

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУК УКРАЇНИ**  
**ДОНБАСЬКА ДЕРЖАВНА МАШИНОБУДІВНА АКАДЕМІЯ**  
**Кафедра математики та моделювання**



Затверджую:

Декан

факультету

машинобудування

Валерій КАССОВ

«26» червня 2023р.

Гарант освітньої програми:

Кандидат фіз.-мат наук, доцент

Ольга РОВЕНСЬКА

«20» червня 2023р.

Розглянуто і схвалено на засіданні кафедри  
математики та моделювання

Протокол №16 від 20.06.2023р.

В.о. зав. кафедри

Ольга РОВЕНСЬКА

**РОБОЧА ПРОГРАМА**

**«Методика навчання математики та основ економіки в профільних та  
спеціалізованих навчальних закладах»**

галузь знань 01 Освіта/Педагогіка

спеціальність 014 Середня освіта (Математика)

ОПП (магістр) Математика

кваліфікація Магістр середньої освіти (математика).

Вчитель математики та економіки.

**Розробник:** О. Г. Ровенська, канд. фіз.-мат. наук, доцент, В.О. Кузьміна, викладач

2023-2024 навчальний рік

## І. РОЗПОДІЛ ГОДИН

| Форма навчання | Кредитів ECTS | Годин | Аудиторних годин |           |             |        | Самост. робота | Розподіл за семестрами |        |    |
|----------------|---------------|-------|------------------|-----------|-------------|--------|----------------|------------------------|--------|----|
|                |               |       | Лекції           | Практичні | Лабораторні | Всього |                | Екзамени               | Заліки | ДЗ |
| Денна/заочна   | 4             | 120   | 15               | 30        | –           | 45     | 75             | +                      |        |    |

## 2. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Мета вивчення дисципліни.** Навчальна дисципліна «Методика навчання математики в профільних та спеціалізованих навчальних закладах» є одним з фундаментальних курсів педагогічної математичної майстерності, що закладає фундамент методичної підготовки молодих викладачів.

**Головною його метою є формування основних видів діяльності викладача математики, що пов'язані з викладанням цих дисциплін.**

Предметом діяльності викладача математики є, з одного боку, зміст навчального предмета «Математика», а з іншого боку – пізнавальна діяльність учнів і засоби її організації шляхом вивчення математики. Різноманітність виробничих функцій вчителя математики складається з планувальної, організаційної, технологічної, діагностично-прогностичної, управлінської та соціальної функцій. Виконання їх зводиться до розв'язання типових задач, які в свою чергу, передбачають оволодіння певними видами діяльності на певному рівні. **Основне завдання курсу** полягає у формуванні у студентів уявлень про систему вказаних функцій і найважливіших видів діяльності, необхідних для виконання цих функцій. Таким чином, діяльнісний підхід є головним принципом викладання курсу.

Отже, навчання дисципліни сприяє формуванню професійної компетентності випускника, яка поєднує у собі математичні знання майбутнього вчителя, його психолого-педагогічну та методичну підготовку, особистісні якості, формувати здатність організувати навчально-виховний процес на рівні сучасних вимог. А саме, у процесі вивчення дисципліни студент має здобути наступні компетентності:

| Програмні компетентності                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Загальні                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| <p><b>Аналіз і синтез:</b> здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> <p><b>Практична робота:</b> розуміння предметної області та професійної діяльності, здатність застосовувати професійні знання у практичних ситуаціях, аналізувати, досліджувати та презентувати свій досвід.</p> <p><b>Творчість та інновації:</b> здатність створювати та передавати нові ідеї, генерувати інноваційні рішення відомих проблем або дослідницьких ситуацій.</p> <p><b>Відповідальність, робота в команді та лідерство:</b> навички міжособистісної взаємодії, здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт, вміння переконувати та надихати колектив.</p> <p><b>Інформаційні технології:</b> засвоєння нових знань, оволодіння сучасними інформаційними технологіями.</p> <p><b>Планування та управління:</b> здатність планувати та управляти процесами враховуючи часові та кадрові обмеження.</p> <p><b>Розвиток та самовдосконалення:</b> здатність проводити самооцінку та аналіз власних досягнень, здатність до самоосвіти та вдосконалення професійних навичок.</p> <p><b>Громадянська прихильність:</b> здатність діяти на основі етичних міркувань (мотивів), що базуються на національних і гуманістичних ідеалах, демократичних цінностях і традиціях України.</p> <p><b>Екологічна свідомість:</b> активна участь в поліпшенні стану довкілля, забезпечення здоров'я та гармонійного розвитку людини з високим рівнем якості, зокрема забезпечення охорони життя і здоров'я учнів та студентів у освітньому процесі та поза аудиторній діяльності.</p>                                                                                                                                    |
| Фахові                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| <p><b>Фундаментальні знання та розуміння:</b> здатність використовувати системні знання з фундаментальної математики та методики її навчання, фундаментальні знання змісту шкільного курсу математики сучасної школи.</p> <p><b>Професійні навички:</b> здатність застосовувати сучасні методи й освітні технології навчання, аналізувати особливості сприйняття та засвоєння учнями і студентами навчальної інформації з метою прогнозу ефективності та корекції освітнього процесу.</p> <p><b>Психолого-педагогічні вміння:</b> здатність здійснювати психолого-педагогічний супровід процесу навчання, проектувати цілісний освітній процес навчання, виховання та самовдосконалення учнів.</p> <p><b>Вирішення проблем:</b> здатність застосовувати сучасні математико-статистичні методи та пакети комп'ютерної математики до створення і аналізу математичних моделей реальних задач і процесів.</p> <p><b>Інформаційні освітні технології:</b> здатність до використання сучасних методів навчання, пов'язаних із використанням ІКТ і STEM технологій: мультимедійне навчання; комп'ютерне програмоване навчання; інтерактивне навчання; дистанційне навчання; використання Інтернет-технологій.</p> <p><b>Професійна комунікація:</b> здатність спілкуватися державною та іноземною мовами у відповідності до професійної ситуації</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> усвідомлення етичних та юридичних проблем використання інформаційних ресурсів, знання основ мережевого етикету.</p> <p><b>Альтернативна освіта:</b> здатність здійснювати аналіз та корекцію знань та умінь учнів в умовах диференційованого навчання, здатність ефективно планувати та організовувати різні форми неформальної освіти.</p> |

### ***Завдання вивчення дисципліни***

Завдання вивчення дисципліни визначаються програмними результатами навчання, а саме випускник магістратури має оволодіти здатностями:

|                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>«Запам'ятовування, знання»</b>            | <p>Знання та розуміння основ навчальних дисциплін фундаментального циклу.</p> <p>Знання різних психолого-педагогічних і комунікаційних теорій, теорії виховання, сучасної освітньої парадигми.</p> <p>Знання, що відносяться до базових областей математики в обсязі достатньому для успішної роботи у наукових групах.</p> <p>Спеціалізовані концептуальні знання, набуті у процесі навчання та/або професійної діяльності на рівні новітніх досягнень, які є основою для Оригінального мислення та інноваційної діяльності, зокрема в контексті дослідницької роботи за освітньою програмою.</p> |
| <b>«Розуміння»</b>                           | <p>Будувати математичні моделі, алгоритмізувати розв'язування математичної задачі.</p> <p>Виділяти різні теорії, інструменти та стратегії, виконувати посадові обов'язки з управління освітнім процесом, вміти використовувати державні документи з питань виховання та освіти.</p> <p>Інтерпретувати спеціалізовані знання на рівні, достатньому для розуміння наукової статті за обраними предметними спеціальностями. Критично осмислювати проблеми освітньої діяльності в тому числі на межі предметних галузей.</p>                                                                           |
| <b>«Уміння та застосування знань»</b>        | <p>Використовувати бібліографічний пошук, аналіз та інтерпретацію математичних текстів і статей методичного характеру, зокрема із використанням новітніх ІКТ.</p> <p>Організовувати пошук відповідних наукових джерел, які мають безпосереднє відношення до фундаментальної математики та актуальних проблем методики її навчання, в тому числі з використанням іноземної мови.</p> <p>Організовувати навчальну, дослідницьку та виховну діяльність, планувати організацію і проведення наукових досліджень за освітньою програмою.</p>                                                            |
| <b>«Аналіз» та «синтез»</b>                  | <p>Аналізувати основні підходи, теорії та концепції предметного циклу дисциплін з математики з урахуванням існуючих міжпредметних зв'язків.</p> <p>Мати уявлення про сучасний математичний апарат, який застосовують в природничих науках, інженерних та економічних дослідженнях.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| <b>«Оцінювання та створення (творчість)»</b> | <p>Проводити наукові дослідження під керівництвом наукового консультанта-наставника.</p> <p>Модифікувати та створювати нові освітні та бізнес-проекти за допомогою ІКТ; передбачати нові освітні потреби і запити.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |

|                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>«Комунікація»</b>                | Вибирати та відслідковувати найновіші досягнення в певній області математики або методики навчання математики, взаємодіючи із колегами.<br>Зрозуміло і недвозначно доносити власні висновки, а також знання та пояснення, що їх обґрунтовують, до фахівців і нефахівців, зокрема до осіб, які навчаються.  |
| <b>«Автономія відповідальності»</b> | Усвідомлювати відповідальність за розвиток професійного знання і практик, оцінку стратегічного розвитку колективу.<br>Усвідомлювати необхідність подальшого навчання, вивчення, аналізу, узагальнення та поширення передового педагогічного досвіду, систематично підвищувати свою професійну кваліфікацію |

Студент повинен знати:

### ***Теоретичні знання***

#### **ЗАГАЛЬНА МЕТОДИКА**

- Цілі і завдання загальної освіти і цілі навчання математики в старшій профільній школі. Проблеми диференціації навчання.
- Зміст і роль загально розумових дій і прийомів розумової діяльності. Методику формування математичних понять у шкільному курсі математики.
- Методику навчання учнів доведенню математичних тверджень.
- Методику розв'язування математичних задач.
- Методику проведення позакласної роботи з математики.
- Вимоги до сучасного уроку математики в школі.

#### **СПЕЦІАЛЬНА МЕТОДИКА**

- Методику вивчення степеневих, показникових, логарифмічних, тригонометричних функцій.
- Вивчення тригонометричних, показникових, логарифмічних виразів і їх тотожних перетворень у шкільному курсі алгебри і початків аналізу.
- Рівняння і нерівності в старшій профільній школі і методику їх вивчення.
- Методика проведення перших уроків стереометрії.
- Геометричні фігури та їх властивості. Методику вивчення тем «Прямі і площини у просторі», «Многогранники», «Тіла обертання», «Комбінації просторових тіл», «Взаємодія громадян і держави в досягненні суспільного добробуту», «Підприємливість та фінансова грамотність».
- Геометричні величини і методику їх вивчення у школі. Методика вивчення тем «Об'єми тіл», «Площі поверхонь тіл обертання».

