВНЗ за результатами ЗНО (76% - першокурсників технічного ВНЗ обрали цю професію тільки тому, що не вистачило балів за сертифікатами туди, куди вони бажали вступити). Крім того, якщо навчання на першому курсі відбувається за традиційною академічною методикою лише 12% з таких студентів задоволені випадковим вибором майбутнього фаху. Отже, виникає проблема для викладачів математичних дисциплін в технічному ВНЗ в організації навчального процесу таким чином, щоб збудити у першокурсників бажання, інтерес до навчання, до майбутньої професії, в решті решт - до набуття професійної компетентності.

Застосування інноваційних технологій навчання з професійною спрямованістю викладання вищої математики в технічному ВНЗ підвищує цей відсоток до 46% в кінці першого курсу.

*По-третє*, останнім часом у технічних закладах відчутна тенденція до скорочення годин аудиторних занять з фундаментальних дисциплін. Загальна кількість годин, як правило, залишається постійною за рахунок тих, що відводяться навчальними планами на самостійне опрацювання матеріалу, який вивчається. Цю тенденцію можна прослідкувати, порівнюючи навчальні і робочі плани з вищої математики за останні роки. Наприклад, на вищу математику у 2015-2016 навчальному році відведено в першому та другому семестрах по 180 годин, з них 48 лекційних, 32 практичних та 100 годин для самостійної позааудиторної роботи. Але під час цих годин студент має опонувати розділи: лінійна алгебра та векторна алгебра, елементи аналітичної геометрії, вступ до математичного аналізу, диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної, функції багатьох змінних, кратні та криволінійні інтеграли, диференціальні рівняння, числові та функціональні ряди. Як показує власний досвід, результат екзаменаційної сесії першого семестру виявляє дуже невтішні результати успішності та якості знань студентів. Виникає суперечність між переходом освіти на новий рівень, де самостійна робота студентів має займати більший відсоток, ніж аудиторна, і неспроможністю студентів самостійно опрацювати теоретичний матеріал. Але самостійне опанування розділів вищої математики першокурсниками стаціонару є дуже проблематичним, коли за перший семестр навчання вони мають засвоїти понад 6 розділів, які для академічних університетів викладаються впродовж 2-3 років навчання. Як показує наш досвід, лише одиниці з них мають на це здатність (6% потоку кількістю 94 студента). Проблема тут криється в суперечності між наближенням системи освіти України до світових стандартів і низьким рівнем самоосвітніх навичок студентів.

Отже, виникає питання, як організувати математичну підготовку майбутнього інженера – фахівця – керівника, спроможного конкурувати на ринку праці?

Однім з дієвих засобів може слугувати професійна спрямованість викладання вищої математики з використанням інтерактивних технологій навчання. Як показує наш досвід, це:

- сприяє розвитку у студентів ціннісного ставлення до обраної професії, формуванню інтересу до спеціальності і діяльності в обраній галузі виробництва, розвитку професійно важливих якостей і моральних рис, які закладають базові основи професійної компетентності;
- забезпечує математичну підготовку студентів з урахуванням програмного рівня (стандарту) теоретичних знань, умінь і навичок;
- формує підсистему теоретичних знань і практичних умінь, які сприяють засвоєнню загально технічних та спеціальних (профільних) дисциплін [1].

Але треба зазначити, що це не легка праця, оснастити розділи вищої математики професійно спрямованим матеріалом за фахом на пряму підготовки. Це вимагає здійснити наступне:

1. Аналіз і уточнення змісту розділів вищої математики, що відповідають іншим фундаментальним, загальнотехнічним та спеціальним дисциплінам для кожної спеціальності.

2. Професійного спрямування теоретичного матеріалу (супроводження прикладами зі спеціальних дисциплін, майбутньої професії; міжпредметний зв'язок з іншими фундаментальними дисциплінами).

3. На практичних заняттях, при виконанні лабораторних робіт обов'язково (де це можливо) після розв'язування стандартних задач розв'язувати прикладні з технічним змістом відповідної спеціальності.

4. У процесі розв'язання прикладних задач використовувати алгоритми розв'язання, математичне моделювання.

5. Розглядати різні методи розв'язування технічних задач у процесі поступового викладання логічно пов'язаного теоретичного матеріалу.

6. Обов'язково формулювати висновки після отримання результату розв'язання прикладних задач з точки зору інших дисциплін, виробництва.

7. Застосовувати інтерактивні методи (симуляційні, ролеві, ділові ігри та ігрові форми навчання, що відтворюють майбутні фахові ситуації) та сучасні технології навчання (використання ІКТ).

Бажання та вміння навчатися – це той фундамент, який мають закласти викладачі вищої математики студентам на першому курсі навчання у ВНЗ.

Є ще одна проблема, яка вимагає уваги - на кафедрах фундаментальних дисциплін працюють не професіонали. Наприклад, вищу математику викладають колишні випускники технічного ВНЗ, які мають занадто обмежені знання (в межах фахової кваліфікації) розділів вищої математики для викладання її загального курсу для різних спеціальностей.

Ми розуміємо, що самотійно викладачі ці проблеми не в змозі розв'язати, тому тільки з бажанням та наполегливою праці керівництва технічних ВНЗ з МОН України можна докорінним чином змінити відношення до кафедр вищої математики. Тільки тоді виграємо всі разом у формуванні професійної компетентності майбутніх конкурентоспроможних випускників.

### Література

1. Петрук В.А. Формування когнітивно-творчої компетенції майбутніх фахівців технічного профілю в процесі навчання вищої математики: монографія / В.А. Петрук, О.П. Прозор - Вінниця, ВНТУ, 2015, - 148с.

УДК 33:378.147

## ПОКАЗНИКИ СФОРМОВАНOSTІ ПРОФЕСІЙНО-МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНІХ ЕКОНОМІСТІВ

Н.Г. Підлісничка

Вінницький кооперативний інститут, м. Вінниця  
e-mail: lucky\_box85@mail.ru

**Постановка проблеми.** З розвитком сучасної економіки спостерігаємо появу нових областей і напрямів економічної діяльності, які потребують фахівців, здатних пристосовуватись до динамічних змін у професійній сфері, знаходити нестандартні підходи до вирішення виробничих ситуацій. Постає потреба у підвищенні рівня математизації, зростає роль емпіричних досліджень реальних процесів, явищ за допомогою прикладних моделей тощо. Особливістю сучасної «моделі майбутнього економіста» є володіння інформаційними технологіями, знаннями, вміннями, компетентностями світових стандартів. Нині економічна діяльність знаходиться у тісному зв'язку теорії і практики, тому для компетентного економіста важливим є здатність до самонавчання, а вміння добувати та аналізувати економічну інформацію є одними з провідних факторів успіху майбутнього фахівця економічної діяльності.

**Аналіз актуальних досліджень та публікацій.** Аналіз вітчизняних дисертаційних досліджень та публікацій, які стосуються процесу формування професійно-математичної компетентності майбутніх економістів показав, що нині єдиної думки щодо визначення показників сформованості професійно-математичної компетентності майбутніх економістів вчені не мають.

В Україні різні аспекти процесу формування професійної математичної компетентності майбутніх економістів описані в дослідженнях С. В. Бас, Л. П. Гусак, Г. Я. Дутки, Л. І. Нічуговської, Н. М. Самарук, О. М. Токарчук тощо.

**Мета:** виокремити показники сформованості професійно-математичної компетентності майбутніх економістів та розглянути приклади вимірників їх наявності.

**Виклад основного матеріалу.** Процес формування професійно-математичної компетентності майбутніх економістів є складним та має ряд особливостей. Накопичуючи досвід використання математичного апарату, відточуючи професійну майстерність, узагальнюючи, поглиблюючи та систематизуючи теоретичну базу, одночасно маємо дбати про формування прийомів розумової діяльності майбутніх економістів.

Наші дослідження показали, що майбутні економісти засвоюють змістовну сторону знань і пов'язані з нею конкретні алгоритми

розв'язування досить вузького кола практичних задач. Лише в деяких студентів, з високим рівнем навченості, на базі вивчення і опрацювання певних одиничних задач формуються узагальнені прийоми та методи розв'язування низки задач. Крім того, в професійній діяльності майбутніх фахівців економічної сфери необхідними є вміння та навички аналізувати, синтезувати інформацію, порівнювати факти, узагальнювати, систематизувати одержані дані, проводити аналогію тощо. Формуючи та розвиваючи прийоми розумової діяльності ми будемо забезпечувати ефективне накопичення досвіду використання математичного апарату в професійній діяльності, дбати про засвоєння основних формул і законів математики, необхідних майбутнім економістам у процесі розв'язування виробничих завдань. Майбутній економіст із сформованими прийомами професійно-математичного мислення зможе, у разі необхідності, знайти необхідну інформацію та вміло використати її в професійній діяльності.

Відповідно до наших досліджень, виокремимо показники сформованості професійно-математичної компетентності майбутніх економістів. Якість сформованості професійно-математичної компетентності, на нашу думку, характеризують наступні показники:

- наявність необхідних економісту знань математичних формул та законів;
- вміння підібрати необхідну формулу при розв'язуванні задач математичного змісту;
- вміння створити математичну модель економічної задачі;
- вміння підібрати необхідну формулу при розв'язуванні задач економічного змісту;
- вміння аналізувати економічну інформацію;
- вміння синтезувати;
- вміння передбачити кінцевий результат;
- оригінальність мислення, що визначається у нестандартних підходах до розв'язування типових завдань;
- глибина мислення, що означає здатність занурюватись у зміст кожного з фактів, які вивчаються, знаходячи взаємозв'язок з іншими фактами, здатність знаходити приховані факти у матеріалі;
- раціональність мислення, здатність знаходити простий та ефективний спосіб вирішення завдань;
- узагальненість мислення, полягає у здатності до узагальнень способів дій, і перенесення їх на нетипові завдання, вміння охоплювати проблему в цілому, не упускаючи деталей, що мають значення, узагальнити проблему, розширити область застосування результатів, отриманих у процесі її розв'язання;
- критичність мислення – вміння оцінити правильність обраних шляхів вирішення поставленої проблеми;

- доведеність мислення – вміння терпляче і скрупульозно ставитись до збору фактів, достатніх для винесення будь-якого судження, будувати логічні міркування, послідовні, аргументовані, обґрунтовувати кожен крок, вміння відрізнити достовірні результати від правдоподібних.

Серед прикладів вимірників наявності вказаних показників сформованості професійно-математичної компетентності майбутніх економістів виокремимо геометричні задачі. Зокрема, геометричні задачі на доведення характеризують сформованість вміння аналізувати і синтезувати інформацію, вміння аргументовано будувати міркування, в логічній послідовності, вміння відрізнити достовірні факти від правдоподібних, вміння знаходити приховані факти в матеріалі, вміння оцінити правильність обраних шляхів вирішення поставленої проблеми тощо. Задачі на дослідження допомагають виявити та оцінити якість сформованості таких показників професійно-математичної компетентності, як вміння аналізувати, синтезувати, передбачити кінцевий результат, глибину мислення, критичність мислення, узагальненість мислення, доведеність мислення тощо. Рівень та якість раціональності та оригінальності мислення допоможуть визначити геометричні задачі, які мають багато способів розв'язування. Задачі на побудову дають змогу оцінити сформованість глибини мислення, критичності мислення, раціональності мислення, вміння аналізувати інформацію, передбачити кінцевий результат, будувати логічні міркування тощо.

**Висновки та перспективи подальших досліджень.** Одними з основних якостей майбутнього економіста вважаємо вміння нестандартно мислити, в повній мірі використовувати весь об'єм доступної інформації, а також знання, як застосувати свої висновки на практиці, переконливо і аргументовано відстоювати свою точку зору. Тому важливим та необхідним завданням процесу навчання майбутніх економістів вважаємо формування професійно-математичного мислення майбутніх фахівців економічної сфери.

Перспективами подальших досліджень є визначення місця і ролі використання геометричних задач на заняттях з вищої математики, як важливих визначників якісного формування професійно-математичної компетентності майбутніх економістів.

### Література

1. Горняк О. В. Економічно освічену людину ошукати важко. – [Електронний ресурс] – Режим доступу: [http://onu.edu.ua/pub/bank/userfiles/files/imem/theor\\_ecomon/gornyak-statya.pdf](http://onu.edu.ua/pub/bank/userfiles/files/imem/theor_ecomon/gornyak-statya.pdf)
2. Матяш О. І. Місце і роль мотивів вивчення вищої математики при особистісноорієнтованому навчанні на економічних спеціальностях / О. Матяш, Л. Гусак - Донецьк: Фірма ТЕАН, 2005.
3. Поняття та ознаки математичного мислення. – [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://osvita.ua/vnz/reports/psychology/29227/>



**УДК 378.147**

**ВИКОРИСТАННЯ ІННОВАЦІЙНИХ ФОРМ НАВЧАННЯ  
МАТЕМАТИКИ В ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ**

**С. М. Потапова**

Дружківський технікум Донбаської державної машинобудівної академії,  
м. Дружківка  
*e-mail: svetpot@mail.ua*

У сучасних умовах підвищення конкурентоспроможності майбутніх фахівців є основним завданням суспільства. Саме тому, проблема підвищення якості математичної освіти набуває особливої актуальності для вищих навчальних закладів, зокрема технічних. Оскільки розуміння сутності практичної спрямованості математичних дисциплін та оволодіння методами математичного моделювання сприяє формуванню необхідних якостей майбутнього фахівця технічно галузі.

Різноманітні шляхи підвищення ефективності навчання математичних дисциплін досліджувались багатьма вченими, зокрема залучення сучасних педагогічних технологій розглядається в працях Г. К. Селевко [1], застосування комп'ютерно-орієнтованих технологій висвітлюється в працях Ю.В. Триуса [2]. Проте, проблему застосування інноваційних форм навчання вирішено не в повній мірі.

У психолого-педагогічних дослідженнях відзначається, що використання інноваційних технологій навчання сприяє створенню умов, в яких студентизалучаються до навчально-пізнавальної діяльності. Сутність таких технологій полягає в тому, що викладач організовує діяльність студента таким чином, що він спираючись на свої потенційні можливості і вже отримані знання, самостійно розв'язує певні ситуації, проблеми в процесі взаємодії «студент - інформація», «студент - ситуація», «студент - знання», «студент - проблеми», «студент - студент», «студент - група» тощо.

Слід підкреслити, що основні функції інноваційного навчання: пізнавально-навчальна і корекційна-розвиваюча. Важливим є те, що захопленість формою без дотримання дидактичних умов реалізації методу теж не дає результатів.

Залежно від охоплення студентів, інноваційні технології навчання поділяються на такі форми організації діяльності:

- парами (робота студентів в парі з вчителем);
- фронтальна (викладач навчає одночасно групу студентів);
- групова (всі студенти активно навчають один одного);
- індивідуальна (самостійна робота студентів).

На відміну від звичайних занять, метою яких є оволодіння знаннями, вміннями та навичками, нестандартні заняття найбільш повно враховують вікові особливості, інтереси, нахили, здібності кожного студента.

Найбільш поширені такі форми нестандартних занять:

- Інтегроване заняття. Як правило, таке заняття проводять два викладача. Вони спільно здійснюють актуалізацію знань за двома напрямками опитування (якщо це потрібно), виклад нового матеріалу тощо. Найчастіше поєднуються такі предмети, як математика-фізика, математика-інформатика, математика-креслення.

- Дослідницьке заняття та лабораторно-практичні роботи. Їхня мета полягає в одержанні навчальної інформації з першоджерел. Ці заняття розвивають спеціальні вміння і навички, стимулюють пізнавальну активність та самостійність.

- Рольова гра. Вона вимагає від студентів прийняття конкретних рішень у проблемній ситуації в межах ролі. Кожна гра має чітко розроблений сценарій, головну частину якого необхідно доопрацювати студентам. Отже, пошук вирішення проблеми залишається за ними.

При використанні кожної з вищевказаних форм навчання дидактичні умови мають свої особливості, залежно від поставленої мети.

Покажемо приклад заняття за темою «Використання визначеного інтеграла», на якому використовується гра «Ажурна пилка», основні етапи заняття римовані, що сприяє зацікавленості студентів:

Коли потреба в обчисленні площ та об'ємів тіл стала,  
Тоді і виникло поняття визначеного інтеграла.  
Ідеї інтегральних числень беруть свій початок  
у працях Євдокса і Архімеда,  
На додаток Йоган Кеплер, що рух планет нам відкрив  
Розвинув ідеї обчислення площ та об'ємів всіх тіл,  
Бонавентуро Кавальєрі багато корисного зробив  
І принцип обчислення своїм ім'ям нарадив  
Їхні здобутки гарним підґрунтям для Ньютона і Лейбніца стали,  
І ті загальний метод розв'язку відшукали.  
Сучасне означення інтегралів ввів нам Коші,  
А його термін запропонував нам Бернуллі.  
Але і Україна не відпочивала  
І великими літерами Остроградського вписала.  
Повідомлення теми і мети заняття.

Інтеграл належить до тих математичних понять що використовуються для розв'язку багатьох задач. Тож і мета у нас сьогодні не проста. Використовуючи ігровий метод навчання і самостійно здобуті знання, навчитись класифікувати, підбирати завдання, розв'язувати

прикладі, демонструючи старання І зрозуміти, що в нашому житті тему визначеного інтеграла не обійти.

Робота у домашніх групах.

За 2 тижні до проведення заняття група поділяється на домашні підгрупи по 5 осіб (один з них – керівник групи).

У кожної підгрупи своє окреме завдання:

- 1 – «Обчислення площі плоскої фігури»,
- 2 – «Обчислення об'ємів тіл обертання»,
- 3 – «Використання інтеграла у фізиці»,
- 4 – «Наближені методи обчислення інтеграла»,
- 5 – «Геометричний зміст інтеграла».

Студенти самостійно опрацьовують тему, складають до неї: теоретичну частину, розібраний приклад, завдання для домашньої роботи. Також все це можна зробити у вигляді презентації. Викладач виступає у ролі консультанта.

Робота у класній групі.

Після того як закінчилась робота у домашній групі студенти міняються місцями і складаються нові 5 «класних» груп, до складу кожної з яких входять представники всіх «домашніх» груп. Кожен із студентів, виступаючи у ролі вчителя, намагається пояснити свою тему, наводить приклади і пропонує домашнє завдання.

Самостійна робота:

Викладач роздає студентам 5 варіантів самостійної роботи кожній групі, таким чином, щоб вони не повторювали їхньої домашньої теми. Ви все обговорили і настав час самостійної роботи для вас.

Підсумок заняття:

Ви всі сьогодні плідно працювали, у ролі вчителя і учнів виступали. Використання визначеного інтеграла – для вас вже не проблема стала. А зараз, усім велике спасибі: за вашу увагу і ваші зусилля, Усім до побачення, хай вам щастить, бажаю вам успіхів у навчанні.

Таким чином, залучення інноваційних форм навчання математики в технічних вищих навчальних закладах сприяє підвищенню мотивації навчально-пізнавальної діяльності студентів та уможливорює підвищення ефективності математичної освіти.

### Література

1. Селевко Г. К. Сучасні педагогічні технології: навчальний посібник / Г.К.Селевко. – М. : Народна освіта, 2008. – 256 с.
2. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: Монографія. / Ю.В. Триус. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.

**УДК 51 (082)**

**ВИКЛАДАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ІНОЗЕМНИМ  
СТУДЕНТАМ: ПРОБЛЕМИ І ШЛЯХИ ЇХ ВИРІШЕННЯ**

**В. К. Репета<sup>1</sup>, Л. А. Репета<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Національний авіаційний університет, м. Київ

*e-mail: repetavk@gmail.com*

<sup>2</sup>Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ

*e-mail: repetala@bigmir.net*

Кожного року до вищих навчальних закладів України прибувають на навчання іноземні студенти з ближнього і далекого зарубіжжя. Географія руху студентів трансформується і розширюється.

В умовах технічного ВНЗу усі вони обов'язково вивчають вищу математику. І тут, зазвичай, виникають проблеми як об'єктивні – пов'язані з адаптацією до проживання в Україні, вимогами ВНЗу тощо, так і суб'єктивні – пов'язані з менталітетом, рівнем початкової підготовки, властивостями характеру студента і його мотивацією до навчання.

В останні роки на перше місце виходить погана мовна підготовка. А з урахуванням того факту, що одні підготовчі відділення навчають студентів української мови, інші – російської, ця проблема стає проблемою не лише для студента, але й для викладача. Коли студенти, які навчалися різними мовами потрапляють в одну академічну групу, постає дилема – якою мовою викладати? Щоб охопити всю аудиторію доводиться двома мовами формулювати означення і твердження, наводити і пояснювати приклади. На це витрачається багато зайвого часу. У результаті виникає необхідність переглядати зміст навчального матеріалу, скорочувати, спрощувати, подавати його на інтуїтивному рівні. На жаль, навчання англійською мовою теж не вирішує цієї проблеми. Далеко не всі іноземні студенти володіють нею. Особливо це стосується студентів з пострадянських республік.

Іншою значною проблемою є рівень початкової підготовки студентів – першокурсників. У кожній країні свої вимоги до вивчення і знань математики. Досить часто до технічних вищих навчальних закладів потрапляють студенти, які вивчали математику лише на елементарному рівні і не просунулися далі квадратних рівнянь, прямої на площині і алгебраїчних систем з двома змінними. Інші вже знають певні розділи з алгебри, аналітичної геометрії і математичного аналізу. І тоді як перші просять пояснень на кожному етапі викладання теорії і розв'язання задач,

другі нудьгують, втрачають увагу, а за тим пропускають важливі моменти і засвоюють матеріал фрагментарно.

Ще одна з проблем стосується ментальних якостей, культурних та релігійних традицій, з чим доводиться рахуватись. У великі релігійні свята частина групи часто буває відсутня на занятті й пропущений матеріал рідко коли надолужує самостійно. Порушується неперервність і послідовність в одержанні інформації, яка призводить до часткового або повного нерозуміння подальшого матеріалу. Особливо відчувається ця проблема, коли пропущено хоча б одна з тем таких важливих розділів вищої математики як «Похідна», «Інтегральне числення», «Диференціальні рівняння», «Кратні інтеграли».

Ураховуючи обмежену кількість часу, який відводиться на вивчення вищої математики, виходом з подібних ситуацій може бути створення методичної літератури та посібників, написаних двома мовами з великою кількістю прикладів і однотипних завдань, які, крім задач, містять ще й термінологічні словники. Як правило, студенти намагаються зрозуміти і запам'ятати алгоритм розв'язання задачі замість розуміння її суті. Тому такі посібники, можливо, сприятимуть виробленню певних навичок у розв'язуванні задач і засвоюванні базових понять вищої математики.

Проведення контрольних і самостійних робіт спонукає кожного студента до пошуків розв'язання задач і вибору найоптимальнішого для нього шляху подолання проблеми із залученням підручника, посібника, електронного ресурсу чи Інтернету.

Застосування Інтернетресурсів не завжди доцільне і виправдане. Досить часто можна спостерігати, як студент переписує зі свого гаджета приклад абсолютно не розуміючи змісту написаного. Лише добре підготовлений і достатньо вмотивований до навчання студент спроможний розібратися у вирі електронних матеріалів і підказок, зрозуміти, який метод розв'язання запропонованої задачі є раціональним і відповідає вимогам і позначенням, які використовує викладач. Показовим прикладом подібної ситуації є розв'язання диференціальних рівнянь вищих порядків зі сталими коефіцієнтами зі спеціальною правою частиною. Часто у Інтернетресурсі для таких задач пропонують метод Лагранжа варіації довільних сталих, який здебільшого є складнішим за метод невизначених коефіцієнтів.

На думку авторів, необхідно в Україні навчати іноземних студентів математики українською мовою, забезпечувати їх друкованими і електронними посібниками і дидактичними матеріалами, на базі яких проводити опитування. Це сприятиме швидшому інтегруванню таких студентів в україномовне середовище, адаптації в повноцінні академічні потоки і групи, підвищенню їх досягнень у вивченні вищої математики.

**УДК 378:517.9:004.9**  
**МОДЕЛЬ УПРОВАДЖЕННЯ КОМП'ЮТЕРНО-ОРІЄНТОВАНОЇ**  
**МЕТОДИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ**  
**РІВНЯНЬ МАЙБУТНІХ ФАХІВЦІВ З ІНФОРМАЦІЙНИХ**  
**ТЕХНОЛОГІЙ**

**І. В. Сітак**

Інститут хімічних технологій (м. Рубіжне) Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля  
*sitakirina@gmail.com*

**Постанова проблеми.** Упровадження розробленої методичної системи навчання в навчальний процес уможлиблюється через побудову моделі. Моделювання у педагогічному дослідженні є актуальним через інтегративність, що забезпечує можливості об'єднання емпіричного та теоретичного, поєднання процесу аналізу педагогічного об'єкту та здійснення експерименту, що супроводжуються побудовою логічних конструкцій та наукових абстракцій.

**Аналіз актуальних досліджень.** Розробляючи педагогічну модель, ми спиралися на думку Є. О. Лодатка [2, с. 54], який розуміє під цим побудову мисленої системи, що може імітувати чи відображати певні властивості, характеристики, ознаки об'єкта дослідження, принципи його функціонування чи внутрішньої організації. Впровадження такої моделі, на думку вченого, забезпечується через її презентацію у вигляді культурної форми, що є притаманною певній соціокультурній практиці. Моделюючи, використовували концептуальні положення дослідження В. І. Бондаря [1], щодо розподілення за чотирма блоками, як-от теоретико-методологічним, цільовим, змістовно-організаційним та оцінювально-результативним.

**Метою дослідження** є розробка моделі упровадження комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання диференціальних рівнянь (ДР) майбутніх бакалаврів з інформаційних технологій (ІТ).

**Викладення основного матеріалу.** Дослідивши психологічні основи [5] та методичні передумови [4] навчання ДР майбутніх бакалаврів з ІТ, ми розробили модель упровадження комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання ДР майбутніх бакалаврів з ІТ (рис. 1).

Впровадження моделі було націлено на ознайомлення бакалаврів із уміннями, що є необхідними для їхньої майбутньої професійної діяльності та на формування вміння використовувати засоби ІКТ у майбутній професійній діяльності (ІКТ-грамотності майбутніх фахівців певної спеціальності).

Очікуваних результатів навчання було досягнуто при спіранні на *теоретико-методологічний блок*, що містить методологічне та психолого-педагогічне підґрунтя дослідження. Теоретико-методологічний блок обумовив корегування внутрішніх цілей навчання ДР бакалаврів з ІТ, що описуються у *цільовому блоці*.

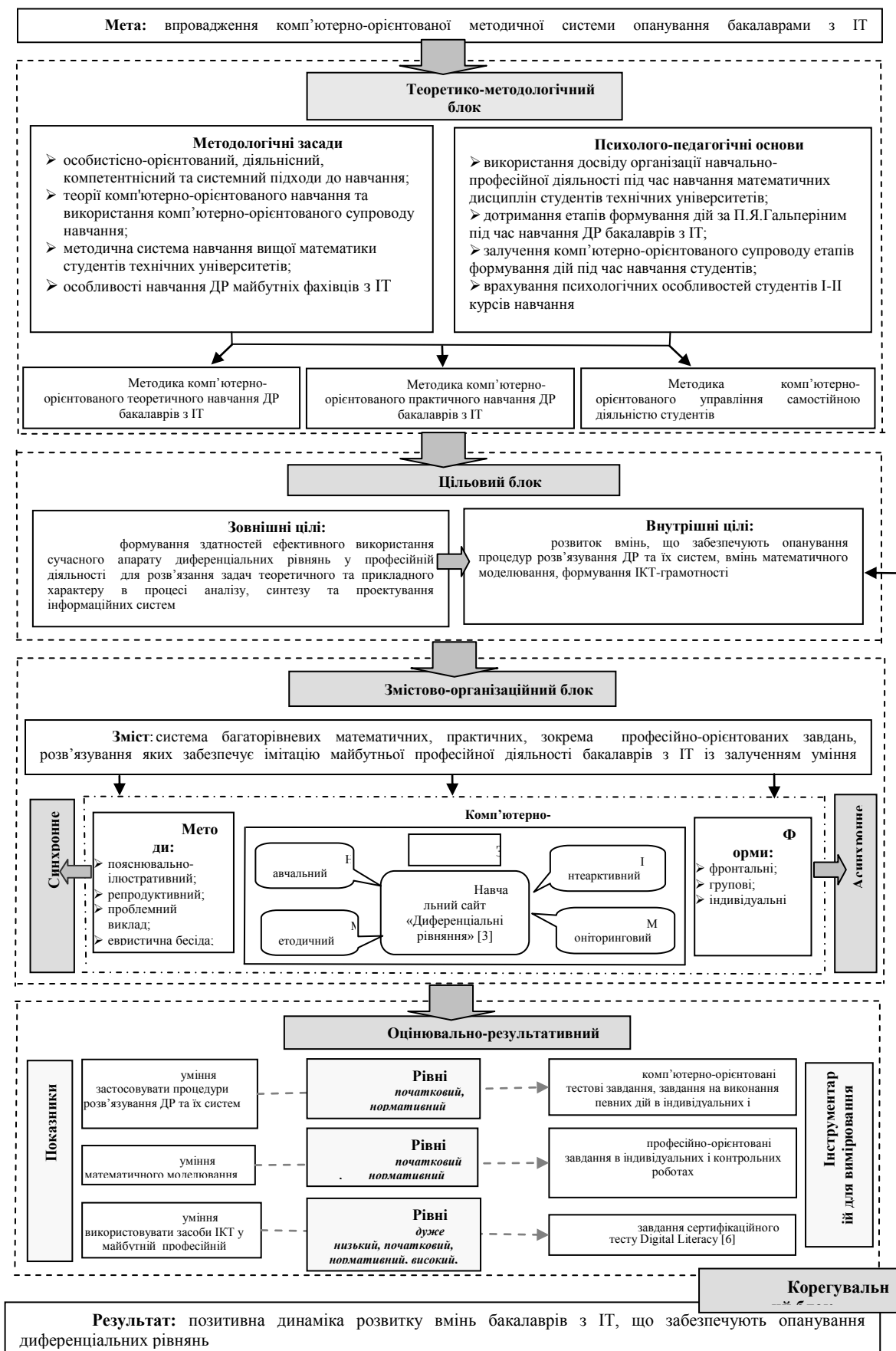


Рис. 1. Модель упровадження комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання ДР бакалаврів з ІТ

Цілі навчання диференціальних рівнянь обумовили вплив на змістовно-організаційний блок, що містить основні компоненти комп'ютерно-орієнтованої методичної системи навчання диференціальних рівнянь бакалаврів з інформаційних технологій. Опанування майбутніми фахівцями ДР в синхронному та в асинхронному режимах забезпечила розробка навчального сайту [3], що сприяв впровадженню технологій добору змісту, методів, форм і засобів навчання та уможливив встановлення зв'язків між елементами методичної системи.

Засоби, що є контентами взаємозв'язаних структурних модулів навчального сайту, допомагали викладачеві переходити від традиційних методів і форм навчання до більш діяльнісних, роблячи їх комп'ютерно-орієнтованими складниками розробленої методичної системи.

Позитивний вплив впровадження створеної системи на динаміку розвитку вмінь бакалаврів з ІТ, що забезпечують опанування диференціальних рівнянь, було оцінено за допомогою оцінювально-результативного блоку, який визначає показники, рівні та інструментарій вимірювання навчальних досягнень студентів упродовж експериментальної перевірки.

**Висновки.** Реалізація компонентів розробленої методичної системи під час опанування студентами, досліджуваної спеціальності, ДР призвела до отримання очікуваного результату, а саме позитивної динаміки розвитку вмінь студентів із застосування певних процедур розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем, розвиток вмінь математичного моделювання, підвищення рівня ІКТ-грамотності, що було підтверджено експериментально.

### Література

1. Бондар В. І. Дидактика / В. І. Бондар. – Київ : Либідь, 2005. – 264 с.
2. Лодатко Є. О. Моделювання педагогічних систем і процесів : монографія / Є. О. Лодатко : Слов'ян. держ. пед. ун-т. – Слов'янськ, 2010. – 148 с.
3. Сітак І. В. Диференціальні рівняння [Електронний ресурс] / І. В. Сітак / [Веб-сайт]. – Електронні дані. – ІХТ СНУ ім. В. Даля, Рубіжне, 2014. – Режим доступу: <http://difur.in.ua/> – Назва з екрана.
4. Сітак І. В. Методичні передумови комп'ютерно-орієнтованого опанування бакалаврами з інформаційних технологій диференціальних рівнянь / І. В. Сітак // Психологія сьогодні : зб. наукових праць. – К. : Центр наукових публікацій, 2016. – С. 84 – 96.
5. Сітак І. В. Психологічні основи навчання диференціальних рівнянь майбутніх бакалаврів з інформаційних технологій / І. В. Сітак // Актуальні проблеми природничо-математичної освіти : збірник наукових праць. – Випуск 7 – 8. – Суми : ВВП «Мрія», 2016. – С. 21 – 29.
6. «Digital Literacy» [Електронний ресурс]. – Електронні дані. – Microsoft, 2012-2017. – Режим доступу : <https://www.microsoft.com/ru-ru/digitalliteracy/curriculum4.aspx#computerbasics/> (дата звернення 23.10.2014) – Назва з екрану.



**УДК 378.147+517.9:004**  
**ВИКОРИСТАННЯ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ У НАВЧАННІ**  
**МАТЕМАТИКИ**

**А. О. Топчій**

Інститут хімічних технологій Східноукраїнського національного Університету  
імені Володимира Даля, м. Рубіжне  
*e-mail: nas51ti@ukr.net*  
Науковий керівник: І. В. Сітак, старший викладач

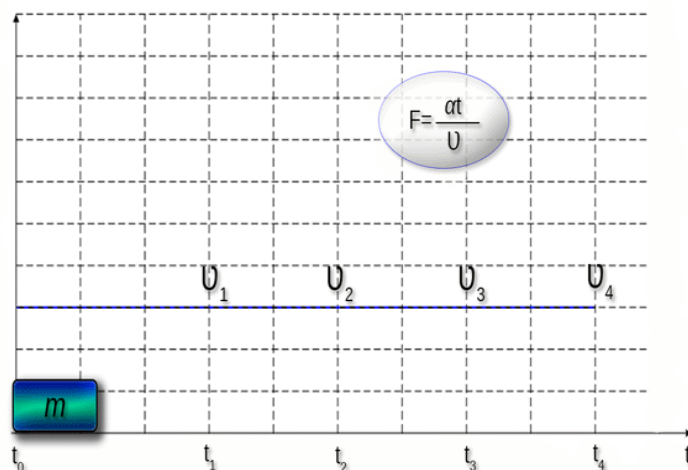
Сучасний розвиток інформаційних технологій потребує змін у підході до навчання фундаментальних дисциплін, зокрема математики. Застосування наочності у процесі навчання математики дозволяє якісно змінити навчальний процес, створити умови для повного розуміння викладеного матеріалу. Значне місце посідають динамічні моделі, що сприяють кращому розумінню сутності досліджуваного явища, допомагають формалізувати завдання, зрозуміти та запам'ятати викладений матеріал.

Дослідженням у галузі впровадження інформаційно-комунікаційних технологій навчання математики, а саме динамічних моделей присвячені роботи багатьох вітчизняні науковці, зокрема С. А. Раков [3], Л. В. Грамбовська та О. М. Яковчук [2] пропонують застосування динамічних моделей у навчанні шкільної геометрії, К. В. Власенко та Н. О. Ротанева [6] обґрунтували доцільність застосування таких моделей у навчання диференціальних рівнянь.

Ми погоджуємося із визначенням В. Я. Цветкова [5], який під динамічними моделями розуміє активні моделі, що описують зміни параметрів об'єкта у часі та дозволяють спонукати до творчої участі в процесі навчання того, кого навчають. Комп'ютерна технологія навчання із використанням динамічних візуальних моделей активізує навчальний процес, сприяє гарному засвоєнню теоретичних знань, формуванню вмінь математичного моделювання в умовах, схожих з реальними.

Значна частина хімічних, фізичних, соціальних та інших процесів може бути описана за допомогою диференціальних рівнянь, але складання математичної моделі таких процесів має певні складнощі, подолати які допомагає представлення процесу в анімаційному вигляді – динамічна модель.

Для наповнення контенту навчального сайту [4] нами було розроблено засобами програми Adobe Photoshop динамічні моделі процесу руху (рис. 1), електричного ланцюга, приросту населення, теплообміну, витікання рідини з судини, тощо.



*Рис. 1. Динамічна модель процесу руху*

Залучення різних видів чуттєвої перцепції тих, кого навчають, та динаміка елементів уможливають усвідомлення фізичної постановки задачі та створення математичної моделі, сприяє формуванню вмій математичного моделювання.

### Література

1. Власенко К. В. Методичні вимоги до засобів навчання диференціальних рівнянь бакалаврів з інформаційних технологій / К. В. Власенко, І. В. Сітак // Лабіринти реальності : збірник наукових праць / [За заг. редакцією д.філос.н. М. А. Журби]. – Монреаль : СРМ АS, 2016. – С. 38 – 41.
2. Грамбовська Л. В. Комп'ютерні динамічні моделі як засіб дидактичного забезпечення процесу навчання геометрії в сучасній школі [Електронний ресурс] / Л.В. Грамбовська, О.М. Яковчук // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2010. – № 7. – С. 14 – 17. – Електронні дані. – Режим доступу: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/komp\\_2010\\_7\\_6](http://nbuv.gov.ua/UJRN/komp_2010_7_6). (дата звернення 07.04.2017) – Назва з екрану.
3. Раков С. А. Математична освіта : компетентнісний підхід з використанням ІКТ : Монографія / С. А. Раков. – Х. : Факт, 2005. – 360с.
4. Сітак І. В. Диференціальні рівняння [Електронний ресурс] / І. В. Сітак / [Веб-сайт]. – Електронні дані. – ІХТ СНУ ім. В. Даля, Рубіжне, 2014. – Режим доступу: <http://difur.in.ua/> – Назва з екрану.
5. Цветков В. Я. Дистанционное обучение с использованием динамических визуальных моделей / В. Я. Цветков // Образовательные ресурсы и технологии. – 2015. – №2 (10). – С. 28 – 37.
6. Vlasenko K. The design of the components of a computer-oriented methodical system of teaching differential equations of future information technology specialists / K. Vlasenko, N. Rotaneva, I. Sitak // International Journal of Engineering Research and Development. Volume 12, Issue 12 (December 2016). – P. 09 – 16.

**УДК 378.14:51**  
**НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ ІНОЗЕМНИХ СТУДЕНТІВ У ВИШАХ**  
**АГРОТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОФІЛЮ**

**Н.Л. Сосницька, В.І. Кравець, О.О. Кравець**

Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь  
*e-mail: sosnickaya19@rambler.ru*

**Постановка проблеми.** В останні роки Україна почала робити великі кроки задля входження до європейської спільноти і це призвело до поширення культурних, наукових та освітніх зв'язків. Значно зросла доля іноземних студентів, що мають бажання вчитися в нашій країні. В результаті, викладачі вузів зіткнулися з мовною проблемою. Іноземні студенти не володіють українською мовою і тому повинні розпочинати своє навчання на факультеті довузівської підготовки того навчального закладу, в якому вони планують отримати освіту. Істотне місце в системі довузівської підготовки таких студентів займає підготовка з математики, основним результатом якої повинна стати не система знань, умінь і навичок сама по собі, а набір математичних компетенцій, які дадуть можливість іноземним студентам правильно застосовувати математику для розв'язування професійних завдань.

Таким чином, недостатньо вивченою є проблема навчання математики іноземних студентів, для яких математика являється одним з перших предметів, що вивчаються на етапі довузівської підготовки, а також на першому і другому курсах агротехнологічного університету.

**Аналіз актуальних досліджень та публікацій.** Різні аспекти математичної підготовки на основні сучасних методів навчання досить ґрунтовно розробляються в дидактиці математики протягом останніх років. У цілій низці праць вітчизняних учених розкриваються сучасні науково-методичні засади математичної підготовки майбутнього фахівця. До них можна віднести наукові праці В.Бевз, М.Бурди, О.Матяш, Н.Морзе, С.Ракова, З.Слепкань, В.Швеця та інших. У цих науково-методичних працях глибоко розкрито й проаналізовано питання навчання математики у профільних вишах. Однак навчання математики іноземних студентів на факультетах довузівської підготовки не було предметом сучасних науково-педагогічних досліджень.

**Мета дослідження** – розробити методіку навчання математики іноземних студентів на етапі довузівської підготовки.

**Викладення основного матеріалу.** На наш погляд, основними напрямками при навчанні іноземних студентів на факультеті довузівської підготовки є такі: забезпечення адаптації іноземних студентів до умов іншомовного середовища; ознайомлення іноземних студентів з

особливостями навчання у вищому навчальному закладі; підготовка іноземних студентів до навчання у вибраному ВНЗ в одному потоці з українськими студентами. Відповідно весь курс навчання математиці доцільно було б розподілити на наступні етапи: перший початковий етап, який характеризується вивченням української мови до рівня розуміння студентами розмовної мови; другий початковий етап, для якого характерним є не стільки отримання студентами математичних знань, скільки оволодіння математичною лексикою українською мовою, актуалізація наявних знань і їх переклад на мову спілкування; повторювальний етап з досягненням рівня володіння математичною лексикою на українській мові для подальшого повторення та поглиблення знань з математики, отриманих на батьківщині, а також, приведення їх у відповідність до вимог, які висуваються до знань абітурієнтів вибраного вишу.

Після закінчення першого етапу студенти мають оволодіти українською мовою на рівні вільного спілкування, що дасть змогу розуміти матеріал лекцій та практичних занять. Навчання математиці розпочинається після завершення першого початкового етапу. Другий етап включає наступні вимоги до рівня знань і вмінь студентів: знати: назви цифр і чисел; назви арифметичних операцій і їх компонентів; назви знаків операцій (плюс, мінус, помножити, поділити, корінь) і відношень (дорівнює, не дорівнює, більше, менше, належить, не належить); закони додавання і множення; вміти: читати натуральні числа, звичайні і десяткові дроби, степені, корені, рівності, нерівності, відсотки, записувати числа і математичні речення під диктовку за допомогою відповідної символіки; розуміти такі вимоги як «давайте», «відніміть», «помножте», «поділіть», «піднесіть до степеню», «вилучіть корінь», «виконайте дії» тощо.

На кінець навчання студенти повинні на високому рівні вільно володіти математичною лексикою українською мовою і вміти самостійно вести записи під час лекційних та практичних занять.

Повторювальний етап завершується підсумковим контролем знань і вмінь студентів, який може бути проведений у формі заліку або іспиту, в залежності від профілю підготовки.

Розглянемо деякі прийоми вивчення нового матеріалу при роботі з текстами. Цей вид роботи передбачає наступні завдання: виписати в зошит назву тексту; перший раз самостійно прочитати текст, і підкреслити слова, значення яких є незрозумілим для студента; другий раз прочитати текст голосно, по черзі, для перевірки навичок читання та розуміння тексту.

Тема заняття: Дії над числами (Operations with numbers).

Завдання для студентів:

1. Напишіть назву тексту у зошит.
2. Запишіть назви наступних дій:
  - а) додавання (addition )

$a+b=c$  (проговоріть у голос виконану дію – а плюс b це дорівнює c (a plus b is c), де a це доданок (item), b – доданок, c – сума (sum)).

На цьому етапі для полегшення розуміння матеріалу студентами можна продублювати рівняння рідною мовою студента;

б) віднімання (subtraction)

$a-b=c$  ( a мінус b дорівнює c (a minus b is c), де a – зменшуване (minuend), b – від’ємник (subtrahend), c – різниця (remainder))

зменшуване 325

від’ємник 35

різниця 300

в) множення (multiplication)

$a \times b = c$  (a помножене на b дорівнює c (a times b is c), де a – множене (multiplicand), b – множник (multiplier), c- добуток (product);

г) ділення (division)

$a:b=c$  ( a поділити на b дорівнює c) (a divided by b is c), де a- ділене (dividend), b дільник (divisor), c – частка (quotient).

**Висновки.** 1. Під час викладання математики на початковому етапі (адаптаційному), викладач повинен розуміти фонетичні та лексичні труднощі, з якими зустрічаються іноземні студенти під час навчання і, в зв’язку з цим, говорити повільно, чітко, використовуючи зрозумілу студентам лексику, допускаючи пояснення на рідній для студентів мові. 2. Необхідно своєчасно проводити контроль отриманих знань. 3. Для більш ефективної роботи, при навчанні іноземних студентів, викладач повинен володіти іноземною мовою на рівні B2. 4. Доцільно працювати спільно з викладачами української мови, координуючи зміст матеріалу лекцій та практичних занять з матеріалом занять викладачів української мови, які навчають студентів.

**Перспективи подальших досліджень** у цьому напрямку полягають у тому, що для успішного навчання іноземних студентів аграрного профілю на етапі довузівської підготовки необхідно провести порівняння рівнів математичної підготовки іноземних студентів і українських абітурієнтів, виявити прогалини в знаннях і скласти програму диференційованого навчання математики з урахуванням програм, які є в базовій математичній підготовці українських абітурієнтів.

### Література

1. Загальноєвропейські Рекомендації з мовної освіти: вивчення, викладання, оцінювання / Наук.ред.укр. видання д.пед.н., проф. С.Ю. Ніколаєва. – К.: Ленвіт, 2003. – С. 273. – ISBN 966-7043-67-3.
2. Крилова Т.В. Проблеми навчання математики в технічному вузі / Т.В. Крилова. – К.: Вища школа, 1998. – 437 с.
3. Слєпкань З.І. Методика навчання математики / З.І. Слєпкань. – К.: Зодіак-Еко, 2000. – 510 с.

УДК 528.7:371.388

**МЕСТО ФОТОГРАММЕТРИИ В ЛАБОРАТОРНЫХ И  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ПРОЕКТАХ****И.В. Степура**

Институт психологии имени Г.С. Костюка НАПН Украины, г. Киев

*e-mail: istep@ukr.net*

**Постановка задачи и анализ публикаций.** Применение фото- и видеотехники для объективной фиксации хода лабораторных работ и изучения технологических процессов важно и в учебном процессе, и на практике [2; 3]. Даже поверхностный анализ сообщений на форумах в интернете (<https://habrahabr.ru/post/115661/>, <http://bootsector.livejournal.com/43436.html>) позволяет предположить, что проблема математического анализа фотографий (видеофреймов) для оценки формы, размеров, положения в пространстве запечатлённых на них объектов – практически важная и актуальная задача [2]. Она в общем случае решается в рамках фотограмметрии – технико-математической дисциплины, которая по фотографии позволяет определить размеры, объёмы и сечения тел, привязки к системе координат. Существует тенденция ассоциировать её с геодезией и картографией [4; 5], но на самом деле она применяется весьма широко: в астрономии, физике и технике, археологии, архитектуре; также в биологии и медицине для изучения внутренних органов человека, к примеру, материалов томографии, УЗИ; лечения сетчатки глаз, установки контактных линз, изготовления зубных протезов; для анализа внешней формы тела человека (медицинская морфометрия, фотоантропометрия, моделирование одежды), деятельности человека (эргономика, безопасность) [1; 2, с.6–8].

**Целью** исследования является определения места фотограмметрии в учебном процессе технического университета, других учебных заведений и на практике.

**Основное изложение.** Большое распространение фото и видеотехники в последние 10–15 лет цифровой фототехники, её миниатюризация, открыло возможности массового применения такой аппаратуры в учебном процессе для активизации интереса и развития самостоятельности у учащихся. Применение фототехник, разумеется, было и ранее, но возможности дать аппаратуру каждому студенту или школьнику не было, также плёночные методы были громоздкими. Применение этих методик особенно продуктивно в лабораторных занятиях инженерно-физического цикла. И. Я. Филиппова проанализировав программы Multilab (программное обеспечение цифровой лаборатории «Архимед», производитель Fourier Sys, Израиль) и Measure Dynamics (программное обеспечение цифровой лаборатории Cobra4, производитель Rhywe, Германия) для анализа движений, пришла к выводу, что все они

при відеоаналізі фізического руху використовують послідовні етапи: зйомку відеоматеріала, процедуру масштабування, розмітку відеофрагмента і математическу обробку отриманих результатів [6]. Учасниками шкіл були проведені пошукові проблемні роботи по кінематиці, динаміці, причём ими були досліджені межі применимости теоретических моделей в лабораторному експерименті. Автор кається і безплатної програми для аналізу фото і відео російського виробства відомої фірми 1С – «1С: Измеритель». Н.К. Ханнанов каazuje, що применение таких програмних засвідків не обмежується механікою (переміщення, деформації, руйнування). Он каиводить як приклад лабораторні роботи по гідродинаміці і оптиці [7]. І хоча ці автори пишуть більше о шкільній освіті, очевидно, що такі методи можуть бути применені і в техніескому університеті для вивчення фізики і техніки, аналізу складних виробнических процесів. Из ряда фотограмметриеских програм використовуваних в навчальному процесі ВУЗів можна каивести ImageJ (США). Широку базу для внедрення фотограмметрії в навчальний процес дають і мобільні пристрої, котрі також можна використовувати для виконання рахуно-лабораторних робіт. Для iPhone розроблені програми для вимірювання відстаней: Distance Measure, Marker Meter, EasyMeasure. Відомо Android-прикладення Smart Tools, каивольюче вимірювати довжини, кути нахилу, дальності. Дисплей каивірює предмети, каиводящієся на його поверхності.

В Інституті психології НАПН ім. Г.С. Костюка України, раніє була написана фотограмметриеска програма для аналізу емоцій людини по фотографії лиця (методом FACS П.Екмана). Програма була реалізована ст.н.с., інженером В.І. Цапом в Лабораторії сучасних інформаційних технологій навчання, під загальним керівництвом акад. НАПН України М.Л. Смульсон, і більшою участю, нині уже покійної Е.Ю. Комисаровой. Возможно проведення тренінгів для психологів по визначенню емоцій [8]. Опыт фотограмметрії каивольює, що лабораторні умови до певної ступені каивольють згладити практиескі складності методики, каивітекаючі из положення камери і каивірюємого об'єкта («ошибки снимка»), ошибок обробки даних і т.д., що каивольють применяти програми, каивольнені на більш простих принципах [2; с.30–32]. Но в складних каивучаях, каивольщих дослідженням інженерно-фізических процесів в вищій школі і на практиці, применение методики складно, особливо каивольгда об'єкти каивігаються. Применение фотограмметриеских методів в техніескому університеті, каивольмо лабораторних робіт по фізиці і техніці, возможно і для широких каивольд проектирования машин. Відомо програма Realviz, каивольра по декількох фотографіям, каивольнятих в проекціях, каивольдить каивольство опорних каивольдчек, котрі каивольпортують в трімерний каивольдчертеж.

Внедрення фотограмметриеских методів в навчальний процес вищій і середній школи – каивольважна методическа каивользадача. За каивольпоследніє

годы в учебных заведениях стали меньше экспериментировать, поэтому рассматриваемые методы способны оживить процесс обучения, приблизить его к учащемуся. Наиболее перспективным представляется приложения фотограмметрии в практике лабораторных занятий обладающих наглядностью – механике и оптике. Здесь важна разработка новых практикумов, семинаров, учебных курсов с учётом указанных подходов. Вместе с тем, «узкое» понимание методов фотограмметрии, односторонний характер имеющихся пособий, мешает систематическому применению метода. Многим специалистам не хватает комплексной математической подготовки в области геометрии, оптики и теории восприятия [2;4;5]. Оттого исследователи прибегают к выводу своих формул (связь оптики, матрицы, углов обзора), «открывая» уже известное.

**Выводы.** Фотограмметрические методы в учебном процессе технического университета находят своё применение в исследованиях формы тел и их движений, гидродинамике и оптике, в основном в рамках инженерно-физических дисциплин, но они могут быть полезны и в задачах проектирования машин и механизмов, прикладной физике, инженерии.

### Литература

1. Красильников Н.Н. Определение координаты глубины в методах 3D сканирования [Электронный ресурс] / Н.Н. Красильников. – Режим доступа : [http://www.oop-ros.org/maket/part7/7\\_9.pdf](http://www.oop-ros.org/maket/part7/7_9.pdf) . – Название с экрана.
2. Краснопевцев Б.В. Фотограмметрия / Б.В. Краснопевцев. – М.: МИИГАиК, 2008. – 160 с.
3. Локтев Д.А. Разработка и исследование методов определения параметров статичных и движущихся объектов в системе мониторинга. Дисс... канд. тех. наук, спец. 05.13.17 – Теоретические основы информатики . – М. , 2015. – 180 с.
4. Прикладная фотограмметрия : учеб.-метод. комплекс для студ. спец. 1-56 02 01 «Геодезия» / сост. А. А. Михеева, В. В. Ялтыхов. – Новополоцк : ПГУ, 2006. – 320 с.
5. Толстохатко В.А. Конспект лекцій з курсу «Фотограмметрія та дистанційне зондування». Модуль 1: «Фотограмметрія» для студентів 3 курсу денної та заочної форм навчання за напрямом 6.080101 «Геодезія, картографія та землеустрій» / В. А. Толстохатко, В. О. Пеньков. – Харків: ХНУМГ, 2013. – 91 с.
6. Филиппова И.Я. Видеоанализ как современный инструмент учителя физики. [Электронный ресурс] / И.Я. Филиппова. – Режим доступа: [http://ifets.ieee.org/russian/depository/v15\\_i1/pdf/7.pdf](http://ifets.ieee.org/russian/depository/v15_i1/pdf/7.pdf). – Название с экрана.
7. Ханнанов Н.К. Цифровые инструменты для проведения исследовательских работ по естественнонаучным предметам / Н.К. Ханнанов // Журнал научно-педагогической информации. – 2011. – № 1. – с.468– 486.
8. Цап В.Й. [Электронный ресурс] / Сайт лабораторії СІТН Інституту психології ім. Г.С. Костюка НАПН України. – Режим доступу: <http://www.newlearning.org.ua/content/vyacheslav-yosipovich-cap> . – Назва з екрану.



**УДК 378.147**  
**РОЗРОБКА ТА СТРУКТУРУВАННЯ ЗМІСТУ МАТЕМАТИЧНИХ**  
**ДИСЦИПЛІН ЯК ПЕДАГОГІЧНА УМОВА ФОРМУВАННЯ**  
**МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ**

**В.В. Хом'юк**

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця  
*e-mail: vikira\_v@mail.ru*

**Постановка проблеми.** Компетентного фахівця відрізняє вміння серед багатьох рішень обирати оптимальне, аргументовано спростовувати хибні рішення, піддавати сумніву ефектні, але неефективні рішення, тобто мати критичне мислення, а для цього необхідно володіти *математичною компетентністю*, яка формується в процесі вивчення математичних дисциплін. На думку академіка Л. Кудрявцева [2, с. 115], основна мета змісту всіх математичних курсів повинна полягати у придбанні випускниками ВНЗ певної математичної підготовки, формуванні умінь використовувати математичні методи, розвитку математичної інтуїції, вихованні математичної культури. Фахівці (випускники ВНЗ) повинні знати основи математичного апарату, необхідного для вирішення теоретичних і практичних завдань, мати досить високий рівень розвитку логічного мислення, уміти переводити практичне завдання з професійної на математичну мову [1, с. 39].

Це говорить про те, що необхідний пошук нових рішень в побудові навчального процесу, перегляду структури і ретельного добору змісту математичної підготовки студентів з метою підвищення якості математичної компетентності майбутніх інженерів.

**Аналіз останніх досліджень.** Висвітленню основних підходів до відбору та структурування змісту навчального матеріалу дисципліни присвячені дослідження Н.М.Гупана, О.І.Пометун, Г.О.Фреймана, В.Ф.Шаталова, С.Д.Шевченко, Н.П.Мірошниченко, Ю.І.Латишева, Т.В.Ладиченко, О.В.Желіба та В.М.Сотниченко. Однак однозначного підходу до висвітлення цієї проблеми у працях означених дослідників немає. Проте всі вони сходяться на думці про те, що при виборі змісту навчального матеріалу необхідно враховувати вікові можливості тих, хто навчається; логіку їхнього розвитку; забезпечити соціальну й особистісно орієнтовану спрямованість навчального матеріалу. Сьогодні в освіті України спостерігаються тенденції до удосконалення традиційних методик і методів роботи з студентами та пошуки й розробка нових альтернативних технологій, більш ефективних, оптимальних, результативних аніж ті, що існували в минулому.

**Мета дослідження** – визначити основні підходи до відбору та структурування змісту навчального матеріалу з дисципліни «Вища математика».

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Важливим шляхом, що забезпечує оптимальний відбір та структурування змісту навчальної дисципліни є систематична робота щодо підвищення педагогічної компетентності викладачів. Загальновизнаним є той факт, що якою досконалою не була б технологія та методика з проектування та відбору змісту навчальної дисципліни, успіху у діяльності досягають лише ті викладачі, що мають високорозвинені професійні якості, педагогічне мислення, виявляють ініціативу, творчість та самостійність. Педагогічна майстерність – це комплекс властивостей особистості, що забезпечує високий рівень самоорганізації діяльності на рефлексивній основі [3, с. 30].

Особливе місце у структурі майстерності викладача займають професійні знання. Серед них ми виділяємо: знання змісту навчальної дисципліни та допоміжного інформаційного поля, на основі якого вона реалізується; знання методики його проектування та подання під час навчального процесу.

Проаналізувавши навчальні плани і програми, кваліфікаційні характеристики, стандарти для інженерних спеціальностей машинобудівного профілю, дисертаційні дослідження, ми виявили наступне: 1) програма з вищої математики для інженерних спеціальностей машинобудівного профілю не відбиває професійну спрямованість навчання; 2) зміст курсу вищої математики для інженерних спеціальностей машинобудівного профілю не відрізняється від змісту курсу вищої математики для нетехнічних спеціальностей; 3) майже відсутня спеціальна література, за винятком окремих посібників, розроблених ВНЗ. Крім того, відбувається постійне скорочення годин з вищої математики для інженерів напряму 6.050502 – «Інженерна механіка».

Постає питання: «Як структурувати матеріал, щоб не втратити його логічного викладання та забезпечити міжпредметні зв'язки?» Існують різні підходи до структурування змісту навчального матеріалу. Однак будь-яка сукупність наукових знань, які повинен засвоїти студент, перш за все повинна бути цілісною та направленою на підвищення його професійного рівня підготовки.

В процесі структурування навчального матеріалу з вищої математики ми враховуємо:

- фундаментальність відібраних тем;
- значущість навчального матеріалу для майбутньої професійної діяльності;
- доступність навчального матеріалу для студентів з різним рівнем шкільної математичної підготовки;

- співвідношення рівня складності навчального матеріалу з урахуванням індивідуальних можливостей студентів [4].

Вивчення вищої математики має базуватись на принципі цілісності. Знання з теми мають бути «цілісною сукупністю знань, які, одне одного підтримують, зміцнюють і збагачують. ...вивчати сукупне ціле, а не щось спотворене, уривчасте або розірване. Виклад повинен бути повним, ґрунтовним і точним» [1, с. 69].

Заняття з вищої математики має базуватись на трьох основних принципах: науковість викладання; доступність; результативність.

Наступність вивчення вищої математики передбачає:

I. Вивчення кожної навчальної теми з опорою на раніше вивчені теми (актуалізація опорних знань, навичок і умінь або узагальнення, систематизація попереднього досвіду).

II. Досягнення на кожному етапі системи результатів – рівня засвоєння знань, який стає основою успішного навчання на наступних; відповідно початкового, середнього, достатнього і високого рівнів.

III. Закріплення, вдосконалення на кожному етапі знань і вмінь, досягнутих на попередньому етапі, а потім їх розвиток.

IV. Зміцнення, поглиблення при вивченні кожної теми раніше вивчених тем.

**Висновки.** Отже, основне, що має пам'ятати викладач, для студента майбутнього інженера-машинобудівника важливо не лише осмислити і засвоїти теоретичний курс вищої математики, а в першу чергу оволодіти способами її практичного застосування, тому доцільно при значній кількості зменшених годин звертати більше уваги на практичне застосування у майбутній професійній діяльності, що в свою чергу вимагає деякого формального підходу до теоретичної основи курсу (мається на увазі скорочення доведення деяких теорем).

## Література

1. Коваленко Н. Д. Методы реализации принципа профессиональной направленности при отборе и построении содержания общеобразовательных предметов в высшей школе : дис. к.пед.н. : 13.00.04 «Теория и методика профессионального образования / Н. Д. Коваленко. – Т., 1995. – 158 с.
2. Кудрявцев Л. Д. Мысли о современной математике и методике ее преподавания / Кудрявцев Л. Д. – М. : Физматлит, 2008. – 434 с.
3. Педагогічна майстерність. Підручник / І.А. Зязюн, Л.В. Крамущенко, І.Ф. Кривонос та ін.; За ред. І.А. Зязюна. – К.: Вища школа, 1997. – 349 с.
4. Хом'юк В. В. Сутність поняття «педагогічна умова» в контексті висвітлення проблеми формування математичної компетентності/ В.В. Хом'юк// International scientific-practical congress of pedagogues and psychologists "The generation of scientific ideas", the 27 th of November, 2014, Geneva (Switzerland). – P. 104-109.

**УДК 378.147**  
**ОРГАНІЗАЦІЯ РОБОТИ СТУДЕНТІВ НА ІНТЕРАКТИВНИХ**  
**ЗАНЯТТЯХ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ**

**І.В. Хом'юк<sup>1</sup>, О.В. Салієва<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця  
*e-mail: vikira\_v@mail.ru*

<sup>2</sup>Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця  
*e-mail: salieva\_82@mail.ru*

**Постановка проблеми.** У роботах відомих дидактів В. П. Беспалько [1], М. М. Скаткіна [5] та ін. робиться акцент на те, що недостатнє знання фундаментальних дисциплін перешкоджає процесу професійної освіти; підкреслюється необхідність гармонії між професійним та спеціальним навчанням студентів у ВНЗ. Для плідної та ефективної діяльності студентів важливим є використання у навчальному процесі нетрадиційних форм проведення занять. Тому не викликає сумніву гостра необхідність такої підготовки висококваліфікованих фахівців, що володіють знаннями, загальною культурою, уміннями самостійно і гнучко мислити, ініціативно, творчо вирішувати життєві і професійні питання.

