

Міністерство освіти і науки України  
Донбаська державна машинобудівна академія

Укладачі: В. Т. Саункін,  
С. Л. Міранцов.

**Теорія автоматичного управління**

**Конспект лекцій**

для студентів спеціальності 7.090202

«Технологія машинобудування»

денної та заочної форм навчання

До друку прим.  
Перший проректор  
\_\_\_\_\_ А. М. Фесенко

Затверджено  
на засіданні  
методичної ради ДДМА  
Протокол № від 2013 р.

Краматорськ 2013

**Міністерство освіти і науки України  
Донбаська державна машинобудівна академія**

**ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО  
УПРАВЛІННЯ**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

**для студентів спеціальності 7.090202**

**«Технологія машинобудування»**

**денної та заочної форм навчання**

**Краматорськ 2013**

Міністерство освіти і науки України  
Донбаська державна машинобудівна академія

## **Теорія автоматичного управління**

### **Конспект лекцій**

для студентів спеціальності 7.090202

«Технологія машинобудування»

денної та заочної форм навчання

Затверджено  
на засіданні  
методичної ради ДДМА  
Протокол № від 2013 р.

Краматорськ 2013

УДК 621.

Теорія автоматичного управління: Конспект лекцій для студентів спеціальності 7.090202 «Технологія машинобудування» денної та заочної форм навчання / Сост.: В. Т. Саункін, С. Л. Міранцов. – Краматорськ: ДДМА, 2013. – 56 с.

Конспект містить у собі лекційний матеріал курсу “Теорія автоматичного управління”, у якому розглянуті основні питання прикладної теорії автоматичного управління і регулювання: найбільш розповсюджені елементи автоматичних пристроїв, їхні статистичні і динамічні властивості, застосування автоматичних систем у механоскладальному виробництві.

Укладачі:

В. Т. Саункін, доц.,  
С. Л. Міранцов, доц.

Відп. за випуск

С. В. Ковалевський, проф.

## ЗМІСТ

|     |  |  |
|-----|--|--|
| 1   | Предмет «Теорія автоматичного управління». Задачі та перспективи автоматизації механоскладального виробництва..... |  |
| 1.1 | Теорія автоматичного управління: основні поняття. Задачі автоматизації виробничих процесів у машинобудуванні.....  |  |
| 1.2 | Історія розвитку автоматизації.....  |  |
| 1.3 | Етапи автоматизації механоскладального виробництва.....  |  |
| 1.4 | Перспективи розвитку автоматизації механоскладального виробництва....  |  |
| 2   | Основи автоматичного управління технологічними об'єктами: основні поняття та визначення.....                       |  |
| 2.1 | Автоматичне управління: основні поняття і визначення.....  |  |
| 2.2 | Структура автоматичних систем управління.....  |  |
| 2.3 | Опис принципу роботи типової автоматичної системи управління....   |  |
| 3   | Елементи систем автоматичного управління: основні поняття та визначення.....                                       |  |
| 3.1 | Загальні властивості елементів систем управління.....  |  |
| 3.2 | Статичні характеристики елементів систем.....  |  |
| 3.3 | Динамічні характеристики елементів.....  |  |
| 3.4 | Класифікація елементів систем автоматичного управління.....  |  |
| 4   | Фундаментальні принципи управління.....  |  |
| 4.1 | Основні принципи управління.....   |  |
| 4.2 | Принцип розімкнення.....   |  |
| 4.3 | Принцип компенсації.....   |  |
| 4.4 | Принцип зворотного зв'язку.....  |  |
| 4.5 | Комбіновані системи управління.....  |  |
| 4.6 | Опис принципу роботи системи автоматичного управління.....   |  |
| 5   | Статичні та динамічні властивості систем управління.....   |  |
| 5.1 | Статичні властивості систем.....   |  |
| 5.2 | Динамічні властивості систем.....  |  |
| 5.3 | Часові характеристики систем.....  |  |
| 6   | Рівняння динаміки технічних систем. Передатні функції динамічних систем.....                                       |  |
| 6.1 | Диференціальне рівняння ланки. Типові динамічні ланки. Диференціальне рівняння системи.....                        |  |
| 6.2 | Передатна функція ланки. Передатна функція системи.....  |  |
| 6.3 | Математичне моделювання складних динамічних систем.....  |  |
| 7   | Частотні характеристики систем управління. Визначення стійкості систем та якості управління.....                   |  |
| 7.1 | Частотні характеристики систем.....  |  |
| 7.2 | Стійкість систем.....  |  |
| 7.3 | Якість процесу управління.....   |  |
| 8   | Класифікація автоматичних систем управління (АСУ) за алгоритмом функціонування.....                                |  |
| 8.1 | Системи стабілізації.....  |  |
| 8.2 | Програмні системи.....   |  |
| 8.3 | Системи, що стежать.....   |  |
| 8.4 | Оптимальні системи.....  |  |
| 8.5 | Адаптивні системи.....   |  |
|     | Список літератури.....   |  |

# **1 Предмет курсу «Теорія автоматичного управління».**

## **Задачі і перспективи автоматизації механоскладального виробництва**

### **План**

1.1 Теорія автоматичного управління – основні поняття. Задачі автоматизації виробничих процесів у машинобудуванні.

1.2 Історія розвитку автоматизації.

1.3 Етапи автоматизації механоскладального виробництва.

1.4 Перспективи розвитку автоматизації механоскладального виробництва.

### ***1.1 Теорія автоматичного управління: основні поняття. Задачі автоматизації виробничих процесів у машинобудуванні***

Теорія автоматичного управління – частина кібернетики – науки про управління технічними об'єктами. Кібернетика включає три складові частини: теорію сприйняття, інформатику і теорію автоматичного управління (і регулювання). Покажемо це на прикладі.

Пішохід переходить автомобільну дорогу. Процес переходу можна умовно розділити на три частини. Перша частина – сприйняття обстановки (огляд дорожнього руху ліворуч, праворуч). Друга – переробка отриманої інформації (на предмет можливості переходу дороги). Третя – вироблення управляючої команди (сигнал-команди органам руху) та здійснення переходу.

Наша мета – вивчення третьої частини кібернетики, що називається теорією автоматичного управління (ТАУ), з урахуванням специфіки механоскладального виробництва.

***Теорія автоматичного управління*** – наука про процеси управління та їхні загальні закономірності.

Автоматизація є вищою формою машинного виробництва. Вона крім економічних вирішує великі соціальні задачі, підвищуючи культуру виробництва, інтелектуальність праці. Управління виробничим процесом здійснюється за допомогою автоматичних систем управління технологічними процесами (АСУТП).

З урахуванням специфіки механоскладального виробництва за допомогою АСУТП вирішуються такі задачі:

- автоматизація забезпечує інтенсифікацію процесу обробки (зменшує тривалість обробки орієнтовно на 20%);
- автоматизація збільшує термін роботи верстатного устаткування та інструмента (як показують дослідження, стійкість інструмента збільшується на 18–20%);

- автоматизація забезпечує ресурсозбереження (матеріалів, сировини, електроенергії та інше);
- автоматизація підвищує якість продукції (за рахунок безперервності процесу обробки, точного регулювання верстатів);
- автоматизація звільняє людину від монотонної фізичної праці, праці в шкідливих для здоров'я умовах (високі тиски і температури, радіація та ін.);
- автоматизація дозволяє створити безвідхідні технології;
- за допомогою автоматизації вирішуються питання екологічно чистого виробництва;
- автоматизація дозволяє різко скоротити частку ручної праці і збільшити частку інтелектуальної праці.

### ***2.1 Історія розвитку автоматизації***

Як показали археологічні розкопки, автомати з'явилися у Єгипті, Греції у 16 столітті і застосовувалися при церковних обрядах (наприклад, порціонна роздача святої води).

17 століття можна вважати початком автоматизації, тому що з'явилися перші автоматичні регулятори. Так, Гюйгенс запропонував і вмонтував у механічний годинник маятниковий регулятор ходу. Араби застосовували поплавкові регулятори рівня для підвищення точності показання водяних годин.

У 18 столітті з'явилися перші промислові автоматичні регулятори. Так, І.І. Ползунов розробив поплавкові регулятори живлення котла парової машини, а Д. Уатт – відцентровий регулятор швидкості парової турбіни.

19 століття – вік масового застосування автоматичних регуляторів і розробки теорії управління. Так, Ж.М. Жаккар розробив управління ткацьким верстатом за допомогою програми, записаної на перфострічці, Д.К. Максвелл і І.О.Вишнеградський розробили регулятори до електричних машин; П.М. Яблочков – авторегулятори електричної дуги; П.Л. Шилінг – автоматичні пристрої для блокування. Перші фундаментальні дослідження з проблеми автоматичного регулювання виконані Д.К. Максвеллом та І.О.Вишнеградським.

20 століття – вік бурхливого розвитку науки і техніки дав поштовх інтенсивному розвитку теорії автоматичного регулювання. Так, Н.Є. Жуковський написав перший підручник з теорії регулювання ходу машин. І. О. Вишнеградський з теорії автоматичного регулювання виробничого процесу; О.В. Михайлов розробив теорію стійкості роботи складних систем; В.В. Солодовніков розробив частотні методи аналізу; Л.З. Ципкін розробив імпульсні автоматичні системи; В. В. Казакевич і О. О. Красовський розробили системи екстремального управління. Л.С. Понтрягін розробив системи оптимального й адаптивного управління.

### ***3.1 Етапи автоматизації механоскладального виробництва***

Основні етапи автоматизації у машинобудуванні можна поділити таким чином:

- автоматизація робочого циклу машини (універсальних верстатів, напівавтоматів, агрегатних верстатів з цифровим програмним управлінням, потокових ліній);
- автоматизація систем машин (автоматичних ліній: з універсальних верстатів, з агрегатних верстатів, зі спеціалізованих верстатів – для типових деталей та зі спеціальних верстатів – для однотипних деталей );
- комплексна автоматизація (автоматизація допоміжних операцій, роботизація автоматизованих ділянок, цехів );
- створення верстатних систем, які управляються від ЕОМ.

### ***1.4 Перспективи розвитку автоматизації механоскладального виробництва***

Основні напрямки розвитку автоматизації в механоскладальному виробництві:

- подальший розвиток комплексної автоматизації (за рахунок автоматизації складних операцій );
- підготовка до повної автоматизації (автоматизація розробок, автоматизований пошук оптимальних режимів, автоматизація операцій підготовки та консервації та інших);
- впровадження автоматів для багатоінструментальної та багатобічної обробки (обробляючі центри, багатоопераційні верстати);
- впровадження роботизованих верстатних комплексів (для автоматизації серійного виробництва);
- впровадження гнучких виробничих модулів (для автоматизації дрібносерійного виробництва);
- впровадження мікропроцесорного управління автоматами і верстатними комплексами;
- розробка і впровадження гнучких виробничих систем (автоматизація технологічної підготовки виробництва, управління технологічним устаткуванням та механоскладальним виробництвом).



## 2 Основи автоматичного управління технологічними об'єктами.

### Основні поняття та визначення

#### План

- 2.1 Автоматичне управління: основні поняття і визначення.
- 2.2 Структура автоматичних систем управління.
- 2.3 Опис принципу роботи типової автоматичної системи управління

#### **2.1 Автоматичне управління: основні поняття і визначення**

Будь-який технологічний процес, який виконується людиною, складається з двох операцій: робочих та операцій управління. До робочих операцій відносяться: процес різання, процес складання, термообробка та інші. Заміна праці людини в цих операціях називають *механізацією*. Операції управління містять у собі вмикання, вимикання, порядок дослідження робочих операцій. Заміна праці в цих операціях називають *автоматизацією*.

*Приклад.* Робота будь-якого технологічного устаткування, характеризується різними фізичними величинами, наприклад: температурою, силою, тиском та іншими. Для забезпечення оптимального режиму роботи ці фізичні величини з певною точністю повинні підтримуватися на заданому рівні або змінюватися за визначеним законом.

На рисунку 2.1 представлений технологічний об'єкт – сушильна шафа, у якій повинна підтримуватися постійна температура  $T^{\circ}\text{C}$ . Остання вимірюється приладом ВП і термометром опору  $R_t$ . Шафа має електричний нагрівач  $H$ , що живиться від автотрансформатора  $AT$ . При відхиленні температури від заданого значення (наприклад, при спаданні напруги в мережі  $U_c$ ) людина оператор переміщує движок автотрансформатора для зміни напруги  $U$  та відновлення заданого значення температури. Так здійснюється ручне управління об'єктом. У нашому випадку – це підтримка температури сушильної шафи на заданому рівні.

Структурна схема взаємодії системи об'єкт-оператор при ручному управлінні температурою шафи представлена на рисунку 2.2.

Входом системи є дія людини-оператора на движок автотрансформатора  $AT$ . Виходом – значення температури  $T^{\circ}\text{C}$  у шафі.

Зробимо спробу перейти від ручного управління температурою шафи до автоматичного (рисунок 2.3). Для цього температуру в шафі вимірюємо тим же термометром опору  $R_t$ , але включеним в одне з пліч вимірювального мосту  $BM$ . При заданому значенні температури вимірювальний міст урівноважений і на вхід підсилювача  $\Pi$  напруга не подається.

При відхиленні температури у шафі від заданого значення відповідно

зміниться опір  $R_T$ , що викликає розбаланс вимірювального мосту ВМ.

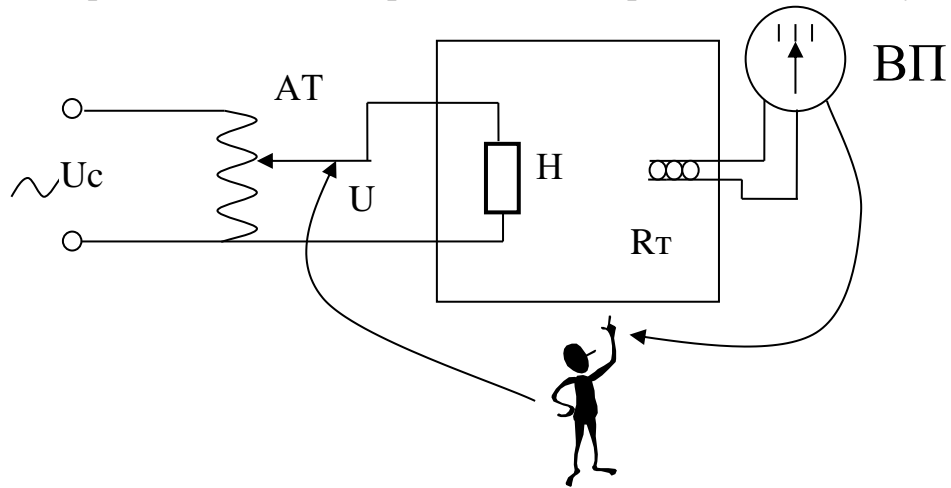


Рисунок 2.1 – Система ручного регулювання температури

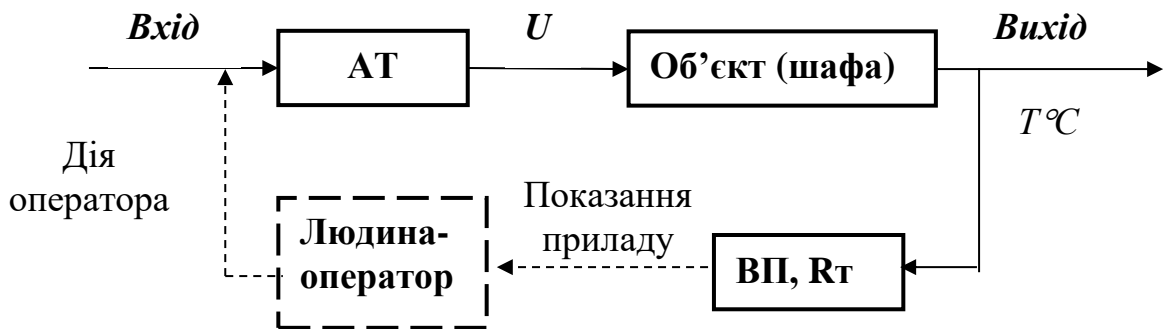


Рисунок 2.2 – Структурна схема системи ручного управління

На підсилювач П подається напруга розбалансу, в наслідок чого починає обертатися вал електричного двигуна М, переміщуючи движок автотрансформатора АТ у бік ліквідації відхилення температури шафи від заданого значення.

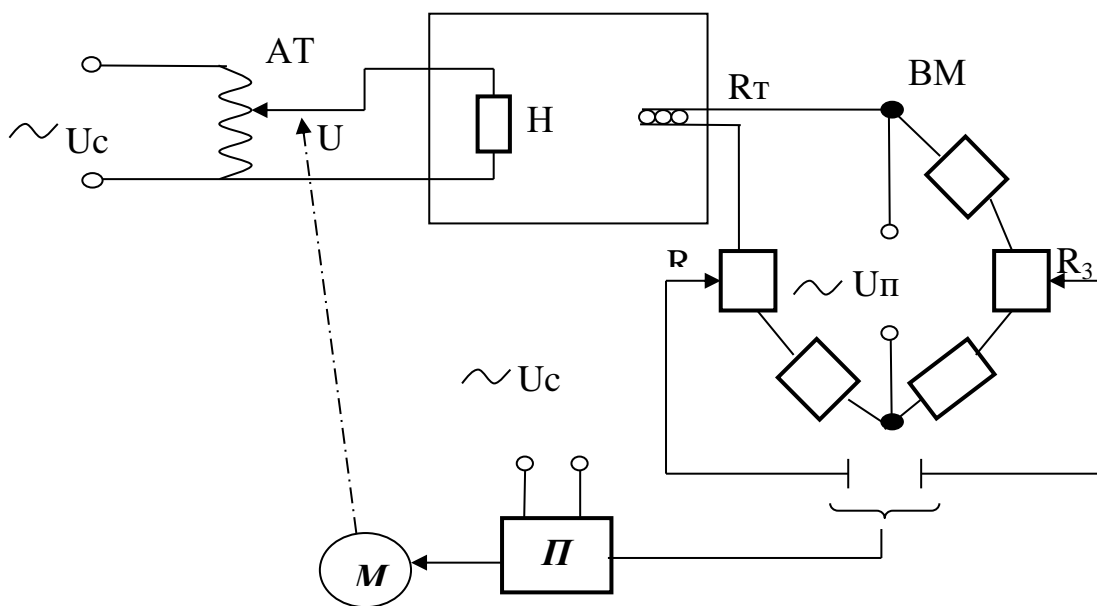


Рисунок 2.3 – Схема автоматичної системи управління температурою

При досягненні заданого значення температури вимірювальний міст ВМ збалансовується, електродвигун М зупиняється, і система приходить у зрівноважений стан. Задане значення температури встановлюється шляхом переміщення оператором движка потенціометра R<sub>3</sub>. Потенціометр R служить для корекції рівноваги ВМ при значенні температури в шафі, що дорівнює заданому значенню.

На рисунку 2.4 зображена структурна схема автоматичної системи управління температурою у сушильній шафі згідно зі схемою, яка зображена на рисунку 2.3.

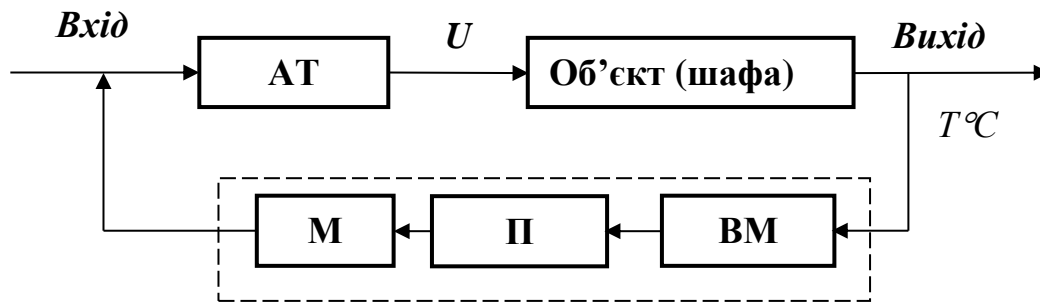


Рисунок 2.4 – Структурна схема автоматичної системи управління

Як можна побачити, управління замість “людини-оператора” здійснює пристрій, який складається з вимірювального моста ВМ, підсилювача П, електродвигуна М.

Отже, загальну модель управління технологічними об'єктами можна представити у вигляді, наведеному на рисунку 2.5.

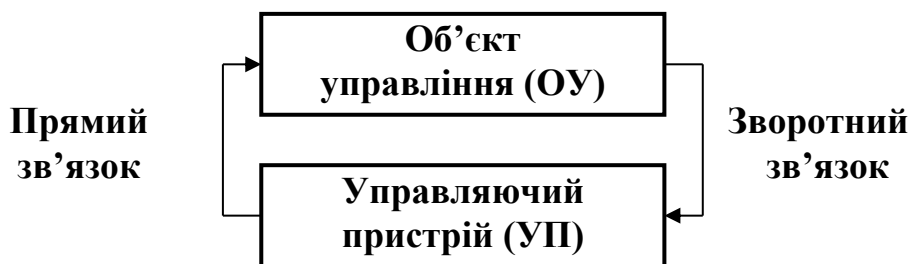


Рисунок 2.5 – Загальна модель управління

*Прямий зв'язок* – це потік інформації від управляючого пристрою (системи управління) до об'єкту управління. *Зворотний зв'язок* – це потік інформації від об'єкта управління до управляючого пристрою (системи управління).