## ***Практичні уміння та навички***

### Студент повинен уміти:

- Планувати роботу вчителя математики, скласти план і план-конспект уроку математики.
- Здійснювати контроль і оцінку знань, умінь та навичок учнів.
- Організовувати і проводити позакласну роботу з предмету.
- Здійснювати логіко-дидактичний аналіз означень, понять, теорем та їх доведень, правил і алгоритмів.
- Добирати систему задач для засвоєння математичних понять та їх властивостей.

**Міждисциплінарні зв'язки:** педагогіка, вікова психологія, хмарні технології та STEM-освіта, елементарна математика, шкільні курси: математика, фізика, біологія, хімія, громадянська освіта.

### **3. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

#### **ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1.**

#### **ПРОФІЛЬНА ДИФЕРЕНЦІАЦІЯ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ У СТАРШІЙ ШКОЛІ**

Тема 1.1. Концепція профільної математичної освіти.

Тема 1.2. Методичні особливості вивчення математики в профільній школі на різних рівнях підготовки:

- навчання математики в класах суспільно-гуманітарного напрямку (рівень стандарту);
- навчання математики на академічному рівні в класах економічного, природничого, технологічного профілів;
- профільний і поглиблений рівень навчання математики.

#### **ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2.**

#### **МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ОКРЕМИХ ТЕМ КУРСУ АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ НА РІЗНИХ НАПРЯМАХ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ.**

Тема 2.1. Функції в курсі алгебри і початків аналізу. Повторення і розширення відомостей про функції. Властивості основних видів функцій: пряма пропорційність, обернена пропорційність, степенева функція, квадратична, дробова функції.

- Аналіз програми на різних рівнях підготовки, щодо вивчення функцій.
- Суть розширення відомостей про функції в 10 класі.
- Властивості видів функцій.

Тема 2.2. Методика вивчення загально функціональних понять. Формування світогляду учнів, реалізація міжпредметних зв'язків при вивченні функцій.

- Означення області визначення, множини значень, графіка функції, означення властивостей знакосталості, зростання, спадання, парності і періодичності функцій.
- Способи формування світогляду учнів при вивченні функцій на рівні стандарту.
- Реалізація міжпредметних зв'язків і прикладна спрямованість вивчення функцій на академічному і профільному рівнях.

Тема 2.3. Степенева функція в шкільному курсі алгебри і початків аналізу.

- Програмові вимоги до вивчення тем на різних рівнях підготовки.
- Властивості степеня з раціональним і дійсним показником.
- Узагальнення поняття степеня у старшій профільній школі.
- Означення і властивості степеневої функції.

Тема 2.4. Методика вивчення тригонометричних функцій числового аргументу.

Місце і роль теми в ШКМ. Введення поняття «тригонометричні функції».  
Вивчення властивості парності і періодичності тригонометричних функцій.

- Аналіз програмових вимог до учнів в темі «Тригонометричні функції» на різних рівнях підготовки.
- Основні поняття теми «Тригонометричні функції числового аргументу».
- Суть введення поняття «тригонометричні функції».
- Особливості вивчення властивостей парності і періодичності тригонометричних функцій.

Тема 2.5. Побудова графіка тригонометричних функцій на прикладі  $y = \sin x$ .

Дослідження властивостей тригонометричних функцій  $y = \cos x$ ,  $y = \tg x$ ,  $y = \ctg x$ .

- Особливості побудови графіків тригонометричних функцій на прикладі функції  $y = \sin x$ .
- Алгоритм побудови графіка функції  $y = \sin x$ .
- Особливості побудови графіків інших тригонометричних функцій.
- Дослідження властивостей тригонометричних функцій  $y = \cos x$ ,  $y = \tg x$ ,  $y = \ctg x$  у вигляді таблиці.

Тема 2.6. Методика вивчення показникової функції. Методика вивчення логарифмічної функції. Поняття про обернену функцію.

- Програмові вимоги до вивчення тем на різних рівнях підготовки.
- Методична схема вивчення показникової функції.
- Поняття про обернену функцію.
- Властивості логарифмічної функції, базуючись на тому факті, що логарифмічна функція є оберненою до показникової.

Тема 2.7. Рівняння, нерівності, системи в курсі алгебри і початків аналізу, методи їх розв'язування

- Програмові вимоги до вивчення тем на різних рівнях підготовки.
- Методи розв'язування рівнянь, нерівностей та систем.

Тема 2.8. Методика вивчення тригонометричних рівнянь і нерівностей. Найпростіші тригонометричні рівняння. Типи тригонометричних рівнянь та способи їх розв'язання. Методика вивчення тригонометричних нерівностей.

- Виведення формул розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь  $a = \cos x$ ,  $a = \tg x$ ,  $a = \ctg x$ .
- Типи тригонометричних рівнянь та способи їх розв'язання.
- Методика навчання тригонометричних нерівностей за допомогою тригонометричного кола і графічним способом.

Тема 2.9. Методика вивчення ірраціональних рівнянь що розв'язуються за означенням та за типами. Методика вивчення ірраціональних нерівностей.

- Програмові вимоги до вивчення тем на різних рівнях підготовки.
- Поняття ірраціонального рівняння.
- Методика вивчення ірраціональних рівнянь, які розв'язуються за



означенням.

- Методика вивчення ірраціональних рівнянь, які розв'язуються за типами.
- Види ірраціональних нерівностей та методика їх розв'язування.

Тема 2.10. Методика вивчення показникових рівнянь і нерівностей.

- Програмові вимоги до вивчення тем на різних рівнях підготовки.
- Поняття показникового рівняння. Способи розв'язування найпростіших показникових рівнянь.
- Типи показникових рівнянь та способи їх розв'язування.
- Методика розв'язування показникових нерівностей.

Тема 2.11. Методика вивчення логарифмічних рівнянь і нерівностей.

- Програмові вимоги до вивчення тем на різних рівнях підготовки.
- Поняття логарифма, властивості логарифмів.
- Поняття логарифмічного рівняння, найпростіші логарифмічні рівняння.
- Типи логарифмічних рівнянь та способи їх розв'язування.
- Методика розв'язування логарифмічних нерівностей.

Тема 2.12. Методика вивчення систем рівнянь.

- Програмові вимоги до вивчення тем на різних рівнях підготовки.
- Методи розв'язування систем алгебраїчних, показникових, логарифмічних, тригонометричних рівнянь.

### **ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3.**

## **МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРІЇ У СТАРШІЙ ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ**

Тема 3.1. Аксиоми стереометрії та їх наслідки. Методика вивчення аксіом та перших теорем стереометрії.

- Вимоги до навчальних досягнень учнів з теми «Вступ до стереометрії».
- Аксиоми стереометрії.
- Наслідки з аксіом стереометрії. Способи утворення площини у просторі.
- Зв'язок між аксіомами стереометрії та наслідками з них.

Тема 3.2. Взаємне розміщення прямих у просторі. Мимобіжні прямі. Паралельні прямі у просторі: означення, ознаки, властивості.

- Вимоги до навчальних досягнень учнів з теми «Паралельність прямих і площин у просторі».
- Означення паралельних і мимобіжних прямих. Ілюстрації понять на прикладах.
- Ознаки паралельності прямих.
- Властивості паралельних прямих.

Тема 3.3. Взаємне розміщення прямої і площини. Паралельність прямої і площини: означення, ознака, властивість. Паралельність площин. Властивості паралельних

площин.

- Вимоги до навчальних досягнень учнів з теми «Паралельність прямих і площин у просторі».
- Означення паралельної прямої до площини, означення паралельних площин. Ілюстрації понять на прикладах.
- Ознаки паралельності прямої і площини, паралельних площин.
- Властивості паралельних площин.

Тема 3.4. Паралельне проектування. Властивості паралельного проектування. Зображення плоских геометричних фігур при паралельному проектуванні.

- Вимоги до навчальних досягнень учнів з теми «Паралельність прямих і площин у просторі».
- Сутність паралельного проектування.
- Властивості паралельного проектування. Властивості фігур, які зберігаються при паралельному проектуванні і які не зберігаються при паралельному проектуванні.
- Зображення плоских геометричних фігур при паралельному проектуванні. Навести приклади.

Тема 3.5. Кути і відстані у просторі. Перпендикулярні прямі. Перпендикулярність прямої і площини. Похила до площини. Перпендикуляр і похила, проведені до площини з однієї точки. Теорема про три перпендикуляри.

- Вимоги до навчальних досягнень учнів з теми «Перпендикулярність прямих і площин у просторі».
- Означення понять теми: перпендикулярні прямі, перпендикулярні пряма і площина, похила до площини.
- Властивості перпендикуляра і похилої, проведених з однієї точки до площини.
- Теорема про три перпендикуляри.

Тема 3.6. Двогранний кут, кут між площинами. Перпендикулярність площин. Властивості ортогонального проектування.

- Вимоги до навчальних досягнень учнів з теми «Перпендикулярність прямих і площин у просторі».
- Поняття двогранного кута.
- Означення перпендикулярних площин.
- Ознака і властивості перпендикулярних площин.
- Властивості ортогонального проектування.

Тема 3.7. Двогранні і многогранні кути. Методика вивчення многогранників: поняття многогранника, види многогранників. Правильні многогранники.

- Вимоги до навчальних досягнень учнів з теми «Многогранники».
- Поняття двогранного кута.
- Поняття многогранного кута.
- Поняття многогранника, види многогранників. Вимоги до навчальних досягнень учнів з теми «Многогранники».
- Правильні многогранники, види, властивості.

Тема 3.8. Призма. Види призм. Пряма призма. Паралелепіпед. Властивості

паралелепіпеда.

- Вимоги до навчальних досягнень учнів з теми «Многогранники».
- Поняття призми, види призм.
- Означення прямої призми, властивості прямої призми.
- Паралелепіпед, властивості паралелепіпеда.
- Формули для обчислення площі повної та бічної поверхні призми і паралелепіпеда.
- Формули для обчислення об'ємів призми, паралелепіпеда.

Тема 3.9. Піраміда. Види пірамід. Характеристика видів пірамід. Правильна піраміда. Зрізана піраміда.

- Вимоги до навчальних досягнень учнів з теми «Многогранники».
- Означення піраміди та її елементів.
- Види пірамід за положенням висоти.
- Характеристика видів пірамід.
- Правильна піраміда, означення, властивості елементів.
- Зрізана піраміда.
- Формули для обчислення площі повної та бічної поверхні піраміди, правильної піраміди, зрізаної піраміди.
- Формули для обчислення об'ємів піраміди, зрізаної піраміди.

Тема 3.10. Циліндр. Зображення циліндра. Властивості елементів циліндра. Переріз циліндра площиною. Призма вписана в циліндр і описана навколо циліндра.

- Вимоги до навчальних досягнень учнів з теми «Тіла обертання».
- Поняття циліндра. Властивості елементів циліндра.
- Переріз циліндра площиною.
- Призма вписана в циліндр і описана навколо циліндра.
- Об'єм циліндра, площа повної та бічної поверхні циліндра.

Тема 3.11. Конус. Зображення конуса. Властивості елементів конуса. Переріз конуса площиною. Комбінація конуса і піраміди.