**Аналіз останніх досліджень.** Вирішення визначених проблем хвилюють багатьох відомих науковців, викладачів математики, вчителів-методистів. Але однозначної думки щодо вирішення поставлених питань до сьогодні не існує. Так, І. П. Васильченко [1] зазначає, що «питання про те, чому навчати в математиці і як навчати математики широко обговорюється у зв'язку з підвищенням ролі математичних методів у розв'язанні конкретних практично важливих завдань... У цілому ми ще не знаємо, як потрібно найбільш ефективно й економно навчати математики при сучасних до неї вимогах» [1, с. 34]. Т. С. Максимова [3] та О. І. Скафа [6] організацією практичних занять вбачають в контексті евристичного навчання, наголошуючи на важливості застосування евристичних методів, форм і засобів навчання. Інша частина науковців віддає перевагу інноваційним методам навчання фундаментальних дисциплін. Одні з них використовують модульно-рейтингову систему навчання із застосуванням для під час контролю знань ділові ігри, тести, опорні конспекти тощо, інші займаються розробкою та впровадженням в навчальний процес інтерактивних технологій (В. А. Петрук [7], І. В. Хом'юк [8]). На думку Л. І. Нічуговської [4], домогтися підвищення якості освіти можна шляхом особистісно-орієнтованого навчання, диференціації та індивідуалізації навчального процесу.

**Мета дослідження** – відобразити організацію роботи студентів на одному із інтерактивних занять з вищої математики.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Інтерактивне практичне заняття на тему: «Комплексні числа і дії над ними».

**Мета:** освітня – підвищити рівень засвоєння знань, розвивати вміння та навички виконувати арифметичні дії над комплексними числами в

алгебраїчній, тригонометричній та показниковій формі запису; розвивальна – розвивати прагнення до більш глибокого вивчення матеріалу, пам’ять, увагу, спостережливість, логічне мислення, активність і самостійність студентів, прагнення до самоосвіти; виховна – сприяти формуванню наукового світогляду студентів, виховувати самостійність, відповідальність, вміння презентувати свої знання.

Девіз заняття: Недостатньо лише мати гарний розум, головне — раціонально його використовувати (Рене Декарт).

Хід заняття

I. Організаційна частина (привітання, перевірка відсутніх, моральне налаштування на роботу).

II. Актуалізація опорних знань

2.1 Проводиться у формі фронтального опитування як інтерактивна вправа «Мікрофон» з поєднанням «Незакінчені речення». Наприклад: 1) комплексним називають число ...; 2) комплексні числа рівні тоді...; 3) два комплексні числа називаються спряженими...; 4) щоб додати (відняти) два комплексних числа треба...

2.2 Розгадування кросворда на тему «Комплексні числа».

III. Творча лабораторія «Комплексні числа»

3.1 Використовується інтерактивна технологія «Акваріум». Студенти об’єднуються в 3 групи. Одна з груп сідає в центрі аудиторії та утворює своє маленьке коло. Студенти цієї групи починають обговорювати запропоноване викладачем завдання вголос: представити комплексне число  $z = \frac{2-4i}{1+3i}$  в трьох формах (алгебраїчній, тригонометричній, показниковій). Усі інші студенти їх слухають, спостерігають за дискусією. Через 3 хвилини один із студентів групи, що сидить у центрі, записує розв’язання завдання на дошці, інші студенти - в зошитах. Далі студенти, що спостерігали за роботою групи, оцінюють правильність розв’язання та аналізують пошукові дії студентів, що сиділи в «Акваріумі». Після цього місце в «Акваріумі» займає інша група і т.д.

3.2 Колективне розв’язування задач: 1) розв’яжіть у множині комплексних чисел рівняння:  $z^3 - z^2 + 3z = 0$ ; 2) знайдіть дійсні корені рівняння:  $(3x - i)(2 + i) + (x - iy)(1 + 2i) = 5 - 6i$ ; 3) обчислити вираз:

$$\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{100}$$

IV. Математична розминка: розгадати ребуси:



(Муавр)

(вектор)

(модуль)

V. Математичний відеозал (Демонстрація відео «Комплексні числа»)

Завдання студентам: переглянувши дане відео, скласти по одному запитанню до теми. Питання складаються у математичний куб і по черзі витягнувши декілька питань, потрібно дати відповіді на них.

VI. Повідомлення домашнього завдання: 6.1 Підготувати відеопрезентації на теми: 1) життєвий шлях Абрахама де Муавра; 2) наукова діяльність Абрахама де Муавра; 3) математичні праці Абрахама де Муавра; 6.2 Знайти суму, різницю, добуток і частку комплексних чисел, та обчислити їх модуль (завдання виконувати згідно номеру списку в журналі). Наприклад:  $a = 3 + 2i$  та  $b = 3 - i$ .

**Висновки та перспективи подальших досліджень.** Головна мета навчального процесу – не оволодіння студентами конкретними знаннями, а одержання умінь та навичок здобувати нові знання, відкривати їх для себе самостійно. Активність – засіб реалізації потенціалу студентів для досягнення цілі навчання, а рівень активності можна оцінити за кінцевим результатом, але обов'язково при цьому слід враховувати наявний рівень знань студента та шляхи одержання результату.

### Література

1. Беспалько В. П. Качество образовательного процесса / В. П. Беспалько // Школьные технологии. – 2007. – № 3. – С. 164–177.
2. Васильченко І. П. Сучасна математика та її викладання / І. П. Васильченко // Вища школа. – 2001. – № 6. – С. 33–37.
3. Максимова Т. С. Місце та основні компоненти професійно-евристичної діяльності в процесі формування майбутнього інженера / Т. С. Максимова // Наука і сучасність: Збірник наукових праць. – Том 49. – К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2005. – С. 81–88.
4. Нічуговська Л. І. Формування конкурентоспроможності студентів ВНЗ в процесі навчання математичним дисциплінам / Л. І. Нічуговська // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Зб. наук. пр. – Вип. 28. – Донецьк : Вид-во ДонНУ, 2007. – С. 17–19.
5. Скаткин М. Н. Методология и методика педагогических исследований / М. Н. Скаткин. – М. : Педагогика, 1986. – 150 с.
6. Скафа Е. И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология : монография / Е. И. Скафа. – Донецк : Изд-во ДонНУ, 2004. – 439 с.
7. Петрук В. А. Інтерактивні технології навчання вищої математики студентів технічних ВНЗ / В. А. Петрук, І. В. Хом'юк, В. В. Хом'юк // Навчально-методичний посібник. Вінниця : ВНТУ, 2012. – 93 с.
8. Хом'юк І. В. Впровадження інтерактивних технологій у процес викладання фундаментальних дисциплін у технічному ВНЗ / І. В. Хом'юк, В. В. Хом'юк, В. А. Петрук // Збірник наукових праць «Інновації у вищій школі: проблеми та перспективи освіти і науки». – Вип. 3. – Кременець, 2013. – С. 165-169.

**УДК 378.147**  
**ДЕЯКІ АСПЕКТИ ПІДГОТОВКИ ВИКЛАДАЧІВ ДЛЯ ТЕХНІЧНИХ**  
**УНІВЕРСИТЕТІВ**

**І.В. Хом'юк<sup>1</sup>, В.В. Хом'юк<sup>2</sup>**

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

*e-mail: vikira\_v@mail.ru*

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

*e-mail: vikira\_v@mail.ru*

**Постановка проблеми.** На сьогоднішній день особливої актуальності набуває рівень професіоналізму викладачів вищої технічної школи, зокрема, їх різносторонні наукові знання в області педагогіки та психології, оскільки в таких закладах, як правило, викладають фахівці з певної галузі знань, які не мають вищої педагогічної освіти. Викладач ВНЗ має досконало володіти сучасними методами активізації пізнавальної діяльності, виховання і формування професійної-творчої самостійності майбутніх спеціалістів, уміти методично правильно підготувати і організувати різні види занять із дисциплін ВНЗ, розв'язувати інші питання з ефективною організації процесу навчання.

**Аналіз останніх досліджень.** Проблема розробки сучасних технологій у підготовці конкурентоспроможних фахівців, визначення їх ролі в розвитку єдиного освітнього простору України, відповідності професійно важливих якостей особистості викладача вже давно є предметом особливої уваги таких науковців України, як В.Андрущенко, І.Бех, В.Бондар, І.Зязюн, М.Корець, В.Кремень, В.Луговий, Е.Лузік, Н.Ничкало, О.Савченко, О.Сухомлинська, М.Шкіль, О.Ярошенко та ін..

Загальнопедагогічні засади організації навчального процесу у вищих навчальних закладах є предметом досліджень багатьох провідних українських педагогів. Особливу увагу привертають дослідження з наукової організації навчально-виховного процесу у вищій школі, які здійснили А.М. Алексюк, Я.Я. Болюбаш, С.У. Гончаренко, О.Е. Коваленко, В.І. Луговий, М.М. Фіцула та ін.

**Мета дослідження** – навести деякі аспекти підготовки викладачів для технічних університетів.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Особливість діяльності викладача вищої школи полягає в тому, що вона є складно організованою і складається з декількох взаємопов'язаних між собою видів, які мають спільні компоненти. Окремі конкретні види діяльності розрізняються за формою, способами здійснення, часовою та просторовою характеристиками, функціональною спрямованістю і т. ін. Реалізуючи різні цілі діяльності, викладач ВНЗ здійснює такі її види: педагогічну, науково-дослідну, професійну (за базовою спеціальністю), адміністративно-

господарську, управлінську та громадську. Серед перерахованих діяльностей можна виділити два види творчої діяльності –наукового працівника та педагога [4].

В дослідженні З.Ф. Єсарєвої [1] показано, що лише сполучення наукової та педагогічної діяльності для викладача вищої школи є продуктивним. Проте, на думку деяких авторів, провідну роль в діяльності викладача ВНЗ відіграє саме педагогічна діяльність, а всі інші види діяльності нею інтегруються та проявляються в ній.

Відносно педагогічної діяльності можна взяти за основу класифікацію Н.В. Кузьміної [2], згідно якої є 5 рівнів її продуктивності:

1) репродуктивний, коли педагог вміє переказати іншим те, що знає сам;

2) адаптивний – при якому педагог в змозі пристосувати своє повідомлення до особливостей аудиторії;

3) локально-моделюючий знання студентів, коли педагог володіє стратегіями навчання знанням, вмінням, навичкам за окремими розділами курсу, що дозволяють визначити педагогічну мету, поставити завдання, розробити алгоритм їх вирішення та використати педагогічні засоби включення студентів в навчально-пізнавальну діяльність;

4) системно-моделюючий знання студентів, коли педагог володіє стратегіями формування необхідної системи знань, вмінь та навичок в цілому;

5) системно-моделюючий діяльність та поведінку студентів, при якому педагог вміє перетворити свою дисципліну в засіб формування особистості студента, його потреб у самовихованні, самоосвіті та саморозвитку.

Якщо взяти дану класифікацію за основу, то слід відмітити, що переважна більшість викладачів вищої школи знаходяться на перших двох рівнях продуктивності педагогічної діяльності.

В умовах компетентнісного підходу до підготовки фахівців з вищою освітою поняття «якість освіти» набуває нового звучання і охоплює не тільки знання, уміння й навички, а й особисті утворення особистості, що забезпечують їй успіх у подальшій професійній діяльності. За таких умов постає проблема створення цілісної системи формування педагогічної компетентності викладача ВНЗ [4].

Запровадження ступеневої освіти в Україні й введення нових освітньо-кваліфікаційних рівнів «бакалавр» та «магістр» надає широкі можливості щодо формувань педагогічної компетентності викладача ВНЗ непедагогічного профілю на етапі його навчання у магістратурі [3].

Перш за все слід відмітити, що значна кількість викладачів технічних ВНЗ, це в минулому їх випускники, які успішно закінчили магістратуру, аспірантуру, захистили дисертації, отримавши наукові ступені кандидатів, докторів технічних наук і залишились викладати у рідному ВНЗ. На



перший погляд, все логічно, але такий викладач є талановитим науковцем і зовсім невдалим педагогом, оскільки в нього немає відповідного педагогічного досвіду та належного рівня знань з педагогіки та психології, чого не можна сказати про випускників педагогічних ВНЗ. Важко навіть уявити скільки часу, бажання та терпіння необхідно докласти випускнику технічного ВНЗ, щоб дійти того рівня, з яким влаштовуються на роботу викладачем випускники педагогічних ВНЗ. І це ще в кращому випадку, якщо вони будуть намагатися підвищити свій педагогічний рівень, але на жаль, багато з них так і залишаються на репродуктивному рівні викладання дисциплін.

Постає нагальна потреба розробки й реалізації моделі викладача вищої школи, яка має враховувати як національно-культурні традиції функціонування навчально-виховного простору, так і сучасні прогресивні світові тенденції педагогічного поступу.

**Висновки.** Отже, для здійснення спеціальної підготовки викладацьких кадрів для вищої школи необхідна розробка її методології, теорії та практики з обов'язковим включенням технічних, технологічних та людинознавчих знань в галузі педагогіки, психології та біології, що адекватні вимогам викладацької діяльності.

Таким чином, сучасна система підготовки та перепідготовки викладачів вищої школи повинна бути спрямована на забезпечення підготовки викладачів за всіма вищевказаними аспектами, виходячи з яких очевидними стають завдання навчання організаторів та проектувальників навчального процесу у ВНЗ. Специфіка системи підготовки та перепідготовки викладачів вищої школи полягає передусім у тому, що слухач вже є спеціалістом в одній із галузей знань. До того ж це вже доросла людина зі своїми поглядами, установками, особистісними особливостями, які не потрібно переробляти, потрібно лише скорегувати. З цього випливає, що одна з провідних функцій підготовки та перепідготовки викладача ВНЗ – корегуюча.

### Література

1. Есарева З.Ф. Взаимодействие научной и педагогической деятельности преподавателя университета / З.Ф. Есарева. – М., 1985. – С. 44-46.
2. Кузьмина Н.В. Профессионализм личности преподавателя и мастера производственного обучения / Н.В. Кузьмина. – М., 1990. – С. 24-26.
3. Сисоєва С.О. Творчий розвиток фахівців в умовах магістратури: Монографія. / С.О. Сисоєва. – К. : ТОВ «Едельвейс», 2014. – С. 131.
4. Хом'юк І.В. Деякі проблеми професійно-педагогічної підготовки викладачів технічних ВНЗ / І.В. Хом'юк, В.В. Хом'юк // International scientific professional periodical journal «THE UNITY OF SCIENCE» / publishing office Friedrichstrabe 10– Vienna – Austria, 2015. – P. 80–83.

**УДК 510**  
**РОЛЬ ЕВРИСТИЧНИХ МЕТОДІВ У СТИМУЛЮВАННІ ТА**  
**МОТИВАЦІЇ НАВЧАЛЬНО – ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ**  
**СТУДЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ**

**Л. І. Чернова**

ВСПНАУСКНАУ, м. Слов'янськ  
*e-mail: chernova-larisa@bk.ru*

Модернізація вищої освіти в Україні має за мету підвищення конкурентоспроможності випускників ВНЗ на загальноєвропейському ринку праці. Це завдання досягається підготовкою студентів, що мають поряд із визначеним об'ємом знань та умінь широкий науковий кругозір, здатність генерувати ідеї та створювати нову конкурентоспроможну продукцію.

Навчальний процес є одним із видів діяльності студента. І щоб студент займав активну позицію в процесі навчання, він повинен мати потужні джерела мотивації та стимул для активізації навчально-пізнавальної діяльності.

Проблему мотивації вивчали такі вчені, як С.Л. Рубінштейн, А. Маслоу, В. Шпалінський, А.К. Маркова, Л.М. Фрідман, Г.І. Саранцев, Г.П. Бевз.

Пріоритетними в освітній галузі стали пошуки шляхів підвищення мотивації та стимулювання навчально-пізнавальної діяльності студентів, що стало актуальною дидактичною проблемою (Ю.Бабанський, В.Лозова, В.Євдокимов, Г.Троцько, О.Савченко, В.Бондарь, З.Равкін та ін.).

Доведено, що існує тісний зв'язок між рівнем мотивації та ефективністю діяльності: чим вище рівень мотивації, тим вище результативність діяльності. Це підтверджують і дослідження психологів. Характеристика окремим стимулів та їх впливу на ефективність навчально-виховного процесу дається в трудах М.О. Бойко, Б. Мухацької, С.С. Огірок, Р.С. Немова, Т.Є. Кирпиченок, З.П. Голованевської.

Метою дослідження є аналіз мотивації навчально-пізнавальної діяльності студентів першого курсу коледжу та знаходження методів її підвищення.

Для аналізу ієрархії мотивів та структури мотивації навчальної діяльності студентів першого курсу ВСП НАУ СК НАУ був проведений моніторинг методом анкетування за методикою вивчення мотивів навчальної діяльності (модифікація А.А. Реан, В.А. Якуніна). Кожному мотиву студент виставляв оцінку за 7-бальною шкалою, де 1 відповідала мінімальному значенню мотиву, а 7 – максимальному. Таке ранжування

дозволило з'ясувати ієрархію мотивів навчальної діяльності на першому курсі (табл. 1).

Таблиця 1

*Ієрархія мотивів навчальної діяльності студентів на першому курсі*

1	Стати висококваліфікованим фахівцем	6.75
2	Отримати диплом	6.67
3	Успішно продовжувати навчання на	6.33
4	Успішно навчатись, здавати екзамени на	6.17
5	Постійно одержувати стипендію	6.75
6	Одержати глибокі і стійкі знання	6.50
7	Бути постійно готовим до наступних занять	5.17
8	Не запускати предмети навчального циклу	5.83
9	Не відставати від однокурсників	5.42
10	Забезпечити успішність майбутньої	6.25
11	Виконувати педагогічні вимоги	4.92
12	Добути повагу викладачів	5.58

Аналіз одержаних результатів свідчить, що у більшості частини студентів стійке позитивне ставлення до навчання. Але пізнавальні мотиви взагалі не є провідними.

Сформувати позитивну мотивацію та стимулювати навчально-пізнавальну діяльність студентів при вивченні математики допомагають різні інноваційні методи, серед них і евристичні методи та прийоми.

Евристичний метод полягає у взаємодії викладача і студентів на основі створення інформаційно-пізнавальної суперечності між теоретично можливим способом вирішення проблеми і неможливістю застосувати його практично. Визначивши обсяг, рівень складності навчального матеріалу, викладають його, наприклад, у формі евристичної бесіди чи дискусії, поєднуючи часткове пояснення нового матеріалу з постановкою проблемних питань, пізнавальних завдань чи експерименту. Це спонукає студентів до самостійної пошукової діяльності, оволодіння прийомами активного мовленнєвого спілкування, постановки й вирішення навчальних проблем.

Використання в ході вивчення будь – якої теми з математики евристичної бесіди означає, що пояснення нового матеріалу особисто викладачем не проводиться. Все це робиться разом зі студентами. Успішне застосування евристичної бесіди веде до «відкриття» нових понять, тобто до їх сприйняття, осмислення й запам'ятовування всіма студентами групи. Складно забути означення, яке сам «відкрив», осмислив і сформулював.

В ході бесіди можна використовувати метод евристичних питань і метод аналогій. Метод евристичних питань доцільно застосовувати для збору додаткової інформації в умовах проблемної ситуації чи упорядкування вже наявної інформації в самому процесі рішення творчої задачі. Евристичні питання служать додатковим стимулом, формують нові

стратегії і тактики рішення творчої задачі. Не випадково в практиці навчання їх також називають навідними запитаннями, тому що вдало поставлене викладачем питання наводить студента на ідею рішення, правильної відповіді.

Коли людина потрапляє у проблемну ситуацію, то вона, як правило, прагне вийти з неї, подолати перешкоду, тому в неї виникає активна розумова діяльність. Створити проблемну ситуацію викладач може, поставивши перед студентами проблемну задачу. Якщо проблемна задача є евристичною, то студент не тільки змушений згадати, відтворити, актуалізувати ряд знань, загальних положень, але й здобути нові знання й уміння на високому рівні інтересу до поставленої проблеми. Евристична задача є синонімом нестандартної задачі. Це задача, яка припускає самостійне формулювання способу її розв'язання, у процесі якого студент потрапляє в ситуацію, в якій має проявити власну позицію.

Евристичне навчання математики припускає в процесі формування математичних умінь поряд із традиційними формами використання різних активних (евристичних) методів і засобів. Усі вони спрямовані на відновлення, розширення системи знань, а також можуть стати об'єктивним показником внутрішнього процесу мислення, рівня сформованості математичної свідомості. Систематичне застосування цікавих нестандартних задач сприяє мотивації навчання, формуванню та розвитку прийомів розумової діяльності і формуванню логічного мислення студентів. Але слід мати на увазі, що ефективність застосування евристичних задач буде досягнута лише у тому випадку, коли відмовляється від практики пропонувати цікаві задачі як засіб заповнення вільного часу чи як розвагу.

### Література

1. Баклицький І. О. Психологічні особливості навчальної мотивації студентів [Електронний ресурс] / І.О. Баклицький. – Режим доступу : [http://www.nbuv.gov.ua/Portal/Soc\\_Gum/Nvldu/2008\\_2/baklyckyjio.pdf](http://www.nbuv.gov.ua/Portal/Soc_Gum/Nvldu/2008_2/baklyckyjio.pdf)
2. Ильин В.П. Мотивация и мотивы / В.П. Ильин – СПб., 2000. – 661 с.
3. Кузьмінський А. І. Педагогіка вищої школи : [навч. посібник] / А.І. Кузьмінський – К. : Знання, 2005. – 486 с.
4. Лабінська С.М. Мотиви навчальної діяльності підлітків і рівень їх домагань / С.М. Лабінська// зб. наукових праць Інституту психології ім. Г.С. Костюка АПН України/ за ред. С.Д. Максименка. – К., 2005.
5. Скафа Е. И. Эвристическое обучение математике: теория, методика, технология: монография / Е.И. Скафа. - Донецк: Изд-воДонНУ, 2004.- 439 с.
6. Скафа О.І. Задача як форма і засіб формування евристичної діяльності / О.І. Скафа // Рідна школа. - 2003. - №6. - С 43-47.
7. Скафа О.І. Навчання доведенням та евристики / О.І. Скафа // Математика в школі. - 2004. - №5. - С. 14-19.

**УДК 378.147:51**  
**ДОСВІД ПРОЕКТУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ОСВІТИ У**  
**ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ НАПРЯМУ ІНФОРМАЦІЙНО-**  
**КОМУНІКАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ**

**С.М. Шевченко<sup>1</sup>, Ю.Д. Жданова<sup>2</sup>, Г.В. Шевченко<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Державний університет телекомунікацій, м. Київ  
*SN-shevchenko65@yandex.ua*

<sup>2</sup>Державний університет телекомунікацій, м. Київ  
*yuzhdanova@yandex.ru*

<sup>3</sup>Державний університет телекомунікацій, м. Київ  
*foxik.rzyzu@gmail.com*

Модель підготовки спеціалістів у сфері техніки і технологій на сучасному етапі визначається тими параметрами, які найбільше будуть сприяти їх швидкій адаптації до майбутньої професійної діяльності. Особливістю даної концепції є пріоритетність практичних навичок з дисциплін професійної підготовки (за спеціальністю) над дисциплінами фундаментальної підготовки, зокрема математичними.

Про особливості навчання математики (цілі, зміст, структура, форми, методи, засоби), про професійну спрямованість математичної підготовки фахівців інженерного профілю представлено у працях Б.В. Гнеденка, О.М. Крилова, В.І. Клочка, Т.В. Крилової, Л.Д. Кудрявцева, А.Д. Мишкіса та інших. Наші дослідження [1; 2] були присвячені методиці навчання математичних дисциплін студентів вищих технічних навчальних закладів напряму інформаційно-комунікаційних технологій, де підкреслювалося, що курс математики має бути завжди динамічним, підлягати постійній корекції, удосконалюватися в умовах стрімкого зростання інформаційних технологій. У зв'язку з цим, вважаємо, що модернізація математичної освіти є актуальною.

На виконання наступних вимог викладачами математичних дисциплін Державного університету телекомунікацій було розроблено зміст та деталізовано за семестрами навчання математики:

1. Розділи всіх математичних дисциплін були узгоджені з випускаючими кафедрами (логіка математики не порушувалася).

2. Співвідношення лекційних, практичних та лабораторних занять на користь практичних та лабораторних. Кафедра має свою лабораторію інтерактивних технологій. Студенти працюють на автоматизованих робочих місцях на базі ПЕОМ із застосуванням сучасного пакету прикладних програм «Maxima» (розробки Массачусетського технологічного університету, не менш потужний ніж MathCad, MathLab), який дозволяє проводити будь-які математичні обчислення з візуалізацією та відображенням результатів і процесу розв'язання.

3. Навчально-методичне забезпечення навчання математики – це навчально-методичний комплекс, що містить робочу програму дисципліни, текст лекцій, методичні розробки практичних занять, навчальні посібники, лабораторний практикум, варіанти розрахунково-графічних робіт та зразки їх розв’язання, типові трьохрівневі контрольні роботи, питання та задачі до іспиту (заліку), задачі підвищеної складності, тести.

4. Для забезпечення взаємозв’язку між математичною та професійною підготовкою студентів, реалізації процесу наступності пропонуємо виконання міні-проектів (варіативна частина). У процесі вивчення «Вищої математики» міні-проекти виконуються з тем «Застосування аналітичної геометрії у телекомунікаціях», «Приклади застосування диференціальних рівнянь у кібербезпеці», «Застосування перетворення Лапласа», «Застосування лінійної алгебри у програмуванні» та інші. Під час вивчення теми «Графи» (дисципліна «Дискретна математика») виконується робота «Проект створення телекомунікаційних мереж мінімальної вартості між містами (університетами, аудиторіями і таке інше)». У процесі вивчення булевих функцій (дисципліна «Дискретна математика») студенти будують схеми із функціональних елементів, які представляють дані функції. Водночас, вивчаючи дисципліну «Теорія ймовірностей», знаходять надійність таких систем. Вивчення математичної статистики базується на виконанні завдання «Проект обробки, аналізу та прогнозування на підставі емпіричних даних». Студентам пропонується знайти інформацію (100 та більше чисел) будь-якої природи (бажано своєї спеціальності) або самим виконати експериментальні дослідження.

5. Заохочується створення своїх програм різними мовами програмування для розв’язання таких завдань за допомогою ІКТ.

Викладені положення не претендують на остаточне розв’язання проблеми математичної підготовки у технічному університеті, вона є актуальною, тому зумовлює проведення теоретичних та практичних досліджень у цьому напрямі і надалі.

### Література

1. Шевченко С.М. Розвиток аналітичного мислення студентів вищих технічних навчальних закладів у процесі вивчення математичних дисциплін: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.02 – теорія та методика навчання (математика) / С.М.Шевченко. – К.: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2013. – 20 с.
2. Шевченко С.М., Жданова Ю.Д. Математичні компетенції майбутніх фахівців інформаційної безпеки / С.М. Шевченко, Ю.Д. Жданова // Сучасний захист інформації. – К.: ДУТ, 2016. – № 4. – С. 90 – 96.

**УДК 519.813.3**  
**МАТЕМАТИЧНА ГРА ЯК СПОСІБ ФОРМУВАННЯ ПРОФЕСІЙНИХ**  
**КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ МАЙБУТНЬОГО ВИКЛАДАЧА**  
**МАТЕМАТИКИ**

**К.С. Шупчинська**

Запорізький національний університет, м. Запоріжжя

*e-mail: corin-s@rambler.ru*

Науковий керівник: Д.Є. Терменжи

На сучасному етапі розвитку освіти, суспільство потребує все більш нестандартних підходів до викладання та підготовки різнопланових фахівців, особливо майбутніх викладачів. Постає питання подання навчального матеріалу цікавим та стимулюючим до навчання способом. Саме тому, доцільно використовувати дидактичні ігри, як один із шляхів підвищення мотивації у студентів при вивченні математичних дисциплін.

При цьому ігрова навчальна діяльність має важливу властивість: у ній пізнавальна діяльність являє собою саморух, оскільки інформація не надходить ззовні, а є внутрішнім продуктом, результатом самої діяльності. Отримана таким чином навчальна інформація породжує нову, яка, в свою чергу, тягне за собою наступну ланку, поки не буде досягнутий кінцевий результат навчання [1]. Це і мотивує студентів до більш активного навчання, здатності оперувати знаннями, використовувати та розвивати творчий підхід до вирішення ігрових ситуацій.

Проблема всебічного розвитку особистості, її творчих здібностей та підвищення мотивації до навчання не нова у дидактиці. Багато видатних педагогів приділяли увагу цій проблемі, серед них А.С.Макаренко, К.Д.Ушинський, В.О.Сухомлинський, С.Т.Швацький, С.О. Шмаков, П.І. Підкасистий. У їхніх працях розглянуті особливості та умови ефективної організації навчального процесу. Все ж залишається відкритим питання організації ігрових форм роботи у професійній підготовці майбутнього викладача, зокрема викладача математики .

Сучасний викладач повинен володіти сукупністю різнопланових компетентностей, щоб надати студентам повноцінну освіту, яка відповідає сьогоденним потребам. Приділяти належну увагу викладанню математичного матеріалу цікаво та у повній мірі, можна за допомогою математичних ігор, для формування професійних компетентностей, зокрема розвитку творчого потенціалу, майбутніх викладачів математики.

Гра – форма діяльності людини, що полягає в моделюванні іншого виду діяльності із розважальною чи навчальною метою. За допомогою гри моделюються процеси, які допомагають студенту відкриватися по-новому. За допомогою різних форм роботи (індивідуальних, групових) можна досягти успіху у формуванні точки зору з поставлених питань.

Нами було розроблено гру «MathPoker» («Математичний покер») для студентів-математиків та студентів, що вивчають математичні дисципліни. Одним з основних аспектів цієї гри є розвиток вольової особистості. А саме, розвиток впевненості, уваги, оперативності (швидкого прийняття рішень), здатності орієнтуватися під час прийняття важливих рішень, як в процесі гри, так і у реальному житті. Для того, щоб навчитися грати в покер, у всесвітньо відомому форматі цієї гри, достатньо прочитати правила та почати грати. Математичний покер, запропонований нами, є грою, яка потребує знань з математичних дисциплін.

Окрім основних правил гри (необхідності зібрати комбінацію з карт, яка буде виграною), потрібно у разі «виграної» комбінації відповідати на питання круп'є, в якості якого може бути як викладач, так і студент-старшокурсник. Якщо ж, той учасник гри, який зібрав комбінацію, не відповів на питання, то він втрачає можливість забрати «Банк», і тоді шанс отримує наступна комбінація, за значущістю. При цьому, замість грошових фішок – фішки з вченими (Рис.1). Кожна фішка має свій ранг, для того, щоб була можливість зрівняти ставки. Гра закінчується тоді, коли гравці залишаються без фішок, переможець збирає повний комплект вчених, який дається на початку гри на всіх учасників.



Рис. 1. Гральна колода та фішки до гри «MathPoker»

Прийняття рішень під час гри формує у гравців якості, які потрібні у житті і у професійній діяльності викладача. Це надає додаткової мотивації студентам у навчанні. Оскільки гра викликає додаткові емоції, то і нова інформація (факти, історичні дані, терміни з математичних дисциплін) у процесі гри запам'ятовуються краще. Гра не обмежена кількістю питань, дає можливість згадати повний курс математичної дисципліни, а іноді і не одної.

У подальшому ми плануємо апробацію розробленої математичної гри «MathPoker» у Донецькому національному університеті ім. В.Стуса та Запорізькому національному університеті при проведенні дисциплін «Історія математики» та «Історія алгебри», розробку серії таких ігор та їх комп'ютерної підтримки.

### Література

1. Пидкасистый П.И. Педагогика : Учебное пособие для студентов педагогических вузов и педагогических колледжей / под ред. П.И. Пидкасистого. – М.: 2006. – 608 с.



### СЕКЦІЯ 3. МАТЕМАТИКА ТА МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

#### УДК 519.63 РОЗРОБКА ІМІТАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ДИФУЗІЇ

А.Г. Алдакимов<sup>1</sup>, Л.О.Хількова<sup>2</sup>

ІХТ СНУ ім. Даля, м. Рубіжне

<sup>1</sup>e-mail: andrey.aldakimov@gmail.com,

<sup>2</sup>e-mail: larisahilkova@gmail.com

Сьогодні імітаційне моделювання займає одну із провідних ролей у житті людства. Величезний комп'ютерний потенціал, досить розвинені обчислювальні методи й математичні моделі, дешевина проведення комп'ютерного експерименту з однієї сторони й дорожнеча й складність проведення натурального експерименту з іншої, роблять імітаційне моделювання одним з популярних напрямлень в науці. Імітаційні моделі використовують у фізиці й хімії, соціології й економіці.

Однак побудова імітаційних моделей зв'язана з великими теоретичними й технічними труднощами. Цей напрямок вимагає наявності фундаментальних математичних знань і професійного володіння інструментарієм програмної розробки. Велика робота в цьому напрямку ведеться у Львівському Національному університеті ім. Франко під керівництвом проф. Г. Савула, де на основі гетерогенних математичних моделей проводиться чисельне моделювання явищ різної природи.

Нашим завданням було створення імітаційної моделі процесу нестационарної дифузії.

Дифузія – це процес взаємного проникнення дотичних речовин в процесі теплового руху їх молекул (більші частки також можуть дифундувати внаслідок броунівського руху). Дифузія відбувається в газах, рідинах і твердих тілах з різними характерними швидкостями.

Математична модель процесу нестационарної дифузії описується наступною системою рівнянь в часткових похідних. Нехай  $\Omega \in R^3$  – обмежена область із межею  $\partial\Omega$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = D\Delta u + f(t, x), & x \in \Omega, \quad t \in (0; +\infty], \\ u(t, x) = v_1(t, x), & x \in \partial\Omega, \quad t \in [0; +\infty], \\ u(0, x) = v_2(x), & x \in \Omega, \end{cases} \quad (1)$$

де  $D$  – коефіцієнт дифузії,  $\Delta = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial x_i^2}$  – оператор Лапласа,  $f(t, x)$  – задана функція джерел,  $v_1(t, x)$  – значення функції  $u(t, x)$  на межі області  $\partial\Omega$ ,

$v_2(x)$  – значення функції  $u(t, x)$  в початковий момент часу  $t=0$ . Шукана функція  $u(t, x)$  задає концентрацію речовини що дифундує, у кожній точці області  $\Omega$  протягом усього розглянутого часового інтервалу.

За розглянуту область  $\Omega$  ви взяли паралелепіпед, граничні функції  $v_1(t, x) = \begin{cases} 0 & x \in \partial\Omega \setminus K, \\ 2C_1 & x \in K \end{cases}$ , де  $K$  – верхня грань паралелепіпеда,  $v_2(x) = C_1$  і  $C_1$  – початкова концентрація речовини.

Для чисельного розв'язання системи (1) методом кінцевих різниць [1, с. 585] складемо систему різницевих рівнянь. Введемо  $\tau$  – інтервал розбиття по  $t$  та  $h_1, h_2, h_3$  – інтервали розбиття по  $x_1, x_2, x_3$ . Позначимо  $u_{i,j,k}^t$  – концентрація речовини в  $(i, j, k)$  точці покриття в момент часу  $t$ . Частинні похідні заміняємо кінцевими різницями

$$\frac{\partial u}{\partial t} := \frac{u_{i,j,k}^{t+1} - u_{i,j,k}^t}{\tau}, \quad \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}\right) := \Lambda_1 u^t = \frac{u_{i-1,j,k}^t - 2u_{i,j,k}^t + u_{i+1,j,k}^t}{h_1^2},$$

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}\right) := \Lambda_2 u^t = \frac{u_{i,j-1,k}^t - 2u_{i,j,k}^t + u_{i,j+1,k}^t}{h_2^2}, \quad \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2}\right) := \Lambda_3 u^t = \frac{u_{i,j,k-1}^t - 2u_{i,j,k}^t + u_{i,j,k+1}^t}{h_3^2},$$

а оператор Лапласа

$$\Delta u := \Lambda u^t = \Lambda_1 u^t + \Lambda_2 u^t + \Lambda_3 u^t \quad (2)$$

Імітацію дифузії ми виконали по двох схемах: явною й економічною повздовжньо-поперечною схемою [1, с. 638]. Розв'язок різницевих систем лінійних рівнянь виконували методом прогону [1, с. 622].

Перша проблема, пов'язана із чисельним моделюванням процесу пов'язана з великою розмірністю розв'язуваної системи лінійних рівнянь (при розбивці кожного напрямку хоча б на 20 відрізків ми одержуємо систему з 800 лінійних рівнянь), і як наслідок тривалий час розрахунку. Повздовжньо-поперечна схема працює в 6 разів швидше явної схеми й це істотне прискорення. Друга проблема – стійкість методу. Для явної схеми метод стійкий при виборі  $\tau \leq \frac{h^2}{6}$ , для повздовжньої-поперечної схеми при

$$\tau \leq \frac{3h^2}{4}.$$

Для системи (1) система різницевих рівнянь явної схеми має вигляд

$$\begin{cases} u_{i,j,k}^{t+1} = u_{i,j,k}^t + \tau \Delta u^t + \tau f_{i,j,k}^t, i=1, \dots, n_1-1, j=1, \dots, n_2-1, k=1, \dots, n_3-1, \\ u_{i,j,k}^0 = C_1, i=1, \dots, n_1-1, j=1, \dots, n_2-1, k=1, \dots, n_3-1, \\ u_{0,j,k}^t = u_{n_1,j,k}^t = u_{i,0,k}^t = u_{i,n_2,k}^t = u_{i,j,n_3}^t = 0, \\ u_{i,j,0}^t = 2C_1. \end{cases} \quad (3)$$

система різницевих рівнянь повздовжньо-поперечної схеми має наступний вигляд

$$\left\{ \begin{aligned} 3 \frac{u_{i,j,k}^{t+1/3} - u_{i,j,k}^t}{\tau} &= \Lambda_1 u^{t+1/3} + \Lambda_2 u^t + \Lambda_3 u^t + f_{i,j,k}^{t+1/3}, i = \overline{1, n_1 - 1}, j = \overline{1, n_2 - 1}, k = \overline{1, n_3 - 1}, \\ 3 \frac{u_{i,j,k}^{t+2/3} - u_{i,j,k}^{t+1/3}}{\tau} &= \Lambda_1 u^{t+1/3} + \Lambda_2 u^{t+2/3} + \Lambda_3 u^{t+1/3} + f_{i,j,k}^{t+2/3}, i = \overline{1, n_1 - 1}, j = \overline{1, n_2 - 1}, k = \overline{1, n_3 - 1}, \\ 3 \frac{u_{i,j,k}^{t+1} - u_{i,j,k}^{t+2/3}}{\tau} &= \Lambda_1 u^{t+2/3} + \Lambda_2 u^{t+2/3} + \Lambda_3 u^{t+1} + f_{i,j,k}^{t+1}, i = \overline{1, n_1 - 1}, j = \overline{1, n_2 - 1}, k = \overline{1, n_3 - 1}, \\ u_{i,j,k}^0 &= C_1, i = 1, \dots, n_1 - 1, j = 1, \dots, n_2 - 1, k = 1, \dots, n_3 - 1, \\ u_{0,j,k}^t = u_{n_1,j,k}^t = u_{i,0,k}^t = u_{i,n_2,k}^t = u_{i,j,n_3}^t &= 0, \\ u_{i,j,0}^t &= 2C_1. \end{aligned} \right. \quad (4)$$

Для знаходження чисельного розв'язку систем (3) та (4) і його візуалізації була розроблена комп'ютерна програма мовою Delphi [2], яка демонструє процес нестационарної дифузії в обмеженій області  $\Omega$  (рис. 1).

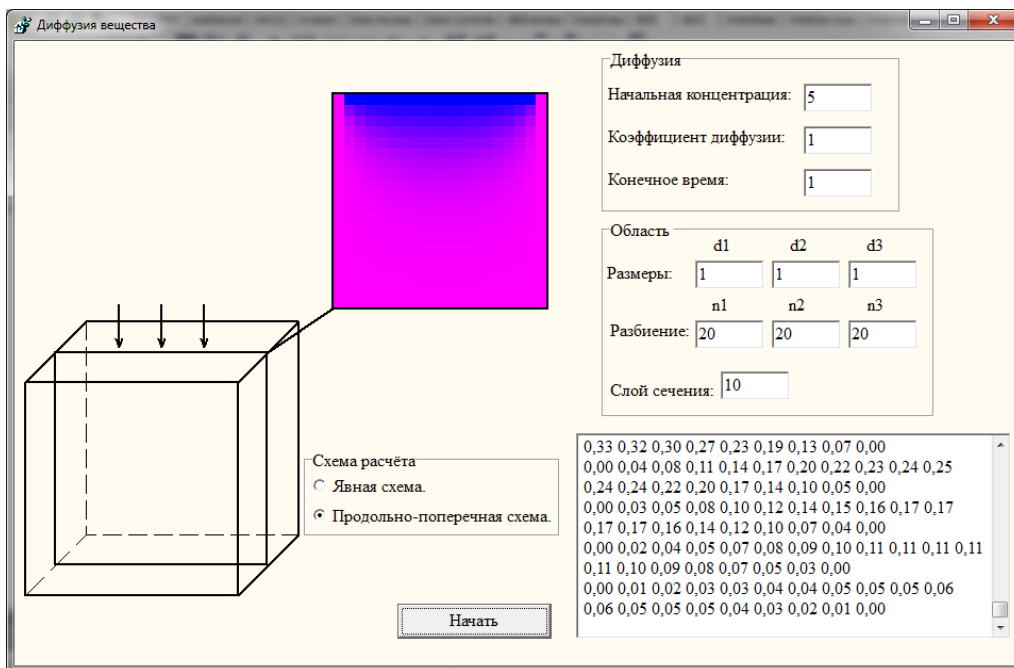


Рис. 1. Приклад роботи програми

### Література

1. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики: Учеб. пособие. 6 изд., испр. и доп. / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М: Издательство МГУ, 1999. – 792 с.
2. Гофман В. Delphi 6./ В. Гофман, А. Хомоненко. – СПб: БХВ-Петербург, 2002. – 1152 с.

**УДК 681.518.54:334**  
**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**  
**ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ МЕХАНИКА СТО И**  
**РЕМОНТА АВТОМОБИЛЕЙ**

**А.Б. Арефьев, В.И. Кравченко**

Донбасская государственная машиностроительная академия, Краматорск  
*e-mail: kit@dgma.donetsk.ua*

Значительный рост автомобильного парка нашей страны вызывает увеличение объема работ по техническому обслуживанию (ТО) и ремонту автомобилей, как в стационарных условиях автопарков, так и на малых и частных станциях технического обслуживания (СТО). Выполнение этих работ требует серьезных трудовых затрат и привлечение большого числа квалифицированных рабочих. В связи с этим требуется значительно повысить производительность труда при проведении всех видов ТО и ремонта автомобилей. Кроме выполнения непосредственно ремонтных работ механикам СТО приходится заниматься коммерческой деятельностью и математическими расчетами, связанными с финансовым обеспечением ремонтов и сопряженной с этим отчетностью перед контролирующими органами. Естественно это отвлекает работников СТО от выполнения прямых обязанностей, снижая т.о. производительность труда и, кроме того, требует определенной квалификации, что не всегда возможно в условиях небольших мастерских. В то же время, существующие программные продукты рассчитаны на использование крупными компаниями, располагающими высококвалифицированным персоналом, дороги и достаточно сложны в эксплуатации [1 - 3]. Поэтому создание автоматизированного рабочего места (АРМ), поддерживающего коммерческую деятельность механика СТО является актуальным.

Целью настоящей работы является создание математической и информационной моделей для АРМ механика СТО автомобилей, мототехники и др. транспортных средств (ТС).

Основные задачи работы:

- изучение профессиональных функций специалиста - автомеханика;
- проектирование математической и информационной моделей.

Функционально помимо ТО и ремонтов специалист СТО осуществляет следующие операции:

- обслуживает клиентов, фиксируя их персональные данные, документы на ТС и сведения о неисправностях;
- устанавливает связи с производителями запчастей, приобретает необходимые запчасти (товар) и транспортирует их на склад СТО;
- реализует товар со склада, учитывая его объем номенклатуру и

СТОИМОСТЬ;

- отчитывается перед фискальными органами.

Эти операции сопровождаются движением документов, к которым относятся разного рода отчеты, накладные, приходно-расходные ордера, декларации и д.р.

Основной документ, согласно которому производится ТО — положения о ТО и ремонте автомобильного транспорта. Согласно этим документам, ТО производится планово - предупредительно, через определенный пробег. Таким образом, при всех видах ремонтов требуются запасные части, как правило, не изготавливаемые на СТО. Из вышеизложенного следует, что коммерческая деятельность механика начинается с приобретения товара за ранее авансированные средства.

Величина затрат  $C_{рем}$ , грн., на ремонт (устранение повреждений и дефектов) ТС определяется по формуле:

$$C_{рем} = C_{раб} + C_m + C_{зч}, \quad (1)$$

где:  $C_{раб}$  – стоимость трудовых затрат и накладных расходов;  $C_m$  – стоимость материалов;  $C_{зч}$  – стоимость запасных частей.

Величина трудовых затрат и накладных расходов (1) определяется на основании установленных предприятием-изготовителем ТС нормативов трудоемкостей (если на какие-либо виды работ нормативы не установлены, то допускается использование норм времени, определенных экспертным путем) и рыночной стоимости нормо-часа работ в данном регионе на дату оценки с учетом типа, модели и возраста ТС по формуле:

$$C_{раб} = T_{раб} C_{нч}, \quad (2)$$

где:  $T_{раб}$  – трудоемкость работ, нормо-часов;  $C_{нч}$  – рыночная стоимость нормо-часа, грн.

Информационную модель, соответствующую функциональной деятельности работника СТО (менеджера) представим структурно – функциональной диаграммой (SADT) нулевого уровня «Работа СТО», показанной на рис. 1.

Стрелки слева от прямоугольного блока представляют входную информацию о клиенте и состоянии его ТС (документы на автомобиль, неисправности, чеки об оплате работ и т.п.).

Стрелки сверху - управляющие воздействия, преобразующие входную информацию в отчеты, наименования которых представлены справа.

Исполнители процесса обработки показаны внизу.

Дальнейшая поуровневая детализация информационной модели с помощью диаграммных методик позволяет спроектировать адекватное программное обеспечение, автоматизирующие работу механика СТО.

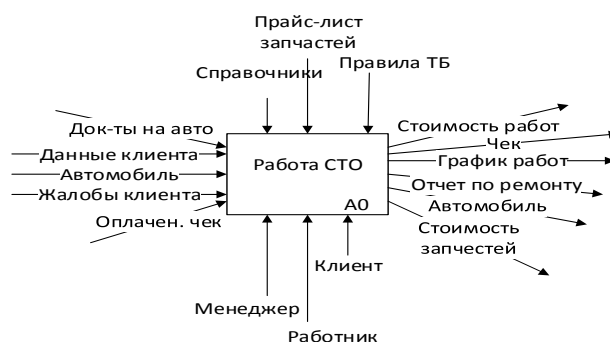


Рис. 1. SADT – диаграмма «Работа СТО» нулевого уровня

Информационная модель работает по алгоритму:

1. Работник СТО вводит данные о клиенте и его ТС. Также данные для АРМа могут поступить в систему непосредственно по сетям удаленного доступа от самого клиента (ФИО клиента, тел., адрес, e-почта, №ТС, марка, модель, оплата за ТО и т.п.).

2. В автоматизированном режиме с использованием нормативно - справочной информации по ТО и ремонтам рассчитывается по формулам (1 и 2) стоимость ремонтных работ, составляется дефектная ведомость и план - график выполнения ремонта, учитывается текущее состояние уже ремонтируемых ТС, назначаются ремонтники, выписываются наряды, квитанции, накладные и т.п. документы.

3. Результаты обработки информации, полученные в шагах 1 и 2 (стоимость и графики работ, чеки на оплату услуг и т.д. и т.п.) выводятся на различные типы машинных носителей, размещаются в «Личных кабинетах» клиентов, направляются руководителю СТО и в фискальные органы.

## Выводы

Анализ предметной области профессиональной деятельности механика СТО и его функциональных обязанностей позволил разработать модели для подсистем математического и информационного обеспечения АРМ. Выявлен механизм образования розничной цены на услуги по ТО и ремонтам, а его аналитическое описание дает возможность студентам усовершенствовать свои математические навыки. Дальнейшее направление исследований создание программного продукта на языке Java, функционирующего в среде информационной платформы Microsoft .NET.

## Литература

1. ИС УТП «АвтоПарк» [Эл. Ресурс] Режим доступа: [http:// autopark.ru](http://autopark.ru)
2. Программы для автосервиса, СТО, шиномонтажа – обзор [Эл. Ресурс] Режим доступа: [http://www.livebusiness.ru/tags/programmy\\_dlja\\_avtoservisa/](http://www.livebusiness.ru/tags/programmy_dlja_avtoservisa/)
3. 1С:Предприятие 8. Автосервис", редакция 1.6 [Эл. Ресурс] Режим доступа: [http://downloads.v8.1c.ru/content/AutoService/1\\_6\\_4\\_19/1cv8upd.htm](http://downloads.v8.1c.ru/content/AutoService/1_6_4_19/1cv8upd.htm)

**УДК 501.5**  
**О НЕКОТОРЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ**  
**СВОЙСТВАХ ИЗОКВАНТ**

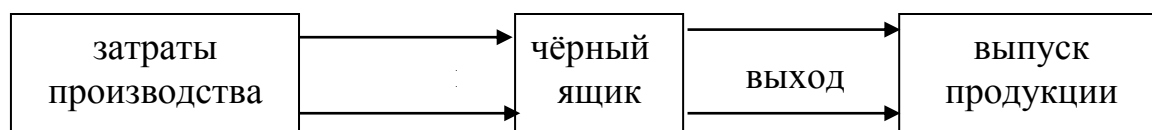
**В.Н. Астахов<sup>1</sup>, Г.С. Буланов<sup>2</sup>**

Донбасская государственная машиностроительная академия, Краматорск

<sup>1</sup>e-mail: viktor.astaxov.45@mail.ru,

<sup>2</sup>e-mail: bulanov.gennadij@yandex.ru

При рассмотрении зависимости между затратами производственных ресурсов и объемом выпускаемой продукции приходим к необходимости изучения различных свойств многофакторной производственной функции. Одним из подходов при построении производственной функции является широко известный кибернетический метод «чёрного ящика». Он состоит в том, что мы не пытаемся проникнуть внутрь изучаемого объекта, исследовать его структуру, а только сравниваем внешние воздействия на объект (входы «чёрного ящика») и реакцию объекта на эти воздействия (выходы «чёрного ящика») (рис. 1).



*Рис. 1. Производственная функция*

Сопоставляя входы и выходы за несколько лет находят такие параметры производственной функции, при которых значения этой функции (при заданных размерах затрат) лишь незначительно отличаются от фактических объёмов выпуска.

В данной работе рассмотрим некоторые геометрические свойства линий уровня любых функций и в том числе производственных (это линии постоянного выпуска или изокванты).

Рассмотрим изокванты функции

$$z = ax^3 - y^2, \quad a > 0 \tag{1}$$

На рис. 2 изображены изокванты этой функции при  $z=2$ , а на рис. 3 изокванты при  $z=-2$ . Параметр «а» отвечающий изоквантам отмечен на каждой линии. Рис. 4 соответствует изоквантам при  $a=0.1$ , значения «z» отмечены на каждой линии.

Исследования показывают, что при  $z < 0$  все изокванты выпуклые кривые, а при  $z > 0$  есть участки и выпуклости и вогнутости с точками перегиба

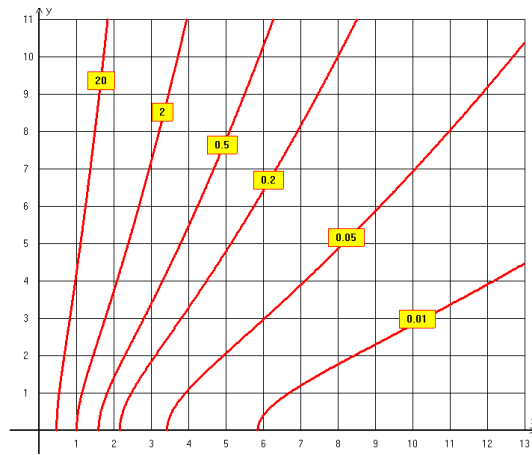


Рис. 2 Изокванты функции при  $z=2$

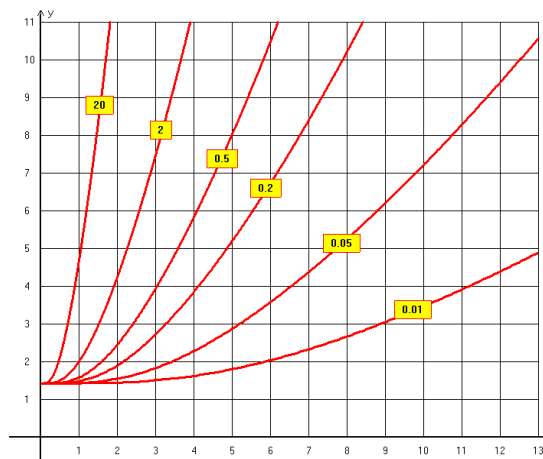


Рис. 3 Изокванты функции при  $z=-2$

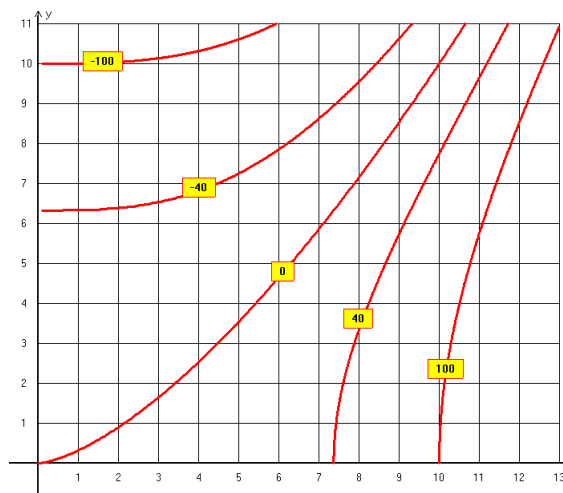


Рис. 4 Изокванты функции при  $z=0$



Рассмотрим частный случай изокванты  $z=0$ , т.е. линию уровня  $y^2 = ax^3$  и отметим ряд геометрических характеристик:

1. Линия является выпуклой.
2. Можно найти кривизну линии во всех точках

$$K = \frac{6a}{\sqrt{x(4 + 9a^2x)^3}}.$$

3. Изокванты являются звездообразными кривыми. Аналитически это свойство выражено неравенством

$$E = \frac{xy'(x)}{y(x)} \geq 0.$$

Для рассматриваемого вида производственной функции (1)  $E=3$ .

Наконец, важно заметить, что изучение различных экономических вопросов, таких как определение динамики спроса населения на данный продукт при изменении его цены, или при изменении доходов населения, приводит к необходимости выяснения на сколько процентов изменится одна величина, если другая увеличилась на один процент. Такой характеристикой является эластичность соответствующей функции. В нашем случае  $E=3>0$ . Отсюда делаем вывод: для данных изоквант спрос на товар эластичен ( $E > 0$ ).

### Литература

1. Самуэльсон П. Экономика. Пер. с англ. — М.: НПО Алгон, ВНИИСИ, 1992.
2. Пискунов М. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. – М.: Наука, 1970-1985. - т. 1, 2.
3. Шкіль, М. І. Вища математика : підручник. У 3 кн. Кн. 2 : Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної. Ряди / М. І. Шкіль, Т. В. Колесник, В. М. Котлова. – К. : Либідь, 1994. – 352с. – ISBN 5–325–00495–6.

**УДК 517**  
**К ПРОБЛЕМЕ АППРОКСИМАЦИИ МНОЖЕСТВА ТОЧЕК НА ПЛОСКОСТИ**

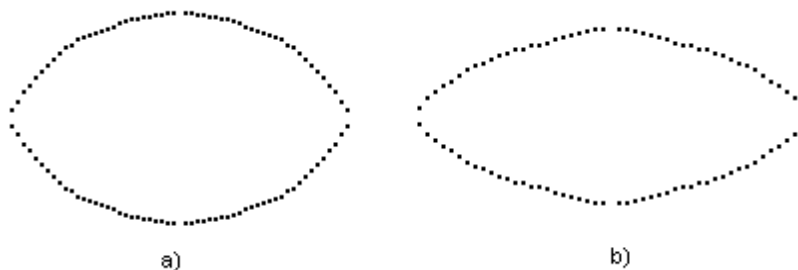
**Г.С. Буланов<sup>1</sup>, В.Н. Астахов<sup>2</sup>**

Донбасская государственная машиностроительная академия, Краматорск

<sup>1</sup> e-mail: *bulanov.gennadij@yandex.ru*,

<sup>2</sup> e-mail : *viktor.astaxov.45@mail.ru*

Одной из часто встречающихся проблем инженерной практики является аппроксимация опытных данных аналитическими конструкциями. В настоящей работе рассматривается проблема аналитической аппроксимации серии точек на плоскости, расположение которых, как видно на рис. 1, приближенно напоминает эллипс.



*Рис. 1. Точки на плоскости*

С целью сглаживания опытных данных требуется найти гладкую функцию, график которой наилучшим образом соответствует экспериментальным точкам. Широко распространённой методикой аппроксимации является метод наименьших квадратов, а в качестве базисных функций часто выступают полиномы. Однако, при таком подходе полностью теряется родство аналитической функции с эллипсом. Кроме того, степень полинома наилучшего приближения можно повышать произвольно, что приводит к высокой субъективности результата аппроксимации.

В данной работе предлагается нелинейная функция с малым числом оптимизирующих параметров

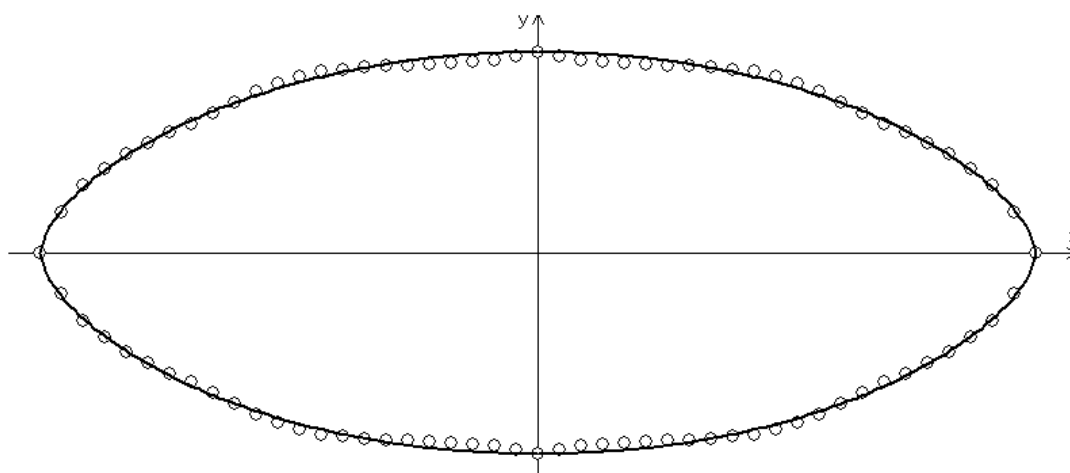
$$|y| = b \left( 1 - \left| \frac{x}{a} \right|^m \right)^n \quad (1)$$

С эллипсом эту функцию роднят оси симметрии – координатные оси. Легко также видеть, что при  $m = 2$  и  $n = 0.5$  формула (1) превращается

в уравнение эллипса. При других значениях формообразующих параметров  $m$  и  $n$  кривая в той или иной степени отличается от эллипса. В частности, при  $m = 2$  и  $n = 1$ , линия будет составлена из двух парабол (гладкость в вершинах слева и справа в этом случае будет нарушена). Можно показать, что график этой функции будет всюду гладким при условиях  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $m > 1$ ,  $0 < n < 1$ .

Так как параметры входят в формулу (1) нелинейно, то метод наименьших квадратов неприменим. Для определения параметров применялась оптимизация по методу покоординатного спуска с переменным шагом. При этом, варьировались только  $m$  и  $n$ , а параметры « $a$ » и « $b$ » устанавливались как полуоси воображаемого эллипса. Начальным приближением для параметров оптимизации выбирался эллипс -  $m = 2$  и  $n = 0.5$ .

Предлагаемая методика представляется эффективной, даже при таком малом числе параметров аппроксимация оказалась достаточно точной. Для примера показан результат одной из аппроксимаций на рис. 2.



*Рис. 2. Результат аппроксимации*

### Литература

1. Бахвалов Н.С. Численные методы.— М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1972.— 632 с.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб. для вузов. — 6-е изд. стер. — М.: Высш. шк., 1999.— 576 с.
3. Літнарівич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Поліноміальна апроксимація. Частина 2 // МЕНУ. - 2009. - 36 с.

**УДК 531.2****МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОДНОГО ПРОЦЕСУ  
ЛОКАЛЬНОЇ ОБРОБКИ ТИСКОМ****В.С. Булига**

Донбаська державна машинобудівна академія, Краматорськ

*e-mail: vika\_bulyga@mail.ru*

Науковий керівник: В.О. Паламарчук, канд. техн. наук, доцент

Постановка проблеми. При виготовленні тонкостінних осесиметричних деталей з труб і листового матеріалу знайшли широке застосування методи обробки металів тиском зі створенням локального осередку деформації [1]. Інструментами при цьому є ролики (давильні інструменти) або кульки в обіймах [2]. При деформації більш складних (неосесиметричних) форм виробів, наприклад, деталі, показаної на рис. 1, осесиметрична схема не може бути реалізована. Однією з можливих схем деформування виробів складної форми є проштовхування твердих кульок осі виробу.



*Рис.1 Навівфабрикат виробу складної форми.*

Таким чином, поставлена проблема вивчення поведінки механічного-ської системи твердих кульок в обмеженому обсязі при виготовленні тонкостінних виробів складної форми.

Метою даної роботи є аналіз рівноваги механічної системи твердих кульок радіуса  $r$ , розташованих в циліндричному каналі радіусу  $R$  ( $R > r$ ,  $R < 2r$ ) під дією зовнішньої сили  $F$  і сили підпору  $G$ . Параметри тертя «кулька- стінка» і «кулька-кулька» вважаємо однаковими і рівними  $f$ .

Викладення основного матеріалу дослідження. При аналізі були зроблені такі припущення. За умовами рівноваги можна виділити першу і останню кульки, а також припустити, що інші кульки, розташовані між

першою і останньою, знаходяться в однакових умовах (окремо праві і окремо ліві). Тому мінімальний склад механічної системи кульок - чотири (рис.2).

