



Л. В. Васильєва,

І. А. Гетьман

АВТОМАТИЗОВАНІ СИСТЕМИ

НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія (ДДМА)

Л. В. Васильєва, І. А. Гетьман

АВТОМАТИЗОВАНІ СИСТЕМИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Посібник

**для студентів вищих навчальних закладів
спеціальності «Інформаційні технології проектування»**

Затверджено
на засіданні вченої ради
Протокол № 2 від 05.11.2015

Краматорськ
ДДМА
2016

УДК 004.64
ББК 22.18
В 19

Рецензенти:

Зорі А. А., д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри електронної техніки ДВНЗ «Донецький національний технічний університет»;

Гончаров О. А., д-р фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри моделювання складних систем Сумського державного університету.

Васильєва Л. В.

В 19 Автоматизовані системи наукових досліджень : посібник для студентів вищих навчальних закладів спеціальності «Інформаційні технології проектування» / Л. В. Васильєва, І. А. Гетьман. – Краматорск : ДДМА, 2016. – 114 с.
ISBN 978-966-379-755-7.

Призначений для студентів старших курсів спеціальності «Інформаційні технології проектування» і містить лабораторні роботи, що демонструють математичний апарат для оброблення результатів пасивного та активного експериментів, побудови математичних моделей, перевірки їхньої адекватності та прогнозування за допомогою пакета Statistica v6.0

Може бути використаний студентами інших спеціальностей, аспірантами та іншими зацікавленими особами.

УДК 004.64
ББК 22.18

© Л. В. Васильєва,
І. А. Гетьман, 2016
© ДДМА, 2016

ISBN 978-966-379-755-7

ЗМІСТ

Вступ	4
1 Лабораторна робота 1. Точкові оцінки параметрів нормального розподілу	6
2 Лабораторна робота 2. Отримання емпіричних моделей. Прогноз.....	12
3 Лабораторна робота 3. Планування експерименту. Повний факторний план 2^2	27
4 Лабораторна робота 4. Прогноз на підставі лінійної регресії. Точність прогнозу.....	42
5 Лабораторна робота 5. Перевірка факторів на мультиколінеарність. Вибір моделі багатофакторної регресії	51
6 Лабораторна робота 6. Аналіз часових рядів	58
7 Самостійна робота. Вибір нелінійної моделі однофакторної регресії. Прогноз і довірчий інтервал для нелінійної моделі. Еластичність.....	75
Список літератури	85
Додаток А. Початок роботи в системі Statistica	86
Додаток Б. Індивідуальні завдання до лабораторних робіт 4, 5 і самостійної роботи	91
Додаток В. Індивідуальні завдання до лабораторної роботи 6	103

ВСТУП

У наш час для підвищення ефективності наукових досліджень важливого значення набуває їх автоматизація, що дозволяє здійснювати моделювання досліджуваних об'єктів, явищ і процесів, вивчення яких традиційними способами ускладнене або неможливе. Вирішенню цього завдання покликані служити автоматизовані системи наукових досліджень (АСНД). ЕОМ у АСНД можуть використовуватися для вирішення таких основних завдань:

- 1) керування експериментом;
- 2) підготовка звітів і документації;
- 3) підтримання бази експериментальних даних;
- 4) побудова інформаційних і експертних систем.

Ефективність застосування ЕОМ у автоматизації наукових досліджень полягає в такому:

- у кілька разів скорочується цикл дослідження за рахунок прискорення підготовки та проведення експерименту, зменшення часу оброблення та систематизації даних, зменшення кількості помилок при вимірюванні й обробленні;
- збільшується точність результатів і їх достовірність;
- підвищується якість та інформативність експерименту за рахунок кількості контрольованих параметрів і більш ретельного оброблення даних;
- під час інтерактивної взаємодії з АСНД досягається посилення контролю за ходом експерименту і можливість його оптимізації;
- скорочується штат учасників експерименту.

Ще один напрям використання ЕОМ пов'язаний з вирішенням завдань моделювання, що часто зустрічаються в практичній діяльності дослідників.

Під моделлю будемо розуміти систему, що забезпечує необхідну імітацію певного процесу. Під інформаційною моделлю – набір параметрів, що містить всю необхідну інформацію про досліджувані об'єкти і процеси.

Тут припустимо не тільки математичне моделювання якого-небудь процесу або явища, але й візуально-натурне моделювання, яке забезпечується за рахунок віртуального відображення цих процесів і явищ засобами машинної графіки (а не табличними даними або графіками, як це прийнято) в реальному масштабі часу. Розгляд різних імітаційних варіантів дозволяє досліднику вибрати оптимальний.

АСНД випускаються у вигляді як спеціалізованих комп'ютерних систем, так і прикладних пакетів загального призначення. Великою популярністю серед науковців користуються інтегровані пакети АСНД.

Реальні технологічні системи функціонують у складних умовах робочого виробництва, мають велику кількість властивостей. Усе це ускладнює опис таких систем за допомогою моделей. Тому результатом дослідження реальних технологічних систем зазвичай є модель, створена відпо-

відно до мети дослідження. Математична модель повинна забезпечувати найбільш швидке вивчення властивостей розглянутого явища, давати можливість визначити оптимальний варіант технологічної системи найбільш простим способом, скорочуючи терміни проектування і забезпечуючи знаходження умов ефективного використання технологічних систем. У практичній діяльності інженера експериментальні дослідження широко використовуються для створення нових технологічних процесів, оптимізації та інтенсифікації технологічних систем, виявлення невикористаних резервів, створення системи оптимального управління або поліпшення якісних характеристик. У деяких виробництвах технологічні системи стали настільки складними, що не тільки їх проектування та оптимізація, а й нормальне функціонування не може відбуватися без додаткових експериментальних досліджень.

Слово «експеримент» походить від лат. *experimentum* – проба, дослід, доказ. Експеримент – це науково поставлений дослід для цілеспрямованого вивчення явища в точно розрахованих умовах, коли можна простежити процес зміни явища, активно впливати на нього за допомогою комплексу пристроїв і за необхідності відтворювати його багаторазово.

Посібник містить лабораторні роботи, що демонструють математичний апарат для оброблення результатів пасивного та активного експериментів, побудови математичних моделей, перевірки їх адекватності та прогнозування.

Розрахунки реалізуються в програмі Statistica v6.0, що містить потужні модулі оброблення й візуалізації різного роду даних і моделей. Вона містить широкий набір можливостей, у тому числі і таких складних, як кластерний аналіз, непараметрична статистика, нелінійна регресія, кореляційний аналіз.

1 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 1

ТОЧКОВІ ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ НОРМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ

1.1 Короткі теоретичні відомості

Нормальний розподіл випадкової величини виникає щоразу, коли підсумовується велика кількість випадкових доданків. При цьому байдуже, за яким законом розподілений кожен з них, важливо лише, щоб жоден з цих доданків не був домінантним.

Прийнято вважати, що всі помилки вимірювань, вага і розмір деталей і багато інших – випадкові величини, розподілені за нормальним законом.

Тому оброблення даних починають з перевірки відповідності нормального розподілу, обчислення точкових та інтервальних оцінок параметрів цього розподілу.

Докладно ці питання розглядаються в курсі «Теорія ймовірностей та математична статистика».

1.2 Мета лабораторної роботи

Навчитися перевіряти вихідні дані на відповідність їх певному нормальному розподілу й обчислювати основні точкові, а для середнього – і інтервальні, статистики.

1.3 Завдання до лабораторної роботи

Для заданої вибірки:

1 Обчислити основні точкові статистики і пояснити їх смисл (середнє значення, розмах вибірки, обсяг вибірки, середньоквадратичне відхилення).

2 Перевірити гіпотезу на відповідність вибірки нормальному розподілу за допомогою побудови гістограм.

3 Обчислити додаткові точкові оцінки: медіани, моди, дисперсії, асиметрія, ексцес, а також розмах вибірки, квартильний розмах, точкові оцінки лівого і правого квартилів і межі довірчого інтервалу для середнього значення з довірчою ймовірністю 95 % і 99 %.

4 Перевірити гіпотезу на нормальність вибірки за допомогою *Test for normality (Shapiro – Wilk's W test)*.

5 Довільно змінити («зіпсувати») вибірку і ще раз перевірити її на відповідність нормальному розподілу.

1.4 Приклад виконання лабораторної роботи у пакеті Statistica

Дано: вихідні статистичні дані (вибірка) (табл. 1.1).

Таблиця 1.1

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x	49	50	52	48	49	51	48	49	49	50	50	53	48	49	51	47	49	50	51	52

Виконання завдання

1 Створюємо таблицю даних. Таблиця буде мати одну змінну і 20 випадків (рис. 1.1).

Зберегти таблицю (*.sta).

2 Знаходимо основні статистики (середнє значення, середньоквадратичне відхилення, розмах вибірки). Активуємо таблицю з даними: *Statistcs - Basic Statistics / Tables – Descriptive Statistics* – вкладка *Advanced*. Визначаємо змінні: кнопка *Variables* (x, y), *Ok*. Активуємо опції: *Valid N* (обсяг вибірки), *Mean* (середнє значення), *Standard Deviation* (середньоквадратичне відхилення), *Minimum* і *Maximum* (мінімальне і максимальне значення), клацаємо кнопку *Summary*. Потрібні статистики запишуться до звіту у вигляді таблиці (рис. 1.2).

Variable	Descriptive Statistics (Spreadsheet1)				
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
x	20	49,7500	47,0000	53,0000	1,55173

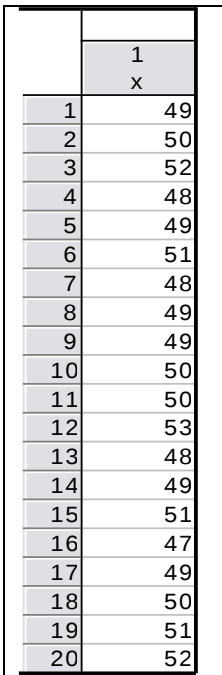


Рисунок 1.1

Рисунок 1.2

Для того щоб перевірити вибірку на відповідність певному нормальному розподілу, переходимо до меню *Basic Statistics / tables – Descriptive Statistics* на вкладку *Normality* і вибираємо *Kolmogorov – Smirnov test* (зазвичай він позначений за замовчуванням). Потім (на цій вкладці або *Quick*) клацаємо кнопку *Histograms*. Одержимо зображення гістограми та очікуваного нормального розподілу (*Expected Normal*) (рис. 1.3), а також обчислене значення критерію Колмогорова – Смирнова ($K - S d$) і значення рівня значущості (p). Оскільки в цьому разі $p = 0,20 > 0,05$, то гіпотеза про нормальність розподілу приймається.

Далі клацнемо по кнопці *Frequency tables*. Отримаємо таблицю частот (рис. 1.4).

3 Обчислюємо додаткові точкові оцінки. Для більш тонкого аналізу даних перейдемо на вкладку *Advanced*.

Вибираємо ті статистики, які не увійшли до первинного (*Quick*) аналізу: *Median* – точкова оцінка медіани;

Mode – точкова оцінка моди;
Variance – точкова оцінка дисперсії;
Skewness – точкова оцінка асиметрії;
Kurtosis – точкова оцінка ексцесу;
Lower & upper quartiles – точкові оцінки лівого і правого кuartилів;
Range – розмах вибірки;
Quartile range – кuartильний розмах;
Conf. Limits for means – межі довірчого інтервалу для середнього значення, попередньо необхідно встановити довірчу ймовірність, за замовчуванням 95 %.