- Вимоги до навчальних досягнень учнів з теми «Тіла обертання».
- Поняття конуса, зображення конуса, елементи конуса.
- Властивості елементів конуса.
- Переріз конуса площиною.
- Комбінація конуса і піраміди.
- Об'єм конуса, площа повної та бічної поверхні конуса.

Тема 3.12. Куля. Елементи кулі. Частини кулі. Комбінація кулі із многогранниками, конусом та циліндром.

- Вимоги до навчальних досягнень учнів з теми «Тіла обертання».
- Поняття кулі. Елементи кулі. Частини кулі.
- Комбінація кулі з многогранниками.
- Комбінація кулі із многогранниками.
- Комбінація кулі із конусом.
- Комбінація кулі із циліндром.
- Об'єм кулі, площа поверхні сфери.

Тема 3.13. Узагальнення і систематизація знань учнів у підготовці до ЗНО з математики.

- Програма зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання з математики.
- Типи завдань в ЗНО.

Формулювання спеціальних результатів із їх розподілом за модулями представлені нижче:

| Модулі                                                                                                            | Зміст програмного результату навчання                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Профільна диференціація навчання математик и у старшій школі</b>                                               | <p>Здобувач вищої освіти здатний</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</li> <li>✓ створювати та передавати нові ідеї, генерувати інноваційні рішення відомих проблем або дослідницьких ситуацій.</li> <li>✓ до засвоєння нових знань, оволодіння сучасними інформаційними технологіями.</li> <li>✓ до самоосвіти та вдосконалення професійних навичок.</li> <li>✓ діяти на основі етичних міркувань (мотивів), що базуються на національних і гуманістичних ідеалах, демократичних цінностях і традиціях України.</li> <li>✓ до використання сучасних методів навчання, пов'язаних із використанням ІКТ і STEM технологій: мультимедійне навчання; комп'ютерне програмоване навчання; інтерактивне навчання; дистанційне навчання; використання Інтернет- технологій.</li> <li>✓ спілкуватися державною та іноземною мовами у відповідності до професійної ситуації</li> <li>✓ здійснювати аналіз та корекцію знань та умінь учнів в умовах диференційованого навчання, здатність ефективно планувати та організовувати різні форми неформальної освіти.</li> </ul>                                                                                   |
| <b>Методика вивчення окремих тем курсу алгебри і початків аналізу на різних напрямках математичної підготовки</b> | <p>Здобувач вищої освіти здатний</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</li> <li>✓ до розуміння предметної області та професійної діяльності, застосовувати професійні знання у практичних ситуаціях, аналізувати, досліджувати та презентувати свій досвід.</li> <li>✓ створювати та передавати нові ідеї, генерувати інноваційні рішення відомих проблем або дослідницьких ситуацій.</li> <li>✓ Взаємодіяти у групі, оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.</li> <li>✓ до засвоєння нових знань, оволодіння сучасними інформаційними технологіями.</li> <li>✓ проводити самооцінку та аналіз власних досягнень, здатність до самоосвіти та вдосконалення професійних навичок.</li> <li>✓ приймати активну участь в поліпшенні стану довкілля, забезпечення здоров'я та гармонійного розвитку людини з високим рівнем якості, зокрема забезпечення охорони життя і здоров'я учнів та студентів у освітньому процесі та поза аудиторній діяльності.</li> <li>✓ використовувати системні знання з фундаментальної математики, та методики її навчання, фундаментальні знання змісту шкільного курсу математики сучасної школи.</li> </ul> |

|                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                   | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ застосовувати сучасні методи й освітні технології навчання, аналізувати особливості сприйняття та засвоєння учнями і студентами навчальної інформації з метою прогнозу ефективності та корекції освітнього процесу.</li> <li>✓ здійснювати психолого-педагогічний супровід процесу навчання, проектувати цілісний освітній процес навчання, виховання та самовдосконалення учнів.</li> <li>✓ застосовувати сучасні математико-статистичні методи та пакети комп'ютерної математики до створення і аналізу математичних моделей реальних задач і процесів.</li> <li>✓ до використання сучасних методів навчання, пов'язаних із використанням ІКТ і STEM технологій: мультимедійне навчання; комп'ютерне програмоване навчання; інтерактивне навчання; дистанційне навчання; використання Інтернет- технологій.</li> <li>спілкуватися державною та іноземною мовами у відповідності до професійної ситуації</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Методика<br/>вивчення<br/>геометрії у<br/>старшій<br/>профільній<br/>школі</b> | <p>Здобувач вищої освіти здатний</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</li> <li>✓ до розуміння предметної області та професійної діяльності, застосовувати професійні знання у практичних ситуаціях, аналізувати, досліджувати та презентувати свій досвід.</li> <li>✓ створювати та передавати нові ідеї, генерувати інноваційні рішення відомих проблем або дослідницьких ситуацій.</li> <li>✓ взаємодіяти у групі, оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.</li> <li>✓ до засвоєння нових знань, оволодіння сучасними інформаційними технологіями.</li> <li>✓ проводити самооцінку та аналіз власних досягнень, здатність до самоосвіти та вдосконалення професійних навичок.</li> <li>✓ застосовувати сучасні методи й освітні технології навчання, аналізувати особливості сприйняття та засвоєння учнями і студентами навчальної інформації з метою прогнозу ефективності та корекції освітнього процесу.</li> <li>✓ здійснювати психолого-педагогічний супровід процесу навчання, проектувати цілісний освітній процес навчання, виховання та самовдосконалення учнів.</li> <li>✓ до використання сучасних методів навчання, пов'язаних із використанням ІКТ і STEM технологій: мультимедійне навчання; комп'ютерне програмоване навчання; інтерактивне навчання; дистанційне навчання; використання Інтернет- технологій.</li> <li>✓ спілкуватися державною та іноземною мовами у відповідності до професійної ситуації</li> </ul> |

#### 4. СТРУКТУРА ТА ТЕХНОЛОГІЧНА КАРТА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

##### 1. Технологічна карта навчальної дисципліни

| на 1 семестр                     | Види занять    | Всього | Навчальні тижні |   |   |   |   |   |                |   |   |    |    |    |    |    |                |    |    |
|----------------------------------|----------------|--------|-----------------|---|---|---|---|---|----------------|---|---|----|----|----|----|----|----------------|----|----|
|                                  |                |        | 1               | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7              | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15             | 16 | 17 |
| Аудиторні                        | Лекції         | 15     | 2               |   | 2 |   | 2 |   | 2              |   | 2 |    | 2  |    | 2  |    | 2              |    |    |
|                                  | Практичні      | 30     | 2               | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2              | 2 | 2 | 2  | 2  | 2  | 2  | 2  | 2              |    |    |
|                                  | Лабораторні    |        |                 |   |   |   |   |   |                |   |   |    |    |    |    |    |                |    |    |
|                                  | Індивідуальні  |        |                 |   |   |   |   |   |                |   |   |    |    |    |    |    |                |    |    |
|                                  | Поточ. контр.  |        |                 |   | + |   |   |   |                |   |   |    |    | +  |    |    |                |    |    |
|                                  | Контр.роб.(ТО) |        |                 |   |   |   |   |   |                | + |   |    |    |    |    |    |                | +  |    |
|                                  | Модул. контр   |        |                 |   |   |   |   |   | М <sub>1</sub> |   |   |    |    |    |    |    | М <sub>2</sub> |    |    |
|                                  | Захист курсов  |        |                 |   |   |   |   |   |                |   |   |    |    |    |    |    |                |    |    |
|                                  | Захист лабор.  |        |                 |   |   |   |   |   |                |   |   |    |    |    |    |    |                |    |    |
|                                  | Консультації   |        |                 |   |   |   |   |   |                |   |   |    |    |    |    |    |                |    |    |
|                                  | Атестації      |        |                 |   |   |   |   |   |                |   | А |    |    |    |    |    |                |    |    |
|                                  | Всього         | 45     | 3               | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3              | 3 | 3 | 3  | 3  | 3  | 3  | 3  | 3              |    |    |
| Самостійні                       | Курс. проект.  |        |                 |   |   |   |   |   |                |   |   |    |    |    |    |    |                |    |    |
|                                  | Підгот. до зан | 75     | 5               | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5              | 5 | 5 | 5  | 5  | 5  | 5  | 5  | 5              |    |    |
|                                  | Розрах.-граф.  |        |                 |   |   |   |   |   |                |   |   |    |    |    |    |    |                |    |    |
|                                  | Консультації   |        |                 | 1 |   | 1 |   | 1 |                | 1 |   | 1  |    | 1  |    |    | 1              |    |    |
|                                  | Експерсії      |        |                 |   |   |   |   |   |                |   |   |    |    |    |    |    |                |    |    |
|                                  | Всього         | 75     | 5               | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5              | 5 | 5 | 5  | 5  | 5  | 5  | 5  | 5              |    |    |
| Навчальне навантаження студентів |                | 120    | 8               | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8              | 8 | 8 | 8  | 8  | 8  | 8  | 8  | 8              |    |    |

2.

**Підсумковий контроль – іспит**

## 2. Структура навчальної дисципліни

| Назви змістових модулів і тем                                                                                                                                                                                                 | Кількість годин      |              |          |          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|--------------|----------|----------|
|                                                                                                                                                                                                                               | денна форма навчання |              |          |          |
|                                                                                                                                                                                                                               | усього               | у тому числі |          |          |
|                                                                                                                                                                                                                               |                      | л            | п        | с.р.     |
| 1                                                                                                                                                                                                                             | 2                    | 3            | 4        | 5        |
| <b>Змістовий модуль 1.</b> Профільна диференціація навчання математики у старшій школі.                                                                                                                                       |                      |              |          |          |
| <b>Тема 1.1.</b> Концепція профільної математичної освіти.                                                                                                                                                                    | 2                    | 1            | 0        | 1        |
| <b>Тема 1.2.</b> Методичні особливості вивчення математики в профільній школі на різних рівнях підготовки                                                                                                                     | 2                    |              | 0        | 2        |
| <b>Разом за змістовим модулем 1</b>                                                                                                                                                                                           | <b>4</b>             | <b>1</b>     | <b>0</b> | <b>3</b> |
| <b>Змістовий модуль 2.</b> Методика вивчення окремих тем курсу алгебри і початків аналізу на різних напрямках математичної підготовки.                                                                                        |                      |              |          |          |
| <b>Тема 2.1.</b> Функції в курсі алгебри і початків аналізу. Повторення і розширення відомостей про функції. Властивості основних видів функцій.                                                                              | 4                    | 1            | 1        | 2        |
| <b>Тема 2.2.</b> Методика вивчення загально функціональних понять. Формування світогляду учнів, реалізація міжпредметних зв'язків, прикладна спрямованість при вивченні функцій.                                              | 5                    |              | 1        | 4        |
| <b>Тема 2.3.</b> Степенева функція в шкільному курсі алгебри і початків аналізу.                                                                                                                                              | 5                    | 1            | 1        | 3        |
| <b>Тема 2.4.</b> Методика вивчення тригонометричних функцій числового аргументу. Місце і роль теми в ШКМ. Введення поняття «тригонометричні функції». Вивчення властивості парності і періодичності тригонометричних функцій. | 4                    |              | 1        | 3        |
| <b>Тема 2.5.</b> Побудова графіка тригонометричних функцій на прикладі $y = \sin x$ . Дослідження властивостей тригонометричних функцій $y = \cos x$ , $y = \tg x$ , $y = \ctg x$ .                                           | 5                    | 1            | 1        | 3        |
| <b>Тема 2.6.</b> Методика вивчення показникової функції. Методика вивчення логарифмічної функції. Поняття про обернену функцію.                                                                                               | 5                    |              | 1        | 4        |
| <b>Тема 2.7.</b> Рівняння, нерівності, системи в курсі алгебри і початків аналізу, методи їх розв'язування                                                                                                                    | 5                    | 1            | 1        | 3        |