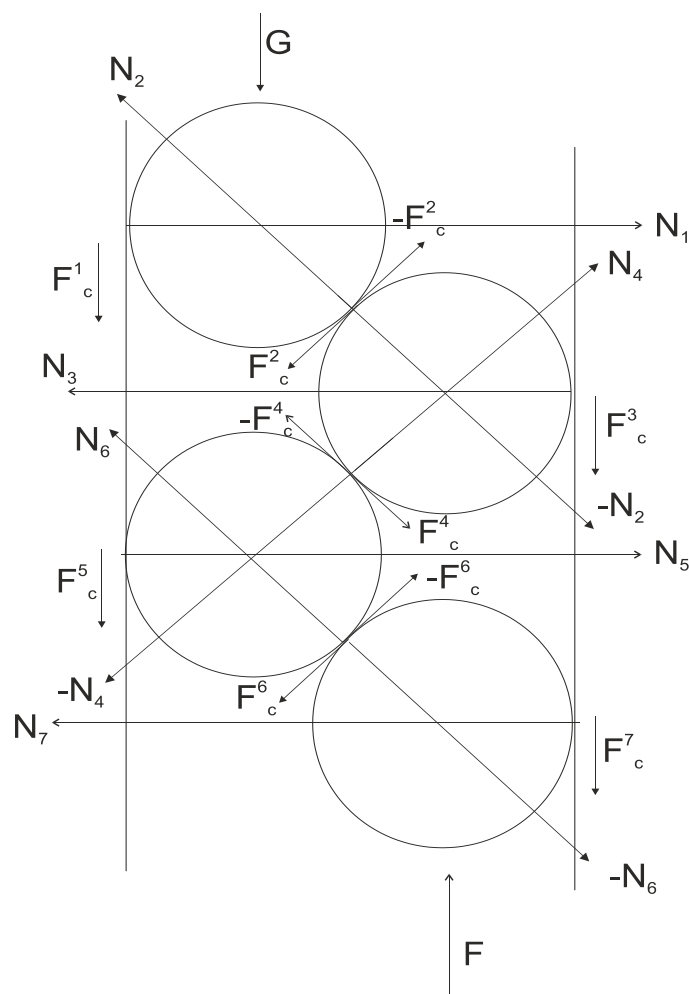


Рис. 2. Розрахункова схема механічної системи

Побудуємо схему зусиль для кожної з чотирьох кульок мінімального складу механічної системи і запишемо проекції сил на осі координат [3]

$$\begin{aligned}
 N_1 - N_2 f \cos \alpha - N_2 \sin \alpha &= 0; \\
 N_2 \cos \alpha - N_1 f - N_2 f \sin \alpha - G &= 0; \\
 N_2 \sin \alpha - N_3 + N_2 f \cos \alpha + N_4 f \cos \alpha + N_4 \sin \alpha &= 0; \\
 -N_2 \cos \alpha + N_4 \cos \alpha + N_2 f \sin \alpha - N_3 f + N_4 f \sin \alpha &= 0; \\
 -N_4 \sin \alpha - N_6 \sin \alpha + N_5 - N_4 f \cos \alpha - N_6 f \cos \alpha &= 0; \\
 -N_4 \cos \alpha + N_6 \cos \alpha - N_4 f \sin \alpha - N_5 f - N_6 f \sin \alpha &= 0; \\
 N_6 \sin \alpha - N_7 + N_6 f \cos \alpha &= 0; \\
 -N_6 \cos \alpha + N_6 f \sin \alpha - N_7 f + F &= 0;
 \end{aligned} \tag{1}$$

При цьому враховували додаткові умови по тертю

$$F_c^i \leq f \cdot N_i \quad (2)$$

і очевидні співвідношення

$$\sin \alpha = \frac{R-r}{r}; \quad \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}.$$

Якщо задати в системі рівнянь (1) силу підпору  $G$ , і розв'язати систему рівнянь, можна знайти значення всіх сил, включаючи зовнішню силу  $F$ , що підтримують механічну систему в рівновазі. Аналогічно, задаючи в системі рівнянь (1) зовнішню силу  $F$ , і розв'язуючи систему рівнянь, можна знайти необхідне значення сили підпору для підтримки механічної системи в рівновазі. При цьому отримані значення сил дають вихідні дані для подальшого проектування технологічного процесу «вигладжування» стінок каналу, в якому знаходяться тверді кульки.

Контрольні розрахунки виконані для наступних значень параметрів:  $f = 0,1$ ;  $R = 3$ ;  $r = 2$ .

Розв'язання системи рівнянь виконано методом Гаусса.

Розрахунки показали, що якщо сила підпору  $G = -1$ , то зовнішня сила  $F$ , що підтримує механічну систему в рівновазі дорівнює  $F = 1,717$  і максимальні значення сил, що діють в системі  $N_5 = 2,047$ ;  $N_6 = 1,96$ .

Якщо задана зовнішня сила  $F = 1$ , то для рівноваги системи сила підпору повинна скласти  $G = -0,45$ .

**Висновки:**

1. Поставлено та розв'язано задачу про рівновагу механічної системи твердих кульок, розташованих в циліндричному каналі під дією зовнішньої сили і сили підпору. Показано, що мінімальний склад системи - чотири кульки, що призводить до розв'язання системи восьми рівнянь з вісьмома невідомими.

2. Отримані значення сил, що виникають в системі, дають початкові дані для подальшого проектування технологічного процесу ротаційного «вигладжування» стінок каналу, в якому знаходяться тверді кульки.

3. Подальші дослідження можуть бути пов'язані з аналізом впливу тертя і геометричних розмірів кульок на значення сил, що виникають в механічній системі, а також дослідження рівноваги механічної системи твердих кульок, розташованих у зігнутому каналі.

### **Література**

1. Капорович В.Г. Обкатка в производстве металлоизделий. М.: Машиностроение, 1973. – 168 с.
2. Могильный Н.И. Ротационная вытяжка оболочковых деталей на станках. М.: Машиностроение, 1983. – 190 с.
3. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. М.: МГУ, 2000, 719 с.

УДК 53(07)

**ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРЕМИ  
ОСТРОГРАДСЬКОГО-ГАУССА У ФІЗИЦІ**

**А.В. Буликан, Н.В. Мельник, Б.А. Сусь**

Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації, Київ

*e-mail: bogdansus@gmail.com*

**Постановка проблеми.** У математиці формула Остроградського виражає потік векторного поля через замкнену поверхню інтегралом від дивергенції поля по об'єму, охопленому цією поверхнею:

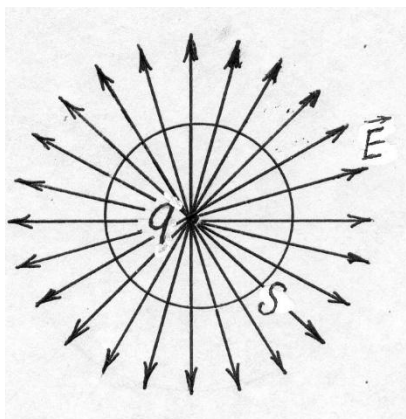
$$\iiint_V \operatorname{div} \mathbf{F} dV = \oiint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS,$$

тобто інтеграл від дивергенції векторного поля  $\mathbf{F}$  по деякому об'єму  $V$  дорівнює потоку вектора через поверхню  $S$ , що обмежує даний об'єм.

Формула застосовується для перетворення об'ємного інтеграла в інтеграл по замкненій поверхні. Загальний метод перетворення потрійного інтеграла до поверхневого вперше показав Карл Фрідріх Гаусс (1813, 1830 р.) на прикладі задач з електростатики. В 1826 році М. В. Остроградський вивів формулу в загальному вигляді, представивши її як теорему (опубліковано в 1831 році). Однак у фізиці теорема застосовується некоректно.

**Розгляд проблеми.** Якщо електричний заряд  $q$  оточити замкнутою поверхнею  $S$  (рис. 1), то потік вектора напруженості, створений цим зарядом через поверхню, яка його оточує, пропорційний величині заряду :

$$\oiint_S \vec{E} d\vec{S} = k q.$$



*Рис. 1. Заряд  $q$  оточений замкнутою поверхнею*

Тут коефіцієнт пропорційності  $k = 1/\epsilon_0$ , де  $\epsilon_0$  – електрична стала. Іншими словами, кількість "ліній" напруженості, які виходять від заряду  $q$  і пронизують замкнуту поверхню  $S$ , що його оточує, пропорційна величині заряду, який створює ці "лінії". До зарядів, які замкненою поверхнею не охоплюються, теорема ніякого відношення не має. Хоча традиційно теорема в навчальних посібниках, застосовується не до всіх зарядів, які створюють електричне поле, а лише до невеликої частини. Таке застосування теореми не відповідає її змісту, тому його не можна вважати коректним.

На рис. 2 наведені приклади застосування теореми Остроградського-Гаусса для розрахунку поля безмежної зарядженої площини в навчальних посібниках [1, 2, 3].

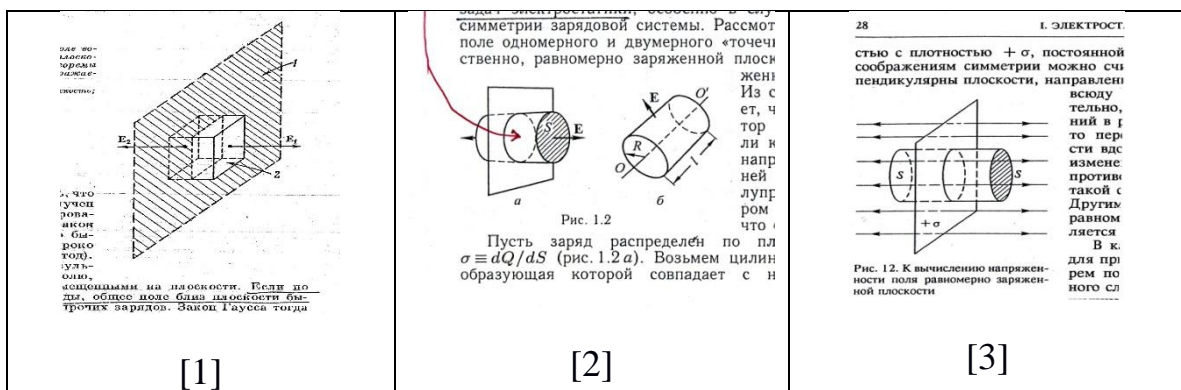


Рис. 2. Приклади застосування теореми Остроградського-Гаусса

Як бачимо, замкнена поверхня оточує лише частину заряду площини, тоді як поле створюється всією безмежною зарядженою площиною. Більше того, до замкненої поверхні, що оточує виділений заряд  $\Delta q$ , теорема також застосовується некоректно, оскільки вважається, що потік вектора напруженості через бічну поверхню  $S'$  відсутній (рис. 3). Очевидно, що це не так, оскільки лінії напруженості  $\vec{E}_{\text{вн}}$  від заряду  $\Delta q$  пронизують бічну поверхню.

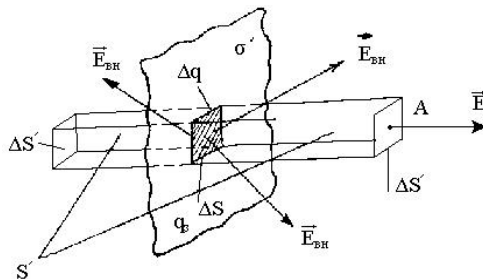


Рис. 3. Розрахунок поля зарядженої площини.

Потік, створюваний зарядом  $\Delta q = \sigma \cdot \Delta S$  через бічну поверхню  $S'_B$ , не дорівнює нулеві, а навпаки, він значний і ним нехтувати не можна. Відповідно до рис. 2 теорему Остроградського-Гаусса треба записати так:

$$N_E = N_{E_{\text{вн}}} + N_{E_z} = \Delta q / \epsilon_0. \quad (1)$$



де  $N_E$  – загальний потік через допоміжну замкнену поверхню  $S'$ ;  $N_{E_{\text{вн}}}$  – потік вектора  $E_{\text{вн}}$  від заряду  $\Delta q$ , що знаходяться всередині поверхні  $S'$ ;  $N_{E_3}$  – від заряду  $q_3$  що знаходиться всередині поверхні  $S'$ . Цей потік, як було показано (рис. 1. 3) дорівнює нулеві ( $N_{E_3} = 0$ ). Отже (1) матиме вигляд:

$$N_{E_{3\phi}} = \Delta q / \epsilon_0. \quad (2)$$

Оскільки

$$N_{E_{3\phi}} = E_{\text{вн}} \Delta S' \cdot 2 + E_{\text{вн.}\phi} S'_{\phi},$$

то (2) запишемо:

$$N_{E_{\text{вн}}} = \int_{\Delta S} E_{\text{вн}} dS + \int_{S_{\phi}} E_{\text{вн}} dS = \Delta q / \epsilon_0. \quad (3)$$

Як бачимо, в даному випадку, послідовно використовуючи теорему Остроградського-Гаусса, в принципі не можна визначити напруженості результуючого поля  $E$  зарядженої площини, оскільки це поле у формулу (3) не входить.

**Висновки.** Для правильного застосування теореми для розрахунку поля зарядженої площини необхідно замкненою поверхнею оточити увесь заряд, який створює поле. Якщо поле в деякій точці  $A$  створюється безмежною зарядженою площиною  $S$ , то згідно з фізичним сенсом теореми Остроградського-Гауса увесь заряд площини  $S$  необхідно охопити допоміжною замкнутою поверхнею  $S' = S'_1 + S'_2 + S'_{\phi}$  (рис. 3).

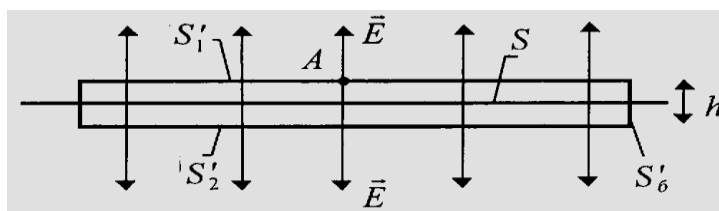


Рис . 3. Коректне застосування теореми.

### Література

1. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике, т.5 / Р.Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс . – М.: МИР. 1966. – С. 97.
2. Кингсеп А.С. Основы физики, т. 1. /А.С. Кингсеп, Г.Р. Локшин, О.А. Ольхов. – Москва: ФИЗМАТЛИТ. 2007. – С. 200.
3. Бутиков Е.И. Физика. Книга 2. Электродинамика / Е.И. Бутиков., А.С. Кондратьев. Физика. – Москва: ФИЗМАТЛИТ. 2008. – С. 28.

**УДК 51-77**  
**МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА ДЛЯ СТУДЕНТОВ**  
**ГУМАНИТАРНЫХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ: ВОЗМОЖНОСТИ**  
**МЕЖДИСЦИПЛИНАРНОГО СИНТЕЗА**

**О.А. Велько<sup>1</sup>, Н.А. Моисеева<sup>2</sup>**

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

<sup>1</sup>*e-mail: o.velko@tut.by*

<sup>2</sup>*e-mail: VoronkinaNA@bsu.by, natali\_voronkina@mail.ru*

В современном учебно-воспитательном процессе гуманитариев широко используются информационные технологии. Это связано с быстроразвивающимся информационно-образовательным пространством гуманитарного образования. Использование информационных технологий в процессе обучения математическим дисциплинам студентов гуманитарных специальностей способствует реализации личностно-ориентированного подхода, позволяет подобрать индивидуальный темп работы и самостоятельно распределить время по изучению материала. Известно, что математические методы достаточно часто используются в информатике, а использование информационных технологий при изучении цикла математических дисциплин не так эффективно.

В настоящее время анализ экономических, социальных, политических явлений и процессов, прогнозирование тенденций их развития невозможно представить без использования математических и компьютерных моделей.

В основе большинства социологических опросов лежит процедура преобразования ответов респондента в диагностический показатель. Глубокий статистический анализ, обеспечивающий обоснованные, точные и надежные диагностические результаты, немислим без применения современных компьютерных методов.

Авторами разработаны лабораторные работы, которые содержат краткие теоретические сведения, методические рекомендации по выполнению лабораторных работ с подробным описанием каждого действия и задачи для самостоятельного решения идентичные тем, которые решаются на практических занятиях, что позволяет сравнить полученные результаты.

Рассмотрим на конкретных примерах, как используются информационные технологии в процессе обучения студентов социально-гуманитарных специальностей.

Коэффициент корреляции в социально-психологических исследованиях применяется для проверки гипотезы о связи различных явлений и переменных: социальных, социально-психологических и психологических, психических и психофизиологических,

психофізіологічних і фізіологічних. Результати таких досліджень допомагають скласти системну картину соціально-психологічних явищ і явищ оточуючого світу.

Завдання 1. Існують щомісячні дані спостережень за станом погоди і відвідуваністю музеїв і парків.

Таблиця 1

Дані спостережень

Число ясних днів	Кількість відвідувачів музею	Кількість відвідувачів парку
8	495	132
14	503	348
20	380	643
25	305	765
20	348	743
15	465	541

Необхідно визначити, існує чи взаємозв'язок між станом погоди і відвідуваністю музеїв і парків.

Розв'язавши цю задачу за допомогою кореляційного аналізу і отримаємо, що кореляція між станом погоди і відвідуваністю музею  $r=-0,92$ , а між станом погоди і відвідуваністю парку  $r=0,95$ , між відвідуваністю парку і музею  $r=-0,89$ . Таким чином, в результаті виявлені залежності: сильна ступінь оберненої лінійної взаємозв'язку між відвідуваністю музею і кількістю сонячних днів ( $r=-0,92$ ) і практично лінійна (дуже сильна пряма) зв'язок між відвідуваністю парку і станом погоди ( $r=0,95$ ). Між відвідуваністю музею і парку також існує сильна обернена взаємозв'язок ( $r=-0,89$ ).

Завдання 2. Соціальний психолог досліджує ефективність чотирьох різних методик навчання математиці. Для цієї мети з усіх учнів СШ були обрані 4 паралельних класів, навчаних чотирма цими методами. Ефективність навчання оцінювалася за результатами контрольної роботи (за 20-ти бальною системою). Необхідно перевірити методику навчання на продуктивність діяльності учнів.

Для розв'язання цієї задачі використовується однофакторний дисперсійний аналіз. В результаті отримаємо таблицю, в якій знайдеться величина 0,00735293. Значення цієї величини менше рівня значимості (0,05), отже, вплив фактора (методика навчання)

значимо и доказано статистически. Кроме этого  $F$  значение 4,266552065 больше  $F$  критического 4,015021204. Этот факт также говорит о том, что нулевая гипотеза (об отсутствии влияния методики обучения на продуктивность деятельности учеников) отвергается.

В теме «Теория вероятностей» рассматриваются основные законы распределения. Покажем, какие задачи по этой теме решить с помощью табличного процессора Microsoft Excel.

Задание 3. Известно, что кандидата в высший орган власти поддерживает 65% населения. Число избирателей равно 2000000. С какой вероятностью число проголосовавших «за» на выборах находится в пределах от 1299000 до 1302000.

Задание 4. На телефонной станции неправильное соединение происходит с вероятностью 0,005. Найти вероятность того, что среди 200 соединений произойдет только одно неправильное соединение.

Таким образом, дисциплина «Основы высшей математики» для гуманитариев взаимосвязана с дисциплиной «Основы информационных технологий». Учитывая общие принципы и особенности обучения математике гуманитариев, в том числе и социологов, преподаватель реализует их с использованием информационных технологий, учитывая возрастные и психологические особенности студента, уровень развития его профессиональной компетентности, умение самостоятельно работать.

Информационные технологии ориентируют студентов на дополнительные источники информации по математическим дисциплинам. Поток информации, который циркулирует во внешней среде учебного процесса, имеет познавательную и практическую пользу, так как углубляет систему знаний, развивает умение работы с данными ресурсами, помогает ориентироваться в актуальном социально-экономическом, политическом, психологическом пространстве, требует со стороны преподавателя организации деятельности студента и координации его действий.

### Литература

1. Велько, О.А. Значение информационных технологий в повышении качества математического образования социологов / О.А. Велько, В.В. Коротков // Математика и информатика в естественнонаучном и гуманитарном образовании: материалы Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 20–21 апреля 2012 г. / редкол.: В.А. Еровенко (отв. ред.) [и др.]. – Минск: Изд. центр БГУ, 2012. – С. 211 – 213.
2. Велько, О.А. Основы высшей математики. Основы информационных технологий: типовые учеб. программы для высш. учеб. заведений по спец. 1-23 01 05 «Социология» / сост. В. А. Еровенко, О.А. Велько, М.В. Мартон [и др.]; под ред. В. А. Еровенко. – Минск: БГУ, 2009. – 28 с.

УДК 373.5:51  
**ОСОБЛИВОСТІ НАВЧАННЯ ОСНОВ МАТЕМАТИЧНОГО  
МОДЕЛЮВАННЯ УЧНІВ 5-6 КЛАСУ**

**А.В. Воронцова<sup>1</sup>, В.Є. Пузирьов<sup>2</sup>**

Донецький національний університет імені Василя Стуса, Вінниця

<sup>1</sup>*e-mail: vorontsova\_a@donnu.edu.ua,*

<sup>2</sup>*e-mail: v.puzuryov@donnu.edu.ua*

У сучасному житті людина часто зіштовхується з проблемами, розв'язання яких потребує вміння створення деякої моделі для спрощення поставленої задачі. Задачі прикладного змісту у 5-6 класах мотивують, підвищують інтерес та переконують учнів в тому, що набуті знання необхідні у їм подальшому житті. Вміння будувати математичні моделі реальних процесів спрощує розв'язання задач та допомагає економити час [2].

Серед публікацій, присвячених прикладній спрямованості навчання математики і математичному моделюванню, можна відзначити роботи Л. Нічуговську, С. Семенця, О. Гриб'юк, Н. Войналович, Л. Бойко, О. Кононову, О. Швеця та ін. Ряд статей належить С. Великодному.

**Мета статті.** Висвітлення особливостей введення елементів математичного моделювання на заняттях курсів «Математика – це просто» для учнів 5-6 класів.

Математичні моделі – це системи математичних відношень, які описують досліджуваний процес. В 5-6 класах зазвичай використовуються такі моделі: графічне зображення та скорочений запис умов задачі, створення рівнянь, побудова діаграм, зображення фігур на координатній площині, розкриття математичних понять, які застосовуються в інших дисциплінах та пов'язані з розв'язанням задач виникаючих у повсякденному житті. Особливість математичного моделювання у цей період навчання виникає з потреби зацікавити та показати практичну цінність здобутих знань, що сприяє підвищенню мотивації для вивчення теми. Підібрані прикладні задачі повинні містити реальні величини, їх умови повинні бути наближені до форми, у якій вони зустрічаються у реальному житті. Також для підвищення зацікавленості в умові задачі може йтись мова про казкових героїв [3].

Курси «Математика – це просто» відвідують талановиті діти. Заняття проходить з малочисленими групами, до кожного учня здійснюється індивідуальних підхід. На заняття розв'язуються різноманітні задачі

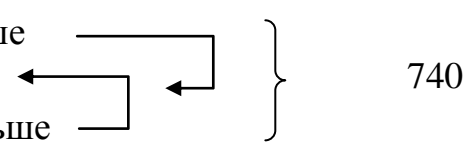
підвищеної складності, спрямовані на поглиблення та краще засвоєння знань з математики, задачі прикладного змісту, які зустрічаються у повсякденному житті, проводяться ігри, які розширюють кругозір та ставлять перед учнями проблеми, для розв'язання яких потрібно побудувати математичну модель та застосувати здобути математичні знання.

Наведемо приклади таких задач:

**Задача 1.** Ніф-Ніф, Нуф-Нуф і Наф-Наф купили будівельних матеріалів для ремонту своїх домівок, витративши на їх придбання 740 грн. Знайдіть витрати кожного порося, якщо Ніф-Ніф заплатив на 64.3 грн, а Нуф-Нуф на 32.5 грн більше, ніж Наф-Наф. [1, с. 330]

Розв'язання.

Ніф-Ніф – ?, на 64.3 грн більше  
 Наф-Наф – ?  
 Нуф-Нуф – ?, на 32.5 грн більше



Нехай Наф-Наф витратив  $x$  213рн., тоді Ніф-Ніф –  $x + 64.3$  213рн., а Нуф-Нуф –  $x + 32.5$  213рн.. Всього втрьох вони витратили 740 грн. Складемо рівняння:

$$\begin{aligned} x + x + 64.3 + x + 32.5 &= 740 \\ 3x &= 643.2 \\ x &= 214.4 \end{aligned}$$

Отже, Наф-Наф витратив 214.4 грн, Ніф-Ніф – 278.7 грн, а Нуф-Нуф – 246.9 грн.

Відповідь: 214.4 грн, 278.7 грн, 246.9 грн.

**Задача 2.** На сніданок Вінні-Пух з'їв 7.5 кг меду, на обід – в 1.2 рази більше, ніж на сніданок, а на вечерю – 0.8 того, що з'їв на обід. Скільки кілограмів меду з'їв за день Вінні-Пух? [1, с. 321]

Розв'язання.

Сніданок – 7,5 кг  
 Обід – ?, в 1.2 рази більше  
 Вечеря – ?, 0.8 від



- 1)  $7.5 \times 1.2 = 9$  (кг) на обід
- 2)  $9 \times 0.8 = 7.2$  (кг) на вечерю
- 3)  $7.5 + 9 + 7.2 = 23.7$  (кг) всього за день

Відповідь: 23.7 кг

**Задача 3.** Зобразіть на круговій діаграмі таке співвідношення кольорів: червоний – 10%, зелений – 45%, жовтий – 15%, блакитний – 30%.

Розв'язання.

$$1) 360^\circ \div 100 = 3.6^\circ - 1\%$$

$$2) 3.6^\circ \times 10 = 36^\circ - 10\%$$

$$3) 3.6^\circ \times 45 = 162^\circ - 45\%$$

$$4) 3.6^\circ \times 15 = 54^\circ - 15\%$$

$$5) 3.6^\circ \times 30 = 108 - 30\%$$

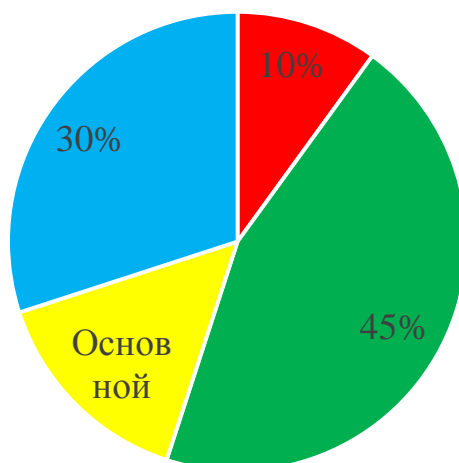


Рис. 1 Відповідь до задачі 3

**Висновки.** Як показує практика проведення занять для учнів 5-6 класів, побудова математичних моделей полегшують сприйняття навчальної інформації та розв'язання задач, дає змогу перейти до схожої більш простої задачі. У майбутньому плануємо розробити систему прикладних задач, для розв'язку яких потрібно побудувати математичну модель, та методику їх упровадження у навчальний процес.

### Література

1. Математика: підруч. Для 5 кл. загальноосвіт. навч. закладів / А.Г. Мерзляк, В.В. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2013 – 253с.: іл.
2. Філімонова М.О. Математичне моделювання в курсі математики основної школи: зміст і вимоги до підготовки учнів./ М.О. Філімонова, В.О. Швець/ Didactics of mathematics: Problems and Investigations. – 2010. - №34. – С.72-76.
3. Задачі практичного змісту в шкільному курсі математики. – [Електронний ресурс] Режим доступу: <http://pacha121976.blogspot.com/2015/11/blog-post.html>

**УДК 510:514:517.9:534**  
**О ВИЗУАЛИЗАЦИИ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА**  
**ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В КУРСЕ ПРЕПОДАВАНИЯ**  
**ДИСЦИПЛИНЫ "ОСНОВЫ НЕЛИНЕЙНОГО АНАЛИЗА"**

**В.В. Графов**

ГБУЗ «Приазовский государственный технический университет», Мариуполь  
*e-mail: grafov@mail.ru*

Математические модели нелинейных динамических систем широко используются и хорошо зарекомендовали себя в самых различных областях науки и техники. Методология анализа таких систем оформилась в новое научное направление – синергетику. В Приазовском государственном техническом университете к вариативной части профессионального цикла подготовки бакалавров относится дисциплина «Основы нелинейного анализа», которая нацелена на выявление общих принципов эволюции и самоорганизации сложных систем на основе построения и исследования нелинейных динамических моделей. Курс дисциплины нацелен на формирование у студентов нелинейного стиля мышления, который важен в любой области знания.

Наиболее наглядным методом исследования нелинейных динамических систем является построение и анализ фазового пространства при помощи различных численных алгоритмов с применением ПЭВМ. Компьютерная визуализация фазового пространства позволяет продемонстрировать студентам такие важные понятия синергетики, как «предельный цикл», «странный аттрактор», «сечение Пуанкаре».

Для визуализации фазового пространства применяются как программы общего назначения Mathematica, MathCAD, MatLab, так и специализированные программы, например, WInSet [1]. Последняя наиболее простая и удобна для применения в учебном процессе для студентов технических и гуманитарных специальностей. Однако в ней не реализован такой важный качественный метод анализа фазового пространства, как построение сечения Пуанкаре.

Автором, совместно со студентами специальности «Прикладная математика», разработана и внедрена в учебный процесс компьютерная программа MND под операционную систему Windows. Программа позволяет визуализировать фазовое пространство и сечение Пуанкаре трехмерных нелинейных динамических систем с непрерывным временем. Для численного интегрирования использовался обобщенный на многомерный случай метод Рунге-Кутты 4-го порядка.

На рис. 1 представлен скриншот рабочего окна программы с выбранной для моделирования системой Ресслера.



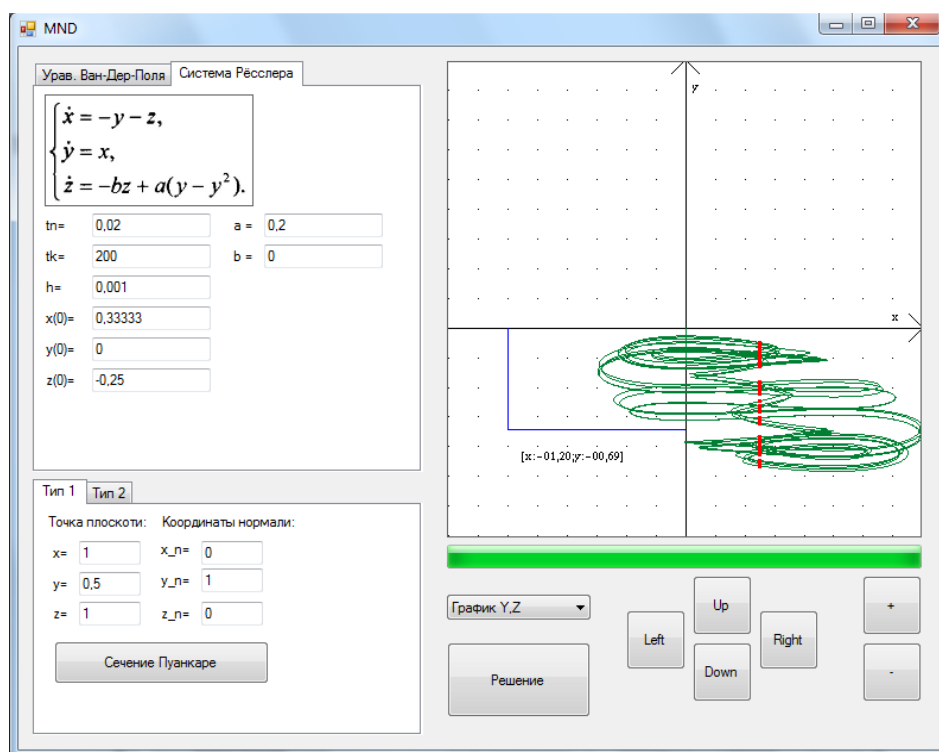


Рис.1. Рабочее окно программы MND

На экране компьютера отображена ортогональная проекция фазового портрета системы на координатную плоскость XY (возможен выбор проекций на координатные плоскости XZ и YZ).

Построение сечения Пуанкаре реализовано двумя способами, совместное применение которых дает возможность наглядного строить и трансформировать плоскость сечения. Первый способ позволяет строить плоскость Пуанкаре по заданной точке и заданному нормальному вектору. Второй способ осуществляет построение плоскости в цилиндрической системе координат по двум заданным углам и радиус вектору. Также пользователь имеет возможность изменять масштаб отображения и перемещаться в плоскости графика системы.

Программа написана на языке СИ. При работе над ней созданы и отлажены специальные функции для построения графики в двумерной декартовой системе координат.

Программа MND используется при выполнении лабораторных работ курса синергетики. Также ее можно использовать и для практических исследований трехмерных систем с непрерывным временем.

### Литература

1. Морозов А.Д. Визуализация и анализ инвариантных множеств динамических систем /А.Д. Морозов, Т.Н. Драгунов. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – 304 с.

**УДК 517.54**  
**ПРО ВАРІАЦІЮ КВАЗІКОНФОРМНИХ АВТОМОРФІЗМІВ**  
**КОМПЛЕКСНОЇ ПЛОЩИНИ**

**С.П. Десятський**

ДВНЗ «Приазовський державний технічний університет», Маріуполь  
*e-mail: sergedes@gmail.com*

Як відомо, конформними автоморфізмами розширеної комплексної площини  $\bar{J}$ , що не мають додаткових нормувань, є лише дробово-лінійні відображення. Узагальненням конформних відображень є так звані квазіконформні відображення [1, 2, 3].

Позначимо через  $L_\infty(D)$  простір вимірних на  $D \subset \square$  функцій  $\mu(z)$  з нормою

$$\|\mu\|_\infty = \operatorname{ess\,sup}_{z \in D} |\mu(z)|.$$

Визначення. Квазіконформним відображенням області  $D$  називається гомеоморфний узагальнений розв'язок  $w = f(z)$  рівняння Бельтрамі

$$w_{\bar{z}} = \mu w_z, \mu \in L_\infty(D), \|\mu\|_\infty < 1 \quad (1)$$

що зберігає орієнтацію.

Функція  $\mu$  називається комплексною характеристикою відображення.

Розглянемо асимптотичне розкладення  $w = f(z)$  у випадку близьких до нуля значень  $\|\mu\|_\infty$  та додаткових умов, пов'язаних з симетрією.

Має місце наступна

**Теорема 1.** Для кожної вимірної комплексної характеристики  $\mu$  в області  $D$ ,  $\|\mu\|_\infty < 1$ , існує квазіконформне відображення  $f^\mu : D \rightarrow \bar{\square}$ . Кожне інше квазіконформне відображення з тою ж характеристикою має вигляд  $\varphi \circ f^\mu$ , де  $\varphi$  - конформне в  $f^\mu(D)$  відображення.

**Теорема 2.** Нехай  $R_0 \in \square \setminus \{0\}$  і  $\mu(z, \varepsilon) = \varepsilon a(z) + \varepsilon \alpha(z, \varepsilon)$ ,  $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$ , причому  $\|a\|_\infty < \infty$ ,  $\|\alpha(\cdot, \varepsilon)\|_\infty \rightarrow 0$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Тоді квазіконформний автоморфізм  $\tilde{\omega} : \bar{\square} \rightarrow \bar{\square}$ , такий, що

$$\begin{aligned} \mu^{\tilde{\omega}}(z) &= \mu(z, \varepsilon) \\ \tilde{\omega}(0) &= 0, \tilde{\omega}(\infty) = \infty, \tilde{\omega}(R_0) = R_0 \end{aligned}$$

може бути представлений формулою

$$\tilde{\omega}(z) = z - \frac{\varepsilon z(z - R_0)}{\pi} \iint_{\square} \frac{a(\zeta)}{\zeta(\zeta - R_0)(\zeta - z)} dm_{\zeta} + o(\varepsilon). \quad (2)$$

Наступна теорема уточнює теорему 2 у випадку симетрії комплексної характеристики  $\mu = \mu(z, \varepsilon)$ .

**Теорема 3.** Нехай  $\mu(z, \varepsilon) = \varepsilon a(z) + \varepsilon \alpha(z, \varepsilon)$ ,  $\varepsilon \in [0, \varepsilon_0]$ , причому  $\|a\|_{\infty} < \infty$ ,  $\|\alpha(\cdot, \varepsilon)\|_{\infty} \rightarrow 0$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Тоді існує  $\omega(z, \varepsilon)$  - квазіконформний автоморфізм розширеної комплексної площини  $\bar{\square}$  з комплексною характеристикою  $\mu(z, \varepsilon)$ , такий, що  $\omega(0, \varepsilon) = 0$ ,  $\omega(\infty, \varepsilon) = \infty$ , представлений у вигляді

$$\omega(z, \varepsilon) = z - \frac{\varepsilon z}{\pi} \iint_{|\zeta| \leq R} \frac{a(\zeta)}{\zeta(\zeta - z)} dm_{\zeta} - \frac{\varepsilon z^2}{\pi} \iint_{|\zeta| \geq R} \frac{a(\zeta)}{\zeta^2(\zeta - z)} dm_{\zeta} - i\varepsilon \gamma z + o(\varepsilon), \quad (3)$$

де  $R > 0$ , а  $\gamma$  - дійсна константа.

Якщо додатково

$$\mu(z, \varepsilon) = \frac{z^2}{\bar{z}^2} \overline{\mu\left(\frac{R^2}{\bar{z}}, \varepsilon\right)}, \quad (4)$$

то при  $|z| = R$

$$|\omega(z, \varepsilon)| = R + o(\varepsilon)$$

Доведення. Виберемо деяке  $R_0 : 0 < R_0 < R$ . Будь-яке квазіконформне відображення  $\omega(z)$ , що задовольняє всім умовам теореми 1, окрім  $\omega(R_0) = R_0$ , може бути представлено у вигляді  $\omega(z) = A\tilde{\omega}(z)$ , де  $A$  - довільна комплексна константа.

Виберемо

$$A = 1 - \frac{\varepsilon}{\pi} \iint_{|\zeta| \leq R} \frac{a(\zeta)}{\zeta(\zeta - R_0)} dm_\zeta - \frac{\varepsilon R_0}{\pi} \iint_{|\zeta| \geq R} \frac{a(\zeta)}{\zeta^2(\zeta - R_0)} dm_\zeta - i\varepsilon\gamma.$$

Нехай  $\omega_1(z)$ - квазіконформний автоморфізм  $\bar{\square}$  з комплексною характеристикою

$$\mu_1(z) = \begin{cases} \varepsilon a(z), & |z| \leq R \\ 0, & |z| > R \end{cases}$$

такий, що  $\omega_1(0) = 0, \omega_1(\infty) = \infty, \omega_1'(\infty) = 1$ . Тоді  $\omega_1(z)$  може бути представлений у вигляді

$$\omega_1(z) = z - \frac{\varepsilon z}{\pi} \iint_{|\zeta| \leq R} \frac{a(\zeta)}{\zeta(\zeta - z)} dm_\zeta + o(\varepsilon),$$

Підставляючи вибране  $A$  в формулу  $\omega(z) = A\tilde{\omega}(z)$ , отримаємо представлення (3).

Нехай тепер виконане (4). Обчислимо  $|\omega(z, \varepsilon)|$  при  $|z| = R$ :

$$|\omega(z, \varepsilon)| = |z| \left| 1 - \frac{\varepsilon}{\pi} \operatorname{Re} \left( \iint_{|\zeta| \leq R} \frac{a(\zeta) dm_\zeta}{\zeta(\zeta - z)} + \iint_{|\zeta| \geq R} \frac{za(\zeta) dm_\zeta}{\zeta^2(\zeta - z)} \right) \right| + o(\varepsilon).$$

У другому інтегралі зробимо заміну змінної  $\zeta \mapsto \frac{R^2}{\bar{\zeta}}$ , отримаємо

$$|\omega(z, \varepsilon)| = R \left| 1 - \frac{\varepsilon}{\pi} \operatorname{Re} \left( \iint_{|\zeta| \leq R} \left( \frac{a(\zeta)}{\zeta(\zeta - z)} - \frac{\overline{a(\zeta)}}{\bar{\zeta}(\bar{\zeta} - \bar{z})} \right) dm_\zeta \right) \right| + o(\varepsilon) = R + o(\varepsilon),$$

тому що під інтегралом стоїть чисто уявний вираз. Теорема доведена.

### Література

1. Альфорс Л. Лекции по квазиконформным отображениям. / Л. Альфорс // М. : Мир. – 1969. – 136 с.
2. Белинский П.П. Общие свойства квазиконформных отображений. / П.П. Белинский // Нсб.: Наука. – 1974. – 96 с.
3. Волковыский Л.И. Квазиконформные отображения. / Л.И. Волковыский // Львов: Львов. ун-т. - 1954. – 156 с.

**УДК 674.053:621.935**  
**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ**

**Л.Ф. Дзюба<sup>1</sup>, О.В. Меньшикова<sup>2</sup>, М.І. Кусій<sup>3</sup>**

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, Львів

<sup>1</sup>*e-mail: lidadz111@gmail.com,*

<sup>2</sup>*helga.menshikowa@yandex.ua,*

<sup>3</sup>*e-mail: kusijmiroslava@gmail.com*

Динамічні процеси, що виникають при роботі машин та механізмів, створюють додаткові динамічні навантаження на елементи конструкцій, впливаючи на їхню міцність та витривалість. Для дослідження динаміки машин та механізмів їх подають у вигляді багатомасових еквівалентних розрахункових схем, в яких ураховують ті чи інші особливості конструкцій, зовнішнього навантаження та руху ланок [1]. Оскільки будь-яку машину урухомлює двигун, то динамічна модель машини, яка складається з розрахункової схеми та системи диференціальних рівнянь руху, має враховувати характеристики двигуна. Тому в динамічній моделі потрібно враховувати рух вала двигуна. Якщо двигун є електричним, наприклад, у приводах верстатів, то рух двигуна визначається рівняннями електромагнітного стану.

Метою дослідження є математичне моделювання динамічних процесів привода технологічної машини з урахування електромагнітних процесів двигуна. Якщо розрахункову схему технологічної машини подати у вигляді моделі з трьома масами зі зведеними до вала електродвигуна параметрами (рис. 1), то записана на підставі рівнянь Лагранжа другого роду система диференціальних рівнянь руху має вигляд (1), де останні два рівняння описують електромагнітний стан двигуна.

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} &= -\frac{k_1}{I_1} \left( \frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt} \right) - \frac{c_1}{I_1} (\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{M_d(t)}{I_1}; \\ \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} &= \frac{k_1}{I_2} \left( \frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt} \right) - \frac{k_2}{I_2} \left( \frac{d\varphi_2}{dt} - \frac{d\varphi_3}{dt} \right) + \frac{c_1}{I_2} (\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{c_2}{I_2} (\varphi_2 - \varphi_3) - \frac{M_{T_1}}{I_2}; \\ \frac{d^2\varphi_3}{dt^2} &= \frac{k_2}{I_3} \left( \frac{d\varphi_2}{dt} - \frac{d\varphi_3}{dt} \right) + \frac{c_2}{I_3} (\varphi_2 - \varphi_3) - \frac{M_{T_2}}{I_3}; \\ \frac{di_s}{dt} &= A_s(u_s + \Omega_s \Psi_s - R_s i_s) + B_s(\Omega_r \Psi_r - R_r i_r); \\ \frac{di_r}{dt} &= A_r(\Omega_r \Psi_r - R_r i_r) + B_r(u_s + \Omega_s \Psi_s - R_s i_s), \end{aligned} \right. \quad (1)$$

де  $I_1, I_2, I_3$  – зведені до вала електродвигуна моменти інерції обертальних мас,  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  – узагальнені координати, якими є кути повороту відповідних зведених мас;  $k_1, k_2, c_1, c_2$  – зведені коефіцієнти в'язкого опору та жорсткості пружних ланок;  $M_{T_1}, M_{T_2}$  – зведені моменти сил

опору;  $M_d(t) = \frac{3}{2} p_0 L_m (i_{rx} i_{sy} - i_{ry} i_{sx})$  – електромагнітний момент двигуна,  $p_0$  – число пар магнітних полюсів двигуна,  $L_m$  – робоча індуктивність двигуна,  $i_{rx}, i_{ry}, i_{sx}, i_{sy}$  – проекції струмів ротора та статора на координатні осі  $x, y$ ;  $i_s, i_r, u_s$  – матриці-колонки струмів і напруг;  $A_s, B_s, A_r, B_r$  – квадратні матриці зв'язку;  $\Omega_s, \Omega_r$  – матриці частот обертання;  $\Psi_s, \Psi_r$  – матриці потокозчеплень;  $R_s, R_r$  – активні опори. Для обчислення вказаних параметрів за методикою [2] використовують технічні характеристики електродвигуна.

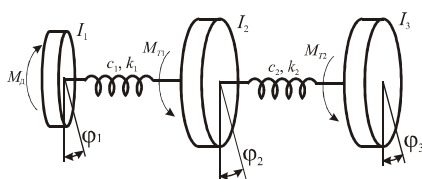


Рис. 1. Розрахункова схема технологічної машини

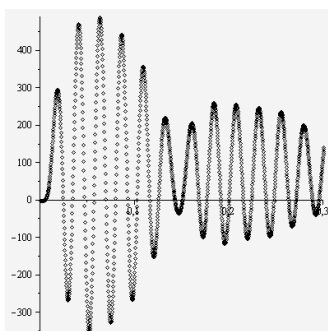


Рис. 2. Графік змінювання динамічного моменту на пружній ланці з жорсткістю  $c_1$

Система диференціальних рівнянь (1) повністю описує динамічний стан електромеханічної системи привода технологічної машини. Розв'язування системи (1) при нульових початкових умовах виконано методом Ейлера в середовищі Maple V. На рис. 2 показаний один з результатів моделювання.

Отже розроблена математична модель динамічного процесу дозволяє визначити динамічне навантаження на ланки та елементи конструкції технологічної машини для подальшої оцінки їх міцності та витривалості.

### Література

1. Комаров М. С. Динамика механизмов и машин / М. С. Комаров – М.: Машиностроение, 1969. – 296 с.
2. Харченко Е. В. Динамические процессы буровых установок / Е. В. Харченко – Львов, Світ, 1991. – 176 с.

УДК: 537, 681.3  
МОДЕЛЮВАННЯ СТАНУ ЕЛЕКТРОНА У КВАНТОРОЗМІРНИХ  
ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ

Н.А. Дьоміна, М.В. Морозов

Таврійський державний агротехнологічний університет, Мелітополь  
*e-mail: deminanatasha@yandex.ua*

**Постановка проблеми.** Математичне моделювання широко використовується для розв'язання практичних задач різних галузей науки, техніки, виробництва. Математичне моделювання є одним із основних сучасних методів дослідження. У зв'язку з інтенсивним розвитком інформаційних технологій розробка математичних комп'ютерних моделей є актуальною задачею.

**Мета дослідження.** Розглянути математичні моделі стану електронів у кванторозмірних гетероструктурах та розробити математичні комп'ютерні моделі, зокрема для проведення навчальних занять

**Аналіз актуальних досліджень.** У попередніх роботах розглянуто моделювання поведінки електрона у різноманітних кванторозмірних гетеросистемах для проведення імітаційних лабораторних робіт дисципліни «Фізичні основи сучасних інформаційних технологій» [1, 2], але немає реалізації на комп'ютері цих математичних моделей для уявлення про можливі кордони або типи поведінки системи, впливи на неї різних чинників. Для комп'ютерного моделювання пропонується математичний пакет MathCAD [3]. Цей пакет популярний в інженерному середовищі. Математичний пакет MathCAD реалізує три основних редактора: текстовий, редактор формул і графічний, що забезпечує задачі математичного моделювання. Пакет MathCAD є середовищем візуального програмування, тобто не вимагає знання специфічного набору команд. Зручність освоєння пакета, простий інтерфейс, відносна невибагливість до можливостей комп'ютера - головне, чому саме цей пакет був обраний, особливо при навчанні студентів.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** У роботі описані моделі поведінки електронів у потенціальній квантовій ямі, як у випадку нескінченної висоти стінок, так і для ями з кінцевою висотою [4].

Було розглянуто енергетичний спектр електрона в одновимірній ямі у випадку, коли потенціальна енергія стінки прямує до нескінченності. Для стаціонарного стану рівняння Шредінгера для хвильової функції  $\varphi(x)$  у одновимірній квантовій ямі має вигляд:

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \varphi = 0.$$

Для одновимірної потенціальної ями нескінченної глибини, коли повна енергія електрона набагато менша ( $E \ll U$ ) висоти стінки квантової ями, потенціальна енергія має вигляд:

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & \text{якщо } x < 0 \\ 0, & \text{якщо } 0 \leq x \leq a \\ \infty, & \text{якщо } x > a \end{cases}$$

Остаточно хвильова функція електрона в квантовій записується:

$$\varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a} \cdot x\right).$$

На основі математичної моделі були розроблені програми (MathCAD) для комп'ютерного моделювання стану електрона в квантовій ямі. Квантові потенціальні ями на гетероструктурах використовують для створення напівпровідникових лазерів, світлодіодів, фотоприймачів у приладах інформаційних технологій.

Також було розглянуто стаціонарні стани електрона у одновимірній потенціальній ямі зі стінками кінцевої висоти  $U_0$ , ширина якої  $a$ .

Потенціальна енергія електрона має вигляд:

$$U(x) = \begin{cases} U_0, & \text{якщо } x < 0 \\ 0, & \text{якщо } 0 \leq x \leq a \\ U_0, & \text{якщо } x > a \end{cases}$$

Рівняння Шредінгера для хвильової функції  $\varphi(x)$  стаціонарних станів у цьому випадку:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \varphi_1}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \varphi_1 = 0 \\ \frac{d^2 \varphi_2}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \varphi_2 = 0 \\ \frac{d^2 \varphi_3}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U_0) \varphi_3 = 0 \end{cases}$$

Використовуючи умову нормування хвильової функції, остаточно отримуємо від хвильових функцій  $\varphi_1(x)$ ,  $\varphi_2(x)$  та  $\varphi_3(x)$ :



$$\begin{cases} \varphi_1(x) = A \cdot \sin \alpha \cdot e^{k_1 x} \\ \varphi_2(x) = A \cdot \sin(k_2 x + \alpha) \\ \varphi_3(x) = A \cdot e^{k_1 x} \cdot \sin(k_2 x + \alpha) \cdot e^{k_1 x} \end{cases}$$

Для цієї математичної моделі також була розроблена комп'ютерна модель процесу. Особливий інтерес представляє застосування пакету MathCAD при анімації або «оживлення» відповідних графіків  $\varphi_n(x)$  та  $\rho_n(x)$ . Використовується команда «Animation» на панелі інструментів MathCAD та відповідні формули для  $\varphi(x, n)$  та  $\rho(x, n)$ . В цих формулах застосовується змінна FRAME  $n$ . Діапазон зміни цієї величини FRAME  $n = 1 \dots 5$  та частота кадрів задається у діалоговому вікні команди «Animation», у якому і спостерігається зміна вигляду відповідного графіка  $\varphi_n(x)$  та  $\rho_n(x)$ .

**Висновки.** Були розглянуті математичні моделі поведінки електронів у кванторозмірних гетероструктурах та розроблені комп'ютерні моделі цих процесів, зокрема для проведення навчальних занять. Використання ПК спрямовано на активізацію та підвищення ролі самостійної роботи студентів, що дозволяє більш ефективно використовувати час студентів і викладачів. Таким чином, формування у студентів навичок мислення засобами інформаційних технологій забезпечує підготовку студентів до життя в інформаційному суспільстві.

## Література

1. Дьоміна Н. А. Моделювання кванторозмірних гетероструктур при організації імітаційних лабораторних робіт / Н.А. Дьоміна, М.В. Морозов // Збірник науково-методичних праць «Удосконалення навчально-виховного процесу в вищому навчальному закладі» – Мелітополь. – 2015. – В.18. – С. 67-74.
2. Імітаційні лабораторні роботи з курсу «Фізичні основи сучасних інформаційних технологій» та моделювання кванторозмірних структур: (матеріали II Всеукраїнської науково-практичної конференції кафедри дидактики та методик навчання природничо-математичних дисциплін комунального закладу "Запорізький обласний інститут післядипломної педагогічної освіти" Запорізької обласної ради «Розвиток сучасної природничо-математичної освіти 2015») [Електронний ресурс] / Н.А Дьоміна, М.В. Морозов // м. Запоріжжя. – 5-9 жовтня 2015 р. – Режим доступу:
3. [http://confdidakt-2.blogspot.com/p/blog-page\\_13.html](http://confdidakt-2.blogspot.com/p/blog-page_13.html),  
<https://drive.google.com/file/d/0B7WH9R9G1nxuQ3JxRV9nVjRqWUE/view?pli=1>
4. Дьяконов В.П. MathCad 2001i: энциклопедия. – СПб.: Питер, 2004- 832 с.
5. Шпольский Э.В. Атомная физика. Т. 2. Основы квантовой механики и строение электронной оболочки атома / Э.В. Шпольский. – М.: Наука, 1974. – 448 с.

**УДК 517.5**  
**ФРАКТАЛЬНА ФУНКЦІЯ, ЗМОДЕЛЬОВАНА ЗА ДОПОМОГОЮ**  
**ПОЛІОСНОВНОГО ТРИСИМВОЛЬНОГО  $Q_3$ -ЗОБРАЖЕННЯ**  
**ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ**

**І.В. Замрій<sup>1</sup>, А.О. Веремчук<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Державний університет телекомунікацій, Київ  
*e-mail: irina-zamrij@yandex.ru*

<sup>2</sup>Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова, Київ  
*e-mail: alynaveremchuk14@gmail.com*

Одним із ефективних способів конструювання функцій з фрактальними і сингулярними властивостями є використання класичного позиційного  $s$ -кового зображення дійсних чисел, зокрема, і класичного трійкового. Та узагальнення останнього – поліосновного три символного  $Q_3$ -зображення дійсних чисел [4], яке визначається фіксованою множиною додатних дійсних чисел  $Q_3 = (q_0, q_1, q_2)$ , при чому  $q_0 + q_1 + q_2 = 1$ , та розкладом:

$$x = \beta_{\alpha_1} + \sum_{i=2}^{\infty} \beta_{\alpha_i} \prod_{j=1}^{i-1} q_{\alpha_j} \equiv \Delta_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k}^{Q_3}, \quad \alpha_k \in A_3 = \{0,1,2\}, \quad \beta_0 = 0, \quad \beta_{\alpha_i} = \sum_{j=0}^{\alpha_i-1} q_j,$$

і співпадає з класичним трійковим при  $q_0 = q_1 = q_2 = 1/3$ .

Період у  $Q_3$  зображенні числа (якщо він існує) позначають у круглих дужках. Існують числа, які мають два  $Q_3$ - зображення. Це числа з періодом (0) або (2), причому  $\Delta_{\epsilon_1 \epsilon_2 \dots \epsilon_{m-1} \epsilon_m}^{Q_3} (0) = \Delta_{\epsilon_1 \epsilon_2 \dots \epsilon_{m-1} [\epsilon_m - 1] (s-1)}^{Q_3}$ . Вони називаються  $Q_3$  - раціональними, їх множина є зліченною.

В роботі [2] в термінах  $Q_3$ -зображення дійсних чисел вводиться в розгляд двопараметрична сім'я функцій, означених наступною рівністю:

$$y = f(x) = f(\Delta_{\alpha_1(x) \alpha_2(x) \dots \alpha_n(x)}^{Q_3}) = \Delta_{\gamma_1 \gamma_2 \dots \gamma_n}^{Q_3}, \quad \alpha_n, \gamma_n \in A_3,$$

де цифри  $\gamma_n$   $Q_3$ -зображення числа у задовольняють умовам:

- 1)  $\gamma_n = 1 \Leftrightarrow \alpha_n(x) = 1$ ;
- 2) якщо  $\alpha_n(x) \neq 1$ , то  $\gamma_n$  залежить від перших  $n$   $Q_3$ -цифр аргумента  $x$ , тобто  $\gamma_n = \gamma_n(x) = \varphi_n(\alpha_1(x), \alpha_2(x), \dots, \alpha_n(x))$ .

В роботі [2] було доведено, що всі функції з  $P_c$ — множини неперервних функцій, які задовольняють умови 1)-2), є кусково-лінійними при  $q_0 = q_2$  і кусково-сингулярними при  $q_0 \neq q_2$ , за виключенням тотожного перетворення та єдиної чисто сингулярної (при  $q_0 \neq q_2$ ) функції — інверсора  $I(x)$  цифр  $Q_3$ -зображення дійсних чисел, ґрунтовно вивченого у

роботі [1, 3]. В даній роботі, ми конструємо клас функцій  $f(x)$ , які визначаються як єдиний розв'язок функціонального рівняння при заданих початкових умовах

$$\begin{cases} f(x) = f(I(x)), \\ f(\Delta_{(0)}^{Q_3}) = \Delta_{20(02)}^{Q_3}. \end{cases} \quad (1)$$

Функція  $f(x)$ , визначена системою рівностей (1), є коректно заданою на відрізку  $[0;1]$ , в тому числі і у  $Q_3$ -раціональних точках, тобто точках, що мають два формально різних  $Q_3$ -зображення.

**Теорема 1.** Функція  $f(x)$ , визначена системою рівностей (1), є неперервною на відрізку  $[0;1]$  і набуває значень з відрізка

$$\left[ \frac{q_0}{1-q_1}; q_0 + q_1 + \frac{q_0 q_2}{1-q_1} \right].$$

**Теорема 2.** Функція  $f(x)$ , визначена системою рівностей (1), є:

1) кусково-лінійною при  $q_0 = q_2$  і кусково-сингулярною при  $q_0 \neq q_2$ ;

2) набуває свого глобального максимуму у точках  $x = \Delta_{i(1)}^{Q_3}$  та

глобального мінімуму в точці  $x = \Delta_{(1)}^{Q_3}$ , причому  $f(\Delta_{(1)}^{Q_3}) = \frac{q_0}{1-q_1}$  і

$$f(\Delta_{i(1)}^{Q_3}) = q_0 + q_1 + \frac{q_0 q_2}{1-q_1}, \text{ локальних максимумів у точках виду } x^* = \Delta_{\substack{i..i \\ 2m+2}}^{Q_3(1)},$$

а локальних мінімумів у  $x_* = \Delta_{\substack{i..i \\ 2m+1}}^{Q_3(1)}$ , де  $i \in A_3 \setminus \{1\}$ ,  $1 \leq m \in N$ .

**Теорема 3.** Якщо  $y_0 = \Delta_{20(02)}^{Q_3}$ , то множина  $f^{-1}(y_0) = \{x : f(x) = y_0\}$  є зліченною, якщо  $y_0 \neq \Delta_{20(02)}^{Q_3}$ , то множина  $f^{-1}(y_0)$  є скінченною.

## Література

1. Замрій І. В., Працьовитий М. В. Сингулярність інверсора цифр  $Q_3$  - зображення дробової частини дійсного числа, його фрактальні та інтегральні властивості // Нелінійні коливання (ISSN 1562-3076). – 18, 1. – Інститут математики НАН України. – 2015 р. – С. 55-70.
2. Працьовитий М. В., Замрій І. В. Неперервні функції, які зберігають цифру 1  $Q_3$  - зображення числа // Буковинський математичний журнал. – Т.3, № 3-4. – Чернівці: Чернівецький національний університет, 2015. – С. 142-159.
3. Працьовитий М. В., Замрій І. В. Інверсор цифр  $Q_3$  – зображення дробової частини дійсного числа як розв'язок системи трьох функціональних рівнянь // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова. – 2013, № 15. – С. 156-167.
4. Працьовитий М. В. Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів. – Київ: Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 1998. – 296 с.

**УДК 510.2**  
**ПОХІДНА ДРУГОГО ПОРЯДКУ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ**  
**ТРАНСЦЕНДЕНТНИХ РІВНЯНЬ, ЩО МІСТЯТЬ ПАРАМЕТР**

**Є.С. Зозуля, К.С. Дідевич**

Донбаська державна машинобудівна академія, Краматорськ  
*e-mail: zozulia.evgeny@yandex.ua*

Вивчення багатьох фізичних та геометричних закономірностей нерідко зводиться до розв'язування трансцендентних рівнянь. Наприклад, щоб знайти висоту сегмента круга, якщо відомими є площа сегмента та площа самого круга, треба скласти рівняння, яке опиниться саме трансцендентним.

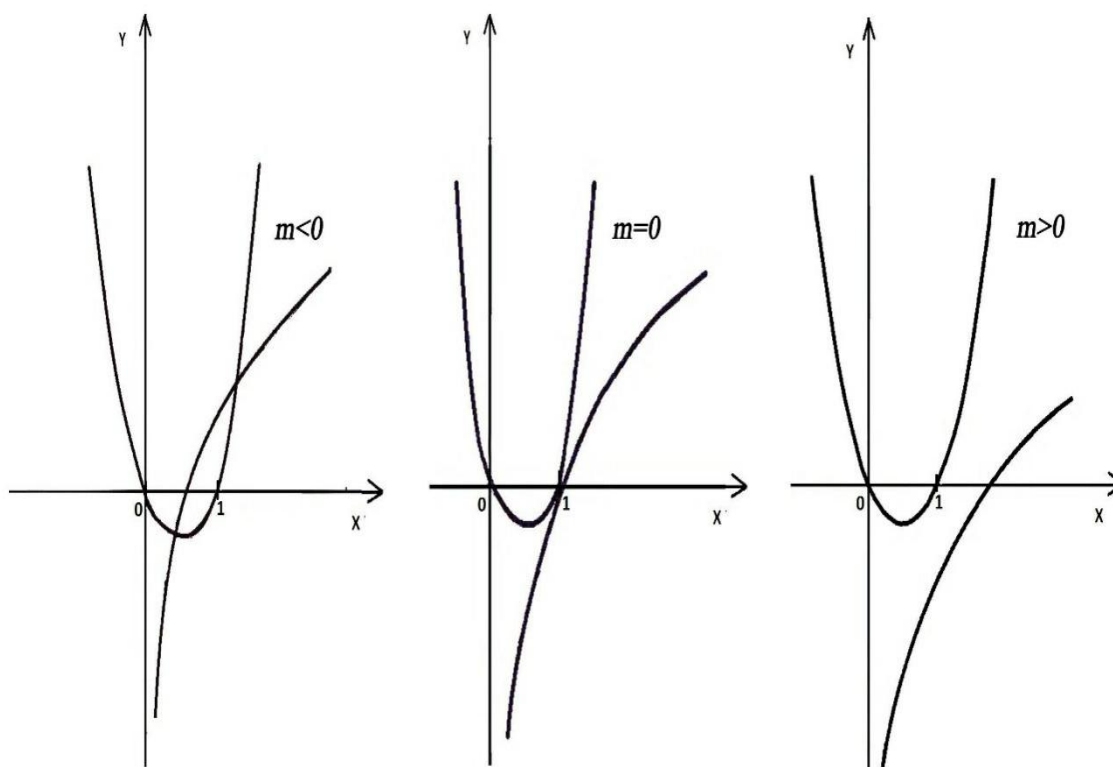
Існує багато методів [1] щодо знаходження кореня такого рівняння з певною точністю, застосування яких ускладнюється, якщо у рівнянні присутній параметр. Також труднощі можуть виникнути, якщо при певному значенні параметра існує лише один корінь.