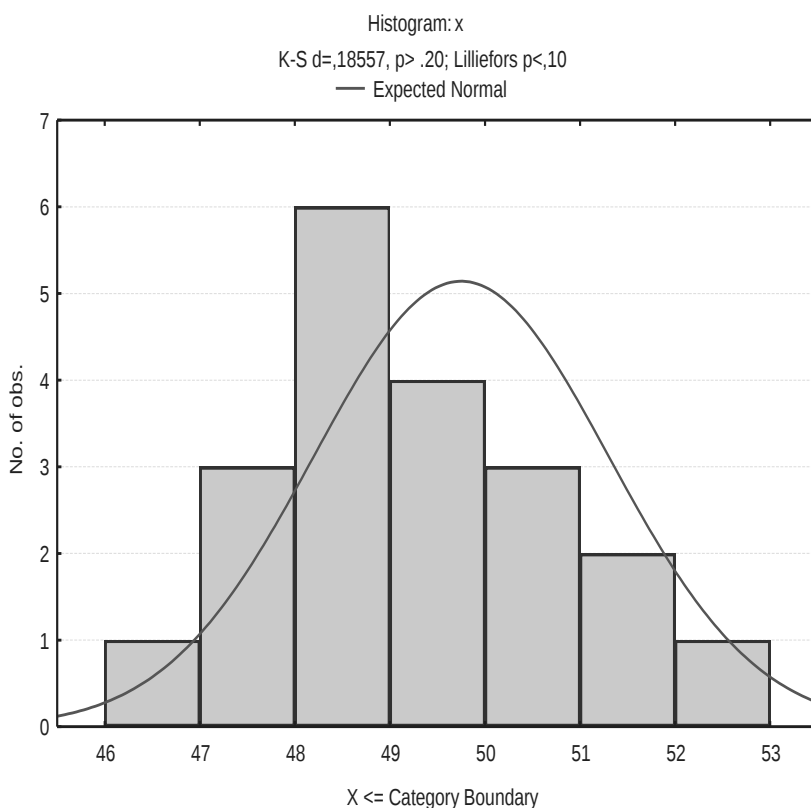


Рисунок 1.3

Category	Frequency table x (Spreadsheet1)					
	K-S d=,18557, p> .20; Lilliefors p<,10					
	Count	Cumulative Count	Percent of Valid	Cumul % of Valid	% of all Cases	Cumulative % of All
46,00000<x<=47,0000	1	1	5,00000	5,00000	5,00000	5,00000
47,00000<x<=48,0000	3	4	15,00000	20,00000	15,00000	20,00000
48,00000<x<=49,0000	6	10	30,00000	50,00000	30,00000	50,00000
49,00000<x<=50,0000	4	14	20,00000	70,00000	20,00000	70,00000
50,00000<x<=51,0000	3	17	15,00000	85,00000	15,00000	85,00000
51,00000<x<=52,0000	2	19	10,00000	95,00000	10,00000	95,00000
52,00000<x<=53,0000	1	20	5,00000	100,00000	5,00000	100,00000
Missing	0	20	0,00000		0,00000	100,00000

Рисунок 1.4

Клацаємо по кнопці *Summary*. Результат отримаємо у вигляді таблиці (рис. 1.5). У ній, зокрема, знаходяться значення довірчого інтервалу з рівнем довіри 95 % для середнього: $49,02 < \bar{X} < 50,476$.

Variable	Descriptive Statistics (Spreadsheet1)					
	Confidence -95,000%	Confidence +95,000%	Lower Quartile	Upper Quartile	Range	Quartile Range
x	49,02376	50,47624	49,00000	51,00000	6,000000	2,000000

Variable	Descriptive Statistics (Spreadsheet1)					
	Median	Mode	Frequency of Mode	Variance	Skewness	Kurtosis
x	49,50000	49,00000	6	2,40789	0,36976	-0,33226

Рисунок 1.5

За значеннями асиметрії (*Skewness*) і ексцесу (*Kurtosis*) можна робити висновок про близькість розподілу до нормального.

Для того щоб отримати довірчий інтервал для середнього з іншою довірчою ймовірністю (наприклад, 99 %), потрібно на вкладці *Advanced* для *Conf. Limits for means* змінити з 95,0 % на 99,0 %, після чого повторити розрахунки. Отримаємо результат в таблиці (рис. 1.6).

Variable	Descriptive Statistics (Spreadsheet1)		
	Mean	Confidence -99,000%	Confidence +99,000%
x	49,75000	48,7573	50,7426

Рисунок 1.6

4 Перевірити гіпотезу на нормальність вибірки. Для перевірки гіпотези на нормальність вибірки за допомогою іншого критерію (наприклад, тесту Шапіро), потрібно на вкладці *Normality* відзначити *Shapiro – Wilk's Wtest* і повторити описані вище розрахунки.

1.5 Контрольні питання

1 Чому нормальний розподіл відіграє важливу роль при обробленні експериментальних даних?

2 Які ви знаєте тести перевірки відповідності вибірки нормальному розподілу?

3 Як здійснюється перевірка на нормальність у системі Statistica 6.0?

4 Дайте визначення точкової і інтервальної оцінки статистики (зокрема, середнього).

5 Поясніть імовірнісний зміст статистик: Std. Dev, Median, Mode, Variance, Skewness, Kurtosis, Lower & upper quartiles, Range, Quartile range.

1.6 Індивідуальні завдання

Розглядаються результати вимірювань деякої фізичної величини (випадкової величини).

Варіант 1

Випадкова величина X – вміст кобальту в зразках твердого сплаву марки ВК20М (табл. 1.2).

Таблиця 1.2

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X%	17,2	18,8	20,4	20,6	19,8	21,4	22	21,4	18,8	19,8	20,2	20,4	19,7
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X%	20	21	19,4	18,8	20,3	19,5	18,6	18	17,9	21	20,1	20,5	

Варіант 2

Випадкова величина X – пористість порошкових заготовок (табл. 1.3).

Таблиця 1.3

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X%	20,58	22,80	25,4	26,08	23,25	21,42	25,10	23,10	24,09	24,02	26,12	22,84	23,6
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X%	25,8	24,78	23,6	24,8	26,1	23,7	22,45	21,9	22,9	21,78	24,8	23,1	

Варіант 3

Випадкова величина X – опір резисторів (табл. 1.4).

Таблиця 1.4

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X, кОм	4,8	6,2	6,0	5,9	5,6	4,9	6,0	6,1	5,5	5,8	5,7	5,1	5,5
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X, кОм	6,2	5,4	4,3	5,69	4,68	5,98	5,4	5,81	5,2	5,87	4,7	5,5	

Варіант 4

Випадкова величина X – тиск у камері згоряння двигуна (табл. 1.5).

Таблиця 1.5

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X, 10^5 Па	31,85	31,36	30,32	30,90	31,70	32,40	31,60	31,12	30,98	31,02	31,05	31	32,6
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X, 10^5 Па	31,6	31,61	31,55	32,2	30,89	31	31,9	32,8	31,76	31,4	31,02	32,4	

Варіант 5

Випадкова величина X – розмір деталі (табл. 1.6).

Таблиця 1.6

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X , мм	4,781	4,795	4,796	4,792	4,779	4,780	4,786	4,778	4,788	4,783	4,781	4,778	4,782
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X , мм	4,789	4,791	4,786	4,782	4,771	4,792	4,769	4,772	4,788	4,783	4,785	4,78	

Варіант 6

Випадкова величина X – індуктивність котушки (табл. 1.7).

Таблиця 1.7

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X , мГн	0,090	0,102	0,109	0,115	0,098	0,101	0,108	0,109	0,099	0,098	0,092	0,114	0,11
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X , мГн	0,102	0,098	0,102	0,094	0,101	0,094	0,098	0,113	0,0987	0,0995	0,107	0,105	

Варіант 7

Випадкова величина X – час підігрівання до 1000 °С центральної частини коробів для спікання зразків з порошкових матеріалів (табл. 1.8).

Таблиця 1.8

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X , хв	26,2	27,5	25,0	32,2	35,0	30,2	29,8	28,8	26,8	30,0	30,8	32,0	35,0
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X , хв	32,02	30,8	31,7	31,06	29,89	28,9	27,9	28,56	29,5	31,5	32	32,03	

Варіант 8

Випадкова величина X – індуктивність котушки (табл. 1.9).

Таблиця 1.9

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X , мГн	8,345	8,346	8,348	8,342	8,343	8,345	8,343	8,347	8,344	8,347	8,346	8,349	8,345
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X , мГн	8,345	8,34	8,348	8,3435	8,345	8,3478	8,347	8,345	8,342	8,3481	8,341	8,3431	

Варіант 9

Випадкова величина X – межа міцності зразків з дюралюмінієвого сплаву (табл. 1.10).

Таблиця 1.10

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X , 10 ⁵ Па	43,4	43,6	44,3	44,5	44,5	44,6	44,7	44,7	44,8	45,1	45,2	45,3	44,8
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X , 10 ⁵ Па	44,2	44,9	44,34	44,98	45,12	45,32	45,01	43,8	43,8	43,5	45,52	44,8	

Варіант 10

Випадкова величина X – межа міцності зразків з алюмінієвого сплаву (табл. 1.11).

Таблиця 1.11

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$X, 10^5 \text{ Па}$	40,32	41,22	40,31	40,60	40,0	40,73	40,54	40,17	40,26	40,05	40,38	39,93	41,1
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
$X, 10^5 \text{ Па}$	40,67	40,79	40,31	40,89	40,6	41,2	39,78	40,21	39,8	40,34	40,4	39,5	

2 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 2 ОТРИМАННЯ ЕМПІРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ. ПРОГНОЗ

2.1 Короткі теоретичні відомості

Вибірка – сукупність випадково відібраних даних (x_i, y_i) (табл. 2.1), де n – об'єм вибірки; X – фактор; y – відгук.

Таблиця 2.1

x_2	x_1	...	x_n
y_2	y_1	...	y_n

Кореляційне поле (діаграма розсіювання) – графічне зображення точок вибірки (рис. 2.1).

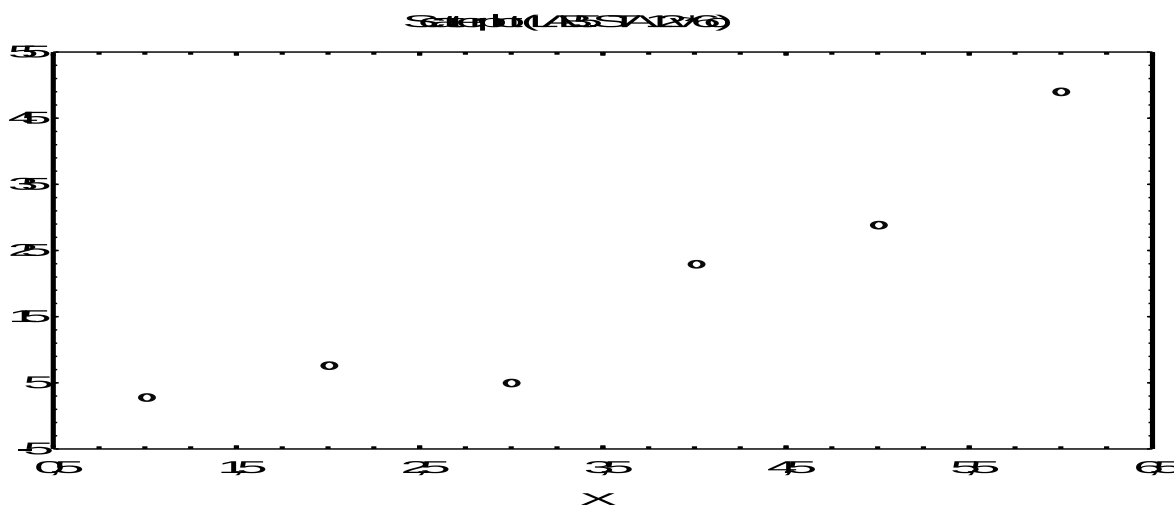


Рисунок 2.1

Генеральна сукупність – сукупність об'єктів, з яких беруть вибірку.