*Управлінням* називається сукупність дій, спрямованих на підтримку функціонування об'єкта відповідно до програми (алгоритму).

*Під алгоритмом* у загальному випадку розуміється сукупність дій, виконання яких у визначеній послідовності приводить до вирішення поставленої задачі. *Алгоритм управління* – алгоритм, що визначає процес управ-

ління деяким об'єктом.

*Автоматичним управлінням* називається процес, при якому операції виконуються за допомогою системи, що функціонує без участі людини відповідно до заданого алгоритму.

У загальному випадку сукупність об'єкта управління та автоматичного управляючого пристрою, певним чином взаємодіючих між собою, називається *автоматичною системою управління (САУ)*. Автоматична система із замкнутим ланцюгом впливу, у якій управляюча дія виробляється у результаті порівняння значення величини управління із заданим її значенням, називається *автоматичною системою регулювання*.

## 2.2 Структура автоматичних систем управління

Типова структурна схема автоматичної системи управління може бути представлена у вигляді, наведеному на рисунку 2.6.

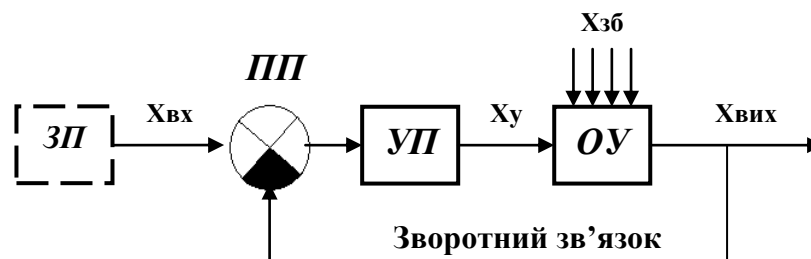


Рисунок 2.6 – Типова структура автоматичної системи управління

Незважаючи на різноманітність елементів, з яких складаються САУ, автоматичні системи управління мають загальні властивості і характеристики. Усі елементи САУ мають вхід ( $X_{вх}$ ) і вихід ( $X_{вих}$ ). Проходження сигналу в елементах здійснюється тільки в одному напрямку від входу до виходу. Елементи на структурних схемах прийнято позначати у вигляді прямокутника з позначенням стрілки входу і виходу (рисунок 2.7а).

Виключення в позначенні мають підсумовуючий пристрій, що прийнято позначати у вигляді окружності, розділеної на чотири сектори зі стрілками вхідних і вихідних сигналів (рисунок 2.7б).

Якщо вхідних сигналів більше трьох, то підсумовуючий пристрій можна зобразити у вигляді двох (або більше) окружностей із секторами і стрілками, як показано на рисунку 2.7в. Сектор, до якого входить сигнал від'ємного знаку, закрашують. Вихідна величина носить випадковий характер, тому що в системі діють збуджуючі впливи  $X_{зб}$ . У нашому випадку (механоскладальні операції) це величина зносу інструменту, зміна температури в зоні різання, зміна твердості матеріалу заготовки по перетину, ступінь зношеності устаткування та інші. Таким чином, вихідна величина несе в собі інформацію про стан об'єкта в ході процесу обробки та складання.

У схемах, як правило, не показується задавальний пристрій (ЗП), який

формує  $X_{\text{вх}}$  (задавальна дія). Цей пристрій впливає на вхід системи. При цьому величина задавальної дії відповідно до завдання може бути постійною, якщо необхідно підтримувати постійне задане значення величини, якою управляють, або змінювати її за визначеним законом, якщо в технологічному процесі за цим законом повинна змінюватися величина, якою управляють

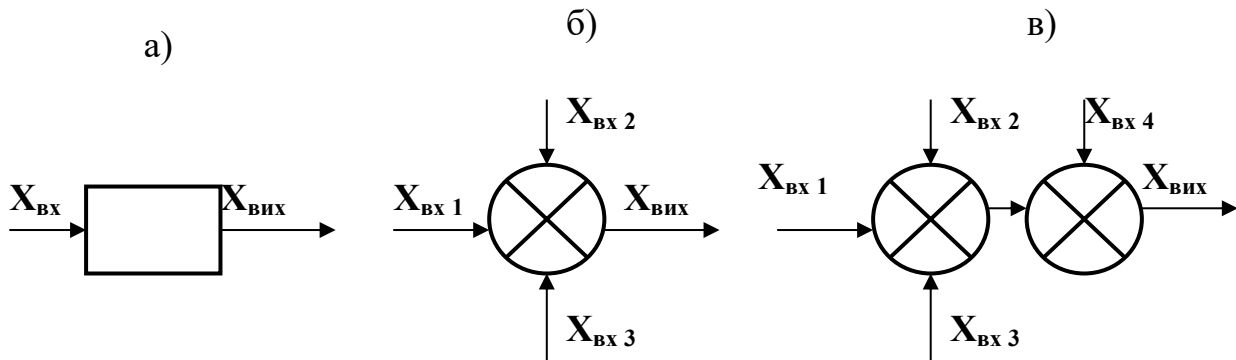


Рисунок 2.7 – Зображення елементів (а), підсумовуючих пристроїв (б, в) на структурних схемах автоматичних систем управління

Наприклад, трансформатор змінює напругу або струм у мережі. На рисунку 2.3 електродвигун М, який разом із движком автотрансформатора АТ здійснює функції виконавчого механізму ВМ, і пристрій формування закону управління змінюють напругу, що подається на нагрівальний елемент Н.

На схемі під *УП* розуміється *управляючий пристрій*, за допомогою якого здійснюється автоматичне управління об'єктом. Це може бути датчик, прилад, система або управляючий комплекс. Під об'єктом управління *ОУ* розуміється сукупність технічних засобів (машин, знарядь праці, засобів механізації), яка виконує заданий процес (у нашому випадку механічна обробка або складання). Сукупність *УП* й *ОУ*, певним чином взаємодіючих між собою, утворюють *САУ*.

Вихідна величина ( $X_{\text{вих}}$ ) порівнюється з вхідною ( $X_{\text{вх}}$ ) у підсумовуючому пристрої ПП. Зафарбований сектор у графічному зображенні підсумовуючого пристрою означає, що вхідна в сектор величина подається зі зворотним знаком. Завдяки цьому при значенні величини, якою управляють, що дорівнює заданому, на вхід системи сигнал не надходить і система знаходиться в рівновазі. У випадку нерівності значень сигналів неузгодженість подається на вхід системи, що реагує таким чином, щоб неузгодженість зменшилася.

Зворотний зв'язок, спрямований з виходу системи до її входу, називають *головним зворотним зв'язком*.

Структурну схему автоматичної системи управління, у якій за вхідну величину прийнято задавальний пристрій,  $X_{вх}$ , а за вихідну –  $X_{вих}$  (рисунок 2.8), називають структурною схемою системи за каналом задавальної дії.

При роботі системи автоматичного управління на об'єкт управління надходять різні збуджуючі дії  $X_{зб}$ , які частіше за все мають випадковий характер.

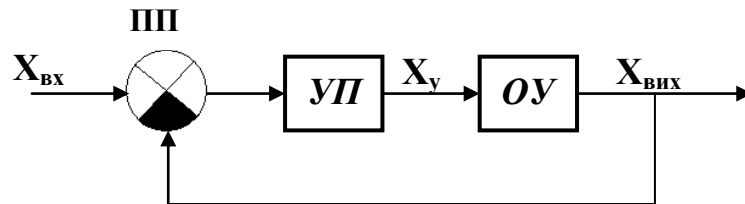


Рисунок 2.8 – Типова структурна схема автоматичної системи управління за каналом задавальної дії

Якщо при збуджуючій дії задавальна величина не змінюється і її значення у відхиленнях від заданого приймаються за нульове, тобто  $X_{вх} = \text{const} = 0$ , то структурна схема системи управління набуває вигляду, представленого на рисунку 2.9а.

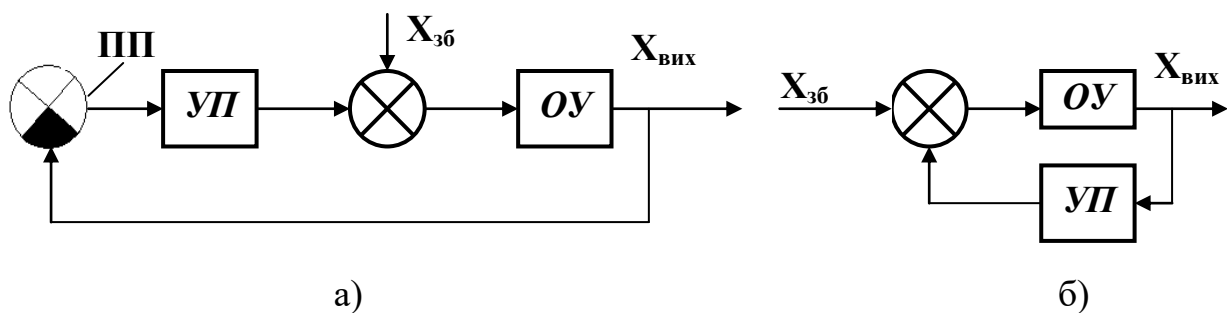


Рисунок 2.9 – Типова структура схеми автоматичної системи управління за каналом збурення

Приймаючи за вхідну величину на структурній схемі (рисунок 2.9а.) дію  $X_{зб}$ , а за вихідну величину –  $X_{вих}$ , одержуємо структурну схему, зображену на рисунку 2.9б.

Таку структурну схему автоматичної системи управління, у якій за вхідну величину приймають збуджуюча дія (рисунок 2.9), називають структурною схемою системи управління за каналом збуджуюча дія.

### 2.3 Опис роботи автоматичної системи управління

Будь-яка система управління, як уже відзначалося, приводиться до зовні дуже простої схеми (рисунок 2.10).

Задавальний пристрій формує сигнал  $X_{вх}$ , що система повинна відпрацювати, тобто автоматично повинна забезпечувати рівність  $X_{вх} = X_{вих}$ , незважаючи на дію імовірних збуджуючих факторів ( $X_{зб}$ ). Якщо під дією  $X_{зб}$

вихідна величина відхиляється від заданого значення у порівняльному пристрої ПП виникає сигнал, пропорційний величині відхилення  $\pm \Delta X = X_{\text{вх}} - X_{\text{вих}}$ .

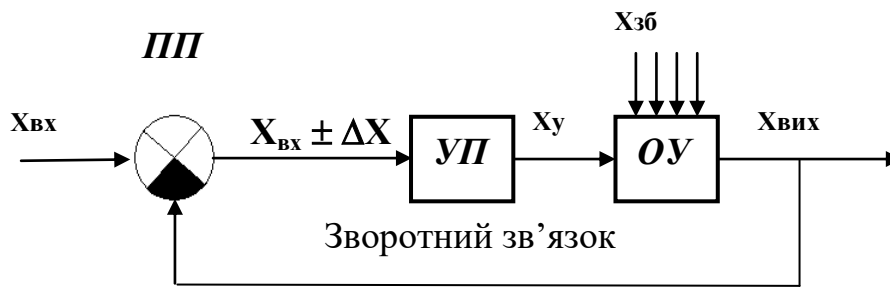


Рисунок 2.10 – Структурна схема автоматичної системи управління

У залежності від знака і величини цього відхилення (який часто називають сигналом корекції або помилкою) в управляючому пристрої УП виробляється сигнал  $X_y$ . Останній впливає на об'єкт управління ОУ, щоб повернути величину  $X_{\text{вих}}$  до заданого значення  $X_{\text{вх}}$ . У цьому процесі бере участь зворотний зв'язок.

Враховуючи інерційність об'єкта, у системі буде циркулювати сигнал  $\pm \Delta X$  корекції  $X_{\text{вх}}$ . Ця величина ( $\pm \Delta X$ ) повинна враховуватися при виборі системи управління.

## 3 Елементи систем автоматичного управління. Основні поняття та визначення

### План

- 3.1 Загальні властивості елементів систем управління.
- 3.2 Статичні характеристики елементів систем.
- 3.3 Динамічні характеристики елементів.
- 3.4 Класифікація елементів систем автоматичного управління.

#### 3.1 Загальні властивості елементів систем управління

При надходженні на вхід елементу східчастого сигналу  $X_{вх0}$  (рисунок 3.1а) на його виході одночасно або з деяким запізнюванням з'являється сигнал, що або відразу має постійне значення  $X_{вих0}$  (рисунок 3.1б) або змінюється у вигляді функції часу  $X_{вих} = F(t)$  (рисунок 3.1). Через деякий час  $t = t_{ст}$  вихідний сигнал набуває постійного (сталого) значення  $X_{вих}(t_{ст}) = X_{вих0}$ .

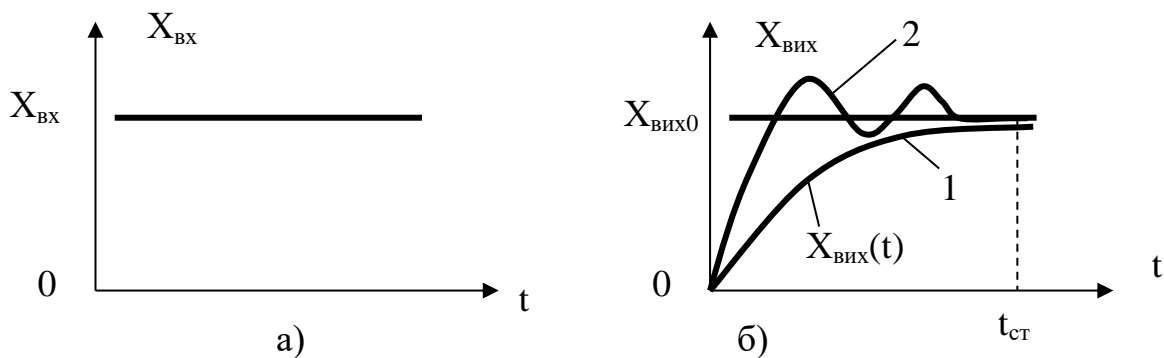


Рисунок 3.1 – Вихідний східчастий сигнал (а) і характер зміни сигналу на виході елемента (б)

Процес переходу вихідного сигналу елемента з одного сталого стану в інший при надходженні на вхід елемента східчастого (постійного) сигналу називається *перехідним процесом*.

Графічна залежність вихідного сигналу від вхідного при сталих станах називається *статичною характеристикою елемента*.

Графічне зображення перехідного процесу називається *динамічною характеристикою елемента*.

#### 3.2 Статичні характеристики елементів

Статичні характеристики  $X_{вих} = f(X_{вх})$  при  $t = t_{ст}$  визначають властивості елементів системи в сталих (статичних) станах. Якщо статична характеристика лінійна, тобто  $X_{вих} = kX_{вх}$  (рисунок 3.2а), то елементи з такою характеристикою називаються *лінійними*. Постійний коефіцієнт  $k$  лінійної статичної характеристики дорівнює тангенсу кута нахилу характеристики до осі абсцис:

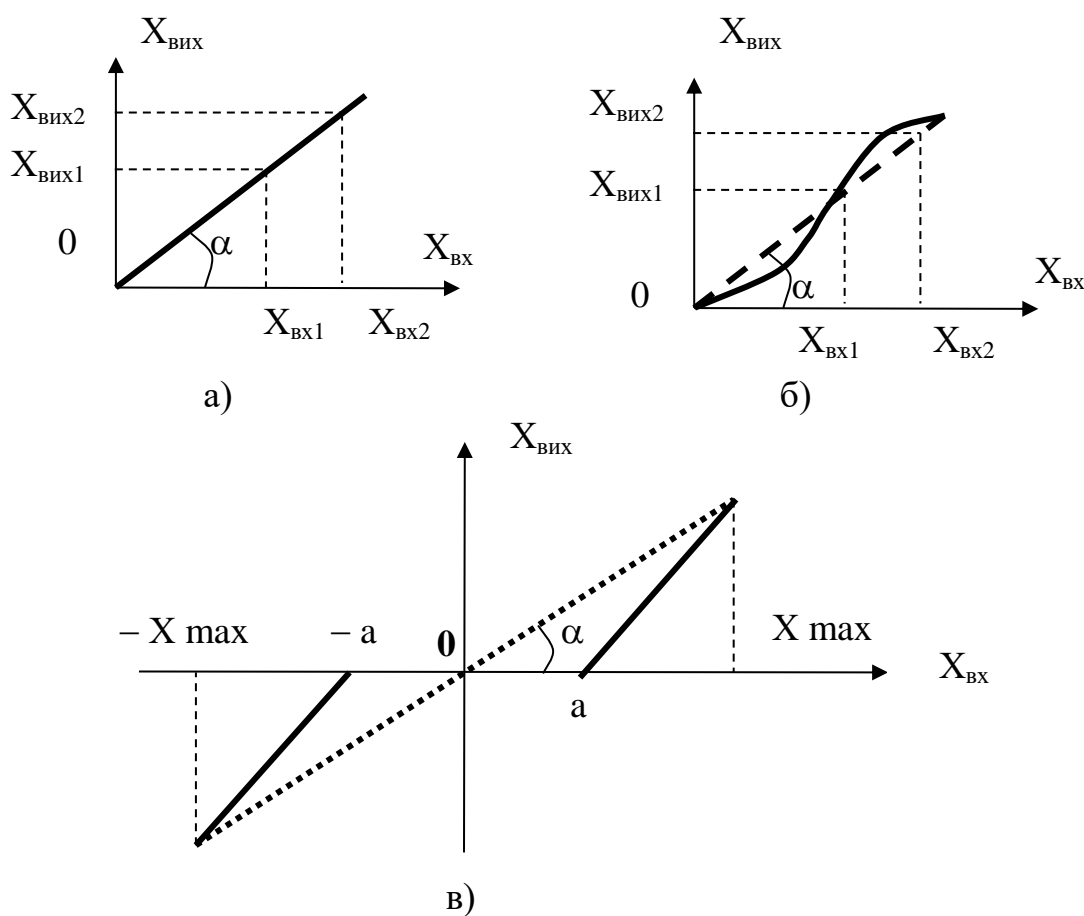


$$k = X_{\text{вих}1}/X_{\text{вх}1} = X_{\text{вих}2}/X_{\text{вх}2} = \text{tg } \alpha. \quad (3.1)$$

Коефіцієнт  $k$  називається *коефіцієнтом передачі* або *коефіцієнтом підсилення елемента*.

Якщо елемент автоматичної системи управління виконує функції первинного вимірювального перетворювача (датчика), то його коефіцієнт передачі (3.1) називається *чутливістю датчика*.

У загальному випадку характеристика елементів  $X_{\text{вих}} = f(X_{\text{вх}})$  є нелінійною (рисунок 3.2б), при цьому  $X_{\text{вих}1}/X_{\text{вх}1} \neq X_{\text{вих}2}/X_{\text{вх}2}$ . Якщо нелінійність статистичної характеристики невелика, то в робочому діапазоні (0 -  $X_{\text{вх}2}$ ) її можна лінеаризувати так, як показано на рисунку 3.2б. Після лінеаризації нелінійний елемент розглядається як лінійний. Елементи з істотно нелінійною характеристикою називаються *нелінійними*.



*а – лінійні; б, в – нелінійні*

*Рисунок 3.2 – Статичні характеристики*

Деякі елементи не чуттєві при надходженні на їхній вхід невеликих сигналів. На виході сигнал починає з'являтися тільки при надходженні на вхід сигналів більших від деякого значення  $X_{\text{вх}} > |a|$ . При цьому статична характеристика елемента набуває, наприклад, вигляду, представленого на рисунку 3.2в. Значення  $X_{\text{вх}} = a$  в цьому випадку називається *порогом чутливості*. Лінеаризація статичної характеристики з порогом чутливості і діапа-

зоном виміру вхідного сигналу від  $-X_{\max}$  до  $+X_{\max}$  виконується так, як показано на рисунку 3.2в.

Діапазон зміни  $X_{\text{вх}}$ , при якому на виході елемента не з'являється вихідний сигнал, називається зоною нечутливості. Для елементів зі статичною характеристикою (рисунок 3.2в) зона нечутливості дорівнює подвоєному значенню його порога нечутливості.

У процесі роботи автоматичних систем статичні характеристики окремих елементів можуть змінюватися унаслідок старіння складових деталей або в результаті зміни умов експлуатації (температури навколишнього середовища, вологості та інших умов). Якщо вихідна (номінальна) статична характеристика елемента має вигляд кривої 2 (рисунок 3.3а), то фактична його статична характеристика через вплив перерахованих факторів може мати, наприклад, вигляд кривої 1. У цьому випадку абсолютна різниця між фактичним значенням вихідної величини  $X_{\text{вих.ф}}$  та її номінальним значенням  $X_{\text{вих.н}}$  називається абсолютною статичною погрешністю:

$$\Delta X_c = X_{\text{вих.ф}} - X_{\text{вих.н}}$$

### 3.3 Динамічні характеристики елементів

Як вже відзначалося, перехід елемента з одного статичного стану в інший відбувається не миттєво, а впродовж деякого часу. Характер зміни вихідного сигналу протягом цього часу визначається динамічними характеристиками елемента. Динамічні характеристики елемента поділяються на тимчасові і перехідні.