Метою роботи є демонстрування, як за допомогою другої похідної в певному випадку можна досліджувати трансцендентне рівняння з параметром.

Нехай треба знайти кількість коренів рівняння (1) при будь-яких значеннях  $m$ , та знайти розв'язок, якщо він єдиний.

$$x^2 - x - \ln x + m = 0 \quad (1)$$

При  $m = 0$  маємо  $x^2 - x = \ln x$ . Підстановкою отримаємо точне значення кореня  $x = 1$ . Доведемо, що воно єдине. Для  $f_1(x) = x^2 - x$  друга похідна  $f_1''(x) = 2 > 0$ , тобто функція угнута [2, с. 116] і точки її графіка лежать вище дотичної  $y = x + 1$ , окрім самої точки дотику. Для  $f_2(x) = \ln x$  маємо  $f_2''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$ , тобто функція опукла [2, с. 116] і точки її графіка нижче дотичної  $y = x + 1$ , окрім самої точки дотику. Тобто розв'язок  $x = 1$  - єдиний. При  $m > 0$  розв'язків немає (рис. 1). При  $m < 0$  рівняння (1) має два розв'язки (рис. 1).



*Рис.1. Можливі випадки*

Таким чином, використовуючи другу похідну та означення опуклості та угнутості можна досліджувати певний тип трансцендентних рівнянь з параметром. Якби мова йшла про знаходження коренів при  $m < 0$ , при достатньо малих за абсолютною величиною значеннях  $m$ , то можна було б скористатися розкладенням функції  $f_2(x) = \ln x$  у ряд Тейлора [3, с. 229] у околі точки  $x = 1$ .

### Література

1. Амелькин В. В., Рабцевич В. Л. Задачи с параметрами: Справочное пособие по математике. Мн.: Асар, 2004. 464с.
2. Пак В.В., Носенко Ю.Л. Вища математика – К. : Либідь, 1996. - 440с. ISBN 5-325-00712-2.
3. Холькин А. М. Высшая математика. Часть 3. Дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы: Учебник / А. М. Холькин. – Мариуполь : ПГТУ, 2016. – 333 с.

УДК 514./112.4/122/142

## ПРО ОДНУ ЧУДОВУ ВЛАСТИВІСТЬ ПАРАЛЕЛОГРАМА

О.А. Кадубовський

ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет», Слов'янськ  
e-mail: kadubovs@ukr.net

Загально визнано, що одним із основних завдань в будь-якій сфері людської діяльності, зокрема математиці та дидактиці математики, є систематизація та узагальнення накопиченого досвіду. Також добре відомо, що поміркований відбір навчальних задач та засад для їх систематизації дозволяє забезпечити не лише системне засвоєння змісту навчального матеріалу, а й інтенсифікувати сам процес навчання.

Існує немало навчальних посібників з елементарної геометрії, в яких наведено яскраві геометричні факти (зокрема про паралелограм), що не ввійшли до підручників. Серед таких маємо своїм приємним обов'язком виділити посібники [1], [2] і [4]. Серед збірників задач, які містять широке коло задач (на паралелограми) різного рівня складності, зокрема теоретичного характеру, – збірники [3], [5–7].

І хоча існуючі навчальні посібники та збірники задач, зокрема із числа зазначених, «цілком закривають» тему задачників з елементарної геометрії, проте якісний аналіз змісту запропонованих в них задач саме «на паралелограми» дозволяє констатувати, що накопилася значна кількість задач зі спільними вихідними даними / умовою але різними вимогами / завданнями, які носять змістовно (та, як з'ясувалося, «по-джерельно») відокремлений характер.

Так, наприклад, для будь-якого опуклого багатокутника (формально) можна визначити «медіану», як відрізок, що сполучає його вершину із серединою однієї з несуміжних сторін. В найбільш розповсюджених збірниках задач (різного рівня складності) та навчально-методичних посібниках зазначені типи задач носять доволі розрізнений характер. В схожих за змістом задачах мова ведеться про точки перетину лише декількох з «медіан». Можливо саме через це, не розглядаючи всі медіани паралелограма одночасно, зазначене нижче відношення залишалося або мало відомою, або ж взагалі невідомою властивістю паралелограма.

**Твердження 1.** *Нехай  $ABCD$  – довільний паралелограм, а точки  $A_0, B_0, C_0, D_0$  є серединами сторін  $AB, BC, CD$  і  $DA$  відповідно. Нехай далі,  $K_1, K_2, K_3, K_4$  – точки перетину «медіани»  $AB_0$  з «медіанами»  $DA_0, BD_0, CA_0$  і  $BC_0$  відповідно. Тоді має місце відношення*

$$AK_1 : K_1K_2 : K_2K_3 : K_3K_4 : K_4B_0 = 12 : 3 : 5 : 4 : 6. \quad (*)$$

**Доведення.** Нехай  $ABCD$  – даний паралелограм (рис. 1).

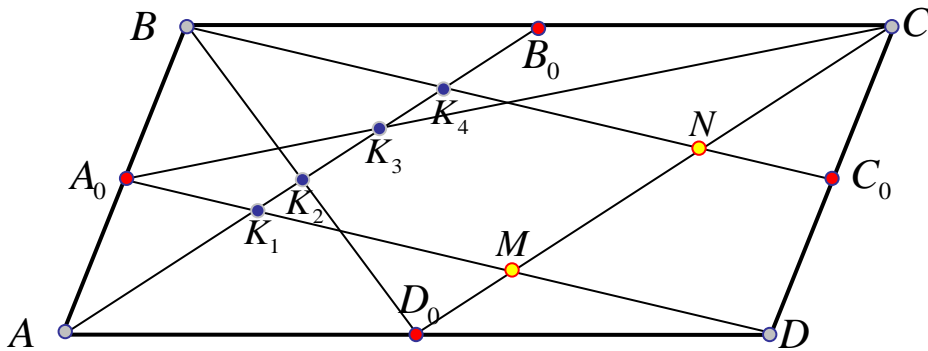


Рис. 1. Паралелограм  $ABCD$

1) Оскільки  $ABB_0D_0$  паралелограм (бо  $BB_0 \parallel AD_0$  і  $BB_0 = AD_0$ ), а  $K_2$  – точка перетину його діагоналей, то  $AK_2 = K_2B_0$ . Заради зручності покладемо  $AB_0 = 30x$ . Тоді  $AK_2 = K_2B_0 = 15x$ .

2) В  $\square ABC$  точка  $K_3$  є точкою перетину медіан. І тому  $AK_3 : K_3B_0 = 2 : 1$ , звідки:  $AK_3 = \frac{2}{3}AB_0 = \frac{2}{3}30x = 20x$ ,  $K_3B_0 = 10x$ ,  $K_2K_3 = 5x$ .

3) Оскільки  $A_0B \parallel C_0D$ ,  $A_0B = C_0D$ , то чотирикутник  $A_0BC_0D$  є паралелограмом.

3.1) За умовою  $A_0$  є серединою  $AB$ . Тому за теоремою Фалеса має місце рівність  $AK_1 = K_1K_4$ . Заради зручності покладемо  $AK_1 = K_1K_4 = 2y$ .

3.2) Нехай далі,  $M$  і  $N$  – точки перетину медіани  $CD_0$  з медіанами  $DA_0$  та  $BC_0$  відповідно. Оскільки  $C_0$  є серединою  $CD$ , то за теоремою Фалеса має місце рівність  $CN = NM$ .

3.3) Чотирикутник  $AB_0CD_0$  є паралелограмом (бо  $AB_0 \parallel CD_0$  і  $AB_0 = CD_0$ ). Оскільки у чотирикутнику  $K_1K_4NM$  протилежні сторони паралельні, то він також є паралелограмом. Звідки  $MN = K_1K_4 = 2y = CN$ .

3.4) В  $\square BCN$   $K_4B_0$  є середньою лінією. Звідки  $K_4B_0 = \frac{1}{2}NC = y$ . Таким чином, має місце рівність  $AK_1 + K_1K_4 + K_4B_0 = 2y + 2y + y = 30x$ , звідки  $y = 6x$ . Тому, з урахуванням введених позначень, маємо, що  $AK_1 = 12x$ .

Звідки:

$$K_1K_2 = AK_2 - AK_1 = 15x - 12x = 3x,$$

$$K_4B_0 = AB_0 - AK_4 = 30x - 24x = 6x,$$

$$K_3K_4 = K_3B_0 - K_4B_0 = 10x - 6x = 4x.$$

Таким чином, з урахуванням введених позначень та рівностей, одержаних в пунктах 1), 2) та підпункті 3.4), остаточно маємо, що

$$AK_1 : K_1K_2 : K_2K_3 : K_3K_4 : K_4B_0 = 12 : 3 : 5 : 4 : 6.$$

**Зауваження 1.** Для медіан  $AC_0$ ,  $BD_0$  і  $BC_0$  паралелограма  $ABCD$  справедливість зазначеного відношення (\*) не важко встановити шляхом покрокового повторення міркувань (з відповідними очевидними змінами), використаних при доведенні Твердження 1.

Оскільки паралелограми  $CDAB$  і  $ABCD$  є рівними, то медіани  $CA_0, CD_0, DB_0$  і  $DA_0$  (паралелограма  $CDAB$ ) є відповідними елементами до медіан  $AC_0, AB_0, BD_0$  і  $BC_0$  (паралелограма  $ABCD$ ). А тому для медіан  $CA_0, CD_0, DB_0$  і  $DA_0$  відношення (\*) також справджується.

Таким чином, має місце твердження

**Теорема** [«Чудова властивість медіан паралелограма»]. Кожна з восьми медіан паралелограма перетинає точно чотири інших його медіан. Кожна з восьми із зазначених четвірок точок (перетину медіан) ділить відповідну медіану (рухаючись від вершини паралелограма) у сталому відношенні 12:3:5:4:6.

**Зауваження 2.** «Чудовість» наведеної властивості полягає навіть не стільки у сталості зазначеного відношення, скільки у його застосуваннях, зокрема до: «виявлення» паралелограмів та обчислення площ фігур, які виникають при перетині медіан паралелограма.

Є щирі сподівання, що популяризація зазначеного відношення в якості однієї з основних властивостей паралелограма, принаймні в контексті укрупнення дидактичних одиниць, дозволить:

з одного боку – систематизувати доволі широке коло задач зазначеного типу, зокрема з векторної алгебри;

з іншого боку – озброїти альтернативним та (на думку автора) більш раціональним способом їх розв'язання.

## Література

1. Гордин Р.К. Геометрия. Планиметрия. 7–9 классы. – 3-е изд., испр. – М. : МЦНМО, 2006. – 416 с.
2. Кушнир И.А. Геометрия: теоремы и задачи : учебное пособие. Т. 1. Планиметрия / И. А. Кушнир. – Киев : Астарта, 1996. – 475 с.
3. Кушнир И., Финкельштейн Л. Геометрия 7–9. Школа боевого искусства. Сборник задач. – Киев: Факт, 2000. – 384 с.
4. Понарин Я.П. Элементарная геометрия: В 2 т. – Т. 1: Планиметрия, преобразования плоскости. – М.: МЦНМО, 2004. – 312 с.
5. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии: Учебное пособие. – 5-е изд., испр. и доп. – М. : МЦНМО, 2006. – 640 с.
6. Сборник задач по математике для поступающих во вузы (с решениями). В 2-х книгах. Кн. 2. Геометрия / Егерев В.К., Кордемский Б.А., Зайцев В.В. и др. Под ред. М.И. Сканава. – 7-е изд., пер. и доп. – М. : Высш. шк., 1995. – 368 с.
7. Шарыгин И. Ф. Геометрия. 7-9 кл. : учеб. для общеобразовательных учреждений / И. Ф. Шарыгин. – М. : Дрофа, 2012. – 462 с.



**УДК 37.5.091.33:51**  
**НЕОБХІДНІСТЬ ВДОСКОНАЛЕННЯ УМІНЬ МАТЕМАТИЧНОГО**  
**МОДЕЛЮВАННЯ**

**Г.Д. Катеринюк**

Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського,  
Вінниця  
*e-mail: galina-zk@mail.ru*

Модель – це умовний образ, який формує уявлення про об'єкт, відображає його основні характеристики і в достатній мірі повторює його властивості, але в деякій абстрактній формі, що відрізняється від реального існування цього об'єкту. Навіть процес пізнання навколишнього світу в значній мірі заснований на створенні моделей, схожих на об'єкти, що оточують людину. Люди використовували різні види моделей протягом всієї своєї практичної діяльності: від наскального живопису і дерев'яних ідолів до складних математичних моделей, котрі описують динаміку розвитку складних фізичних процесів.

Більшість науковців вважають, що побудова і відповідне використання моделі є одним з основних інструментів, що використовуються для вирішення найбільш складних завдань. Моделі можуть приймати різні форми. Найбільш загальноживаною і корисною з них є математична.

Математичне моделювання є одним із основних сучасних методів дослідження. Загалом під математичним моделюванням розуміється процес дослідження реальної системи, який включає побудову моделі, її дослідження та перенесення одержаних результатів на досліджувану систему.

Як зазначалося в статті [1, с. 245] метод математичного моделювання допомагає глибше усвідомлювати математичні знання, формувати здатність творчо мислити, послідовно міркувати та презентувати свої ідеї, краще розуміти зміст математичних понять, розвивати вміння застосовувати математичні знання до розв'язування прикладних задач, аналізувати результати та формулювати аргументовані узагальнення і висновки.

Математичне моделювання стає все більш значущим. Вітчизняні і зарубіжні дослідники знаходять його досить ефективним для вивчення різних явищ і процесів.

Для того щоб випускник будь-якого ВНЗ у своїй майбутній професійній діяльності зміло створював математичні моделі процесів з якими йому доводиться працювати і вдало їх використовувати, необхідно сформувати в нього ці вміння. Це кропітка і багаторічна праця, яка має розпочатись ще в початковій школі. Розглянемо, як впроваджується метод математичного моделювання в навчальний процес.

Математичне моделювання стало науковим методом і засобом пізнання навколишнього середовища ще у ХІХ столітті. Однак, ще не так давно, включення математичного моделювання в шкільну навчальну програму лише обмежувалося усвідомленням його необхідності. Ситуація змінилась у 1996 р. коли Г. П. Бевз у пробному підручнику з математики для 9 класу ввів розділ «Елементи прикладної математики», а в ньому окремих параграф «Математичне моделювання». Згодом цю тему почали вивчати всі дев'ятикласники і тривало це до 2016-2017 н. р. Наразі тема «Математичне моделювання» зникає з навчальної програми для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів (за новим Державним стандартом) у курсі алгебри 9-го класу, проте тепер поняття «математична модель» з'являється значно раніше (у 7 класі) і пронизує всю навчальну програму. Так, в 7 класі розділ «Функції» розпочинається з теми «Функціональна залежність між величинами як математична модель реальних процесів». Розділ «Лінійні рівняння та їх системи» завершується темою «Лінійні рівняння та їх системи як математичні моделі текстових задач». У 8 класі заключна тема розділу «Квадратні рівняння» «Квадратне рівняння як математична модель прикладної задачі». В 9 класі розділ «Квадратична функція» завершується темою «Система двох рівнянь з двома змінними як математична модель прикладної задачі». В пояснювальній записці навчальної програми для учнів 10-11 класів наголошується на систематичному застосуванні методу математичного моделювання протягом усього курсу.

Зрозуміло, що для якісного оволодіння знаннями, методами і прийомами і вміннями математичного моделювання учнями і студентами необхідним є наявність високоосвічених вчителів математики, підготовкою яких займаються педагогічні вузи. Даній проблемі присвятила своє дисертаційне дослідження Л. Л. Панченко [3]. Вона виділяє ряд завдань [4, с. 103], виконання яких дозволить підготувати такого вчителя математики, який би був спроможний впроваджувати ідеї і метод математичного моделювання в курс математики загальноосвітньої школи.

Н. В. Кугай та Є. М. Борисов стверджують, що математичне моделювання є засобом формування методологічної компетентності майбутнього вчителя математики.

Математичне моделювання набуло широкого застосування у політології. За допомогою математичного моделювання проводяться дослідження суспільно-політичної ситуації і формулюються стратегії політичної поведінки.

Для студентів географічного факультету викладається курс «Математичне моделювання в геоєкології». Мета якого, формування у студентів (насамперед фізичних географів та геоєкологів) здатності коректно і творчо застосовувати набуті після прослуховування курсу знання та навички при моделюванні факторів динаміки та стійкості

геосистем та власне екологічного стану геосистем і тенденцій його зміни, враховуючи відгуки систем на антропогенне навантаження.

Сьогодні математичні методи широко використовуються у біофізиці, біохімії, генетиці, імунології, епідеміології, фізіології, фармакології, медичному приладобудуванні, при створенні біотехнічних систем та ін. Розвиток математичних моделей та методів сприяє розширенню області пізнання в медицині, появі нових високоєфективних методів діагностики та лікування, створенню медичної техніки. За останні роки активне впровадження в медицину методів математичного моделювання і створення автоматизованих, в тому числі комп'ютерних, систем суттєво розширило можливості діагностики та терапії захворювань.

Все це свідчить про необхідність відповідних знань і вмінь математичного моделювання у студентів «політологів», «географів», «геоекологів», «медиків» та багатьох інших спеціальностей, тим більше технічних. Звичайно, що оволодіння методом математичного моделювання є необхідним для студентів технічних університетів.

**Висновки.** Сьогодні актуальним є створення посібників та збірників задач з математики для початкової, основної та старшої школи, педагогічних, технічних та інших вузів, в яких навчальний матеріал, що стосується математичного моделювання викладався б детальніше. Учні та студентів слід знайомити з сучасними підходами та методами математичного моделювання, урізноманітнювати системи прикладних задач відповідно до сучасних вимог, обов'язково враховуючи профілі навчання. Для цього необхідним є якісна підготовка педагогічних кадрів.

### Література

1. Катеринюк Г. Д. Педагогічні умови формування та розвитку здатності до математичного моделювання / Г. Д. Катеринюк // «Вища освіта України у контексті інтеграції до європейського освітнього простору». – К.: Гнозис, 2016. – С. 239-246
2. Матяш О. І. Модель системи методичної підготовки вчителя математики в педагогічному університеті/ О. І. Матяш // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: Зб. наук.праць. – Вип.27. – Київ-Вінниця, 2011. – С. 399-403.
3. Панченко Л. Л. Формування вмінь математичного моделювання в процесі навчання майбутніх учителів математики [Текст]: дис...канд. пед. наук: 13.00.02 / Л. Л. Панченко; Нац. пед. ун-т імені М. П. Драгоманова. – Київ, 2006. – 260 с.
4. Панченко Л. Л., Шаповалова Н.В. Цільові аспекти навчання студентів педагогічного університету математичного моделювання / Л.Л. Панченко, Н.В. Шаповалова // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі: Зб. наукових праць – К.:НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010. – № 6. – С. 101-108.

УДК 519.872

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ РАБОТЫ РАССЧЕТНОГО ОТДЕЛА СУПЕРМАРКЕТА МЕТОДОМ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ В СИСТЕМЕ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

**И.В. Левандовская**

Донбасская государственная машиностроительная академия, Краматорск  
e-mail: [vm.levandovskay@ukr.net](mailto:vm.levandovskay@ukr.net)

Современное производство требует от выпускников вузов большей самостоятельности, умения быстро принимать решения, не бояться личной ответственности. Основная цель высшей школы – подготовка специалиста, способного постоянно обновлять научные знания, являющегося профессионально мобильным и быстро адаптирующимся к переменам в социально-культурной сфере, системе управлений и организации труда в условиях рыночной экономики. Только такой специалист способен свободно ориентироваться в условиях финансово-экономического, правильно оценивать экономическую и политическую ситуацию и, как следствие, поддерживать и укреплять конкурентоспособность своего предприятия. И здесь навыки проведения анализа, знание методов математической оценки, компьютерных технологий с ней связанных, а также умение рассмотреть проблему в различных системах ограничений и сделать правильные, логически выверенные выводы.

В связи с этим самостоятельная работа студентов над прикладными экономическими задачами приобретает особую важность и значимость. Ведь ее цель – научить студентов проводить анализ экономических процессов, строить их адекватные математические модели, а также, проводя оценку этих моделей с помощью компьютерных технологий, делать правильные и исчерпывающие выводы. [1, с. 131]. Пример такой задачи для специальности «Системное моделирование» и рассмотрен в этой статье.

Общая постановка задачи. Магазин работает с  $t_1$  до  $t_2$  часов. Интенсивность потока покупателей определяется функцией  $\lambda(t) = -a(t - b)^2 + c$ . Количество кассиров, которые обслуживают покупателей, в течение дня может меняться от  $n_1$  до  $n_2$ . Среднее время обслуживания одного покупателя  $-t_{сред}$ . Длина очереди не должна

превышать  $m$  человек. Прибыль  $\Pi$ , которую получает магазин зависит от количества обслуженных покупателей, убытков  $E$ , от потерянных покупателями, и средств  $F$ , которые расходуются на работающих кассиров

$$\Pi = D * A - E * P_{отк} - F * n,$$

где  $n$  – количество работающих кассиров.

Рассмотрим процесс как марковский для каждого часа. Для этого интенсивность каждого часа работы рассматриваем, как среднее значение функции  $\lambda(t)$  на интервале  $(t_{i-1}; t_i)$ , напр., (7; 8).

Требуются:

1. Построить и разметить графы для всех случаев обслуживания (для каждого количества каналов отдельно).
2. Составить для каждого состояния систему уравнений Колмогорова в зависимости от параметра  $\lambda$ .
3. Вывести формулы  $P_0, A, P_{отк}$  в зависимости от параметра  $\lambda$ .
4. Составить таблицы значений прибыли для каждого количества работающих кассиров  $n$  по часам работы.
5. По результатам подсчетов, сделать вывод целесообразности количества кассиров в каждый час работы

Таблица 1

Оформление условия задачи

время		n				
$t_{i-1}$	$t_i$	$\lambda$	$P_0$	$A$	$P_{отк}$	$\Pi$

Данные для решения выбираются соответственно варианту.

Пример решения задачи. Магазин работает с 8 до 18 часов. Интенсивность потока покупателей определяется функцией  $\lambda(t) = -0,16(t - 18)^2 + 20$ . Количество кассиров, которые обслуживают покупателей, в течение дня может меняться от 1 до 3. Среднее время обслуживания одного покупателя – 10 мин. Длина очереди не должна превышать 3 человек. Тогда, согласно предложенной формуле прибыль, которую получает магазин

$$\Pi = 50A - 150P_{отк} - 200n.$$

1. Рассмотрим ситуацию, когда работает один кассир. Данная система массового обслуживания (СМО) имеет следующие параметры:  $n = 1$  – количество обслуживающих каналов,  $m = 3$  – количество мест в очереди,  $\mu = 6$  – интенсивность потока обслуживания,  $\lambda$  – интенсивность потока обслуживания, параметр, который определяется для каждого часа работы, как среднее значение функции  $\lambda(t)$ .

СМО может находиться в одном из следующих состояний:  $S_0$  – СМО свободна;  $S_1$  – кассир занят, очереди нет;  $S_2$  – кассир занят, в очереди 1 человек;  $S_3$  – кассир занят, в очереди 2 человека;  $S_4$  – кассир занят, в очереди 3 человека. Составим граф системы. (рис. 1)

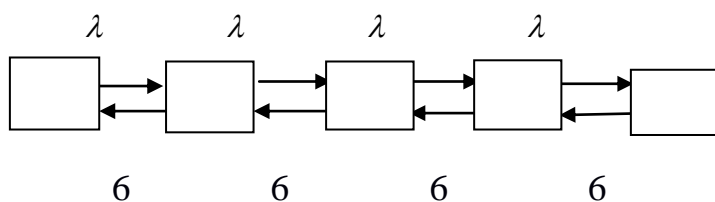


Рис. 1. Граф системи

Составим систему уравнений Колмогорова.

$$\begin{cases} \lambda p_0 = 6 p_1 \\ p_1(\lambda + 6) = \lambda p_0 + 6 p_2 \\ p_2(\lambda + 6) = \lambda p_1 + 6 p_3 \\ p_3(\lambda + 6) = \lambda p_2 + 6 p_4 \\ p_4 \lambda = 6 p_3 \end{cases} ;$$

добавив уравнение,  $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$  найдем характеристики СМО.

$$p_0 = \left( 1 + \frac{\lambda}{6} + \frac{\lambda^2}{36} + \frac{\lambda^3}{216} + \frac{\lambda^4}{1296} \right)^{-1} = \frac{1296(6 - \lambda)}{7776 - \lambda^5}; P_{отк} = P_4 = \frac{\lambda^4(6 - \lambda)}{7776 - \lambda^5};$$

$$Q = 1 - P_{отк} = \frac{7776 - 6\lambda^4}{7776 - \lambda^5}; A = \lambda Q = \lambda \frac{7776 - 6\lambda^4}{7776 - \lambda^5}.$$

2. Используя выведенные формулы, нужно составить программу расчетов прибыли при  $n = 1, 2, 3$  и напечатать сравнительную таблицу.

В таком случае хорошо видны интервалы оптимального использования различного количества касс: с 8 до 10 часов – одна касса, с 10 до 12 часов – две кассы, с 12 до 18 часов – три кассы.

Индивидуальные задания прикладного характера позволяют подобрать каждому студенту свой темп работы, объем изучаемого материала, методику контроля, дают широкие возможности педагогического стимулирования студентов в учебно-познавательной работе с учетом личностных особенностей и уровня знаний. Кроме того, они дают возможность студентам оценить важность и актуальность изучаемого предмета.

### Литература

1. Колесников С. О. Здійснення якісного аналізу однієї прикладної математичної моделі під час вивчення диференціальних рівнянь першого порядку / С.О. Колесников, І. В. Левандовська // Вісник Вінницького Політехнічного інституту: Зб. наук. праць. – Вінниця:ВНТУ, 2014. – No3. – С. 131-135.

УДК 441.51

## ПОСТРОЕНИЕ ДИСПЕРСНЫХ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ НОРМАЛЬНЫХ УПРУГИХ ВОЛН В ОРТОТРОПНЫХ ВОЛНОВОДАХ ТРЕУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

А.М. Литвин

Приазовский Государственный Технический Университет, Мариуполь  
e-mail: *anna.litvin@mail.ru*

Среди множества задач большое практическое применение имеют задачи о распространении упругих ультразвуковых волн, поскольку они широко используются в качестве средства передачи, преобразования и обработки сигнальной информации.

В данной работе предложена вариационная методика получения дисперсионных функций, которые описывают спектры гармонических нормальных упругих волн для волноводов, имеющих пространственное геометрическое строение в виде протяженных анизотропных призматических тел треугольного поперечного сечения с фиксированной боковой поверхностью. Материал рассматриваемых волноводов обладает симметрией упругих свойств орторомбической системы.

Преобразование исходного вариационного равенства для задачи о распространении нормальных волн по рассматриваемому волноводу осуществляется на основе введения разрешающей функции системы уравнений движения прямолинейно ортотропной упругой среды в перемещениях. Разрешающая функция вводится в виде разложений по базисной системе полиномиальных функций двух переменных, которые удовлетворяют заданным однородным условиям для упругих перемещений на граничных линиях треугольного сечения. Таким образом, искомая дисперсионная функция представляется в виде

$$F(x_1, x_2) = \frac{\omega_1^5 \omega_2^5 \omega_3^5}{((N+1)!)^3} \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N A_{ij} \varphi_{ij}$$

где  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  - левые части нормальных уравнений границ треугольника, полученного в поперечном сечении волновода,

В результате подынтегральное выражение вариационного соотношения представляется единственным слагаемым, имеющим полиномиальную аналитическую форму, и вариационное соотношение принимает вид:

$$\iint_{S_\Delta} \left( \tilde{L} \sum_{j=0}^{\infty} A_j \varphi_j \right) L_1 \varphi_k dx dy = 0,$$

где  $\tilde{L}, L_1$  - операторы, содержащие частные производные,  $\varphi_j$  - базисные функции,  $\varphi_k$  - выбранные в качестве вариаций базисные функции.

Получена бесконечная система линейных алгебраических уравнений, последующее решение которой дает коэффициенты  $A_j$  в разложении разрешающей функции по системе базисных функций. При этом сама искомая дисперсионная функция построена в форме редуцированного бесконечного определителя, элементы которого выражены в аналитическом виде и зависят от двух параметров: частоты и волнового числа нормальной волны.

Задача сводится к построению методики асимптотического и численного анализа дисперсионного определителя. В результате численного решения системы предъявленная методика реализована для волноводов с различным соотношением между высотой и основанием равнобедренного треугольника при постоянной площади, равной 1. Например, дисперсионные кривые для случая, когда основание треугольника в 2 раза больше высоты изображены на рис. 1, где горизонтальная ось соответствует волновому числу волны, а вертикальная – собственной частоте.

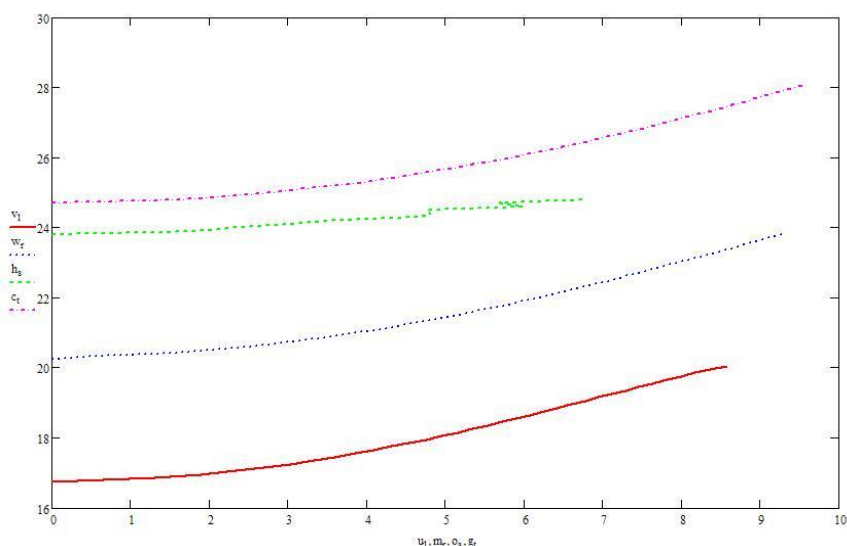


Рис. 1. Дисперсионные кривые

Из сравнения дисперсионных кривых следует, что при постоянной площади, чем больше основание, и соответственно меньше высота, равнобедренного треугольника, полученного в сечении бесконечного анизотропного призматического волновода из сегнетовой соли, тем большей собственной частотой, соответствующей нижней и другим модам, обладает нормальная волна, распространяющаяся по волноводу при одних и тех же значениях волнового числа  $k$ .

### Литература

1. Космодамианский А.С., Сторожев В.И. Динамические задачи теории упругости для анизотропных сред. – Киев: Наукова думка, 1985. – 176 с.
2. Микер Т., Мейтцлер А. Волноводное распространение в протяженных цилиндрах и пластинах // Физическая акустика / Под. ред. У. Мэзона. Часть 1А.– М.: Мир.– 1966.– С. 140–203.
3. Шульга Н.А., Болчисев А.М. Колебания пьезокристаллических тел. – Киев: Наукова думка, 1991.



УДК 441.20

**ФАЗОВЕ УКРУПНЕННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ СИСТЕМИ  
МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ С ЗАХИСТОМ**

**Н.В. Літвін**

Приазовський державний технічний університет, Маріуполь  
e-mail: litvin-nv@yandex.ua

Розглянемо систему масового обслуговування (СМО), яка складається з  $k$  різних робочих приладів та одного пристрою захисту, які функціонують незалежно. Функціонування робочих приладів описується процесами відновлення (ПВ) з часами відновлення  $\beta_i$ , що мають функції розподілу  $G_i(t) = P(\beta_i \leq t)$ ,  $i = \overline{1, k}$ . Функціонування пристрою захисту описується альтернувальним процесом відновлення з часом роботи  $\alpha_1$  і часом відновлення  $\alpha_0$ , які мають функції розподілу  $F_i(t) = P(\alpha_i \leq t)$ ,  $i = 0, 1$ . У випадку відмови якогось з робочих приладів пристрій захисту в робочому стані миттєво відновлює працездатність приладу, що відмовив. Якщо ж відмова сталася під час відновлення пристрою захисту, то система вважається такою, що вийшла з ладу (аварійна відмова).

Побудуємо напівмарковський прилад (ПМ), який замінить собою  $k$  різних робочих приладів та дослідимо доцільність та вартісну оцінку захисту. Щоб побудувати математичну модель ПМ приладу застосуємо процес марковського відновлення (ПМВ)  $\{\xi_n^0, \Theta_n^0, n \geq 0\}$  в дискретному фазовому просторі  $E = \{1, 2, \dots, k\}$ , який виходить за допомогою алгоритму стаціонарного фазового укрупнення процесу марковського відновлення, що описує суперпозицію  $k$  процесів відновлення [1]. Запишемо необхідні позначення та формули:

$$b_i = \int_0^{\infty} (1 - G_i(t)) dt, \quad \mu_i = \frac{1}{b_i}, \quad \mu^{(k)} = \sum_{i=1}^k \mu_i. \quad (1)$$

З урахуванням позначень (1) для стаціонарних величин перескоку  $\beta_i^*$  запишемо

$$\overline{G}_i^*(t) = \frac{1}{b_i} \int_t^{\infty} (1 - G_i(x)) dx = \mu_i \int_t^{\infty} \overline{G}_i(x) dx, \quad g_i^*(t) = \frac{1}{b_i} (1 - G_i(t)) = \mu_i \overline{G}_i(t), \quad (2)$$

$$\overline{G}_{(i)}^*(t) = \prod_{j \neq i} \overline{G}_j^*(t). \quad (3)$$

**Теорема 1.** ПМ прилад у стаціонарному режимі описується процесом марковського відновлення (ПМВ)  $\{\xi_n^0, \Theta_n^0; n \geq 0\}$  у кінцевому фазовому просторі станів  $E = \{1, 2, \dots, k\}$  півмарковським ядром  $Q(t) = [Q_{ij}(t); i, j = \overline{1, k}]$ , елементи якого обчислюються за формулами

$$Q_{ij}(t) = \mu_j \int_0^t \overline{G}_i(x) \overline{G}_j(x) \prod_{l \neq i,j} \overline{G}_l^*(x) dx, \text{ якщо } i \neq j, \quad (4)$$

$$Q_{ii}(t) = \int_0^t \overline{G}_{(i)}^*(x) dG_i(x), \text{ якщо } i = j. \quad (5)$$

Застосовуючи алгоритм стаціонарного фазового укрупнення до ПМВ  $\{\xi_n^0, \Theta_n^0; n \geq 0\}$  з ПМ ядром (4), (5), отримаємо простий ПВ з часом відновлення  $\Theta_k$ , який має функцію розподілу  $U^{(k)}(t) = P(\Theta_{(k)} \leq t)$  [1].

Позначимо  $m_{(k)} = M\Theta_{(k)} = \int_0^\infty \overline{U}^{(k)}(t) dt$ . У приведених позначеннях має місце теорема.

**Теорема 2.** *Функція розподілу  $U^{(k)}(t)$  часу відновлення  $\Theta_k$  приладу, який описує суперпозицію  $k$  незалежних ПВ, у стаціонарному режимі має вигляд*

$$U^{(k)}(t) = 1 - \overline{U}^{(k)}(t) = 1 - \sum_{i=1}^k \rho_i \overline{G}_i(t) \overline{G}_{(i)}^*(t), \quad (6)$$

де:  $\rho_i$  – стаціонарні ймовірності станів  $i \in E = \{1, 2, \dots, k\}$ , причому  $\rho_i = \mu_i / \mu^{(k)}$ ,  $\mu_i, \mu^{(k)}$  визначені в (1),  $\overline{G}_{(i)}^*(t)$  – в (3), а  $m_{(k)} = 1 / \mu^{(k)}$ .

Таким чином, отримали, що  $k$  різних приладів можна замінити одним напівмарковським приладом з часом відновлення  $\Theta_{(k)}$ , який має функцію розподілу  $U^{(k)}(t) = 1 - \overline{U}^{(k)}(t)$  вигляду (6), і для якого  $M\Theta_{(k)} = 1 / \mu^{(k)}$ .

Введемо до розгляду коефіцієнт надійності захисту системи  $r = a_0 / a_1$ ,  $0 < r < 1$ , де  $M(\alpha_0 \wedge \Theta_{(k)}) = a_0$ . Коефіцієнт  $r$  характеризує якість функціонування захисного пристрою. При зменшенні  $r$  надійність захисту системи збільшується. Отже для інтенсивності відмов  $\Lambda$  можна записати  $\Lambda = r\mu^{(k)}$ . Нехай вартість одного відновлення системи без захисту  $c_0$ . Тоді сумарна вартість експлуатації системи без захисту за одиницю часу буде  $c_0\mu^{(k)}$ , оскільки за час  $T$  кількість відновлень системи  $T / M\Theta_{(k)} = T\mu^{(k)}$ . Вартість експлуатації системи с захистом за одиницю часу  $c / r$ . Чим вище надійність захисного приладу, тим більша вартість системи обслуговування. Позначимо через  $z$  сумарну вартість експлуатації системи обслуговування с захистом за одиницю часу. Враховуючи штрафи за аварійне відновлення для  $z$  можна записати

$$z = \frac{c}{r} + c_0\Lambda = \frac{c}{r} + c_0r\mu^{(k)} = c_0 \left( \frac{c}{c_0r} + r\mu^{(k)} \right).$$

Якщо позначити  $\delta = c/c_0$ , то функція вартості  $z = c_0 \left( \frac{\delta}{r} + r\mu^{(k)} \right)$ .  
 Захист доцільний тільки в тому випадку, коли вартість експлуатації системи с захистом не перевищує вартості експлуатації системи без захисту (за одиницю часу), тобто  $z \leq c_0\mu^{(k)}$  – умова доцільності захисту. Її можна переписати у вигляді

$$\frac{\delta}{r} + r\mu^{(k)} \leq \mu^{(k)}, \text{ або } r^2\mu^{(k)} - r\mu^{(k)} + \delta \leq 0. \quad (7)$$

Нерівність (7) має розв'язок, якщо  $\mu^{(k)} \geq 4\delta$ . Останнє свідчить, що інтенсивність потоку заявок на відновлення системи пропорційна вартості експлуатації захисного приладу і обернено пропорційна вартості аварійного відновлення. Отже виходить, що для всіх значень  $r$  таких, що

$$\frac{\left( 1 - \sqrt{1 - 4\delta/\mu^{(k)}} \right)}{2} \leq r \leq \frac{\left( 1 + \sqrt{1 - 4\delta/\mu^{(k)}} \right)}{2},$$

захист має зиск.

Дослідимо функцію вартості  $z$  на екстремум і знайдемо оптимальну вартість експлуатації системи обслуговування с захистом. Із (7) виходить  $\mu^{(k)} - \frac{\delta}{r^2} = 0$ , звідки отримуємо, що  $r_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{\delta}{\mu^{(k)}}}$ , тож відповідне значення функції  $z$  має вигляд  $z_{\text{min}} = 2c_0\sqrt{\mu^{(k)}\delta} = 2\sqrt{cc_0\mu^{(k)}}$ . Вираз для  $r_{\text{опт}}$  можна записати у вигляді  $r^2_{\text{опт}} = \frac{c}{c_0\mu^{(k)}}$ , звідки  $c_0\mu^{(k)} = \frac{c}{r^2_{\text{опт}}}$ . Отже,  $z_{\text{min}} = \frac{2c}{r_{\text{опт}}}$ .  
 Останнє співвідношення показує, що підвищення надійності захисту приводить до росту вартості експлуатації всієї системи. Зважаючи на цю обставину не завжди слід прагнути до підвищення надійності захисного пристрою, бо необхідно враховувати при цьому вартість відновлення системи без захисту  $c_0$  (вартість аварійного відновлення).

### Література

1. Королюк, В. С. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем [Текст] / В. С. Королюк, А. Ф. Турбин – К. : Наук. думка, 1982. – 235 с.
2. Королюк, В. С. Математические основы фазового укрупнения [Текст] / В. С. Королюк, А. Ф. Турбин – К. : Наук. думка, 1978. – 248 с.
3. Літвін Н.В. Напівмарківський прилад для багатоканальної системи обслуговування. [Текст] : матеріали XII междунар. заочної науч.-практ. конф. «Развитие науки в ХХІ веке», 16 апреля 2016 г. Харьков / сборник со статьями, 1 часть (уровень стандарта, академический уровень). – Д.: научно-инф. центр «Знание», 2016. – С. 44 – 50.

**УДК 539.3**  
**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-  
ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПРУЖНОЇ КУСОЧНО-ОДНОРІДНОЇ  
АНІЗОТРОПНОЇ ПРЯМОКУТНОЇ ДЕТАЛІ НЕСИМЕТРИЧНОЇ  
СТРУКТУРИ**

**О.В. Лупаренко**

ДВНЗ «Приазовський державний технічний університет», м. Маріуполь  
*e-mail: luparenko\_elena@bk.ru*

В інженерних розрахунках на міцність спостерігається припущення про ізотропію фізико-механічних властивостей матеріалів, з яких виготовлено деталь. У більшості випадків це припущення слід визнати правомірним. Однак у сучасних конструкціях для виготовлення деталей використовуються й анізотропні матеріали, у яких спостерігається велика відмінність в пружних властивостях для різних напрямків. Оскільки урахування анізотропії істотно ускладнює міцнісний розрахунок, виникають питання про дослідження впливу міри анізотропії матеріалів на досліджувані динамічні ефекти при різних геометричних і структурних параметрах.

З дослідженням динамічних процесів в анізотропних неоднорідних пружних середовищах пов'язано також багато теоретичних та прикладних проблем акустичної дефектоскопії, гірничої механіки, сейсмології.

Крайові ефекти в анізотропних матеріалах досліджуються в основному в рамках континуального підходу. Застосування різних методів розв'язання задач визначення крайових ефектів в більшості випадків зводиться до аналізу коренів характеристичних рівнянь і побудови відповідних рішень, які мають затухаючий характер. Отримані таким способом результати часто дають лише крайні оцінки для параметрів загасання крайових ефектів, залишаючи відкритим питання про розподіл напружень у зоні крайового ефекту і про геометрію зони.

Крім того особливу увагу потрібно приділити дослідженню впливу фактору несиметричності структури перетину тіла на особливості хвильового поля.

Метою дослідження є розробка методу визначення й дослідження напружено-деформованого стану тіл, що моделюють елементи конструкцій, при деформації.

Основний алгоритм, який застосовується для розв'язку задачі, це модифікований метод суперпозиції [1,2].

Нехай перетин поперечно-неоднорідної пружної анізотропної деталі займає в системі координат  $\alpha_1 O \alpha_2$  область  $D = G^{(1)} \cup G^{(1)}$  (рис. 1), де області  $D^{(m)}$  зварені одна з одною, у загальному випадку анізотропні, мають різні пружні сталі та визначаються нерівностями:

$$D = \{(\alpha_1, \alpha_2) : -c \leq \alpha_1 \leq a; |\alpha_2| \leq b\},$$

$$G^{(1)} = \{(\alpha_1, \alpha_2) : -c \leq \alpha_1 < 0; |\alpha_2| \leq b\}; G^{(2)} = \{(\alpha_1, \alpha_2) : 0 \leq \alpha_1 \leq a; |\alpha_2| \leq b\},$$

де  $\alpha_i$  - декартові координати,  $a, b, c$  - сталі.

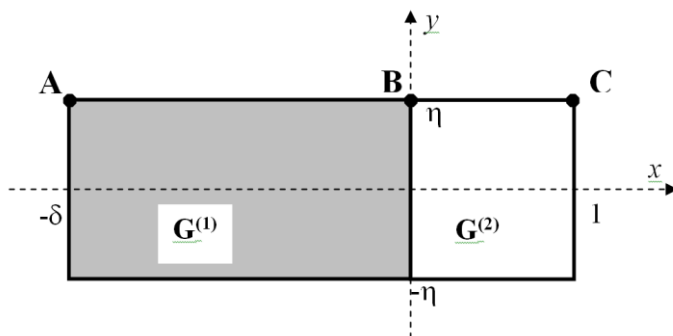


Рис.1 Геометрія області

Нехай на кордоні області задане нормальне самоврівноважене навантаження інтенсивності  $q_1(\alpha_2)$  та  $q_2(\alpha_1)$  відповідно, що гармонійно змінюється у часі з частотою  $\omega$ . Об'єктом дослідження будуть хвильові рухи, які повністю характеризуються двовимірним полем у площині.

Для опису поведінки деталі використовуємо рівняння руху суцільного середовища, що записані у безрозмірних координатах та функціях:

$$\begin{cases} C_{11}^{(m)} U_{1,11}^{(m)} + U_{1,22}^{(m)} + (C_{12}^{(m)} + 1)U_{2,12}^{(m)} + [\Omega^{(m)}]^2 U_1^{(m)} = 0 \\ (C_{12}^{(m)} + 1)U_{1,12}^{(m)} + U_{2,11}^{(m)} + C_{22}^{(m)} U_{2,22}^{(m)} + [\Omega^{(m)}]^2 U_2^{(m)} = 0 \end{cases}$$

де  $U_{\beta}^{(m)} = \frac{\tilde{U}_{\beta}^{(m)}}{a}$ ,  $C_{\alpha\beta}^{(m)} = \frac{C_{\alpha\beta}^{(m)E}}{C_{66}^{(m)E}}$ ,  $f_{,1} = \frac{\partial f}{\partial x}$ ,  $f_{,2} = \frac{\partial f}{\partial y}$ ,  $[\Omega^{(m)}]^2 = \frac{a^2 \omega^2 \rho^{(m)}}{C_{66}^{(m)E}}$ ,  $\rho^{(m)}$  –

щільність області  $G^{(m)}$ ,  $\tilde{U}_{\beta}^{(m)}$  – амплітудні компоненти вектора переміщень,  $\beta = 1, 2; m = 1, 2$ .

Граничні умови задачі мають вигляд:

Область  $G^{(1)} = \{(x, y) : -\delta \leq x < 0; |y| \leq \eta\}$ :

$$\sigma_{11}^{(1)}(-\delta, y) = q_1^{(1)}(y), \quad \sigma_{12}^{(1)}(-\delta, y) = 0 \quad \text{при } x = -\delta, |y| \leq \eta$$

$$\sigma_{22}^{(1)}(x, \pm\eta) = q_2^{(1)}(x), \quad \sigma_{12}^{(1)}(x, \pm\eta) = 0 \quad \text{при } -\delta \leq x < 0, y = \pm\eta$$

Область  $G^{(2)} = \{(x, y) : 0 \leq x < 1; |y| \leq \eta\}$ :

$$\sigma_{11}^{(2)}(1, y) = q_1^{(2)}(y), \quad \sigma_{12}^{(2)}(1, y) = 0, \quad \sigma_{1\gamma}^{(2)}(0, y) = r_{21} \sigma_{1\gamma}^{(1)}(0, y),$$

$$U_{\gamma}^{(1)}(0, y) = U_{\gamma}^{(2)}(0, y) \text{ при } x = 1, |y| \leq \eta;$$

$$\sigma_{22}^{(2)}(x, \pm\eta) = q_2^{(2)}(x), \quad \sigma_{12}^{(2)}(x, \pm\eta) = 0 \text{ при } 0 \leq x < 1, y = \pm\eta,$$

де  $\gamma = 1, 2$ ,  $x, y, \eta$  – безрозмірні координати та геометричний параметр, що введені за формулами:  $x = \alpha_1/a$ ,  $y = \alpha_2/a$ ,  $\eta = b/a$ .

Для розв'язку задачі застосуємо метод суперпозицій [2]. Замість сукупності початкових граничних умов, розглядаються допоміжні граничні умови, які зазвичай не відповідають початковій задачі, але дозволяють аналітично визначити довільні сталі у загальному розв'язку. У правих частинах допоміжних граничних умов будуть стояти невідомі функції  $f_1(y), f_2(x), f_3(y), f_4(\tilde{x}), \phi_1(y)$ , які визначають переміщення і дотичні напруження на границі розподілу середовищ й на зовнішній границі області.

Повернення до початкової задачі призводить до системи інтегральних рівнянь (СІР) відносно введених допоміжних функцій. Дослідження поведінки розв'язку СІР у кутових точках областей  $G^{(m)}$  дозволяє визначити асимптотику коефіцієнтів Фур'є шуканих функцій, яка визначається показником локальної особливості  $\lambda$ , та вдало підібрати координатні функції у методі Бубнова-Гальоркіна.

Параметр локальної особливості дає можливість ефективно оцінити концентрацію динамічних напружень в околі сингулярних точок границі, що обумовлює міцнісні характеристики усєї області.

В результаті стає можливим звести СІР до нескінченної системи алгебраїчних рівнянь для визначення коефіцієнтів Фур'є допоміжних функцій. А так як усі механічні характеристики задачі представлені через них, то у ході розв'язку отримаємо вирази для динамічних переміщень та напруг через коефіцієнти Фур'є введених допоміжних функцій.

Таким чином, незважаючи на складну геометрію, анізотропію та несиметрію області, запропонований метод дає можливість отримати усі динамічні характеристики задачі, завдяки проведенню асимптотичного аналізу поведінки допоміжних функцій в околі сингулярних точок границі.

### Література

1. Белоконь А.В. Об одном методе решения задач теории упругости для тел конечных размеров / А.В. Белоконь // Докл. АН СССР. – 1977. – Т. 233, №1. – С. 56-59.
2. Вовк Л.П. Динамические задачи для тел сложной структуры / Л.П. Вовк. – Ростов-на-Дону: Ростовский гос. строит. ун-т, 2003. – 169 с.
3. Гринченко В.Т. Гармонические колебания и волны в упругих телах / В.Т. Гринченко, В.В. Мелешко. – Киев: Наук. думка, 1981. – 283 с.

## УДК 342.3 МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК МЕТОД РОЗВИТКУ ТВОРЧОЇ ОСОБИСТОСТІ

**О.М. Мирошниченко**

Костянтинівська загальноосвітня школа І-ІІІ ступенів № 16 Костянтинівської міської ради Донецької області, Костянтинівка  
*e-mail: x5800@yandex.ua*

Проблемі реалізації прикладної спрямованості навчання математики узагальноосвітній школі присвячені дослідження Г. П. Бевза, Л. М. Вивальнюка, Ю. В. Горошка, А. М. Гнеденка, О. С. Дубінчук, М. І. Жалдака, В. М. Лейфури, З. І. Слєпкань, О. І. Скафи, Л. О. Соколенко, Л. М. Фрідмана, І. М. Шапіро, В. О. Швеця, М. І. Шкіля та ін. Аналіз наукових досліджень фундаторів математичного моделювання та практичного стану проблеми свідчить про те, що математичне моделювання необхідно розглядати як один з параметрів, за якими можна було б оцінити внесок математики в розвиток особистості учня.

Для того, щоб учні оволоділи ідеями і методами сучасної математики, необхідно ввести їх у зміст навчання у доступному вигляді, оскільки краще усвідомлюється лише той зміст навчального матеріалу, який є предметом цілеспрямованої активності суб'єкта.

Актуальною залишається проблема відбору змісту особистісно-орієнтованої математичної освіти та питання формування понять математична модель та математичне моделювання в процесі евристичного навчання. Під час побудови математичної моделі прикладної задачі звичайно виникає потреба побудови математичних моделей реальних об'єктів, про які йдеться в задачі. Математичні моделі реального процесу або об'єкта можуть бути подані у вигляді формули, математичного малюнка, математичного твердження, геометричної фігури, пропорції тощо. У реальному житті є багато задач, які, на перший погляд, не мають між собою нічого спільного. Але часто для їх розв'язання можна використовувати одну й ту саму математичну модель. Отже, вміння працювати з однією математичною моделлю дає можливість розв'язувати різні прикладні задачі. Навчання учнів самостійно здійснювати дослідження, використовувати нестандартні підходи до розв'язування задач сприяє результативному та ефективному процесу формування творчого мислення учня, підвищення навчально-пізнавальної діяльності.

Результати анкетування школярів "Що таке модель і моделювання?". З метою виявлення знань учнів про моделювання і моделі проведено анкетування. Результати якого показали, що переважна більшість учнів, не давши чіткого визначення, вказали лише на моделі геометричних тіл; моделювання вони визначали як процес побудови таких моделей. Відповідаючи на питання «Де і для чого використовується моделювання?»,

учні знову-таки посилалися на ті ж моделі геометричних тіл. На питання "Яка роль моделювання в науці?" діти або зовсім не змогли дати відповіді, або обмежувалися визначенням ролі моделей як наочних образів. Як бачимо, уявлення школярів про модель і моделювання досить нечіткі і обмежені. Природно, виникає питання: а чи потрібно давати їм більш ясні і правильні уявлення про моделювання і моделі? Чи потрібно включати ці поняття в зміст навчання? Можливо, буде достатньо того, що школярі вивчають самі моделі, засвоюють їх сутність? Для того, щоб учні оволоділи моделюванням як методом наукового пізнання, недостатньо лише познайомити їх з науковим трактуванням понять моделі та моделювання, недостатньо лише демонструвати їм різні моделі і показувати процес моделювання окремих явищ і процесів. Треба, щоб школярі самі будували моделі, самі вивчали якісь об'єкти, явища за допомогою моделювання. Можливості для такого дієвого оволодіння моделюванням є в шкільних курсах математики, фізики, хімії та інших навчальних предметах. Коли учні, вирішуючи практичну (сюжетну) математичну або фізичну задачу, розуміють, що вона являє собою знакову модель реальної ситуації, складають послідовність різних її моделей, потім вивчають ці моделі і, нарешті, переводять отримане рішення на мову вихідного завдання. Таким чином школярі опановують метод моделювання. При використанні математичного моделювання в процесі розв'язання текстових завдань можна відзначити кілька рівнів навчання (у порядку наростання складності):

1. Навчання «мови», на якій буде вестися моделювання (вивчення теорії і розв'язання системи вправ, спрямованих на її закріплення).
2. Навчання «перекладу» реальної ситуації на дану математичний мову.
3. Навчання вибору істотних змінних і побудови схеми їх взаємозв'язків.
4. Навчання складання математичних виразів, реально існуючих відношень і зв'язків (зокрема складання рівняння за умовою задачі).
5. Навчання математично виражених відносин і зв'язків, тлумаченню отриманої відповіді.
6. Навчання дослідженню отриманого рішення (зокрема найпростішим навичкам самоконтролю).

Очевидно, що учень, який володіє в певній мірі методом моделювання порівняно з тим, хто цим методом не володіє, буде успішніше розв'язувати завдання методом складання рівняння. Розібравшись з умовою, він просто переведе його математичною мовою, побудує математичну модель цієї задачі: введе змінну, запише з її допомогою всі існуючі в завданні співвідношення і складе математичний вираз, що зв'яже їх (рівняння, нерівність, систему рівнянь або нерівностей з однією або кількома змінними). Потім йому залишиться тільки знайти значення змінної, при яких вираз перетворюється на справжню числову рівність, і перевірити, які з них відповідають умовам задачі. Для розвитку навичок у цьому напрямку пропоную наступні завдання: Переведіть



математичною мовою умови даного завдання, побудуйте можливі математичні моделі. (Учневі необхідно заповнити другу частину табл. 1)

Таблиця 1

*Математичні моделі*

Задачная ситуація	Математическая модель
Швидкість першого тіла дорівнює швидкості другого тіла.	$x = y$
Швидкість першого тіла більше швидкості другого тіла на 2 км/г.	а) $x - y = 02$ б) $x - 2 = y$ в) $x = y + 2$
Швидкість першого тіла менше швидкості другого тіла на 3 км/г.	а) $x + 3 = y0$ б) $x = y - 3$ в) $y - x = 3$
Швидкість першого тіла в два рази більше швидкості другого тіла.	а) $x = 2y$
Якщо перше тіло збільшить свою швидкість на 2 км/ч, а друге зменшить свою швидкість в 3 рази, то їхні швидкості будуть рівні.	$x + 2 = y / 3$
Якщо перше тіло зменшує швидкість на 5 км/г, то за 3 години воно пройде ту ж відстань, що друге тіло за 4 години.	$(x - 5) \cdot 3 = 4y$

Модельне рішення пов'язане з більшою частиною змістових ліній шкільного курсу математики і тому представляє особливу цінність у справі навчання розв'язанню власне математичних задач. Рішення текстових завдань дозволяє розвивати такі особистісні компетентності: навчально-пізнавальні (забезпечується, напр., різноманітністю фабули завдань і змістовним коментарем учителя), комунікативні (забезпечується добором нестандартних оригінальних завдань, підтриманням інтересу до вирішення і складання завдань), емоційно-вольові (забезпечується створенням і підтримкою творчої атмосфери під час розв'язання завдань, роз'ясненням необхідності і наполегливості в досягненні поставленої мети), ціннісні (забезпечується формуванням уявлень про неприпустимість списування, підказок, про добротність своєчасно наданої допомоги товаришеві).

**Література**

1. Бабич О. Г. Вимоги до змісту прикладних задач під час вивчення рівнянь та нерівностей, їх дидактична роль. К: Нац. пед. ун-т ім. М.П. Драгоманова.
2. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики: Кн. для учителя. - М.: Просвещение, 1990. - 96 с.
3. Швець В.О., Прус А.В. Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії: Навчальний посібник. - Житомир:
4. Колягин Ю.М., Пикан В. О прикладной и практической направленности обучения математике // Математика в школе. - 1985. – №6. – С. 27-32.
5. Возняк Г., Возняк О. Прикладні задачі: від теорії до практики. - Тернопіль: Мандрівець, 2003 – 136 с.

**УДК 517.5**  
**НАБЛИЖЕННЯ АНАЛІТИЧНИХ ПЕРІОДИЧНИХ**  
**ФУНКЦІЙ ПОВТОРНИМИ СУМАМИ ВАЛЛЕ ПУССЕНА**

**О.О. Новіков<sup>1</sup>, О.Г. Ровенська<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет», Слов'янськ  
*e-mail: sgpi@slav.dn.ua*

<sup>2</sup>Донбаська державна машинобудівна академія, Краматорськ  
*e-mail: rovenskaya.olga.math@gmail.com*

Роботу присвячено дослідженню питань наближення в рівномірній метриці періодичних аналітичних функцій дійсної змінної тригонометричними поліномами, що породжуються повторним застосуванням методу підсумовування Валле Пуссена.

Нехай  $L$  — множина сумовних  $2\pi$ -періодичних функцій,  $f \in L$  і

$$S[f] = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k(f; x)$$

ряд Фур'є функції  $f$ ;  $a_0(f)$ ;  $a_k(f)$ ;  $b_k(f)$ ;  $k \in \mathbb{N}$  — коефіцієнти Фур'є функції  $f$ :

Найбільш простим і разом із тим найбільш природним прикладом лінійного процесу апроксимації неперервних періодичних функцій дійсної змінної може служити наближення цих функцій елементами послідовностей частинних сум ряду Фур'є  $S_n(f; x)$ . Проте, як добре відомо, послідовності частинних сум Фур'є не є рівномірно збіжними на всьому класі  $C$  неперервних  $2\pi$ -періодичних функцій. У зв'язку із цим значну кількість робіт цього напрямку присвячено вивченню апроксимативних властивостей інших методів наближення, які для функції  $f$  породжуються певними перетвореннями частинних сум її ряду Фур'є та дозволяють побудувати послідовності тригонометричних поліномів, які рівномірно збігалися б для кожної функції  $f \in C$ . Суми Фейера  $\sigma_n(f; x)$  функції  $f(x)$  є середніми арифметичними перших  $n$  частинних сум Фур'є цієї функції. Як відомо, послідовність поліномів  $\sigma_n(f; x)$  рівномірно збігається до своєї функції для будь-якої  $f \in C$ . Суми Валле Пуссена

$$V_{n,p}(f; x) = \frac{1}{p} \sum_{k=n-p}^{n-1} S_k(f; x).$$

є певним узагальненням сум  $\sigma_n(f; x)$  і мають апроксимативні властивості істотно залежні від параметра  $p$ . Тригонометричні поліноми,

що породжуються повторним застосуванням методу підсумовування Валле Пуссена

$$V_{n,p}^{(2)}(f;x) = \frac{1}{p_1} \sum_{k=n-p_1}^{n-1} V_{k+1,p_2}(f;x) = \frac{1}{p_1 p_2} \sum_{k=n-p_1}^{n-1} \sum_{m=k-p_2+1}^k S_m(f;x)$$

являють собою подальше узагальнення класичних методів Фур'є, Валле Пуссена та Фейєра. При певному виборі параметрів  $p_1$  та  $p_2$  ці поліноми збігаються з сумами  $S_n(f; x)$ ;  $V_{n;p}(f; x)$  і  $\sigma_n(f; x)$ : Роботу присвячено вивченню апроксимативних властивостей таких методів наближення.

Значну кількість методів наближення можна подати у вигляді лінійних середніх рядів Фур'є, які породжуються нескінченними трикутними матрицями таким чином. За допомогою нескінченної трикутної матриці чисел  $\Lambda = \|\lambda_k^{(n)}\|$ ,  $k, n = 1, 2, \dots$   $\lambda_k^{(n)} = 0$ ,  $k \geq n$ . кожній функції  $f \in L$  можна поставити у відповідність послідовність тригонометричних поліномів

$$U_n(f; x; \Lambda) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} \lambda_k^{(n)} (a_k \cos kx + b_k \sin kx).$$

Нехай далі  $(k)$  — довільна функція натурального аргументу і  $\beta$  — фіксоване дійсне число. Множина неперервних функцій  $f(x)$ , для яких ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\psi(k)} (a_k \cos(kx + \frac{\beta\pi}{2}) + b_k \sin(kx + \frac{\beta\pi}{2}))$$

є рядом Фур'є деякої функції  $f_{\beta}^{\psi}$ , позначається  $C_{\beta}^{\psi}$ . Якщо функція  $f_{\beta}^{\psi}$  майже скрізь обмежена, або належить класу  $H_{\omega}$ , то множини таких функцій позначають  $C_{\beta, \infty}^{\psi}$  і  $C_{\beta}^{\psi} H_{\omega}$  відповідно.