Математична модель – це наближений опис якого-небудь явища або процесу за допомогою математичної символіки. У найпростішому випадку однофакторна регресійна математична модель – це формула виду $y = F(x)$. Якщо модель лінійна, то $y = b_0 + b_1x$ – рівняння лінійної регресії.

Середні значення фактора x і відгуку y обчислюються за формулами:

$$x_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ; \quad y_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i .$$

Точка (x_{cp}, y_{cp}) називається центром розсіювання. Графік лінійної регресії завжди проходить через центр розсіювання.

Середнє квадратичне відхилення фактора обчислюється за формулою $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (x_i - x_{cp})^2}$ і характеризує, наскільки в середньому значення фактора x_i відхиляються від x_{cp} . З двох вибірок з однієї генеральної сукупності більш якісною є та, для якої σ_x більше.

Область прогнозів розташована між мінімальним і максимальним значеннями фактора x . Прогноз відгуку y розраховують за рівнянням моделі.

Рівняння лінійної регресії $y = b_0 + b_1x$ знаходять за методом найменших квадратів (МНК). Відхилення i -ї точки кореляційного поля від лінії регресії дорівнює $(y_{лин} - y_i)$. Суть МНК полягає в тому, щоб мінімізувати суму квадратів відхилень (залишків):

$$S = \sum (y_{лин} - y_i)^2 = \sum (b_0 + b_1 \cdot x_i - y_i)^2 \rightarrow \min .$$

Мінімум досягається за умови рівності нулю часткових похідних:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial b_0} = 0, \\ \frac{\partial S}{\partial b_1} = 0. \end{cases}$$

За цією системою рівнянь знаходять коефіцієнти регресії b_0 і b_1 .

Для нелінійної моделі суму квадратів відхилень знаходять аналогічно:

$$S = \sum (y_{нелин} - y_i)^2 .$$

З двох моделей оптимальною є та, у якої сума квадратів відхилень менша.

Статистична гіпотеза - це припущення або про закон розподілу, або про значеннях числових характеристик (статистик) випадкової величини. Нульовою (основною) називають гіпотезу H_0 , висунуту першою. Конку rentною (альтернативною) називають гіпотезу, яка суперечить основній гіпотезі. Помилка першого роду – відкинута правильна гіпотеза. Помилка

другого роду – прийнята неправильна гіпотеза. Рівень значущості гіпотези α - імовірність відкинути правильну гіпотезу. Зазвичай $\alpha = 0,05$ або $\alpha = 0,01$. Статистичний критерій – випадкова величина, що служить для перевірки нульової гіпотези. Спостережуване значення критерію визначається за вибіркою. Область прийняття гіпотези – сукупність значень критерію, при яких нульову гіпотезу приймають. Критична область – сукупність значень критерію, при яких нульову гіпотезу відкидають.

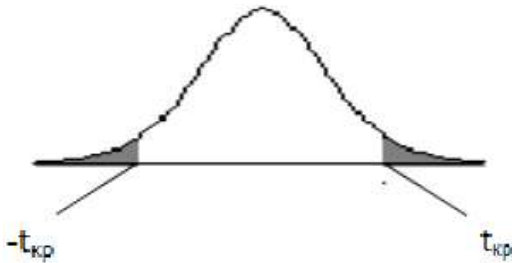


Рисунок 2.2

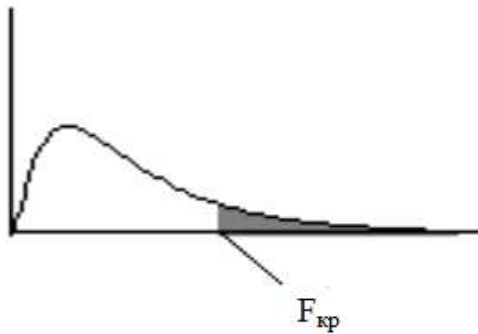


Рисунок 2.3

Критичні точки (критичні значення критерію) відокремлюють область прийняття гіпотези від критичної області. При дослідженні однофакторної регресії використовують два критерії:

- критерій Стьюдента з числом ступенів свободи $k = n - 2$: $T(x, k)$, де n – обсяг вибірки (рис. 2.2);

- критерій Фішера з двома числами ступенів свободи: $k_1 = 1$ та $k_2 = n - 2$: $F(x, k_1, k_2)$ (рис. 2.3).

Критерій Стьюдента двобічний – у нього дві симетричні критичні точки: $t_{кр}$ і $-t_{кр}$. Сумарна площа виділених областей дорівнює рівню значущості α нульової гіпотези H_0 .

Критерій Фішера однобічний – у нього одна критична точка $F_{кр}$. Площа виділеної області дорівнює рівню значущості α нульової гіпотези H_0 .

Число ступенів свободи статистики дорівнює об'єму вибірки за вирахуванням кількості накладених зв'язків.

Статистична значущість коефіцієнта рівняння лінійної регресії з рівнем значущості α означає таке: імовірність того, що цей коефіцієнт не є «статистичним нулем», дорівнює $(1-\alpha)$. Перевіряється значущість коефіцієнтів рівняння за допомогою критерію Стьюдента.

Адекватність рівняння лінійної регресії з рівнем значущості α означає таке: імовірність того, що відгук y залежить від фактора x , дорівнює α . Перевіряється адекватність рівняння з допомогою критерію Фішера: знаходять за даними вибірки $F_{набл}$ і критичне значення критерію $F_{кр}$. Якщо $F_{набл} > F_{кр}$, рівняння адекватне. Якщо $F_{набл} < F_{кр}$, рівняння неадекватне.

Коефіцієнт кореляції r_{xy} характеризує щільність лінійного зв'язку між фактором x і відгуком y . Вважають, що, якщо $0,9 < |r_{xy}| < 1$, зв'язок тісний; якщо $0,6 < |r_{xy}| < 0,9$, зв'язок достатній; якщо $0,3 < |r_{xy}| < 0,6$, зв'язок слабкий; якщо $0 < |r_{xy}| < 0,3$, зв'язок відсутній. Знак коефіцієнта r_{xy} характери-

зує характер лінійного зв'язку: при $r_{xy} > 0$ зв'язок між x і y прямий (зі зростанням фактора x відгук y збільшується), при $r_{xy} < 0$ зв'язок між x і y зворотний (зі зростанням фактора x відгук y зменшується).

У системі Statistica v 6.0 рівень значущості статистичної гіпотези позначається p або p -level. Перевірка на значущість виконується автоматично, і значущі величини виділяються червоним кольором.

Коефіцієнт детермінації R^2 для лінійної регресії дорівнює квадрату коефіцієнта кореляції r_{xy} : $R^2 = r_{xy}^2$, $0 \leq R^2 \leq 1$. R^2 показує, яка частина дисперсії відгуку y пояснюється рівнянням регресії.

2.2 Мета лабораторної роботи

Навчитися будувати однофакторні регресійні моделі, вибирати серед них оптимальну, оцінювати адекватність моделі, розраховувати прогноз.

2.3 Завдання до лабораторної роботи

Дослідити залежність заданого показника від фактора. Для цього необхідно:

- 1) створити таблицю даних;
- 2) знайти основні статистики;
- 3) знайти графік і рівняння лінійної регресії;
- 4) розрахувати прогноз $\hat{Y}$ за лінійною моделлю;
- 5) знайти графік і рівняння експоненційної моделі;
- 6) розрахувати прогноз $\hat{Y}$ за експоненційною моделлю;
- 7) знайти графік і рівняння поліноміальної моделі;
- 8) розрахувати прогноз $\hat{Y}$ за поліноміальною моделлю;
- 9) розрахувати квадрати відхилень вибірових значень від прогнозованих;
- 10) обчислити суму квадратів відхилень;
- 11) вибрати модель за сумою квадратів відхилень;
- 12) перевірити лінійну модель на адекватність.

2.4 Приклад виконання лабораторної роботи в пакеті Statistica

Дано: вихідні статистичні дані (табл. 2.2).

Таблиця 2.2

№	X	Y		№	X	Y
1	1	1		6	3,5	12,1
2	1,5	2,5		7	4	16
3	2	4		8	4,5	20,4
4	2,5	6,2		9	5	25
5	3	9		10	6	36

Виконання завдання

1 Створюємо таблицю даних. Таблиця буде мати дві змінні і 10 випадків (табл. 2.3).

Таблиця 2.3

x	y		x	y
1	1		3,5	12,1
1,5	2,5		4	16
2	4		4,5	20,4
2,5	6,2		5	25
3	9		6	36

Зберегти таблицю (наприклад: *lab1.sta*).

2 Знаходимо основні статистики (середнє значення, середньоквадратичне відхилення, розмах вибірки). Активуємо таблицю з даними: *Statistics – Basic Statistics / Tables* – вкладка *Advanced*. Визначаємо змінні: кнопка *Variables* (x, y), *Ok*. Активуємо опції: *Valid N* (обсяг вибірки), *Mean* (середнє значення), *Standard Deviation* (середньоквадратичне відхилення), *Minimum* і *Maximum* (мінімальне і максимальне значення), клацаємо кнопку *Summary*. Потрібні статистики запишуться до звіту у вигляді рисунку 2.4.

Variable	Descriptive Statistics (lab1)				
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
x	10	3,3000	1,00000	6,0000	1,6020
y	10	13,2200	1,00000	36,0000	11,2278

Рисунок 2.4

Вихідну таблицю можна додати до звіту: *File – Add to Report – Report1*.

3 Знаходимо графік і рівняння лінійної регресії $y = b_0 + b_1x$. Активуємо таблицю з даними: *Graphs – Scatterplots ...* – вкладка *Advanced*. Визначаємо змінні: кнопка *Variables* (1 – X, 2 – Y), *Ok*. Вибираємо опції графіка: тип *Regular* (звичайний), вид *Linear* (лінійний), *Ellipse – Off*, *Ok*.

Над графіком буде написано рівняння прямої регресії (рис. 2.5) $y = -9,3714 + 6,8459 x$.

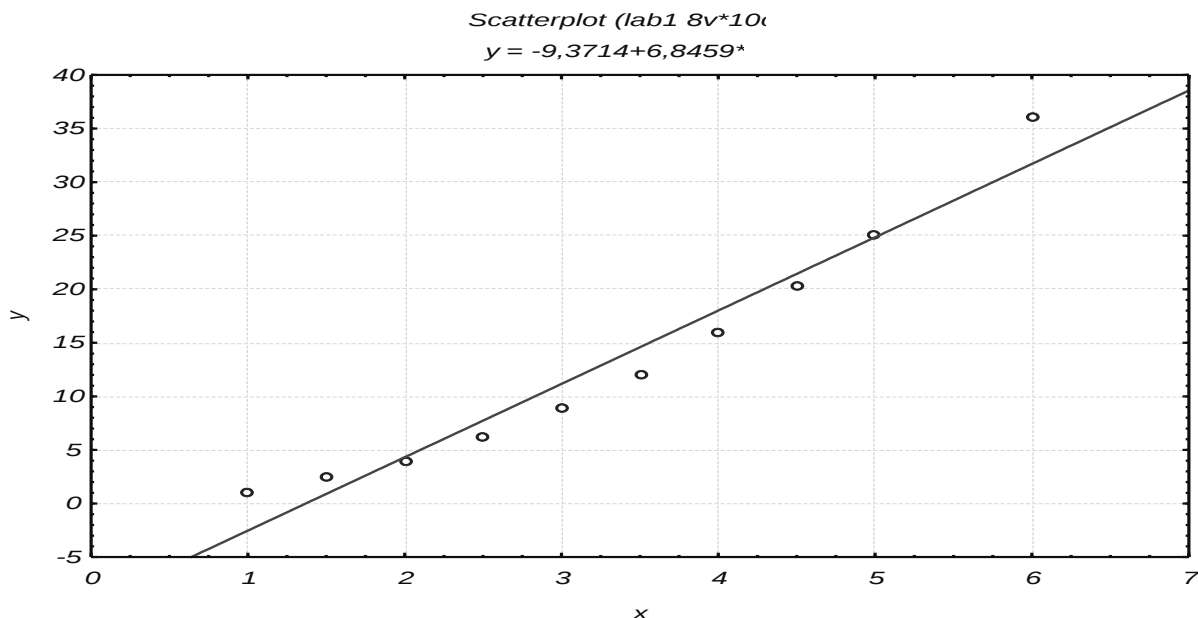


Рисунок 2.5

4 Розраховуємо прогноз $\hat{Y}$ за лінійною моделлю. За отриманою формулою можна розрахувати значення $\hat{Y}$ в будь-якій точці з області прогнозів. Додамо до таблиці 3-й стовпець $\hat{Y}$. Подвійним клацанням миші по імені стовпця входимо у вікно редагування шпальти. У вікні *Long Name* (внизу діалогового вікна) записати формулу « $= -9,3714 + 6,8459 * x$ » (рівняння регресії) і натиснути *OK*. У стовпці $\hat{Y}$ з'являться значення $\hat{Y}$, розраховані за рівнянням прямої регресії $y = -9,3714 + 6,8459 x$ для всіх X із 1-го стовпця (табл. 2.4).