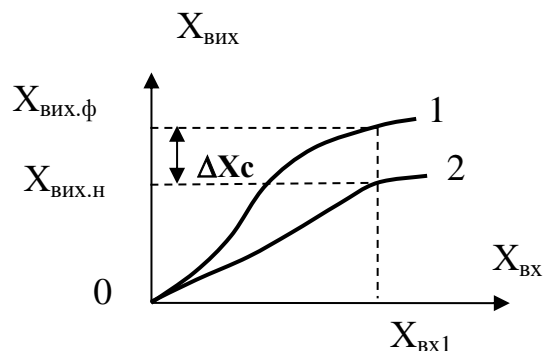


Рисунок 3.3 – Схема визначення статичної похибки

Часовою характеристикою називається графічне зображення зміни вихідного сигналу елемента системи при його переході з одного сталого стану в інший при типовій вхідній дії (одиничний східчастий сигнал), яке наведено на рисунку 3.4а. Графічне зображення зміни вихідного сигналу при переході елемента з одного сталого стану в інший при одиничному східчастому сигналі називається перехідною характеристикою. Перехідні характеристики можуть мати монотонний характер зміни (рис. 3.4б) та коливальний (рис. 3.4в.).

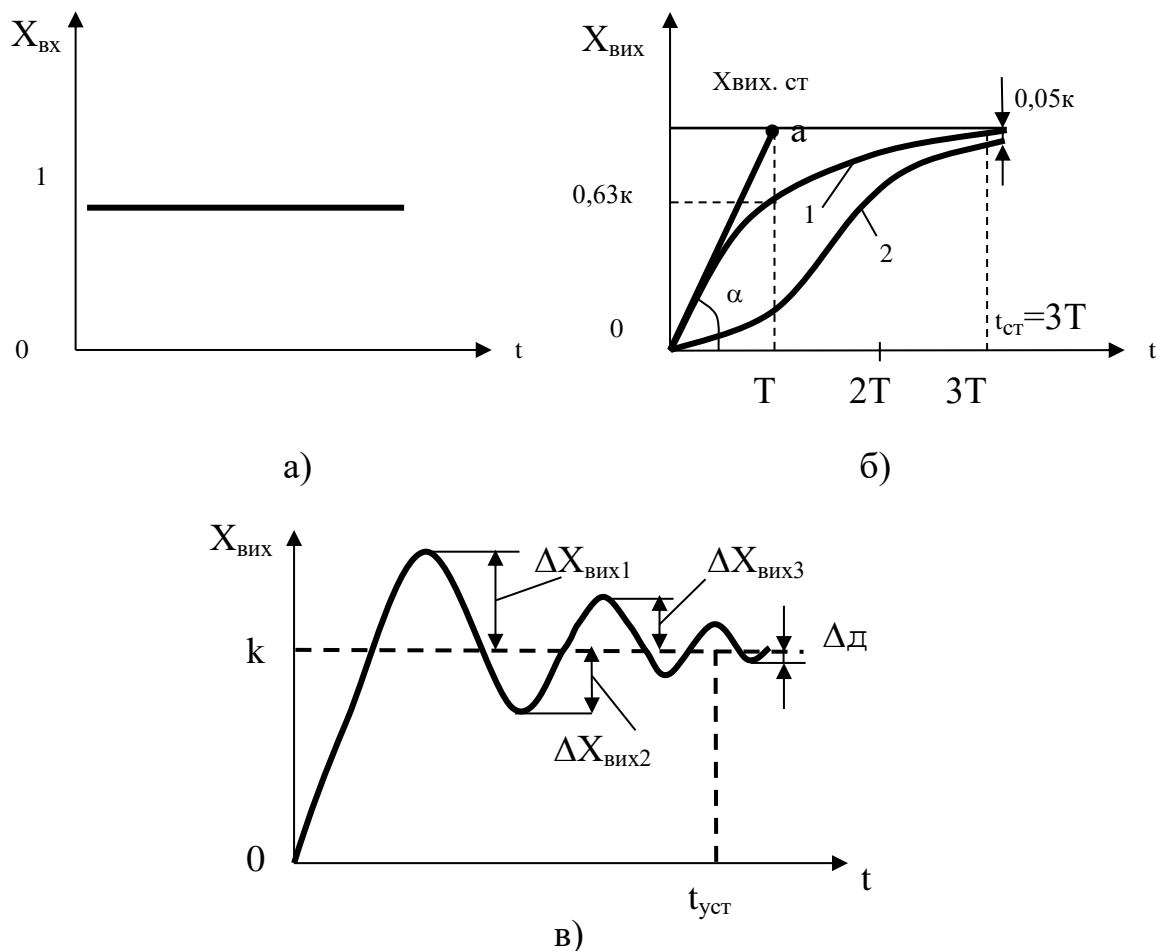


Рисунок 3.4 – Одиничний східчастий вплив (а) на елемент і його перехідні (б, в) характеристики

Час, упродовж якого вихідна величина при монотонній її зміні переходить з одного сталого стану до іншого, дорівнює коефіцієнтові передачі  $k$  елемента (рисунок 3.4б) при надходженні на вхід одиничного східчастого сигналу (рисунок 3.4а) та визначає його *інерційність*.

Монотонні (не коливальні) перехідні процеси можуть мати або експонентний (рисунок 3.4б, крива 1) або “S”-подібний із затягнутою початковою ділянкою (рисунок 3.4б, крива 2) характер зміни вихідного сигналу. Експонентний характер зміни сигналу аналітично визначається залежністю

$$X_{\text{вих}} = k \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}}), \quad (3.1)$$

де  $k$  – коефіцієнт передачі елемента,

$T$  – постійна часу, що визначає ступінь інертності елемента.

При одиничному східчастому вхідному сигналі  $X_{\text{вх}} = 1$  та  $t = \infty$  вираз (3.1) набуває вигляду  $X_{\text{вих.ст}} = k$ . Таким чином, якщо вихідний сталий стан елемента прийняти за нульовий, то після закінчення перехідного процесу при його одиничному східчастому вхідному сигналі, вихідний сигнал набу-

ває значення  $k$ , що дорівнює статичному коефіцієнтові передачі елемента.

Похідна від виразу (3.1) має вигляд:

$$\frac{dX_{\text{вх}}}{dt} = k \cdot e^{-\frac{t}{T}}, \text{ при } t = 0, \left( \frac{dX_{\text{вх}}}{dt} \right)_{t=0} = \text{tg}\alpha = \frac{k}{T}. \quad (3.2)$$

Якщо до експонентного графіка (рисунок 3.4б, крива 1) на початку координат провести дотичну, то вона перетне пряму, паралельну осі абсцис з ординатою  $k$ , що дорівнює сталому значенню вихідного сигналу у точці “а”, абсциса якої  $T$  дорівнює постійній часу елемента. З цього виникає ясний геометричний зміст постійної часу (рисунок 3.4б):

$$T = \frac{k}{\text{tg}\alpha} \text{ (при } t = 0\text{)}.$$

Якщо є графік експонентної залежності (3.1), то для визначення постійної часу на початку координат до кривої проводиться дотична до її перетинання з горизонтальною прямою, що відповідає значенню  $X_{\text{вих}} = X_{\text{вих.ст}} = k$ . Постійна часу  $T$  дорівнює відрізкові часу  $(0 \dots T)$  (рисунок 3.4б). Значення похідної (3.2) у якій-небудь точці визначає швидкість зміни вихідного сигналу в даній точці. Практично вже при  $t = 3T$  вихідна величина досить близько підходить до свого сталого значення:

$$X_{\text{вих}} = k \cdot \left( 1 - e^{-\frac{3t}{T}} \right) = k \cdot (1 - e^{-3}) = k \cdot (1 - 0,05) = 0,95k \quad (3.3)$$

Таким чином, погрішність складає всього 5%, що цілком припустимо для практичних розрахунків.

При “S”-подібному (рисунок 3.4б, крива 2) і коливальному (рисунок 3.4в) перехідних процесах за його тривалість приймається час, упродовж якого вихідна величина набуває значення рівного сталому значенню з динамічною погрішністю  $\Delta_{\text{д}}$ , прийнятою в технічних умовах на даний елемент.

Розрізняють абсолютну і відносну динамічну погрішність.

Під абсолютною погрішністю  $\Delta_{\text{д}}$  розуміють різницю між поточним значенням вихідної величини в даний момент часу та її сталим значенням:

$$\Delta_{\text{д}} = X_{\text{вих}}(t) - X_{\text{вих.ст}} \quad (3.4)$$

Під відносною динамічною погрішністю розуміють відношення абсолютної динамічної погрішності до сталого значення вихідної величини:

$$\delta_{\text{д}} = \frac{\Delta_{\text{д}}}{X_{\text{вих.ст}}}. \quad (3.5)$$

Крім того, коливальний перехідний процес характеризується коефіцієнтом загасання, перерегулювання і ступенем коливальності. *Коефіцієнт загасання* визначається за виразом (рисунок 3.4в):

$$\psi = 1 - \frac{\Delta X_{\text{виі3}}}{\Delta X_{\text{виі1}}}. \quad (3.6)$$

*Перерегулювання* визначається максимальним відхиленням вихідної величини від свого сталого значення:

$$\eta = \left( \frac{\Delta X_{\text{виі3}}}{\Delta X_{\text{виі.ст}}} \right) \cdot 100\% \quad (3.7)$$

*Ступінь коливальності* визначається числом коливань вихідної величини за час перехідного процесу (за час  $t_{\text{ст}}$ ).

### **3.4 Класифікація елементів системи автоматичного управління**

Елементи автоматичних систем за функціональним призначенням, принципом дії та пристрем мають велику розмаїтість. Так, за *функціональним призначенням* розрізняють:

- первинні вимірювальні перетворювачі (датчики);
- перетворювачі, що нормують;
- функціональні перетворювачі (електродвигун М, рисунок 2.3);
- підсилювачі сигналу (підсилювач П, рисунок 2.3);
- стабілізатори;
- комутуючі елементи (розподільники);
- елементи порівняння (вимірювальний міст ВМ, рисунок 2.3);
- задавальні елементи;
- регулювальні органи (автотрансформатор АТ, нагрівальний елемент, рисунок.2.3);
- виконавчі механізми (електродвигун М разом з кінематичним зв'язком від вала електродвигуна до движка автотрансформатора АТ);
- об'єкт регулювання (сушильна шафа, рисунок 2.3).

Типова структурна схема автоматичної системи управління (рисунок 2.6) з урахуванням функціонального призначення елементів може, наприклад, виглядати так, як показано на рисунку 3.5.

На рисунку 3.5 показані: задавальний пристрій ЗП, підсумовуючий пристрій ПП, пристрій, формуючий закон управління ПФЗ, підсилювальний пристрій П, виконавчий пристрій ВП, регулювальний орган РО, об'єкт регулювання ОР, вимірювальний пристрій В.

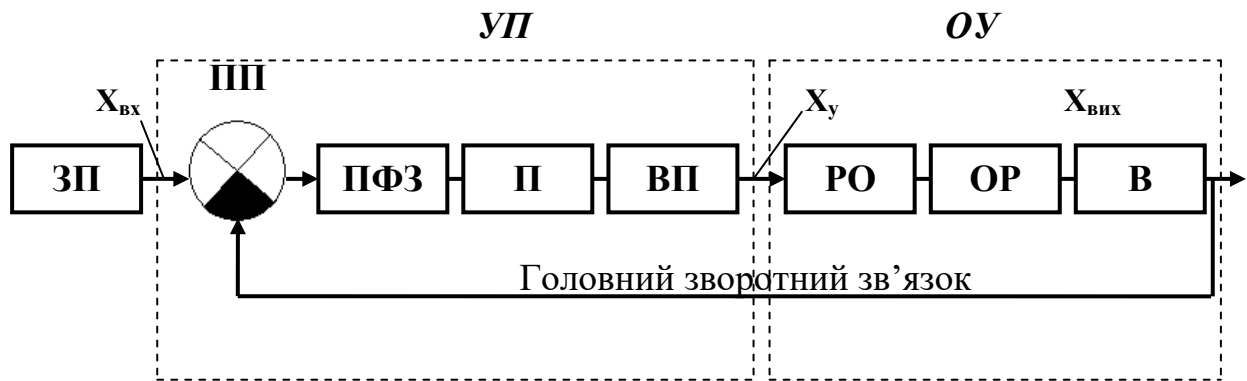


Рисунок 3.5 – Типова структурна схема автоматичної системи управління з урахуванням класифікації елементів за функціональним призначенням

За фізичним принципом дії елементи класифікуються на такі види:

- електричні, магнітні і радіохвильові (діючі на принципі використання електромагнітних процесів з частотами нижчими за  $10^{12}$  Гц);
- оптичні (діючі на принципі використання електромагнітних процесів з частотами вищими за  $10^{12}$  Гц);
- механічні (які використовують механічні переміщення твердих тіл);
- акустичні (які використовують механічні хвильові процеси в речовині);
- гідравлічні (які використовують механічні властивості рідини);
- пневматичні (які використовують механічні властивості газу);
- комбіновані.

## 4 Фундаментальні принципи управління

### План

- 4.1 Основні принципи управління.
- 4.2 Принцип розімкнення.
- 4.3 Принцип компенсації.
- 4.4 Принцип зворотного зв'язку.
- 4.5 Комбіновані системи управління.

#### 4.1 Основні принципи управління

В основі побудови автоматичних систем управління лежить кілька загальних принципів. В даний час відомі та застосовуються:

- принцип розімкнення;
- принцип компенсацій;
- принцип зворотного зв'язку.

#### 4.2 Принцип розімкнення

Алгоритм управління виробляється на основі задавальної дії, а  $X_{\text{вих}}$  не контролюється. Структурна схема системи управління, побудованої за принципом розімкнення, наведена на рисунку 4.1.

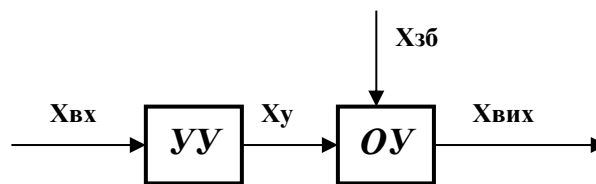


Рисунок 4.1 – Структурна схема системи управління, побудованої за принципом розімкнення

Близькість  $X_{\text{вих}}$  до  $X_{\text{вх}}$  забезпечується тільки конструкцією та підбором фізичних закономірностей діючих у всіх елементах. Перевага систем, побудованих на такому принципі: простота конструкції, простота правил побудови, висока надійність. Недоліки: системи з малою точністю управління. Приклади: команди «Увімкнути» і «Вимкнути»; реле; елементи «І», «НІ», «АБО»; лічильно-вирішальні елементи (виконуючі операції інтегрування і диференціювання); механізм переміщення інструмента за заданим контуром.

#### 4.3 Принцип компенсації

Якщо збуджуючі дії занадто великі настільки, що розімкнутий ланцюг не забезпечує необхідної точності виконання  $X_{\text{вих}}$ , то для підвищення точності управління можна виміряти збудження і за результатами виміру внести корективи до алгоритму управління. Таким чином, останні можна компенсувати. Структурна схема системи управління, побудованої за принципом

компенсації, наведена на рисунку 4.2.

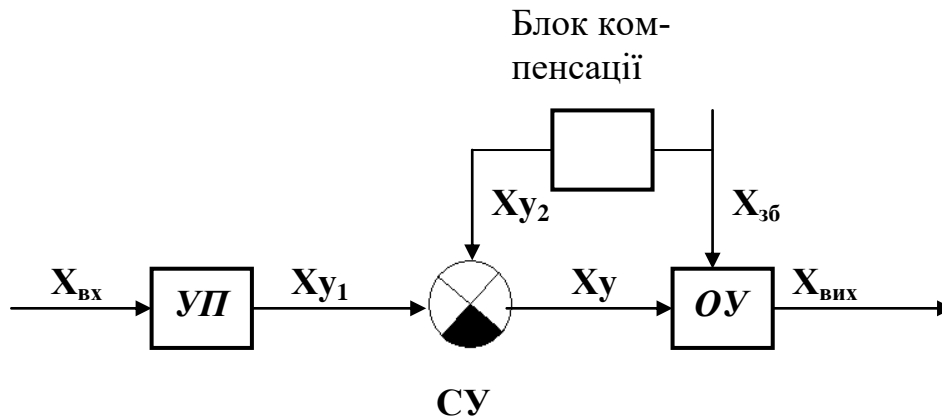


Рисунок 4.2 – Структурна схема системи управління, побудованої за принципом компенсації

Сигнал управління ОУ формується за рахунок двох сигналів  $X_{у1}$  і  $X_{у2}$ . Величина корекції  $X_{вх}$  дорівнює  $X_{у\text{кор}} = X_{вх} - X_{зб}$ . Ця різниця повинна дорівнювати нулю. Переваги систем, побудованих на цьому принципі: простота конструкції, відносна простота побудови, достатня точність управління (у порівнянні з принципом розімкнення).

### Приклади

1 Біметалева пластина (стрижень), у якій властивості двох металів, які при коливанні температури компенсують теплові деформації один одного. Використовується в маятниках, забезпечуючи постійність довжини маятника при коливаннях температури.

2 Схема компаундирування генератора постійного струму (рисунок 4.3). Якщо ЕРС генератора  $E_r = k\Phi_v$  лінійно залежить від його потоку збудження  $\Phi_v$ , а зменшення  $U_{r0}$  викликане тільки активним опором якоря (тобто пропорційно току навантаження), то для підтримки постійності заданої напруги  $U_{r0}$  необхідно змінити ЕРС генератора у функції струму навантаження за законом  $E_r = I (K + U_{r0})$ .

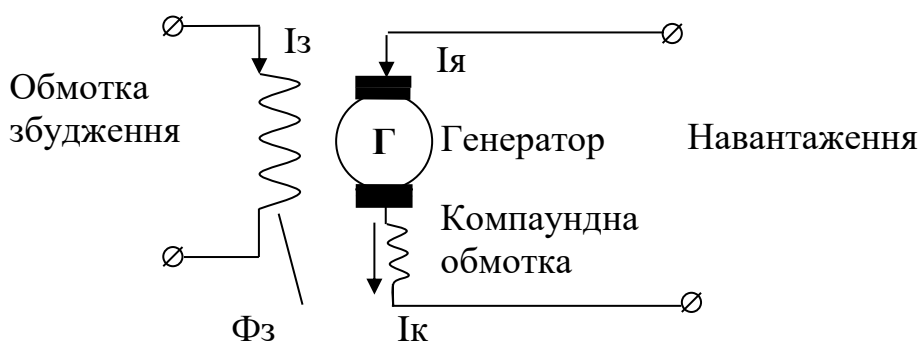


Рисунок 4.3 – Схема генератора постійного струму

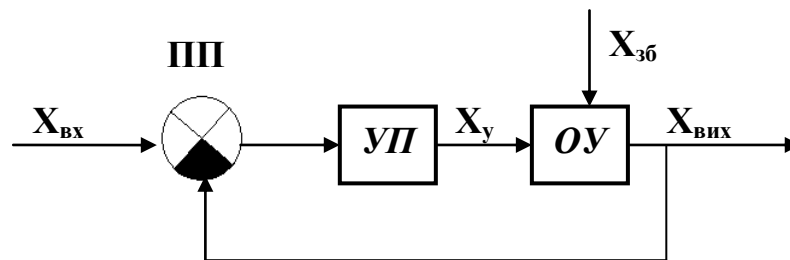


Така зміна здійснюється за допомогою додаткової компаундної обмотки, по якій проходить струм  $kI$ , який дорівнює або пропорційний струму якоря  $I_a$ .

За допомогою компаундної обмотки вибирають коефіцієнт пропорційності при  $I$ , що приведе до зменшення або збільшення напруги (при зростанні навантаження).

#### 4.4 Принцип зворотного зв'язку

Систему можна побудувати і так, щоб точність виконання алгоритму функціонування забезпечувалася і без виміру збудження. З цією метою в конструкцію системи вводять зворотний зв'язок, до якого входять елементи для виміру  $X_{\text{вих}}$  і для вироблення коригувальних дій на управляючий пристрій. Структурна схема системи управління, побудованої за принципом зворотного зв'язку, наведена на рисунку 4.4.



Рисунку 4.4 – Структурна схема системи управління, побудованої за принципом зворотного зв'язку

Схема має вигляд замкнутого ланцюга, що було підставою назвати управлінням за замкненим контуром. Оскільки в напрямку передачі має місце зворотний зв'язок, цей принцип управління називають принципом зворотного зв'язку.

За такою схемою будують більшість систем. Широко розповсюджений він у живих організмах (система регуляції температури, ритму кровообігу), а також в управлінні громадськими організаціями (у вигляді перевірки виконання прийнятих рішень, розпоряджень, що грають роль керуючих дій).