| Назви змістових модулів і тем                                                                                                                                                                                            | Кількість годин      |              |           |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|--------------|-----------|-----------|
|                                                                                                                                                                                                                          | денна форма навчання |              |           |           |
|                                                                                                                                                                                                                          | усього               | у тому числі |           |           |
|                                                                                                                                                                                                                          |                      | л            | п         | с.р.      |
| <b>Тема 2.8.</b> Методика вивчення тригонометричних рівнянь і нерівностей. Типи тригонометричних рівнянь та способи їх розв'язання. Методика вивчення тригонометричних нерівностей.                                      | 5                    |              | 1         | 4         |
| <b>Тема 2.9.</b> Методика вивчення ірраціональних рівнянь що розв'язуються за означенням та за типами. Методика вивчення ірраціональних нерівностей.                                                                     | 5                    | 1            | 1         | 3         |
| <b>Тема 2.10.</b> Методика вивчення показникових рівнянь і нерівностей.                                                                                                                                                  | 5                    |              | 2         | 3         |
| <b>Тема 2.11.</b> Методика вивчення логарифмічних рівнянь і нерівностей.                                                                                                                                                 | 5                    | 1            | 2         | 2         |
| <b>Тема 2.12.</b> Методика вивчення систем рівнянь.<br><b>М1</b>                                                                                                                                                         | 5                    | 1            | 2         | 2         |
| <b>Разом за змістовим модулем 2</b>                                                                                                                                                                                      | <b>58</b>            | <b>7</b>     | <b>15</b> | <b>36</b> |
| <b>Змістовий модуль 3.</b> Методика вивчення геометрії у старшій профільній школі.                                                                                                                                       |                      |              |           |           |
| <b>Тема 3.1.</b> Аксиоми стереометрії та їх наслідки. Методика вивчення аксіом та перших теорем стереометрії.                                                                                                            | 4                    | 1            | 1         | 2         |
| <b>Тема 3.2.</b> Взаємне розміщення прямих у просторі. Мимобіжні прямі. Паралельні прямі у просторі: означення, ознаки, властивості.                                                                                     | 4                    |              | 1         | 3         |
| <b>Тема 3.3.</b> Взаємне розміщення прямої і площини. Паралельність прямої і площини: означення, ознака, властивість. Паралельність площин. Властивості паралельних площин.                                              | 4                    | 1            | 1         | 2         |
| <b>Тема 3.4.</b> Паралельне проектування. Властивості паралельного проектування. Зображення плоских геометричних фігур при паралельному проектуванні.                                                                    | 4                    |              | 1         | 3         |
| <b>Тема 3.5.</b> Кути і відстані у просторі. Перпендикулярні прямі. Перпендикулярність прямої і площини. Похила до площини. Перпендикуляр і похила, проведені до площини з однієї точки. Теорема про три перпендикуляри. | 4                    | 1            | 1         | 2         |



| Назви змістових модулів і тем                                                                                                                         | Кількість годин      |              |           |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|--------------|-----------|-----------|
|                                                                                                                                                       | денна форма навчання |              |           |           |
|                                                                                                                                                       | усього               | у тому числі |           |           |
|                                                                                                                                                       |                      | л            | п         | с.р.      |
| <b>Тема 3.6.</b> Двограний кут, кут між площинами. Перпендикулярність площин. Властивості ортогонального проектування.                                | 4                    |              | 1         | 3         |
| <b>Тема 3.7.</b> Двогранні і многогранні кути. Методика вивчення многогранників: поняття многогранника, види многогранників. Правильні многогранники. | 4                    |              | 1         | 3         |
| <b>Тема 3.8.</b> Призма. Види призм. Пряма призма. Паралелепіпед. Властивості паралелепіпеда.                                                         | 5                    | 1            | 1         | 3         |
| <b>Тема 3.9.</b> Піраміда. Види пірамід. Характеристика видів пірамід. Правильна піраміда. Зрізана піраміда.                                          | 5                    |              | 1         | 4         |
| <b>Тема 3.10.</b> Циліндр. Зображення циліндра, властивості Переріз циліндра площиною. Призмавписана в циліндр і описана навколо циліндра.            | 5                    | 1            | 1         | 3         |
| <b>Тема 3.11.</b> Конус. Зображення конуса. Властивості елементів конуса. Переріз конуса площиною. Комбінація конуса і піраміди.                      | 5                    |              | 1         | 4         |
| <b>Тема 3.12.</b> Куля. Елементи кулі. Частини кулі. Комбінація кулі із многогранниками, конусом та циліндром. <b>М2</b>                              | 5                    | 1            | 1         | 3         |
| <b>Тема 3.13.</b> Узагальнення і систематизація знань учнів у підготовці до ЗНО з математики.                                                         | 5                    | 1            | 3         | 1         |
| <b>Разом за змістовим модулем 3</b>                                                                                                                   | <b>58</b>            | <b>7</b>     | <b>15</b> | <b>36</b> |
| <b>Усього годин</b>                                                                                                                                   | <b>120</b>           | <b>15</b>    | <b>30</b> | <b>75</b> |

## 5. САМОСТІЙНА РОБОТА

| №з/п | Назва теми                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Кількість годин |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 1    | <b>ЗМ 1</b><br>Профільна диференціація навчання старшокласників математики                                                                                                                                                                                                                        | 3               |
| 2    | <b>ЗМ 2</b><br>Методика вивчення функцій Рівняння і нерівності.<br>Розв'язування задач з тем змістового модуля.                                                                                                                                                                                   | 36              |
| 3    | <b>ЗМ 3</b><br>Аксіоми стереометрії<br>Паралельність прямих і площин у просторі<br>Кути і відстані у просторі. Перпендикулярність прямих і площин. Методика вивчення многогранників<br>Методика вивчення круглих тіл. Методика підготовки до ЗНО.<br>Розв'язування задач з тем змістового модуля. | 36              |
|      | <b>РАЗОМ</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                      | <b>75</b>       |

## 6. ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Метою індивідуального завдання є формування вмінь виконувати методичний аналіз навчального матеріалу теми, задавати на конструктивному рівні цілі вивчення всієї теми та цілі уроку, планувати вивчення теоретичного матеріалу за обраною темою, формувати методику вивчення математичних понять та теорем, проектувати контроль знань та різноманітні види самостійної та позакласної роботи учнів.

Виконання індивідуального завдання передбачає наступні розробки:

1. Постановка цілей навчання теми. При цьому необхідно скласти загальний опис цілей вивчення теми, сформулювати перелік видів діяльності учнів за обраною темою через уміння та сформулювати навички через систему вправ, які складаються з різнорівневих завдань за поданими вміннями.

2. Планування вивчення теоретичного матеріалу. При цьому треба зробити відбір та структурування понять та теорем, логічний аналіз означень, теорем, методів доведення та на цій основі скласти тематичне планування теми.

3. Методика формування поняття. Описати методику формування одного поняття з урахуванням наступних етапів: введення, засвоєння, застосування.

4. Методика вивчення теореми. Розробити методику вивчення теореми за основними етапами: введення, засвоєння, застосування.

5. Складання плану-конспекту одного з уроків за обраною темою.

| №   | Теми для написання індивідуальної роботи         |
|-----|--------------------------------------------------|
| 1.  | Лінійні рівняння з однією змінною                |
| 2.  | Цілі вирази                                      |
| 3.  | Функції                                          |
| 4.  | Системи лінійних рівнянь з двома змінними        |
| 5.  | Найпростіші геометричні фігури та їх властивості |
| 6.  | Взаємне розташування прямих на площині           |
| 7.  | Трикутники                                       |
| 8.  | Коло і круг. Геометричні побудови                |
| 9.  | Раціональні вирази                               |
| 10. | Квадратичні корені. Дійсні числа                 |
| 11. | Квадратні рівняння                               |
| 12. | Чотирикутники                                    |
| 13. | Подібність трикутників                           |
| 14. | Многокутники. Площі многокутників                |
| 15. | Розв'язування прямокутних трикутників            |
| 16. | Нерівності                                       |
| 17. | Квадратична функція                              |
| 18. | Елементи прикладної математики                   |
| 19. | Числові послідовності                            |
| 20. | Розв'язування трикутників                        |
| 21. | Правильні многокутники                           |
| 22. | Декартові координати на площині                  |
| 23. | Геометричні перетворення                         |
| 24. | Вектори на площині                               |
| 25. | Початкові відомості з стереометрії               |
| 26. | Функції, їхні властивості та графіки             |
| 27. | Тригонометричні функції                          |
| 28. | Паралельність прямих і площин у просторі         |
| 29. | Перпендикулярність прямих і площин у просторі    |
| 30. | Похідна та її застосування                       |
| 31. | Показникова та логарифмічна функції              |

|     |                                                        |
|-----|--------------------------------------------------------|
| 32. | Елементи теорії ймовірності та математичної статистики |
| 33. | Вектори і координати                                   |
| 34. | Геометричні тіла та поверхні                           |
| 35. | Інтеграл та його застосування                          |
| 36. | Рівняння, нерівності та їх системи                     |
| 37. | Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл             |

## 7. МЕТОДИ НАВЧАННЯ

Підвищенню ефективності вивчення курсу сприяє використання системи евристичного навчання. Перевагу слід надати наступним формам навчання:

- а) лекції: інформативні, аналітичні, проблемні;
- б) евристичний семінар, практичні, лабораторні заняття, тренінги.

Доцільні методи навчання: мозкові атаки, метод проектів, рольові та дидактичні ігри, евристичні бесіди та ін.

## 8. ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

**8.1 Критерії оцінювання.** Критерієм успішного проходження підсумкового оцінювання є досягнення мінімального порогового балу. Оцінювання навчальних досягнень студентів здійснюється на основі використання модульно-рейтингової системи оцінювання. Розподіл балів за різними видами робіт та шкала оцінювання представлені у таблиці 9.

**1. Засоби оцінювання.** Засоби оцінювання та методи демонстрування результатів навчання за даним курсом є усні опитування на практичних та лекційних заняттях, тестові завдання, реферати, доповіді, есе, індивідуальні завдання, письмові контрольні роботи.