Таблиця 2.4

x	y	y_l		x	y	y_l
1	1	-2,5255		3,5	12,1	14,58925
1,5	2,5	0,89745		4	16	18,0122
2	4	4,3204		4,5	20,4	21,43515
2,5	6,2	7,74335		5	25	24,8581
3	9	11,1663		6	36	31,704

5 Знаходимо графік і рівняння експоненційної моделі $y = a e^{bx}$.

Усі дії аналогічні п. 3, але вигляд графіка – *Exponential* (експоненціальний).

Отримаємо графік і формулу експоненційної моделі (рис. 2.6). Рівняння: $y = 0,9114 * \exp(0,6769 * x)$.

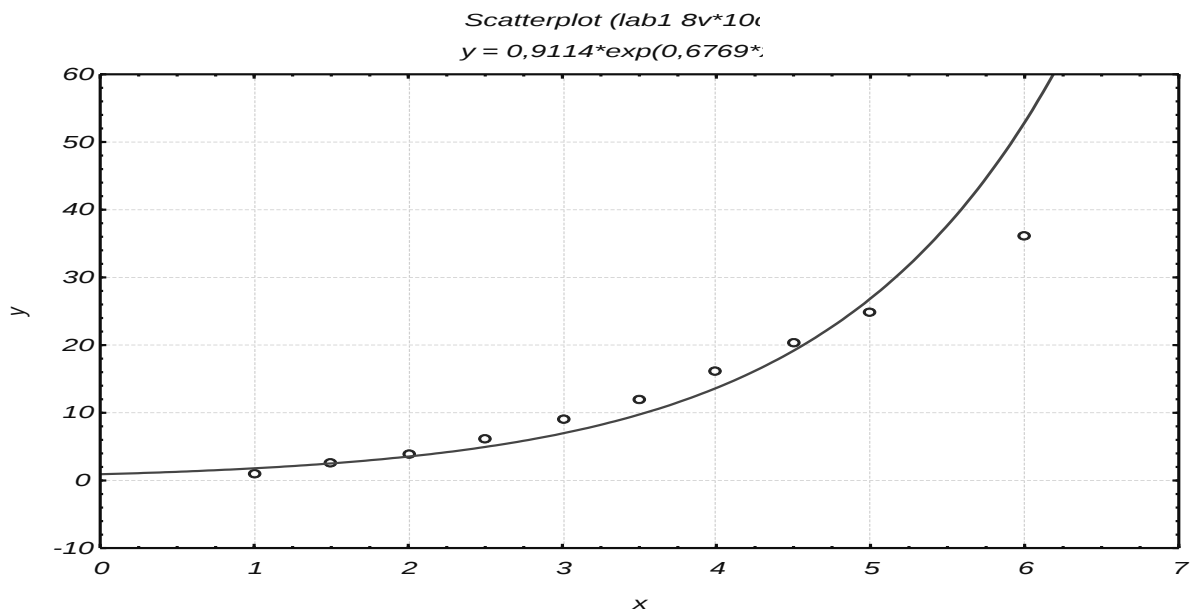


Рисунок 2.6

6 Розраховуємо прогноз Y за експоненційною моделлю. Дії аналогічні п. 4. У вікні *Long Name* вписуємо формулу « $= 0,9114 * \exp (0,6769 * x)$ ». Таблиця набуде вигляду, наведеного в таблиці 2.5.

Таблиця 2.5

x	y	y_l	y_exp
1	1	-2,5255	1,79342392
1,5	2,5	0,89745	2,51576416
2	4	4,3204	3,52904254
2,5	6,2	7,74335	4,95044068
3	9	11,1663	6,94433764
3,5	12,1	14,58925	9,74131969
4	16	18,0122	13,6648467
4,5	20,4	21,43515	19,168659
5	25	24,8581	26,8892506
6	36	31,704	52,9118118

7 Знаходимо графік і рівняння поліноміальної моделі. Початкові дії аналогічні п. 3, але вигляд графіка *Polynomial* (поліноміальний). На вкладці *Options 2* задаємо ступінь полінома (*Polynomial order*). Statistica 6.0 пропонує такі поліноми:

- 1) Quadratic ($y = b_0 + b_1x + b_2x^2$);
- 2) Cubic ($y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3$);
- 3) Quartic ($y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + b_4x^4$);
- 4) Quintic ($y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + b_4x^4 + b_5x^5$).

У цьому випадку вибираємо *Quadratic*, натискаємо *Ok*. Отримаємо графік (рис. 2.7), над яким написано рівняння полінома 2-го ступеня $y = 0,1674 - 0,0915x + 1,0117x^2$.

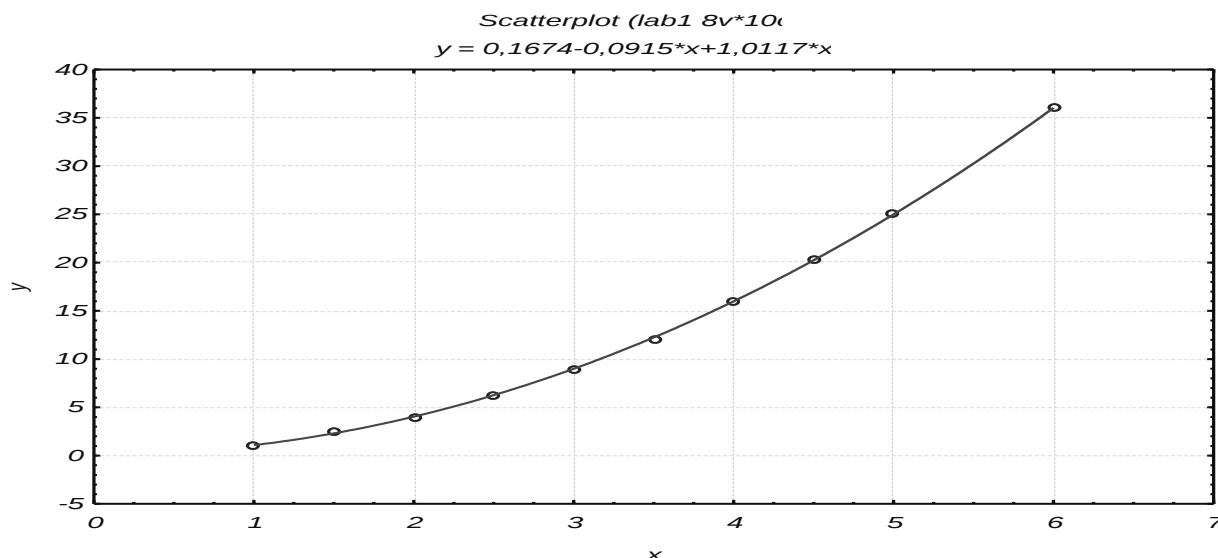


Рисунок 2.7

8 Розраховуємо прогноз Y за поліноміальною моделлю. Дії аналогічні п. 4. У вікні *Long Name* вписуємо формулу « $= 0,1674 - 0,0915 * x + 1,0117 * x^2$ ».

Таблиця набуде вигляду, наведеного в таблиці 2.6.

Таблиця 2.6

x	y	y_l	y_exp	y_pol
1	1	-2,5255	1,79342392	1,0876
1,5	2,5	0,89745	2,51576416	2,306475
2	4	4,3204	3,52904254	4,0312
2,5	6,2	7,74335	4,95044068	6,261775
3	9	11,1663	6,94433764	8,9982
3,5	12,1	14,58925	9,74131969	12,240475
4	16	18,0122	13,6648467	15,9886
4,5	20,4	21,43515	19,168659	20,242575
5	25	24,8581	26,8892506	25,0024
6	36	31,704	52,9118118	36,0396

9 Розраховуємо квадрати відхилень вибірових значень від прогнозованих.

Додамо стовпець kv_l , формула « $= (y - y_l)^2$ ».

Додамо стовпець kv_exp , формула « $= (y - y_exp)^2$ ».

Додамо стовпець kv_pol , формула « $= (y - y_pol)^2$ ».

Таблиця набуде вигляду (табл. 2.7):

Таблиця 2.7

x	y	y_l	y_exp	y_pol	kv_l	kv_exp	kv_pol
1	1	-2,5255	1,79342392	1,0876	12,4291502	0,629521524	0,00767376
1,5	2,5	0,89745	2,51576416	2,306475	2,5681665	0,000248508859	0,0374519256
2	4	4,3204	3,52904254	4,0312	0,10265616	0,221800926	0,00097344
2,5	6,2	7,74335	4,95044068	6,261775	2,38192922	1,56139848	0,00381615062
3	9	11,1663	6,94433764	8,9982	4,69285569	4,22574773	0,00000324
3,5	12,1	14,58925	9,74131969	12,240475	6,19636556	5,56337282	0,0197332256
4	16	18,0122	13,6648467	15,9886	4,04894884	5,452941	0,00012996
4,5	20,4	21,43515	19,168659	20,242575	1,07153552	1,51620074	0,0247826306
5	25	24,8581	26,8892506	25,0024	0,02013561	3,56926773	0,00000576
6	36	31,704	52,9118118	36,0396	18,455616	286,009379	0,00156816

10 Обчислюємо суму квадратів відхилень. Вибираємо *Statistics – Basic Statistics / Tables* – вкладка *Advanced*. Визначаємо змінні: кнопка *Variables* (kv_l, kv_exp, kv_pol), *Ok*. Активуємо тільки одну опцію: *Sum* (сума), *Summary*. Суми квадратів відхилень запишуться у вигляді рисунку 2.8.

Variable	Descriptiv
	Sum
kv_l	51,9674
kv_exp	308,7499
kv_pol	0,0961

Рисунок 2.8

11 Вибір моделі за сумою квадратів відхилень. Оскільки сума квадратів відхилень для поліноміальної моделі найменша (0,0961), то вибираємо поліноміальну модель.

12 Перевірка лінійної моделі на адекватність. Без додаткових розрахунків Statistica 6.0 перевіряє на адекватність тільки лінійну модель. *Statistics – Multiple Regression* – кнопка *Variables*. Виділяємо *Y – dependent* (залежна) і *X – independent* (незалежна), *Ok*, *Ok* (рис. 2.9).

Statistic	Summary
	Value
Multiple R	0,9768
Multiple R_	0,9542
Adjusted R_	0,9485
F(1,8)	166,6598
p	0,0000
Std.Err. of Estimate	2,5487

Рисунок 2.9

У вікні *Multiple Regression Results* натискаємо кнопку *Summary: Regression Results*. Результат отримаємо у вигляді рисунку 2.10.