#### Приклади

Система автоматичного регулювання напруги генератора постійного струму (рисунку 4.5). У системі: Дн – дільник напруги, П – підсилювач, Д – двигун постійного струму, R – реостат, ОЗ – обмотка збудження генератора Г. З дільника Дн знімається напруга  $kU_r$ , пропорційна регульованій напрузі  $U_r$ . Ця напруга порівнюється з напругою  $U_0$  еталонної батареї. Різниця  $\Delta U = U_0 - kU_r$  подається на вихід підсилювача постійного струму. До виходу останнього підключений якір двигуна постійного струму Д. Двигун надає руху регульовальному органу – реостату, який включено у ланцюг обмотки збудження ОЗ генератора. При збільшенні  $U_r$  понад задану величину

двигун перемістить повзунок реостата  $R$  так, що опір реостата збільшиться, і напруга, подана на  $O3$  зменшиться. Наслідком буде зменшення регульованої напруги.

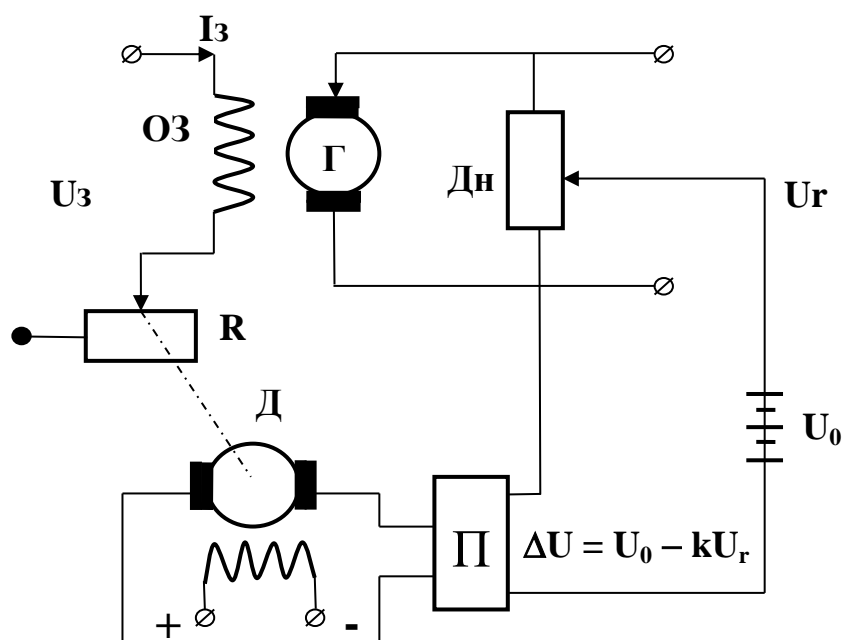


Рисунок 4.5 – Система автоматичного регулювання напруги генератора постійного струму

Останнім часом у системах, побудованих на розглянутому принципі, використовується ще один ланцюг зворотного зв'язку із блоком, що називається блоком адаптації. Структурна схема подібної системи управління зображена на рисунку 4.6.

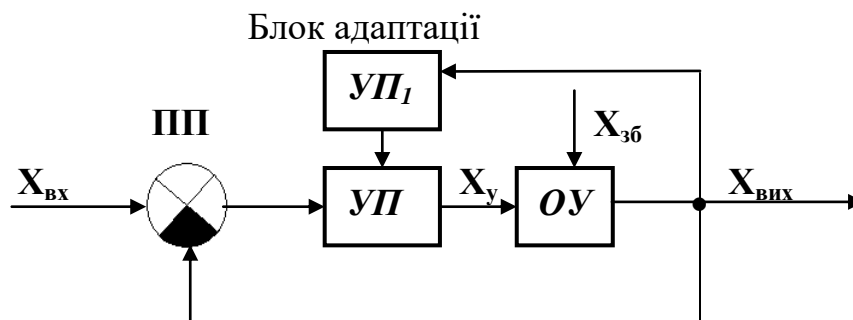


Рисунок 4.6 – Структурна схема системи управління зі зворотним зв'язком та блоком адаптації

Системи автоматичного управління, що будуються за таким принципом, звуться адаптивними (їхній зміст та принцип роботи буде розкрито у наступних лекціях).

#### 4.5 Комбіновані системи управління

У ряді випадків більш ефективно застосовувати комбінацію з декількох принципів управління. Наприклад, принципів компенсації і зворотного зв'язку. Структурна схема подібної системи управління зображена на рисунку 4.7.

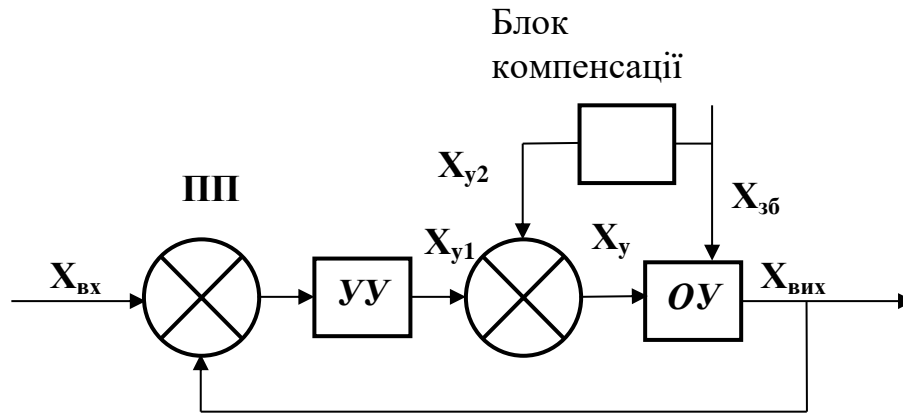


Рисунок 4.7 – Структурна схема комбінованої системи управління

Комбіновані системи управління мають такі переваги: швидкість реакції на зміну збудження; точне управління, незалежно від того, яка причина викликала відхилення та похибки.

### Приклад

Схема управління швидкістю електродвигуна (рисунок 4.8). Швидкість обертання електродвигуна вимірюється за допомогою тахогенератора ТГ і вольтметра V. Електродвигун Д приєднаний до виходу електромагнітного підсилювача (ЕМП), ланцюг збудження якого живиться через потенціометр R. Швидкість обертання електродвигуна змінюється за рахунок зміни величини струму збудження ЕМП  $i = U_0 / r$ . Отже, відхилення швидкості двигуна від її заданого значення може бути усунуто зміною напруги  $U_0$  (при переміщенні повзунка потенціометра R) або подачею напруги тахогенератора  $U_{тг}$  на обмотку збудження ЕМП. Напруга  $U_{тг}$  пропорційна швидкості обертання електродвигуна і підключена зустрічно управляючій напрузі  $U_0$ . Струм збудження в цьому випадку дорівнює  $i = (U_0 - U_{тг}) / r$ . Отже, струм збудження в цій системі залежить від швидкості обертання двигуна. Якщо швидкість двигуна зростає, то струм збудження зменшується, отже, зменшиться і ЕРС електромагнітного підсилювача.

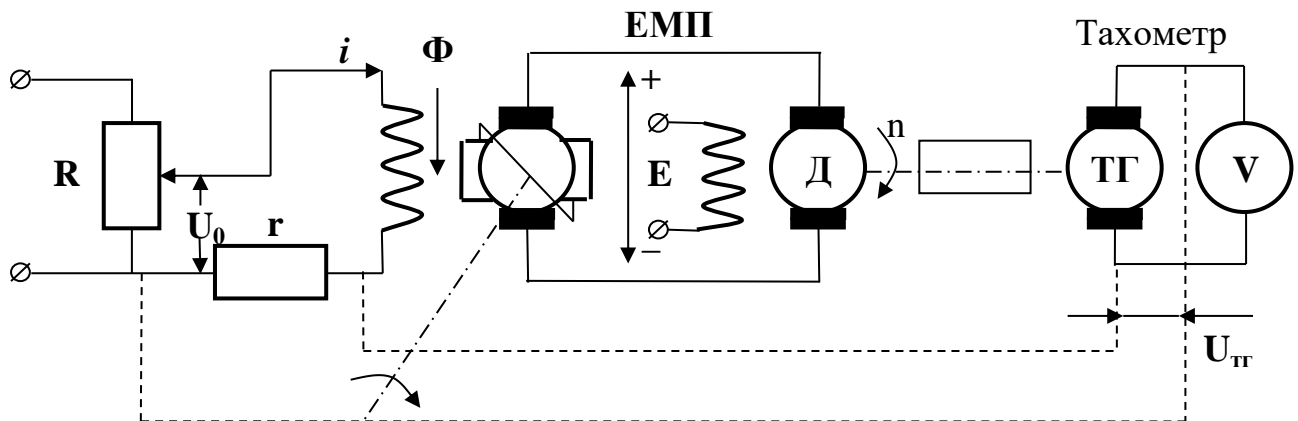


Рисунок 4.8 – Схема управління швидкістю електродвигуна

Двигун буде прагнути зменшити свою швидкість до первісного значення. Таким чином, швидкість відновлюється автоматично без втручання людини.

Таким чином будь-яка система управління, як уже відзначалося, приводиться до зовні дуже простої схеми (рисунок 4.9). Задавальний пристрій формує сигнал  $X_{вх}$ , що система повинна відпрацьовувати, тобто автоматично повинна забезпечувати рівність  $X_{вх} = X_{вих}$ , незважаючи на дію імовірних збуджуючих факторів ( $X_{зб}$ ). Якщо під дією  $X_{зб}$  вихідна величина відхиляється від заданого значення у порівняльному пристрої ПП виникає сигнал, пропорційний величині відхилення  $\pm \Delta X = X_{вх} - X_{вих}$ .

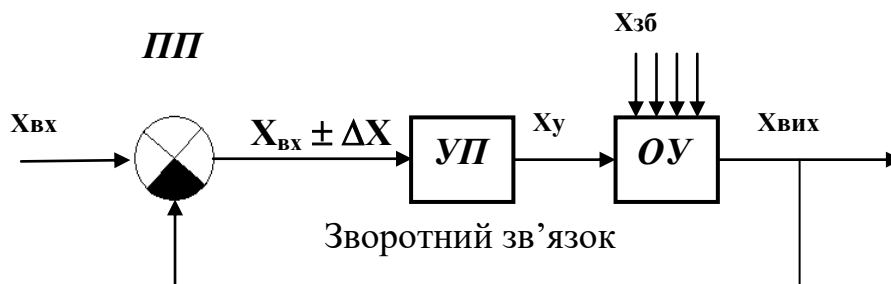


Рисунок 4.9 – Структурна схема автоматичної системи управління

У залежності від знака і величини цього відхилення (який часто називають сигналом корекції або помилкою) в управляючому пристрої УП виробляється сигнал  $X_u$ . Останній впливає на об'єкт управління ОУ, щоб повернути величину  $X_{вих}$  до заданого значення  $X_{вх}$ . У цьому процесі бере участь зворотний зв'язок.

Враховуючи інерційність об'єкта, у системі буде циркулювати сигнал  $\pm \Delta X$  корекції  $X_{вх}$ . Ця величина ( $\pm \Delta X$ ) повинна враховуватися при виборі системи управління.

## 5 Статичні та динамічні властивості систем управління

### План

- 5.1 Статичні властивості систем.
- 5.2 Динамічні властивості систем.
- 5.3 Часові характеристики систем.

#### 5.1 Статичні властивості систем

У лекції 3 було дано поняття та визначення статичних характеристик елементів автоматичних систем управління. Оскільки систему, у цілому, можна представити у виді одного складного елемента за тим або іншим каналом дій, то до них рівною мірою відноситься усе викладене про статичні властивості елементів. Отже, *статичною характеристикою системи* називають залежність вихідної величини від різних постійних значень вхідної величини в сталих режимах,  $X_{\text{вих}} = f(X_{\text{вх}})$  при  $t = t_{\text{ст}}$ .

Якщо статична характеристика лінійна (рисунок 5.1а), то

$$X_{\text{вих}} = kX_{\text{вх}}. \quad (5.1)$$

Системи з такою характеристикою називаються *лінійними*. Коефіцієнт передачі або коефіцієнт підсилення системи  $k$  дорівнює тангенсові кута нахилу характеристики до осі абсцис:

$$k = X_{\text{вих1}} / X_{\text{вх1}} = X_{\text{вих2}} / X_{\text{вх2}} = \text{tg}\alpha. \quad (5.2)$$

У загальному випадку статичні характеристики систем, як правило, не є лінійними (рисунок 5.1б), тобто

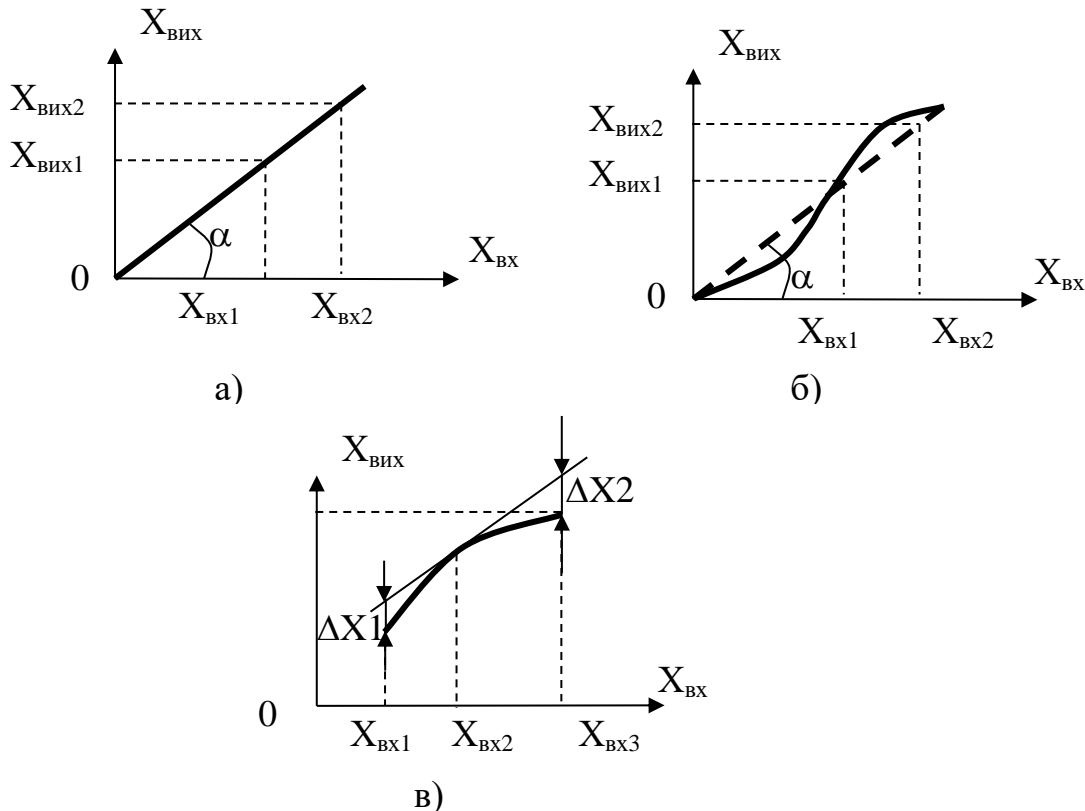
$$X_{\text{вих1}} / X_{\text{вх1}} \neq X_{\text{вих2}} / X_{\text{вх2}}. \quad (5.3)$$

Якщо нелінійність статичної характеристики невелика, то в робочому діапазоні ( $0 \dots X_{\text{вх2}}$ ) її можна лінеаризувати так, як це показано на рисунку 5.1б. Після лінеаризації нелінійна система розглядається як лінійна. Припустимість заміни нелінійної функції прямою лінією оцінюється за величиною можливих похибок через розбіжності (рисунок 5.2в).

Приблизно її можна оцінювати за величиною  $\Delta X_1 = \Delta X_2$  на границях інтервалу зміни  $X_{\text{вх}}$ . На рисунку 5.2а представлена система, яку можна назвати умовно лінійною. У такій системі  $X_{\text{вих}}$  не виходить за межі  $X_{\text{вх1}} - X_{\text{вх2}}$ .

Системи з істотною нелінійною статичною характеристикою називаються *нелінійними*. У цьому випадку можна використовувати діапазон, у якому працює система. На рисунку 5.2б наведена нелінійна статична характеристика системи, вхідний сигнал  $X_{\text{вх}}$  якої змінюється у вузькому діапазоні

$$X_{\text{BX1}} \leq X_{\text{BX}} \leq X_{\text{BX1}} + \Delta X_{\text{BX}}. \quad (5.4)$$



*a – лінійна; б, в – нелінійна*

*Рисунок 5.1 – Статичні характеристики систем*

При цьому вихідний сигнал  $X_{\text{ВИХ}}$  також розглядається у вузькому діапазоні

$$X_{\text{ВИХ1}} \leq X_{\text{ВИХ}} \leq X_{\text{ВИХ1}} + \Delta X_{\text{ВИХ}}. \quad (5.5)$$

Робочим діапазоном статичної характеристики є ділянка кривої  $ab$ . У цьому випадку цю ділянку доцільно лінеаризувати відрізком прямої, що з'єднує точки  $a$  і  $b$ . Коефіцієнт передачі системи на робочій ділянці лінеаризованої статичної характеристики

$$k_{\text{д}} = \Delta X_{\text{ВИХ}} / \Delta X_{\text{ВX}} = \text{tg}\alpha_1, \quad (5.6)$$

де  $\alpha_1$  – кут нахилу відрізка прямої  $ab$  до осі абсцис.

При зменшенні ділянки лінеаризації нелінійної характеристики (рисунок 5.2в) приріст  $\Delta X_{\text{ВX}}$  і  $\Delta X_{\text{ВИХ}}$  перетворюються на диференціали  $dX_{\text{ВX}}$  і  $dX_{\text{ВИХ}}$ .

Тоді вираз для коефіцієнта передачі набуде вигляду:

$$k_{\text{д}} = dX_{\text{ВИХ}} / dX_{\text{ВX}}. \quad (5.7)$$

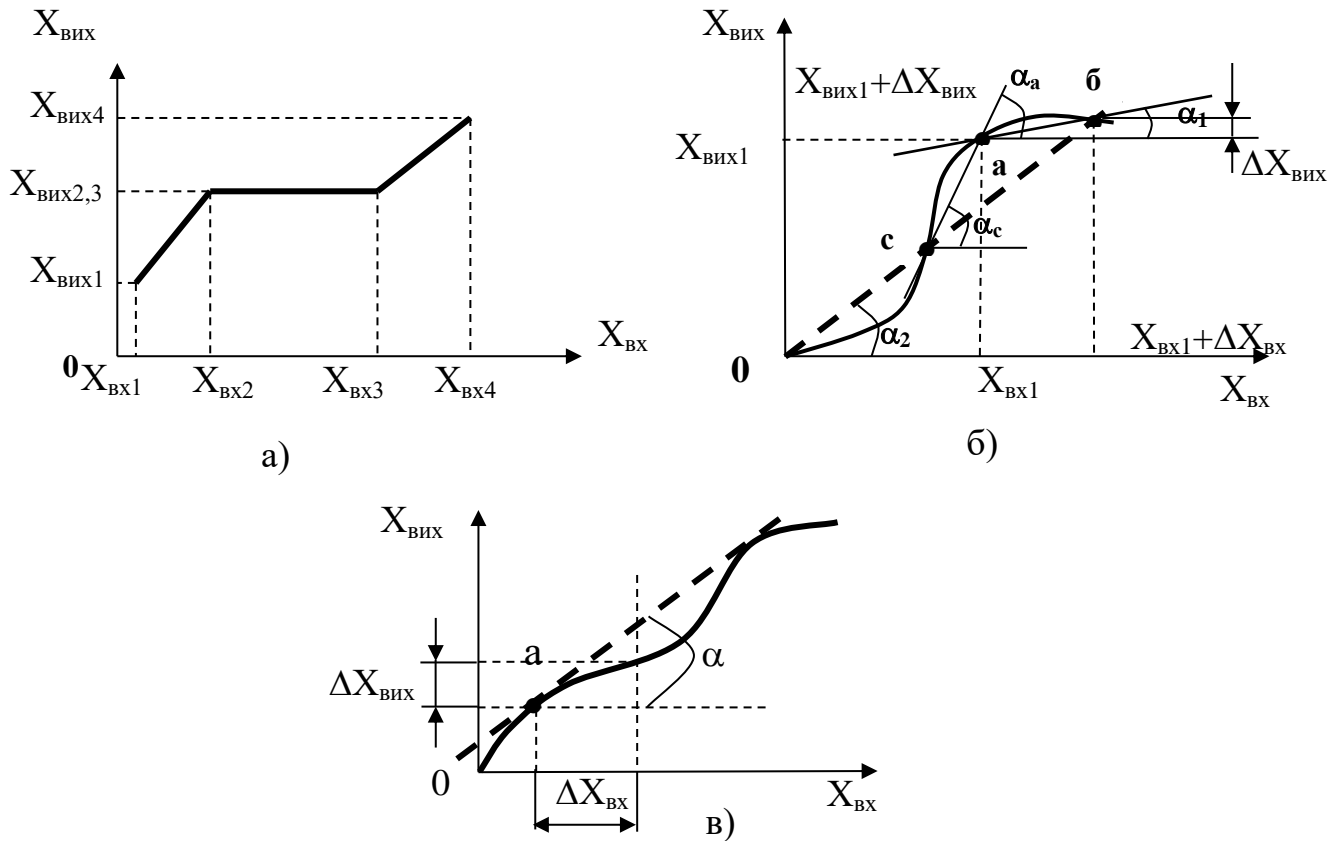


Рисунок 5.2 – Статичні характеристики систем із істотною нелінійністю

Таким чином, у досить малих діапазонах зміни вхідного сигналу коефіцієнт передачі  $k_d$  дорівнює значенню похідної  $dX_{\text{вих}} / dX_{\text{вх}}$  у точці, що відповідає даному значенню вхідного сигналу. Тому коефіцієнт передачі в цьому випадку прийнято називати *диференціальним*. Геометрично він дорівнює тангенсові кута нахилу дотичної до статичної характеристики у точці, що відповідає даному значенню вхідного сигналу.