Позначимо символом  $D_q$  множину послідовностей  $\psi(k)$ ;  $k \in \mathbb{N}$ ; для яких має місце співвідношення

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\psi(k+1)}{\psi(k)} = q, q \in (0; 1).$$

У цьому випадку множини  $C_{\beta, \infty}^{\psi}$  і  $C_{\beta}^{\psi} H_{\omega}$  складаються з  $2\pi$ -періодичних функцій, що дозволяють продовження до функцій  $F(z) = F(x+iy)$ ; аналітичних у смузі  $|\Im z| < \ln 1/q$ . Важливим прикладом

таких класів функцій є класи неперервних  $2\pi$ -періодичних функцій  $f(x)$ , які можна подати у вигляді згортки

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f_{\beta}^{\psi}(x+t) \sum_{k=1}^{\infty} q^k \cos(kt + \frac{\beta\pi}{2}) dt.$$

В цьому випадку класи  $C_{\beta,\infty}^{\psi}$  і  $C_{\beta}^{\psi}H_{\omega}$  позначаються  $C_{\beta,\infty}^q$  і  $C_{\beta}^qH_{\omega}$  відповідно і називаються класами інтегралів Пуассона (див., напр., [1]). Детально ознайомитися з історією дослідження питань наближення класів аналітичних функцій лінійними методами можна у роботах [2, 3].

**Теорема.** Нехай  $\psi(k) \in D_q$ ,  $q \in (0; 1)$ ,  $\psi(k) > 0$ ,  $\beta \in \mathbb{R}$  і  $\omega(t)$  — довільний модуль неперервності. Тоді при  $n - \Sigma p \rightarrow \infty$ ,  $\Sigma p = p_1 + p_2$  мають місце формули

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(C_{\beta,\infty}^{\psi}; V_{n,\bar{p}}^{(2)}) &= \frac{8\psi(n - \Sigma_{\bar{p}} + 2)}{\pi p_1 p_2 (1+q)^3} \Pi\left(\frac{4q}{(1+q)^2}; \frac{2\sqrt{q}}{1+q}\right) + \\ &+ O(1)\psi(n - \Sigma_{\bar{p}} + 2) \left( \frac{1}{p_1 p_2 (n - \Sigma_{\bar{p}})(1-q)^4} + \frac{q^{p_1-1} + q^{p_2-1}}{p_1 p_2 (1-q)^3} + \frac{\varepsilon_{n-\Sigma_{\bar{p}}}}{(1-q)^2} \right) \\ \mathcal{E}(C_{\beta}^{\psi}H_{\omega}; V_{n,\bar{p}}^{(2)}) &= \frac{4\psi(n - \Sigma_{\bar{p}} + 2)}{\pi^2 p_1 p_2 (1+q)^3} \Pi\left(\frac{4q}{(1+q)^2}; \frac{2\sqrt{q}}{1+q}\right) e_{n-\Sigma_{\bar{p}}}(\omega) + O(1)\psi(n - \Sigma_{\bar{p}} + 2) \times \\ &\times \left( \frac{\omega((n - \Sigma_{\bar{p}})^{-1})}{p_1 p_2 (n - \Sigma_{\bar{p}})(1-q)^5} + \frac{q^{p_2-1}\omega((n - p_1)^{-1}) + q^{p_1-1}\omega((n - p_2)^{-1})}{p_1 p_2 (1-q)^3} + \frac{\varepsilon_{n-\Sigma_{\bar{p}}}\omega((n - \Sigma_{\bar{p}})^{-1})}{(1-q)^2} \right) \end{aligned}$$

де  $\Pi(n; k)$  — повний еліптичний інтеграл третього роду,

$$e_{n-\Sigma_{\bar{p}}}(\omega) = \theta_n(\omega) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \omega(2\tau(n - \Sigma_{\bar{p}})^{-1}) \sin \tau d\tau, \quad \varepsilon_{n-\Sigma_{\bar{p}}} = \sup_{k \geq n - \Sigma_{\bar{p}}} \left| \frac{\psi(k+1)}{\psi(k)} - q \right|,$$

$\Theta_n(\omega) \in [1=2;1]$ , причому  $\Theta_n(\omega)=1$ , якщо  $\omega(t)$  — опуклий модуль неперервності,  $O(1)$  — величина, рівномірно обмежена щодо  $n, q, \beta, p_1, p_2$  і  $\psi(k)$ .

### Література

1. Степанец А.И. Приближения суммами Фурье и наилучшие приближения на классах аналитических функций / А.И. Степанец, А.С. Сердюк // Укр. мат. журн. — 2000. — Т. 52, № 3. — С. 375–395.
2. Новиков О.А. Приближение классов интегралов Пуассона  $r$ -повторными суммами Валле Пуссена / О.А. Новиков, О.Г. Ровенская // Вісник Одеськ. нац. ун-ту. Матем. і мех. — 2014. — Т. 19, Вип. 3(23). — С. 14–26.
3. Рукасов В.И. Приближение суммами Валле Пуссена классов аналитических функций / В.И. Рукасов // Укр. мат. журн. — 2003. — Т. 55, № 6. — С. 806–816.

**УДК 531.396, 534.011**  
**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ГАРПУНА, КИНУТОГО**  
**ВЕРТИКАЛЬНО ВГОРУ**

**А.М. Обухов, В.О. Паламарчук, В.С. Булига**

Донбаська державна машинобудівна академія, Краматорськ,  
*e-mail: vm@dgma.donetsk.ua*

У загальному курсі вищої математики, який вивчають студенти технічних спеціальностей, тема „диференціальні рівняння” має традиційні застосування з геометрії, фізики, електротехніки, хімії та інше[1].

Поява у навчальних програмах спеціальності ІСПР (Інтелектуальні системи прийняття рішень) окремих дисциплін „диференціальні рівняння” та „рівняння математичної фізики” дала можливість осучаснити ці курси за рахунок задач механіки, які є актуальними у технічному ВИШі.

Авторами проведені дослідження декількох задач механіки [2-5]. Дослідження виконані при єдиному підході до цих задач. Вихідними взяті рівняння Бернуллі або рівняння Лагранжа з відповідними початковими та граничними умовами, з яких отримані і розв’язані звичайні диференціальні рівняння.

Ціллю статті є продовження формування бази задач механіки і уніфікація методів їх розв’язання на прикладі задачі руху гарпуна.

Нехай гарпун масою  $m_0$ , до кінця якого прикріплена гнучка нерозтяжна вагома нитка погонною щільністю  $\rho_0$ , починає рух вертикально вгору з початковою швидкістю  $V_0$ . Позначимо  $x(t)$  - переміщення,  $\dot{x}(t)$  - швидкість гарпуна у момент часу  $t$ .

Використовуючи рівняння Лагранжа другого роду

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial \Pi}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

отримали рівняння Бернуллі:

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\alpha}{1 + \alpha x} V(x) = -\frac{g}{V(x)}, \quad (2)$$

Використовуючи початкові умови: при  $t = 0$   $X(0) = 0$ ;  $V(0) = V_0$ , знайдемо загальний розв’язок рівняння:

$$V(x) = \sqrt{\frac{V_0^2 + \frac{g}{\alpha} - \frac{g}{\alpha}(1 + \alpha x)^2}{1 + \alpha x}} \quad (3)$$

Прирівнюючи  $V(x)$  до нуля, знайшли найбільшу висоту підйому гарпуна, яку можна обчислити за формулою

$$x^* = \frac{V_0^2 \left( \sqrt{1 + \frac{\alpha V_0^2}{g}} + 1 \right)^{-1}}{g} \quad (4)$$

Відокремлюючи змінні в диференціальному рівнянні (3) (відносно  $x(t)$ ) і інтегруючи, отримуємо формулу для обчислення часу, за яке гарпун досягне висоти  $x^*$ .

$$t^* = \int_0^{x^*} \frac{1 + \alpha x}{\sqrt{V_0^2 + \frac{g}{\alpha} - \frac{g}{\alpha}(1 + \alpha x)^2}} dx \quad (5)$$

Ввівши безрозмірні величини висоти  $\eta$  та часу  $\tau^*$ , побудували графіки залежності  $\eta$  та  $\tau^*$  від  $V_0$  при різних значеннях  $\alpha = \frac{\rho_0}{m_0}$

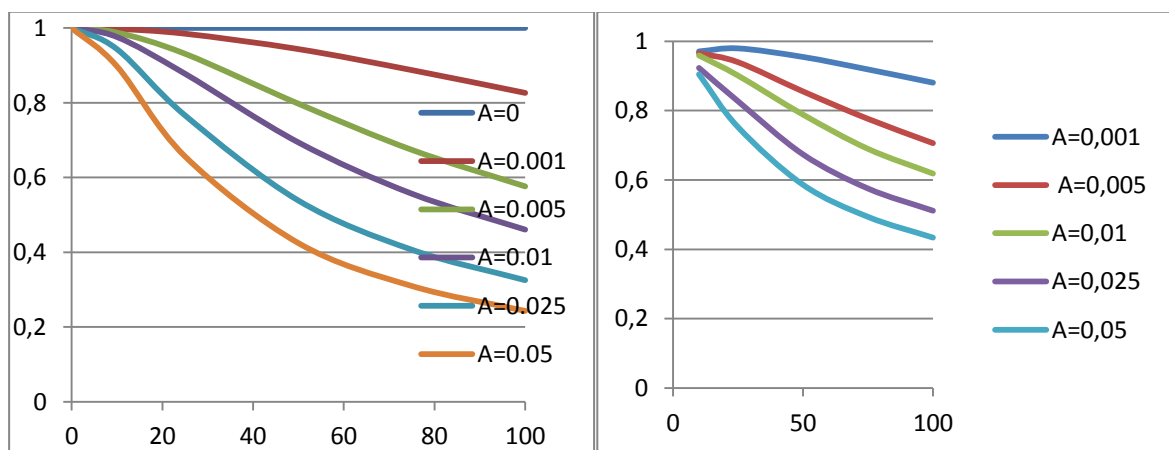


Рис. 1. Графіки залежності безрозмірних величин висоти  $\eta$  та часу  $\tau^*$  від  $V_0$  при різних значеннях  $\alpha = \frac{\rho_0}{m_0}$ .

На другому етапі дослідили рух гарпуна в середовищі, сили опору якого пропорційні квадрату швидкості перемещення.

Сили опору:  $F_{1c} = k_1 \dot{x}^2$  - сила, що діє на масу гарпуна;  $F_{2c} = k_2 x \cdot \dot{x}^2$  - розподілена сила, що діє на нитку.

В цьому випадку диференціальне рівняння руху можна записати у вигляді:

$$\ddot{x} + \frac{1}{2} \frac{\alpha \left( 1 + \frac{2k_1}{\rho_0} + \frac{2k_2}{\rho_0} x \right)}{1 + \alpha x} \dot{x}^2 = -g, \quad (6)$$

Розв'язавши це диференціальне рівняння відносно функції  $V(x) = \dot{x}(t)$  - швидкості руху гарпуна. Отримали

$$V(x) = \sqrt{\frac{V_0^2 - 2g \int_0^x (1 + \alpha\xi)^{2b} e^{\frac{2k}{\rho_0}\xi} d\xi}{(1 + \alpha x)^{2b} e^{\frac{2k_2}{\rho_0}x}}} \quad (7)$$

Припустивши у рівності (7)  $V(x^*) = 0$ , знайдемо рівняння для знаходження найбільшої висоти підйому гарпуна  $x^*$ .

$$\int_0^{x^*} (1 + \alpha\xi)^2 e^{\frac{2k}{\rho_0}\xi} d\xi = \frac{V_0^2}{2g}, \quad (8)$$

та формулу для обчислення часу, за який гарпун досягне висоти  $x^*$ .

$$t^* = \int_0^{x^*} \frac{(1 + \alpha x)^b e^{\frac{k_2}{\rho}x}}{\sqrt{V_0^2 - 2g \int_0^{x^*} (1 + \alpha\xi)^2 e^{\frac{2k}{\rho_0}\xi} d\xi}} dx \quad (9)$$

Висновок: поставлена і розв'язана задача про вертикальний рух гарпуна без урахування і з урахуванням опору середовища.

### Література

1. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. – М.: Наука, 1987, 160 с.
2. Обухов А.Н. Поперечные перемещения подвешенной нити в случае, когда точка подвеса движется горизонтально по заданному закону [Электронный ресурс] / А.Н.Обухов, В.А.Паламарчук // Научный вестник Донбасской государственной машиностроительной академии [Электронный ресурс]. - Краматорск, 2014. - № 1 (13Е). - С. 65-75. – режим доступа: [http://www.dgma.donetsk.ua/science\\_public/science\\_vesnik /%E2%84 %961 \(13%D0%95\)\\_2014/article/11.pdf](http://www.dgma.donetsk.ua/science_public/science_vesnik/%E2%84%961(13%D0%95)_2014/article/11.pdf)
3. Обухов А.Н. О поперечных перемещениях нити в среде с силой сопротивления движению, пропорциональной скорости перемещения её произвольного сечения / А.Н.Обухов, В.А.Паламарчук // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії [Електронний ресурс]. - Краматорськ, 2015. - № 1 (34). - С. 64-73. – режим доступа: [http://www.dgma.donetsk.ua/science \\_public/ddma/Herald\\_ 1\(34\)\\_2015/article/13.pdf](http://www.dgma.donetsk.ua/science_public/ddma/Herald_1(34)_2015/article/13.pdf)
4. Обухов А.Н.. Математическое моделирование системы «тележка-груз» мостового крана / А.Н Обухов., В.А Паламарчук., Е.В Бережная //Научный вестник ДГМА.- № 3 (36), 2015 с.110-115
5. Обухов А.М. Вимушені коливання вагової нитки, яка підвішена за один кінець, під дією вітрового навантаження / А.М Обухов., В.О Паламарчук //Науковий Вісник Донбаської державної машинобудівної академії № 1 (19Е), 2016, с. 81-86.

**УДК 373.31:51(091)**  
**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЛІНІЙНОГО ЗНОСУ**  
**ІНСТРУМЕНТА ТЕРТЯ ПРИ ОБКОЧУВАННІ ТРУБНИХ**  
**ЗАГОТІВОК (ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ)**

**В.О. Паламарчук**

Донбаська державна машинобудівна академія, Краматорськ  
*e-mail: victor.palamarchuk@ukr.net*

Постановка проблеми. Якість і собівартість продукції, що випускається за допомогою обкочування інструментом тертя, в значній мірі пов'язані з зносом інструменту. На знос інструменту і коефіцієнт тертя впливає безліч факторів, основними з яких є властивості матеріалів інструменту і заготовки, стан їх поверхонь, температурний режим обкатки, зовнішнє середовище, питомі зусилля, швидкість відносного ковзання [1,2]. При обкочуванні тангенціальним інструментом тертя поверхню контакту переміщується вздовж поверхні інструменту. Актуальною є задача дослідження залежності лінійного зносу інструменту тертя для тангенціальної обкатки від довжини інструменту, параметрів заготовки та інших факторів.

Аналіз останніх досліджень. В роботі [3] було проаналізовано чинники зносу інструменту, запропонована формула для обчислення лінійного зносу інструменту і отримана критеріальна залежність інтенсивності зносу від ряду факторів але не приведена математична модель величини інтенсивності зносу інструменту тертя для процесу обкочування. В роботі [4] знайдена і проаналізована залежність лінійного зносу інструменту тертя від його довжини при інших рівних факторах (рис.1).

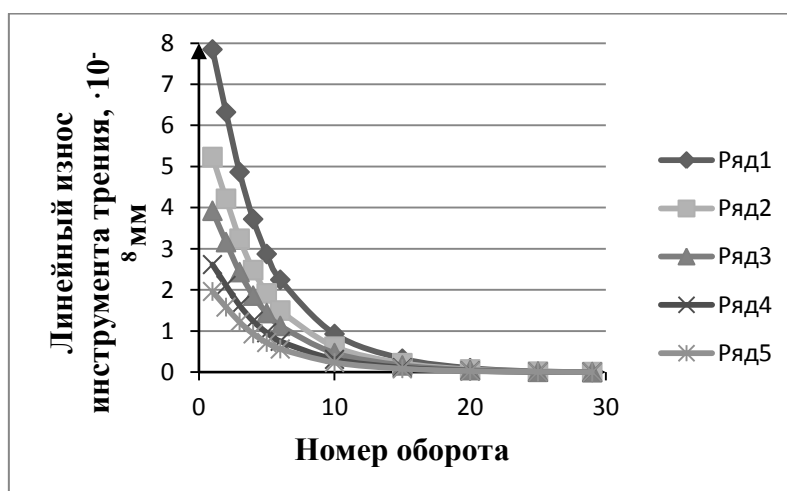


Рис.1. Залежність лінійного зносу  $h$  інструменту від його довжини



На рисунку: ряд 1 - довжина інструменту дорівнює діаметру заготовки, ряд 2 - довжина інструменту дорівнює 1,5 діаметра заготовки, ряд 3 - довжина інструменту дорівнює 2 діаметрам заготовки, ряд 4 - довжина інструменту дорівнює 3 діаметрам заготовки, ряд 5 - довжина інструменту дорівнює 4 діаметрам заготовки

Формулювання задачі: Аналізуючи отримані результати, можна відзначити, що найбільший лінійний знос спостерігаємо на ділянці інструменту на початку деформування на перших 6 оборотах. За інших рівних факторах залежність між лінійним зносом і довжиною інструменту обернено пропорційна.

Необхідно більш детально дослідити розподіл лінійного зносу по довжині інструмента з урахуванням останніх теоретичних досліджень [5].

З'ясовано, що чим довший інструмент тертя, тим меншим є лінійний знос, але збільшення довжини інструменту призводить до збільшення його вартості, тому в подальшому необхідно розв'язати задачу знаходження оптимальної довжини інструменту з урахуванням економічної складової.

Необхідно проаналізувати залежність температури нагрівання інструменту тертя при контакті інструменту з заготовкою, враховуючи що поверхня контакту переміщується по поверхні інструменту і передбачити зміну властивостей матеріала інструмента у процесі обкочування з метою аналізу інтенсивності зносу інструмента від параметрів процесу.

Вважаючи мірою стійкості інструмента тертя кількісь оброблених заготовок до досягнення найбільш можливого відхилення розмірів інструмента від номінальних розмірів, визначити максимальну стійкість інструментів тертя для різних умов обкочування, включаючи варіанти кінцевої форми отриманої деталі.

## Література

1. Капорович В.Г. Производство деталей из труб обкаткой. – М.: Машиностроение, 1978. – 136 с.
2. Капорович В.Г. Обкатка в производстве металлоизделий. – М.: Машиностроение, 1973. – 168 с.
3. Капорович В.Г., Удовенко В.К., Серета В.Г. Стойкость инструмента для роторной обкатки трубчатых заготовок // Надёжность режущего инструмента, Донецк, 1975, - Выпуск 2.
4. Горбач Е.В., Серета В.Г., Паламарчук В.А. Исследование зависимости линейного износа инструмента трения от длины инструмента при горячей обкатке трубчатых заготовок // Обработка материалов давлением. – 2013. – № 3(36), Краматорск, 2013, 254 с. С. 190-194
5. Производство изделий машиностроения горячей обкаткой / Под ред. В.С. Рыжикова, В.К. Удовенко - Краматорск: ДГМА, 2006. – 284 с. ISBN 966-379-067-9

**УДК 517.928**  
**АСИМПТОТИЧНЕ ЗОБРАЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ ЗІ СТАЛИМ ЗАПІЗНЕННЯМ АРГУМЕНТУ**

**М.О. Рашевський**

ДВНЗ «Криворізький національний університет», Кривий Ріг  
*e-mail: mora290466@gmail.com*

Питання про асимптотичні розв'язки системи диференціальних рівнянь зі сталим запізненням аргументу

$$\varepsilon \frac{dx}{dt} = A(t, \varepsilon)x(t, \varepsilon) + B(t, \varepsilon)x(t - \Delta, \varepsilon) \quad (1)$$

вивчалися у роботах [2-4] у зв'язку із практичними застосуваннями, зокрема у теорії автоматичного керування [3]. Системи вигляду (1) є модельними у задачах дослідження систем з повільно змінними параметрами. Тут  $x(t, \varepsilon)$  – шукана вектор-функція,  $A(t, \varepsilon)$  та  $B(t, \varepsilon)$  –  $n \times n$  – матриці, що зображуються збіжними рядами за степенями дійсного малого параметра  $\varepsilon > 0$ :  $A(t, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k A_k(t)$ ,  $B(t, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k B_k(t)$ ,  $\Delta > 0$  – стале запізнення аргументу. Для системи (1) ставиться основна початкова задача:

$$x(t, \varepsilon) = \varphi(t, \varepsilon), \quad -\Delta \leq t \leq 0, \quad (2)$$

де  $\varphi(t, \varepsilon)$  – задана вектор-функція. Асимптотичні розв'язки задачі (1), (2) побудовано [2, 4] у таких припущеннях

1<sup>0</sup>. Матриці  $A(t, \varepsilon)$ ,  $B(t, \varepsilon)$  та вектор  $\varphi(t, \varepsilon)$  є  $m+1$  разів диференційовними відповідно на сегментах  $[0; L]$  та  $[-\Delta; 0]$ ;  $m > 1$  – натуральне число.

2<sup>0</sup>. Корені рівняння  $\det \|A(t, 0) - \lambda E\| = 0$   $\lambda_1(t), \lambda_2(t), \dots, \lambda_n(t)$  є такими, що

1)  $\lambda_j(t) \neq 0$  для будь-яких  $t \in [0; L], j = 1, 2, \dots, n$ ;

2)  $\operatorname{Re}(\lambda_j(t)) \leq 0, j = 1, 2, \dots, n$ ;

3)  $\lambda_i(t_1) \neq \lambda_j(t_2)$  для будь-яких  $t_1 < t_2, t_1, t_2 \in [0; L]; i, j = 1, 2, \dots, n$ .

Умова 2<sup>0</sup> вимагає стабільності спектра [1] матриці  $A(t, 0)$ . Системи звичайних диференціальних рівнянь із нестабільним спектром, і, зокрема, з точками повороту [1], вивчалися у роботах А. А. Дородніцина, В. П. Маслова, М. В. Федорюка, С. А. Ломова, В. Вазова та інших авторів у зв'язку із численними практичними застосуваннями. Нове століття розпочалося рядом робіт В. П. Маслова, А. І. Шафаревича, А. М. Самойленка, В. П. Яковця, В. Ф. Сафонова та ін., де вивчалися різні класи рівнянь із точками повороту. Окремі класи систем рівнянь з відхиленням аргументу при наявності простих і кратних точок повороту розв'язано І. Г. Ключник.

У цій роботі досліджено інший тип нестабільності спектру, не властивий для звичайних диференціальних рівнянь.

Умову 3) сформульовано в [2, 4] надто жорстко: досить вимагати, щоб для будь-яких  $t \in [0; L]$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ , і  $k > 0$

$$\lambda_i(t - k\Delta) \neq \lambda_j(t). \quad (3)$$

Поклавши у (3) формально  $k = 0$  для  $i \neq j$  матимемо класичне означення точки повороту для системи звичайних диференціальних рівнянь, отриманої з (1), де  $B(t, \varepsilon) \equiv 0$ . Тут  $k$  – крок інтегрування системи (1) методом кроків.

У припущеннях 1<sup>0</sup> – 2<sup>0</sup> побудуємо розв’язок системи (1) методом [2, 4] на першому кроці ( $0 \leq t \leq \Delta$ ):

$$x(t, \varepsilon) = T(t) \left[ U_{m,1}(t, \varepsilon) \exp \left\{ \varepsilon^{-1} \int_0^t \Lambda_{m,1}(s, \varepsilon) ds \right\} c_1 + p_{m,1}(t, \varepsilon) \right] + \varepsilon^m \alpha_{m,1}(t, \varepsilon). \quad (4)$$

На другому кроці ( $\Delta \leq t \leq 2\Delta$ ) система (1) запишеться так:

$$\varepsilon \frac{dx}{dt} = A_2(t, \varepsilon)x(t, \varepsilon) + B_2(t, \varepsilon) \exp \left\{ \varepsilon^{-1} \int_0^{t-\Delta} \Lambda_{m,1}(s, \varepsilon) ds \right\} c_1 + f_2(t, \varepsilon) + \varepsilon^m \alpha_{m,1}(t, \varepsilon), \quad (5)$$

де всі коефіцієнти розв’язку (4) і системи (5) визначено в [2, с. 256] та [4, с. 102].

Припустимо, що на другому кроці умову 3) порушено, а саме: існує ізольована точка  $t_0 \in [\Delta; 2\Delta]$  така, що для деяких  $i, j$  виконується рівність  $\lambda_i(t_0 - \Delta) = \lambda_j(t_0)$ . Згідно з [2, 4] розв’язок системи (5) шукатимемо у вигляді

$$x(t, \varepsilon) = T(t) \left[ U_{m,2}(t, \varepsilon) \exp \left\{ \varepsilon^{-1} \int_{\Delta}^t \Lambda_{m,2}(s, \varepsilon) ds \right\} c_2 + p_{m,2}(t, \varepsilon) \right] + R_{m,1}(t, \varepsilon) \times \\ \times \exp \left\{ \varepsilon^{-1} \int_0^{t-\Delta} \Lambda_{m,1}(s, \varepsilon) ds \right\} c_1 + \varepsilon^m \alpha_{m,2}(t, \varepsilon).$$

Всі невідомі матриці, за винятком  $R_{m,1}(t, \varepsilon)$ , визначається, як описано у [2, 4]. При визначенні згаданої матриці умова 3) є істотною, оскільки  $R_{m,1}(t, \varepsilon)$  визначається із тотожності вигляду

$$(\Lambda_0(t) + \varepsilon A_1(t) + \dots) R_{m,1}(t, \varepsilon) - R_{m,1}(t, \varepsilon) (\Lambda_0(t - \Delta) + \varepsilon \Lambda_1(t - \Delta) + \dots) - \varepsilon R'_{m,1}(t, \varepsilon) = \\ = F(t, \varepsilon).$$

Побудувавши шукану матрицю у вигляді  $R_{m,1}(t, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{m-1} \varepsilon^k R_{m,1}^{(k)}(t, \varepsilon)$  методом [2, 4], дістанемо:  $R_{m,1}^{(0)}(t, \varepsilon) \equiv E$ . Для елементів  $R_{m,1}^{(1)}(t, \varepsilon)$  матимемо рівності

$r_{ij}^{(1)}(t) = \frac{f_{ij}(t)}{\lambda_i(t) - \lambda_j(t - \Delta)}$ , і, як наслідок, дістанемо розривні елементи. Отже, система рівнянь, що отримується із тотожності прирівнюванням коефіцієнтів при степенях  $\varepsilon$ , не розв’язується методом [2, 4]. Використаємо

метод В. Вазова [5] для інтегрування майже діагональних систем із точками повороту. Прирівнюючи коефіцієнти при степенях  $\varepsilon$ , вважаємо доданок  $\varepsilon R'_{m,1}(t, \varepsilon)$  вільним членом. При цьому елементи  $r_{ij}^{(k)}(t)$  визначатимуться не з алгебричних, а з диференціальних рівнянь:

$$\varepsilon \frac{dr_{ij}^{(k)}(t)}{dt} = (\lambda_i(t) - \lambda_j(t - \Delta))r_{ij}^{(k)}(t) + f_{ij}(t).$$

Порівняно із розв'язками, отриманими при виконанні умови 3), зміниться лише оцінка залишкового члена, а твердження теорем 5.1. – 5.3. із [2] та 3.1. – 3.3. із [4] справджуються.

Подамо оцінку для вектора  $\alpha_{m,2}(t, \varepsilon)$ , якщо  $\lambda_i(t_0 - \Delta) - \lambda_j(t_0) = (t - t_0)^q$ :

$$\|\alpha_{m,2}(t, \varepsilon)\| = O\left(\varepsilon^{\frac{q}{q+1}}\right). \text{ Число } q \text{ називають кратністю точки повороту. З}$$

урахуванням цієї оцінки можна дістати оцінку різниці між деяким точним розв'язком задачі (1), (2)  $x(t, \varepsilon)$  та побудованим наближеним розв'язком  $x_m(t, \varepsilon)$  на довільному  $r$ -му кроці:

$$\|x(t, \varepsilon) - x_m(t, \varepsilon)\| \leq C\varepsilon^{\frac{m+1-r}{q+1}}.$$

Таким чином, нестабільність спектру істотно погіршує точність асимптотичного методу. У теорії асимптотичного інтегрування систем звичайних диференціальних рівнянь розроблено єдиний підхід, що ґрунтується на методі діаграм Ньютона (Г. С. Жукова, В. П. Яковець). Теорія асимптотичного інтегрування систем рівнянь із нестабільним спектром не має єдиного підходу, і кожна задача розв'язується спеціально розробленим методом. Саме цей напрям у теорії асимптотичного інтегрування потребує подальших досліджень.

## Література

1. Ломов С. А. Введение в общую теорию сингулярных возмущений / С. А. Ломов. – М. : Наука, 1981. – 400 с.
2. Самойленко А. М. Лінійні системи диференціальних рівнянь з виродженнями / А. М. Самойленко, М. І. Шкіль, В. П. Яковець. – К. : Вища шк., 2000. – 294 с.
3. Солодов А. В. Системы с переменным запаздыванием / А. В. Солодов, Е. А. Солодова. – М. : Наука. Гл. Ред. физ.-мат. литературы, 1980. – 384 с.
4. Феценко С. Ф. Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом / С. Ф. Феценко, Н. И. Шкіль, Ю. П. Пидченко, Н. А. Сотниченко. – К. : Наук. Думка, 1981. – 296 с.
5. Wasow W. On a Turning Point Problems for Systems with Almost Diagonal Coefficient Matrix / W. Wasow // Funkc. Ekv. – 1966. – 8, №3. – P. 143-171.

**УДК 517.5**  
**ДЕЯКІ СПОСОБИ ПОКРАЩЕННЯ НАБЛИЖЕННЯ ПЕРІОДИЧНИХ**  
**ФУНКЦІЙ ТРИГОНОМЕТРИЧНИМИ РЯДАМИ**

**О.Г. Ровенська, М.А. Кадацький**

Донбаська державна машинобудівна академія, Краматорськ

<sup>1</sup>*e-mail: o.rovenskaya@mail.ru,*

<sup>2</sup>*e-mail: kadatsky0299@ukr.net*

Інтерес до питань наближення аналітичних функцій, до яких, зокрема, належить інтеграл Пуассона, обумовлений їх численними застосуваннями як у різних галузях математики, так і в прикладних дисциплінах. Добре відомо (див, напр., [1]), що у вигляді інтегралу Пуассона представляється розв'язок рівняння Лапласа, до якого приводять задачі в яких розглядається потенційні поля в неоднорідних середовищах різноманітної фізичної природи (напр., стаціонарне поле температур, магнітне поле в неоднорідному середовищі, електростатичне поле, поле швидкостей рідини при фільтрації та інші). Дослідження розв'язку таких задач потребує використання методів і результатів із різних галузей сучасного аналізу. Напр., до інтегралу Пуассона приводить задача про відшукування стаціонарного розподілу температури  $t(r, \varphi)$  всередині високого кругового циліндру  $R$ , якщо на його поверхні підтримується температура  $T = f(\varphi)$ . Оскільки вздовж кожної граничної утворюючої циліндра підтримується постійна температура, то можна вважати, що розподіл температури не залежить від середнього горизонтального перерізу і може бути описаний у вигляді розв'язку  $t = t(r, \varphi)$  рівняння Лапласа

$$\Delta t = 0, \quad t(r) = R = f(\varphi). \quad (1)$$

Рівняння (1) у полярних координатах має вигляд

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (2)$$

Частинні розв'язки рівняння (2) шукаємо у вигляді

$$t = Z(r)\Phi(\varphi). \quad (3)$$

Підставляючи (3) в (2), отримаємо

$$\Phi^n(\varphi) + \lambda\Phi(\varphi) = 0, \quad (4)$$

$$r \frac{d}{dr} \left( r \frac{dZ}{dr} \right) - \lambda Z = 0. \quad (5)$$

Оскільки  $t(r, \varphi + 2\pi) = t(r, \varphi)$ , то  $\Phi(\varphi + 2\pi) = \Phi(\varphi)$ , і з (4) знаходимо  $\sqrt{\lambda} = n$  ( $n$  – ціле), та  $\Phi(\varphi) = A \cos n\varphi + B \sin n\varphi$ . Тоді із (5), покладаючи  $Z(r) = r^\alpha$ , маємо  $a^2 = n^2$ ,  $\alpha = \pm n$  ( $n > 0$ ), та, отже,

$$Z_n(r) = ar^n + b^{-n}$$

За умови  $n = 0$  ( $\lambda = 0$ ) із (5), маємо  $Z(r) = C_0 \ln r + C$ . Оскільки при  $r \rightarrow +0$  виконується  $r^{-n} \rightarrow \infty$  та  $\ln r \rightarrow \infty$ , то треба покласти  $Z_n(r) = ar^n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) та  $Z_0 = C$ . Розв'язок задачі у вигляді ряду

$$t(r, \varphi) = C + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi), \quad (6)$$

де коефіцієнти  $A_n$  та  $B_n$  визначаються граничною умовою:

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\psi) \cos n\psi d\psi, \quad C = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\psi) d\psi, \quad B_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\psi) \sin n\psi d\psi.$$

Підсумовуючи ряд (6), отримаємо шуканий розподіл температури у вигляді інтегралу Пуассона:

$$t(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\psi) \frac{R^2 - r^2}{r^2 - 2rR \cos(\varphi - \psi) + R^2} d\psi.$$

У роботі наведено приклад наближення функції, коефіцієнти Фур'є якої прямують до нуля зі швидкістю геометричної прогресії, сумами Фур'є та тригонометричними поліномами, що утворюються усередненням сум Фур'є. Розглянемо неперервну періодичну функцію (рис. 1)

$$f = 0.171 \frac{\sin x}{(1.81 - 1.8 \cos x)^2} + \frac{1.8468 \cos x \sin x}{(1.81 - 1.8 \cos x)^3} + \frac{3.32424 \sin x^3}{(1.81 - 1.8 \cos x)^4}$$

Її ряд Фур'є має вигляд:

$$S[f] = \sum_{n=0}^{\infty} (0,9)^n n^3 \sin nx.$$

Розглянемо наближення 20-ти частковою сумою ряду Фур'є (рис. 2).

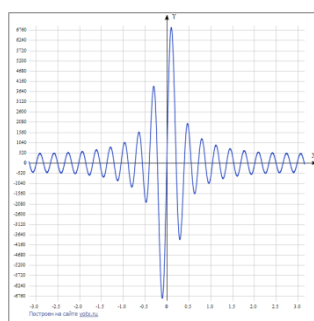
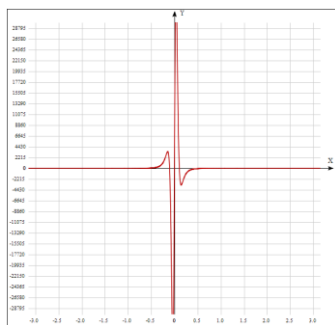


Рис. 1. Графік функції  $f(x)$       Рис. 2. Графік  $S_{20}$

Середні арифметичні сум Фур'є задаються таким чином:

$$V_{n,p}(f;x) = \frac{1}{p} \sum_{k=n-p}^{n-1} S_k(f;x),$$

$$V_{n,p_1,p_2}(f;x) = \frac{1}{p_1} \sum_{k=n-p_1}^{n-1} V_{k+1,p_2}(f;x) = \frac{1}{p_1} \sum_{k=n-p_1}^{n-1} \frac{1}{p_2} \sum_{m=k-p_2+1}^k S_m(f;x),$$

$$\sigma_n(f;x) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} S_k(f;x).$$

Запишемо усереднені суми для вказаної функції за фіксованого значення параметрів і побудуємо їх графіки (рис. 3-5).

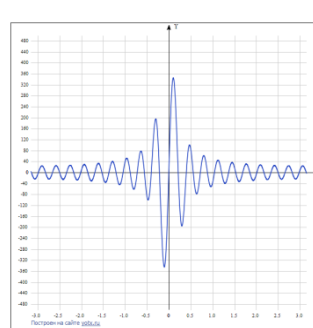
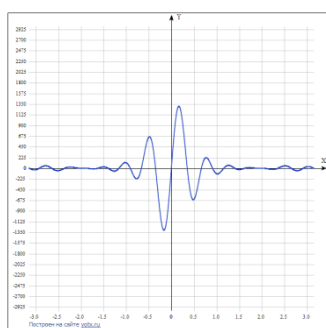
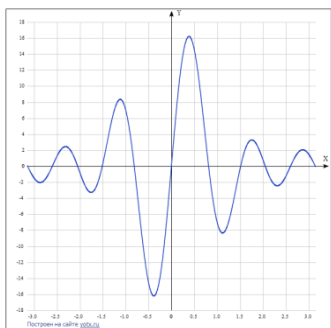


Рис. 3. Графік  $V_{20,5}$       Рис. 4. Графік  $V_{20,6,8}$       Рис. 5. Графік  $\sigma_{20}$

На підставі наведених побудов, можна зробити висновок про те, що повторне усереднення сум Фур'є в певному розумінні покращує їх апроксимаційні властивості по наближенню гладких періодичних функцій.

### Література

1. Соболев С. Л. Уравнения математической физики / Сергей Львович Соболев. М. : Наука, 1966. - 443 с.
2. Новиков О. А. Приближение классов интегралов Пуассона  $r$ -повторными суммами Валле Пуссена / О. А. Новиков, О. Г. Ровенская // Вісник Одеськ. нац. ун-ту. Матем. і мех. — 2014. —Т. 19, Вип. 3 (23). — С. 14–26.

**УДК 517**  
**ПОКРАЩЕННЯ НАБЛИЖЕННЯ СУМАМИ ФУР'Є ГЛАДКИХ**  
**ФУНКЦІЙ ШЛЯХОМ ПОВТОРНОГО УСЕРЕДНЕННЯ**

**О.Г. Ровенська<sup>1</sup>, В.О. Соляник<sup>2</sup>**

Донбаська державна машинобудівна академія, Краматорськ

<sup>1</sup>*e-mail: o.rovenskaya@mail.ru,*

<sup>2</sup>*e-mail: vadim.solyanik@mail.ru*

Інтерес до питань наближення аналітичних функцій, до яких, зокрема, належить інтеграл Пуассона, обумовлений їх численними застосуваннями як у різних галузях математики, так і в прикладних дисциплінах. Добре відомо (див, напр., [1]), що у вигляді інтегралу Пуассона представляється розв'язок рівняння Лапласа, до якого приводять задачі в яких розглядається потенційні поля в неоднорідних середовищах різноманітної фізичної природи (напр., стаціонарне поле температур, магнітне поле в неоднорідному середовищі, електростатичне поле, поле швидкостей рідини при фільтрації та інші). Дослідження розв'язку таких задач потребує використання методів і результатів із різних галузей сучасного аналізу. Напр., до інтегралу Пуассона приводить задача про відшукання стаціонарного розподілу температури  $t(r, \varphi)$  всередині високого кругового циліндру  $R$ , якщо на його поверхні підтримується температура  $T = f(\varphi)$ . Оскільки вздовж кожної граничної утворюючої циліндра підтримується постійна температура, то можна вважати, що розподіл температури не залежить від середнього горизонтального перерізу і може бути описаний у вигляді розв'язку  $t = t(r, \varphi)$  рівняння Лапласа

$$\Delta t = 0, \quad t(r=R) = f(\varphi). \quad (1)$$

Рівняння (1) у полярних координатах має вигляд

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (2)$$

Частинні розв'язки рівняння (2) шукаємо у вигляді

$$t = Z(r)\Phi(\varphi). \quad (3)$$

Підставляючи (3) в (2), отримаємо

$$\Phi''(\varphi) + \lambda\Phi(\varphi) = 0, \quad (4)$$

$$r \frac{d}{dr} \left( r \frac{dZ}{dr} \right) - \lambda Z = 0. \quad (5)$$



Оскільки  $t(r, \varphi + 2\pi) = t(r, \varphi)$ , то  $\Phi(\varphi + 2\pi) = \Phi(\varphi)$ , і з (4) знаходимо  $\sqrt{\lambda} = n$  ( $n$  – ціле), та  $\Phi(\varphi) = A \cos n\varphi + B \sin n\varphi$ . Тоді із (5), покладаючи  $Z(r) = r^\alpha$ , маємо  $a^2 = n^2$ ,  $\alpha = \pm n$  ( $n > 0$ ), та, отже,

$$Z_n(r) = ar^n + b^{-n}$$

За умови  $n = 0$  ( $\lambda = 0$ ) із (5), маємо  $Z(r) = C_0 \ln r + C$ . Оскільки при  $r \rightarrow +0$  виконується  $r^{-n} \rightarrow \infty$  та  $\ln r \rightarrow \infty$ , то треба покласти  $Z_n(r) = ar^n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) та  $Z_0 = C$ . Розв'язок задачі у вигляді ряду

$$t(r, \varphi) = C + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi), \quad (6)$$

де коефіцієнти  $A_n$  та  $B_n$  визначаються граничною умовою:

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\psi) \cos n\psi d\psi, \quad C = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\psi) d\psi, \quad B_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\psi) \sin n\psi d\psi.$$

Підсумовуючи ряд (6), отримаємо шуканий розподіл температури у вигляді інтегралу Пуассона:

$$t(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\psi) \frac{R^2 - r^2}{r^2 - 2rR \cos(\varphi - \psi) + R^2} d\psi.$$

У роботі наведено приклад наближення функції, коефіцієнти Фур'є якої прямують до нуля зі швидкістю геометричної прогресії, сумами Фур'є та тригонометричними поліномами, що утворюються усередненням сум Фур'є. Розглянемо неперервну періодичну функцію (рис. 1)

$$f = 30 \frac{169 \sin x + 624 \sin x \cos x - 720 \sin x \cos^2 x - 864 \sin x^3}{(13 - 12 \cos x)^4}.$$

Її ряд Фур'є має вигляд

$$S[f] = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n n^3 \sin nx$$

Розглянемо наближення вказаної функції 20-ти частковою сумою ряду Фур'є (рис. 2).

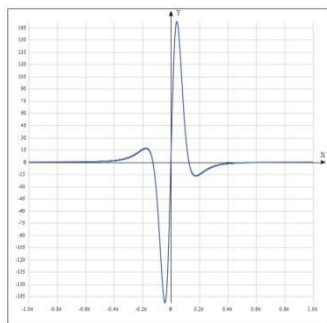


Рис. 1. Графік  $f(x)$

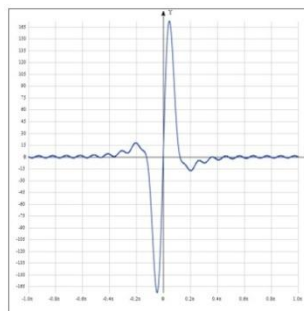


Рис. 2. Графік  $S_{20}$

Середні арифметичні сум Фур'є задаються таким чином:

$$V_{n,p}(f;x) = \frac{1}{p} \sum_{k=n-p}^{n-1} S_k(f;x),$$

$$V_{n,p_1,p_2}(f;x) = \frac{1}{p_1} \sum_{k=n-p_1}^{n-1} V_{k+1,p_2}(f;x) = \frac{1}{p_1} \sum_{k=n-p_1}^{n-1} \frac{1}{p_2} \sum_{m=k-p_2+1}^k S_m(f;x),$$

$$\sigma_n(f;x) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} S_k(f;x).$$

Запишемо усереднені суми для вказаної функції за фіксованого значення параметрів і побудуємо їх графіки (рис. 3-5).

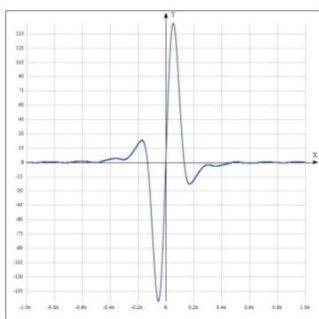


Рис. 3. Графік  $V_{20,5}$

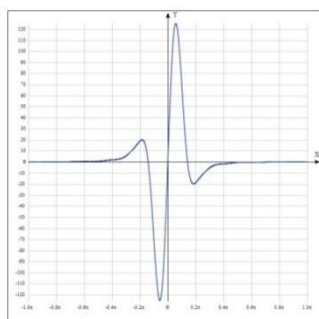


Рис. 4. Графік  $V_{20,6,8}$

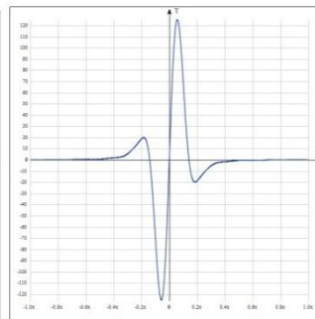


Рис. 5. Графік  $\sigma_{20}$

На підставі наведених побудов, можна зробити висновок про те, що повторне усереднення сум Фур'є в певному розумінні покращує їх апроксимаційні властивості по наблизенню гладких періодичних функцій.

### Література

1. Соболев С. Л. Уравнения математической физики / Сергей Львович Соболев. М. : Наука, 1966. - 443 с.
2. Новиков О. А. Приближение классов интегралов Пуассона  $r$ -повторными суммами Валле Пуссена / О. А. Новиков, О. Г. Ровенская // Вісник Одеськ. нац. ун-ту. Матем. і мех. — 2014. —Т. 19, Вип. 3(23). —С. 14–26.

**УДК 519.6**  
**РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ НА ПРИКЛАДІ**  
**ЗАДАЧІ АНАЛІЗУ ОСЕСИМЕТРИЧНОГО**  
**НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ДИСКУ**

**Н.Л. Сосницька<sup>1</sup>, Л.В. Халанчук<sup>2</sup>**

Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь

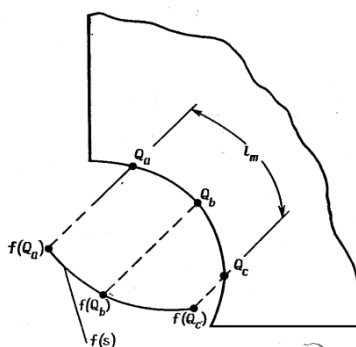
<sup>1</sup>e-mail: sosnickaya19@rambler.ru,

<sup>2</sup>e-mail: larisavh2201@gmail.com,

**Актуальність.** Зручність використання методу граничних елементів (МГЕ) при дослідженні тривимірного напруженого стану в інженерних задачах привела до появи великої кількості літератури, що демонструє корисність цього методу в звичайному аналізі. Для громіздких тіл це, видимо, один з надійних методів, що дозволяє отримувати детальні результати. Крім того, МГЕ дає можливість користуватися теорією сингулярних розв'язків, представлень граничної геометрії та ін. перед виконанням чисельних розрахунків.

Розглянемо реалізацію МГЕ на прикладі задачі аналізу осесиметричного напруженого стану тривимірних тіл.

Круз, Сноу та Вілсон провели аналіз осесиметричного напруженого стану диску під дією граничних стаціонарних температурних та центробіжних навантажень [2]. Оскільки в осесиметричному випадку ядра мають складний вигляд і складні обчислення, що пов'язані з ними, то автори обрали представлення межі у вигляді простих лінійних і дугових елементів (рис.1).



*Рис. 1. Представлення межі в осесиметричному випадку*

Була виконана дискретизація межі диску товщиною 1 дюйм з внутрішнім радіусом 2 дюйма і зовнішнім радіусом 10 дюймів.

Задача досліджувалась у двох тестових випадках:

- 1). Радіальне навантаження, що прикладене до ободу,  $\sigma_r=300$  (табл.1);
- 2). Навантаження центробіжними силами (табл.2);

Виконані результати розрахунків (в табл.1, табл.2 позначені 1) порівнюються з точним розв'язком Тимошенко і Гуд'єра (в табл.1, табл.2 позначені 3), а також МГЕ від Бенерджі та Батерфілда (в табл.1, табл.2 позначені 2) [1].

Таблиця 1

*Диск з навантаженням, що прикладене до ободу*

r	$u_r$			$\sigma_r$			$\sigma_\theta$		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
2	4170	4170	4170	2	4	0	625	626	625
3	4080	4080	4080	175	176	174	451	452	451
4	4430	4430	4430	234	235	234	391	391	391
5	4950	4950	4950	263	263	263	363	363	363
6	5560	5560	5560	278	278	278	347	347	347
7	6210	6210	6210	287	287	287	338	338	338
8	6900	6900	6900	293	293	293	332	332	332
9	7610	7610	7610	297	297	297	328	328	328
10	8330	8330	8330	300	300	300	325	325	325

Таблиця 2

*Диск під дією центробіжних сил*

r	$u_r$			$\sigma_r$			$\sigma_\theta$		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
2	5470	5470	5470	3	5	0	821	821	820
3	5320	5320	5320	207	209	205	584	584	583
4	5667	5660	5670	257	257	256	489	489	489
5	6145	6140	6150	256	256	256	433	433	433
6	6620	6620	6620	231	231	231	389	389	389
7	7018	7010	7020	190	190	190	348	348	348
8	7294	7290	7300	137	137	137	308	308	308
9	7406	7400	7410	73	73	73	265	265	265
10	7327	7320	7330	0	0	0	220	220	220

Розрахунки були виконані в пакеті програм Scilab і показують, що відповідність дуже добра, похибка складає менше 2%.

Отже реалізація МГЕ в сучасних пакетах програм дає більш точний результат, ніж у попередників Бенерджі та Батерфілда.

### Література

1. Тимошенко С.П., Гуд'єр Дж.Н. Теория упругости /С.П. Тимошенко, Дж.Н. Гуд'єр. – М. : Наука, 1975. – 576 с.
2. Cruse T.A., Snow D.W., Wilson R.B. Numerical solution in axi-symmetric elasticity / Cruse T.A., Snow D.W., Wilson R.B. // Computers and Structs. – 1977. – v. 7. – С. 445-451.

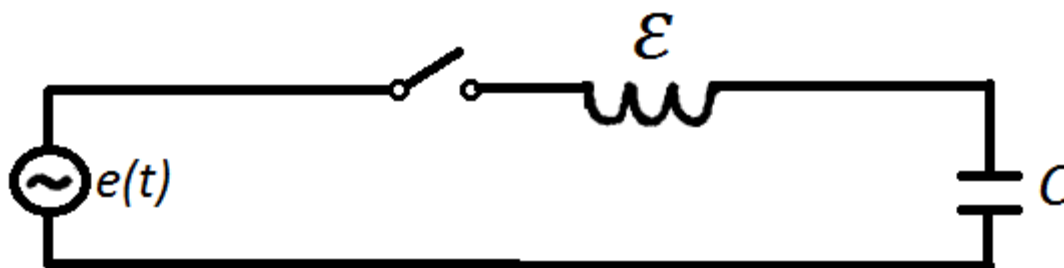
**УДК 517.928**  
**РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ ІНТЕГРО-ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ТИПУ ВОЛЬТЕРРА ІЗ НЕСТАБІЛЬНИМ СПЕКТРОМ**

**І.Р. Срайчук**

Криворізький економічний інститут, Кривий Ріг  
*e-mail: Icurt20@gmail.com*  
 Науковий керівник: к.ф.-м.н., доц. М.О. Рашевський

Моделювання різноманітних систем приводить до необхідності досліджувати системи інтегро-диференціальних рівнянь.

Наприклад, розглянемо процес протікання електричного струму після підключення ідеального джерела ЕРС до кола, зображеного на рис. 1.



*Рис. 1. Електричне коло*

Рівняння залежності електричного струму від часу запишеться у вигляді [3, с .34]:

$$\epsilon_1 \frac{di(t)}{dt} + \epsilon_2 i(t) + \int_0^t K(t, \tau) i(\tau) d\tau = e(t),$$

Що є інтегро-диференціальним рівнянням Вольтера.  
 Розглянемо систему інтегро-диференціальних рівнянь:

$$\epsilon \frac{d\bar{x}}{dt} = A(t, \epsilon) \bar{x}(t, \epsilon) + \rho \int_0^t K(t, s, \epsilon) \bar{x}(s, \epsilon) ds \tag{1}$$

Системи вигляду (1) неодноразово досліджувалась рядом авторів у різних припущеннях про спектр матриці  $A(t, \epsilon)$  . Останні дослідження [2, 4] стосуються випадку нестабільного спектру.

У цій роботі розглянемо нестабільність спектру, яку мають майже діагональні системи при наявності точок повороту [2, 3].

Для системи (1) поставимо задачу Коші

$$\mathbf{x}(0, \epsilon) = \mathbf{x}_0. \tag{2}$$

Вимагатимемо виконання таких умов.

1<sup>0</sup>. Матриці  $A_p(t)$  та  $K_p(t, s)$  є нескінченно диференційованими відповідно на проміжку  $[0, L]$  та в квадраті  $R = \{0 \leq t, s \leq L\}$ ;  $p \geq 0$ .

2<sup>0</sup>. Власні числа матриці  $A_0(t)$  є різними при  $t \in [0, L] \setminus \{t = t_0\}$  і збігаються при  $t = t_0, t_0 \in [0, L]$ .

3<sup>0</sup>.  $A_0(t_0) = 0$

Формальний розв'язок системи (1) шукатимемо у вигляді

$$\bar{x}(t, \varepsilon) = U(t, \varepsilon)\bar{z}(t, \varepsilon) + \rho \int_0^t P(t, s, \varepsilon)\bar{z}(s, \varepsilon)ds, \quad (3)$$

де

$$U(t, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k A_k(t), \quad P(t, s, \varepsilon) = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^m P_m(t, s)$$

– невідомі  $n \times n$  матриці. Надалі над невідомими вектор-функціями значок вектора не ставитимемо – із контексту зрозуміло, яка змінна є невідомою векторною величиною.

Щоб уникнути наявності у розв'язку узагальнених функцій, покладемо тотожно нульові розв'язки  $P_k(t, s, \varepsilon) \equiv 0, k = 1, 2, \dots$

Тоді система (1) запишеться в наступному вигляді

$$\varepsilon U(t, \varepsilon) \frac{dz}{dt} = U(t, \varepsilon) (\Lambda(t, \varepsilon) U(t, \varepsilon) + \varepsilon^{m+1} C_m(t, \varepsilon)) z + \rho \int_0^t \Omega(t, s, \varepsilon) z(s, \varepsilon) ds,$$

де

$$C_m(t, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^{i-1} \sum_{k=0}^m A_{i+m-k} U_k - \sum_{i=1}^m \varepsilon^{i-1} \sum_{k=1}^m U_k \Lambda_{m+i-k}$$

До останньої системи застосуємо метод [8], виконавши підстановку

$$z(t, \varepsilon) = \exp \left\{ \varepsilon^{-1} \int_0^t \Lambda(s, \varepsilon) ds \right\} w(t, \varepsilon)$$

Та зведемо систему до еквівалентної системи інтегральних рівнянь

$$w(t, \varepsilon) = \int_0^t \left( \varepsilon^m C_{m,1}(s, \varepsilon) w(s, \varepsilon) + \frac{\rho}{\varepsilon} \int_0^s \Omega_1(s, s_1, \varepsilon) w(s_1, \varepsilon) ds_1 \right) ds + x(0, \varepsilon) \quad (4)$$

Застосуємо до системи інтегральних рівнянь метод послідовних наближень, взявши

$$w_0(t, \varepsilon) = x(0, \varepsilon),$$

$$w_k(t, \varepsilon) = \int_0^t (e^{mC_{m,1}(s, \varepsilon)} w_{k-1}(s, \varepsilon) + \frac{\rho}{\varepsilon} \int_0^s \Omega_1(s, s_1, \varepsilon) w_{k-1}(s_1, \varepsilon) ds_1) ds$$

Отже, для досить малих  $\varepsilon$  і значень  $\rho$  таких, що  $\rho \varepsilon^{\frac{1-q}{q+1}} \rightarrow 0$  разом з  $\varepsilon$ , справджується таке твердження.

**Теорема 1.** *Якщо виконуються умови  $I^0$ - $Z^0$  і функції  $Re(\lambda_i(t) - \lambda_j(t))$  не змінюють знаку на  $[0, L]$ , то на вказаному проміжку майже діагональна система*

$$\varepsilon \frac{dx}{dt} = A(t, \varepsilon)x(t, \varepsilon) + \rho \int_0^t K(t, s, \varepsilon)x(s, \varepsilon) ds$$

має формальний розв'язок вигляду

$$x(t, \varepsilon) = U(t, \varepsilon) \exp \left\{ \varepsilon^{-1} \int_0^t \Lambda(s, \varepsilon) ds \right\} w(t, \varepsilon), \quad (5)$$

де  $w(t, \varepsilon)$  – розв'язок системи (4).

**Теорема 2.** *Якщо виконуються умови теореми 1, і  $Re(\lambda_k(t)) \leq 0$ , то для  $m$  – наближення  $x_m(t, \varepsilon)$ , ( $x_m(0, \varepsilon) = x_0$ ) отриманого з (5), існує деякий точний розв'язок  $x(t, \varepsilon)$  такий, що*

$$\|x(t, \varepsilon) - x_m(t, \varepsilon)\| \leq C(\delta \varepsilon)^{\frac{m}{q+1}},$$

де  $C$  – стала, що не залежить від  $\varepsilon$ , а  $\delta = \max\{1, \rho \varepsilon^{\frac{-q}{q+1}}\}$ .

## Література

1. Бободжанов А.А., Сафонов В.Ф. Асимптотический анализ интегродифференциальных систем с нестабильным спектральным значением ядра интегрального оператора. // ЖВММФ. – 2007. – 47, № 1. – С. 67 - 82.
2. Бободжанов А.А., Сафонов В.Ф. Метод нормальных форм в сингулярно возмущенных системах интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма с быстро изменяющимися ядрами. // Матем. сб. – 2013. – 204, № 7. – С. 47-70.
3. Иманалиев М.И. Обобщенные решения интегральных уравнений первого рода. – Фрунзе: «Илим», 1981. – 144 с.
4. Розенблум Г.В. Фундаментальное решение и спектральная асимптотика систем с точками поворота. // в кн. «Теория рассеяния. Теория колебаний» (Проблемы математической физики, вып. 9). – Л., 1979. – С. 122-128.
5. Grimm L.J., Harris W.A. Solutions of a singularly perturbed differential system with turning points // J. Fac. Sci. Univ. Tokyo. Sec I. A.- 1989. - 36, №3. – P. 753-763.

## УДК 512 ДЕЯКІ АСПЕКТИ ТЕОРІЇ ЗОБРАЖЕНЬ «ЗМІШАНИХ» ГРУП ЛІ

А.С. Тімошин

Інститут хімічних технологій (м. Рубіжне) Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля  
*e-mail: timxxvii@gmail.com*

Опис простору унітарних незвідних зображень деяких серій «змішаних» груп Лі є досить складним питанням [1]. Навіть в деяких простих випадках, для параболічних підгруп повної лінійної групи, ця задача є в деякому сенсі безнадійною з точки зору класифікації зображень. Проте, виявлено, що можна описати зображення «загального положення», тобто деяку щільну відкриту множину в просторі зображень.

Більш цікавим об'єктом з точки класифікації зображень є матричні групи над алгебрами динкінського типу, а саме сітьові підгрупи. Нехай  $A(S)$  – алгебра інцидентності,  $S$  – деяка частково упорядкована множина. Відношення порядку на  $S$  визначає конфігурацію ненульових та нульових клітин в блочних матрицях групи автоморфізмів проєктивного  $A(S)$ -модуля, де розміри клітин визначаються заданим модулем. Тоді,  $G(A(S), P)$  є ті самі сітьові підгрупи повної лінійної групи, які містять діагональні матриці.

Для опису незвідних унітарних зображень сітьових підгруп може бути застосована «мала теорема Маккі» [3]. Тобто, якщо групу розкладено у напівпрямий добуток  $H \cdot N$ , де  $N$  – нормальний дільник, то для опису зображень маємо дві задачі: опис орбіт дії підгрупи  $H$  на спряженому просторі алгебри Лі дільника  $N$  та розрахунок стабілізатора характеру в групі  $H$  [2]. Обидві задачі навіть для нескладних прикладів  $S$  потребують значних обчислювальних зусиль [4]. Для спрощення вказаних матричних обчислень в символному виді може бути застосована система комп'ютерної алгебри Maxima. Як показують приклади для діаграм Динкіна, де потужність діаграм досягає 8, можна уникнути такої помилки, як «занадто довгий вираз».

### Література

1. Drozd Yu. A. Tame and wild matrix problems, in: Representations and Quadratic Forms / Yu. A. Drozd. – Kiev : Institute of Mathematics, 1979. – С. 39 – 74.
2. Drozd Yu. A. Matrix problems, small reduction and representations of a class of mixed Lie groups, In: Representations of Algebras and Related Topics / Drozd Yu. A. – Cambridge Univ. Press, 1992. – P. 225-249.
3. Kirillov A. A. Elements of the Theory of Representations, Nauka, Moscow, 1972.
4. Timoshin A. S. Representations of the Zigzag Network Subgroups // Ukr. Math. J. № 3, 1989. – P. 398-400.



**УДК 004.383.4**  
**АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ В САД СИСТЕМЕ**  
**КЛИНОВЫХ РЕМЕННЫХ ПЕРЕДАЧ**

**С.В. Устиновская, В.И. Кравченко, А.В. Алтухов**

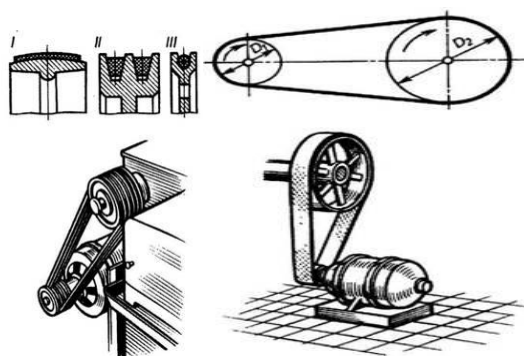
Донбасская государственная машиностроительная академия, Краматорск  
*e-mail: svetik-selivanova@rambler.ru*

Используемые в мобильных машинах двигатели внутреннего сгорания, представляют собой продукт крупносерийного и массового производств. В них любые малейшие достижения по увеличению эффективности и ресурса приводят к существенному экономическому результату и поэтому конструктивное совершенствование элементов двигателей или методов их расчета, в т.ч. и клиновых ременных передачи (КРП) касающихся снижения габаритов, повышения нагрузочной способности, а также других параметров является актуальным [1], в особенности с использованием современных систем автоматизированного проектирования (САД - систем [2-4]).