Regression Summary for Dependent Variable: y (lab1)						
R= ,97682991 R_ = ,95419667 Adjusted R_ = ,94847125 F(1,8)=166,66 p<,00000 Std.Error of estimate: 2,5487						
N=10	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(8)	p-level
Intercept			-9,37143	1,926643	-4,86412	0,001249
x	0,976830	0,075666	6,84589	0,530291	12,90968	0,000001

Рисунок 2.10

У цій таблиці знаходяться всі необхідні відомості: коефіцієнт кореляції $R = 0,9768$, коефіцієнт детермінації (R^2) = 0,94847, значення критерію Фішера $F(1,8) = 166,66$ і значущість цього значення $p < 0,00000$; стандартна помилка апроксимації *Std Error of estimate* = 2,5487.

У стовпці B знаходяться значення параметрів $b_0 = -9,37143$; $b_1 = 6,84589$ (порівняйте з рівняннями, отриманими в п. 4). Для перевірки значущості коефіцієнтів b_0 і b_1 використовують критерій Стюдента. Якщо значення в стовпці *p-level* менше ніж 0,05, то з рівнем довіри 0,95 (95 %) можна стверджувати, що відповідний коефіцієнт значущий. До рівняння моделі включають тільки значущі коефіцієнти.

Висновок

Введемо позначення: X – фактор, Y – показник. Середні значення $X_{\text{ср}} = 3,3$; $Y_{\text{ср}} = 13,22$ задають центр області прогнозів. Середнє квадратичне відхилення $\sigma_x = 1,6021$ характеризує середнє значення розсіювання значень X щодо $X_{\text{ср}}$.

Отримано 3 моделі:

- 1) лінійна $y = -9,3714 + 6,8459x$; 2) експоненціальна $y = 0,9114 * e^{0,6769x}$;
- 3) поліноміальна $y = 0,1674 - 0,0915x + 1,0117x^2$.

Суми квадратів відхилень вибірових значень від розрахованих, відповідно, складають: 51,9674; 308,7499; 0,0961.

Оскільки для поліноміальної моделі сума квадратів відхилень найменша, то вона є оптимальною в цьому випадку.

Перевіримо, чи можна для спрощення розрахунків використовувати лінійну модель. Коефіцієнт кореляції $R = 0,9768$, значить лінійний зв'язок тісний. Коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,9542$, значить загальна якість моделі гарна (95,42 % вихідних даних пояснюються отриманою моделлю). Значущість $F_{\text{набл.}}(p) < 0,00000$... Це менше ніж 0,05, значить з рівнем довіри 0,95 (95 %) можна стверджувати, що модель адекватна.

Значення *p-level* для коефіцієнта b_0 дорівнює 0,001249, для коефіцієнта b_1 – 0,000001. Обидва ці числа менше ніж 0,05, значить обидва коефіцієнти значущі і вони включаються в модель $y = -9,3714 + 6,8459x$.

Отже, оптимальною з трьох запропонованих є поліноміальна модель залежності показника Y від фактора X , але й лінійну також можна використовувати.

Зауваження. При виконанні індивідуального завдання вводимо позначення X і Y для натуральних змінних. У висновку замість X і Y вказуємо задані в умові позначення.

2.5 Звіт за лабораторною роботою

Звіт повинен містити:

- 1) тему роботи, мету;
- 2) індивідуальне завдання;
- 3) роздруківки таблиць і графіків;
- 4) висновки по роботі.

2.6 Контрольні питання

- 1 Що таке вибірка, генеральна сукупність?
- 2 Сформулюйте визначення для таких понять: модель, прогноз, фактор, показник, оптимальна модель, кореляційне поле.
- 3 Дайте визначення і наведіть формулу: середнє значення, середньоквадратичне відхилення.
- 4 Що таке область прогнозів?
- 5 Як перевірити лінійну модель на адекватність?

2.7 Індивідуальні завдання

Варіант 1

Визначити залежність температури нагрівання оболонки порошкового електрода від часу протікання струму при щільності струму $j = 20 \text{ А/мм}^2$ (табл. 2.8).

Таблиця 2.8

Номер досліджу	Фактор	Показник	Номер досліджу	Фактор	Показник
	Час протікання струму, с	Температура нагріву оболонки, °C		Час протікання струму, с	Температура нагріву оболонки, °C
1	2	20	9	18	525
2	4	50	10	20	510
3	6	150	11	14	420
4	8	180	12	15,5	550
5	10	295	13	16	570
6	12	290	14	18	720
7	14	315	15	20	700
8	16	400			

Варіант 2

Визначити залежність температури нагрівання оболонки порошкового електрода від часу протікання струму при щільності струму $j = 40 \text{ А/мм}^2$ (табл. 2.9).

Таблиця 2.9

Номер досліджу	Фактор	Показник	Номер досліджу	Фактор	Показник
	Час протікання струму, с	Температура нагріву оболонки, °С		Час протікання струму, с	Температура нагріву оболонки, °С
1	0	0	9	10	850
2	2	85	10	12	600
3	3	100	11	13	820
4	4	320	12	16	850
5	5	280	13	17	980
6	6	550	14	18	950
7	7	590	15	20	980
8	8	700			

Варіант 3

Визначити вплив амплітуди коливань електрода на глибину проплавлення шва (табл. 2.10).

Таблиця 2.10

Номер експерименту	Фактор	Відгук	Номер експерименту	Фактор	Відгук
	Амплітуда коливань електроду A , мм	Глибина проплавлення шва b , мм		Амплітуда коливань електроду A , мм	Глибина проплавлення шва b , мм
1	5	6,5	9	27,5	3,8
2	10	6,25	10	22	4
3	13	6,7	11	23,5	4,5
4	15	5,55	12	25	4
5	17,5	5,45	13	27	4,25
6	20	5,1	14	28	3,5
7	22,5	5,6	15	30	3,3
8	24	4,5			

Варіант 4

Визначити залежність максимальної швидкості переміщення торця електрода, необхідної для відриву краплі від зварювального струму (табл. 2.11).

Таблиця 2.11

Номер експерименту	Фактор	Відгук	Номер експерименту	Фактор	Відгук
	Струм зварювання $I_{св}$, А	Швидкість переміщення торця електрода v , м/ч		Струм зварювання $I_{св}$, А	Швидкість переміщення торця електрода v , м/ч
1	50	1	9	320	0,38
2	55	0,9	10	350	0,25
3	100	0,75	11	385	0,19
4	150	0,6	12	200	0,3
5	170	0,49	13	400	0,15
6	220	0,45	14	420	0,17
7	280	0,25	15	450	0,1
8	300	0,28			

Варіант 5

Визначити залежність залишкового вмісту молекулярного водню в газовій фазі при наплавленні складнолегованого сплаву порошковою стрічкою від вмісту в шихті плавикового шпату CaF_2 (табл. 2.12).

Таблиця 2.12

Номер експерименту	Фактор	Відгук	Номер експерименту	Фактор	Відгук
	Вміст у шихті плавикового шпату, мас. %	Залишковий вміст молекулярного водню, %		Вміст у шихті плавикового шпату, мас. %	Залишковий вміст молекулярного водню, %
1	0,25	35	9	2	5
2	0,3	27	10	2,25	3,1
3	0,5	18	11	2,5	4
4	1	15	12	2,75	1,7
5	1,25	10	13	2,8	3,45
6	1,3	3,8	14	2,9	1,2
7	1,5	5	15	3	3
8	1,75	1,9			

Варіант 6

Визначити залежність температури електродних крапель від напруги на дузі при зварюванні електродами марки АНО-4 (табл. 2.13).

Таблиця 2.13

Номер експерименту	Фактор	Відгук	Номер експерименту	Фактор	Відгук
	Напруга на дузі U , В	Температура електродних крапель $T_{\max}$, К		Напруга на дузі U , В	Температура електродних крапель $T_{\max}$, К
1	15	2300	9	45	2710
2	20	2400	10	48	2735
3	25	2450	11	50	2720
4	30	2500	12	53	2600
5	35	2630	13	55	2735
6	38	2615	14	58	2729
7	40	2640	15	60	2730
8	43	2700			

Варіант 7

Определить зависимость между током $I_{\text{св}}$ и производительностью наплавки $G_{\text{н}}$ при наплавке бронзы на сталь 45 (табл. 2.14).

Таблиця 2.14

Номер експерименту	Фактор	Відгук	Номер експерименту	Фактор	Відгук
	Зварювальний струм $I_{\text{св}}$, А	Продуктивність наплавлення $G_{\text{н}}$, кг/ч		Зварювальний струм $I_{\text{св}}$, А	Продуктивність наплавлення $G_{\text{н}}$, кг/ч
1	120	1,2	9	240	7
2	140	2,4	10	200	7,6
3	160	5,5	11	150	5,5
4	180	4,6	12	260	7,8
5	190	5,5	13	280	8,8
6	200	4,6	14	290	7,95
7	220	6,3	15	300	8
8	230	6,6			

Варіант 8

Визначити залежність в'язкості захисного покриття від добавок натрію фосфорномолібденовокислого (табл. 2.15).

Таблиця 2.15

Номер експерименту	Фактор	Відгук	Номер експерименту	Фактор	Відгук
	Кількість $\text{Na}_2[\text{P}(\text{Mo}_2\text{O}_7)]^* \cdot 19\text{H}_2\text{O}$, г	В'язкість покриття η , с		Кількість $\text{Na}_2[\text{P}(\text{Mo}_2\text{O}_7)]^* \cdot 19\text{H}_2\text{O}$, г	В'язкість покриття η , с
1	0	70	9	3,5	48
2	0,5	68	10	3,75	42
3	1	64	11	4	44
4	1,5	70	12	4,25	45
5	2	57	13	4,5	53
6	2,5	55	14	4,75	41
7	3	52	15	5	40
8	3,25	42			

Варіант 9

Визначити залежність питомої теплоємності ванни при зварюванні міді від вмісту в газовій суміші аргону (табл. 2.16).

Таблиця 2.16

Номер експерименту	Фактор	Відгук	Номер експерименту	Фактор	Відгук
	Вміст аргону Ar , %	Питома теплоємність ванни S , Дж/кг		Вміст аргону Ar , %	Питома теплоємність ванни S , Дж/кг
1	100	965 000	9	45	680 000
2	90	951 000	10	40	771 000
3	80	923 000	11	35	898 000
4	70	976 000	12	30	794 000
5	65	880 000	13	20	734 000
6	60	820 000	14	10	771 000
7	55	800 000	15	5	705 000
8	50	794 000			

Варіант 10

Визначити залежність крайового кута змочування мармуру рідким склом при виготовленні електродів для ручного дугового зварювання від щільності рідкого скла (табл. 2.17).

Таблиця 2.17

Номер експерименту	Фактор	Відгук	Номер експерименту	Фактор	Відгук
	Щільність рідкого скла мс/г, γ^3	Значення крайового кута змочування θ , град.		Щільність рідкого скла мс/г, γ^3	Значення крайового кута змочування θ , град.
1	1,3	15	9	1,68	66
2	1,35	18	10	1,7	61
3	1,4	19	11	1,72	75
4	1,45	22	12	1,75	80
5	1,5	38	13	1,8	74
6	1,55	55	14	1,82	83
7	1,6	56	15	1,85	85
8	1,65	68			

3 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 3 ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ. ПОВНИЙ ФАКТОРНИЙ ПЛАН 2^2

3.1 Короткі теоретичні відомості

Під експериментом розуміють сукупність операцій, що здійснюються над об'єктом дослідження з метою отримання інформації про його властивості.

Експеримент, у якому дослідник на свій розсуд може змінювати умови його проведення, називається *активним експериментом*. Якщо дослідник не може самостійно змінювати умови його проведення, а лише реєструє їх, то це *пасивний експеримент*.

Дослід – це окрема експериментальна частина.