Таким чином, у всіх розглянутих випадках можна користуватися рівнянням:

$$X_{\text{вих}} = k_d X_{\text{вх}}. \quad (5.8)$$

У процесі роботи автоматичної системи статичні характеристики окремих її елементів можуть змінюватися через старіння (наприклад, електронних ламп, транзисторів і інших). Якщо вихідна (номінальна) статична характеристика системи має вигляд кривої 1 (рисунок 5.3), то фактична її статична характеристика через вплив факторів (температури, вологості та інших) може мати, наприклад, вигляд кривої 2.

У цьому випадку абсолютна статична погрішність системи

$$\Delta X_c = X_{\text{вих}\phi} - X_{\text{вих}н}.$$

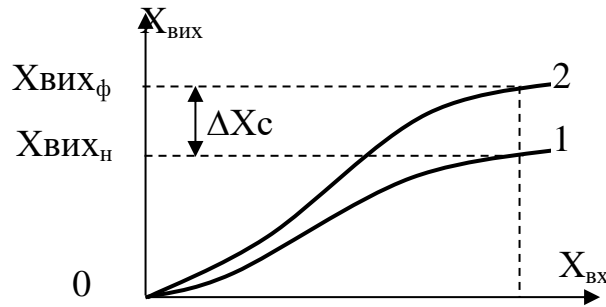


Рисунок 5.3 – Схема для визначення статичної погрешності  $\Delta X_c$

## 5.2 Динамічні властивості систем

Динамічні характеристики системи відбивають зміну вихідної величини у часі – у перехідному режимі, що виникає внаслідок зміни вхідної величини. Як уже вказувалося вище, перехід системи (при надходженні на її вхід сигналу) з одного статичного стану в інший відбувається не миттєво, а за деякий час. Характер зміни вихідного сигналу в цей час визначається динамічними властивостями системи.

У даний час використовуються декілька форм опису динамічних властивостей систем. Найбільш часто використовуються з цією метою лінійні диференціальні рівняння. Крім того, дуже широко використовуються поняття: передатна функція, частотні та тимчасові характеристики. Ці характеристики в явному або перетвореному вигляді встановлюють закономірність зміни вихідної величини системи в часі при відомому значенні вхідної величини.

Розглянемо зазначені характеристики в такій послідовності: часова характеристика, рівняння динаміки, передатна функція, частотні характеристики.

## 5.3 Часові характеристики систем

Часовою характеристикою називають графічне зображення процесу зміни вихідної величини як функції часу при переході системи з одного статичного стану до іншого у результаті надходження на вхід системи деякого типового сигналу. За типовий часто приймається східчастий (стрибкоподібний) одиничний вхідний сигнал (рисунок 5.4а). Графічне зображення реакції системи на східчастий одиничний сигнал називається *перехідною характеристикою*. На рисунку 5.4б представлені найбільш характерні графіки зміни у часі вихідного сигналу при східчастому одиничному вхідному сигналі.

Час, протягом якого вихідна величина при монотонній її зміні переходить з одного сталого стану в інший при надходженні на вхід системи східчастого одиничного сигналу, визначає її інерційність.

Монотонні (не коливальні) перехідні процеси можуть мати або експонентний характер (рисунок 5.4б, крива 1), або S-подібний (із затягнутою початковою ділянкою) (рисунок 5.4б, крива 2). Експонентний характер зміни сигналу аналітично визначається залежністю:



$$X_{вих} = k(1 - \exp(-t/T)), \quad (5.10)$$

де  $k$  – коефіцієнт передачі системи;

$T$  – постійна часу, що визначає ступінь інерційності системи.

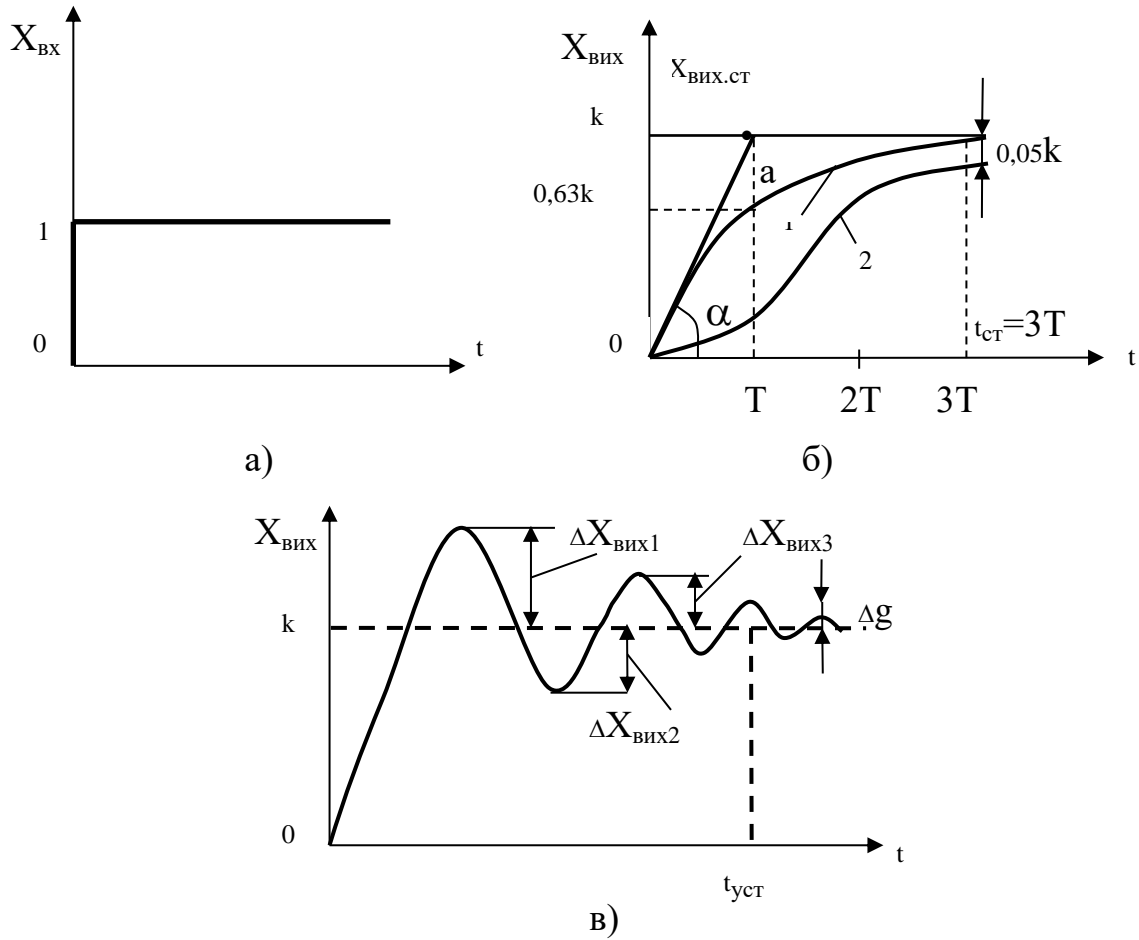


Рисунок 5.4 – Одиничний східчастий сигнал (а) на систему та її перехідні (б, в) характеристики

При східчастому одиничному вхідному сигналі  $X_{вх} = 1$  вираз (5.10) при  $t = \infty$  набуває вигляду:

$$X_{вих.ст} = k. \quad (5.11)$$

Таким чином, якщо вихідний сталий стан системи прийняти за нульовий, то після закінчення перехідного процесу при східчастому одиничному вхідному сигналі вихідний сигнал набуває значення  $k$ , що дорівнює статичному коефіцієнтові передачі системи.

Похідна виразу (5.10) має вигляд:

$$\frac{dX_{вих}}{dt} = k \exp\left(\frac{-t/T}{T}\right). \quad (5.12)$$

$$\text{При } t = 0; dX_{вих}/dt = \operatorname{tg} \alpha = k/T. \quad (5.13)$$

Якщо до експонентного графіка (рисунок 5.4б) на початку координат провести дотичну, то вона перетне пряму, рівнобіжну осі абсцис з координатою  $k$ , що дорівнює сталому значенню вихідного сигналу, у точці  $a$ , абсциса якої  $T$  дорівнює постійній часу системи (відрізок часу 0). З цього зрозумілий геометричний зміст постійної часу:

$$T = k/\operatorname{tg} \alpha \text{ (при } t = 0). \quad (5.14)$$

Теоретично експонента не досягає  $X_{\text{вих.ст}}$ . Однак практично вже при  $t = 3T$  вихідна величина досить близько наближується до її сталого значення

$$X_{\text{вих}} = \kappa \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}}) = \kappa \cdot (e^{-3}) = \kappa \cdot (1 - 0.05) = 0,95 \cdot \kappa . \quad (5.15)$$

Похибка складає всього 5%. Враховуючи це, за тривалість перехідного (експонентного) процесу приймають час, який дорівнює трьом постійним часу:  $t_{\text{ст}} = 3T$ . При «S»-подібних та коливальних перехідних процесах (рисунок 5.4б, крива 2; рисунок 5.4в) за його тривалість приймається час, протягом якого вихідна величина набуває значення, яке дорівнює сталому значенню вихідної величини з динамічною погрішністю  $\Delta_d$ , прийнятою в технічних умовах для системи, що розглядається. Під абсолютною динамічною погрішністю  $\Delta_d$  приймають різницю між поточним значенням вихідної величини в даний момент часу і її сталим значенням:

$$\Delta_d = X_{\text{вих}}(t) - X_{\text{вих.ст}} . \quad (5.16)$$

Як впливає з виразу (5.16), динамічна погрішність є функцією часу.

## 6 Рівняння динаміки технічних систем. Передатні функції динамічних систем

### План

6.1 Диференціальне рівняння ланки. Типові динамічні ланки. Диференціальне рівняння системи.

6.2 Передатна функція ланки. Передатна функція системи.

6.3 Математичне моделювання складних динамічних систем.

#### 6.1 Диференціальне рівняння ланки

Для лінійних ланок залежність вихідної величини під час перехідного режиму може бути записана за допомогою лінійного диференціального рівняння, що зв'язує між собою вхідну та вихідну величини. Причому, будь-яка система може бути розбита на елементарні ланки, що описуються диференціальним рівнянням, що мають порядок, не нижче другого.

Загальний вигляд диференціального рівняння будь-якої елементарної ланки записується у такий спосіб:

$$A_2 \frac{d^2 x_{\text{вих}}}{dt^2} + A_1 \frac{dx_{\text{вих}}}{dt} + A_0 x_{\text{вих}} = B_2 \frac{d^2 x_{\text{вх}}}{dt^2} + B_1 \frac{dx_{\text{вх}}}{dt} + B_0 x_{\text{вх}}, \quad (6.1)$$

де  $A_0, A_1, A_2, B_0, B_1, B_2$  – постійні коефіцієнти диференціального рівняння.

Це рівняння може бути представлено у операторній формі:

$$(A_2 p^2 + A_1 p + A_0) \bar{X}_{\text{вих}}(p) = (B_2 p^2 + B_1 p + B_0) \bar{X}_{\text{вх}}(p), \quad (6.2)$$

або  $(A_2 s^2 + A_1 s + A_0) \bar{X}_{\text{вих}}(s) = (B_2 s^2 + B_1 s + B_0) \bar{X}_{\text{вх}}(s),$

де символом  $p$  або  $s$  позначається оператор Лапласа, на який при записі диференціального рівняння в операторній формі поширюються правила алгебраїчних дій. Це в значній мірі полегшує дослідження процесів в автоматичних системах управління. Дорівнюючи до нуля окремі члени виразу (6.1), можна одержати диференціальні рівняння для основних типових ланок.

#### Типові динамічні ланки

Різноманіття елементів автоматичної системи, що відрізняються один від одного фізичною природою, конструкцією, призначенням, істотно ускладнює дослідження проходження в них сигналів. Тому у теорії автоматичного управління автоматичні системи представляють як сукупність деякої обмеженої кількості взаємодіючих ланок, що відрізняються тільки характером перетворення в них сигналів, тобто залежністю між вхідними і вихідними величинами.

Під *типовою динамічною ланкою* розуміється штучно виділена частина системи автоматичного управління, динамічні процеси у якій описуються диференціальним рівнянням не вище другого порядку. До основних типових динамічних ланок відносяться: безінерційна ланка, інерційна ланка, інтегруюча, диференційна, коливальна, запізнювальна ланки. Приклади типових динамічних ланок:

- *безінерційна ланка* – електронна підсилювальна лампа, важіль, механічний редуктор. Диференціальне рівняння:

$$X_{\text{вих}} = kX_{\text{вх}}, W(s) = k; \quad (6.3)$$

- *інерційна ланка* – термopapa, магнітний підсилювач, ланцюги R-C, R-C-R. Диференціальне рівняння інерційної ланки:

$$T \frac{dx_{\text{вих}}}{dt} + x_{\text{вих}} = kX_{\text{вх}}, W(s) = \frac{k}{Ts + 1}; \quad (6.4)$$

- *інтегруюча ланка* – електричний двигун, поршневий гідродвигун, контур з ємністю. Диференціальне рівняння інтегруючої ланки:

$$T \frac{dx_{\text{вих}}}{dt} = kX_{\text{вх}}, W(s) = \frac{k}{s}; \quad (6.5)$$

- *диференціююча ланка* – маса із пружиною, ланцюги C-R, R-L. Диференціальне рівняння диференціюючої ланки:

$$T_2 \frac{dx_{\text{вих}}}{dt} + x_{\text{вих}} = kT_1 \frac{dx_{\text{вх}}}{dt}, W(s) = \frac{kT_1 s}{T_2 s + 1}; \quad (6.6)$$

- *коливальна ланка* – конічний відцентровий тахометр, маса із пружиною, ланцюг R-C-L. Диференціальне рівняння коливальної ланки:

$$T_1 \frac{d^2 x_{\text{вих}}}{dt^2} + T_2 \frac{dx_{\text{вих}}}{dt} + x_{\text{вих}} = kx_{\text{вх}}, W(s) = \frac{k}{T_1 s^2 + T_2 s + 1}; \quad (6.7)$$

- *запізнювальна ланка* – конвеєр, накопичувач (рухомий), довга лінія. Рівняння динаміки запізнювальної ланки:

$$x_{\text{вих}} = x_{\text{вх}}(t - T), \text{ або } x_{\text{вих}} = \exp(-Ts); \quad (6.8)$$

- *інтегродиференціююча ланка*. Диференціальне рівняння:

$$T_2 \frac{dx_{\text{вих}}}{dt} + x_{\text{вих}} = k \left( T_1 \frac{d^2 x_{\text{вх}}}{dt^2} + x_{\text{вх}} \right), W(s) = \frac{k(T_1 s + 1)}{T_2 s + 1}. \quad (6.9)$$

Динамічні характеристики типових ланок досліджені і записані як довідковий матеріал у підручниках з ТАУ. Обмежена кількість динамічних ланок дозволяє прискорити процес розробки моделей систем. Модель, складену з типових динамічних ланок, досліджують і при необхідності коректують або вводять додаткові елементи.

### **Диференціальне рівняння системи**

У загальному випадку, система автоматичного управління, що складається з типових ланок, описується лінійним диференціальним рівнянням  $n$ -го порядку:

$$\begin{aligned} A_n \frac{d^n x_{eux}}{dt^n} + A_{n-1} \frac{d^{n-1} x_{eux}}{dt^{n-1}} + \dots + A_2 \frac{d^2 x_{eux}}{dt^2} + A_1 \frac{dx_{eux}}{dt} + A_0 x_{eux} = \\ = B_n \frac{d^n x_{ex}}{dt^n} + B_{n-1} \frac{d^{n-1} x_{ex}}{dt^{n-1}} + \dots + B_2 \frac{d^2 x_{ex}}{dt^2} + B_1 \frac{dx_{ex}}{dt} + B_0 x_{ex}. \end{aligned} \quad (6.10)$$

Складна система, як правило, містить велику кількість елементів. З цього зрозуміло, наскільки трудомісткою роботою є визначення диференціального рівняння системи. Не менш трудомістким є процес дослідження та вирішення такого рівняння. Рішення диференціального рівняння системи дозволяє судити про якість функціонування системи.

### **6.2 Передатна функція ланки**

Як уже було відзначено, складна автоматична система містить велику кількість елементів, з'єднаних послідовно, паралельно і зустрічно-паралельно. З цього зрозуміло, наскільки трудомісткою роботою є складання диференціального рівняння системи за диференціальними рівняннями її ланок. У зв'язку з цим, для вирішення диференціального рівняння застосовується математична операція – перетворення Лапласа.

Сутність перетворення Лапласа полягає в тому, що замість змінної  $x(t)$  розглядається відповідна їй змінна  $X(s)$ , яка визначається за допомогою інтегралу

$X(s) = \int_0^{\infty} \exp(-st)x(t)dt$ , де  $s$  – комплексна змінна, яка називається

оператором. У зв'язку з цим, перетворення Лапласа часто називають операторним обчисленням. В операторному обчисленні функцію часу  $x(t)$  називають оригіналом функції  $X(s)$ , а відповідну їй функцію  $X(s)$  – відображенням функції  $x(t)$ . Операцію переходу від позовної функції  $x(t)$  до її відображення  $X(s)$  називають прямим перетворенням Лапласа, а операцію переходу від відображення  $X(s)$  до шуканої функції  $x(t)$  називають зворотним перетворенням Лапласа. Диференціал замінюється множенням, інтеграл – діленням. Таке перетворення перетворює диференціальне рівняння в алгебраїчне, що набагато спрощує вирішення задачі.

Передатна функція ланки визначається у вигляді:

$$W(s) = \frac{x_{вих}(s)}{x_{вх}(s)}, \quad (6.11)$$

де  $x_{вих}(s)$  і  $x_{вх}(s)$  – Лапласові відображення вихідної і вхідної величин.

Отже, передатна функція елемента виходить з Лапласових лівої і правої частин диференціального рівняння при нульових початкових умовах (у стані спокою). Таким чином, як виходить із залежності 6.11:

$$x_{вих}(s) = W(s)x_{вх}(s). \quad (6.12)$$

### **Передатна функція системи**

У тих випадках, коли всі елементи системи можна описати диференціальним рівнянням, передатні функції є основними характеристиками для аналізу роботи системи. Вони дозволяють легко уявити математичну модель системи у вигляді структурної схеми, що складається з окремих елементів.

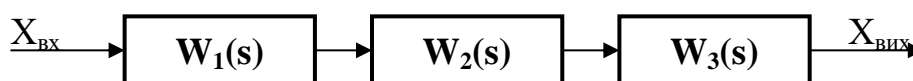
Визначивши передатні функції окремих елементів (ланок) системи автоматичного управління, можна знайти передатну функцію системи в цілому, вирішуючи систему елементарних алгебраїчних рівнянь вигляду:

$$x_{вих}(s) = W(s)x_{вх}(s) \quad (6.13)$$

методом послідовного виключення проміжних ланок.

При послідовному з'єднанні (рисунок 6.1) передатна функція системи дорівнює добутковій передатних функцій окремих ланок:

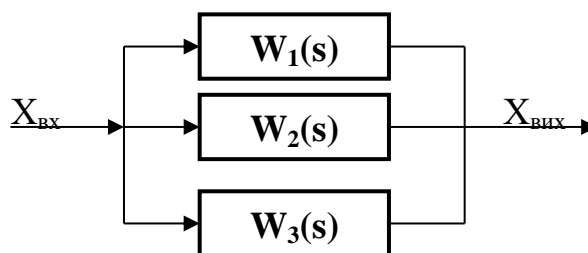
$$W(p) = W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot W_3(s). \quad (6.14)$$



*Рисунок 6.1 – Структурна схема послідовно з'єднаних ланок*

При паралельному з'єднанні ланок (рисунок 6.2) передатна функція системи дорівнює сумі передатних функцій цих ланок:

$$W(s) = W_1(s) + W_2(s) + W_3(s). \quad (6.15)$$

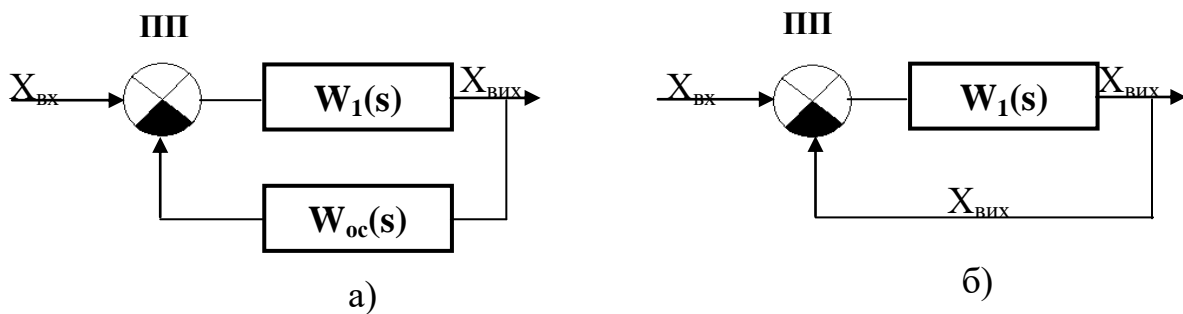


*Рисунок 6.2 – Структурна схема паралельно з'єднаних ланок*

При зустрічно-паралельному з'єднанні ланок із блоком зворотного зв'язку (рисунок 6.3а) та при зустрічно-паралельному з'єднанні ланок без блоку зворотного зв'язку (рисунок 6.3б) передатні функції системи мають вигляд: (6.16)

$$W(s) = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s)W_{oc}(s)}; \quad W(s) = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s)}. \quad (6.16)$$

Еквівалентні перетворення структурних схем динамічних систем представлені на рисунку 6.4.