**2. Питання для перевірки засвоєння матеріалу:**

1. Дидактичні і психологічні основи навчання математики. В чому полягає діяльнісний підхід у навчанні.
2. Роль постановки цілей навчання. Засоби постановки цілей. Цілі навчання математики та інформатики (освітні, виховні, розвивальні, практичні).
3. Рівнева і профільна диференціація навчання.
4. Навчальна діяльність, її особливості і структура.
5. Роль загальних розумових дій і прийомів розумової діяльності при навчанні математики.
6. Види математичної діяльності учнів. Математичне моделювання.
7. Дидактичні вимоги до змісту навчання. Структурні елементи змісту навчання.
8. Особливості змісту шкільного курсу математики. Принципи відбору змісту навчання математики.

9. Структура змісту сучасного шкільного курсу математики.
10. Тенденції вдосконалення змісту шкільного курсу математики. Планування вивчення математики.
11. Форми мислення в процесі навчання математики.
12. Математичні поняття. Класифікація означень понять. Еквівалентність означень. Вимоги до означень.
13. Методика формування понять. Засоби мотивації введення понять. Прийоми засвоєння та закріплення понять.
14. Класифікація математичних тверджень. Методи засвоєння математичних тверджень.
15. Види доведень. Прийоми навчання доведенням.
16. Функції задач у навчанні математики. Дидактичні функції задач. Класифікація задач.
17. Методи і прийоми навчання розв'язуванню задач.
18. Психолого-педагогічні закономірності навчання математики та інформатики. Основні принципи навчання математики.
19. Методи навчання. Характеристика основних методів навчання математики. Методи активного навчання. Метод доцільних задач.
20. Засоби навчання математики та їх класифікація.
21. Комплексне забезпечення навчання математики. Структура навчально-методичного комплексу з математики.
22. Навчальне обладнання з математики та методика його використання. Організація і обладнання сучасного кабінету математики .
23. Використання інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні математики .
24. Урок як основна форма організації навчання математики
25. Типи та структура уроків. Підготовка вчителя до уроку.
26. Організація самостійної роботи учнів. Види самостійної роботи з математики .
27. Діагностика та контроль у навчанні математики
28. Форми і види контролю. Оцінювання та корекція результатів контролю.
29. Індивідуалізація навчання. Рівнева диференціація. Профільна диференціація. Шляхи забезпечення диференціації навчання математики.
30. Варіативний компонент змісту навчання. Шкільний компонент та його наповнення.
31. Факультативні заняття та спецкурси.
32. Форми позакласної роботи та її особливості. Організація позакласної роботи з математики та інформатики.

## 1. РОЗПОДІЛ БАЛІВ, ЯКІ ОТРИМУЮТЬ СТУДЕНТИ

| Вид заняття або контрольного заходу            | Балів за одно заняття або контрольний захід | За семестр                               |            | До 1-й атестації                         |            |
|------------------------------------------------|---------------------------------------------|------------------------------------------|------------|------------------------------------------|------------|
|                                                |                                             | кількість занять або контрольних заходів | сума балів | кількість занять або контрольних заходів | сума балів |
| Індивідуальн езавдання                         | <b>8</b>                                    | 5                                        | <b>40</b>  | <b>3</b>                                 | <b>24</b>  |
| Підготовка есе, докладу з оформленням реферату | <b>20</b>                                   | 1                                        | <b>20</b>  | -                                        | -          |
| Модул.контр.                                   | <b>20</b>                                   | 2                                        | <b>40</b>  | 1                                        | <b>20</b>  |
| Всього                                         |                                             |                                          | <b>100</b> |                                          | <b>44</b>  |

За участь у науковій роботі, вивчення спеціальної літератури і поглиблене вивчення курсу студенту можуть призначатися додаткові бали, але не більше ніж 10 балів.

### Шкала оцінювання

| Сума балів за всі види навчальної діяльності | Оцінка за національною шкалою                      |            |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------------|------------|
|                                              | для екзамену, курсового проекту (роботи), практики | для заліку |
| 90 – 100                                     | відмінно                                           |            |
| 74-89                                        | добре                                              |            |
| 55-73                                        | задовільно                                         |            |
| 0-54                                         | незадовільно                                       |            |

## 10. ПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ НА ЕКЗАМЕН

### Алгебра і початки аналізу

1. Функції в курсі алгебри і початків аналізу. Повторення і розширення відомостей про функції.
2. Властивості основних видів функцій: пряма пропорційність, обернена пропорційність, степенева функція.
3. Властивості основних видів функцій: квадратична, дробова функції.

4. Методика вивчення загально функціональних понять.
5. Формування світогляду учнів, реалізація міжпредметних зв'язків, прикладна спрямованість при вивченні функцій.
6. Методика вивчення тригонометричних функцій числового аргументу. Місце і роль теми в ШКМ.
7. Введення поняття «тригонометричні функції».
8. Вивчення властивості парності і періодичності тригонометричних функцій.
9. Побудова графіка тригонометричних функцій на прикладі  $y = \sin x$ . Дослідження властивостей тригонометричних функцій.
10. Властивості і графіки функцій  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ .
11. Методика вивчення показникової функції.
12. Методика вивчення логарифмічної функції. Поняття про обернену функцію.
13. Степенева функція в шкільному курсі алгебри і початків аналізу.
14. Методика вивчення тригонометричних рівнянь і нерівностей. Методичні особливості розв'язування рівнянь і нерівностей.
15. Найпростіші тригонометричні рівняння. Типи тригонометричних рівнянь та способи їх розв'язання.
16. Методика вивчення тригонометричних нерівностей.
17. Методика вивчення ірраціональних рівнянь що розв'язуються за означенням та за типами.
18. Методика вивчення ірраціональних нерівностей.
19. Методика вивчення показникових рівнянь.
20. Методика вивчення показникових нерівностей.
21. Методика вивчення логарифмічних рівнянь.
22. Методика вивчення логарифмічних нерівностей.
23. Рівняння і нерівності з модулем.

## **Геометрія**

1. Аксиоми стереометрії та їх наслідки. Методика вивчення аксіом.
2. Перші теореми стереометрії. Теорема про задання площини прямою і точкою.
3. Перші теореми стереометрії. Теорема про задання площини двома прямими, які перетинаються.
4. Взаємне розміщення прямих у просторі. Мимобіжні прямі.
5. Паралельні прямі у просторі: означення, ознаки, властивості.
6. Взаємне розміщення прямої і площини. Паралельність прямої і площини: означення, ознака, властивість.
7. Паралельність площин. Властивості паралельних площин.
8. Паралельне проектування. Властивості паралельного проектування. Зображення плоских геометричних фігур при паралельному проектуванні.
9. Кути і відстані у просторі. Перпендикулярні прямі.
10. Перпендикулярність прямої і площини. Похила до площини. Перпендикуляр і похила, проведені до площини з однієї точки. Теорема про три перпендикуляри.
11. Двогранний кут, кут між площинами. Перпендикулярність площин.
12. Властивості ортогонального проектування.
13. Двогранні і многогранні кути. Методика вивчення многогранників: поняття многогранника, види многогранників.

14. Призма. Види призм. Пряма призма.
15. Паралелепіпед. Властивості паралелепіпеда.
16. Піраміда. Види пірамід. Характеристика пірамід першого та другого виду.
17. Піраміда. Характеристика пірамід третього виду.
18. Піраміда. Характеристика пірамід четвертого виду.
19. Правильна піраміда. Зрізана піраміда.
20. Правильні многогранники.
21. Поняття площі поверхні многогранника. Бічна та повна поверхня кожного виду многогранників.
22. Поняття об'єму. Об'єми многогранників.
23. Циліндр. Зображення циліндра. Властивості елементів циліндра. Переріз циліндра площиною.
24. Конус. Зображення конуса. Властивості елементів конуса. Переріз конуса площиною.
25. Куля. Елементи кулі. Частини кулі. Поняття площі поверхні та об'єму тіл обертання. Формули для обчислення об'ємів.
26. Комбінації круглих тіл і многогранників. Призма вписана в циліндр і описана навколо циліндра. Конус і піраміда.
27. Комбінація кулі із многогранником, конусом та циліндром.



### Тема «Функції»

1. Знайдіть область визначення функції  $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x^2-4x}$
2. Знайдіть значення виразу  $81(\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha)$ , якщо  $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$ .
3. Обчислити значення виразу  $3^{\log_5 7} - 7^{\log_5 3}$ .
4. Спростіть вираз  $\frac{\sin \alpha}{1+\cos \alpha} + \frac{1+\cos \alpha}{\sin \alpha}$
5. Знайдіть область визначення функції  $y = \frac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-2)}}$
6. Знайдіть значення виразу  $\frac{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = 3$ .
7. Доведіть тотожність  $\frac{1+\sin 2\alpha - \cos 2\alpha}{1+\sin 2\alpha + \cos 2\alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ .
8. Знайдіть нулі функції  $f(x) = \frac{x^2+3x+2}{|x|-1}$ .
9. Дослідіть функцію  $f(x) = (x-1)^2 + (x+1)^2$  на парність.
10. Обчислити значення виразу  $\log_2 \left( \log_3 \cos \frac{\pi}{6} - \log_3 \sin \frac{\pi}{6} \right)$ .
11. Знайдіть область визначення функції  $y = \frac{1}{\sqrt{4^x - 2^{x-3}}}$
12. Спростіть вираз  $\frac{\cos(-\alpha)}{1+\sin(-\alpha)} + \operatorname{tg}(-\alpha)$ .
13. Побудуйте графік функції  $f(x) = \frac{(x-1)^3}{\sqrt[4]{(x-1)^4}} + 1$ .

### Тема «Рівняння і нерівності»

1. Розв'яжіть рівняння  $\cos^2 x + \sqrt{3} |\cos x| \cdot \sin x = 0$ .
2. Розв'яжіть рівняння  $\frac{7}{\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)} = -7$ .
3. Розв'яжіть нерівність  $\log_4(x^2 - 3x) \leq 1$ .
4. Розв'яжіть рівняння  $2\log_3(x-1) = \log_3(4x+1)$ .
5. Розв'яжіть рівняння  $4 \cdot 3^{2x} + 3^x \cdot 4^x - 3 \cdot 4^{2x} = 0$
6. Розв'яжіть рівняння  $3 = \sqrt{2 + \sqrt{x-1}}$
7. Знайдіть корінь рівняння  $\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , який належить проміжку  $(0; \pi)$ .
8. Розв'яжіть рівняння  $\frac{2}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_2 x - 2} = 1$
9. Розв'яжіть рівняння  $\left(\cos \frac{\pi}{3}\right)^{\frac{1}{7x-2}} = \sqrt{8}$
10. Розв'яжіть рівняння  $\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-4} = 1$
11. Розв'яжіть рівняння  $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$
12. Розв'яжіть рівняння  $\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
13. Розв'яжіть нерівність  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} \leq \frac{1}{8}$
14. Розв'яжіть рівняння  $4^{x^2-3x} = 5^{3x-x^2}$
15. Розв'яжіть рівняння  $3 = \sqrt[3]{11 - \sqrt{x+1}}$

16. Розв'яжіть рівняння  $\log_4(x+2) + \log_4(x+3) = \log_4 3 + 0,5$ .
17. Розв'яжіть нерівність  $4^{\sqrt{x-2}} + 8 < 9 \cdot 2^{\sqrt{x-2}}$ .