План експерименту – сукупність даних, що визначають число, умови і порядок проведення експерименту.

Планування експерименту – вибір плану експерименту, що задовольняє заданим вимогам; цілеспрямоване керування експериментом, що реалізовується в умовах неповного знання механізму досліджуваного явища.

Мета планування експерименту – знаходження таких умов і правил проведення дослідів, при яких вдається отримати надійну й достовірну інформацію про об'єкт з найменшою витратою роботи, а також подати цю інформацію в компактній і зручній формі з кількісною оцінкою точності.

Нехай аналізована властивість (Y) об'єкта залежить від декількох (n) незалежних змінних ($X_1, X_2, \dots, X_n$) і необхідно з'ясувати характер цієї залежності $Y = F(X_1, X_2, \dots, X_n)$. Незалежні змінні $X_1 \dots X_n$ називають факторами, величину Y – відгуком, а залежність $Y = F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ – функцією відгуку.

3.2 Мета лабораторної роботи

Навчитися працювати з модулем планування експерименту.

3.3 Завдання до лабораторної роботи

Побудувати план експерименту. Провести аналіз отриманих даних. Побудувати лінійні моделі: без урахування взаємодії факторів ($y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$) і з урахуванням взаємодії факторів ($y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_1x_2$). Оцінити їх адекватність.

3.4 Приклад виконання лабораторної роботи в пакеті Statistica

Дано: побудувати математичну лінійну модель впливу напруги на дузі U_d , В, довжини вильоту електрода L_b , мм, на коефіцієнт втрат Y , % при зварюванні в середовищі CO_2 . З технологічних міркувань обрана така область досліджень: $U_d = 20 \dots 30$ В; $L_b = 20 \dots 60$ мм.

Для досліджень застосовуємо факторний план проведення експерименту 2^2 .

У таблиці 3.1 наведено результати проведення експерименту. Відповідно до плану було проведено 4 серії дослідів, у кожному поєднанні рівнів факторів проводилося по 3 паралельні досліди. Вимірювалися значення відгуку функції Y – коефіцієнт втрат (у таблиці наведено середні значення по трьом паралельним дослідом значень Y).

Таблиця 3.1

№	U_d	L_b	Y, %
1	20	20	33
2	30	20	30
3	20	60	28
4	30	60	31

Виконання завдання

1 Будування плану

В меню *Statistics* вибираємо пункт *Industrial Statistics & Six Sigma – Experimental Design (DOE)*. У вікні *Design & Analysis of Experiments* вибираємо 2 ** (Kp) *standard design (Box, Hunter, & Hunter)* (Дробові 2 ** (Kp) факторні плани). Відкриється вікно *Design & Analysis of Experiments with Two-Level Factors*, вкладка *Design experiment* (рис. 3.1).

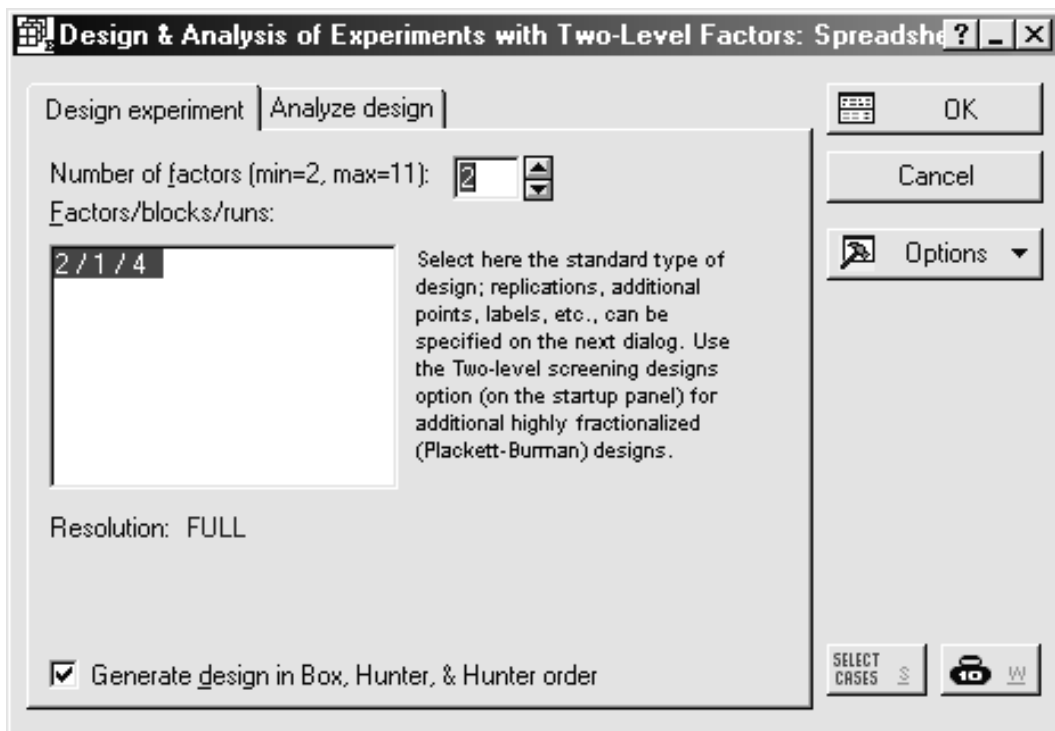


Рисунок 3.1

Задаємо *Number of factors* (число факторів) 2, вибираємо рядок 2/1/4 в поле *Factors / blocks / runs* (фактори / блоки / дослід).

У вікні (рис. 3.2) на вкладці *Quick* відзначаємо тип плану *Standard order* (стандартний, що не рандомізований план), натискаємо кнопку *Change factor names, values, etc.* (Імена факторів, значення).



Рисунок 3.2

У вікні *Summary for Variables (Factors)* (рис. 3.3) потрібно заповнити такі стовпці: *Factors Name* – імена факторів, *Low Value* – нижні (найменші) значення факторів, *High Value* – верхні (найбільші) значення факторів.

Summary for Variables (Factors)

To change labels, values, etc., type in the desired changes, then click OK.

Factor	Factor Name	Low Value	Low Label	High Value	High Label	C/Q Cont or Qual.
A (1)	A	-1	Low	1	High	C
B (2)	B	-1	Low	1	High	C

OK Cancel

Рисунок 3.3

Для розглянутого прикладу введемо дані із завдання, як на рисунку 3.4, Ok.

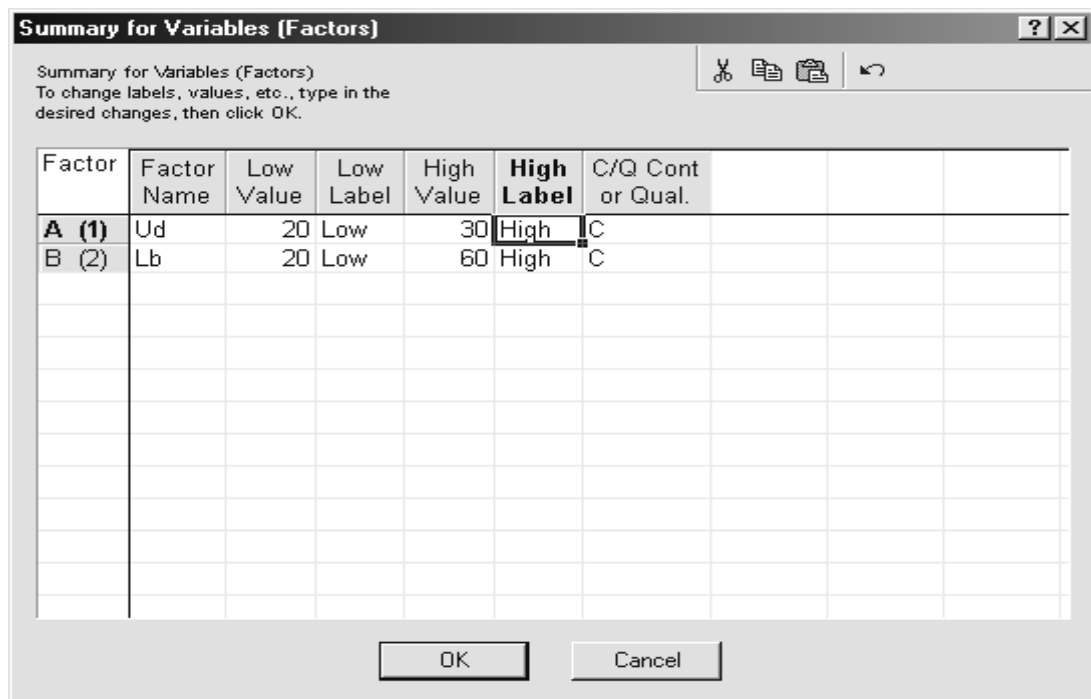


Рисунок 3.4

У вікні вибираємо вкладку *Display design* і відзначаємо опції для налаштування відображення плану так, як показано на рисунку 3.5. Натискаємо кнопку *Summary*.

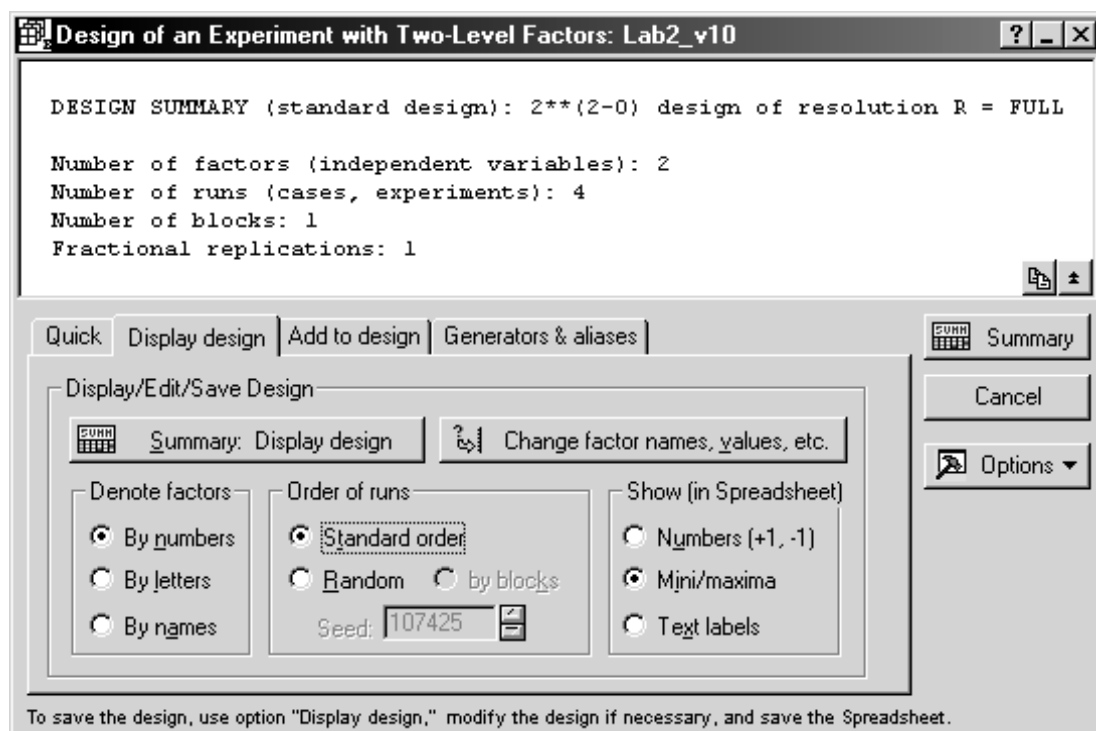


Рисунок 3.5

Отримаємо таблицю – план факторного експерименту (рис. 3.6). У ній показано порядок збирання експериментальних даних.