а – з блоком зворотного зв'язку  $W_{oc}(s)$ ;  
б – без блоку зворотного зв'язку

Рисунок 6.3 – Структурна схема зустрічно-рівнобіжного з'єднання ланок

З урахуванням формул (6.14, 6.15, 6.16, 6.17) для знаходження передатних функцій з'єднань, основними правилами еквівалентного перетворення структурних схем є:

- відповідно до формули (6.14) і рисунку 6.1, ланки, з'єднані послідовно, можна замінити одною ланкою із передатною функцією, яка дорівнює сумі передатних функцій послідовно з'єднаних ланок;
- відповідно до формули (6.15) і рисунку 6.2, ланки, з'єднані паралельно, можна з'єднати одною ланкою із передатною функцією, яка дорівнює сумі передатних функцій, паралельно з'єднаних ланок;
- ланки, з'єднані зустрічно-паралельно (рисунок 6.3а, б), можна замінити однією ланкою із передатною функцією, яка визначається згідно з формулами (6.16, 6.17);
- зовнішній вплив  $f$ , прикладений до виходу ланки (рисунок 6.4а) із передатною функцією  $W_1(s)$ , можна перенести на його вхід (рисунок 6.4б), помістивши між впливом і входом ланки додаткову ланку із передатною функцією  $1/W_2(s)$ ;
- зовнішній вплив  $f$ , прикладений до входу ланки (рисунок 6.4в) із передатною функцією  $W_1(s)$ , можна перенести на його вихід (рисунок 6.4г),

помістивши між впливом і виходом ланки додаткову ланку із тією ж передатною функцією  $W_1(s)$ ;

- точку приєднання будь-якого структурного зв'язку від виходу ланки, що має передатну функцію  $W_1(s)$  (рисунок 6.4д), можна перенести на його вхід, включивши в цей зв'язок додаткову ланку із передатною функцією  $W_1(s)$  (рисунок 6.4е);

- точку приєднання будь-якого структурного зв'язку, що відходить від входу ланки із передатною функцією  $W_1(s)$  (рисунок 6.4ж), можна перенести на його вхід, включивши в цей зв'язок додаткову ланку із передатною функцією  $1/W_1(s)$  (рисунок 6.4з).

За допомогою перерахованих правил структурні схеми з перерахованими зв'язками можна перетворити в структурні схеми без перехресних зв'язків; багатоконтурні автоматичні системи управління представити еквівалентними одноконтурними структурами.

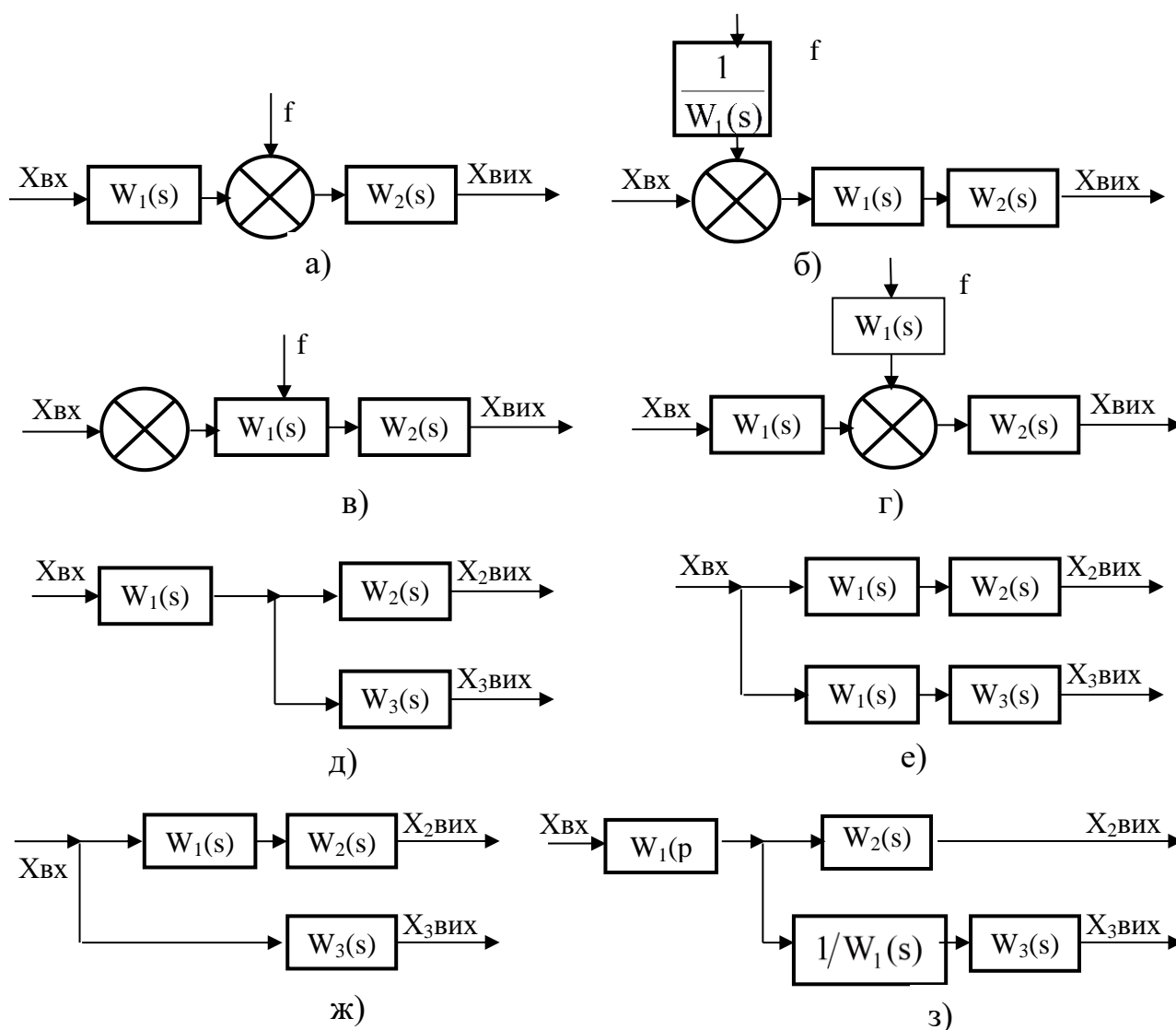


Рисунок 6.4 – Перетворення структурних схем динамічних систем



### 6.3 Математичне моделювання складних динамічних систем

Вивчення та дослідження складних динамічних систем, які складаються з багатьох динамічних ланок, на практиці викликає певні труднощі. Диференціальні рівняння, а також передатні функції, які описують процеси, що мають місце в динамічних системах, не завжди лінійні, що ускладнює аналітичні дослідження. Тому на практиці дуже часто для дослідження та вивчення поведінки складних динамічних систем, механічних або системи управління, використовуються різноманітні методи моделювання за допомогою ПЕОМ. Серед усіх найбільше розповсюдження отримало візуальне моделювання, для чого можуть використовуватися прикладні пакети або програми MATLAB & Simulink 5.0, VisSim 5.0 (фірма Visual Solution), MBTU 3.5 (розробка МГТУ ім. В. Е. Баумана), Anylogic 5.0 (фірма XJ Technologies) та інші.

При подібному способі моделювання складна система, поведінку якої треба дослідити, складається з типових динамічних ланок, які пов'язані між собою певним чином (рисунки 6.5, 6.6). Подібні моделі не потребують структурних перетворень та практично не мають обмежень за кількістю динамічних ланок, оскільки всі розрахунки виконує ПЕОМ за спеціальними алгоритмами.

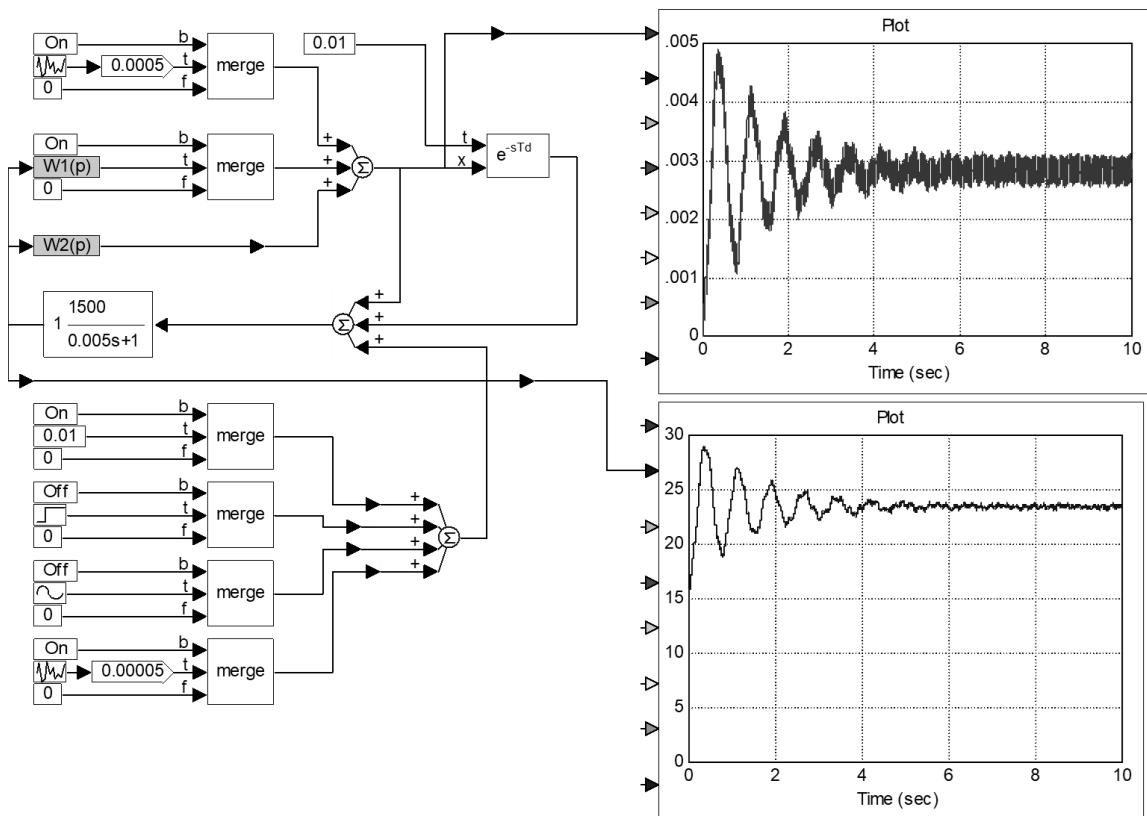


Рисунок 6.5 – Модель динамічної системи, розробленої у пакеті VisSim 5.0

Наприклад, на рисунку 6.6 зображена класична динамічна модель системи пристосування – інструмент-деталь, що містить у собі процес різання.

Модель побудована за допомогою пакету MBTU 3.5. Змінюючи у діалоговому режимі вхідні значення подачі ( $S_{xo}$ ,  $S_{yo}$ ) або глибини різання ( $b(t)$ ,  $a(t)$ ), на дисплеї монітору ПЕОМ можна отримувати різні значення вихідної величини (графік 1, графік 2) – переміщення складових елементів пружної системи.

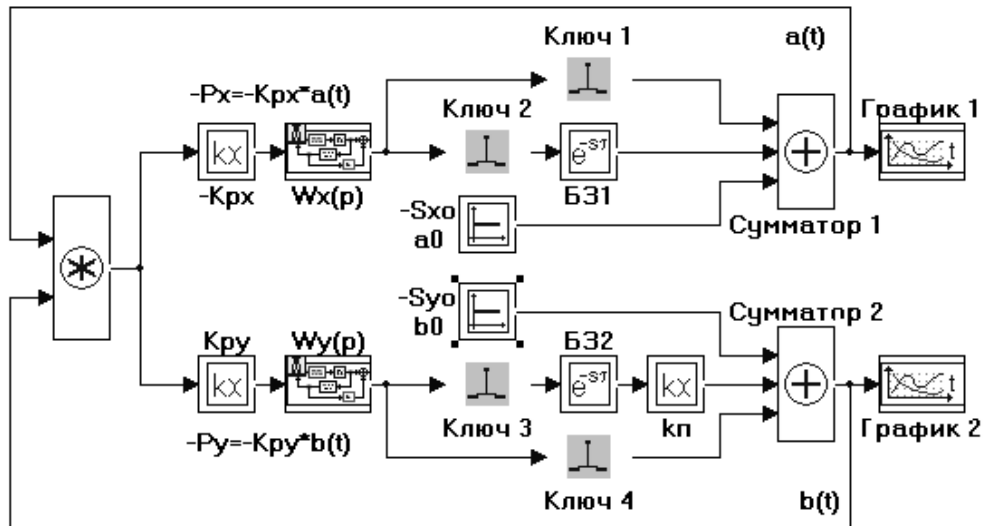


Рисунок 6.6 – Модель динамічної системи, розробленої у пакеті MBTU 3.5

## 7 Частотні характеристики систем управління. Визначення стійкості систем та якості управління

### План

- 7.1 Частотні характеристики систем.
- 7.2 Стійкість систем.
- 7.3 Якість процесу управління.

#### 7.1 Частотні характеристики систем

Якщо на вхід системи (рисунок 7.1а) подати синусоїдальні (гармонійні) коливання з постійними амплітудою і частотою

$$x_{ex}(t) = A_{ex} \sin(\omega \cdot t), \quad (7.1)$$

то після загасання перехідного процесу на виході також виникнуть синусоїдальні коливання

$$x_{ex}(t) = A_{ex} \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad (7.2)$$

з тією же частотою, але з іншою амплітудою і зміщені за фазою, щодо вхід-

них коливань (рисунок 7.1б, в).

На комплексній площині вхідна величина

$$\bar{x}_{\text{вх}}(t) = A_{\text{вх}} \sin(\omega \cdot t) \quad (7.3)$$

для кожного значення часу, наприклад  $t_1$ , визначається вектором  $A_{\text{вх}}$ , проведеним з початку координат під кутом  $\omega t_1$ .

Як впливає з рисунку 7.1г, дійсна частина гармонійної вхідної величини, представлена в комплексній формі, дорівнює  $A_{\text{вх}} \cos \omega t_1$ , а уявна –  $A_{\text{вх}} \sin \omega t_1$ .

Позначивши значення комплексної вхідної величини для різних значень часу у вигляді  $X_{\text{вх}}(t)$ , одержимо вираз для вхідної величини в комплексній тригонометричній формі:

$$\bar{x}_{\text{вх}}(t) = A_{\text{вх}} (\cos \omega t + j \sin \omega t) . \quad (7.4)$$

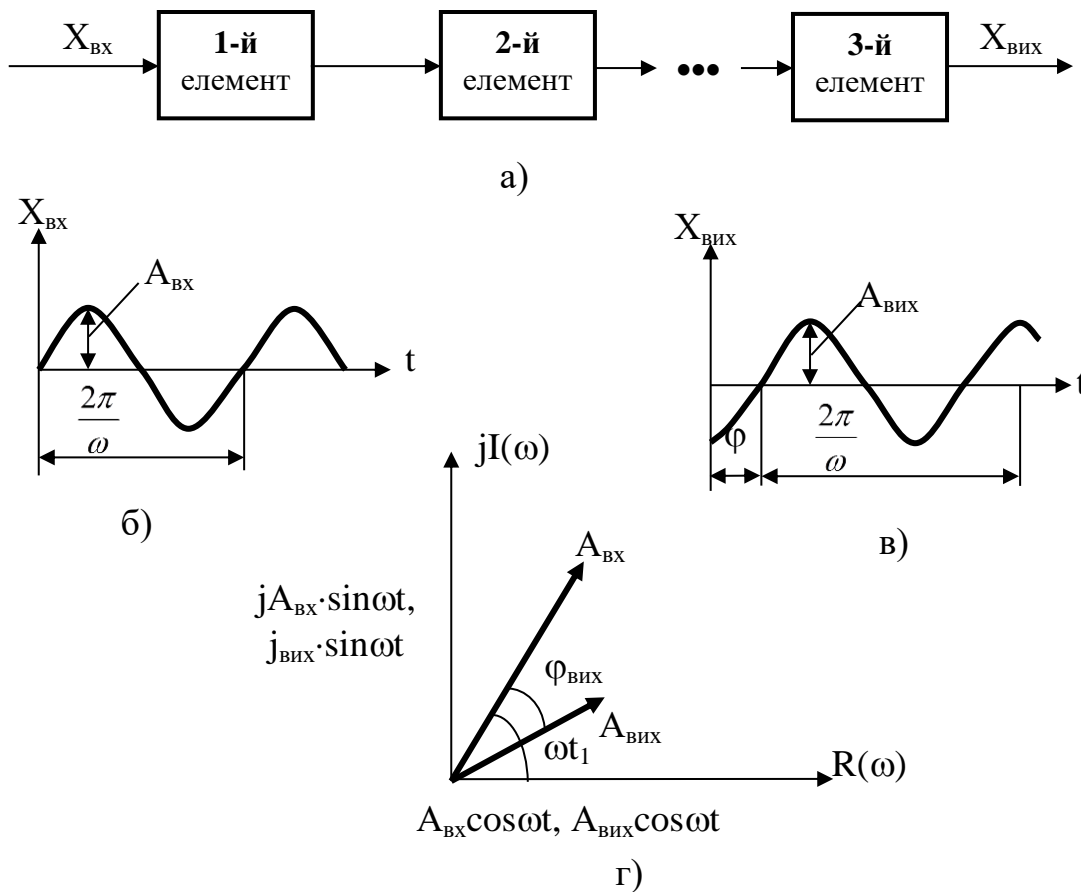


Рисунок 7.1 – Проходження сталих гармонійних коливань через систему (а, б, в) та зображення вхідних і вихідних величин у вигляді векторів на комплексній площині

Якщо використати формулу Ейлера

$$e^{j\omega t} = \exp(j\omega t) = \cos(\omega t) + j \sin(\omega t), \quad (7.5)$$

то вхідна величина в комплексній показовій формі буде мати вигляд:

$$\bar{x}_{\text{вх}}(t) = A_{\text{вх}} e^{j\omega t} = A_{\text{вх}} \exp(j\omega t). \quad (7.6)$$

За аналогією, використовуючи формулу Ейлера, вихідна величина в комплексній показовій формі буде мати вигляд:

$$\bar{x}_{\text{вих}}(t) = A_{\text{вих}} e^{j(\omega t + \varphi_{\text{вих}})} = A_{\text{вих}} \exp[j(\omega t + \varphi_{\text{вих}})]. \quad (7.7)$$

Подаючи на вхід системи гармонійні коливання з однією і тією ж амплітудою, але з різними частотами, на виході системи одержуємо гармонійні коливання з тими ж частотами, але з різними амплітудами і фазами щодо вхідних коливань.

Якщо початкова фаза вхідної величини не дорівнює нулю, то в загальному випадку залежність від часу  $x_{\text{вх}}$  та  $x_{\text{вих}}$  буде мати вигляд:

$$\bar{x}_{\text{вх}}(t) = A_{\text{вх}} e^{j(\omega t + \varphi_{\text{вх}})} = A_{\text{вх}} \exp[j(\omega t + \varphi_{\text{вх}})], \quad (7.8)$$

$$\bar{x}_{\text{вих}}(t) = A_{\text{вих}} e^{j(\omega t + \varphi_{\text{вих}})} = A_{\text{вих}} \exp[j(\omega t + \varphi_{\text{вих}})]. \quad (7.9)$$

Відношення вихідної величини до вхідної, вираженої в комплексній формі, називають комплексною частотною характеристикою (КЧХ) системи:

$$\frac{\bar{x}_{\text{вих}}(t)}{\bar{x}_{\text{вх}}(t)} = \frac{A_{\text{вих}}}{A_{\text{вх}}} \cdot e^{j(\varphi_{\text{вих}} - \varphi_{\text{вх}})} = \frac{A_{\text{вих}}}{A_{\text{вх}}} \exp[j(\varphi_{\text{вих}} - \varphi_{\text{вх}})] = W(j\omega), \quad (7.10)$$

де  $W(j\omega)$  – комплексна частотна характеристика (КЧХ) системи.

Відношення амплітуд  $A_{\text{вих}}/A_{\text{вх}}$  є модулем КЧХ і має назву амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) системи та позначається  $W(\omega)$ .

Різниця між фазами  $(\varphi_{\text{вих}} - \varphi_{\text{вх}})$  – є фазою КЧХ і називається фазочастотною характеристикою (ФЧХ) системи, яка позначається  $\varphi(\omega)$ .