### Тема «Геометричні тіла»

1. Хорда, що лежить в основі циліндра, дорівнює  $3\sqrt{3}$  см і стягує дугу  $120^\circ$ . Відрізок, що сполучає один з кінців хорди із центром іншої основи, утворює з площиною основи кут  $45^\circ$ . Знайдіть площу повної поверхні циліндра.
2. Основою прямого паралелепіпеда є паралелограм зі сторонами 3 м і 4 м. Одна з діагоналей паралелепіпеда дорівнює 5 м, а інша – 7 м. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.
3. У посудині, що має форму циліндра, рівень води перебуває на висоті 45 см. На якій висоті перебуватиме рівень води, якщо її перелити у посудину циліндричної форми, радіус якої у 3 рази більший за радіус даної?
4. Кут між діагоналями основи прямокутного паралелепіпеда дорівнює  $30^\circ$ . Діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут  $60^\circ$ . Знайдіть висоту паралелепіпеда, якщо його об'єм дорівнює  $18\text{см}^3$ .
5. Хорду, що лежить в основі конуса, з його вершини видно під кутом  $60^\circ$ , а з центра основи – під прямим кутом. Знайдіть площу бічної поверхні конуса, якщо його твірна дорівнює 4 см.
6. В основі прямої призми лежить трикутник зі стороною  $a$  і прилеглими до неї кутами  $\alpha$  і  $\beta$ . Діагональ бічної грані, що містить цю сторону, утворює з площиною основи кут  $\gamma$ . Знайдіть об'єм призми.
7. Діагональ осцевого перерізу циліндра дорівнює 17 см, а висота циліндра на 11 см більша за його радіус. Знайдіть площу осцевого перерізу циліндра.
8. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює  $a$ , а висота піраміди –  $H$ . Піраміду перерізували площиною, так, що ця площина розділила дві сторони основи піраміди на рівні відрізки. Знайдіть площу перерізу.
9. Висота конуса завдовжки 5 см, а різниця твірної і радіуса основи дорівнює 1 см. Знайдіть площу осцевого перерізу конуса.
10. У правильній чотирикутній зрізаній піраміді площі нижньої та верхньої основ відповідно дорівнюють  $Q$  і  $q$ , бічне ребро утворює з площиною основи кут  $45^\circ$ . Знайдіть площу діагонального перерізу цієї зрізаної піраміди.
11. У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює  $4\sqrt{2}$  см і утворює кут  $45^\circ$  із площиною основи. Знайдіть апофему піраміди.
12. В основі похилого паралелепіпеда лежить прямокутник. Бічне ребро паралелепіпеда утворює із суміжними сторонами основи кути, кожний з яких дорівнює  $60^\circ$ . Знайдіть кут, який утворює це бічне ребро з площиною основи паралелепіпеда.
13. В основі прямої призми лежить рівнобедрений трикутник з основою 8 см і бічною стороною 5 см. Через основу цього трикутника проведено переріз, який утворює кут  $60^\circ$  із площиною основи і перетинає бічне ребро. Знайдіть площу цього перерізу.
14. Площа бічної поверхні зрізаного конуса дорівнює  $S$ , його твірна –  $l$ , а висота –  $H$ . Знайдіть площу осцевого перерізу цього зрізаного конуса.

15. Через вершину конуса проведено площину під кутом  $45^{\circ}$  до площини основи. Ця площина перетинає основу по хорді завдовжки  $12\sqrt{3}$  см, яку видно з центра основи під кутом  $120^{\circ}$ . Знайдіть об'єм конуса.
16. Площа бічної поверхні правильної трикутної призми в 12 разів більша за площу основи. Знайдіть кут між діагоналлю бічної грані та площиною основи призми.
17. Основою прямого паралелепіпеда є ромб з периметром 20 см і діагоналлю 6 см. Більша діагональ паралелепіпеда дорівнює 10 см. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.
18. Висота конуса дорівнює діаметру його основи. Знайдіть відношення площі його основи до площі бічної поверхні.
19. Двогранний кут при основі правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $30^{\circ}$ , а відрізок, що сполучає основу висоти піраміди і середину апофеми, - 2 дм. Знайдіть об'єм піраміди.
20. Бічні ребра трикутної піраміди взаємно перпендикулярні. Кожне бічне ребро дорівнює  $a$ . Знайдіть об'єм піраміди.

## 11. РЕКОМЕНДОВАНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ДЖЕРЕЛА

### Базова

1. Бевз Г.П. Методика викладання математики. – К.: Вища школа, 1989. – 352с.
2. Бевз Г.П. Методи навчання математики. – Х.: Вид. група «Основа», 2003. –96 с. – (Серія «Бібліотека журналу Математика“ в школах України”»; Вип.4).
3. Бурда М.І. Принципи відбору змісту шкільної математичної освіти // Педагогіка і психологія. – 1996. - №1. – С.40-45.
4. Методика викладання математики в середній школі / О.Я. Блох, Є.С. Канін, Н.Г. Килина та ін. Упоряд. Р.С. Черкасов, А.А. Столяр. – Х.: Вид-во «Основа» приХарк. ун-ті, 1992. – 304 с.
5. Слєпкань З.І. Методика навчання математики. – К.: Вища школа, 2006. – 512с.
6. Тарасенкова Н. А. Організація навчання математики у старшій профільній школі : монографія. – Черкаси: Видавець ФОП Гордієнко, 2017. – 216 с.
7. Істер О. С., Глобін О. І., Комаренко Є. В. Збірник завдань державної підсумкової атестації з математики : 9 кл. Київ : Центр навч.-метод. літри, 2012. 112 с.
8. Капіносов А. Математика : збірник тестових завдань для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання / уклад. А. Капіносов, Г. Гап'юк, О. Мартинюк, С. Мартинюк. Тернопіль : Підручники і посібники, 2017. 336 с.
9. Київські математичні олімпіади. 2003-2011 роки / А.В. Анікушин, О.О. Клурман, Г.В. Крюкова та ін.; за ред. Б.В. Рубльова. Х.: Гімназія, 2011. 192 с
10. Прус А. В. Збірник задач з методики навчання математики / М-во освіти і науки, молоді та спорту України / А. В. Прус, В. О. Швець. – Житомир : Рута, 2011 – 388 с.
11. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики: посібник для вчителів. – К.: Техніка, 1997. – 304 с.

12. Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 240 с.
13. Державний стандарт базової і повної середньої освіти // Математика в школі. – 2004. – №2. – С.2-5.
14. Програми для загальноосвітніх навчальних закладів: Математика: Навчальні програми для профільного навчання. Програми факультативів, спецкурсів, гуртків. – К.: Навч. кн., 2003. – 302 с.
15. Математика 5-12 класи. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: ІРПІНЬ, 2005. – 65 с.

### **Методичне забезпечення**

- 16.Власенко К. Конспект лекцій з Методики навчання математики // Посібник для студентів математичних спеціальностей педагогічних та класичних університетів. — Краматорськ : ДДМА, 2020.
17. Дмитришин І.С., Колесников С.О. Методика навчання математики в профільних та спеціалізованих навчальних закладах. Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи /І.С. Дмитришин, С.О. Колесников Краматорськ : ДДМА, 2021. – 25 с.
- 18.Vlasenko K. Methods for Teaching Mathematics to Students in Technical Universities. Online available from <http://formathematics.com/courses/imt/mnmtzvo-en/>
- 19.Бродський Я.С., Павлов О.Л. Методичні рекомендації до виконання індивідуальних завдань з курсу “Методика викладання математики” // Посібник для студентів математичних спеціальностей педагогічних та класичних університетів. — Донецьк: ДонНУ, 2006. – 127 с.
- 20.Робочий зошит за темою «Постановка дидактичних цілей»: професійно зорієнтований евристичний курс «Методика навчання математики: Загальна методика» / О.І.Скафа, І.В. Гончарова, Ю.Г. Тимко; за ред. проф. О.І. Скафи. – Донецьк: ДонНУ, 2011. – 40 с.
- 21.Робочий зошит за темою «Математичні поняття»: професійно зорієнтований евристичний курс «Методика навчання математики: Загальна методика» / О.І.Скафа, І.В. Гончарова, Ю.Г. Тимко; за ред. проф. О.І. Скафи. – Донецьк: ДонНУ, 2011. – 40 с.
- 22.Робочий зошит за темою «Математичні твердження і методи їх доведення»: професійно зорієнтований евристичний курс «Методика навчання математики: Загальна методика» / О.І.Скафа, І.В. Гончарова, Ю.Г. Тимко; за ред. проф. О.І. Скафи. – Донецьк: ДонНУ, 2011. – 55 с.
23. Лов'янова І.В. Дидактичні основи навчання математики. Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. / Лов'янова Ірина Василівна. – Кривий Ріг: КДПУ, 2009. – 192 с.

### **Інформаційні ресурси**

24. Методика математики / Электронный ресурс. – Режим доступа:

- sigma.fwebsite.net / category/ для-студентов/методика-математики-для-студентов
25. Офіційний сайт Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України: <http://www.mon.gov.ua>, <https://mon.gov.ua/ua/tag/zagalna-serednya-osvita>
26. База шкільних підручників онлайн <https://gdz4you.com/pidruchnyky/>
27. Сайт «Уроки математики» <http://www.go2math.com>
28. Журнал «Математика в школах України» <http://journal.osnova.com.ua/journal/9-%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0%D0%B2%D1%88%D0%BA%D0%BE%D0%BB%D0%B0%D1%85%D0%A3%D0%BA%D1%80%D0%B0%D1%97%D0%BD%D0%B8>

## ЗРАЗКИ ЗАВДАНЬ МОДУЛЬНИХ КОНТРОЛІВ

### 8. Індивідуальні завдання

**ІНДЗ № 1. Множини. Функції. Рівняння, нерівності, системи. Розв'язування задач.**

Розділ «Множини. Операції над множинами»

Задача Д.54. Які з наведених множин дорівнюють порожній множині:

1)  $A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{Z}, -\frac{x}{2} - 2 = 0 \right\};$

2)  $B = \{ x \mid x \neq x \};$

3)  $A = \{ x \mid x \in \mathbb{Z}, x \mid 1 \};$

4)  $D = \{ x \mid 3x^4 + 5x^2 + 7 = 0 \};$

5)  $C = \{ x \mid x \mid x \}.$

Задача Д.55. Знайдіть об'єднання множин  $A$  і  $B$ , якщо:

1)  $A = \{ x \mid x^2 - 1 = 0 \}, B = \{ x \mid (x-1)(x-2) = 0 \};$

2)  $A = \{ x \mid 2x + 3 = 3 \}, B = \{ x \mid x^2 + 3 = 2 \};$

3)  $A = \{ x \mid x \in \mathbb{N}, x \mid 5 \}, B = \{ x \mid x \in \mathbb{N}, x \mid 7 \}.$

Задача Д.56. В олімпіаді взяли участь 46 учнів. Їм було запропоновано розв'язати 3 задачі. Після підведення підсумків з'ясувалося, що кожен з учасників розв'язав хоча б одну задачу. Першу і другу задачі розв'язали 11 учасників, другу і третю – 8 учасників, першу і третю – 5 учасників, а всі три задачі розв'язали тільки 2 учасники. Доведіть, що одну із задач розв'язали не менш ніж половина учасників.