Цель работы - автоматизация проектирования и формирования техдокументации при конструировании передач с клиновыми или поликлиновыми ремнями с использованием САД. Задачи работы:

- изучить и проанализировать виды КРП, их конструкцию и характеристики;
- разработать математическую модель для автоматизации проектирования КРП в САД системе.

Конструктивно ременная передача (рис.1) состоит из ведущего ( $D_1$ ) и ведомого шкивов ( $D_2$ ) расположенных на некотором расстоянии друг от друга и ремня – привода. Формы поперечного сечения ремня бывают: плоскоремными (рис. 1, I), клиноремными (рис. 1, II), круглоремными (рис. 1, III) и зубчатыми, (на рис. не показаны, как менее распространенные в машиностроении).



*Рис. 1. Конструктивное оформление, типы ремней и расчетная схема КРП*

Основными характеристиками КРП являются:

- сечение ремня (ремней) – нормальное, узкое;
- межцентровое расстояние шкивов и угол вклинивания трапецеидального профиля;
- размеры и материал шкивов.

Расчет и проектирование ведется для определения при выбранном типоразмере ремня следующих параметров:

- потребное количество ремней для передачи;
- размеры шкивов ( $D_1, D_2$ , профиль обода);
- межосевое расстояние с пределами регулировки в меньшую и большую стороны;
- силы, действующие на валы.

В качестве входных параметров математической модели должны быть заданы: наибольшая длительно передаваемая мощность на ведущем шкиве  $P_1$ , диаметр меньшего шкива  $D_1$ , момент  $T_1$ , частота вращения ведущего шкива  $n_1$ , передаточное число  $U_{pn}$ , а также режим эксплуатации машины, для которой проектируется передача и типоразмер ремня.

Алгоритм проектирования передачи состоит из ряда шагов:

1. Выбрать типоразмер (сечение) ремня из базы данных.
2. Выбрать диаметр меньшего шкива  $D_1$ . По условию работоспособности рекомендуется выбрать значение, из стандартного ряда (40, 45, 50, 56, 63, ....., 3150, 3550, 40000) больше минимально допустимого на две-три ступени.
3. Рассчитать диаметр большего шкива по формуле,

$$D_2 \approx U_{pn} D_1 \quad (1)$$

4. Рассчитать фактическое передаточное число передачи:

$$u_{\Phi} = \frac{d_2}{d_1(1-\varepsilon)} \leq [u], \quad (2)$$

5. Назначить ориентировочное межосевое расстояние передачи и так последовательно произвести 9 шагов, после чего в такой же последовательности выполнить проверочный расчет. В случае сходимости результатов проектировочного и проверочного расчетов сформировать комплект проектных документов и чертежей. Результаты проектирования еще запоминаются и помещаются в базу данных. Однако в чистом виде использование моделей типа (1, 2) и им подобных в САД системе весьма затруднительно и поэтому производится параметризация модели по формуле:

$$D_2 = U_{pn} D_1 + P, \quad (3)$$

где  $P$  – параметр, варьированный таким образом, чтобы полученное значение  $D_2$  программно выбиралось соответствующим ближайшему стандартному размеру из ряда стандартных диаметров шкивов для всех клиновых и поликлиновых ремней: 40, ..., 4000 мм.

Аналогично преобразовываются и остальные расчетные формулы, по которым производится проектирование и отрисовка рабочих чертежей с использованием САД систем.

Так как параметризация соотношений математической модели КРП системно независима, то ее можно применять как в существующих – «SolidWorks», «AutoCAD», «Creo», «Компас», так и в перспективных САД системах.

### Выводы

Изучение и анализ конструкций и характеристик ременных передач с клиновыми ремнями позволили разработать математическую модель их расчета, параметризация которой предназначена для поддержки автоматизированного проектирования и разработки рабочих чертежей в существующих «SolidWorks», «AutoCAD», «Creo», «Компас» или в перспективных САД системах. Параметризация математической модели стандартизирует процесс проектирования, уменьшает вероятность появления ошибок и повышает точность определения параметров клиноременного привода.

Дальнейшее развитие научных разработок в данном направлении - применение методов моделирования и алгоритмизации для создания информационной модели КРП.

### Литература

1. Мартынов В.Ю. Разработка теории, методов расчета и проектирования современных передач трением гибкой связью [Эл. ресурс] Режим доступа: <http://www.dissercat.com/content/razrabotka-teorii-metodov-rascheta-i-proektirovaniya>
2. Ременные передачи [Эл. ресурс] // Название с экрана. Режим доступа: [http://cherch.ru/mechanicheskie\\_peredachi/remennie\\_peredachi.html](http://cherch.ru/mechanicheskie_peredachi/remennie_peredachi.html)
3. Латышев П.Н. Каталог САПР. Программы и производители: Каталогное издание. — М.: ИД СОЛОН-ПРЕСС, 2006, 2008, 2011. — 608, 702, 736 с
4. Малюх В. Н. Введение в современные САПР. — М.: ДМК Пресс, 2010. — 192 с

**УДК 519.237.5**  
**ОПТИМАЛЬНИЙ ВИБІР МЕТОДІВ ОЧИЩЕННЯ СТІЧНИХ ТА**  
**ПОВЕРХНЕВИХ ВОД**

**Л.В. Халанчук<sup>1</sup>, А.О. Коротун<sup>2</sup>**

Таврійський державний агротехнологічний університет, Мелітополь

<sup>1</sup>*e-mail: larisavh2201@gmail.com,*

<sup>2</sup>*e-mail: abaguta2729@gmail.com*

Актуальність теми. Очищення стічних вод є надважливою екологічною проблемою народного господарства будь-якої країни, нехтування якою може призвести до значних негативних наслідків у вигляді екологічних катастроф національного масштабу. Саме тому її необхідно вирішувати якомога оперативніше, використовуючи новітні очисні технології, устаткування та методи очищення. Проблема очищення стічних вод є актуальною і для України, де більшість стоків характеризуються високим рівнем хімічного та біологічного забруднення. І чи не основними джерелами забруднення довкілля тут постають підприємства харчової промисловості та переробки сільськогосподарської продукції. Переважна більшість таких стічних вод скидається неочищеними у природні водойми, на поля фільтрації чи в каналізацію, створюючи відчутне екологічне навантаження на довкілля.

Проблемами забруднення поверхневих і стічних вод та заходами щодо їх ліквідації та запобігання в Україні займаються Пашков А.П., Ткаченко Т.Л., Семенова О.І., Єріна І.М., Хижняк О.О., Некоз О.І., Гащин О.Р. та ін.

Аналіз патентних матеріалів Російської федерації (Патенти РФ № 2414435, № 2341463, № 2326821) та Національного університету «Львівська політехніка» (ПУ № 75274, ПУ № 94005, ПУ № 94991, ПУ № 104571) за останні роки виявив, що ведеться інтенсивний пошук найбільш економічних і високоефективних способів очищення стічних вод.

Отже, постає проблема зменшення шкідливого впливу стічних вод на навколишнє середовище. Особливої актуальності набуває удосконалення існуючих і впровадження нових перспективних технологій водоочищення із застосуванням високоефективних методів, що здатні надійно знезаражувати і очищати воду незалежно від ступеня її хімічного чи біологічного забруднення.

Об'єкт дослідження – процес очищення стічних та поверхневих вод від органічних та біологічних забруднень.

Предмет дослідження – кавітаційне окиснення органічних речовин та знезараження мікроорганізмів стічних та поверхневих вод.

Мета дослідження: визначити особливості кавітаційного методу очищення стічних вод від органічних і біологічних забруднень.

Завдання дослідження:

1. Визначити стан дослідження проблеми та виокремити основні

джерела екологічної небезпеки докiллю вiд дiяльностi широко розповсюджених пiдприємств харчової промисловостi, зокрема молокопереробних пiдприємств;

2. Здiйснити аналіз рiзних методiв та способiв очищення стiчних вод та визначити особливостi вiброкавітацiйного методу;

3. Провести еколого-економiчну оцiнку ефективностi методiв очищення стiчних та поверхневих вод.

Методи дослідження – емпірико-теоретичний; аналіз, узагальнення, синтез, статистичні.

Щоб провести еколого-економічну оцінку ефективності методів очищення стічних та поверхневих вод була обчислена кореляція між витратами для різних методів очищення стічних вод (рис.1).

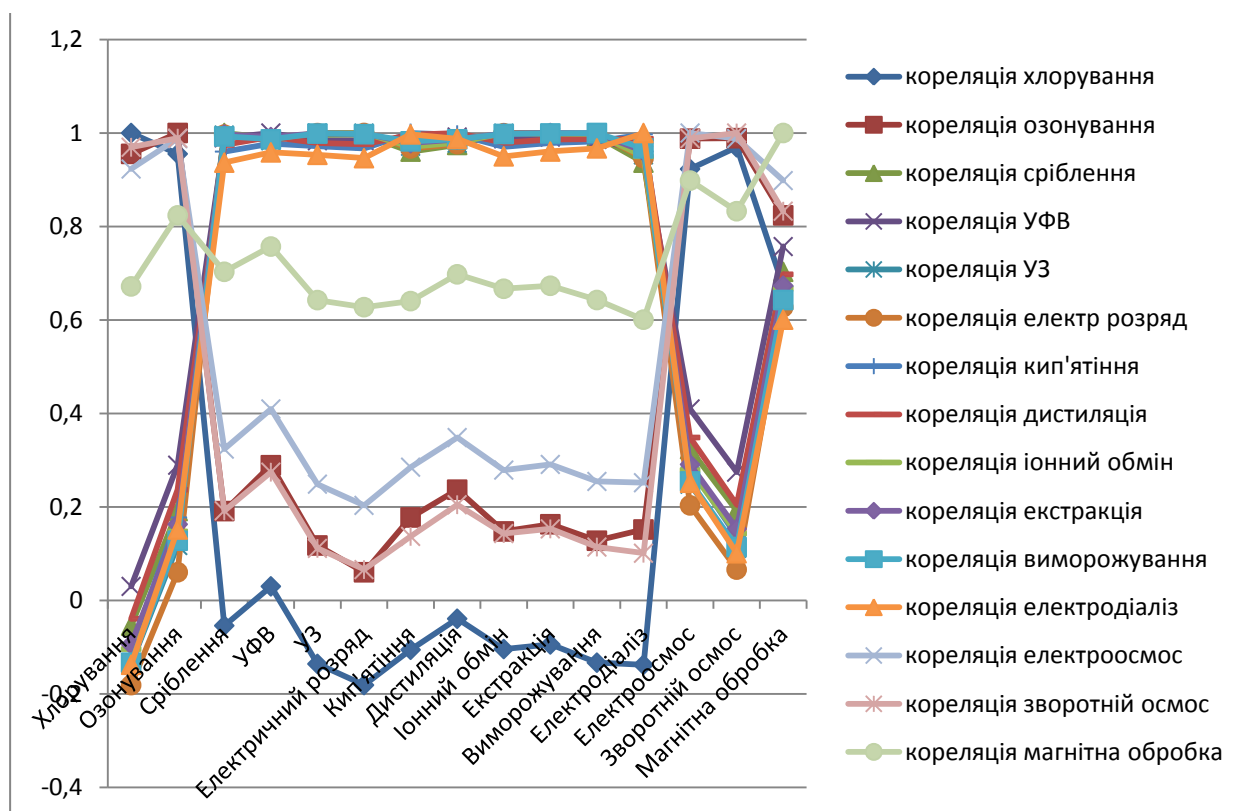


Рис.1. Кореляція між витратами рiзних методiв очищення стiчних вод

Найменшi кореляцiйні зв'язки показують наступні методи: хлорування, зворотній осмос, озонування, електроосмос, магнітна обробка. Найбільшi кореляцiйні зв'язки вiд 0.93 до 0.99, в тому числі й вiброкавітація (УЗ), показують фізико-хімічні методи. Отже, реалізація запропонованого вiброкавітацiйного методу разом з фізико-хімічними методами дасть змогу знизити капітальні, експлуатацiйні i енергетичні витрати на очищення стокiв.

Ступінь новизни полягає у тому, що запропоновано оптимальну схему поєднання різних методів очищення стічних вод, на основі еколого-економічної оцінки ефективності цих методів, що дає змогу покращити екологічну ситуацію в країні.

Практичне значення полягає у тому, що запропонована схема очищення і отримані результати можуть бути використані для покращення якості підготовки води на очищувальних спорудах, а також в системах очищення стічних вод не тільки підприємств переробки сільськогосподарської продукції та харчової промисловості, а й хімічних, машинобудівельних підприємств, ТЕС тощо.

Висновки:

1. Обґрунтовано необхідність прийняття рішень, спрямованих на зменшення наслідків антропогенного впливу на джерела водопостачання та зниження обсягів скидання неочищених та недостатньо очищених стічних вод у поверхневі водойми.

2. Проведено аналіз існуючих технологій очищення поверхневих та стічних вод. Визначено, що серед поширених методів знезараження води на території України пріоритетними є хімічні методи, що ґрунтуються на використанні сполук хлору, пероксиду водню, коагулянтів тощо. Проте вони володіють рядом недоліків, тому не завжди забезпечують необхідну ефективність. Тому останнім часом все більшої актуальності набувають фізичні методи обробки води.

3. Аналіз літературної бази джерел дозволив виявити, що найбільш економічним і високоефективним способом очищення стічних вод є кавітація. З огляду на відносну дешевизну, надійність та економічну безпечність кавітаційне очищення води має безсумнівну перспективу закріпити свою визначальну роль в охороні водного басейну.

4. Запропоновано поєднати класичні методи очищення з новими, що підтверджено обчисленими кореляціями. Реалізація запропонованого екологічно нешкідливого комбінованого методу дасть змогу підвищити ефективність очищення широкого спектра стічних вод.

5. Проведено економічні розрахунки впровадження даної технології, які підтверджують її економічну доцільність, що дає можливість знизити затрати на водоочищення і уникнути платежів за скидання недостатньо очищених стоків.

### Література

1. Пашков А.П. Проблеми забруднення поверхневих, підземних і стічних вод та заходи щодо їх ліквідації і запобігання в Україні / А.П. Пашков // Безпека життєдіяльності. – 2011. – № 4. – С.10–16.
2. Хижняк О.О. Проблема знезаражування природної води / О.О. Хижняк // Наукові вісті. – 2007. – № 5. – С.129–135.

**УДК 658.621**  
**ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ В КОНТЕКСТІ**  
**ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОБЛЕМИ ПІДВИЩЕННЯ ЕНЕРГЕТИЧНОЇ**  
**ЕФЕКТИВНОСТІ**

**І.В. Хом'юк<sup>1</sup>, С.Ю. Франишина<sup>2</sup>**

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

<sup>1</sup>*e-mail: vikira\_v@mail.ru,*

<sup>2</sup>*e-mail: fransveta50@gmail.com*

**Постановка проблеми.** Останнім часом особливо велика увага в світовій практиці приділяється математичному моделюванню, яке набуває особливої популярності порівняно із іншими видами моделювання. Це зумовлено тотальним проникненням комп'ютерної техніки в усі аспекти людського життя. Ще в середині 90-х рр. минулого століття при Міністерстві оборони США створено спеціальний підрозділ Defence Modeling and Simulation Office (DMSO), яким у 1996 році розпочато системні дослідження по створенню спеціальних технологій, що визначають загальну структуру, методологію для усіх подальших моделей та об'єктів моделювання. Відповідно, надалі усі послідовники розробки засобів та систем моделювання повинні слідувати цим стандартам [1].

**Аналіз останніх досліджень.** Проблема моделювання як вивчення різноманітних явищ і процесів знайшла своє відображення в працях А.Кочергіна, В.Венікова, М.Вартофського, М.Гамеза, І.Домашенка, О.Зинов'єва, В.Нікадрова, В.Штоффа. У педагогічній науці особливості методу моделювання розкрито в працях В.Загвязинського, В.Монахова, О.Дахіна, Є.Лодатка, В.Міхеєва, І.Підласого та ін.

**Мета дослідження** – навести деякі аспекти використання математичних моделей в контексті дослідження проблеми підвищення енергетичної ефективності.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** На сьогоднішній день особливого поширення та попиту набули математичні моделі та стандарти, що дозволяють спроектувати будь-який об'єкт дослідження.

М. Ярмаченко [3, с. 323] вважає, що метод моделювання лежить в основі будь-якого методу наукового дослідження – як теоретичного, при якому використовуються різноманітні знакові, абстрактні моделі, так і експериментального, де використовуються предметні моделі. Метод моделювання є інтегративним, він дозволяє об'єднати теоретичне і емпіричне в дослідженні, дозволяє досліджувати об'єкти у взаємозв'язку і проектувати логічні конструкції, що відображають явище в розвитку [7, с. 48–55].

Отже, можна стверджувати, що математичне моделювання забезпечує достовірність обробки отриманих результатів, а результатом моделювання є модель, що описує досліджуваний нами процес.

Л. Пустовіт «модель», як термін іншомовного походження, трактує як «зразок, примірник чого-небудь, схема для пояснення якогось явища або процесу» [5, с.433]; як штучно створений об'єкт у вигляді схеми, фізичних конструкцій, знакових форм або формул, який відображає і відтворює в найпростішому вигляді структуру, властивості, взаємозв'язки і відношення між елементами цього об'єкта [5]. Як зазначає В. Ягупов [7, с. 227], наукова категорія «модель» має еталонне значення, яке «визначає цілі, основи організації та проведення навчального процесу». У свою чергу, В. Штофф під моделлю розуміє подумки подану або матеріально реалізовану систему, яка, відображаючи або відтворюючи об'єкт дослідження, здатна заміщати його так, що її вивчення дає нам нову інформацію про об'єкт [6].

В сфері управління та організації виробничо-господарської діяльності існують стандарти типу мови моделювання бізнес-процесів BPMML (Business Process Modeling Language), що дозволяють раціонально спроектувати діяльність та ефективно використовувати усі види ресурсів [2].

Актуальність розв'язання проблем енергозбереження та підвищення енергетичної ефективності на виробничих об'єктах, зумовлена низьким рівнем ефективності споживання паливно-енергетичних ресурсів у виробничому процесі. Необхідність підвищення енергетичної ефективності вітчизняної економіки зумовлена, високим рівнем витрат енергетичних ресурсів на одиницю кінцевої продукції, внаслідок значного технологічного відставання української промисловості. В контексті вирішення цієї проблеми, найбільш важливими завданнями є реалізація напрямків зниження енергетичних витрат на виконання основних технологічних процесів, робіт, операцій [4].

Питомі витрати енергетичних ресурсів можуть бути розраховані практично для будь-якої машини, установки, агрегату за відомими аналітичними залежностями, проте їм характерний низький рівень точності через невизначеність у виборі значень дослідних коефіцієнтів та параметрів моделей, що не є постійними, не контролюються і важко вимірюються в умовах експлуатації. Тому для оперативного енергетичного контролю варто використовувати регресійні моделі, що дають можливість врахування основних чинників та систематичного уточнення коефіцієнтів моделей при зміні умов експлуатації.

Особливий інтерес для реальних виробничо-господарських об'єктів становлять так звані демонстраційні програмні моделі, що імітують поведінку об'єкта. Імітаційне моделювання у сучасному розумінні – це чисельний експеримент зі складною математичною моделлю, яка описує



поведінку об'єкта та інтерпретується на комп'ютері. Саме за допомогою створених математичних моделей можливо зімітувати та реально відтворити увесь виробничо-технологічний процес з урахуванням конкретного набору операційних змін, що виникають внаслідок проектного впровадження тих чи інших інноваційних, енергозберігаючих заходів.

В процесі моделювання можливо передбачити чи визначити величину впливу майбутніх заходів, що заплановані керівництвом, на виробничо-господарську діяльність об'єкта, його технологічний процес, операційні цикли тощо. В результаті моніторингу та вивчення поведінки імітаційної моделі, значно спрощується процес прийняття організаційно-управлінських рішень керівництва досліджуваного об'єкта на предмет доцільності реалізації конкретних заходів, що сприяє значній економії усіх видів ресурсів (трудових, фінансових, матеріальних) на об'єкті.

**Висновки.** Таким чином, моделювання є одним з найважливіших напрямків прогнозування підвищення ефективності діяльності конкретного виробничого об'єкта. Для керівництва підприємства – ефективний інструмент в галузі систем управління технологічним процесом в напрямку зниження енергетичних витрат.

### Література

1. Дубовой В. М. Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів і систем керування : навчальний посібник / В. М. Дубовой. – Вінниця : ВНТУ, 2012. – 308 с.
2. Business Process Modeling Language. Definition - What does Business Process Modeling Language (BPML) mean? – Електронний ресурс. Доступний з: <http://www.techopedia.com/definition/13762/business-process-modeling-language-bpml>
3. Педагогічний словник / [ ред . М. Д. Ярмаченко]. – К. : Пед. Думка, 2001. – 363 с.
4. Сердюк Т.В. Організаційно-управлінське забезпечення процесу підвищення енергетичної ефективності виробництва /Т. В. Сердюк, С. Ю. Франищина // Міжвідомчий науково-технічний збірник. Будівельне виробництво. – 2017. – № 62/1. – 129 с. – С. 82-87.
5. Словник іншомовних слів: 23000 слів та термінологічних словосполучень/ Л.О. Пустовіт(уклад.). – К. : Довіра, 2000. – 1017с.
6. Хом'юк В. В. Структурна модель формування математичної компетентності майбутніх інженерів / В. В. Хом'юк // Науковий вісник Кременецької обласної гуманітарно-педагогічної академії ім. Тараса Шевченка. Серія: Педагогіка // За заг. ред. Ломаковича А.М., Бенери В.Є. – Кременець : ВЦ КОГПА ім. Тараса Шевченка, 2015. – Вип. 5. – С.160–168.
7. Ягупов В. В. Педагогіка : навчальний посібник / В. В. Ягупов. – К. : Либідь, 2003. – 560с.

**УДК 001.891.572**  
**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ**  
**ЗВАРЮВАННЯ ЕЛЕКТРОДАМИ КОТРИ ПОКРИТО**  
**ЕКЗОТЕРМІЧНОЮ СУМІШШЮ**

**С.О. Шевцов<sup>1</sup>, Д.А. Волков<sup>2</sup>**

Донбаська державна машинобудівна академія, Краматорськ

<sup>1</sup>*e-mail: sheser@rambler.ru,*

<sup>2</sup>*e-mail: vda300577@ukr.net*

Зростання продуктивності процесів зварювання є однією з головних задач, серед тих що постають перед розробниками зварювальних та наплавних матеріалів. Для покращення зварювально-технологічних властивостей електродів та покращення результатів зварювання було запропоновано використати ефект екзотермічних реакцій [1-2]. До складу матеріалів покриття електродів додається екзотермічна суміш в вигляді відповідних окислювачів та розкислювачів. При цьому, головні параметри режиму зварювання: сила зварювального струму ( $I_{зв}$ ), напруга холостого ходу джерела живлення ( $U_{х.х.}$ ), коефіцієнт маси покриття ( $K_{п}$ ) і відношення в покритті окислювача та розкислювача ( $\alpha$ ) також суттєво впливають на термодинамічні характеристики нагрівання та плавлення електродів с екзотермічною сумішшю в покритті, що в свою чергу впливає на характер переносу електродного металу, нагрів виробів і глибину проплавлення при зварюванні.

Ціль досліджень: на основі експериментальних даних моделювання функцій котри визначають важливі характеристики зварювання, а також визначення оптимальних параметрів режимів дугового зварювання з використанням математичного апарату: математичної статистики, математичного аналізу, лінійної алгебри.

Для розв'язку поставленої задачі були проведені експериментальні дослідження основних режимів зварювання: сили зварювального струму ( $I_{зв}$ , змінна  $X_1$ ), напруга холостого ходу ( $U_{х.х.}$ , змінна  $X_2$ ), коефіцієнту маси покриття ( $K_{п}$ , змінна  $X_3$ ) и відношення вмісту окислювача та розкислювача ( $\alpha$ , змінна  $X_4$ ) на характеристики плавлення електродів с екзотермічною сумішшю в покритті: коефіцієнт наплавки ( $\alpha_{н}$ , вихідна функція  $Y_1$ ), коефіцієнт розплавлення електродного стрижня ( $\alpha_{р.ст.}$ , вихідна функція  $Y_2$ ), коефіцієнт втрат ( $\psi$ , вихідна функція  $Y_3$ ), коефіцієнт розбризкування електродного металу ( $\psi_{р.м.}$ , вихідна функція  $Y_3$ ), коефіцієнт виходу пригожого ( $K_{г}$ , вихідна функція  $Y_3$ ).

Залежність функцій оцінки якості зварювання від незалежних змінних  $X_i$  (факторів) визначалась в вигляді квадратичних функцій:

$$Y = b_0 + \sum_{i=0}^K b_i x X_i + \sum_{i<j}^K b_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^K b_{ii} X_i^2 \quad (1)$$

Для оцінки всіх коефіцієнтів квадратичної моделі використовували результати експериментів (надалі – план), в котрому кожна змінна варіюється принаймні в трьох різних рівнях, відповідна матриця є не виродженою. Методом найменших квадратів були визначені коефіцієнти залежностей вигляду (1) при цьому було створену відповідну програму для ПЕОМ [3-4].

В результаті статистичної обробки отриманих моделей с довірчим інтервалом на рівні 95% було визначено, що моделі адекватні [5].

Після виключення незначущих коефіцієнтів функції якості прийняли вигляд:

$$Y_1 = -21,24 + 0,03X_1 + 0,28X_2 - 5,88X_3 + 10,72X_4 - 0,0006X_1X_2 + 0,0207X_1X_3 + 0X_1X_4 - 0X_2X_3 - 0,0146X_2X_4 - 1,33X_3X_4 + 0,000006X_1^2 - 0,00075X_2^2 + 3,412X_3^2 - 1,129X_4^2 \quad (2)$$

$$Y_2 = -34,6028 + 0,122X_1 + 0,181X_2 + 18,31X_3 + 10,37X_4 - 0,0014X_1X_2 - 0,0065X_1X_4 - 0,173X_2X_3 + 0,0554X_2X_4 - 1,317X_3X_4 - 0,0000067X_1^2 - 0,00003401X_2^2 + 0,009259X_3^2 - 1,512X_4^2 \quad (3)$$

$$Y_3 = 162,51 - 0,547X_1 - 0,775X_2 - 134,89X_3 - 10,377X_4 + 0,00502X_1X_2 + 0,0001667X_1X_3 + 0,0057X_1X_4 + 1,83X_2X_3 - 0,38X_2X_4 + 4,25X_3X_4 - 0,00000067X_1^2 - 0,0000085X_2^2 - 134,89X_3^2 + 2,49083X_4^2 \quad (4)$$

$$Y_4 = 53,94 - 0,2069X_1 + 0,0184X_2 - 0,2634X_3 - 10,713X_4 + 0,0116X_1X_4 + 0,00357X_2X_3 + 0,00029183X_1^2 - 0,00004252X_2^2 + 0,0231X_3^2 + 0,9196X_4^2 \quad (5)$$

$$Y_5 = -26,943 + 0,4065X_1 + 0,5536X_2 + 73,15X_3 + 5,436X_4 - 0,0035X_1X_2 - 0,043X_1X_4 - 1,4166X_2X_3 + 0,2821X_2X_4 + 5,436X_4^2 \quad (6)$$

Квадратичні форми (2–6) методами матричної алгебри [6] приведемо до канонічного вигляду:

$$Y - Y_c = \sum_{i=1}^k \theta_i z_i^2 \quad (7)$$

Згідно з теорію квадратичних форм визначаємо власні значення та відповідні їм власні вектори, це робили також створивши відповідний блок в програмі для ПЕОМ. В результаті отримали:

$$Y_1 - 10,659 = -1,225z_1^2 - 0,0008176z_2^2 + 0,000092063z_3^2 + 3,508z_4^2 \quad (8)$$

$$Y_2 - 12,9429 = -1,757z_1^2 - 0,0289z_2^2 + 0,0001023z_3^2 + 0,283549z_4^2, \quad (9)$$

$$Y_3 - 15,329 = -1,692347z_1^2 - 0,000154z_2^2 + 0,4472z_3^2 + 3,73148z_4^2, \quad (10)$$

$$Y_4 - 6,5978 = -0,00009705z_1^2 + 0,000253z_2^2 + 0,02328z_3^2 + 0,919616z_4^2, \quad (11)$$

$$Y_5 - 55,285 = 1,862723z_1^2 - 0,699921z_2^2 + 0,000249z_3^2 + 0,712395z_4^2, \quad (12)$$

де формули переходу до нової системи координат:

$$z_1 = -3,98784 - 0,0011988X_1 + 0,005917X_2 + 0,1423X_3 + 0,9898X_4;$$

$$z_2 = 146,2843 - 0,3479X_1 - 0,93749X_2 + 0,0020097X + 0,004894X_4;$$

$$z_3 = 115,787 - 0,9375X_1 + 0,34795X_2 + 0,00215X_3 + 0,003526X_4;$$

$$z_4 = 1,04723 - 0,002916X_1 - 0,0002967X_2 - 0,98982X_3 + 0,1423X_4.$$

Функціональні залежності (8–12) задають поверхні типу міні-макс, координати вершин котрих приведено в табл. 1.

Таблиця 1

Координати екстремальних точок і значення виходів в них

	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$
$X_{1c}$	159,45	31,7159	216,2137	275,1908	-39,5634
$X_{2c}$	98,87	76,659	64,4705	197,967	51,6231
$X_{3c}$	1,0609	2,0217	0,63357	-9,5763	1,64163
$X_{4c}$	3,4903	3,885	3,9216	4,0969	5,8635
$Y_c$	10,66	12,942	15,329	6,59	55,285

Після проведення оптимізації отриманих результатів, визначили найоптимальніші показники процесу зварювання, та значення вхідних параметрів при котрих ці показники досягаються.

Висновки:

1. Визначені оптимальні параметри режиму ручного дугового зварювання, котрі забезпечують отримання максимального значення коефіцієнту наплавки при мінімальних витратах електродного металу.

2. Установлено функціональний зв'язок між параметрами режимів зварювання та характеристиками плавлення електродів с екзотермічною сумішшю в покритті.

3. Розроблено математичну модель і побудовані рівняння що описують цю модель. Це дозволило визначити наступні оптимальні режими зварювання:  $I_{зв} = 290...310$  А,  $U_{х.х.} = 60$  В. Для даного режиму при  $K_{п} = 0,7$  та  $d_{ст} = 5$  мм показники плавлення мають наступні значення:  $\alpha_{р.ст.} = 11,9...12,1$  г/(А·ч),  $\alpha_{н} = 12,9...13,2$  г/(А·ч),  $\psi = 13,0...13,5$  %,  $K_{г} = 65...66$  %,  $\psi_{р.м.} = 4,7...4,8$  %.

4. Приведений метод можна використовувати в інших випадках дугового зварювання, для визначення оптимальних режимів.

### Література

1. Походня, И. К. Сварочные материалы: Состояние и тенденции развития / И. К. Походня // Автоматическая сварка. – 2003. – №3. – ISSN 0005-111X.
2. Карпенко, В. М. Показатели плавления сварочных электродов с экзотермической смесью в покрытии / В. М. Карпенко, А. Ф. Власов, Г. Б. Билык // Сварочное производство.–1980.–№ 9.
3. Кветний Р. Н., Богач І. В., Бойко О. Р., Софина О. Ю., Шушура О. М. Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислення.: Навчальний посібник, 2013
4. Вентцель А. Д. Курс теории случайных процессов. М.:Наука, 1996.
5. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисление/ Пискунов Н. С. – М., 1972.
6. Холькин А.М. Высшая математика. Часть 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Мариуполь: ПГТУ, 2016.

**СЕКЦІЯ 4. МАТЕМАТИКА В ІТ-ТЕХНОЛОГІЯХ****УДК 378.14:[51:004]  
ПРО РОЗРОБКУ ТЕСТОВИХ КОНТРОЛЬНИХ РОБІТ З КУРСУ  
«МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОЇ ЕКОНОМІКИ»****І.В. Алексєєва**

Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», м. Київ  
*e-mail: alexir1@ukr.net*

Комп'ютерне тестування є одним із сучасних способів перевірки рівня підготовки студентів з математичних дисциплін і може успішно застосовуватись разом із традиційними формами контролю. На кафедрі математичного аналізу та теорії ймовірностей НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» існує багаторічний досвід складання тестових завдань з усіх розділів вищої математики, які викладаються для інженерно-технічних та економічних спеціальностей університету [3]. Аналіз створених тестових завдань здійснювався із застосуванням сучасних математичних методів параметризації тестових завдань, які мають назву Item Response Theory (IRT) [1,2].

В рамках курсу «Методи математичної економіки» для студентів-математиків, що навчаються за новою спеціалізацією «Страхова та фінансова математика», були створені тестові контрольні роботи з лінійного програмування та елементів теорії ігор. Тести розроблено з застосуванням відкритої освітньої (Open Source) системи управління навчанням Moodle.

Враховуючи специфіку розділів «Лінійне програмування» та «Теорія ігор», перевірка традиційної контрольної роботи потребує від викладача багато зусиль і часу, оскільки доводиться перевіряти велику кількість одноманітних обчислювальних дій. Створені критеріально-орієнтовані тести замінюють традиційні контрольні роботи і виконуються студентами після захисту розрахункових робіт з відповідних розділів.

Для контрольної роботи з лінійного програмування створена база з 9 комплектів тестових завдань. Кожен з перших восьми комплектів має по 5 типових задач з однієї теми та однакового рівня складності і дев'ятий комплект містить 16 питань теоретичного характеру. Під час тестування контрольна робота для кожного студента формується автоматично з завдань, що випадковим чином вибираються по одному з комплектів перших восьми типів і двох випадкових теоретичних питань дев'ятого комплекту. Отже, маючи обмежений банк завдань ( $8 \times 5 + 1 \times 16 = 56$  завдань) можна сформувати велику кількість різних варіантів тестової роботи. Аналогічно побудована і контрольна робота з теорії ігор.

Система управління навчанням Moodle надає багато можливостей для побудови тестів: налаштування кількості спроб проходження тесту, налаштування обмеження часу тестової роботи, довільний порядок питань

і відповідей на них в тесті, можливість гнучко оцінювати кожне завдання тесту в залежності від рівня його складності тощо.

Кожна тестова контрольна робота розрахована на 60 хвилин, оцінюється в 15 балів і містить 10 завдань теоретичного і практичного характеру у вигляді тестів закритого і відкритого типів. До тестів відкритого типу відносяться завдання на множинний вибір та завдання на відповідність. Кожне завдання на множинний вибір має 4 або 5 варіантів відповідей серед яких тільки одна вірна. Зауважимо, що більша кількість варіантів відповідей з одного боку створює штучність в підборі дистракторів, що спрощує відкидання завідомо невірних варіантів, а з іншого боку – збільшує час на їх читання. Приклад завдання з однією правильною відповіддю наведено на рис. 1.

Нехай оптимальний розв'язок двоїстої задачі  $Y^*=(0,2,5,1)$ . Використовуючи економічну інтерпретацію симетричних двоїстих задач вказати найбільш дефіцитний ресурс.

Выберите один ответ.

- a. четвертий
- b. третій
- c. другий
- d. перший

Рис.1. Приклад завдання на множинний вибір

Завдання на відповідність потребують складання правильної пари: для запропонованих тверджень потрібно підібрати правильну відповідь серед наданих варіантів. Такий тип тестів дозволяє перевіряти асоціативні знання і об'єднувати в одному завданні декілька нескладних задач. Важливою вимогою є взаємна однозначність відповідності, тобто кожному елементу однієї множини ставиться у відповідність тільки один елемент іншої множини. Формальною вимогою є також неоднакова кількість елементів у правому та лівому стовпцях. Зайві (неправильні) відповіді є тільки у правому стовпці. Якщо кількість елементів у двох множинах однакова, то остання пара складається автоматично, згідно з методом послідовного виключення. Наведемо приклад завдання на відповідність (рис. 2).

Встановити відповідність між заданими платіжними матрицями A)  $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ , B)  $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}$ , C)  $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$  і сідловими точками

C)	Выбрать...
B)	Выбрать...
A)	Выбрать...

- Выбрать...
- (A1; B2)
- (A2; B2)
- (A1; B1)
- (A2; B1)

Рис.2. Приклад завдання на відповідність

Тестові завдання відкритої форми не мають запропонованих варіантів відповідей. Для задач на обчислення, з метою запобігання вгадуванню відповіді, зручно використовувати саме тести такого типу (рис. 3). При комп'ютерному тестуванні необхідно мати еталонну відповідь з якою посимвольно порівнюється відповідь студента. Часто виникає ситуація, коли відповідь може бути записана неоднозначно, наприклад, число  $\frac{1}{2}$  можна записати як 0,5 або 0.5. Тому еталонна відповідь повинна містити усі правильні варіанти або точну інструкцію, як подавати відповідь.

Знайти оптимальний розв'язок транспортної задачі, якщо перевезень  $Z_{\min}$ .

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 6 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}, a = (15, 10, 17), b = (20, 22)$$

У відповідь записати мінімальну вартість

Ответ:

Рис.3. Приклад тесту відкритого типу

Створені тестові контрольні роботи дозволяють оцінити мінімально необхідний рівень знань теоретичних основ та алгоритмів розв'язку задач з лінійного програмування та матричних ігор, вміння економічно інтерпретувати та аналізувати одержані результати. Така форма контролю прогресивно сприймається студентами і не викликає заперечень навіть не у дуже сумлінних студентів, оскільки виключає суб'єктивний характер оцінювання їх роботи. Одержання оцінки одразу після виконання комп'ютерної тестової роботи, а також можливість переглянути свої і правильні відповіді спонукає студентів до обговорення та аналізу своїх помилок, що позитивно впливає на подальше засвоєння матеріалу курсу.

З досвіду роботи з комп'ютерними тестами можна зазначити, що вони є потужним інструментом підтримки навчального процесу, який вимагає від викладача творчого підходу в створенні нових завдань.

## Література

1. Алексеева І. В. Застосування сучасних математичних моделей педагогічного тестування у формуванні та аналізі тестових завдань комплексу «Вища математика»/ Алексеева І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О., Коновалова Н. Р., Федорова Л. Б. — Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. — Вип. 33. — Донецьк: Вид-во ДонНТУ, 2010. — С.50–56.
2. Алексеева І. В. Застосування математичних моделей тестів у комплекті дистанційної освіти «Вища математика»/ Алексеева І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О. [та ін.]. Математичні машини та системи. – 2010. – №4. – С. 89 – 98.
3. Алексеева І. В. Про досвід застосування тестових контрольних робіт з вищої математики / І. В. Алексеева, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова // Міжнародна науково-практична конференція «Математика в сучасному технічному університеті», 19—20 квітня 2013 р., Київ: Матеріали конф. — Київ: НТУУ «КПІ», 2013. — С. 442—445.

**УДК 004.09**  
**ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ НА ОСНОВІ КІБЕРНЕТИЧНО-МАТЕМАТИЧНОЇ АКМЕОЛОГІЇ**

**В.М. Антонов**

Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», м. Київ  
*e-mail: vant46@mail.ru*

Розглядається проблема вирішення задач *кібернетично-математичної акмеології (психології)* (КМА-П) як науки, навчальної дисципліни, галузі психологічно-акмеологічної математичної практики, що застосовується автором для підвищення ефективності навчального процесу в НТУУ «КПІ». Систематизувати задачі, що вирішуються можна наступним чином.

**1. Теоретичні задачі:**

- вивчення історії математики;
- дослідження епістемології математики у її філогенетичному аспекті;
- здійснення порівняльного аналізу і узагальнення концепцій і моделей математики;
- прогнозування подальшого розвитку методики вивчення математики.

**2. Практичні задачі:**

- впровадження КМА-П моделей у математичній акме-психологічній галузі: диференціальну, соціальну, педагогічну, інженерну, соціологічну, етнічну, загальну, експериментальну, *гендерну*, етасологічну тощо (тобто розробка КМА-П моделей і методів математики);
- розробка нових та удосконалення розроблених адекватних КМА-П моделей і методів математики у різних додатках акме-(псих) знань;
- впровадження КМА-П у якості навчальної дисципліни, тобто задачі методологічного обґрунтування необхідності і корисності застосування кібернетики і математики у психології та акмеології; задачі усвідомлення предмету і спеціальних методів КМА-П як науки; задачі змісту навчальної дисципліни;
- розробка демонстраційних особливостей КМА-П інтерпретацій математики;
- розробка КМА-П моделей, оцінка їх адекватності і корисності для використання на практиці за допомогою психологічно-акмеологічної кваліметрії;
- систематизація КМА-П моделей і методів математики;



- розробка КМА-П моделей і методів математики для акме- (псих) діагностики, прогнозу, управління тощо.

### 3. *Науково-дослідницькі задачі:*

- дослідження філогенезу математичної розумової діяльності людини;

- дослідження і вивчення математичної (кібернетичної) креативності людини

- у онто- генезі (наприклад, у психологів, акмеологів, кібернетиків, математиків тощо);

- дослідження проблеми «штучного інтелекту»;

- дослідження методів комп'ютерної діагностики, управління та прогнозування можливої поведінки людини (комп'ютерна математична психопрогностика);

- дослідження психо- акме вимірів (психологічної (акмеологічної)) кваліметрії (метрології);

- дослідження і вивчення математичного опису психологічних (акмеологічних) об'єктів.

Для вирішення перелічених задач використовується авторська технологія під назвою - кібернетична акмеологія (КА). **КА** - це комп'ютерно-експертний інструментарій дослідження, аналізу, моделювання потенційно - ресурсних можливостей людини на основі КіберАкмеологічної ергономічно-ергатичної інтелектуальної ІС з метою конструювання індивідуальної акме - моделі особи для формування технологій, програм, алгоритмів, методологій досягнення нею власних акме- точок життєдіяльності; - це також, системна комп'ютерно-інноваційна технологія дослідження, аналізу та синтезу потенційно-ресурсних онто- і філо- генетичних можливостей людини з метою визначення та прогнозування її акме- у різних сферах життєдіяльності та зацікавленостей та у вивченні математики.

**КА - призначена** для того щоб допомогти людині: визначити її ресурси, сформулювати мету у відповідності до ресурсів, спроектувати паспорт (модель) досягнення мети. **КА** - досліджує ресурс людини, допомагає сформулювати мету, дає поради стосовно реалізації мети - бажання на основі ресурсів акме- людини та пошуку алгоритму сприятливих умов для конструктиву діади: Мета - Ресурс. **КА** - це акмеологія заснована на кібернетиці; це прикладна кібернетика; це спеціальна акме- дисципліна, предметом якої є застосування кібернетично - математичних методів та моделей у акмеології.

**Кібернетично - математична акмеологія (КМА)** - це акмеологія , що використовує кібернетику і математику; це спеціальна акме-дисципліна, предметом якої є застосування кібернетично-математичних моделей і методів у акмеології.

*Акмеологічна кібернетика і математика* (АКМ)- це галузь кібернетики і математики, яка стимулюється акмеологічними задачами та застосовується для аналізу і обробки акмеологічних даних. У АКМ - проводяться дослідження по використанню кібернетики і математики для обробки результатів акме- досліджень.

Актуальною є проблема *акмеологічності кібернетики, математики творчості*, тому що математика і кібернетика народжені людською психікою і як наслідок їх можна розглядати як частину предметної галузі психології та акмеології. І у цій якості математика і кібернетика цікавлять психологію (акмеологію методично і генетично як засіб самопізнання і як наслідок народжений психікою. А генетичний аспект і створює предмет *акме- (психо) математично-кібернетичної епістемології*.

Автор вважає, що розуміння КМА як особливої специфічної науки базується на таких поняттях: КМА моделі і методи, КМА засоби, акмеологічна епістемологія математики і кібернетики, акмеологічна епістемологія математики і кібернетики у її онтологічному сенсі.

*Акмеологічна кібернетично-математична епістемологія* (АКМЕ) - на теперішній час обмежується сферою КМА та АКМ моделями і методами, що вже розроблені та розробляються у математичній психології та у психологічній математиці та кібернетиці. АКМЕ розглядається автором в її філо- та онтогенетичному аспектах. Предметом АКМЕ - є генетичний аспект пізнання людини.

*Акмеологічна праксіологічна кібернетично-математична епістемологія* використовується для побудови акмеологічно - психологічної кібернетично-математичної моделі людини та для акме-самопізнання.

Основні функції *кібернетично-математичної акмеології (психології) (КМА-П)* як науки це: кібер- акме- псих діагностика, прогностика, управління, менеджмент та логістика. Кількісний підхід у КМА-П, як і у інших слабо формалізуємих науках, базується на *кваліметрії* (психометрії) та її методах. Всі акме- явища, сутності та причини - не визначені і варіативні, і тому повинні описуватися як випадкові події, величини, функції на основі традиційного математичного апарату: теорії ймовірностей та математично-статистичних методів, а також на основі мульти- множин, помічених матриць, багатовимірних розподілів ймовірностей, стохастичних графів, варіативних алгоритмів, математично-статистичних моделей і методів для акме- психологів тощо, але відповідно до сутності акме- психології. При цьому треба використовувати математичну інтерпретацію психологічних об'єктів дослідження.

УДК 004.09  
**ФРАКТАЛЬНО-АКМЕОЛОГІЧНА ГНОСЕОЛОГІЧНА КОНЦЕПЦІЯ  
ПРИ ВИВЧЕННІ (ВИКЛАДАННІ) МАТЕМАТИКИ**

**В.М. Антонов**

Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», м. Київ  
*e-mail: vant46@mail.ru*

**Фрактал** (лат. *fractus* — подрібнений, дробовий) — нерегулярна, само подібна структура. В широкому розумінні фрактал означає фігуру, малі частини якої в довільному збільшенні є подібними до неї самої. Термін *фрактал* увів 1975 року Бенуа Мандельброт.

Об'єкти, які тепер називаються фракталами, досліджувались задовго до того, як їм було дано таку назву. В *етноматематиці*, наприклад в роботах Рона Еглаша «*Африканські Фрактали*», задокументовано поширені фрактальні геометричні фігури в мистецтві тубільців. В 1525 році німецький митець Альбрехт Дюрер опублікував свою працю *Керівництво Художника*, один із розділів якої має назву «Черепичні шаблони, утворені пентагонами». Пентагон Дюрера багато в чому є схожим на килим Серпінського, але замість квадратів використовуються п'ятикутники. Джексон Поллок (американський експресіоніст 50-тих років) малював об'єкти, дуже схожі на фрактали.

Ідею «рекурсивної само подібності» було висунено філософом Лейбніцом, який також розробив багато з деталей цієї ідеї. В 1872 Карл Веєрштраєс побудував приклад функції з не інтуїтивною особливістю, скрізь неперервної, але ніде не диференційованої — графік цієї функції тепер би називався фракталом. В 1904 Хельга Фон Кох, незадоволений занадто абстрактним та аналітичним означенням Веєрштраєса, розробив більш геометричне означення схожої функції, яка тепер має назву сніжинки Коха. Ідею самоподібних кривих було далі розвинено Полем П'єром Леві, який у своїй роботі *Криві та поверхні на площині та у просторі, які складаються із частин, схожих на ціле*, виданій 1938 року, описав нову фрактальну криву, відому тепер як Крива Леві.

Георг Кантор навів приклади підмножин дійсних чисел із незвичними властивостями — ці множини Кантора тепер також визнаються як фрактали. Ітераційні функції на комплексній площині досліджувались в кінці 19 та на початку 20 століття Анрі Пуанкаре, Феліксом Кляйном, П'єром Фату та Гастоном Жюліа. Проте за браком сучасної комп'ютерної графіки у них забракло засобів відобразити красу багатьох із відкритих ними об'єктів.

В 1960-их роках, Бенуа Мандельброт почав дослідження само подібності в своїх роботах, наприклад *Яка довжина узбережжя Британії?*

*Статистична само подібність та дробова розмірність.* Ця доповідь базувалась на ранніх роботах Луї Фрая Річардсона. В 1975 році Мандельброт використав слово *фрактал* як назву для об'єктів, розмірність Хаусдорфа яких є більшою за топологічну розмірність. Він проілюстрував своє математичне означення захоплюючими зображеннями, зробленими за допомогою комп'ютера. Ці зображення привернули велику увагу; багато з них базувалися на рекурсії, що призвело до появи поширеного розуміння слова *фрактал*.

Множина Жюліа, фрактал, близький до множини Мандельброта. Порівняно простий клас прикладів становлять множини Кантора, в яких короткі та ще коротші (відкриті) інтервали вилучаються з одиничного інтервалу  $[0; 1]$ , залишаючи множину, яка, можливо, буде (або не буде) само подібною при збільшенні її, можливо, матиме (або не матиме) розмірність Хаусдорфа  $d$  таку, що  $0 < d < 1$ . Також до прикладів фракталів належить фрактал Ляпунова, трикутник Серпінського, килим Серпінського, губка Менгера, крива дракона, крива заповнення простору, межі множин груп Кліні та крива Коха. Фрактали можуть бути детермінованими або стохастичними (наприклад, не детермінованими). Хаотичні динамічні системи іноді асоціюються з фракталами (наприклад атрактор). Об'єкти в просторі параметрів родини систем також можуть бути фракталами. Цікавим прикладом є множина Мандельброта. Ця множина містить цілі диски, тому її розмірність Хаусдорфа дорівнює топологічній розмірності, яка дорівнює 2, і вона формально не є фракталом, але що насправді є дивним, це те, що розмірність Хаусдорфа межі множини Мандельброта також дорівнює 2 (а топологічна розмірність дорівнює 1). Це було доведено М. Шішікурою 1991 року.

**Само подібні множини з незвичайними властивостями в математиці.** Починаючи з кінця ХІХ століття, в математиці з'являються приклади само подібних об'єктів з патологічними з точки зору класичного аналізу властивостями. До них можна віднести наступні (1-14):

- множина Кантора — ніде не щільну незліченну досконалу множину. Модифікувавши процедуру, можна також отримати ніде не щільну множину позитивної довжини;
- трикутник Серпінського («скатертина») і килим Серпінського — аналоги множини Кантора на площині;
- губка Менгера<sup>[en]</sup> — аналог множини Кантора в тривимірному просторі;
- приклади Вейерштраса і Ван дер Вардена ніде не диференційованої неперервної функції;
- крива Коха — неперервна крива, що не перетинається, нескінченної довжини, яка не має дотичній ні в одній точці;
- крива Пеано — неперервна крива, що проходить через всі точки квадрата;

- траєкторія броунівської частинки також з імовірністю 1 ніде не диференційована. Її хаусдорфова розмірність дорівнює двом.

**Класифікація фракталів.** Фрактали можна класифікувати відповідно до їхньої само подібності. Розрізняють три типи само подібності у фракталах.

- Точна само подібність — Це найсильніший тип само подібності; фрактал виглядає однаково при різних збільшеннях. У фракталів, згенерованих з використанням ітераційних функцій, часто виявляється точна само подібність.

- Майже само подібність — Слабка форма само подібності; фрактал виглядає приблизно (але не точно) само подібним при різних збільшеннях. Майже само подібні фрактали містять малі копії цілого фракталу у перекручених та вироджених формах. Фрактали, згенеровані з використанням рекурентних відношень, зазвичай є майже (але не точно) само подібними.

- Статистична само подібність — Це найслабкіша форма само подібності; фрактал має чисельні або статистичні міри, що зберігаються при збільшенні. Найприйнятніші означення «фракталів» просто містять в собі деякий вид статистичної само подібності (розмірність фракталу, саме по собі, є чисельною мірою, що зберігається при збільшенні). Ймовірнісні фрактали є прикладами фракталів, які є статистично, але не майже й не точно само подібними.

Слід зазначити, що не всі само подібні об'єкти є фракталами; наприклад, числова вісь (евклідова пряма) є точно само подібною, але, оскільки її розмірність Гаусдорфа та топологічна розмірність дорівнюють одиниці, вона є фракталом.

**Фрактальна Акмеологія.** Відомо, про якісний потужний вплив фракталів на процеси сприйняття - усвідомлення - запам'ятовування необхідної інформації людиною (1-14). Фрактали використовують для моделювання нових алгоритмів розпізнання, вивчення фізіологічних процесів впливу на людину. Існує індивідуальний фрактальний інтерес, стимул, мотивація особистості. Досліджено, що фрактальні зображення мають *«гедонічний» позитивний ефект* та впливають на формування позитивних емоцій при засвоєнні нових знань. *Автор досліджує вплив фракталів на:* функціональний стан людини, її працездатність; розвиток та саморозвиток Людини як суб'єкта діяльності при вивченні природних дисциплін, зокрема математики та досягненні особою «акме» - свого життя. Відомо, що фрактальні об'єкти: мистецтво, дизайн тощо *викликають:* підвищений інтерес людини у направленні позитивних емоцій. Авторський колектив проектує. *Кібернетично акмеологічну математично-праксеологічну інформаційну систему* для дослідження впливу фракталів на людину.

## УДК 510.2

### СОЦІАЛЬНІ МЕРЕЖІ ЯК ІНСТРУМЕНТ ВПЛИВУ НА НАВЧАННЯ (НА ПРИКЛАДІ ДИСЦИПЛІНИ «ОСНОВИ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ»)

**А.Р. Борздох**

Донецький національний університет ім. Василя Стуса, м. Вінниця

*e-mail: annaborzdykh2704@mail.ru*

Науковий керівник: к.п.н, доцент Терменжи Д. Є.

На сучасному етапі розвитку інформаційно-комунікаційних технологій особливе місце посідають розроблені ІТ-корпораціями сервіси та служби мережі Internet, що отримали назву – соціальних, до цих сервісів відносяться і популярні нині соціальні мережі. Поняття «соціальна мережа» розуміється як інтерактивний, багатокористувацький веб-сайт, контент якого наповнюється самими учасниками мережі. Сайт являє собою автоматизоване соціальне середовище, що дозволяє спілкуватися групі користувачів, об'єднаних спільним інтересом» [3, с 159-162].

Популярність соціальних мереж у всьому світі неухильно зростає, особливо це стосується молоді. Так, серед студентів Донецького національного університету імені Василя Стуса, за даними проведеного анкетування, кожен учасник опитування має хоча б один профіль у соціальних мережах («Вконтакте», «Однокласники», «Facebook», «Twitter», «Skype»). Вони використовуються студентами як повноцінне джерело інформації, (кожна академічна група має спільну бесіду, в якій обмінюються новинами, допомагають один одному у розв'язуванні завдань тощо). Дві третини опитаних студентів підписані на спільноти, які присвячені окремим дисциплінам.

Сьогодні наукові пошуки шляхів до удосконалення навчання у вищих навчальних закладах засобами соціальних мереж відображено у працях В. Бикова, Н. Задорожної, С. Литвинової, В. Кухаренка, Н. Морзе, С. Сисоева. Проте питання використання соціальних мереж для формування позитивного ставлення студентів до навчання дисципліни «Основи вищої математики» на сьогодні розглянуто не повною мірою.

Тому метою статті є висвітлення можливостей використання соціальних мереж у навчанні студентів біологічного факультету дисципліни «Основи вищої математики».

Педагоги підкреслюють, що застосування соціальних мереж у навчанні дозволяє учасникам створювати навчальний контент, проводити відеоконференції, надає можливість виконувати групові завдання, застосовуючи такі додаткові опції як форуми, коментарі, опитування, голосування; спрощує процес обміну інформацією, тобто передбачає реалізацію принципу безперервної освіти. Створюються передумови для формування професійних компетентностей студентів: навички взаємодії, самоорганізації, формування і розвиток креативного мислення. За такого

підходу викладач виконує роль не лише «наставника», а виступає модератором електронного освітнього середовища.

Соціальні мережі стали основним засобом спілкування; групового і самостійного пошуку, зберігання, редагування інформації; виконання домашніх та індивідуальних завдань [1, с 169].

Так, для студентів біологічного факультету Донецького національного університету з метою зацікавити математикою нами створено спільноту «WeCreate» у соціальній мережі «Вконтакте», оскільки цією мережею користуються всі студенти даної академічної групи.

Головними завданнями спільноти «WeCreate» є:

- стимулювання майбутніх біологів та екологів до самостійного пошуку цікавих фактів, які пов'язують біологію з вищою математикою;
- професійне спрямування навчання вищої математики, розгляд математичних задач прикладного змісту, побудова математичних моделей тощо;
- забезпечення необхідними електронними навчальними та методичними матеріалами з дисципліни;
- спільне розв'язування типових завдань, консультування,
- проведення цікавих математичних дидактичних ігор.

Результати спостережень: більшість студентів підписались на новини спільноти, приймали активну участь у опитуваннях, розв'язуванні логічних задач, проте значна частина учасників реагували пасивно.

Нами планується розробити повноцінну соціальну мережу та систему соціальних медіа для навчання курсу вищої математики студентів біологічного факультету, а також дослідити її ефективність для активізації їхньої пізнавальної діяльності до вивчення цієї дисципліни. На основі створеної мережі плануємо підготувати нові форми навчальних занять, підібрати цікаві завдання та багато інших інновацій, які допоможуть студентам при вивченні предмету «Основи вищої математики».

Отже, впровадження в навчальний процес такого інструменту як соціальні мережі може з легкістю замінити застарілі форми організації навчального процесу. Тим більше, досвід впровадження соціальних мереж свідчить про доцільність використання їх під час вивчення дисципліни «Основи вищої математики» студентами-біологами.

## Література

1. Осадчий В.В. Соціальні Інтернет-мережі як засіб дистанційного навчання / В.В. Осадчий. - Вісник післядипломної освіти: зб. наук. праць.-Вип. 7(20) / В.В. Олійник. – К: «АТОПОЛ», 2012.- с.169
2. Сервіси Web 2.0 в освіті [Електронне ресурс] Режим доступу: <https://ru.wikibooks.org/wiki>
3. Щербаков О. В. Соціальна мережа для підтримки навчального процесу у ВНЗ / О. В. Щербаков, Г. А. Щербина // Системи обробки інформації: зб. наук. праць.– 2012. – Вип. 8 (106). – С. 159-162

**УДК 519.87:004**  
**ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ОДНОМІРНОЇ**  
**ОПТИМІЗАЦІЇ**

**Л. В. Васильєва<sup>1</sup>, А. С. Житченко<sup>2</sup>**

Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ  
e-mail: kit@dgma.donetsk.ua

Завдання пошуку екстремуму функцій однієї змінної формулюється як знаходження такого значення вхідної змінної об'єкта, яке відповідає найкращому (мінімальному або максимальному) значенню цільової функції.

Хоча на практиці завдання, в яких критерій заданий функцією однієї змінної, зустрічаються досить рідко, аналіз таких завдань займає досить важливе місце в оптимізаційних дослідженнях. Це пояснюється тим, що багато багатовимірних методів використовують на кожній ітерації одномірні процедури. Одномірні методи досить зрозумілі, легко можуть бути проілюстровані графічно, що дозволяє глибше зрозуміти сутність завдань оптимізації та сприяє набуттю навичок їх розв'язання.

Основна мета створення програмного комплексу для вирішення завдань одновимірної оптимізації полягає в тому, щоб підвищити ефективність і швидкість рішення, мінімізувати можливість допущення помилки в ході роботи. Програма, на відміну від людини, дозволяє виконати тисячі ітерацій за секунду і, отже, набагато швидше і ефективніше виконає поставлене завдання. Розробка програмного комплексу реалізована за допомогою IDE Visual Studio Code та мови програмування JavaScript.

У проєкті розроблено програмний комплекс для вирішення завдання одновимірної оптимізації трьома різними методами: дихотомії; золотого перетину; методом Фібоначчі.

Інтерфейс реалізований на мові для структурування та подання вмісту всесвітньої павутини HTML5 і мовою опису зовнішнього вигляду документа CSS3.

Інтерфейс містить в собі: логотип, назву, форму з 3 полями введення, 2 списки, що розкриваються, з 5 опціями (3 в першому і 2 в другому), кнопку для обчислення, блок з попередньою інформацією, полотно для відтворення графіки та блок з результатами обчислень.

Результати розрахунку у вигляді координат і графічної ілюстрації графіка функції  $f(x)$  з точкою знайденого екстремуму представлений на рис. 1.



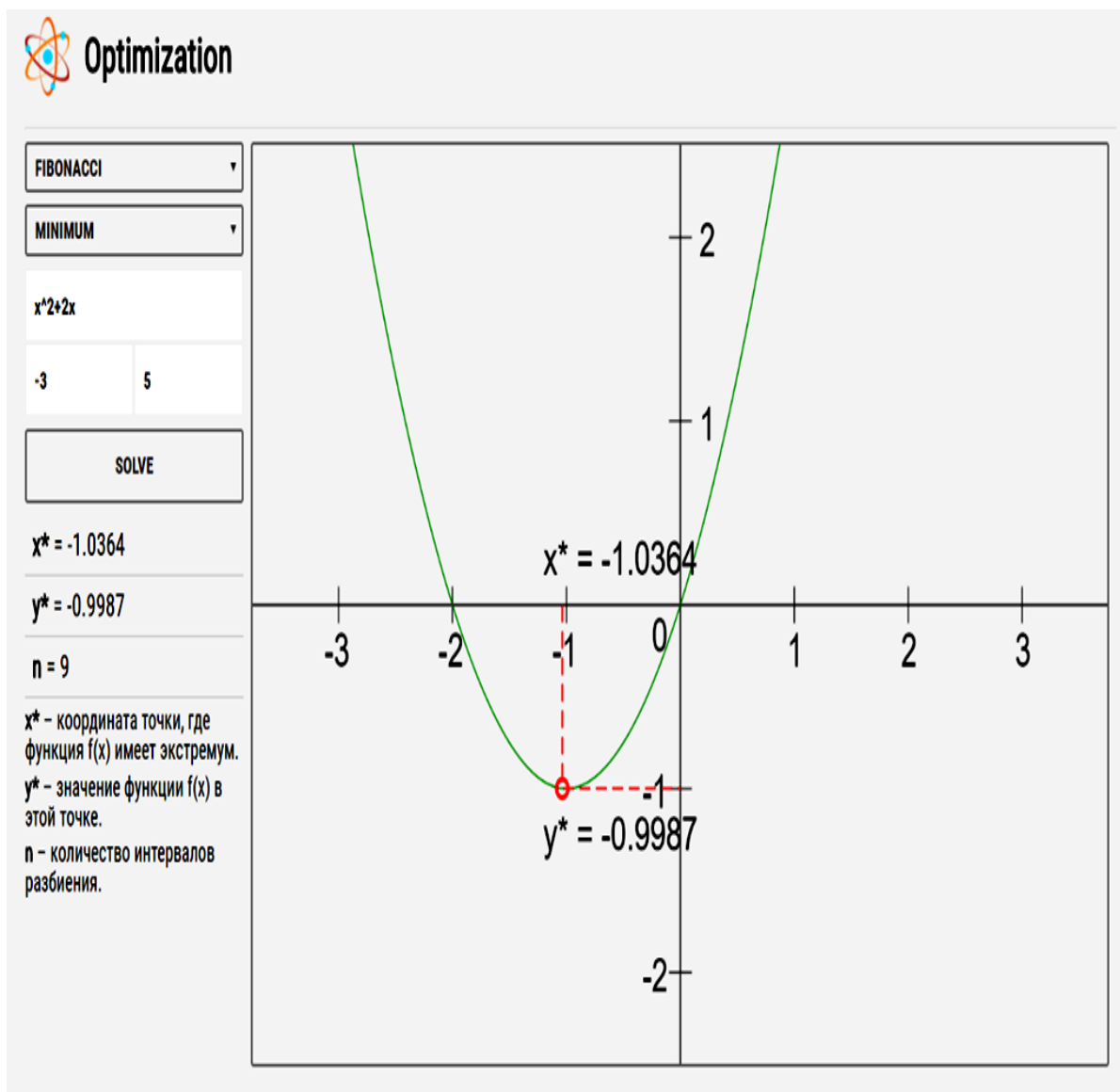


Рис. 1. Результати розрахунку

Для зручності реалізована можливість збільшення / зменшення масштабу графіка і переміщення по графічній області за допомогою миші.