Standard Run	Design: 2**(2-0) des	
	Ud	Lb
1	20,00000	20,00000
2	30,00000	20,00000
3	20,00000	60,00000
4	30,00000	60,00000

Рисунок 3.6

Перенесемо (скопійюємо) її у вікно даних і додамо стовпець результатів проведення експериментів. Для цього прикладу це – коефіцієнт втрат Y , %. Отримаємо рисунок 3.7.

	1 Ud	2 Lb	3 Y
1	20,00000	20,00000	33
2	30,00000	20,00000	30
3	20,00000	60,00000	28
4	30,00000	60,00000	31

Рисунок 3.7

2 Аналіз експериментальних даних

2.1 Будівання лінійної моделі без урахування взаємодії факторів

Повертаємося до діалогового вікна *Design & Analysis of Experiments with Two_Level Factors* (див. рис. 1.1), яке у вигляді кнопки знаходиться в нижній частині робочого вікна. Переходимо на вкладку *Analyze design*. Натискаємо кнопку *Variables*. Вибираємо в якості залежної (*Dependent*) змінної Y , у якості незалежних (*Independent (factors)*) змінних – U_d и L_b , *Ok*, *Ok* (рис. 3.8).

У вікні вибираємо:

- на вкладці *Model* опцію *No interactions* (без взаємодії),
- на вкладці *ANOVA / Effects* кнопку *Regressions coefficients*.

Отримаємо таблицю коефіцієнтів для лінійної моделі без урахування взаємодії факторів (рис. 3.9).

Самі коефіцієнти беремо із стовпця *Regressn Coeff.*: $b_0 = 32,5$; $b_1 = 0,0$; $b_2 = -0,05$. Тобто модель можна записати у вигляді:

$$Y = 32,5 + 0 * U_d - 0,05 * L_b ;$$

$$Y = 32,5 - 0,05 * L_b .$$

Фактор U_d не включений до моделі. За стовпцем p можна визначити статистичну значущість коефіцієнтів: усі числа $> 0,05$, отже, коефіцієнти незначущі. Над таблицею наводяться значення: $R\text{-sqr} = 0,30769$ (коефіцієнт достовірності апроксимації) – загальна якість моделі погана, $S\text{ Residual} = 9$ (стандартна помилка).

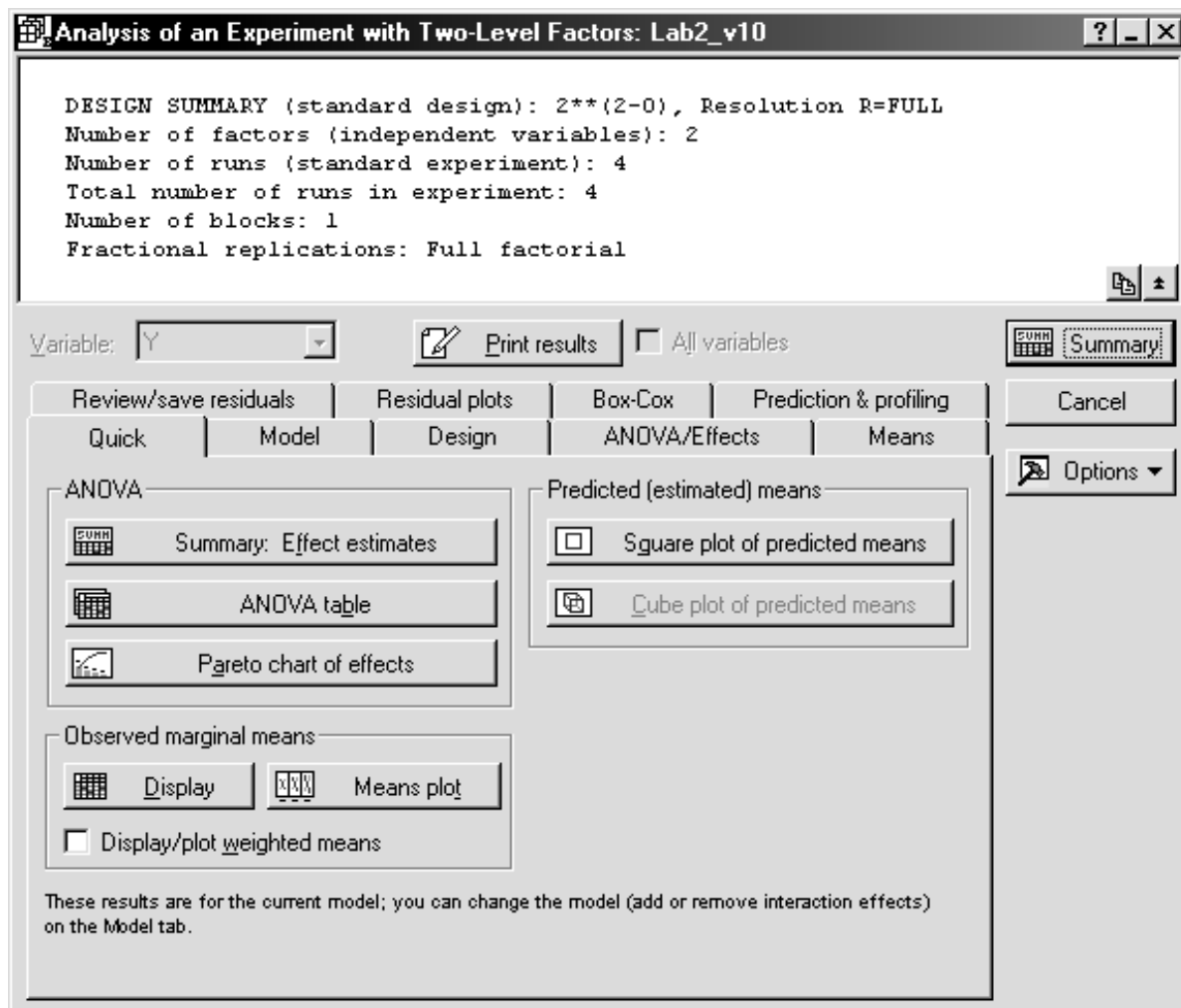


Рисунок 3.8

Regr. Coefficients; Var.: Y; R-sqr=,30769; Adj:0, (Lab2_v10) 2**(2-0) design; MS Residual=9, DV: Y						
Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(1)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	32,50000	8,215838	3,955774	0,157632	-71,8921	136,8921
(1)Ud	0,00000	0,300000	0,000000	1,000000	-3,8119	3,8119
(2)Lb	-0,05000	0,075000	-0,666667	0,625666	-1,0030	0,9030

Рисунок 3.9

Очевидно, що модель не придатна для використання, але для порівняння розрахуємо значення показника Y за цією моделлю.

Додамо до таблиці з даними стовпець Y_1 і впишемо у вікно *Long name* формулу « $= 32,5 - 0,05 * L_B$ ».

Отримаємо результат (рис. 3.10).

	1	2	3	4
	Ud	Lb	Y	Y1
1	20,00000	20,00000	33	31,5
2	30,00000	20,00000	30	31,5
3	20,00000	60,00000	28	29,5
4	30,00000	60,00000	31	29,5

Рисунок 3.10

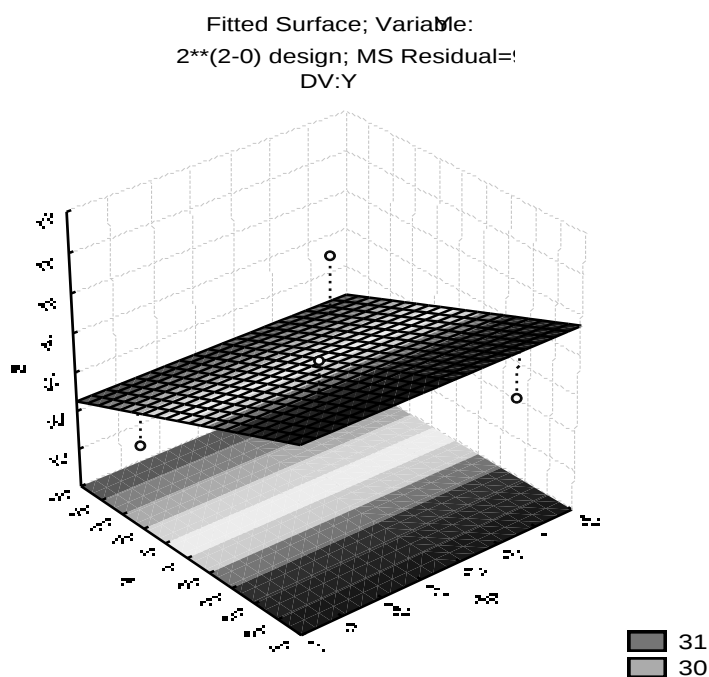


Рисунок 3.11

Для візуалізації результатів можна побудувати тривимірний і контурний графіки. У вікні *Analysis of an Experiment with Two_Level Factors* (див. рис. 3.8) вибираємо вкладку *Prediction & profiling*, натискаємо кнопку *Surface plot*, отримаємо тривимірний графік (рис. 3.11), натискаємо кнопку *Contour plot*, отримаємо контурний графік (рис. 3.12).

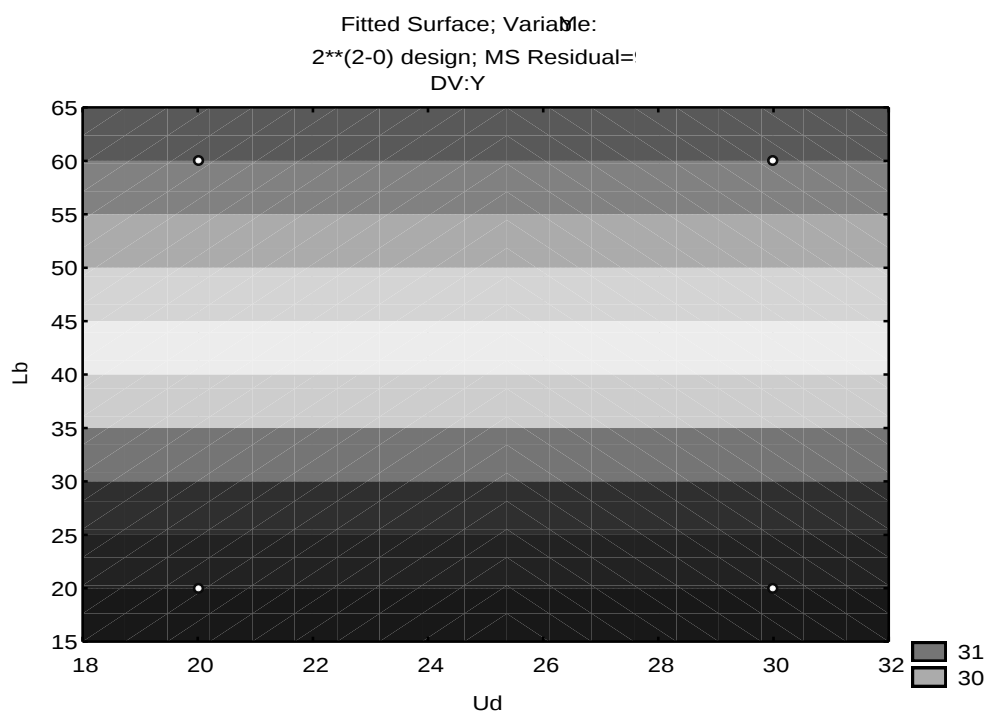


Рисунок 3.12

2.2 Будування лінійної моделі з урахуванням взаємодії факторів

Це модель виду $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_1x_2$.

Послідовність дій аналогічна п. 2.1, але на вкладці *Model* вибираємо опцію *2_way interactions*.

Результати отримаємо у вигляді таблиці 3.2 і рисунків 3.13–3.15.