Прийнявши до уваги поняття амплітудно-частотної та фазочастотної характеристики, комплексну частотну характеристику системи можна представити у вигляді:

$$W(j\omega) = W(\omega) e^{j\varphi(\omega)} = W(\omega) \exp[j\varphi(\omega)]. \quad (7.11)$$

КЧХ можна представити у декартових координатах на комплексній площині, як геометричну суму дійсної та уявної частин:

$$W(j\omega) = \text{Re}(\omega) + j \text{Im}(\omega), \quad (7.12)$$

де  $\text{Re}(\omega)$  – дійсна частина комплексної частотної характеристики;  
 $\text{Im}(\omega)$  – уявна частина (рисунок 7.3).

Комплексна частотна характеристика не залежить від часу. У цьому її принципова відмінність від часової характеристики.

Змінюючи частоту коливань  $\omega$  від 0 до  $\infty$ , можна побачити, що кінець вектору КЧХ прокреслить на комплексній площині криву, яку прийнято називати годографом вектора КЧХ (рисунок 7.2).

Графічне зображення КЧХ на комплексній площині у вигляді векторів (рисунок 7.3) широко використовується для інженерних розрахунків:

$$W(j\omega) = \text{Re}(\omega) + j \text{Im}(\omega). \quad (7.13)$$

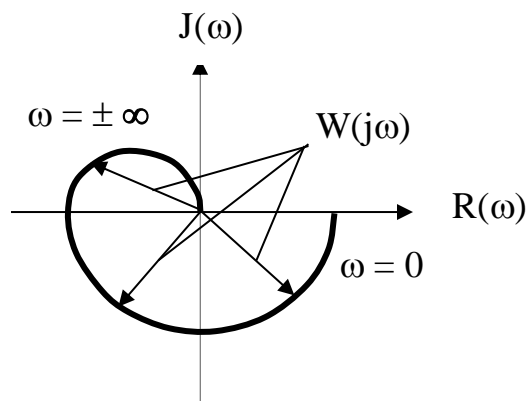


Рисунок 7.2 – Комплексна частотна характеристика на комплексній площині

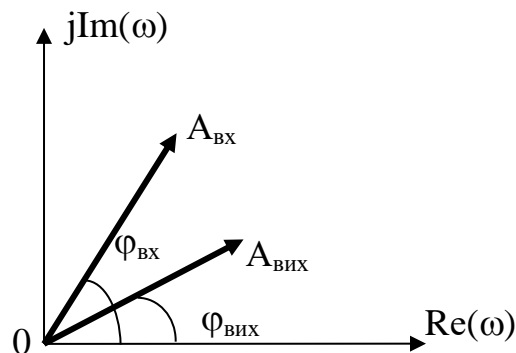


Рисунок 7.3 – Зображення вхідних і вихідних величин у вигляді векторів на комплексній площині

З рисунку 7.3 випливає, що вираз для АЧХ буде мати вигляд:

$$W(\omega) = \sqrt{\text{Re}^2(\omega) + \text{Im}^2(\omega)}, \quad (7.14)$$

а для ФЧХ:

$$\varphi(\omega) = -\arctan \frac{\text{Im}(\omega)}{\text{Re}(\omega)}. \quad (7.15)$$

Частотні характеристики широко використовуються в інженерній практиці при аналізі, синтезі та розрахунках автоматичних систем. Особливо їхньою перевагою є те, що їх можна одержати експериментальним шляхом. Це особливо важливо для систем, аналітичне рішення яких не є можливим одержати через складність або невизначеність об'єкта з погляду математичного опису технологічного процесу.

## 7.2 Стійкість систем

Однією з основних характеристик автоматичних систем є їх стійкість. Під стійкістю розуміється властивість системи повертатися до стану сталої рівноваги після усунення збудження, що порушує зазначену рівновагу. В автоматичній системі використовуються тільки стійкі автоматичні системи.

У перехідному процесі варто розглядати дві складові сигналу: перша – вимушена складова, а друга – перехідна складова. Таким чином, зміна вихідної величини в плинні перехідного процесу має дві складові:

$$x_{вих} = x_{0вих} + x_{вих}(t). \quad (7.16)$$

Для загасаючого перехідного процесу  $x_{вих}(t) \rightarrow 0$ . Перехідна складова вихідної величини є рішенням однорідного диференціального рівняння, що характеризує динамічні властивості системи.

На практиці застосовуються три методи визначення стійкості автоматичних систем: аналітичний, алгебраїчний та частотний.

При аналітичному визначенні стійкості системи необхідно знайти її диференціальні рівняння, а потім проінтегрувати їх. Визначивши постійні інтегрування і комплексні корені, можна установити стійкість лінійної системи. Система вважається стійкою, якщо всі речовинні корені і речовинні частини комплексних коренів рівняння – від'ємні.

Однак вирішення диференціальних рівнянь високого порядку має значні труднощі. Тому знаходять спеціальні ознаки (критерії), за якими можна судити про стійкість системи без вирішення диференціального рівняння.

Дуже прості алгебраїчні критерії були запропоновані математиками Раусом і Гурвицем. Вони запропонували критерії, при знаходженні яких використовується матриця або визначник, складені за особливими правилами з коефіцієнтів однорідного диференціального рівняння.

Коефіцієнти матриці Рауса визначаються нерівностями, складеними за особливими правилами з коефіцієнтів характеристичного поліному однорідного диференціального рівняння. Запис ведеться у вигляді таблиці. Система буде стійкою, якщо усі величини першого стовпця таблиці є додатними.

Математик Гурвиць використовував для оцінювання стійкості визначник, також складений за певним правилом з коефіцієнтів характеристичного рівняння. Система вважається стійкою, якщо визначник – додатний.

При всій простоті цих критеріїв вони мають одне обмеження – система повинна описуватися диференціальними рівняннями невисокого порядку (не вище п'ятого). В інших випадках більш зручно досліджувати стійкість системи за допомогою частотних критеріїв Михайлова або Найквіста. Ці критерії мають велику наочність, практично не мають обмежень за порядком диференціального рівняння, яким описується система. Частотні критерії Найквіста та Михайлова зводяться до вивчення кривої (годографу), що може бути побудована порівняно просто.

За виглядом годографу Михайлова (названого на честь автора – Михайлова) можна судити про стійкість системи. Система буде стійкою, якщо при зростанні частоти коливань  $\omega$  від 0 до  $\infty$  вектор  $W(j\omega)$  обходить, починаючи з позитивної дійсної вісі, послідовно в позитивному напрямку (проти часової стрілки) “ $n$ ” квадрантів комплексної площини (рисунок 7.4а). В іншому випадку система вважається не стійкою (рисунки 7.4б, 7.4в).

Для використання критерію Найквіста також необхідно будувати годограф  $W(j\omega)$ . На відміну від критерію Михайлова, годограф Найквіста будується для розімкненої системи.

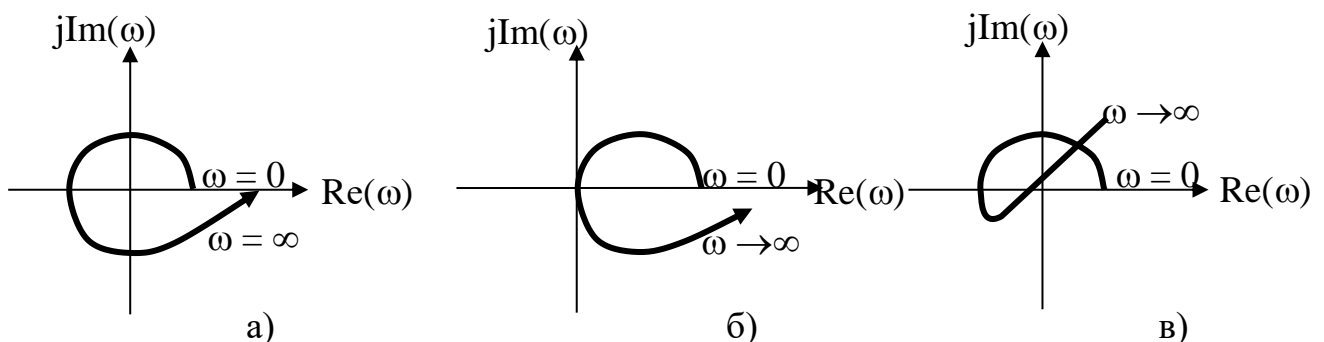


Рисунок 7.4 – Годографи Михайлова стійких (а) і нестійких (б, в) систем

Система вважається стійкою, якщо при зростанні частоти коливань  $\omega$  від 0 до  $\infty$  вектор  $W(j\omega)$  обходить, починаючи з позитивної дійсної вісі, послідовно в позитивному напрямку (проти часової стрілки)  $n$  квадрантів комплексної площини, де  $n$  число коренів характеристичного поліному диференціального рівняння, яким описується система. В іншому випадку система також вважається не стійкою.

### 7.3 Якість процесу управління

Динамічні властивості системи складають якість процесу управління. За ними можна визначити поведінку систем у початковий момент часу, характер зміни вихідної величини у перехідному процесі, поведінку системи при її наблизенні до нового сталого значення. Якість процесу управління оцінюється такими показниками: видом кривої перехідного процесу, часом затримки, часом швидкодії, найбільшою амплітудою перехідного процесу,

величиною припустимої похибки, часом перехідного процесу.

При експонентному перехідному процесі (рисунок 7.5а) якість процесу управління оцінюється такими параметрами:  $t_3$  – час запізнювання, протягом якого вихідна величина змінюється від нуля до половини свого сталого значення;  $t_6$  – час швидкодії, протягом якого вихідна величина змінюється від нуля до 90% свого сталого значення;  $\varepsilon$  – помилка, відхилення величини від сталого значення  $x_{\text{вих.ст}}$ ;  $t_{\text{п}}$  – час перехідного процесу.

При коливальному перехідному процесі (рисунок 7.5б) якість процесу управління оцінюється, крім прийнятих, такими параметрами:  $t_y$  – час установлення, протягом якого вихідна величина досягає максимального значення,  $t_n$  – величина перерегулювання, яка є різницею між максимальним значенням відхилення вихідної величини і сталого значення, віднесена до сталого значення, помножена на 100%:

$$\sigma = \frac{X_{\text{вих.мах}} - X_{\text{вих.ст}}}{X_{\text{вих.ст}}} \cdot 100\% . \quad (7.17)$$

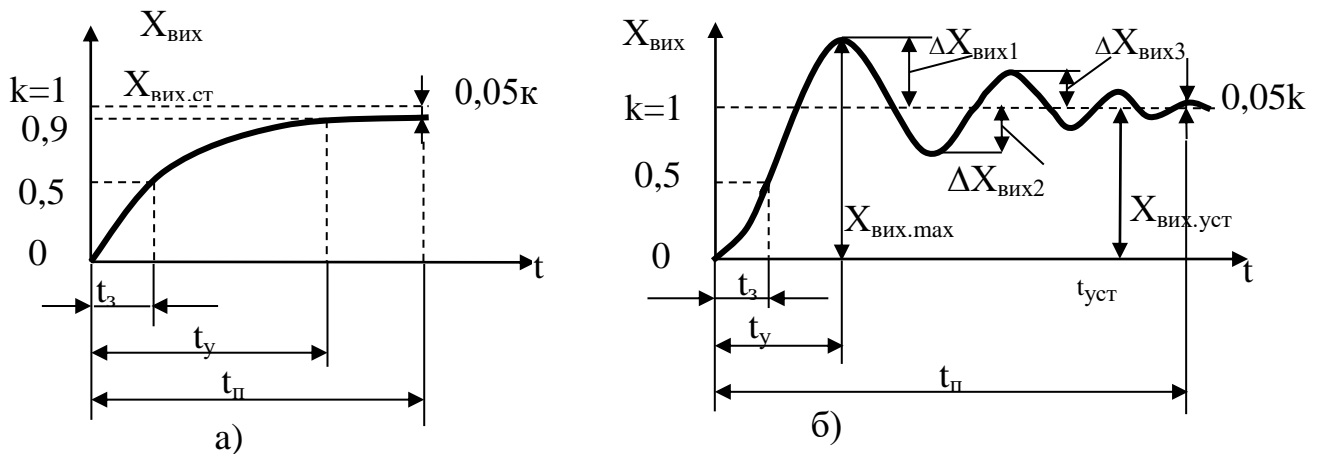


Рисунок 7.5 – Перехідні функції систем з монотонним (а) і коливальним (б) характерами

Крім того, коливальний процес характеризується коефіцієнтом загасання  $\varphi$  та ступенем коливальності  $t_k$ . Коефіцієнт загасання визначається залежністю:

$$\varphi = 1 - \frac{\Delta X_{\text{вих}3}}{\Delta X_{\text{вих}1}} . \quad (7.18)$$

Ступінь коливальності системи визначається числом коливань вихідної величини за час перехідного процесу  $t_n$ .



## 8 Класифікація автоматичних систем управління (АСУ) за алгоритмом функціонування

### План

- 8.1 Системи стабілізації.
- 8.2 Програмні системи.
- 8.3 Системи, що стежать.
- 8.4 Оптимальні системи.
- 8.5 Адаптивні системи.

За характером алгоритму функціонування системи автоматичного управління поділяються на стабілізуючі, програмні, системи, що стежать, оптимальні та адаптивні.

#### 8.1 Системи стабілізації

Стабілізуючою АСУ називають систему, алгоритм функціонування якої містить команди підтримувати регульовану або вихідну величину на постійному заданому значенні.

Прикладом стабілізуючої АСУ може служити система управління (регулювання) температури у сушильній шафі. При відхиленні температури в шафі від заданого значення управляючий пристрій впливає на об'єкт таким чином, щоб ліквідувати це відхилення.

Розглянемо інший приклад: стабілізація температури в зоні обробки (рисунок 8.1). У процесі обробки деталі 2, закріпленої у патроні 1, різальним інструментом 4 з деталі зрізується заданий шар матеріалу, внаслідок чого відбувається нагрівання деталі.

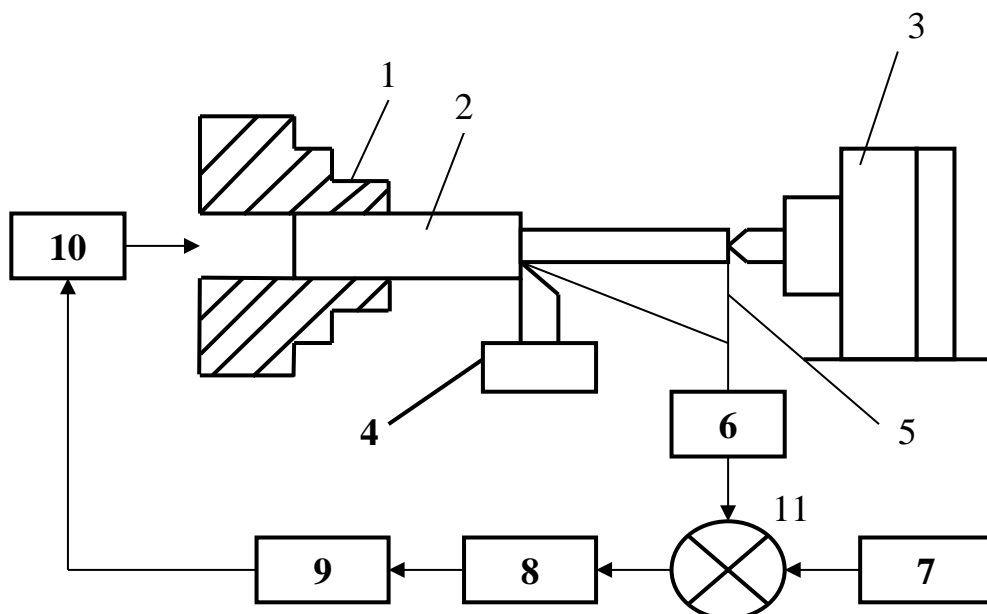


Рисунок 8.1 – Система стабілізації температури в зоні обробки деталі

Температура різання є важливим технологічним фактором, котрий ви-

значає характер процесу різання та параметри якості обробленої поверхні. Тому температуру різання треба підтримувати на деякому визначеному рівні. Температуру в зоні різання можна виміряти за допомогою природної термопари 5, яка утворена кромкою різального інструмента 4 і деталлю, закріпленою в патроні та задній бабці 3.

Вимірне значення температури в зоні різання надходить у порівняльний елемент, куди одночасно з блоку 7 подається значення температури, яку потрібно підтримувати на заданому рівні. Якщо їх значення збігаються, виходить, що режим обробки обраний правильно. Якщо ні, тоді у порівнювальному елементі виробляється сигнал корекції.

Останній підсилюється у блоці 8 і надходить до регулятора 9, а потім до двигуна верстата 10 для зміни режиму обробки таким чином, щоб ліквідувати це відхилення. Найбільш чутливим параметром зміни режиму різання є швидкість різання.

## 8.2 Програмні системи

Програмою АСУ називають систему, алгоритм функціонування якої містить команди змінювати регульовану величину відповідно до заздалегідь заданої функції.

У практиці використовуються два види таких систем: з часовою програмою і просторовою програмою. У першому випадку програма виробляє величину, яка залежить від часу –  $x_{ex}(t)$  (рисунок 8.2). Прикладом такої програми може служити термообробка деталей у печі, температура в якій змінюється за деяким законом (рисунок 8.2).

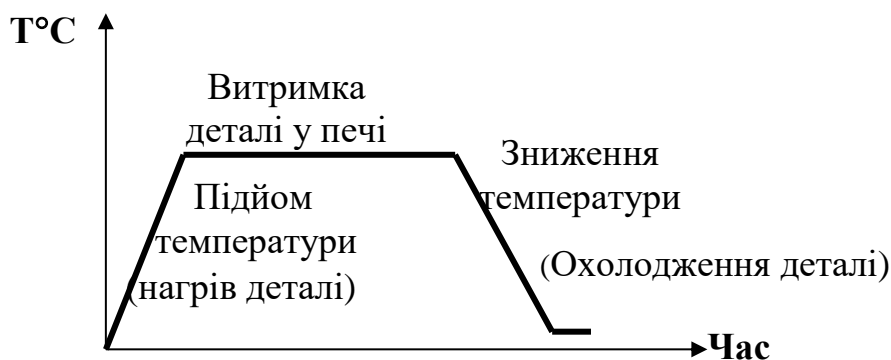


Рисунок 8.2 – Графік термообробки деталі в печі

Це можна зробити, змінюючи температуру за допомогою аналогового програмного пристрою. Покажемо це на прикладі із сушильною шафою. Будемо переміщати двигок опору  $R_3$  (рисунок 8.3) за допомогою кулачка  $K$ , профіль якого відповідає програмі управління. Кулачок приводиться у рух двигуном  $M_2$  через редуктор  $P$ . При переміщенні движка опору  $R_3$  відбувається зміна опору нагрівального елемента  $R_T$ , що призводить до зміни температури у сушильній шафі. У цьому випадку у якості програмоносія виступає кулачок заданого профілю.

Другий вид програмних систем частіше за все використовується у механообробці для програмного управління верстатами. При такому способі управління рух виконавчого органу (наприклад, інструмента) здійснюється за заданою у просторі траєкторією. При цьому використовуються два способи програмного управління.

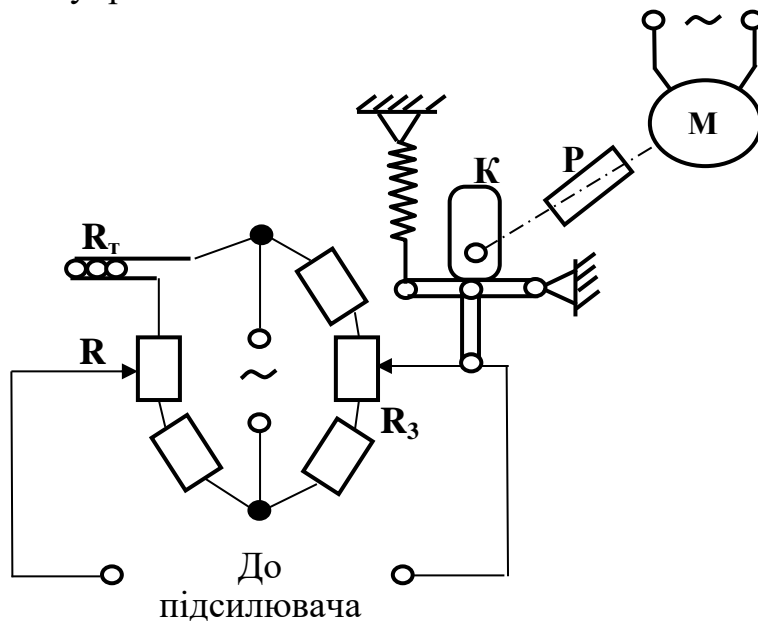


Рисунок 8.3 – Схема системи програмної зміни температури в шафі (печі)

Перший спосіб полягає в тому, що рух по кожній з координат просторових осей виконується окремим приводом. При цьому рух по одній з осей, наприклад  $Y_1$  задається звичайно рівномірним, а по іншій – рухи погоджуються з першим так, щоб інструмент рухався по заданій траєкторії. Прикладом може служити копіювальний верстат, палець  $\Pi$  копіювальної системи, якого сковзає по поверхні шаблону  $3$  (рисунок 8.4).