Розділ «Функції. Многочлени. Рівняння і нерівності».

Задача Д.57. Функцію  $g$  задано описом: кожному натуральному числу поставлено у відповідність остачу від ділення цього числа на 4. Знайдіть  $g(3)$ ,  $g(0)$ ,  $g(14)$ ,  $g(32)$ . Знайдіть  $E(g)$ .

Задача Д.58. Функція  $y=f(x)$  визначена на множині дійсних чисел і, є зростаючою і набуває лише додатніх значень. Доведіть, що:

1) функція  $y=f^2(x)$  зростає на множині  $R$ ;

2) функція  $y = \frac{1}{f(x)}$  спадає на множині  $R$ ;

3) функція  $y = \sqrt{f(x)}$  зростає на множині  $R$ ;

Задача Д.59. Наведіть приклад двох зростаючих на множині  $M$  функцій, добуток яких не є зростаючою на цій множині функцією.

Задача Д.60. Розв'яжіть рівняння:  $x^2 + \sqrt{\frac{12}{x}} = \frac{12}{x} + 15$ .

Задача Д.61. Функція  $f$  є непарною. Чи може виконуватися рівність:

1)  $f(1) + f(-1) = 1$ ;

2)  $f(2)f(-2) = 3$ ;

3)  $\frac{f(-2)}{f(2)} = 0$ ?

Задача Д.62. Парна функція  $f$  має сім нулів. Знайдіть  $f(0)$ .

Задача Д.63. Розв'яжіть графічно рівняння:

1)  $x + 1 = \sqrt{x + 7}$ ;

2)  $2\sqrt{x} = 3 - x$ ;

3)  $x - 3 = \frac{1}{x - 2}$ ;

4)  $\sqrt{3 - \frac{1}{x}} = 0,5x$ ;

5)  $2 + \sqrt{x} = \frac{1}{x - 1}$ .

Задача Д.64. Про функцію  $y = f(x)$  відомо, що  $D(f) = R$ , функція має два нулі -1 і 3,  $f(x) < 0$  при  $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$  і  $f(x) > 0$  при  $x \in (-1; 3)$ . Знайдіть нулі та проміжки знакосталості функцій  $y = f(|x|)$  і  $y = |f(x)|$ .

Задача Д.65. Розв'яжіть нерівність:

1)  $(x^2 - 4x)(x^2 + 2x - 8)(x^2 + 7x + 10) \leq 0$ ;

2)  $\frac{(x^2 - 10x + 21)(x^2 - 6x - 7)}{(x^2 + 5x + 6)(x^2 - 8)} \leq 0$ ;

3)  $\left| \frac{x + 2}{x} \right| (x^2 - 4x - 5) \leq 0$ ;

$$4) (x+4)\sqrt{x^2-2x-15} > 0;$$

$$5) (x^2 - \sqrt{16-x^2}) < 0.$$

Розділ «Тригонометричні функції».

Задача Д.66. Побудуйте графіки функцій та вкажіть нулі функції і проміжки знакосталості, проміжки зростання і спадання функцій:

$$1) y = \cos x - |\cos x|;$$

$$2) y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right);$$

$$3) y = 3\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right);$$

$$4) y = \operatorname{tg} x + |\operatorname{tg} x|;$$

$$5) y = \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} |x|.$$

Задача Д.67. Доведіть тотожність:

$$1) \frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta} = \frac{\frac{\cos(\alpha - \beta)}{2}}{\frac{\cos(\alpha + \beta)}{2}};$$

$$2) \frac{\sin \alpha - \cos \beta}{\cos \alpha - \sin \beta} = \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha - \beta}{2} - \frac{\pi}{4}\right);$$

$$3) \frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \sin 7\alpha}{\cos \alpha - \cos 3\alpha + \cos 5\alpha - \cos 7\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha$$

Розділ «Степенева, показникова, логарифмічна функції».

Задача Д.68. Розв'яжіть графічно рівняння й доведіть, що ці рівняння не мають інших коренів, крім знайдених графічно:

$$1) x^{\frac{1}{2}} = 6 - x;$$

$$2) x^{-\frac{1}{3}} = x^2;$$

$$3) x^{\frac{5}{2}} = 2 - x;$$

$$4) x^{\frac{1}{4}} = 2x - 1.$$

Задача Д.69. Розташуйте числа у порядку їх зростання:



$$1) 2^{\frac{1}{3}}, 2^{-1,5}, 2^{\sqrt{2}}, 2^{-\sqrt{2}}, 2^{1,4}, 1;$$

$$2) 0,3^9, 1, 0, 3^{\sqrt{5}}, 0, \frac{1}{3^2}, 0, 3^{-9}, 0, \frac{1}{3^3};$$

$$3) \log_2 3,5; \log_2 4,5; \log_2 1,3; \log_2 1,1; \log_2 2; \log_2 5;$$

$$\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{5}$$

$$4) \log_{\frac{1}{4}} 3; \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{3}; 0; \log_{\frac{1}{4}} 4; 1;$$

Задача Д.70. При яких значеннях  $\alpha$  нерівність  $\log_{\alpha} \left( \frac{4+3|x|}{1+|x|} \right) + \log_{\alpha} \left( \frac{6+5|x|}{1+|x|} \right) > 1$  виконується при всіх  $x$ ?

Задача Д.71. При яких значеннях  $\alpha$  нерівність  $(\sin x)^{\lg(\sin x) - \alpha^2} > 10^{\log_7 \alpha + \log_{100}(1 - \cos^2 x)} > 10$  при всіх допустимих значеннях  $x$ ?

## ІНДЗ № 2. Взаємне розміщення прямих і площин у просторі

### Задачі до теми «Мимобіжні прямі»

#### I. Початковий рівень

Задача Д.89. Точка А не належить прямій а. Проведіть через точку А пряму так, щоб прямі а і b були мимобіжними

Задача Д.90. Прямі а і b мимобіжні. Як можуть бути розташовані прямі b і c, якщо прямі а і c:

- А) Паралельні
- В) Перетинаються
- С) Мимобіжні

Задача Д.91. Прямі а і b мимобіжні. Як можуть бути розміщені пряма b і площина  $\alpha$ , якщо:

- А) а і  $\alpha$  паралельні
- В) а і  $\alpha$  перетинаються

Задача Д.92. Дано дві прямі у просторі, через які не можна провести площину. Чи перетинаються ці прямі?

#### II. Середній рівень

Задача Д.93. Чи перетинаються прямі  $AM$  і  $BD$ , якщо точка  $D$  не лежить у площині трикутника  $ABC$ , а точка  $M$  належить стороні  $BC$ ?

Задача Д.94. Доведіть: яка б не була пряма, існує пряма, яка не лежить з даною в одній площині.

### *III. Достатній рівень*

Задача Д.95. Доведіть, що коли прямі  $AB$  і  $CD$  – мимобіжні, то прямі  $AC$  і  $BD$  теж мимобіжні.

Задача Д.96. Пряма  $AB$  і точки  $C, D$  не лежать в одній площині. Доведіть, що прямі  $AB$  і  $CD$  не перетинаються.

### *IV. Високий рівень*

Задача Д.97. Чи можна через точку  $C$ , яка не належить мимобіжним прямим  $a$  і  $b$ , провести дві різні прямі, кожна з яких перетинає прямі  $a$  і  $b$ ?

## *Задачі до теми «Ознака паралельності прямої і площини»*

### *I. Початковий рівень*

Задача Д.98. Скільки прямих, паралельних даній площині, можна провести через точку, що не лежить у цій площині?

Задача Д.99. Чи можливо, щоб пряма  $a$  була НЕ паралельна площині  $\alpha$ , але у площині  $\alpha$  була пряма, паралельна до  $a$ ?

Задача Д.100. Одна з сторін паралелограма належить площині  $\alpha$ . Як розташовані по відношенню до площини  $\alpha$  інші сторони паралелограма?

Задача Д.101. Сторона  $AB$  трикутника  $ABC$  належить площині  $\alpha$  ( $C \notin \alpha$ ). Як розташована по відношенню до площини  $\alpha$  пряма, що проходить через середини сторін  $AC$  і  $BC$ ?

Задача Д.102. Через дану точку проведіть пряму, паралельну кожній з двох даних площин, які перетинаються

Задача Д.103. Доведіть, що коли площина перетинає одну з двох паралельних прямих, то вона перетинає й другу.

### *II. Середній рівень*

Задача Д.104. Доведіть, що через будь-яку з двох паралельних прямих можна провести площину, паралельну другій прямій.

Задача Д.105 Дано дві паралельні площини. Через точки  $A$  і  $B$  однієї з площин проведено паралельні прямі, які перетинають другу площину в точках  $A_1$  і  $B_1$ . Чому дорівнює відрізок  $A_1B_1$ , якщо  $AB=a$ ?

### *III. Достатній рівень*

Задача Д.106. Доведіть, що коли дві площини, які перетинаються по прямій  $a$ , перетинають площину  $\alpha$  по паралельних прямих, то пряма  $a$  паралельна площині  $\alpha$ .

Задача Д.107. Доведіть, що через будь-яку з двох мимобіжних прямих можна провести площину, паралельну другій прямій.

### *IV. Високий рівень*

Задача Д.108. Дано дві паралельні площини  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  і точка  $A$ , яка не лежить в жодній з цих площин. Через точку  $A$  проведено довільну пряму. Нехай  $X_1$  і  $X_2$  - точки перетину її з площинами  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$ . Доведіть, що відношення довжин відрізків  $AX_1 : AX_2$  не залежить від узяті прямої.

## *Задачі до теми «Паралельні площини. Ознака паралельності площин»*

### *I. Початковий рівень*

Задача Д.109. В площині  $\alpha$  існує три прямі, паралельні площині  $\beta$ . Чи можна зробити висновок, що площини  $\alpha$  і  $\beta$  паралельні?

Задача Д.110. Чи можуть бути паралельними площини, які проходять через не паралельні прямі?

Задача Д.111. Площини  $\alpha$  і  $\beta$  паралельні. Яким може бути взаємне розміщення прямої  $a$  і площини  $\beta$ , якщо:

- А)  $a$  паралельна до  $\alpha$ ,
- Б)  $a$  перетинає  $\alpha$ ,
- В)  $a$  належить  $\alpha$ ?