Розроблений програмний продукт дозволяє швидко і з контрольованою похибкою зробити багатоітераційні розрахунки, побудувати графік будь-якої унімодальної функції  $f(x)$  і оптимізувати її різними методами, тим самим заощадивши для людини найдорогоцінніший життєвий ресурс – час.

### Література

1. Методы оптимизации. [электронный ресурс]. Режим доступа [http://www.pgik.edu.ru/legacy/lesson/mat\\_met/math\\_met/function.htm](http://www.pgik.edu.ru/legacy/lesson/mat_met/math_met/function.htm)
2. Tutorial [заголовок с экрана]. Режим доступа <https://facebook.github.io/react/docs/installation.html>

**УДК 004.02**  
**ОПТИМІЗАЦІЇ ПЛАНУ ЗАНЯТИЙ ДЛЯ ШАХМАТИСТОВ**  
**РАЗНЫХ КВАЛІФІКАЦІЙ**

**Л. В. Васильева<sup>1</sup>, А. С. Касьянюк<sup>2</sup>**

Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск  
*e-mail: kit@dgma.donetsk.ua*

Целью работы является разработка программного комплекса для решения задачи оптимизации плана занятий шахматами для шахматистов различных разрядов с использованием симплекс-метода.

Разрабатываемый комплекс должен иметь понятный интерфейс для пользователя. Для этого он должен содержать в себе следующие элементы:

- стартовую форму;
- элемент для выбора квалификации шахматиста;
- элемент для выбора необходимых направлений для организации занятия;
- форму вывода результата.

Для функционирования программного комплекса необходимо реализовать следующие функции:

- проверку правильности вводимых данных;
- реализацию алгоритма симплекс метода;
- составление отчёта по результату оптимизации;
- создание файла-отчёта в удобном для пользователя формате (txt, html, docx, xlsx).

Основой программного комплекса являются:

- технология Windows Forms;
- реализация алгоритма симплекс-метода;
- целевые функции и системы ограничений для каждого разряда.

Программный комплекс рассчитан на шахматистов, имеющих такие квалификации: безразрядник, 1-й юношеский, 3-й разряд, 2-ой разряд, 1-й разряд. Оптимизация занятий более квалифицированных шахматистов не имеет смысла, так как организация плана их занятий — это индивидуальный процесс, рассчитанный на накопленный опыт, выявленные недостатки в игре и манеру игры шахматиста.

Для пяти разрядов необходимо вывести свои целевые функции, параметры и коэффициенты которых будут опираться на исследования гроссмейстеров и профессиональных тренеров.

Параметрами функций будут:

- 1) время для тренировочных игр;
- 2) время для изучения книг по тактике;
- 3) время для решения тактических позиций (задач);
- 4) время для изучения книг по стратегии;
- 5) время для решения стратегических позиций (задач);
- 6) время для просмотра шахматных партий квалифицированных шахматистов с комментариями таких же квалифицированных шахматистов или шахматных движков (анализаторов).

Мы получаем шесть переменных, коэффициенты при которых будут вариативны в зависимости от разряда шахматиста. Чтобы привести задачу к задаче целочисленного линейного программирования, сделаем эти переменные целыми числами, равными количеству промежутков времени по 10 минут.

Для разработки программного комплекса необходимо реализовать следующие основные переменные, функции и обработчики событий:

- `Array<int>[ , ] SimplexTable` – симплекс-таблица для оптимизации, составляемая в зависимости от разряда шахматиста;
- `Array<int>[ ] ResultTime` – массив параметров функций;
- `Class Simplex` – класс, реализующий алгоритм симплекс метода;
- `public Simplex(double[,] source)` – конструктор класса, принимающий симплекс таблицу;
- `public double [,] Calculate(int[] result)` – функция, проводящая оптимизацию симплекс методом принимает массив параметров и возвращает симплекс-таблицу;
- `void OutputResult()` – вывод результата на экран;
- `void ReportResult()` – создание файла-отчёта.

Разработанный программный продукт учитывает все описанные в статье основные аспекты разработки программного комплекса для решения задачи оптимизации плана занятий шахматами для шахматиста симплекс-методом.

## Литература

1. «Методы оптимизации в примерах и задачах», Пантелеев, Летова – М: Высшая школа, 2002 – 543 с.
2. «Программа подготовки шахматистов-разрядников. I разряд», Голенищев В.Е., Москва, 2005. — 330 с.
3. «Программа подготовки шахматистов-разрядников. II разряд», Голенищев В.Е., Москва, 2005. — 300 с.
4. «Программа подготовки шахматистов-разрядников. III разряд», Голенищев В.Е., Москва, 2005. — 325 с.
5. «Программа подготовки шахматистов-разрядников. IV разряд», Голенищев В.Е., Москва, 2005. — 305 с.

**УДК 378.147**  
**ВИКОРИСТАННЯ ХМАРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПРИ ВИВЧЕННІ**  
**ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТАМИ НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ**  
**"КОМП'ЮТЕРНА ІНЖЕНЕРІЯ" В УМОВАХ ЗМІШАНОГО**  
**НАВЧАННЯ**

**О.О. Власій, О.М. Дудка, Н.В. Кульчицька**

ДВНЗ "Прикарпатський національний університет ім. Василя Стефаника",  
м. Івано-Франківськ  
*e-mail: kulchytska@rambler.ru*

Одним із найважливіших державних завдань у галузі освіти є інформатизація суспільства та навчання майбутніх фахівців застосуванню у своїй професійній діяльності сучасних інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) [3]. Курс вищої математики створює суттєвий фундамент у підготовці студентів інженерних спеціальностей до їх майбутньої професійної діяльності [1]. Перед освітою сьогодні постає питання: як трансформувати освітній процес таким чином, щоб він відповідав потребам сьогодення і почав готувати здобувачів знань до життя не в умовах минулого, а в умовах майбутнього? Відповідно виникає потреба в оновленні методів, прийомів та засобів навчання [2]. Однією із найбільш поширених форм організації навчання стало змішане навчання, яке поєднує в собі традиційну, очну, та дистанційну форми навчання [4]. Інформаційний вибух та стрімке збільшення об'ємів доступної інформації спричинили необхідність використання хмарних технологій в різних галузях людської діяльності, що, в свою чергу, робить вміння ефективно застосовувати хмарні технології у професійній діяльності однією із складових ІКТ-компетентності випускника ВНЗ. Тому метою дослідження є аналіз можливостей застосування хмарних технологій при вивченні вищої математики студентами напряму підготовки "Комп'ютерна інженерія" з метою підвищення їх ІКТ-компетентності.

Хмарні технології – це технології, які надають користувачам Інтернету доступ до комп'ютерних ресурсів сервера і використання програмного забезпечення як онлайн-сервіса. Серед переваг використання хмарних технологій в освіті хочемо виокремити наступні: зменшення витрат на закупівлю програмного забезпечення та його систематичне оновлення; необмежений обсяг збереження даних; доступність з різних мобільних пристроїв; відсутність прив'язки до робочого місця; забезпечення захисту даних від втрат. Хмарні технології дають можливість забезпечити виконання багатьох видів навчальної діяльності, зокрема, контролю й оцінювання. У зв'язку з цим потребує уваги розгляд поняття хмаро орієнтованого інформаційно-освітнього

середовища – інформаційно-комунікаційного середовища навчального закладу, в якому дидактичні функції та функції здійснення наукових досліджень передбачають доцільне координоване та інтегроване використання сервісів і технологій хмарних обчислень. В умовах хмаро орієнтованого освітнього середовища розширюються межі доступу до якісних електронних ресурсів, що володіють такими інноваційними характеристиками як адаптивність, мобільність, повномасштабна інтерактивність, вільний мережевий доступ, уніфікована інфраструктура, забезпечення універсального підходу до роботи [5].

G Suite for Education – пакет хмарних додатків, який включає сервіси планування сумісної діяльності та управління нею, колективної роботи і спілкування, публікації матеріалів, хостинга відеоматеріалів і багато інших інструментів, необхідних в роботі сучасного навчального закладу [6]. Використання G Suite for Education дозволяє організувати ефективну взаємодію всіх учасників освітнього процесу, спланувати сумісну роботу, грамотно розподілити ресурси і забезпечити необхідними інструментами розв’язання багатьох навчальних завдань. Зауважимо, що сервіси G Suite for Education мають широкий спектр інструментарію також і для організації змішаного навчання. Користувач G Suite for Education отримує доступ до великої кількості інструментів і сервісів, за допомогою яких можна посилати і отримувати повідомлення електронною поштою та в системі обміну миттєвого повідомлення – чаті; публікувати статті, фото-, відео-, та інші матеріали в блозі та соціальних спільнотах, створювати власні сайти; прокладати маршрути на електронних картах і планувати сумісну роботу з колегами; створювати власні портфоліо і редагувати разом із співавторами документи, презентації й електронні таблиці. Таке навчання змінює традиційну систему освіти, замінюючи дошку і крейду, зошит та ручку на спільну працю з викладачем та одногрупниками, наприклад, у Google-формах, Google-таблицях, Google-презентаціях (<https://eduproducts.withgoogle.com/>). Таким чином, внаслідок впровадження змішаного навчання з використанням хмарних технологій орієнтація на формування репродуктивних навичок, таких як запам’ятовування та відтворення, замінюється на розвиток умінь співставлення, синтезу, аналізу, оцінювання, виявлення зв’язків, планування, групової взаємодії з використанням ІКТ.

На факультеті математики та інформатики ДВНЗ “Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника” започатковано побудову хмаро орієнтованого інформаційно-освітнього середовища факультету на основі G Suite for Education, що дозволяє створити поряд з великою хмарою сервісів Google власну «малу» хмару, яку можна самостійно наповнювати та конфігурувати і доступ до якої надається згідно з правилами і програмами навчального закладу. Дане освітнє середовище охоплює й студентів інших факультетів, які вивчають вищу

математику, теорію ймовірностей та математичну статистику, математичні методи досліджень тощо. Іноді побутує думка, начебто цифрові технології спрощують навчання, електронні системи навчання зводять до мінімуму роль викладачів чи й взагалі відкидають потребу у їх наявності. Хочемо наголосити, що власний позитивний досвід викладання курсу “Вища математика” студентам напряму підготовки “Комп’ютерна інженерія” за допомогою G Suite for Education та застосування змішаної форми навчання підтвердив, що очно-дистанційне навчання не знижує авторитет педагога. Педагог залишається ключовою мотивуючою фігурою освітнього процесу, який бере на себе зобов’язання надавати необхідну фахову й технологічну допомогу, проводити очні та онлайн консультації, забезпечувати постійне оновлення складових навчальних курсів відповідно до розвитку ІКТ, забезпечувати збалансованість навчання. Професійно-орієнтовані завдання надають інформацію про те, де і як зустрічаються або використовуються поняття, що вивчаються в курсі вищої математики [1].

Використання хмарних технологій в освітньому процесі значно розширює можливості організації змішаного навчання, що сприяє зростанню рівня ІКТ-компетентності здобувачів знань та підвищенню мотивації до використання ІКТ у майбутній професійній діяльності. Змішаний підхід до навчання з використанням G Suite for Education надає нові можливості для більш активного залучення студентів в освітній процес, підвищення якості освіти та впевненого наближення до стандартів європейської освіти.

### Література

1. Власенко К. В. Вища математика для майбутніх інженерів: навчальний посібник / К. В. Власенко; за ред. проф. О. І. Скафи. – Донецьк: «Ноулідж» (донецьке відділення), 2010. – 429 с.
2. Морзе Н. В. Моделі ефективного використання інформаційно-комунікаційних та дистанційних технологій навчання у вищому навчальному закладі [Електронний ресурс] / Н. В. Морзе, О. Г. Глазунова // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2008. – №2(6). – Режим доступу: <http://www.ime.edu-ua.net/em6/emg.html>.
3. Національна стратегія розвитку освіти в Україні на 2012-2021 роки, [Електронний ресурс], Режим доступу: <https://goo.gl/WVvK7oR>.
4. Теорія та практика змішаного навчання: монографія [Текст] / В. М. Кухаренко, С. М. Березенська, К. Л. Бугайчук та ін.; ред. В. М. Кухаренка – Харків: «Міськдрук», НТУ «ХПІ», 2016. – 284 с.
5. Шишкіна М. П. Хмаро орієнтоване освітнє середовище навчального закладу: сучасний стан і перспективи розвитку досліджень [Текст] / М. П. Шишкіна, М. В. Попель // ISSN Online: 2076-8184. Інформаційні технології і засоби навчання. 2013. Том 37. №5. С. 66-80.
6. Ярмахов Б. Google Apps для образования [Текст] / Б. Ярмахов, Л. Рождественская. – СПб.: Питер, 2015. – 224 с.

**УДК 378:004.9**  
**ЗАЛУЧЕННЯ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ВМІСТОМ WORDPRESS**  
**ДЛЯ РОЗРОБКИ НАВЧАЛЬНОГО САЙТУ**

**С.В. Волков<sup>1</sup>, Т. М. Матейко<sup>2</sup>**

Інститут хімічних технологій Східноукраїнського національного університету  
ім. Володимира Даля, м. Рубіжне  
*e-mail: 1 sv.kenos@gmail.com, 2 matejko-tanja@mail.ru*

Законі України «Про пріоритетні напрямки розвитку науки і техніки» [1] наголошує на пріоритетності вибору серед різних підходів шляху комп'ютерно-орієнтованого опанування студентами дисциплін у ВНЗ, Одним з таких шляхів може бути розміщення навчальних матеріалів на сайті, розробленого із залученням системи керування вмістом Content Management Systems (CMS) WordPress [2].

CMS-системи мають зручний інструментарій редагування інформації на веб-сайті. Більшість сучасних CMS мають модульну архітектуру, що дозволяє адміністраторові самому обирати і набудувувати ті компоненти, які йому необхідні.

Обираючи CMS серед найпоширеніших, ми спираємося на низку переваг WordPress перед іншими системами а саме: простота встановлення, налаштувань, адміністрування, високий рівень функціональності, швидкість роботи, гнучка можливість seo-оптимізації; підтримка сучасних веб-стандартів. Крім того, використання WordPress є безкоштовним.

Досвід використання WordPress у освітній сфері [3], починаючи із 2008 року, свідчить про його надійність та зручність. WordPress став потужним інструментом для створення сайтів газет, журналів, університетів и коледжів та останнім часом поширено використовується у якості систем керування освітнім контентом та навчальним процесом.

### **Література**

1. Закон України «Про пріоритетні напрямки розвитку науки і техніки» [Електронний ресурс]. // Верховна Рада України (офіційний веб-портал) – Електронні дані – Режим доступу : <http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/2623-14> (дата звернення : 18.09.2014) – Назва з екрану.
2. Офіційна сторінка Wordpress-Україна [Електронний ресурс]. –Електронні дані – Режим доступу : <https://uk.wordpress.org/> (дата звернення : 11.02.2012) – Назва з екрану.
3. Professional WordPress Plugin Development. Brad Williams, Ozh Richard, Justin Tadlock. Published by Wiley Publishing (Canada), 2011, ISBN: 978-0-470-91622-3.

**УДК 004.032.26**  
**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ОБУЧАЮЩИХ ВЫБОРОК ДЛЯ**  
**САМООРГАНИЗУЮЩИХСЯ КАРТ ПРИЗНАКОВ**

**В. Б. Гитис**

Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск  
*e-mail: vengit@mail.ru*

Обычно компоненты входных векторов в обучающих наборах имеют различные единицы измерения и диапазоны вариации. Часть переменных представляются непрерывными величинами, изменяющимися в ограниченном диапазоне. Другие переменные являются дискретными (например, целочисленными) и измеряются по равномерной шкале.

Также существует группа переменных, полученных с помощью оцифровки качественных переменных и отражающих степень проявления некоторого качества. Этим переменным соответствует ординальная (порядковая) шкала измерения. Для такой шкалы характерно известное отношение порядка между состояниями, однако расстояние между состояниями не определено. Кодирование ординальных признаков значением одной переменной при отсутствии априорной информации о расстояниях между соседними расстояниями затруднено, поскольку такое кодирование задает эти расстояния явным образом [1].

Учет всей совокупности элементов входного информационного потока и восприятие его как единого информационного образа требует проведения определенных процедур предварительной обработки.

Целью работы является совершенствование процедуры предварительной обработки данных для обучения нейронных сетей за счет получения возможности управления весомостью переменных всех типов.

Для ординальных переменных характерно известное отношение порядка между состояниями, однако расстояние между состояниями не определено. Поэтому ординальные переменные, должны отличаться от непрерывных по способу их кодирования и нормализации, поскольку необходимо иметь возможность управлять не только весомостью фактора в целом, но и расстояниями между уровнями ординальной переменной. Это даст возможность повышать или снижать значимость отдельных уровней критерия, исходя из особенностей моделируемого объекта. Для получения такой возможности предлагается к применению следующая схема промежуточной минимаксной нормализации обучающего множества:



$$\left\{ \begin{array}{l} x_{ip[j]}^n = \frac{2k_i(x_{ip[j]} - x_{i[l]})}{x_{i[m]} - x_{i[l]}} - k_i; \forall i = \overline{1,2}; \forall j = \overline{1,m}; \\ x_{ip[j]}^n = \frac{2k_i(x_{ip[j-1]}(1 - \alpha_j) + x_{ip[j+1]}\alpha_j - x_{i[l]})}{x_{i[m]} - x_{i[l]}} - k_i; \forall i = \overline{1,2}; \forall j = \overline{2,m-1}; \\ x_{ip}^n = \frac{2k_i(x_{ip} - x_{mini})}{x_{maxi} - x_{mini}} - k_i; \forall i = \overline{3,n}, \end{array} \right.$$

где  $x_{ip}^n$  – нормализованное  $p$ -ое значение  $i$ -го компонента вектора исходных данных, которое будет подано на вход сети;

$x_{ip}$  –  $p$ -ое значение  $i$ -го компонента вектора данных;

$x_{min}$ ,  $x_{max}$  – соответственно минимальное и максимальное значения нормализуемого признака;

$x_{i[l]}$  и  $x_{i[m]}$  – значения, первого и последнего ( $m$ -го) уровня ординальной переменной;

$x_{j-1}$  и  $x_{j+1}$  – соответственно значения предыдущего и последующего уровней ординальной переменной относительно модифицируемого;

$k_i$  – коэффициент весомости  $i$ -го фактора;

$\alpha_j$  – коэффициент весомости  $j$ -го уровня ординальной переменной ( $\alpha \in [0;1]$ ).

Коэффициент весомости позволяет управлять значимостью каждого входного фактора. В качестве базового значения принимается  $k = 1$  для всех переменных, и тогда выходной нормализованный диапазон составит  $[-1;1]$ . Увеличение этого коэффициента для некоторого фактора (или уменьшение коэффициента для остальных факторов) увеличивает расстояние между точками и позволяет подчеркнуть различие между объектами, исходя из значения рассматриваемого фактора. Управление коэффициентами весомости факторов позволяет ранжировать их роль по значимости для рассматриваемой задачи.

Равномерной шкале нормализации ординальной переменной соответствует  $\alpha = 0,5$  для всех уровней. Уменьшение  $\alpha_j$  приближает  $j$ -й уровень к  $(j-1)$ -му и, тем самым, снижает его весомость. И наоборот, увеличение  $\alpha_j$  смещает его к  $(j+1)$ -му уровню и весомость уровня увеличивается.

Предложенная предварительная обработка данных позволит не только корректно отображать входную информацию для нейронной сети, но и даст возможность учесть особенности моделируемого объекта.

Обратный переход (интерпретация) непрерывных выходных сигналов, а также для граничных уровней (1-го и  $m$ -го) ординальных переменных осуществляется по следующей формуле:

$$x_i = \frac{(x_i^H + k_i)(x_{max i} - x_{min i})}{2k_i} + x_{min i}.$$

Для інтерпретації внутрішніх рівней ординальних змінних необхідно вирахувати поточний коефіцієнт ординальної змінної  $\alpha^*$ , визначається згідно відносної позиції отриманого рівня сигналу, по формулі

$$\alpha^* = \frac{x_{i[j^*]}^c - x_{i[j^*-1]}^H}{x_{i[j^*+1]}^H - x_{i[j^*-1]}^H},$$

де  $x_{i[j^*]}^c$  – інтерпретуваний значення;

$x_{i[j^*-1]}^H$  і  $x_{i[j^*+1]}^H$  – найближчі до величини  $x_{i[j^*]}^c$  нижче і вище нормалізовані значення;

$j^*$  – умовна (нецелочисленна) позиція в ординальній змінній.

Таким чином, виконується нерівність  $x_{i[j^*-1]}^H < x_{i[j^*]}^c < x_{i[j^*+1]}^H$ .

Тоді інтерпретація сигналу в діапазон реальних значень може бути виконана по формулі

$$x_{i[j^*]} = x_{i[j^*-1]}(1 - \alpha^*) + x_{i[j^*+1]}\alpha^*,$$

де  $x_{i[j^*-1]}$  і  $x_{i[j^*+1]}$  – значення ординальної змінної в реальному масштабі даних, що відповідають нормалізованим позиціям  $x_{i[j^*-1]}^H$  і  $x_{i[j^*+1]}^H$ .

В результаті буде отримана неперервна величина, що знаходиться всередині дискретної шкали ординальної змінної. Таке неперервне число здатне нести додаткову інформацію про отримане рішення, що може бути використано при подальшому аналізі результату. Для практичного застосування необхідно округлити отримане число до найближчої стандартизованої позиції ординальної змінної.

### Література

1. Миркес Е. М. Нейрокомп'ютер: проект стандарту / Е. М. Миркес; ред. В. Л. Дунин-Барковський; РАН, СО, Ін-т числ. моделювання. – М.: Наука: Сиб. підприємство РАН, 1999. – 190 с.

**УДК 004.02**  
**РЕАЛИЗАЦІЯ АЛГОРИТМА РЕШЕННЯ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ**  
**ДЕРЕВА РЕШЕНИЙ**

**А.А. Гриценко<sup>1</sup>, Л.В. Васильева<sup>2</sup>**

Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск  
*e-mail: kit@dgma.donetsk.ua*

Целью работы является разработка программного комплекса основе ОС Android 4.0.1+ для анализа и решения задач при помощи дерева решений.

Разрабатываемый комплекс должен иметь приятный дизайн и интуитивно понятный интерфейс. Для этого он должен содержать в себе следующие элементы: splash screen; стартовое окно с выбором количества стратегий; окно для ввода данных; окно вывода результата.

Для функционирования программного комплекса необходимо реализовать следующие функции: проверку правильности вводимых данных; реализацию алгоритма, для графического построение дерева решений. Основой программного комплекса будут: SDK Android for JAVA; реализация алгоритма построения дерева решений.

Программный комплекс рассчитан на построение таких деревьев решения, которые имеют две или три стратегии. Каждая из стратегий должна иметь благоприятный и неблагоприятный исход. В построении дерева учитывается множество факторов: вероятность благоприятного и неблагоприятного состояния среды, фактический прогноз, дополнительный прогноз экспертов, а также его стоимость в денежных единицах.

Процесс принятия решений с помощью дерева решений в общем случае предполагает выполнение следующих пяти этапов: формулировка задачи, построение дерева решений, оценка вероятностей состояний среды, установление выигрышей, решение задачи.

Процедура принятия решения заключается в вычислении для каждой вершины дерева ожидаемых денежных оценок, отбрасывании неперспективных ветвей и выборе ветвей, которым соответствует максимальное значение ожидаемой денежной оценки (ОДО).

Для разработки программного комплекса необходимо реализовать следующие основные классы, функции и обработчики событий:

- class MainActivity – основно окно для ввода исходных данных;
- public void buildTreeEvent(View view) – обработчик события окончания ввода данных, в этом методе проверяется корректность введенных данных и запуск построения дерева;

– class Tree – клас реалізуючий основні розрахунки виходячи з вихідних даних, а також установку і обробку графічного інтерфейсу;

– public void setTree() – метод класу, встановлюючий дерево з даними;

– public double calcW() – функція, проводящая розрахунок ОДО.

Результат роботи програмного продукту представлений на рис. 1.

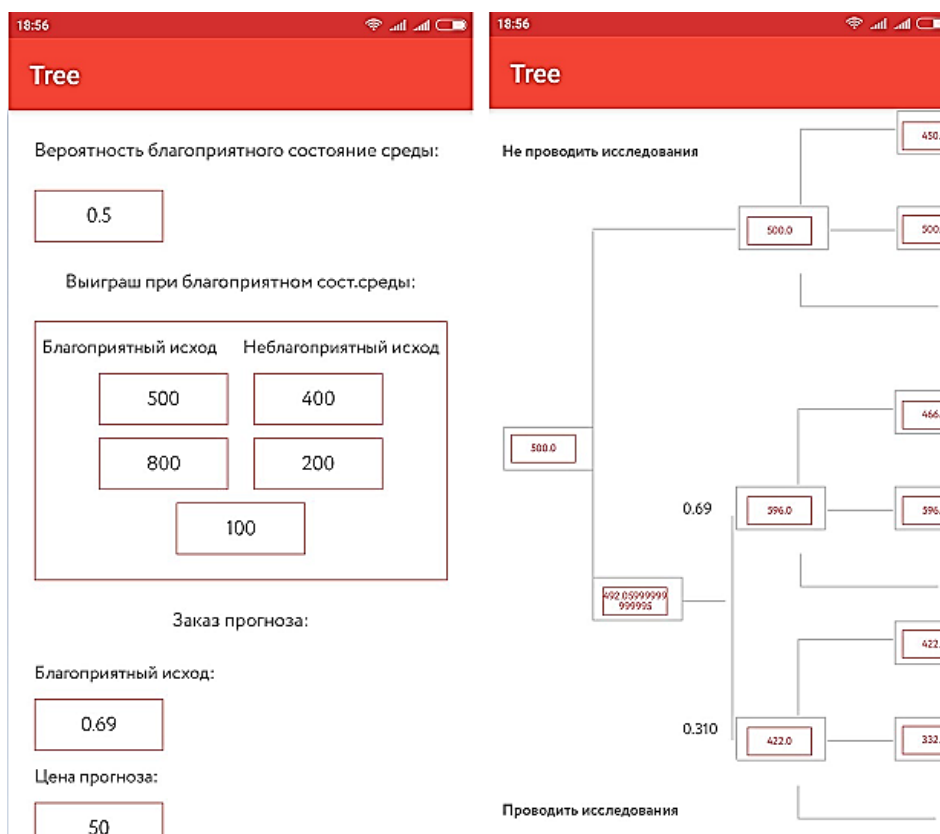


Рис. 1. Результат работы приложения

Разработанный программный продукт реализует все описанные выше основные аспекты разработки программного комплекса для анализа и решения задач при помощи дерева решений.

### Литература

1. Левитин А. В. Глава 10. Ограничения мощности алгоритмов: Деревья принятия решения. Алгоритмы. Введение в разработку и анализ — М.: Вильямс, 2006. — С. 409–417. — 576 с.
2. Паклин Н.Б., Орешков В.И. Бизнес-аналитика: от данных к знаниям: Учебное пособие. 2-е изд.— СПб: Питер, 2013. — С. 428-472.
3. Википедия [Электронный ресурс] Материал из Википедии — свободной энциклопедии; дан.–2000-2012. Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Дерево\\_принятия\\_решений](https://ru.wikipedia.org/wiki/Дерево_принятия_решений), свободный. — Загл. с экрана.

**УДК 378.147:004**  
**ПРИКЛАДНІ АСПЕКТИ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ**  
**БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ В ЗАДАЧАХ ТЕОРІЇ**  
**ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ**

**Н.С. Грудкіна<sup>1</sup>, О.В. Сагай<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ  
*e-mail: vm.grudkina@ukr.net*

<sup>2</sup>Машинобудівний коледж Донбаської державної машинобудівної академії,  
 м. Краматорськ  
*e-mail: olya.sagay@gmail.com*

У зв'язку з активним впровадженням сучасних технологій та розвитком інтелектуальних систем підтримки управлінських рішень в усі галузі життя все більшої актуальності набувають задачі багатокритеріальні оптимізації (БКО). Зазначимо, що практично будь-яка задача оптимального проектування складних технічних систем, складання мережевих графіків та планування і управління виробничою і комерційною діяльністю вимагає, щоб шуканий розв'язок знаходився з урахуванням багатьох критеріїв [1, 2]. На відміну від завдань оптимізації з одним критерієм БКО притаманна невизначеність цілей. Дійсно, існування рішення, яке максимізує (мінімізує) одночасно кілька цільових функцій, є рідкісним винятком, тому з математичної точки зору завдання БКО є невизначеним і фактично представляє собою пошук деякого компромісного рішення. У зв'язку з цим питання розв'язання багатокритеріальних задач оптимізації, а також розробка математичних алгоритмів, які дозволяють приймати науково обґрунтоване управлінське рішення, та відповідна програмна реалізація є на даний момент досить актуальними задачами.

Одним з поширених методів розв'язання задач БКО є метод зведення багатокритеріальної задачі до однокритеріальної шляхом згортання векторного критерію в суперкритерій. Суть даного методу полягає в тому, що всі частинні критерії  $f_j$  ( $j = \overline{1, n}$ ) певним чином об'єднують в один інтегральний критерій  $f(x)$ , а потім знаходять максимум (мінімум) побудованого критерію. В залежності від того, яким чином частинні критерії  $f_j$  ( $j = \overline{1, n}$ ) об'єднують в узагальнений критерій розрізняють адитивний, мультиплікативний та мінімаксий (максимінний) критерії [2, 3]. Нехай частинні критерії нормовані і визначений вектор вагових коефіцієнтів критеріїв  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K)$ , що характеризує важливість відповідного критерію та задовольняє умові  $\sum_{k=1}^K \alpha_k = 1, \alpha_k \geq 0$  [3].

Це означає, що  $\alpha_i \geq \alpha_j$ , якщо критерій  $f_i$  має пріоритет над критерієм  $f_j$ . Для застосування обраного адитивного методу побудуємо нову цільову

функцію  $f(X) = \sum_{k=1}^K \alpha_k f_k(X)$  та перейдемо до розв'язання задачі оптимізації отриманого скалярного критерію  $z = f(X) \rightarrow \max$  за умови  $X \in D$ .

Програмна реалізація на С# розв'язання задачі вибору транспортного засобу за умови визначення показників досконалості конструкції та вагових коефіцієнтів критеріїв (рис. 1) дозволяє отримати найбільш оптимальний варіант засобу з контролем отриманих результатів [4].

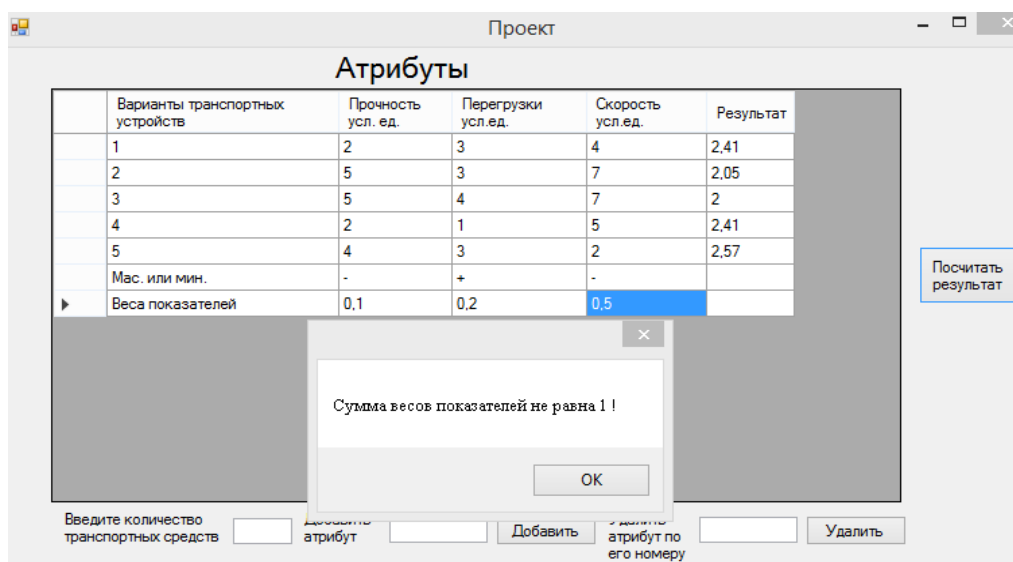


Рис. 1. Програмна реалізація розв'язання задачі вибору

Зазначимо, що до переваг даної програмною реалізації розв'язання запропонованої задачі слід віднести можливість контролю правильності вхідних даних (вектору вагових коефіцієнтів критеріїв  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K)$ ) та можливість гнучкої зміни (оперативного включення додаткових критеріїв) умов задачі. У перспективі планується створення бібліотеки атрибутів для розширення мобільності даного програмного продукту та включення додаткової перевірки вхідних даних для виключення можливих помилок користувача.

## Література

1. Бодров В. И. Математические методы принятия решений / В. И. Бодров, Т. Я. Лазарева, Ю. Ф. Мартемьянов. – Тамбов : ТГТУ, 2004. – 124 с.
2. Катренко А. В. Теорія прийняття рішень : підручник / А. В. Катренко, В. В. Пасічник, В. П. Пасько. – К. : Видавнича група ВНУ, 2009. – 448 с. : іл.
3. Токарев В. В. Методы оптимальных решений. В 2 т. Т.2. Многокритериальность. Динамика. Неопределенность. – 2-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 420 с.
4. Кветний Р. Н., Богач І. В., Бойко О. Р., Софіна О. Ю., Шушура О. М. Комп'ютерне моделювання систем та процесів. Методи обчислення.: Навчальний посібник, 2013.

**УДК 519.87:004**  
**ВИБІР ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ОБРОБКИ ВІДЕО**  
**МЕТОДОМ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ**

**С. О. Денисюк<sup>1</sup>, Л.В. Васильєва<sup>2</sup>**

Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ  
*e-mail: kit@digma.donetsk.ua*

Існує багато компаній, які пропонують свої продукти з технологією обробки відео. Вони пропонують як платне програмне забезпечення (ПЗ), так і безкоштовне, з яким користувач може легко ознайомитися, а потім прийняти рішення на користь того чи іншого ПЗ. Кожна фірма, яка рекламує свій продукт потенційному покупцеві, дає можливість протестувати його, завантаживши демоверсію, або надати безкоштовні ключі до ПЗ, що дають право користуватися програмою протягом певного терміну, встановленого самою фірмою.

В даному проекті, використовуючи метод аналізу ієрархій, запропоновано спосіб оцінки ПЗ, який перш за все залежить від функціональності програмного продукту, вартості, високої продуктивності і відносної легкості у використанні. Метод аналізу ієрархій (MAI) містить процедуру синтезу пріоритетів, обчислюваних на основі суб'єктивних суджень експертів. Число суджень може вимірюватися дюжинами або навіть сотнями.

Крім залежностей, зазначених вище, користувачеві доступні інші критерії (наприклад, підтримка технології CUDA та ін.).

Програмний комплекс має легкий та доступний для користувача інтерфейс, в якому реалізовані наступні елементи: головна форма; інформація про існуючі відео-редактори в короткому вигляді; елемент вибору відео-редакторів із переліку; форма для виводу результату; реалізація методу аналізу ієрархій; створення звіту із результатами розрахунків; перевірка вхідних даних на правильність.

Основа програмного продукту: мова програмування C#; .NET Framework 3.5; технологія Windows Forms; реалізація методу аналізу ієрархій.

Програмний продукт орієнтований на непрофесійну діяльність. Ця група заслуговує особливу увагу, так як немає чіткого уявлення про Користувача і його вимоги. Це може бути рядовий оператор комп'ютерного набору, якому необхідно створити відеопрезентацію, для якої підійде будь-який безкоштовний редактор. І навпаки, це може бути відеооператор-аматор, який працює з монтажем різної складності. Тут

може знадобитися більш потужний комплекс, за який необхідно буде платити. Такі користувачі частіше за все не впевнені в своєму виборі, або витрачають багато часу на пошук того чи іншого продукту. Саме для цього буде розроблений програмний продукт, який дозволить в короткі терміни вибрати найбільш відповідне ПЗ для обробки відео, використовуючи різнопланові критерії відбору на основі методу аналізу ієрархій.

Основними критеріями МАІ в даному проекті є:

- Ціна ПЗ;
- Тип ОС;
- Мінімальні системні параметри (для зручної роботи та досить швидкого експорту відео);
- Комфортний інтерфейс програми на основі тесту;
- Підтримка технології CUDA;
- Призначення ПЗ (для простих задач, або більш складних);
- Можливість працювати з 4К-відео.

На основі цих критеріїв можна буде з великою вірогідністю в короткий термін (до 5 хвилин) зробити вибір на користь того, чи іншого ПЗ для обробки відео.

Для розробки програмного комплексу необхідно створити наступні класи та методи:

- Class MAI – основний клас, в якому будуть розраховуватися дані, на основі яких буде робитися висновок;
- Class Test – клас для роботи з тестуванням;
- Void make\_Choice() – метод вибору інтерфейсу користувачем;
- Void calc() – метод розрахунків МАІ;
- Void report() – функція для генерації звіту в текстовий файл.

Розроблений програмний продукт може використовуватися звичайним користувачем, або в спеціалізованому магазині, для поліпшення покупки ПЗ. Це дозволить збільшити інтерес покупців та підвищити рейтинг магазину.

Для розширення можливостей даного програмного забезпечення, в майбутньому буде розроблений універсальний інтерфейс, який дозволить, наприклад, менеджерам магазину додавати в базу даних нові види товару, при чому, з різних категорій, і облегшити вагання потенційного клієнта.

## Література

1. Саати Т. Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий. — М.: Радио и связь, 1989. — 316 с.
2. Саати Т. Л. Целочисленные методы оптимизации и связанные с ними экстремальные проблемы. — М.: Мир, 1973. — 302 с.



УДК 372.83

## STEM-ОСВІТА ЯК ЗАСІБ АКТИВІЗАЦІЇ ТВОРЧОГО ПОТЕНЦІАЛУ ОСОБИСТОСТІ

С.О. Доценко<sup>1</sup>, В.В. Лебедева<sup>2</sup>

Харківський національний педагогічний університет ім. Григорія Сковороди,  
м. Харків  
e-mail: <sup>1</sup>dozenkosveta@gmail.com  
e-mail : <sup>2</sup>lebedeva-vikusa@mail.ru

*Постановка проблеми.* У багатьох розвинутих країнах світу все більшої популярності набуває STEM-освіта, як перетин науки (Science), технології (Technology), інженерії (Engeneering) та математики (Math). У докладі ЮНЕСКО наголошується: «STEM – це навчальна програма, що ґрунтується на ідеї освіти дітей у чотирьох дисциплінах (наука, технологія, інжиніринг та математика) як прикладних, так і пов’язаних між собою. Поряд із наукою та високими технологіями, найважливішою сферою інноваційної освіти стають креативні індустрії (creative industries) або галузі, що засновані на творчому та інтелектуальному капіталі. Тому, головним вектором STEM-освіти є креативний напрямок, що включає творчі й художні дисципліни.

Однією із головних завдань національної освіти є перехід до STEM-освіти, що сприяє підвищенню якості підготовки висококваліфікованих спеціалістів, готових до діяльності у нових соціокультурних умовах, здатних приймати оригінальні та адекватні до ситуації рішення, бачити перспективи та планувати стратегії й тактики розвитку ефективної міжособистісної взаємодії [2]. Отже, *метою статті* є дослідження проблеми активізації творчого потенціалу студентів, залучення їх до творчої та дослідницької діяльності.

STEM-освіта належить до інноваційних освітніх систем, що повністю відповідають загальносвітовим тенденціям розвитку сучасної освіти. Креативність, співробітництво і критичне мислення є ключовими компетенціями для успіху в XXI столітті.

*Виклад основного матеріалу.* Сьогодні більш ніж 20 міжнародних освітніх технологій досліджують проблему STEM-освіти в області науки, технології, інженерії та математики. Було встановлено, що концепція STEM-освіти трактується по-різному. Деякі вважають що STEM-освіта покращує викладання окремих предметів, інші вважають, що STEM слід навчати, використовуючи інтеграційний підхід до навчання. Більшість науковців поєднують ці підходи. Різні країни вивчають STEM-освіту у зв’язку з політичною та економічною кризою. Розробка програми STEM неоднозначна. У багатьох країнах ведуться дискусії про STEM-освіту, але мало було зроблено для зміни системи освіти, щоб впровадити її у процес навчання. У провідних країнах світу розроблено багато освітніх стратегій,

у яких пропонуються шляхи впровадження STEM-освіти у навчально-виховний процес та пропонуються різні спеціалізовані програми для початкової, середньої та вищої професійної освіти. Наприклад, Австралія, Англія, Шотландія, США опублікували національні доповіді, в яких викладено рекомендації щодо реалізації реформи STEM-освіти. Австралія, Китай, Англія, Корея, Тайвань, США працюють над розробкою навчальної програми K-12 STEM, яка спроектована як набір інтеграційних міждисциплінарних підходів в кожній з STEM-дисциплін. Велику увагу в цих навчальних програмах приділено тому, щоб учні усвідомили, яким чином навчання STEM вплине на їх майбутню професійну діяльність, зокрема на кар'єру в певній професії. У Франції, Японії, Південній Африці загальноосвітні навчальні заклади та позашкільні професійні організації займаються розробкою неформальних програм STEM-освіти (наприклад, літні табори, позашкільні заходи, конкурси тощо), які привертають увагу школярів до STEM-професій і дають можливість для навчання за різними напрямками STEM-освіти.

Теоретичним підґрунтям розв'язання проблеми активізації творчого потенціалу особистості є праці українських та закордонних учених із питань психології та педагогіки творчості (Б. Ананьєв, Дж. Гілфорд, В. Давидов, В. Кан-Калік, Л. Коган, І. Лернер, О. Леонт'єв, А. Макаренко, Я. Пономар'єв, С. Рубінштейн, О. Савченко, С. Сисоєва та інші). Сучасні дослідники вважають, що поняття «творчий потенціал» ширше за поняття «креативність», а креативність є лише однією із складових структури творчих здібностей. І. Мартинюк визначає творчий потенціал як сукупність можливостей реалізації нових напрямів діяльності суб'єкта творчості [3]. Стосовно окремого індивіда творчий потенціал визначають як інтегруючу якість особистості, що характеризує міру її можливостей ставити і вирішувати нові завдання у сфері діяльності, яка має суспільне значення.

Зазначимо, що творчий потенціал складається із системи загальнокультурних і професійних знань, світогляду, на основі яких будується й регулюється його діяльність, розвивається здатність до відчуття нового, розвитку творчого мислення, його гнучкості, критичності та оригінальності, здатності швидко змінювати свою діяльність відповідно до нових умов [4]. На нашу думку, творчий потенціал особистості – це природні можливості, які формуються й розкриваються в процесі навчальної діяльності та спрямовані на отримання продуктивного результату у процесі розв'язання нестандартних задач.

Узагальнення результатів наукових досліджень учених і напрацювань педагогів-практиків дало змогу визначити деякі особливості STEM-освіти для активізації творчого потенціалу особистості:

1. STEM-освіта стає зоною посиленого фінансування: зростає число різноманітних некомерційних організацій, що надають школам гранти для реалізації технологічно-орієнтованих проектів.

2. STEM-освіта має бути неперервною: розпочинатися в

дошкільному віці й тривати протягом життя. Раннє залучення дитини до STEM-освіти сприяє розвитку в неї креативного мислення та формуванню дослідницької компетентності, поліпшує соціалізацію особистості, оскільки розвиває комунікативні компетентності під час роботи в команді.

3. STEM-освіта є «містком» між навчанням учнів/студентів і їхньою кар'єрою. Це найширший вибір можливостей професійного розвитку. Тому особливої уваги набуває впровадження у навчально-виховний процес STEM-дисциплін.

3. STEM-освіта сприяє створенню середовища, сприятливого для навчання, та дозволяє залучити студентів до процесу навчання, спонукає їх бути більш активними, а не пасивними спостерігачами.

Для активізації творчого потенціалу особливої уваги заслуговує теорія рішення дослідницьких задач (ТРВЗ), основоположником якої є винахідник, письменник-фантаст — Г. Альтшуллер [1]. «Вчися мислити сміливо!» — основна ідея ТРВЗ, яка базуються на наступних компонентах:

1. *Розв'язування відкритих задач.* У житті, часто, все не так однозначно: доводиться стикатися з інформацією, яка може зовсім не знадобитися для вирішення задач, варіантів знаходження невідомого може бути декілька і потрібно вибрати найбільш оптимальний.

2. *Формування творчої уяви.* Сьогодні, відповідно ТРВЗ можна стверджувати, що винахідником може стати будь-яка людина, починаючи від програміста і закінчуючи домогосподаркою. ТРВЗ пропонує конкретні прийоми, що допомагають розвивати творче, креативне мислення.

3. *Розвиток асоціативного та системного мислення.* Саме асоціації допомагають робити відкриття. Для розвитку асоціативного мислення потрібно звільнитися від стереотипів, розширювати сферу асоціацій.

*Висновки.* Отже, головним завдань сучасної освіти є впровадження STEM-освіти та створення педагогічних умов для розвитку творчого потенціалу особистості, самостійного критичного мислення, ціннісних орієнтацій, формування спектра життєвих компетентностей, адекватних соціокультурним реаліям. Подальшого дослідження набувають питання розвитку творчого потенціалу особистості засобами ІКТ.

## Література

1. Альтшуллер Г. Найти идею. введение в теорию решения изобретательских задач. / Г. Альтшуллер. — Петрозаводск, — 2003 г., — с. 173-185.
2. Коваленко О. STEM-освіта: досвід упровадження в країнах ЄС та США / О. Коваленко, О. Сапрунова // Рідна школа. — №4 (1036), квітень. — 2016, С. 46-50.
3. Мартинюк І. Творчий потенціал і самореалізація особистості // Психологія і педагогіка життєтворчості. — К., 1996. — 792 с.
4. Berk R. A. Professors are from Mars, Students Are from Snickers: how to Write and Deliver Humor in the Classroom and Professional Presentations. Madison / R. Berk. — Mendota Press, 1998. — 185 p.

**УДК 378.14 : 51**  
**ВІЗУАЛЬНЕ ПРОГРАМУВАННЯ ПРИ НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ У**  
**ТЕХНІЧНИХ ВИШАХ**

**Н. А. Дьоміна, О. П. Рожкова**

Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь  
*e-mail: deminanatasha@yandex.ua*

**Постановка проблеми.** Головним завданням вищих навчальних закладів є надання майбутнім фахівцям системи знань, умінь та навичок, що гарантують виконання ними на виробництві своїх функціональних обов'язків, а також забезпечення культурного і духовного розвитку особистості кожного студента. Підготовка з математичних дисциплін повинна давати необхідні знання та вміння, що сприяють формуванню світогляду, забезпечують можливість оволодіти комплексом професійно-орієнтованих дисциплін та дозволяють науково-обґрунтовано розв'язувати інженерні задачі. Математичні методи та математичне моделювання широко використовуються для розв'язання практичних задач різних галузей науки, техніки, виробництва. Без попереднього математичного вивчення і виявлення функціональних залежностей між процесами, що досліджуються, неможливо створювати нові й удосконалювати вже існуючі технологічні процеси.

**Мета дослідження.** Для забезпечення якісного засвоєння студентами матеріалу необхідно інтенсифікувати процес навчання математики за рахунок: подальшого упровадження в систему професійної діяльності викладачів інноваційних методів навчання; оновлення методичного супроводу процесу навчання математики та постійного моніторингу рівня знань студентів, готовності викладачів для здійснення корекції результатів навчання.

**Аналіз актуальних досліджень.** У зв'язку з розвитком нових технологій, збільшенням різноманітності інформаційних технологій, широким впровадженням математичних методів в інженерні дослідження підготовка фахівців досить високої кваліфікації неможлива без використання персональних комп'ютерів. Зрозуміло, що використання сучасних технологій навчання й інформаційних технологій вимагає особистісно-орієнтованого підходу і забезпечується шляхом інтеграції з традиційними технологіями, потребує переосмислення не лише змісту, а й методик навчання, включаючи розробку спеціального комп'ютерного оснащення та відповідного інструментального забезпечення. Тому в сучасному суспільстві з розвитком науки та техніки вимоги до математичної освіти майбутніх фахівців досить швидко зростають, а об'єм часів, які виділяються на викладання вищої математики та математичних

дисциплін постійно зменшується. За таких обставин перед викладачем математики вузу виникає проблема адаптації курсів математичних дисциплін і до ситуації, яка склалася і до необхідності продовжувати впроваджувати сучасні інформаційні технології.

**Викладення основного матеріалу дослідження.** Вихід з цієї ситуації ми бачимо у використанні у навчальному процесі систем комп'ютерної алгебри, наприклад, MathCAD. Цей пакет популярний в інженерному середовищі. Математичний пакет MathCad реалізує три основних редактора: текстовий, редактор формул і графічний, що забезпечує задачі математичного моделювання. Характерною рисою пакета є використання звичних стандартних математичних позначень, тобто документ на екрані виглядає так саме, як і математичний розрахунок. Пакет MathCAD є середовищем візуального програмування, тобто не вимагає знання специфічного набору команд. Зручність освоєння пакета, простий інтерфейс, відносна невибагливість до можливостей комп'ютера - головне, чому пакет був обраний для навчання студентів. Відповідно до вимог нової парадигми і доктрини освіти, ми розробили математичні комп'ютерні моделі з використанням пакету MathCAD для проведення імітаційних, віртуальних лабораторних робіт з курсу «Фізика», «Фізичні основи сучасних інформаційних технологій» і працюємо над розробкою методичного супроводження для впровадження в навчальний процес математичного пакету MathCAD з курсу «Вища математика».

**Висновки.** Кожен фахівець повинен усвідомлювати, що в сучасних умовах не можна на початку життя одержати освіту, на основі якої можна буде працювати все життя. Тільки у цьому випадку він зможе йти в ногу з часом і розвитком технологій. Таким чином, формування у студентів навичок мислення з математичних дисциплін засобами інформаційних технологій дає змогу досягти у діяльності студентів таких позитивних ефектів, як розширення спектра навчальних ролей, що сприяє кращому засвоєнню матеріалу, реалізації принципу «освіта через усе життя» і забезпечення підготовки студентів до життя в інформаційному суспільстві.

### Література

1. Авраменко О.В. Інноваційні та сучасні педагогічні технології навчання математики / О. В. Авраменко, Л.І. Лутченко, В. В. Ретунський, Р.Я. Ріжняк., С.О. Шлянчак // Посібник для спецкурсу. – Кіровоград: КДПУ, 2009. – 200 с.
2. Крилова Т.В. Проблеми навчання математики в технічному вузі. – К.: Вища школа, 1998. – 437с.
3. Співаковський О.В. Теоретико-методичні основи навчання вищої математики майбутніх вчителів математики з використанням інформаційних технологій // Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня доктора педагогічних наук. – К.: НПУ, 2004.

## УДК 681.5 ОЦІНЮВАННЯ ІДЕНТИЧНОСТІ РОБОЧИХ ЦИКЛІВ В УМОВАХ НЕПОВНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

**О.Ф. Єнікєєв, Д.Ю. Захаренков**

Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ  
e-mail: Al\_enikeev@bigmir.net

Розглянуто питання побудови комп'ютерної системи для оцінювання ідентичності робочих циклів двигуна внутрішнього згорання (ДВЗ) на основі обробки даних непрямих вимірювань. Авторами запропоновано використати сигнал девіацій швидкості обертання колінчатого валу у якості джерела первинної інформації. Розробка інформаційної технології оцінювання та на її основі побудова комп'ютерної системи для програмного завдання процесів паливоподачі в окремі циліндри покращить техніко-економічні та екологічні показники ДВЗ.

Математичну модель багатоциліндрового ДВЗ подано у вигляді лінійної механічної системи, яка має декілька ступенів волі. При цьому поданні не враховувалось тертя. За допомогою теорії сигнальних графів отримано передатні функції, які пов'язують зображення за Лапласом крутних моментів циліндрів та коливання маси біля якої встановлено первинний перетворювач. При визначенні частотних характеристик каналів передач «циліндр-колінчастий вал» застосовано середовище Matlab. Крутні моменти, які створюються циліндрами на валу ДВЗ, подаються у вигляді обмеженого ряду Фур'є із урахуванням їхнього запізнення. Зміни у налаштуванні процесу подачі палива до окремих циліндрів подано у вигляді амплітудних коефіцієнтів.

Інформаційна технологія визначення цих коефіцієнтів полягає у розв'язуванні системи лінійних алгебраїчних рівнянь, праву частину якої утворює вектор частотного подання вимірювального сигналу девіацій. На основі передатних функцій каналів передач та подання крутних моментів визначено коефіцієнти матриці лівої частини системи рівнянь. Розроблено алгоритм мінімізації нев'язання. За результатами розрахунку амплітудних коефіцієнтів комп'ютерна система виконує зміну налаштувань процесів подачі палива до циліндрів.

Комп'ютерним моделюванням створено інформаційну базу даних девіацій швидкості обертання першої маси у межах одного оберту колінчатого валу при різноманітних налаштуваннях робочих циклів ДВЗ. Також встановлено, що амплітуда девіацій не перевищує 0.05% сигналу миттєвої швидкості обертання колінчатого валу. Тому процедура вимірювань сигналу девіацій є достатньо складною і потребує розробки нового методу та відповідних апаратних засобів.

Встановлено, що основною проблемою вимірювань сигналу миттєвої швидкості обертання є наявність кінематичної похибки виготовлення первинних перетворювачів. Авторами запропоновано апаратний метод, який суттєво зменшує її величину, та на його основі розроблено оригінальний вимірювальний перетворювач. Метод полягає в організації багатоканальних вимірювань інтервалів часу, які формуються одною рисою первинного перетворювача та відповідають повному оберту колінчастого вала.

Вихідний сигнал первинного перетворювача за допомогою лічильника та дешифратора перетворюється у декілька імпульсних послідовностей, які відповідають моментам часу проходження біля чутливого елемента датчика однієї риси та подаються на вхід відповідного пристрою для вимірювань. Кількість каналів пристрою для вимірювань інтервалів часу визначається кількістю рисок первинного перетворювача. Технічну реалізацію апаратних засобів проведено на основі методу дискретизації за часом сформованих інтервалів. Усунення взаємних накладань вимірювальної інформації каналів при їхньому поєднанні у інформаційний сигнал для пристрою цифрової обробки виконується за допомогою лічильників. Об'єм останніх та частота взірцевого генератора обираються таким чином, щоб переповнення лічильника виконувалося за час трохи менший ніж середній період імпульсної послідовності. При цьому з вимірювальної інформації кожного каналу виключається калібрований за тривалістю проміжок часу. Поєднання вихідних сигналів каналів в сигнал вимірювальної інформації виконується за допомогою схеми АБО. Кількість імпульсів цього сигналу за допомогою лічильника перетворюється у двійковий код, який накопичується у оперативній пам'яті комп'ютерної системи. Інформаційна технологія обробки сигналу миттєвої швидкості цим блоком складається з таких обчислювальних процедур: виділення сигналу девіацій та його подання у вигляді обмеженого ряду Фур'є.

При запропонованому методі вимірювань сигналу миттєвої швидкості кінематична похибка не впливає на тривалість сформованих інтервалів часу. Зрушення за часом дискретних відліків часової реалізації сигналу девіацій, які виникають як наслідок кінематичної похибки виготовлення первинного перетворювача, являють собою динамічну похибку. Визначено динамічну похибку зрушень за часом дискретних відліків сигналу девіацій. Результати розрахунків довели ефективність запропонованого методу апаратної компенсації кінематичної похибки первинного перетворювача. На основі інформаційного підходу у результаті статистичної обробки дослідних даних встановлено, що пристрій для вимірювань сигналу миттєвої швидкості обертання колінчастого вала має відповідні метрологічні характеристики. Розроблено апаратні засоби комп'ютерної системи та відповідне прикладне програмне забезпечення.

УДК 378.146

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МЕТОДА АДАПТИВНОГО КОМП'ЮТЕРНОГО ТЕСТУВАННЯ ЗНАНЬ СТУДЕНТІВ

С. Л. Загребельний<sup>1</sup>, О. А. Костіков<sup>2</sup>

Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ

e-mail: <sup>1</sup>zagrebelniy\_s@mail.ru

e-mail : <sup>2</sup>al\_kost\_63@mail.ru

**Постановка проблеми:** Комп'ютерний контроль знань, умінь і навичок студентів – обов'язковий компонент процесу навчання, цілями якого є забезпечення зворотного зв'язку між викладачем і студентом, отримання викладачем об'єктивної інформації про ступінь засвоєння студентами навчального матеріалу, своєчасне виявлення недоліків та прогалин в їх знаннях.

**Аналіз основних досліджень та публікацій.** Проблему впровадження комп'ютерного тестування для визначення рівня знань студентів вивчали наступні дослідники: А. Андреев, В. Аванесов [1], Ю. Бабанський, С. Білоусова, Л. Зайцева [3], Н. Кузьміна, С. Любарський [4], В. Олійник, Е. Лузик, О. Мінцер, О. Тализіна. Контроль знань, як складову частину навчання, виділяли Ю. Бабанський, В. Беспалько, Е. Лузик, О. Мінцер, О. Скрипченко.

**Мета статті** полягає в тому, що автори розглянули математичну модель і алгоритм створення адаптивного комп'ютерного тесту.

### Виклад основного матеріалу.

Під адаптивним тестовим контролем розуміють комп'ютеризовану систему перевірки знань студентів, яка володіє високою ефективністю за рахунок оптимізації процедур генерації, подавання і оцінки результатів виконання адаптивних тестів [4].

Для інтелектуальних систем контролю знань математичне моделювання сполучається з інформаційним моделюванням і використанням різних моделей знань. У розробленій системі реалізовані наступні моделі оцінки знань [3, с. 205]:

*Проста модель.* Дана модель є найпростішою і найпоширенішою. Відповідь студента на кожне завдання оцінюється по двохбальній (правильно чи неправильно) або багатобальній (наприклад, п'ятибальній) шкалі. Оцінка виставляється шляхом обчислення значення R

$$R = \frac{\sum_{i=1}^k R_i}{n}, \quad (1)$$



де  $R_i$  – правильна відповідь студента на  $i$ -е завдання,  $k$  - кількість правильних відповідей з  $n$  запропонованих ( $k \leq n$ ).

Остаточна оцінка визначається за формулою:

$$I = \begin{cases} 1, & R \leq c_1 \\ 2, & c_1 < R \leq c_2 \\ \dots \\ M, & R > c_{m-1}. \end{cases}, \quad (2)$$

Тут  $I$  - остаточна оцінка,  $(c_1, c_2, \dots, c_{m-1})$  – вектор граничних значень,  $M$  – максимально можлива оцінка (наприклад, 100 при 100-бальній системі оцінювання).

Модель, яка враховує час виконання завдання. Для правильних відповідей обчислюється значення  $R_i$  за формулою

$$R_i = \begin{cases} 1, & t \leq t_{\max} \\ 0, & t > t_{\max} \end{cases}, \quad (3)$$

де  $t$  – час виконання завдання,  $t_{\max}$  – час, відведений на виконання завдання. Далі оцінка визначається як в простій моделі.

Модель, яка враховує складність завдання. У цій моделі оцінка виставляється шляхом обчислення значення  $R$

$$R = \frac{\sum_{i=1}^k w_i R_i}{n}, \quad (4)$$

де  $n$  – число завдань;  $w_i$  – вектор вагових коефіцієнтів завдань, який залежить від їх дидактичних характеристик, тобто параметр відповідає за складність  $i$ -го завдання.

У даному проекті запропоновано і реалізовано така формула для оцінки знань студентів, яка враховує складність завдання та час його виконання

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n w_i R_i \beta_i(t_i)}{n}, \quad (5)$$

де  $n$  – число завдань;  $w_i$  – вектор вагових коефіцієнтів завдань, який залежить від їх дидактичних характеристик,  $\beta_i(t_i)$  – функція, яка враховує час виконання студентом  $i$ -го завдання.

Функція  $\beta_i(t_i)$  визначається наступним чином:

$$\beta_i(t_i) = \begin{cases} 1, & t_i \leq \theta_i \\ 0, & t_i > 3\theta_i \\ \exp\left(-\frac{(t_i - \theta_i)^2}{\theta_i^2}\right) & \end{cases} \quad (6)$$

Дана модель одночасно дозволяє враховувати і час виконання, і складність тесту.

**Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку.**

У цій статті ми розглянули математичні моделі комп'ютерного адаптивного тестування, які дають можливість зробити крок до розвитку тестування в майбутньому. Адаптивне тестування на даному етапі сприяє розвитку сучасних напрямків освіти та відкриває нові можливості в підвищенні ефективності навчальних процесів.