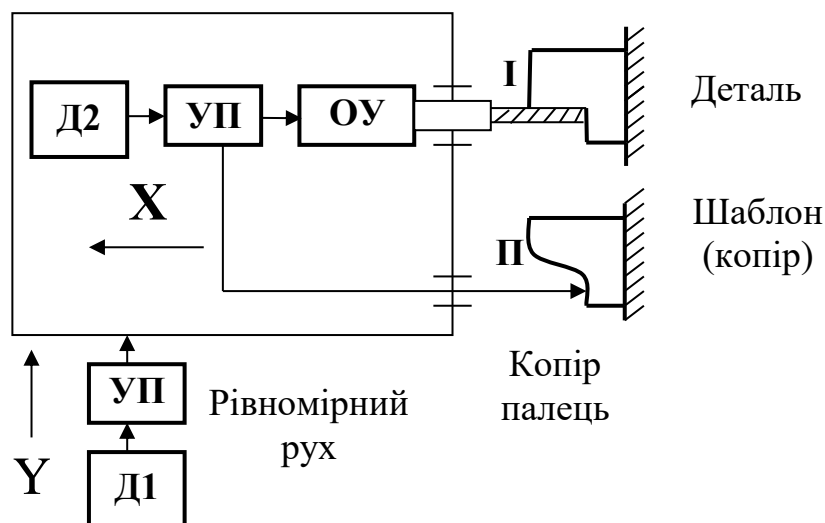


Рисунок 8.4 – Схема системи управління копіювальним верстатом

Рух подачі по осі « $Y$ » здійснюється двигуном  $D_1$  рівномірно, а по осі

«Х» задається профілем шаблону. Інструмент «І» верстата повторює рух пальця «П».

Другий спосіб програмного управління полягає в тому, задана траєкторія руху описується за допомогою параметричного рівняння, що задає рух приводів по окремих осях відповідно до цих рівнянь (рисунок 8.5).

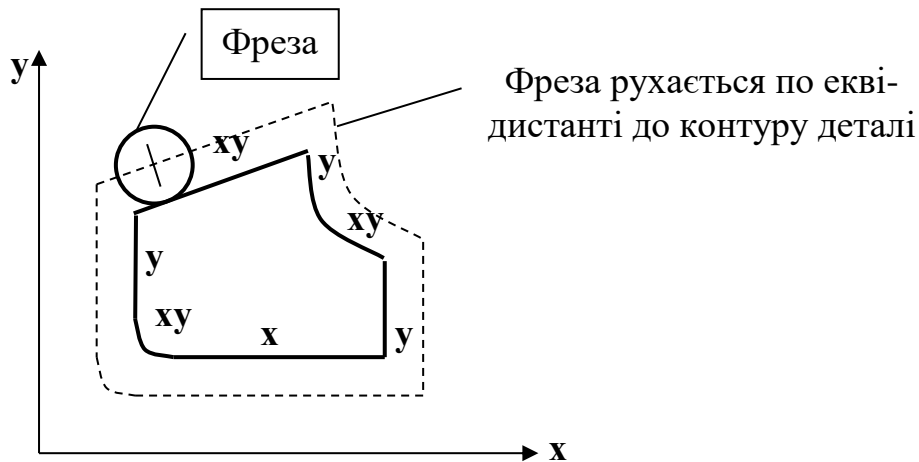


Рисунок 8.5 – Схема системи управління рухом фрези при обробці плоскої деталі

### 8.3 Системи, що стежать

Автоматичною системою управління, що стежить, називають систему, алгоритм функціонування якої містить команди змінювати регульовану величину в залежності від зміни за заздалегідь невідомим законом змінної величини на вході автоматичної системи. У цій системі величина, що підлягає управлінню (ведена), повторює у визначеному масштабі всі зміни ведучої величини, тобто стежить за нею. У таких системах ведуча величина є тією, що задає. Прикладом найпростішої автоматичної системи, що стежить, є сельсини (рисунок 8.6), що працюють в індикаторному режимі.

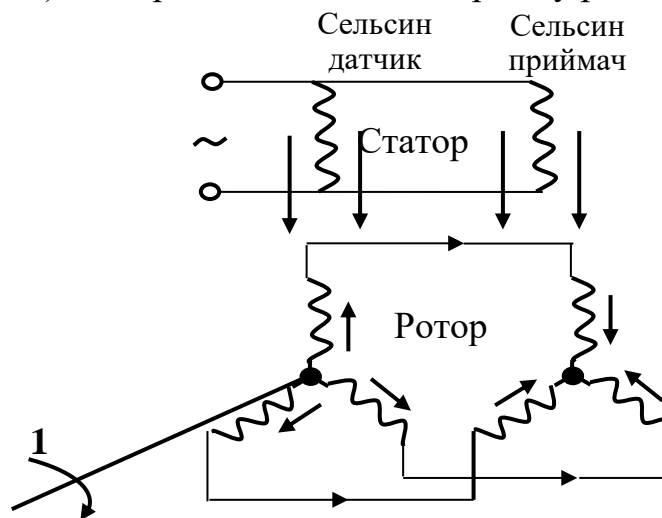


Рисунок 8.6 – Схема системи, що складається із сельсин-датчика і сельсин-приймача

Поворот ручки 1 викликає поворот ротора сельсина датчика (СД) і

наведення в обмотках електрорушійної сили (ЕРС). Струм передається в ротор сельсина приймача (СП), в обмотках якого наводиться ЕРС. З огляду на те, що електромагнітне поле наводиться ще і статором, одержимо накладення двох полів (ротора і статора). Ротор СП буде повертатися доти, доки результуючий момент двох полів не стане дорівнювати нулю.

#### 8.4 Оптимальні системи

До оптимальних систем відносять такі системи, що автоматично вибирають і підтримують оптимальне значення величини, що підлягає управлінню, в об'єктах, коли заздалегідь не можна це значення для даних об'єктів передбачити. Оптимальні АСУ часто називають *екстремальними* або *пошуковими*. Узагальнена структурна схема оптимальної АСУ наведена на рисунку 8.7.

Оптимальна величина – критерій оптимальності, наприклад: тривалість, точність, витрата енергії, витрата потужності та інші. Як правило, оптимальні АСУ забезпечують мінімум критерію оптимальності або, як говорять, мінімізується. Найчастіше – це час процесу управління. Такі системи називають оптимальними за швидкодією. При виборі одного критерію інші зазвичай обмежуються, тобто накладаються граничні умови. Крім цих ще є обмеження, обумовлені умовами експлуатації системи (обмеження запасу енергії, палива, температури нагрівання, міцності та інші). Таким чином, задача синтезу оптимальної АСУ можна сформулювати в такий спосіб. Задані: математичний опис об'єкта управління, граничні умови, обмеження (у тому числі й обмеження на  $X_{зб}$ ), критерій оптимальності. Потрібно розробити управляючий пристрій, який забезпечує мінімальне значення критерію оптимальності

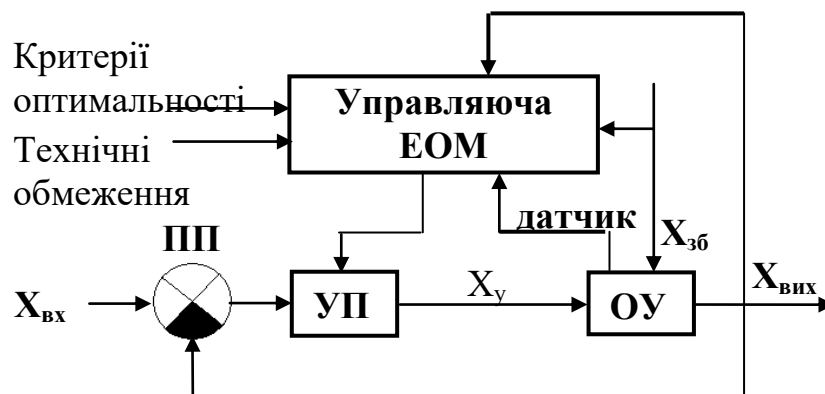


Рисунок 8.7 – Узагальнена схема оптимальної автоматичної системи управління

Математичним апаратом для таких АСУ є варіаційні методи (перебір варіантів на предмет пошуку оптимального за допомогою рівнянь Ейлера – Лагранжа), динамічне програмування (уся траєкторія поділяється на кінцеву кількість ділянок і, починаючи з останньої, визначається оптимальна траєк-

торія, потім вони складаються), принципи максимуму Л.С. Портнягіна (береться проекція вектору швидкості для пошуку оптимальної траєкторії). Для реалізації вищезгаданих алгоритмів в наш час розроблені спеціальні автоматичні оптимізатори. У механічній обробці за критерій оптимальності, як правило, беруть *max* продуктивності та *min* собівартості. Системи для вирішення таких задач складні і знаходяться зараз у розробці, однак зараз реалізовано системи для якісних показників, наприклад: якості обробленої поверхні деталі, шорсткості, точності її виготовлення. Така система (рисунок 8.8) здійснює автоматичний пошук і підтримування подачі інструмента  $S$  і швидкості різання  $V$ , що забезпечують екстремальне значення цільової функції  $H$  обробки при наявності технічних обмежень: максимальна глибина різання  $t$ , максимальний крутний момент  $M_{кр}$ , температура різання  $t^{\circ}C$ , максимальне значення сили різання  $P$ .

При обробці заготовок за заданою управляючою програмою здійснюється автоматичний пошук і підтримка таких співвідношень швидкості різання  $V$  і подачі  $S$ , які забезпечують обробку деталі із заданою точністю при наявності технічних обмежень та дії збуджуючих впливів (коливання припуску, твердості матеріалу заготовки та інші). Виміряні датчиком значення параметрів процесу різання надходять до блоку обробки показників, куди одночасно надходять і значення параметрів технічних обмежень процесу різання. Показник цільової функції  $H$  надходить до обчислювального пристрою, куди одночасно надходить задане значення критерію оптимальності.

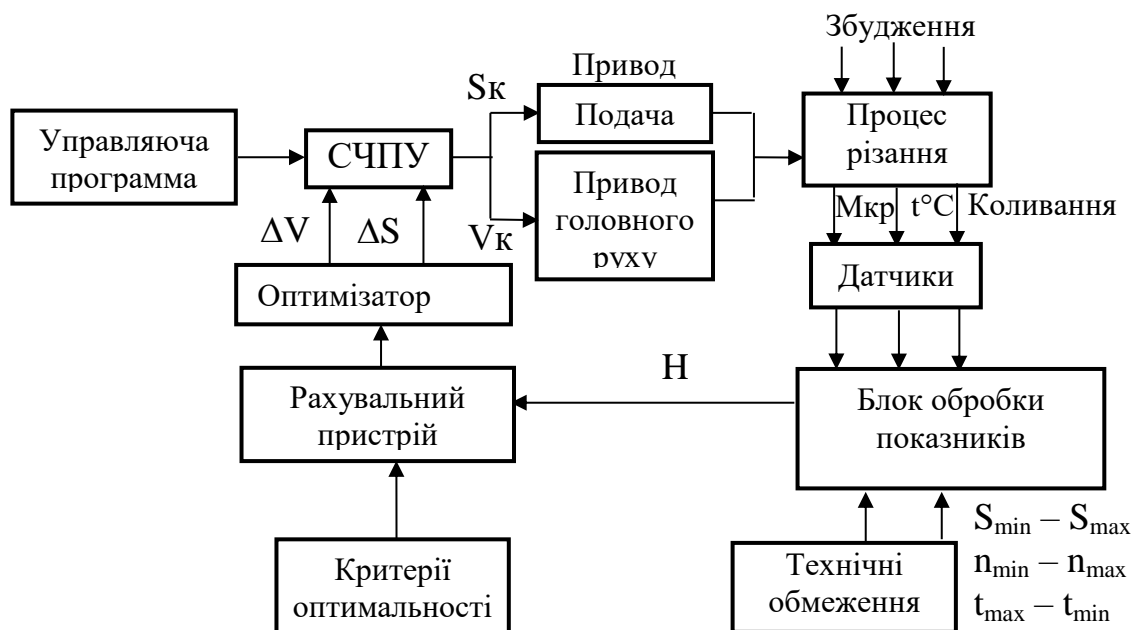


Рисунок 8.8 – Структурна схема оптимальної автоматичної системи управління

Обчислювальний пристрій за закладеною у ньому програмі обчис-

лює сигнал оптимального управління, що подається до оптимізатора. Останній визначає значення  $\Delta Y$  і  $\Delta S$ , за допомогою яких коректується процес різання. Оптимальні системи особливо ефективно працюють на фрезерних верстатах при обробці складних заготовок, а також на токарних операціях.

### 8.5 Адаптивні системи

Адаптивні системи автоматично пристосовуються до зміни зовнішніх умов і властивостей об'єкта управління, забезпечуючи при цьому необхідну якість процесу управління. Часто такі системи називаються такими, що пристосовуються. За способом пристосування адаптивні системи поділяються на самонастроювальні (зі зміною параметрів АСУ), системи, що самоалгоритмізуються (зі зміною алгоритму управління), системи, що самоорганізуються (зі зміною структури АСУ) та адаптивні системи, що самонавчаються (зміна АСУ з урахуванням попереднього досвіду роботи). У наш час розроблені і широко застосовуються самонастроювальні адаптивні АСУ. Узагальнена структурна схема адаптивної АСУ наведена на рисунку 8.9.

Пристрій оцінки процесу складається з пристроїв виміру. Логічний елемент і виконавчий елемент складають обчислювальний пристрій. Усі вищезазнані елементи, а також пристрій для оцінки зовнішнього впливу становить блок адаптації.

Обчислення впливів для корекції параметрів АСУ – досить складна математична задача. Тому в складі системи використовуються моделюючі, лічильно-вирішальні пристрої і навіть обчислювальні машини. Способи адаптації і відповідні їм схеми розрізняються головним чином алгоритмами реалізації їхніх програм на ЕОМ.

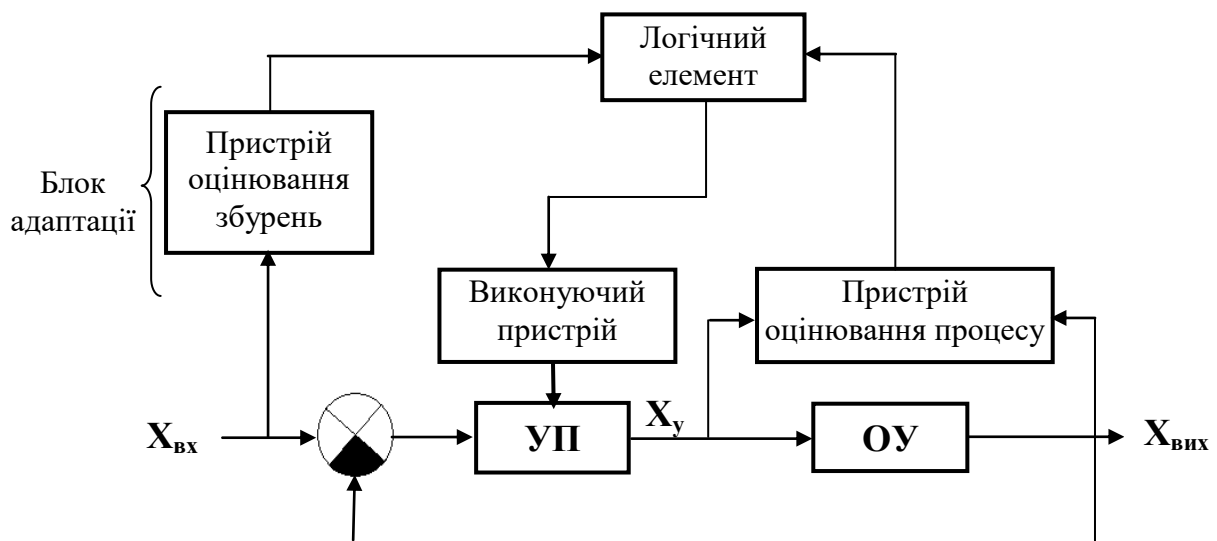


Рисунок 8.9 – Узагальнена схема адаптивної автоматичної системи управління

Основою для побудови адаптивних систем управління є математична

модель управління процесом обробки, що становить сукупність критерію оптимальності і технічних обмежень. Структурна схема адаптивної системи управління застосовується при механічній обробці і наведена на рисунку 8.10.

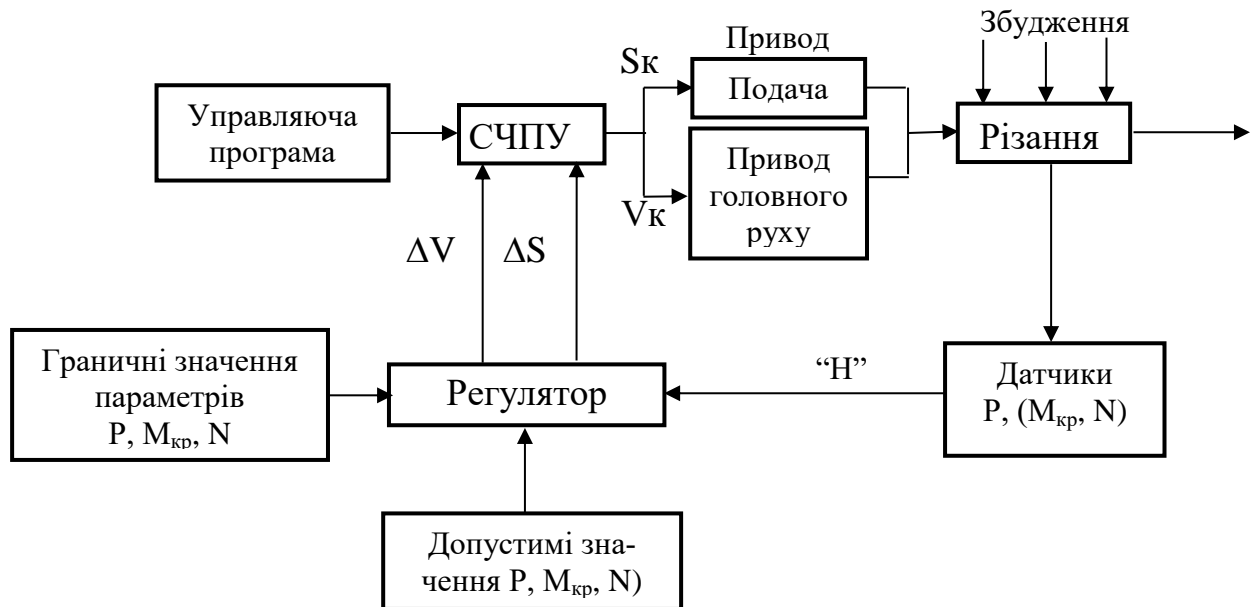


Рисунок 8.10 – Структурна схема адаптивної автоматичної системи граничного управління

За умови перемінного припуску, твердості матеріалу заготовки, ця система стабілізує задане граничне значення силового параметра процесу різання, наприклад: силу різання  $P$ , крутний момент на шпинделі  $M_{кр}$  або потужність різання  $N$  при одержанні від датчика сигналу, що відповідає дійсному значенню цього параметра. Стабілізація заданого значення силового параметра виконується відповідним збільшенням або зменшенням  $S$  (на величину  $\pm\Delta S$ ) і швидкості різання  $V$  (на величину  $\pm\Delta V$ ). Найбільше розповсюдження одержали простіші системи управління, у яких регульованою величиною є тільки подача  $S$ .

Адаптивні системи граничного управління дозволяють використовувати повну потужність верстата. Здійснюючи контроль за споживаною верстатом потужністю, система автоматично знижує подачу в той момент, коли витрата потужності досягає припустимого максимального значення. Адаптивними системами управління найчастіше оснащуються фрезерні, токарні верстати і верстати для глибокого свердління.



## Перелік літератури

- 1 Юркевич Е.Н. Теория автоматического управления. – Л.: Энергия, 1975. – 407с.
- 2 Теория автоматического управления / Под ред. А.А. Воронова. Ч. I. – М.: Высшая школа, 1986. – 367 с.
- 3 Теория автоматического управления / Под ред. А.А. Воронова. Ч. II. – М.: Высшая школа, 1986. – 504 с.
- 4 Зайцев Т.Ф. Теория автоматического управления и регулирования. – К.: Высшая школа, 1988. – 431 с.
- 5 Солодонников В.В Основы теории и элементы систем автоматического регулирования / В.В. Солодонников, В.Н. Плошников, А.В. Яковлев. – М.: Машиностроение, 1985. – 458 с.
- 6 Адаптивное управление технологических процес сов / Ю.М. Соломенцев, В.Г. Митрофанов и др.. – М.: Машиностроение, 1980. – 536 с.

# **Теорія автоматичного управління**

## **Конспект лекцій**

для студентів спеціальності

«Технологія машинобудування» (7.090202)

денної та заочної форм навчання

Укладачі: Володимир Тимофійович Саункін, доцент,  
Сергій Леонідович Міранцов, доцент

Редактор Ольга Миколаївна Болкова

Подп. до друку  
Ризограф. друк.  
Тираж 100 прим.

Ум. друк. арк. 3,5.  
Замовлення №

Формат 60×84/16.  
Обл.-вид. арк. 2,55.