Задача Д.112. Пряма  $a$  паралельна до площини  $\alpha$ . Яким може бути взаємне розміщення площин  $\alpha$  і  $\beta$ , якщо:

- А) а належить  $\beta$  ,  
Б) а перетинає  $\beta$  ,  
В) а паралельна до  $\beta$  ?

Задача Д.113. Дано дві паралельні площини  $\alpha$  і  $\beta$  і точка А, яка не належить ні одній із них. Скільки існує:

- А) прямих, що проходять через А і паралельні площинам  $\alpha$  і  $\beta$  ,  
Б) площин, що проходять через А і паралельні площинам  $\alpha$  і  $\beta$  ?

### *II. Середній рівень*

Задача Д.114. Доведіть, що через дві мимобіжні прямі можна провести паралельні площини.

Задача Д.115. Дві сторони трикутника паралельні до деякої площини. Чи паралельна цій площині третя сторона трикутника?

Задача Д.116. Дано:  $SK = KA$ ,  $SN = NC$ ,  $SM = MB$ . Довести, що площина KMN паралельна до площини ABC.

### *III. Достатній рівень*

Задача Д.117. Площини  $\alpha$  і  $\beta$  паралельні площині  $\gamma$  . Чи можуть площини  $\alpha$  і  $\beta$  перетинатися?

Задача Д.118. Точка А лежить поза площиною  $\alpha$  ,  $X$  – довільна точка площини  $\alpha$  ,  $X'$  – точка відрізка  $AX$ , яка ділить його у відношенні  $m : n$ . Доведіть, що геометричне місце точок  $X'$  є площина, паралельна площині  $\alpha$  .

### *IV. Високий рівень*

Задача Д.119. Дано три паралельні площини:  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ . Нехай  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  – точки перетину даних площин з довільною прямою. Доведіть, що відношення довжин відрізків  $X_1X_2 : X_2X_3$  не залежить від прямої, тобто однакове для будь-яких двох прямих.

## *Задачі до теми «Перпендикулярні прямі»*

### *I. Початковий рівень*

Задача Д.120. Назвати у навколишньому оточенні моделі прямих, які перпендикулярні між собою.

Задача Д.121. Прямі  $a$  і  $b$  перетинаються. Як можуть бути розміщені пряма  $b$  і площина  $\alpha$ , якщо:

- А)  $a$  і  $\alpha$  паралельні,
- Б)  $a$  і  $\alpha$  - перетинаються,
- В) пряма  $a$  лежить у площині  $\alpha$  ?

### *II. Середній рівень*

Задача Д.122. Доведіть, що через будь-яку точку прямої у просторі можна провести перпендикулярну до неї пряму.

Задача Д.123. Прямі  $AB$ ,  $AC$  і  $AD$  попарно перпендикулярні. Знайдіть відрізок  $CD$ , якщо  $AB = b$ ,  $BC = a$ ,  $AD = d$ .

### *III. Достатній рівень*

Задача Д.124. Прямі  $AB$ ,  $AC$  і  $AD$  попарно перпендикулярні. Знайдіть відрізок  $CD$ , якщо:

- А)  $AB = 3\text{см}$ ,  $BC = 7\text{см}$ ,  $AD = 1,5\text{см}$
- Б)  $BD = 9\text{см}$ ,  $BC = 16\text{см}$ ,  $AD = 5\text{см}$
- В)  $AB = b$ ,  $BC = a$ ,  $AD = d$
- Г)  $BD = c$ ,  $BC = a$ ,  $AD = d$ .

### *IV. Високий рівень*

Задача Д.125. Сторони чотирикутника  $ABCD$  і прямокутника відповідно паралельні. Доведіть, що  $ABCD$  – прямокутник.

$A_1B_1C_1D_1$

## **ІНДЗ № 3. Піраміда. Розв'язування задач.**

### *1.варіант*

№ 121 (б)

У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро утворює зі стороною основи кут  $\beta$ . Визначити бічну поверхню піраміди, якщо радіус кола, вписаного в бічну грань, дорівнює  $r$ .

№ 131 (б)

В основі піраміди лежить рівнобедрений трикутник з бічною стороною  $a$  і кутом  $\beta$  при основі. Усі бічні ребра нахилені до площини основи під кутом  $\gamma$ . Визначити об'єм піраміди.

№ 141 (а)

Основою піраміди є рівнобедрений трикутник з кутом  $\alpha$  при основі і радіусом вписаного кола  $r$ . Усі двогранні кути при основі піраміди дорівнюють  $\gamma$ . Визначити об'єм піраміди.

№152 (a)

Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетом  $\mathbf{a}$  і прилеглим до нього гострим кутом  $\mathbf{\beta}$ . Дві бічні, що містять катети цього трикутника, перпендикулярні до площини основи, а третя – нахилена до неї під кутом  $\mathbf{\alpha}$ . Визначити бічну поверхню піраміди.

№ 165 (a)

Основою піраміди є правильний трикутник, площа якого дорівнює  $\mathbf{S}$ . Одна бічна грань піраміди перпендикулярна до площини основи, а дві інші – нахилені до основи під кутом  $\mathbf{\alpha}$ . Визначити об'єм піраміди.

*2.варіант*

№ 112 (a)

У правильній трикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює  $\mathbf{\alpha}$ . Визначити бічну поверхню піраміди, якщо радіус кола, описаного навколо бічної грані, дорівнює  $\mathbf{R}$ .

№ 132 (a)

В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з гострим кутом  $\mathbf{\alpha}$ . Основою висоти піраміди є середина гіпотенузи. Бічне ребро, що містить вершину прямого кута, дорівнює  $\mathbf{l}$  і нахилене до площини основи під кутом  $\mathbf{\gamma}$ . Визначити об'єм піраміди.

№ 149 (б)

В основі піраміди лежить ромб з тупим кутом  $\mathbf{\beta}$  і висотою  $\mathbf{h}$ . Усі висоти бічних граней, проведені з вершини піраміди, утворюють з її висотою кут  $\mathbf{\gamma}$ .

Визначити об'єм піраміди.

№ 156 (б)

В основі піраміди лежить ромб зі стороною  $\mathbf{a}$  і тупим кутом  $\mathbf{\beta}$ . Дві бічні грані піраміди, що містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а дві інші – нахилені до неї під кутом  $\mathbf{\alpha}$ . Визначити бічну поверхню піраміди.

№169 (a)

Основою піраміди є рівнобедрений трикутник з основою  $\mathbf{a}$  і кутом  $\mathbf{\alpha}$  при вершині, протилежній основі. Бічна грань, що містить основу цього трикутника, перпендикулярна до площини основи, а дві інші – нахилені до основи під кутом  $\mathbf{\beta}$ . Визначити бічну поверхню піраміди.

*3.варіант*

№ 122 (a)

У правильній чотирикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює  $\mathbf{\alpha}$ . Відрізок, що сполучає центр кола, описаного навколо бічної; з серединою бічного ребра цієї грані, дорівнює  $\mathbf{d}$ . Визначити бічну поверхню піраміди.

№ 135 (a)

В основі піраміди лежить рівнобічна трапеція з бічною стороною  $\mathbf{c}$  і гострим кутом  $\mathbf{\alpha}$ . Діагональ трапеції є бісектрисою гострого кута. Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом  $\mathbf{\gamma}$ . Визначити об'єм піраміди.

№ 142 (a)

Основою піраміди є прямокутний трикутник з гіпотенузою  $\mathbf{c}$  і гострим кутом  $\mathbf{\alpha}$ . Усі двогранні кути при основі піраміди дорівнюють  $\mathbf{\gamma}$ . Визначити об'єм піраміди.

№ 152 (б)

В основі піраміди лежить рівнобедрений трикутник з кутом  $\beta$  при основі і радіусом вписаного кола  $r$ . Дві нерівні бічні грані перпендикулярні до площини основи, а третя – нахилена до неї під кутом  $\alpha$ . Визначити бічну поверхню піраміди.

№ 167 (а)

Основою піраміди є прямокутний трикутник з гіпотенузою  $c$  і гострим кутом  $\alpha$ . Бічна грань, що містить гіпотенузу, перпендикулярна до площини основи, а дві інші – нахилені до основи під кутом  $\beta$ . Визначити об'єм піраміди.

#### 4.варіант

№ 111 (а)

У правильній трикутній піраміді бічне ребро дорівнює  $b$ , а плоский кут при вершині –  $\beta$ . Визначити повну поверхню піраміди.

№132 (б)

В основі піраміди лежить рівнобедрений трикутник з кутом  $\beta$  при основі і радіусом вписаного кола  $r$ . Усі бічні ребра піраміди утворюють з її висотою кут  $\gamma$ . Визначити об'єм піраміди.

№141 (б)

Основою піраміди є рівнобедрений трикутник з кутом  $\beta$  при вершині, протилежній основі, і радіусом описаного кола  $R$ . Усі двогранні кути при основі піраміди дорівнюють  $\gamma$ . Визначити об'єм піраміди.

№153 (а)

Основою піраміди є прямокутний трикутник з гіпотенузою  $c$  і гострим кутом  $\alpha$ . Дві бічні грані, що містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а третя – нахилена до неї під кутом  $\beta$ . Визначити бічну поверхню піраміди.

№162 (б)

Основою піраміди є прямокутний трикутник з гострим кутом  $\beta$ . Висота цього трикутника, проведена до гіпотенузи –  $h$ . Бічна грань, що містить катет, прилеглий до заданого кута, перпендикулярна до площини основи, а дві інші – нахилені до площини основи під кутом  $\alpha$ . Визначити об'єм піраміди.

#### 5.варіант

№111 (б)

У правильній трикутній піраміді бічне ребро утворює зі стороною основи кут  $\alpha$ . Визначити повну поверхню піраміди, якщо її апофема дорівнює  $a$ .

№134 (а)

Основою піраміди є прямокутник з кутом  $\gamma$  між діагоналями. Усі бічні ребра піраміди дорівнюють  $l$  і нахилені до площини основи під кутом  $\beta$ . Визначити об'єм піраміди.

№147 (а)

Основою піраміди є ромб з більшою діагоналлю  $d$  і гострим кутом  $\alpha$ . Усі двогранні кути при основі дорівнюють  $\beta$ . Визначити об'єм піраміди.

№153 (б)

В основі піраміди рівнобедрений трикутник з кутом  $\alpha$  при вершині, протилежній основі, і радіусом описаного кола  $R$ . Дві бічні грані, що містять сторони цього кута, перпендикулярні до площини основи, а третя – нахилена до неї під кутом  $\beta$ . Визначити бічну поверхню піраміди.

№167 (б)

Основою піраміди є рівнобедрений трикутник з бічною стороною  $b$  і кутом  $\beta$  при вершині, протилежній основі. Бічна грань піраміди, що містить бічну сторону цього трикутника, перпендикулярна до площини основи, а дві інших – нахилені до основи під кутом  $\alpha$ . Визначити об'єм піраміди.