## Література

1. Аванесов В. С. Научные проблемы тестового контроля знаний / В. С. Аванесов // Учебное пособие. – М., 1994. – С. 135.
2. Гороль П.К., Гуревич Р.С., Коношевський Л.Л., Шестопалюк О.В. Сучасні інформаційні засоби навчання / П. К. Гороль, Р. С. Гуревич, Л. Л. Коношевський, О. В. Шестопалюк. – Вінниця: ВДПУ ім. М. Коцюбинського, 2004. – 535 с.
3. Зайцева Л.В. Моделі і методи адаптації до учнів у системах комп'ютерного навчання / Л. В. Зайцева // Educational Technology & Society. - Nr. 6 (3). – 2003. – С. 204-212.
4. Любарський С.В. Адаптивні алгоритми оцінки знань в інтелектуальній комп'ютерній тренажерній системі навчання / С. В. Любарський // Зб. наук. праць ВІТІ НТУУ «КПІ». – 2010. – № 2, С. 59-64.
5. Нісімчук А.С., Падалка О.С., Шпак О.Т. Сучасні педагогічні технології: Навч. посібник / А. С Нісімчук, О. С Падалка, О. Т. Шпак. – К., 2000. – 389 с.
6. Пермяков О.Е., Максимова О.А. Процедуры комплексной экспертизы качества тестовых заданий и тестов при формировании банка данных / О. Е. Пермяков, О. А. Максимова // Журн. науч. публ. аспирантов и докторантов. – 2008. – № 4. – С. 110-114.
7. John Michael Linacre. Computer-Adaptive Testing: Methodology Whose Time Has Come. / Linacre J. M. – Seoul, South Korea: Komesa Press, 2000. – 58 p.

**УДК 378.147:51**  
**МІЖДИСЦИПЛІНАРНІ ЗВ'ЯЗКИ У СИСТЕМІ ПРОФЕСІЙНОЇ**  
**ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ ФАХІВЦІВ ІЗ ОРГАНІЗАЦІЇ**  
**ІНФОРМАЦІЙНОЇ БЕЗПЕКИ**

**О. В. Коржова**

Харківський навчально-науковий інститут ДВНЗ «Університет банківської справи»,  
м. Харків  
*e-mail: Korzhova\_OV@ukr.net*

Нова соціально-економічна та політична ситуація в Україні посилює вимоги до змісту професійної підготовки фахівців із організації інформаційної безпеки. Проте досягнення високого ступеня професіоналізму можливе лише за умови належної фундаментальної освіти. Для якісної підготовки фахівців з кібербезпеки необхідно підвищити рівень знань з математичних дисциплін, оскільки саме математика є основою багатьох фахових дисциплін. Таким чином, проблема інтеграції навчальних знань з математики та спеціальних дисциплін як чинник підвищення якості професійної підготовки майбутніх фахівців є наразі актуальною і перспективною

Аналіз науково-педагогічних джерел з проблематики дослідження свідчить про те, що ціла низка вітчизняних і зарубіжних дослідників присвятили свої доробки вивченню питань, пов'язаних із міждисциплінарністю: О. Волобуєва, А. Голіков, А. Єремкін, Д. Кирюшкін, О. Кураєв, А. Лісневська, О. Палагін, В. Третько та інші. Результати аналізу їх наукових доробок свідчать про те, що дотримання міждисциплінарних зв'язків є однією з важливих психолого-педагогічних умов підвищення науковості й доступності навчання, його зв'язку із навколишньою дійсністю, активізації підготовчої діяльності й удосконалення процесу формування знань, умінь і навичок у суб'єктів навчання [1, с. 28].

Проблему інтеграції навчальних знань з математики та інших технічних дисциплін вивчали О. Кириченко, Т. Кобильник, В. Максимова, Н. Самарук, С. Тищенко та ін. На їх думку, міжпредметні зв'язки розглядаються як принцип навчання, який полягає у встановленні взаємозв'язків між навчальними предметами, реалізація яких сприяє вдосконаленню підготовки фахівця та утворенню комплексних знань про явища та факти реальної дійсності [4, с. 9].

**Метою дослідження** є аналіз ролі міждисциплінарних зв'язків у системі професійної підготовки майбутніх фахівців із організації інформаційної безпеки в умовах вищої школи.

Вивчаючи освітньо-професійні програми підготовки бакалаврів галузі знань 12 «Інформаційні технології» спеціальності 125 «Кібербезпека», розроблені різними вищими навчальними закладами (Державним університетом телекомунікацій, Київським національним економічним університетом імені В.Гетьмана, Харківським навчально-науковим інститутом ДВНЗ «Університет банківської справи», Хмельницьким національним університетом та ін.), бачимо, що дисципліни циклу математичної підготовки є базовими. До них відносяться: вища математика (або окремими дисциплінами: алгебра та геометрія, математичний аналіз, диференціальні рівняння), теорія ймовірностей і математична статистика, дискретна математика, математичні методи дослідження операцій (викладається дана дисципліна не в усіх ВНЗ), числові методи.

Усі математичні дисципліни вивчаються студентами даної спеціальності на першому та другому курсах, оскільки саме математичні знання виконують роль методологічної основи наукового знання, базової складової більшості профільюючих дисциплін. Розглянемо, для прикладу, декілька дисциплін з циклу професійної підготовки. Так, вивчаючи дисципліни «Теорія інформації та кодування», «Основи криптографічного захисту інформації», для вдалого шифрування даних студенту необхідні наступні математичні знання та вміння:

- знати алгебру висловлень та алгебру множин,
- вміти виконувати дії над множинами,
- знати поняття однозначного відображення, оберненого відображення, сюр'єктивного та ін'єктивного відображення,
- знати малу теорему Ферма та теорему Ейлера,
- вміти розв'язувати конгруенції,
- вміти створювати та аналізувати розподіли випадкових величин, тощо.

Вивчаючи дисципліну «Алгоритми і структури даних систем інформаційної безпеки» потрібні знання з тем дискретної математики: «Логіка висловлювань» та «Елементи теорії графів», з вищої математики: «Матриці та визначники», «Теорія послідовностей та їх границі», «Функції» та ін.

У «Теорії ризиків» для виконання моделювання ризику використовуються знання з «Теорії ймовірностей» та «Математичних методів і моделей», зокрема використовують кілька класів математичних моделей і методів: лінійне та стохастичне програмування, теорію ігор; теорію нечітких множин та ін.

Дисципліна «Теорія кіл, сигналів і процесів у системах технічного захисту інформації» також є базовою у підготовці фахівця з інформаційної безпеки, метою якої є вивчення законів електричних кіл для формування вірної уяви про фізичні процеси, що відбуваються при перетворенні

інформації у електронних пристроях, вироблення навиків використання законів електричних кіл для проектування елементів складних систем та пристроїв на основі знання математичних моделей їх компонентів, а також вивчення властивостей та характеристик сигналів і процесів в пристроях та системах технічного захисту інформації [3]. Даний навчальний курс базується на знаннях, здобутих при вивченні вищої математики (лінійна алгебра й векторний аналіз, диференційні та інтегральні рівняння, теорія функції комплексної змінної, ряди Фур'є й розклад функцій за ортогональними базисами). Так само потрібні знання з чисельних методів.

Таким чином, аналіз освітньо-професійних програм та навчальних планів підготовки бакалаврів галузі зі спеціальності 125 «Кібербезпека» дозволив зробити висновки, що більшість професійно-орієнтованих дисципліни, які забезпечують базові знання з усіх аспектів захисту інформації ґрунтуються на фундаментальній математичній підготовці.

Використання міждисциплінарних зв'язків:

- сприяє організації навчальної діяльності суб'єктів навчання та є одним з ефективних засобів професіоналізації навчально-виховного процесу;
- підвищує професіональну орієнтацію майбутніх фахівців та розвиває в них схильності до узагальнення, логічного мислення, підвищує їх загальний культурний рівень і сприяє формуванню творчих схильностей [1, с.38].

Подальші дослідження можуть бути спрямовані у русло аналізу ефективності міжпредметних зв'язків математичних дисциплін з іншими дисциплінами циклу професійної підготовки майбутніх фахівців з кібербезпеки.

## Література

1. Волобуєва О.Ф. Міждисциплінарні (міжпредметні) зв'язки під час підготовки майбутнього фахівця: психологічний аспект / О.Ф. Волобуєва // Збірник наукових праць Національної академії Державної прикордонної служби України. Серія: Психологічні науки. – 2015. – №. 1. – С. 26-42.
2. Коржова О.В. Дослідження поняття «професійна спрямованість» у контексті математичної підготовки майбутніх фахівців із організації інформаційної безпеки / О.В. Коржова // Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки. – Черкаси, 2016, - № 15.
3. Сайт Запорізького національного технічного університету [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zntu.edu.ua/osnovy-teoriyi-kil-sygnaly-ta-procesy-v-systemah-tehnicnogo-zahystu-informaciyi>.
4. Самарук Н.М. Професійна спрямованість навчання математичних дисциплін майбутніх економістів на основі міжпредметних зв'язків: автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.04 / Н.М. Самарук ; Терноп. нац. пед. ун-т ім. В.Гнатюка. - Т., 2008. -21 с.

**УДК 681.518.54:334**  
**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОГРАММНО-МЕТОДИЧЕСКОГО**  
**КОМПЛЕКСА ПРОЕКТИРОВЩИКА ФРИКЦИОННЫХ ПЕРЕДАЧ**

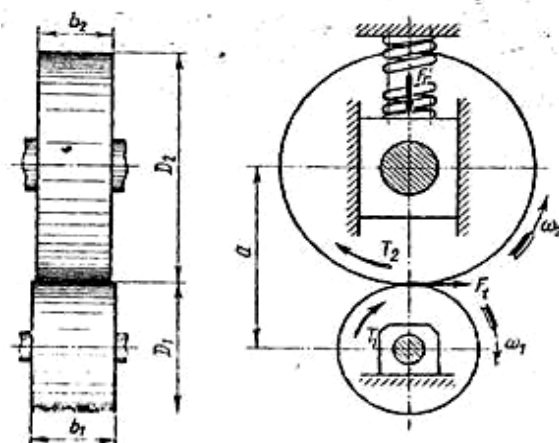
**А.П. Кривошакко, В.И. Кравченко**

Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск  
*e-mail: kit@dgma.donetsk.ua*

Фрикционные передачи (ФП) широко используются в сфере машиностроения и приборостроения. Их проекторочный расчет требует значительных временных и трудовых затрат. В силу человеческого фактора, высока вероятность появления ошибок, на устранение которых требуются контрольно - проверочные расчеты и дополнительное время. Автоматизация процесса расчета ФП значительно сокращает время на выполнение проектирования передачи и повышает его точность за счет контроля ошибок и используемого нормативно - справочного материала на каждом этапе расчета. Следовательно, тема настоящей работы является актуальной [1].

Цель данной работы автоматизировать расчет фрикционных передач с использованием ЭВМ. Для реализации этой цели необходимо изучить конструктивные особенности и методы расчета, применяемые конструктором при проектировании ФП, а также разработать математическую модель, представляющую основу математического обеспечения программно-методического комплекса (ПМК) автоматизированного проектирования.

ФП, расчетная схема которой представлена на рисунке 1, преобразовывает вращательное движение от одного вала к другому посредством сил трения, возникающих между насаженными на валы и прижатыми друг к другу рабочими телами (дисками, цилиндрами или конусами).



*Рис. 1. Геометрические, силовые и кинематические параметры фрикционной передачи*

Бизнес процесс проектирования ФП состоит из следующих этапов: анализ входных данных, выбор математической модели для расчета передачи необходимого типа, выполнение расчетов, проверка, исправление ошибок, формирование конструкторской документации для начала работ по технологической подготовке производства передач. Для расчета ФП используются следующие входные данные (обозначения см. на рис. 1): диаметр ведущего катка  $D_1$ , вращающий момент на ведущем катке  $T_1$ , материал катков.

В результате расчетов инженер должен получить размеры и характеристики катков для изготовления передачи. Основные выходные данные: диаметр ведомого катка  $D_2$ ;  $b_1, b_2$  - ширина ведущего и ведомого катков соответственно.

Математическая модель для моделирования параметров ФП разрабатывается исходя из условия работоспособности передачи ( $F_f$  – максимальная сила трения,  $F_r$  – усилие прижатия катков друг к другу  $H$ ,  $f$  – коэффициент трения,  $F_t$  – сила трения покоя):

$$F_f = F_r \cdot f \geq F_t \quad (1)$$

нарушение, которого приводит к буксованию и быстрому износу катков. Разработка математической модели велась с использованием методов приближенных вычислений путем приведения к удобопрограммируемому аналитическому виду известных зависимостей, характеризующих ФП [2 - 5]. Дополнительно при моделировании используются следующие основные параметры ФП:  $u$  – передаточное число;  $a$  – межосевое расстояние;  $\Psi_a$  – коэффициент ширины ободка катка по межосевому расстоянию;  $E_{np}$  – приведенный модуль упругости;  $[\sigma]_H$  – допускаемое контактное напряжение для менее прочного материала;  $\sigma_H$  – контактное напряжение;  $K_c$  – коэффициент запаса сцепления. К входным переменным модели относятся  $D_1, u, T_1, [\sigma]_H$ , к выходным -  $D_2, a, b_1, b_2$  и отношения:  $F_f / F_t, [\sigma]_H / \sigma_H$ .

Пошаговый алгоритм моделирования заключается в следующем:

1) расчет межосевого расстояния -  $a = D_1 \cdot (1+u)/2$ ; 2) расчет ширины катков -  $b_2 = a \cdot \Psi_a, b_1 = 1.1 \cdot b_2$ ; 3) расчет силы трения покоя -  $F_t = T_1 \cdot (1+u)/a$ ; 4) расчет силы прижатия -  $F_r = K_c \cdot T_1 \cdot (1+u)/f \cdot a$ ; 5) расчет действующего контактного напряжения -  $\sigma_H \leq [\sigma]_H$ ; 6) вычисление отношений -  $F_f / F_t$  и  $[\sigma]_H / \sigma_H$ ; 7) проверка условия работоспособности (1) и выдача рекомендаций для поддержки принятия решений, с учетом содержащихся в нормативной базе данных ПМК табличных значений коэффициентов трения скольжения, допускаемых контактных напряжений, модулей упругости катков из различных материалов и т.п. Дальнейшее информационное моделирование с применением современных диаграммных методик (контекстная SADT диаграмма, диаграммы прецедентов, классов,

последовательностей) позволило разработать программное обеспечение ПМК, реализующее вышеприведенную математическую модель и алгоритм. Результаты моделирования на ЭВМ показаны на рис. 2.

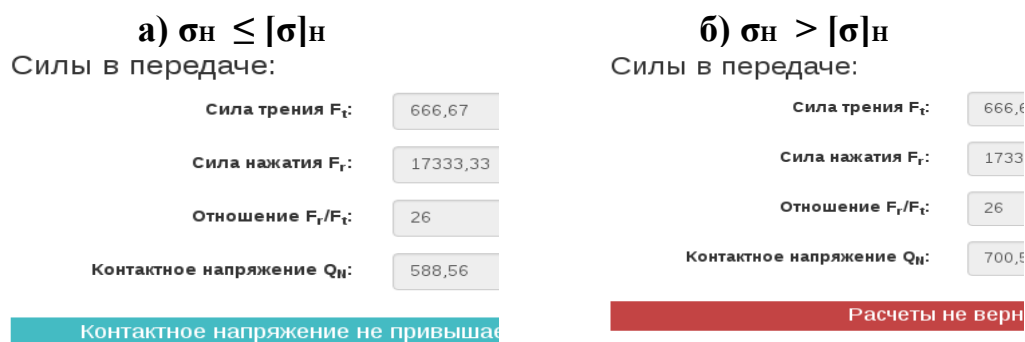


Рис. 2. Интерфейс ПМК:  
 а) контактные напряжения меньше допустимых;  
 б) контактные напряжения больше допустимых.

Как видно из рисунка 2, рекомендации конструктору по результатам расчетов сил и напряжений в передаче выводятся на экран дисплея в различной цветовой гамме. Зеленый цвет, если расчетные значения контактных напряжений меньше допустимых и в красном – если это соотношение нарушается. Если цвет сообщения зеленый, то далее средствами ПМК выполняется проверочный расчет, в противном случае дальнейшее моделирование блокируется системой, а конструктор обязан изменить входные данные по геометрии и силам.

**Выводы.** Анализ конструктивных особенностей и методов расчета, фрикционных передач позволил разработать математическое и программное обеспечение для автоматизированного определения их параметров и оценки работоспособности, а формирование математической модели способствовало повышению уровня математической подготовки студента. Дальнейшее направление исследований – сопряжение расчетной части ПМК с автоматизированным проектированием ФП.

### Литература

1. Расчет фрикционной передачи [Эл. Ресурс.] Режим доступа: <http://mehanika-ua.ru/tekhnicheskie-raschety/729-raschet-friktsionnoj-peredachi.html>
2. Гулиа Н. В. Детали машин / Н. В. Гулиа Н. В., В.Г. Клоков, С.А. Юрков. — М.: Издательский центр "Академия", 2004. — 416 с.
3. Богданов В. Н. Справочное руководство по черчению / В. Н. Богданов, И. Ф. Малезик, А.П. Верхола и др. — М.: Машиностроение, 1989. — С. 438-480.
4. Общетехнический справочник / Под ред. Скороходова Е. А. М.: Машиностроение, 1982. 416 с.
5. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2010. — 608 с.



УДК 519.677

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНО –  
ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КУРСА «ОСНОВЫ  
ИНФОРМАТИКИ» ДЛЯ СТУДЕНТОВ ГЕОГРАФИЧЕСКОГО  
ФАКУЛЬТЕТА БГУ**

**Н.А. Моисеева<sup>1</sup>, О.А. Велько<sup>2</sup>**

Белорусский государственный университет, г. Минск, Беларусь  
*e-mail*: <sup>1</sup>VoronkinaNA@bsu.by, natali\_voronkina@mail.ru  
*e-mail* : <sup>2</sup>o.velko@tut.by

В своей будущей профессиональной деятельности для решения нестандартных задач обработки информации географ должен уметь правильно формулировать вопросы для профессиональных математиков и программистов, чтобы правильно интерпретировать результаты с точки зрения географических наук и, в случае необходимости, построить математическую и компьютерную модель. В связи с этим, учебный курс «Основы информатики» актуален для студентов географических специальностей. Приобретенные на занятиях навыки будут востребованы не только в процессе обучения в университете, но и в профессиональной деятельности.

С точки зрения авторов данной статьи, целесообразно объединить изучение дисциплин информатики и высшей математики. Для этого, ряд задач высшей математики, связанных с приблизительными подсчетами, рассматриваются на лекционных и лабораторных занятиях по дисциплине «Основы информатики». Там же рассматривается решение проблем экономической географии, использование статистических методов в географических исследованиях.

На географическом факультете Белорусского государственного университета кафедры общей математики и информатики на протяжении многих лет проводит работу по интеграции специализированных курсов и курса «Основы информатики».

Для решения специализированных задач преподаватели кафедры используют на лабораторных и практических занятиях специальные возможности табличного процессора Microsoft Excel. Одна из команд для решения задач оптимизации в табличном процессоре Microsoft Excel представляет собой таблицу поиска оптимальных данных. Эта команда определяет неизвестное количество в зависимости от одного (или двух) переменных.

Таблица данных или таблицы чувствительности позволяет представить результаты формулы в зависимости от значений одного или двух переменных, используемых в этих формулах. С помощью таблицы чувствительности, вы можете создать два типа таблиц данных: таблицу с

одной переменной, которая показывает влияние этой переменной на формулу, или таблицу с двумя переменными, которая показывает их влияние на формулу.

Таблицы данных являются частью блока задач, который иногда называют инструментами анализа «что–если». Таблица данных представляет собой диапазон ячеек, что указывает на изменение значений некоторых формул влияют на результаты этих формул. Таблицы предоставляют способ быстро рассчитать несколько вариантов в одной операции, а также способ просмотра и сравнения результатов всех различных вариантов на том же листе.

При преподавании курса «Основы информатики» студентам-географам предлагаются профессионально-ориентированные задачи [1, 2], направленные на формирование не только географической, но и математической и компьютерной грамотностей. Эти задачи являются не только средством создания этих компетенций, но и средством диагностики.

Ниже приведен пример задания, которое было предложено студентам на экзамене по предмету «Основы информатики» в зимней экзаменационной сессии 2016–2017 годов.

#### ВАРИАНТ

1. В MS Word создать новый документ (название документа – ваше имя). В этом документе, выполните следующие действия:
  - ✓ создать первую страницу (пустые абзацы запрещены);
  - ✓ написать условия экзаменационных задач (используйте удобное для вас форматирование);
  - ✓ создать нижний колонтитул, содержащий слева – номер страницы, в центре – ваше имя, справа – текущая дата (использовать табуляцию).
2. В MS Excel создайте новый документ (название документа – ваше имя). В этом документе, выполните следующие действия:
  - ✓ дать имя рабочим листам – Задание1, Задание2;
  - ✓ спроектировать таблицы с условием экзаменационного задания (используйте оформление ячеек);
  - ✓ выполнить решение задачи (использовать таблицу подстановки с двумя переменными).
3. В созданном документе MS Word выполните следующие действия:
  - ✓ вставить новый лист, написать название главы – решение экзаменационной работы;
  - ✓ вставить решения задач с помощью технологии DDE из MS Excel;
  - ✓ создать содержание в начале документа в соответствии с требованиями к оформлению курсовых работ и диссертаций.

## УСЛОВИЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАЧ

**Задача 1.** На поверхности Земли температура воздуха  $12^{\circ}\text{C}$  при атмосферном давлении  $970\text{гПа}$  ( $980\text{гПа}$ ,  $990\text{гПа}$ ,  $1000\text{гПа}$ ), а на определенной высоте в пункте А температура была  $8^{\circ}\text{C}$  при атмосферном давлении в  $910\text{гПа}$  ( $920\text{гПа}$ ,  $93\text{гПа}$ ). Каково превышение точки А над поверхностью Земли при различных атмосферных давлениях?

Превышение одного пункта над другим вычисляется по формуле

$$Z = 8000 \frac{2(P_1 - P_2)}{P_1 + P_2} (1 + \alpha t_{cp.})$$

где  $P_1$  – уровень давления в нижней точке,  $P_2$  – уровень давления в верхней точке,  $\alpha$  – коэффициент расширения воздуха ( $\alpha = 0,004$ ),  $t_{cp.}$  – средняя температура, измеренная в верхней и нижней точках.

**Задача 2.** Определите время, в течение которого можно нагреть 2 кг воды на электроплитке мощностью 1250 Вт от температуры  $20^{\circ}\text{C}$  до температуры кипения  $100^{\circ}\text{C}$ . Электроемкость составляет 4200 Дж/кг $^{\circ}\text{C}$ . Определите, как будет изменяться время, если изменяется мощность от 1250 до 2500 с шагом 250, а масса от 2 кг до 4 кг с шагом 1?

Для решения этой задачи выведите зависимость времени от массы, температур, электроемкости и мощности.

Экзаменационный билет включает в себя все основные аспекты, которые рассматриваются на лабораторных занятиях по информатике: создание документов сложной структуры, использование электронных таблиц в географических исследованиях, автоматизации статистических расчетов с использованием таблиц чувствительности.

Обучение математическим дисциплинам с использованием информационных технологий – это интегрирование в единый процесс повышения эффективности образования.

## Литература

1. Воронкина, Н.А. Дидактический потенциал информационных технологий в профессиональной подготовке студентов–географов / Н.А. Воронкина // Теория и методика обучения фундаментальным дисциплинам в высшей школе: сборник научных трудов VIII Междунар. научно-практ. конф., Кривой Рог, 25-26 марта 2010 г.: в 3-х томах. / НМетАУ. – Кривой Рог, 2010. – Том 3. – С. 156–161.
2. Воронкина, Н.А. Профессионально-ориентированные задачи в курсе «Основы информатики» для студентов-географов / Н.А. Воронкина // Информатизация образования – 2010: Педагогические аспекты создания информационно-образовательной среды = Informatization of education – 2010: Pedagogical aspects of the development of information educational environment: материалы междунар. науч. конф., Минск, 27–30 октября 2010 г. / Белорус. гос. ун-т; редкол.: И.А. Новик (отв. ред.) [и др.]. – Минск, 2010. – С. 99–103.

**УДК 519.25**  
**ВИКОРИСТАННЯ ФАКТОРНОГО АНАЛІЗУ ПРИ ПЛАНУВАННІ**  
**ТЕХНІЧНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ**

**В.О. Паламарчук**

Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ  
e-mail: victor.palamarchuk@ukr.net

Одним з найбільш універсальних методів дослідження предметної області є метод планування експерименту. Його найбільший недолік полягає у тому, що отримана математична модель не може бути використана для аналізу процесу, якщо умови його протікання значно відрізняються від умов, у яких відбувався експеримент.

Постановка експерименту в лабораторних умовах практично завжди пов'язана з моделюванням. Моделювання процесу можна здійснити в повній мірі тільки тоді, коли виконуються основні закони *теорії подібності*. Сутність теорії подібності полягає в тому, щоб велику кількість змінних, які характеризують процес, об'єднати в значно менше число безрозмірних величин - критеріїв подібності.

Критерії подібності, як правило, виводять з диференціальних рівнянь зв'язку. Якщо при вивченні якогось процесу ми володіємо значним обсягом попередніх знань у вигляді рівнянь, що визначають процес, то краще використовувати теорію подібності, якщо рівняння задачі невідомі, то потрібно застосування метод розмірностей. Часто обидва методи використовують паралельно [1].

З розвитком інформаційних технологій, виникла можливість появи складних статистичних алгоритмів факторного аналізу [2,3] для з'ясування структури зв'язку між параметрами досліджуваного процесу. Але відомі випадки застосування факторного аналізу для редукції даних і виявлення структури взаємозв'язків між змінними стосуються політичних, соціально-економічних, соціологічних та психологічних досліджень [3].

Розглянемо особливості використання факторного аналізу у предметній області технічного експерименту. Це допомагає виявити особливості виділення з множини характеристик досліджуваного об'єкту нових факторів, більш адекватно відображаючих властивості об'єкту та знайти приховані, але передбачувані закономірності, які визначаються впливом внутрішніх та зовнішніх причин на досліджуваний об'єкт.

Для аналізу були вибрані результати експерименту по дослідженню стійкості штампів при пробивці отворів у листовому матеріалі [4]. Ці результати були нормовані з метою переходу до безрозмірних величин.

На першому етапі був проведений аналіз вкладу кожного з досліджуваних факторів у загальну дисперсію за методом головних компонент (табл. 1).

Таблиця 1

Аналіз компонент кумулятивної (накопиченої) дисперсії

Eigenvalues (стійкість нормована) Extraction: Principal components				
Value	Eigenvalue	% Total variance	Cumulative Eigenvalue	Cumulative %
1	3,145745	44,93921	3,145745	44,9392
2	2,084509	29,77870	5,230254	74,7179
3	0,921842	13,16917	6,152096	87,8871
4	0,637968	9,11383	6,790064	97,0009
5	0,134772	1,92532	6,924836	98,9262
6	0,075164	1,07377	7,000000	100,0000

За критерієм Кайзера, факторів, дисперсія яких більша одиниці, налічується два, але з досвіду відомо, що критерій Кайзера може безпідставно зменшити кількість суттєвих критеріїв. Тому був використаний графічний критерій Кеттеля (рис. 1). Кеттель запропонував знайти таке місце на графіку, де спадання власних значень зліва направо максимально уповільнюється. За критерієм Кеттеля суттєвими є п'ять факторів. Були обчислені так звані факторні навантаження Суттєвими компонентами у цьому випадку стали чотири фактори, у яких навантаження більші, ніж 0,65.

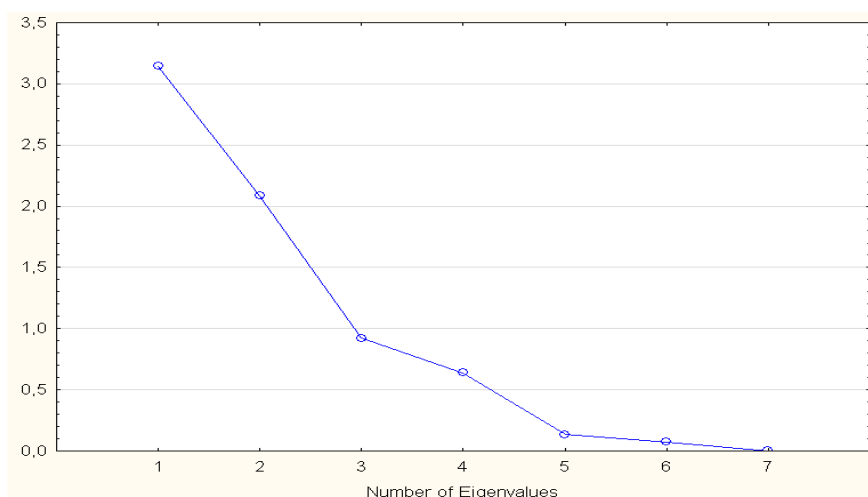


Рис. 1. Графік «каменистого осипу» - критерія Кеттеля

Інтерпретація закономірностей у таблицях факторних навантажень є складним процесом. Була побудована таблиця факторних навантажень для виділеної кількості факторів (чотирьох) (таблиця 2). Можна констатувати, що перший фактор відповідає за геометричні параметри процесу, другий – за комбінацію характеристик матеріалу пуансону та матриці, третій за

відповідні характеристики матеріалу заготовки, і, насамкінець, четвертий фактор – за найважливіший критерій зносу пуансону (задирку).

Таблиця 2

*Факторні навантаження суттєвих факторів задачі*

		Factor Loadings (Varimax raw) (стійкість нормована) Extraction: Principal components (Marked loadings are >,700000)			
Variable	Factor 1	Factor 2	Factor 3	Factor 4	
сiгНор	0,023745	0,114417	0,984933	0,112517	
ДНор	0,986839	0,001415	0,018538	0,129643	
ЕСНор	0,986839	0,001415	0,018538	0,129643	
ЗетНор	0,883772	-0,339494	0,013292	0,220239	
ТПНор	-0,104007	0,938813	-0,014342	0,199534	
ТМНор	-0,066778	0,948039	0,194086	-0,009616	
ЗаусНор	0,277466	0,138974	0,130351	0,938167	
Expl. Var	2,821584	1,927812	1,025824	1,014843	
Prp. Totl	0,403083	0,275402	0,146546	0,144978	

Порівняння цієї задачі з аналізом, виконаним методами теорії подібності та теорії розмірностей [1] показав, що ці традиційні методи виділення з множини характеристик нових факторів, відображаючих властивості об’єкту, дали аналогічні результати, які відрізняються тільки тим, що геометричні параметри не були об’єднані у один фактор, що протирічило б теорії розмірностей. Подальший аналіз методами нелінійної оцінки і побудова математичної моделі показали адекватність вибраної моделі.

**Висновок:** Метод факторного аналізу може бути використаний у предметній області технічного експерименту для аналізу впливу параметрів процесу на досліджуваний об’єкт з метою прогнозування кількості значущих факторів, та подальшого перетворення параметрів процесу у відповідні критерії.

**Література**

1. Серета В.Г. Моделирование технологических процессов статистическими методами/ В.Г. Серета, В.А. Паламарчук, Я.Е. Пыц. Краматорск: ДГМА, 2010. – 84 с.
2. Ким Д.-О. Факторный, дискриминантный и кластерный анализ/Д.-О. Ким, Ч.У. Мюллер. М.: Финансы и статистика, 1989. – 215 с.
3. Статистичний аналіз даних з пакетом STATISTICA/ Т.І. Мамчич та ін. Дрогобич: Відродження, 2006. – 208 с.
4. Максименко О.Л. Разработка математической модели стойкости штампов при пробивке отверстий в листовом материале/ О.Л. Максименко, В.А. Паламарчук// Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні. Краматорськ-Хмельницький, 2002. С. 459-461.

УДК 004.9:[510.23+510.67]  
**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОБЛЕМНОЙ  
 ОБЛАСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ  
 ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ**

**П.И. Сагайда<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>Донецкий национальный технический университет, г. Покровск

<sup>2</sup>Донбасская государственная машиностроительная академия, г. Краматорск  
 e-mail: pavlo.sahaida@gmail.com

**Общая постановка проблемы.** В условиях быстрого развития таких направлений интеллектуальной обработки данных (ИОД), как On-Line Analysis Processing, или OLAP (на основе визуализации агрегированных данных), Data Mining и Data Science (на основе методов математической статистики, Machine Learning и искусственного интеллекта) [1], недостаточно развиты теоретические основы создания информационных систем для ИОД. Выбор и использование методов и алгоритмов обработки, исследуемых параметров все еще требуют высокой квалификации привлекаемых аналитиков и инженеров по знаниям, результаты обработки данных не приводят к извлечению зависимостей достаточной специфичности и полезности для агентов организационно-технических систем (ОТС). Накопленные в данной области знания, как теоретического, так и экспериментального характера, требуют соответствующей инженерии, организации в виде, доступном для автоматизации их обработки и модификации в ходе использования [2].

**Целью** данной работы является повышение качества и оперативности проектирования и реализации компьютеризированных информационных систем для интеллектуальной обработки данных, организованных с использованием методов инженерии знаний за счет разработки математической модели функционирования таких систем.

Для достижения поставленной цели было выполнено математическое моделирование проблемной области компьютеризированных информационных систем (КИС) для ИОД на основе холистического (т.е. обеспечивающего своеобразие и приоритет целого над его частями) представления образа гипотетического модельного пространства проблемной области и спецификации имеющихся знаний на основе наиболее универсального математического аппарата – теории категорий. Это позволяет использовать единый подход для математического моделирования объектов и процессов проблемной области, целей и задач обработки данных, работы измерительных каналов и процессов преобразования данных в КИС, процессов инженерии знаний. Акцент при моделировании с помощью категорий на преобразования (морфизмы) между объектами различной физической природы и на

преобразования между категориями (функторы) позволяет удобно и интуитивно понятно представить преобразования данных и моделей в рассматриваемых КИС. Универсальность разработанных в теории категорий математических объектов и отображений позволяет использовать единые топологические шаблоны при моделировании различных аспектов проблемной области, а также при построении и использовании онтологических моделей – основы инженерии знаний.

Так как КИС для ИОД и их пользователям приходится иметь дело с разнообразными ОТС и различными взаимодействующими объектами, то их деятельность рассматривается в различных аспектах, в условиях действия разнообразных возмущающих воздействий и возникающих при этом помех для анализа и прогноза процессов, протекающих в ОТС. Измерительный канал КИС для ИОД также испытывает влияние возмущающих воздействий, что приводит к искажению сигнала и, соответственно, к снижению информативности данных о работе ОТС, накапливаемых в соответствующих хранилищах данных. Основные компоненты и их соотношения для проблемной области КИС для ИОД приведены на рис. 1.

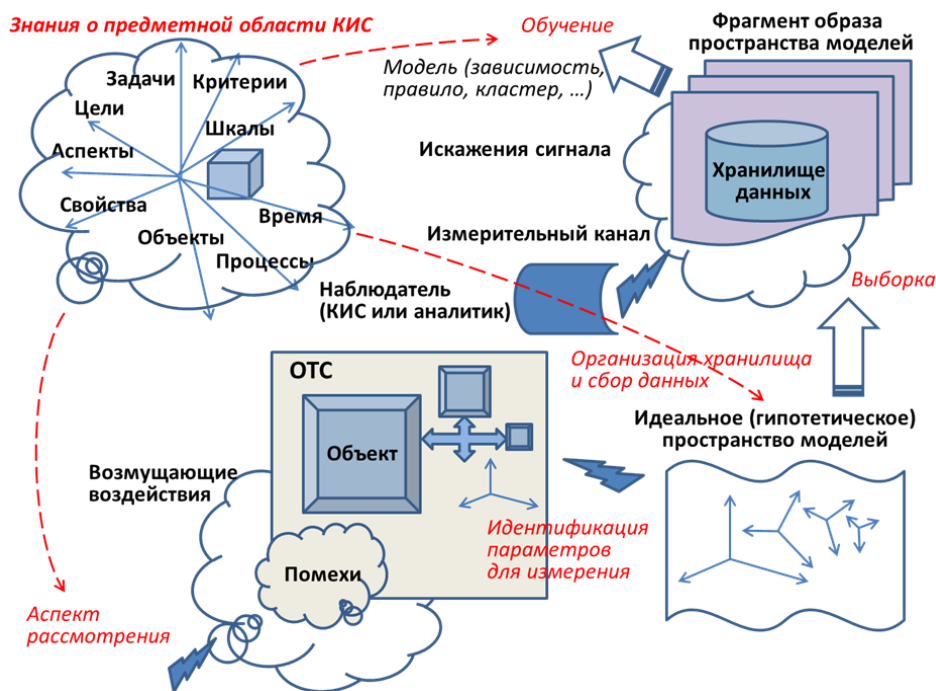


Рис. 1. Основные компоненты и их соотношения для проблемной области КИС для ИОД

Подготовленные к процессу анализа данные из этих хранилищ затем используются для обучения разнообразных моделей предметной области (ПрО). Прошедшие жизненный цикл в рамках процесса ИОД модели, доказавшие свою относительную адекватность, затем используются для прогнозирования работы ПрО, поддержки принятия решений при



выработке управляющих воздействий и, в конечном счете, оптимизации функционирования ПрО. Повысить качество и оперативность всего процесса извлечения моделей из данных можно, применив имеющиеся у разработчиков и аналитиков знания о процессах в ПрО, процессах, протекающих в ходе ИОД, возможных методах и алгоритмах обработки. При этом знания эти должны быть формализованы, организованы в виде хранилищ знаний и быть доступны с помощью языков запросов в реальном масштабе времени функционирования КИС для ИОД.

Все описанные выше подсистемы, процессы и преобразования в разработанной математической модели были представлены категориями и функторами, отображающими эти категории друг в друга, а также соответствующими объектами в рамках теории категорий: произведениями, копроизведениями, декартовыми и кодекартовыми квадратами над категориями и функторами. Коммутативность полученной диаграммы как результирующей модели обосновывает закономерность подхода к моделированию проблемной области и адекватность полученной модели [3].

**Выводы.** Разработанная модель проблемной области функционирования информационных систем для интеллектуальной обработки данных, ее представление в виде коммутативной диаграммы позволили выполнить моделирование обобщенных процессов получения и преобразования данных в компьютеризированных информационных системах на высоком уровне абстракции, в виде наиболее общего представления математической модели с использованием теории категорий. Такой подход дал возможность абстрагироваться от внутренней структуры отдельных объектов разработанных категорий проблемной области, рассмотреть функторы и их композиции, отображающие разработанные категории друг на друга, перечень и последовательность которых определяется топологическими свойствами теории категорий.

### Література

1. Nettleton D. Commercial data mining: processing, analysis and modeling for predictive analytics projects / David Nettleton. – NY: Elsevier, 2014. – 288 p. - ISBN 978-0-12-416602-8
2. Feilmayr, C. An analysis of ontologies and their success factors for application to business / C. Feilmayr, W.Wöß // Data & Knowledge Engineering. – 2016. – v. 101 – pp. 1 – 23.
3. Сагайда П.И. Математическое моделирование компьютеризированных информационных систем для интеллектуальной обработки данных на основе теории категорий / П.И. Сагайда // Наукові праці ДонНТУ. Серія: «Обчислювальна техніка та автоматизація». – № 1(29). – 2016. – С. 147-157. ISSN 2075-4272

**УДК 004.8****СУЧАСНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В АСПЕКТІ  
МАШИННОГО ПЕРЕКЛАДУ НАУКОВИХ ТЕКСТІВ****Л.В. Тимошина<sup>1</sup>, В.М. Давиденко<sup>2</sup>**

Інститут хімічних технологій СХУ ім. В. Даля, м. Рубіжне

*e-mail: <sup>1</sup>ltimoshyna1@gmail.com**e-mail :<sup>2</sup>vikdavidenko70@gmail.com*

Сьогодні у світі є два підходи до створення машинного перекладу: традиційний, який передбачає побудову перекладу на підставі лінгвістичних правил (rule-based machine translation) та статистичний (statistical-based machine translation) [1]. Новітнє досягнення в цьому напрямку представлено у 2016 році Google Translate – нейронний машинний переклад. Створена нова мова – аналог міжнародної допоміжної мови – інтерлінгва [3].

Традиційна лінгвістична система припускає використання алгоритмів, в яких запрограмовані лінгвістичні правила. Вона використовується в таких системах як PROMT, LINGUATEC, SYSTRAN та інші.

Однією з найбільш відомих систем статистичного перекладу володіє пошукова система Google [1]. Для тестування якості перекладу в цій системі було взято математичну статтю. Переклади ключових термінів виявились некоректними: так термін «зображення» («representation») перекладається системою як «imaging», термін «полугрупа» («semi-group»), як «half group». Система при перекладі не оперує лінгвістичними алгоритмами, а обчислює ймовірність застосування того чи іншого слова або виразу.

Математичні статті мають свої жанрово-стилістичні особливості: однорідність лексики, численність термінів, переважне використання слів з прямим значенням, багато активної іномовної лексики, а також точність та логічність викладу, складні речення, наявність ввідних слів та інше.

Вчений повинен пам'ятати, що умовою правильного перекладу його статті є адекватний вибір потрібного значення терміну, знання кореневих зв'язків слів, аналіз контексту та багато іншого. Машина з цим поки не справляється [2].

**Література**

1. Андреев А. Д. Обзор систем машинного перевода / А. Д. Андреев, // Молодой ученый. – 2012. – № 12. – С.64-66.
2. Евдокимов А. С. Искусство машинного перевода. / А. С. Евдокимов. – М.: Hard`N`Son, 2005. – № 7. – С.86-91.
3. W. John Hutchins. Publications on machine translation, computer-based translation technology, linguistics and other topics / <http://www.hutchinsweb.me.uk>, latest update: 7 December 2010.

**УДК 378.147+004**  
**ВИКОРИСТАННЯ ОНЛАЙН-СЕРВІСІВ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ**  
**ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ**

**О.О. Чумак**

Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ  
*e-mail: chumaklena@mail.ru*

Стрімке впровадження в практику вищих навчальних закладів інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) обумовлює розвиток нових концепцій навчання. Саме тому, питання навчання студентів інженерних спеціальностей математичним дисциплінам із використанням онлайн-сервісів набуває особливої актуальності, оскільки сприяє оволодінню ними вмінням застосовувати ІКТ.

Питанням залучення різноманітних ІКТ присвячували увагу такі вчені, як К.В. Власенко [1], С.О. Семеріков [2] та інші. Науковці наголошують на необхідності систематичного використання таких технологій, особливо під час обчислення математичних моделей.

У зв'язку з цим, під час навчання майбутніх інженерів лінійної алгебри доцільним є залучення різноманітних онлайн-калькуляторів, систем комп'ютерної алгебри тощо.

Продемонструємо, як саме можуть бути застосовані такі технології під час навчання студентів технічних спеціальностей теми «Системи лінійних алгебраїчних рівнянь» (СЛАР).

К.В. Власенко в своїй роботі [1, с.68] до даної теми пропонує розглянути з майбутніми інженерами професійно орієнтоване завдання такого типу: за заданою електричною схемою обчисліть силу струму, що проходить через кожен з елементів ланцюга.

Математична модель до завдання, що має вигляд СЛАР, будується студентами під керівництвом викладача у ході практичного заняття (рис. 1).

Отримайте математичну модель цієї задачі – систему лінійних алгебраїчних рівнянь.

$$\begin{cases} -I_1 + I_2 + I_3 = 0, \\ 10 - 12 = I_1(1 + 100) + 200I_2, \\ 12 = 200I_3 - I_2; \end{cases} \Rightarrow$$

*Рис. 1. Математична модель до завдання*

Проте, для її обчислення, ми пропонуємо залучення онлайн-калькулятора «OnlineMSchool».

В даному сервісі можна знайти різноманітні методи обчислення СЛАР, зокрема метод підстановки, метод Гаусса, метод Крамера та матричний метод. Наведемо інструкцію щодо застосування матричного методу:

1. Обираємо кількість невідомих у системі;
2. Змінюємо назви змінних у системі (рис. 2);

**Решить систему линейных уравнений матричным методом**

Количество неизвестных величин в системе:

[Изменить названия переменных в системе](#)

{1:  ; 2:  ; 3:  }

Рис. 2. Крок 2

3. Заповнюємо СЛАР (рис. 3);

**Заполните систему линейных уравнений:**

$$\begin{cases} -1 I_1 + 1 I_2 + 1 I_3 = 0 \\ 101 I_1 + 200 I_2 + 0 I_3 = -2 \\ 0 I_1 + -1 I_2 + 200 I_3 = 12 \end{cases}$$

[Решить систему уравнений](#)

Рис. 3. Крок 3

4. Натискаємо клавішу «Решить систему уравнений»;
5. Отримуємо детальне покрокове розв’язання і відповідь. За необхідності можна переглянути будь-який крок розв’язання.

Такий підхід, сприяє не тільки формуванню в студентів уміння застосовувати ІКТ, але й уможливорює інтенсифікацію навчання, що в умовах скорочення аудиторної роботи є досить доцільним. Перспективами подальших розвідок є питання застосування інших хмарних онлайн-калькуляторів під час навчання різних розділів вищої математики.

### Література

1. Власенко К.В. Робочий зошит з вищої математики для майбутніх інженерів. Елементи лінійної і векторної алгебри : навч. посіб. для студентів технічних ВНЗ / К. Власенко, І. Реутова, О. Лупаренко. – Донецьк : Ноулідж, 2013. – 124 с.
2. Семеріков С.О. Хмарні технології навчання: витоки / С.О. Семеріков, О.М. Маркова, А.М. Стрюк // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2015. – Том 46. – №2. – С. 29-44.

## ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

**Алдакімов А. Г.**, студент, Інститут хімічних технологій Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, м. Рубіжне.

**Алексєєва І. В.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний технічний університет України «КПІ імені Ігоря Сікорського», м. Київ.

**Алтухов А. В.**, кандидат технічних наук, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Антонов В. М.**, кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет України «КПІ імені Ігоря Сікорського», м. Київ.

**Арефьев А. Б.**, студент, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Армаш Т. С.**, кандидат педагогічних наук, ДВНЗ «Криворізький державний педагогічний університет», м. Кривий Ріг.

**Астахов В. М.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Баришовець П. П.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний авіаційний університет, м. Київ.

**Білих Н. В.**, асистент Донбаської державної машинобудівної академії, м. Краматорськ.

**Білоцький М. М.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова, м. Київ.

**Бірюкова Т. В.**, кандидат технічних наук, доцент, Вищий державний навчальний заклад України «Буковинський державний медичний університет», м. Чернівці.

**Бобилєв Д.Є.**, старший викладач, Криворізький державний педагогічний університет, м. Кривий Ріг.

**Богоєва С. В.**, викладач I категорії, Дружківський технікум Донбаської державної машинобудівної академії, м. Дружківка.

**Борздох А. Р.**, магістрантка факультету математики та інформаційних технологій, Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця.

**Буланов Г. С.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Булига В. С.**, студентка, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Буликан А. В.**, курсант Військового інституту телекомунікацій та інформатизації, м. Київ.

**Васильєва Л. В.**, кандидат технічних наук, доцент, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Васіна Л. С.**, кандидат педагогічних наук, Технічний коледж Національного університету «Львівська політехніка», м. Львів.

**Велько О. А.**, старший викладач, Білоруський державний університет, м. Мінськ, Білорусь.

**Веремчук А. О.**, студентка, Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова, м. Київ.

**Власенко К. В.**, доктор педагогічних наук, професор, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Власій О. О.**, кандидат технічних наук, доцент, ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника», м. Івано-Франківськ.

**Волков С. В.**, старший викладач, Інститут хімічних технологій Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, м. Рубіжне.

**Волков Д. А.**, кандидат технічних наук, доцент, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Воронцова А. В.**, студентка, Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця.

**Гайдей В. О.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут» імені Ігоря Сікорського, м. Київ.

**Гітис В. Б.**, кандидат технічних наук, доцент, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Гонгало Н. В.**, викладач, Житомирський національний агроекологічний університет, м. Житомир.

**Графов В. В.**, старший викладач, ДВНЗ «Приазовський державний технічний університет», м. Маріуполь.

**Гриценко А. А.**, студент кафедри інформаційних технологій, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Грицик Т. А.**, кандидат педагогічних наук, Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне.

**Грудкіна Н. С.**, кандидат технічних наук, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Давиденко В. М.** старший викладач, Інститут хімічних технологій Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, м. Рубіжне.

**Данченко М. М.**, кандидат технічних наук, доцент, Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь.

**Денисюк С. О.**, студент кафедри інформаційних технологій, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Дернова Н. В.**, студент факультету комп'ютерних систем і автоматики Вінницького національного технічного університету, м. Вінниця.

**Десятський С. П.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, ДВНЗ "Приазовський державний технічний університет", м. Маріуполь.

**Дзюба Л. Ф.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, м. Львів.

**Дідевич К. С.**, студентка, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Дідківська Т. В.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент Житомирського державного університету імені Івана Франка.

**Діхтенко С. І.**, вчитель вищої категорії, вчитель-методист, Андріївська ЗОШ І-ІІІ ст. Слов'янської районної ради Донецької області, с. Андріївка.

**Добранюк Ю. В.**, кандидат технічних наук, доцент, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

**Доценко С. О.**, кандидат педагогічних наук, доцент, Харківський національний педагогічний університет імені Григорія Сковороди, м. Харків.

**Дудка О. М.**, кандидат педагогічних наук, доцент, ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника», м. Івано-Франківськ.

**Дьоміна Н. А.**, кандидат технічних наук, доцент, Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь.

**Єнікєєв О. Ф.**, доктор технічних наук, доцент, професор кафедри АВП, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Жданова Ю. Д.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Державний університет телекомунікацій, м. Київ.

**Житченко А. С.**, студент кафедри інформаційних технологій, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Загребельний С. Л.**, кандидат педагогічних наук, доцент, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Замрій І. В.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Державний університет телекомунікацій, м. Київ.

**Захаренков Д. Ю.**, здобувач кафедри АВП, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Зозуля Є. С.**, викладач, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Іванова І. С.**, студент кафедри вищої математики і методики викладання математики Донецького національного університету імені Василя Стуса, Вінниця.

**Кабак В. Д.**, студент факультету комп'ютерних систем і автоматики Вінницького національного технічного університету, м. Вінниця.

**Кадацький М. А.**, студент, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Кадубовський О. А.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, ДВНЗ "Донбаський державний педагогічний університет", м. Слов'янськ.

**Карлаш Ю. Д.**, студент кафедри економіки промисловості Донбаської державної машинобудівної академії, м. Краматорськ.

**Карпенко Л. М.**, викладач Слов'янського коледжу Національного авіаційного університету м. Слов'янськ.

**Каруну О. В.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний авіаційний університет, м. Київ.

**Касьянюк А. С.**, студент кафедри інформаційних технологій, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Катеринюк Г. Д.**, аспірант, Вінницький державний педагогічний університет імені М. Коцюбинського, м. Вінниця.

**Клочко В. І.**, доктор педагогічних наук, професор, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

**Ковальчук М. Б.**, кандидат педагогічних наук, доцент, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

**Колесников С. О.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Коломієць А. А.**, кандидат педагогічних наук, доцент, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

**Коломієць О. М.**, кандидат педагогічних наук, доцент, Черкаський національний університет імені Б. Хмельницького, м. Черкаси.

**Кондратов С. А.**, доктор хімічних наук, професор, Інститут хімічних технологій Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, м. Рубіжне.

**Коржова О. В.**, старший викладач, Харківський навчально-науковий інститут ДВНЗ «Університет банківської справи», м. Харків.

**Коротун А. О.**, студент, Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь.

**Костіков О. А.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Котенко Т. М.**, викладач I категорії, ДПТНЗ «Краматорський центр професійно-технічної освіти», м. Краматорськ.



**Кравець В. І.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь.

**Кравець О. О.**, старший викладач, Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь.

**Кравченко В. І.**, кандидат технічних наук, доцент, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Крамаренко Т. Г.**, кандидат педагогічних наук, доцент, Криворізький державний педагогічний університет, м. Кривий Ріг.

**Кривошанко А. П.**, студент кафедри інформаційних технологій, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Крупський Я. В.**, кандидат педагогічних наук, доцент, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

**Кульчицька Н. В.**, кандидат педагогічних наук, доцент, ДВНЗ «Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника», м. Івано-Франківськ.

**Кусій М. І.**, кандидат педагогічних наук, доцент, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, м. Львів.

**Лебедева В. В.**, кандидат педагогічних наук, Харківський національний педагогічний університет імені Григорія Сковороди, м. Харків.

**Левандовська І. В.** старший викладач кафедри вищої математики, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Литвин Г. М.**, старший викладач, ДВНЗ "Приазовський державний технічний університет", м. Маріуполь.

**Лиходієва Г. В.**, кандидат педагогічних наук, доцент, Бердянський державний педагогічний університет, м. Бердянськ.

**Літвін Н. В.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, ДВНЗ "Приазовський державний технічний університет", м. Маріуполь.

**Лов'янова І. В.**, доктор педагогічних наук, доцент, Криворізький державний педагогічний університет, м. Кривий Ріг.

**Ломейко О. П.**, кандидат технічних наук, доцент, Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь.

**Лунаренко О. В.**, кандидат технічних наук, доцент, Приазовський державний технічний університет, м. Маріуполь.

**Мамашвілі Л. О.**, студент факультету комп'ютерних систем і автоматики Вінницького національного технічного університету, м. Вінниця.

**Марченко Н. В.**, викладач I категорії, Дружківський технікум Донбаської державної машинобудівної академії, м. Дружківка.

**Матейко Т. М.**, інженер, Інститут хімічних технологій Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, м. Рубіжне.

**Мельник Н. В.**, курсант Військового інституту телекомунікацій та інформатизації, м. Київ.

**Меньшикова О. В.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, м. Львів.

**Микитюк О. Ю.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент Буковинського державного медичного університету, м. Чернівці.

**Мирошниченко О. М.**, вчитель, ЗОШ І-ІІІ ступенів № 16, м. Костянтинівка.

**Михалевич В. М.**, доктор технічних наук, професор, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

**Моисеева Н. А.**, старший викладач, Білоруський державний університет, м. Мінськ, Білорусь.

**Морозов М. В.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь.

**Моторіна В. Г.** доктор педагогічних наук, професор, Харківський національний педагогічний університет імені Г. С. Сковороди, м. Харків.

**Мохонько А. З.**, доктор фізико-математичних наук, професор, Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів.

**Мохонько В. Д.**, кандидат фізико-математичних наук, Технічний коледж Національного університету «Львівська політехніка», м. Львів.

**Муранов А. С.**, викладач, Національний авіаційний університет, м. Київ.

**Муранов О. С.**, викладач, Національний авіаційний університет, м. Київ.

**Новіков О. О.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, ДВНЗ "Донбаський державний педагогічний університет", м. Слов'янськ.

**Новікова Н. В.**, викладач вищої категорії, вчитель-методист, Машинобудівний коледж Донбаської державної машинобудівної академії, м. Краматорськ.

**Обухов А. М.**, кандидат технічних наук, доцент, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Олар О. І.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент Буковинського державного медичного університету, м. Чернівці.

**Олешко Т. А.** кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний авіаційний університет, м. Київ.

**Орлова Н. Д.**, кандидат технічних наук, доцент, НУ «Одеська морська академія», м. Одеса.

**Павленко Т. В.**, кандидат економічних наук, доцент, Донбаський державний технічний університет, м. Лисичанськ.

**Пазен О. Ю.**, ад'юнкт, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, м. Львів.

**Паламарчук В. О.**, кандидат технічних наук, доцент Донбаської державної машинобудівної академії, м. Краматорськ.

**Панова С. О.**, кандидат педагогічних наук, старший викладач Бердянського державного педагогічного університету, м. Бердянськ.

**Пастирєва К. Ю.**, старший викладач, Бердянський університет менеджменту і бізнесу, м. Бердянськ.

**Пахненко В. В.**, кандидат технічних наук, доцент, Національний авіаційний університет, м. Київ.

**Петрук В. А.**, доктор педагогічних наук, професор, Вінницькій національний технічний університет, м. Вінниця.

**Півошенко В. В.**, студент кафедри автоматики та інформаційно-вимірювальної техніки Вінницького національного технічного університету, м. Вінниця.

**Підлісничка Н. Г.**, викладач, Вінницький кооперативний інститут, м. Вінниця.

**Поперечний К. С.**, студент кафедри автоматики та інформаційно-вимірювальної техніки Вінницького національного технічного університету, м. Вінниця.

**Потапова О. М.**, кандидат педагогічних наук, ДВНЗ «Криворізький національний університет», м. Кривий Ріг.

**Потапова С. М.**, викладач вищої категорії, Дружківський технікум Донбаської державної машинобудівної академії, м. Дружківка.

**Пузирьов В. Є.**, доктор фізико-математичних наук, доцент, Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця.

**Рашевський М. О.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Криворізький національний університет, м. Кривий Ріг.

**Репета В. К.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний авіаційний університет, м. Київ.

**Репета Л. А.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут» імені Ігоря Сікорського, м. Київ.

**Ровенська О. Г.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Рожкова О. П.**, старший викладач, Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь.

**Савченко Г. Б.**, студент кафедри економіки промисловості Донбаської державної машинобудівної академії, м. Краматорськ.

**Савяк Р. П.**, кандидат хімічних наук, доцент, ООО «Научно-виробнича фірма «Микрохим», м. Рубіжне.

**Сагай О. В.**, викладач, Машинобудівний коледж Донбаської державної машинобудівної академії, м. Краматорськ.

**Сагайда П. І.** кандидат технічних наук, доцент, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Саєнко А. П.**, студент кафедри автоматики та інформаційно-вимірювальної техніки Вінницького національного технічного університету, м. Вінниця.

**Салієва О. В.**, аспірант кафедри менеджменту та безпеки інформаційних систем, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

**Сверчевська І. А.**, кандидат педагогічних наук, доцент Житомирського державного університету імені Івана Франка, м. Житомир.

**Семенець С. П.**, доктор педагогічних наук, професор, Житомирський державний університет імені Івана Франка, м. Житомир.

**Сітак І. В.**, старший викладач, Інститут хімічних технологій Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, м. Рубіжне.

**Соляник В. О.**, студент, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Сосницька Н. Л.**, доктор педагогічних наук, професор, Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь.

**Срайчук І. Р.**, студент, Криворізький економічний інститут, м. Кривий Ріг.

**Стасюк М. М.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, м. Львів.

**Степанов А. І.**, вчитель вищої категорії, Краматорська ЗОШ І-ІІІ ст. № 22 з профільним навчанням, м. Краматорськ.

**Стенура І. В.**, ст. лаборант, Інститут психології імені Г. Костюка НАПН України, м. Київ.

**Сусь Б. А.**, доктор педагогічних наук, професор Військового інституту телекомунікацій та інформатизації, м. Київ.

**Тарасенкова Н. А.**, доктор педагогічних наук, професор, Черкаський національний університет імені Б. Хмельницького, м. Черкаси.

**Тацій Р. М.**, доктор фізико-математичних наук, професор, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, м. Львів.

**Терменжи Д. Є.**, кандидат педагогічних наук, доцент Донецького національного університету імені Василя Стуса, м. Вінниця.

**Тертишина А. К.**, студент кафедри інформаційних технологій Донбаської державної машинобудівної академії, м. Краматорськ.

**Тімошин А. С.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Інститут хімічних технологій Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, м. Рубіжне.

**Тімошина Л. В.**, старший викладач, Інститут хімічних технологій Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, м. Рубіжне.

**Топчий А. О.**, студентка факультету хімічних та інформаційних систем, кафедра вищої математики та комп'ютерних технологій, Інститут хімічних технологій Східноукраїнського національного Університету імені Володимира Даля, м. Рубіжне.

**Устиновская С. В.**, студентка, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Федорова Л. Б.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут» імені Ігоря Сікорського, м. Київ.

**Франишина С. Ю.**, аспірант, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

**Халанчук Л. В.**, асистент, Таврійський державний агротехнологічний університет, м. Мелітополь

**Хількова Л. О.**, старший викладач, Інститут хімічних технологій Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, м. Рубіжне.

**Хом'юк В. В.**, кандидат технічних наук, доцент, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

**Хом'юк І. В.**, доктор педагогічних наук, професор, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

**Челпан В. М.**, студент Слов'янського коледжу Національного авіаційного університету.

**Чернова Л. І.**, викладач, ВСП НАУ Слов'янський коледж Національного авіаційного університету, м. Слов'янськ.

**Чорна А. В.**, вчитель інформатики, м. Кривий Ріг.

**Чорний А. А.**, науковий співробітник, ООО «Науково-виробнича фірма «Микрохим», м. Рубіжне.

**Чумак О. О.**, кандидат педагогічних наук, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Шевцов С. О.**, старший викладач, Донбаська державна машинобудівна академія, м. Краматорськ.

**Шевченко Г. В.**, кандидат педагогічних наук, доцент, Державний університет телекомунікацій, м. Київ.

**Шевченко С. М.**, кандидат педагогічних наук, доцент, Державний університет телекомунікацій, м. Київ.

**Шупчинська К. С.**, студентка математичного факультету, кафедра фундаментальної математики, Запорізький національний університет, м. Запоріжжя.

**Шуригіна Я. Г.**, викладач I категорії, Краматорський коледж Донецького національного університету економіки і торгівлі імені Михайла Туган-Барановського, м. Краматорськ.

**ДИСТАНЦІЙНА ВСЕУКРАЇНСЬКА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ  
«МАТЕМАТИКА У ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ ХХІ  
СТОРІЧЧЯ»**

**15-16 травня 2017 р.**

**Краматорськ, Україна**

***Збірник наукових праць***

УДК 51(06)+378.147(06)+004(06)+51(091)  
МЗ4

Збірник наукових праць за матеріалами дистанційної всеукраїнської наукової конференції «Математика у технічному університеті ХХІ сторіччя». Міністерство освіти і науки України, Донбаська державна машинобудівна академія

**Організаційний комітет конференції:**

**Турчанін М. А.**, проректор з наукової роботи, управління розвитком та міжнародних зв'язків, доктор хімічних наук, професор, лауреат Державної премії України

**Власенко К. В.**, доктор педагогічних наук, професор

**Астахов В. М.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

**Грудкіна Н. С.**, кандидат технічних наук, доцент

**Ровенська О. Г.**, кандидат фізико-математичних наук, доцент

**Чумак О.О.**, кандидат педагогічних наук, доцент

**Паламарчук В. О.**, кандидат технічних наук, доцент

**Шевцов С. О.**, старший викладач

Матеріали подаються у авторській редакції

Упорядник Шевцов С.О.

Затверджено до публікації згідно з рішенням вченої ради Донбаської державної машинобудівної академії (протокол № 9 від 25.05.17)

До публікації 29.05.2017. Формат 60x84/16.  
Гарнітура Times New Roman. Ум. друк.арк. 40,33.

м. Краматорськ, ДДМА, вул. Академічна, 72  
e-mail: dgma@dgma.donetsk.ua  
www.dgma.donetsk.ua