Таблиця 3.2

Regr. Coefficients; Var.:Y; R-sqr=1, (Lab2_v10) 2**(2-0) design DV: Y	
Factors	Regressn
Mean/Interc.	47,50000
(1)Ud	-0,60000
(2)Lb	-0,42500
1 by 2	0,01500

Проаналізуємо таблицю 3.2.

$R\text{-sqr} = 1$ – якість моделі відмінна. Значних помилок немає – розрахунок вийшов точним.

Запишемо модель:

$$Y = 47,5 - 0,6 * U_d - 0,425 * L_B + 0,015 * U_d * L_B.$$

Додамо до таблиці стовпець Y2 і у вікні *Long name* впишемо формулу

$$= 47,5 - 0,6 * U_d - 0,425 * L_B + 0,015 * U_d * L_B$$

	1 Ud	2 Lb	3 Y	4 Y1	5 Y2
1	20,00000	20,00000	33	31,5	33
2	30,00000	20,00000	30	31,5	30
3	20,00000	60,00000	28	29,5	28
4	30,00000	60,00000	31	29,5	31

Рисунок 3.13

Порівнюючи тепер у таблиці 3.7 значення в стовпці Y (експериментальні дані) і в стовпці Y2 (розраховані за моделлю значення), можна побачити, що вони ідентичні, тобто розрахунок вийшов точним (рис. 3.13).

На рисунку 3.14 видно, що поверхня проходить точно через 4 точки плану, за яким визначено коефіцієнти (порівняйте з рис. 3.11). Однак в інших точках області визначення функції, передбачені і дійсні значення, які можуть не збігатися.

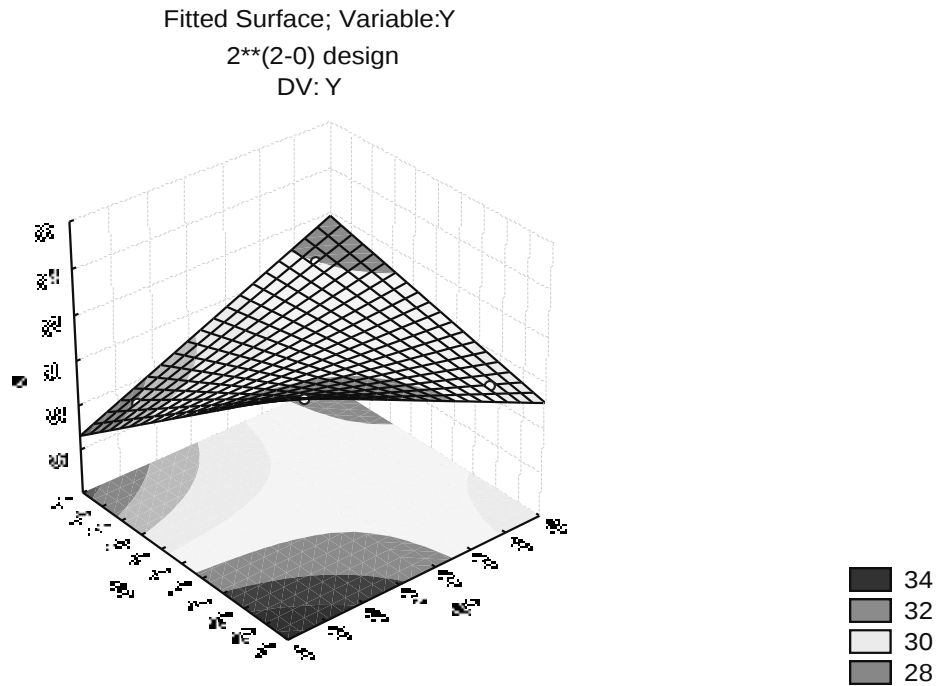


Рисунок 3.14

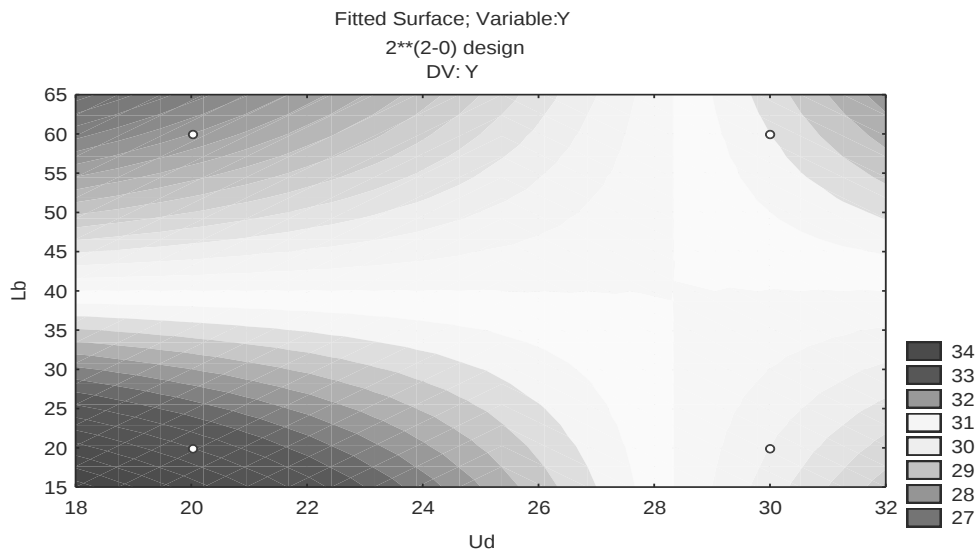


Рисунок 3.15

Висновок

Для аналізу впливу напруги на дузі U_d , В, довжини вильоту електрода L_B , мм, на коефіцієнт втрат Y , %, при зварюванні в середовищі CO_2 було побудовано 2 моделі:

$$Y = 32,5 - 0,05 * L_B;$$

$$Y = 47,5 - 0,6 * U_d - 0,425 * L_B + 0,015 * U_d * L_B.$$

Доведено, що адекватною є друга модель, яку можна використовувати для подальших досліджень.

Примітка. При виконанні індивідуального завдання для зручності запису можна ввести позначення X_1 і X_2 для натуральних змінних. У висновку вказуємо задані в умові назви факторів.

3.5 Звіт за лабораторною роботою повинен містити

Звіт повинен містити:

- 1) тему роботи, мету;
- 2) індивідуальне завдання;
- 3) роздруківки таблиць і графіків;
- 4) висновки по роботі.

3.6 Контрольні питання

- 1 Дайте визначення активного й пасивного експерименту. Дослід.
- 2 Класичний і факторний плани проведення експерименту.
- 3 План експерименту, планування експерименту, мета планування експерименту.
- 4 Поняття фактора й відгуку. Діапазони зміни факторів. Функція відгуку.
- 5 Що таке план ПФЕ 2^n .
- 6 Що таке план ДФЕ 2^{n-k} .

3.7 Індивідуальні завдання

Варіант 1

Побудувати математичну лінійну модель впливу струму зварювання $I_{\text{св}}$, А, часу зварювання $t_{\text{св}}$, с, на швидкість плавлення електрода $V_{\text{пл}}$, мм/с. Виконувалося автоматичне зварювання плавленням в середовищі захисних газів. З технологічних міркувань обрано таку область досліджень: $I_{\text{св}} = 100 \dots 180$ А; $t_{\text{св}} = 30 \dots 50$ с.

Для досліджень застосовуємо факторний план проведення експерименту 2^2 . У таблиці 3.3 наведено результати проведення експерименту. Відповідно до плану було проведено 4 серії дослідів, у кожному поєднанні рівнів факторів проводилося по 3 паралельні досліди. Вимірювалися значення відгуку функції $V_{\text{пл}}$ – швидкість плавлення електрода (у таблиці 3.3 наведено середні значення по трьох паралельних дослідах значень швидкості плавлення електрода).

Таблиця 3.3 – Умови та результати дослідів

№	$I_{\text{св}}$	$t_{\text{св}}$	$V_{\text{пл}}$
1	100	30	3,2
2	180	30	4,5
3	100	50	3,4
4	180	50	4,9

Варіант 2

Побудувати математичну лінійну модель впливу струму зварювання $I_{\text{св}}$, А, напруги на дузі $U_{\text{д}}$, В, на ефективний ККД нагрівання електрода. Проводилося ручне дугове зварювання. З технологічних міркувань обрано таку область досліджень: $I_{\text{св}} = 100 \dots 180$ А; $U_{\text{д}} = 22 \dots 30$ В.

Для досліджень застосовуємо факторний план проведення експерименту 2^2 . У таблиці 3.4 наведено результати проведення експерименту. Відповідно до плану було проведено 4 серії дослідів, у кожному поєднанні рівнів факторів проводилося по 3 паралельні досліді. Вимірювалися значення відгуку функції Q – ефективний ККД нагрівання електрода (у таблиці 3.4 наведено середні значення по трьох паралельних дослідіх значень ККД нагрівання електрода).

Таблиця 3.4 – Умови та результати дослідів

№	$I_{\text{св}}$	$U_{\text{д}}$	Q
1	100	22	0,23
2	180	22	0,12
3	100	30	0,2
4	180	30	0,91

Варіант 3

Побудувати математичну лінійну модель впливу щільності зварювального струму, γ , А/мм², температури термооброблення $T_{\text{т}}$, °С, на коефіцієнт нерівномірності плавлення електрода $K_{\text{н}}$. Виконувалося автоматичне зварювання під флюсом. З технологічних міркувань обрано таку область досліджень: $J_{\text{св}} = 8 \dots 14$ А/мм²; $T_{\text{т}} = 500 \dots 900$ °С.

Для досліджень застосовуємо факторний план проведення експерименту 2^2 . У таблиці 3.5 наведено результати проведення експерименту. Відповідно до плану було проведено 4 серії дослідів, у кожному поєднанні рівнів факторів проводилося по 3 паралельні досліді. Вимірювалися значення відгуку функції $K_{\text{н}}$ – коефіцієнт нерівномірності плавлення електрода (у таблиці 3.5 наведено середні значення по трьох паралельних дослідіх значень коефіцієнта $K_{\text{н}}$).

Таблиця 3.5 – Умови та результати досліду

№	$J_{\text{св}}$	$T_{\text{т}}$	$K_{\text{н}}$
1	8	500	1,23
2	14	500	1,27
3	8	900	1,17
4	14	900	1,2

Варіант 4

Побудувати математичну лінійну модель впливу товщини зварюваної пластини y , мм, часу зварювання $t_{\text{св}}$, с, на температуру нагрівання пластини товщиною 5 мм. Виконувалося автоматичне зварювання під флюсом для пластини товщиною 5 мм. З технологічних міркувань обрано таку область досліджень: $y = 12 \dots 20$ мм; $t_{\text{св}} = 60 \dots 120$ с.

Для досліджень застосовуємо факторний план проведення експерименту 2^2 . У таблиці 3.6 наведено результати проведення експерименту. Відповідно до плану було проведено 4 серії дослідів, у кожному поєднанні рівнів факторів проводилося по 3 паралельні досліді. Вимірювалися значення відгуку функції $T_{\text{н}}$ – температура нагрівання пластини (у таблиці 3.6 наведено середні значення по трьох паралельних дослідіх значень $T_{\text{н}}$).

Таблиця 3.6 – Умови та результати досліду

№	y	$t_{\text{св}}$	$T_{\text{н}}$
1	12	60	260
2	20	60	240
3	12	120	200
4	20	120	180

Варіант 5

Побудувати математичну лінійну модель впливу швидкості зварювання $V_{\text{св}}$, мм/с, температури попереднього підігрівання T_0 , К, на швидкість охолодження пластини. Виконувалося зварювання в середовищі захисних газів. З технологічних міркувань обрано таку область досліджень: $V_{\text{св}} = 0,3 \dots 1$ мм/с; $T_0 = 290 \dots 530$ К.

Для досліджень застосовуємо факторний план проведення експерименту 2^2 . У таблиці 3.7 наведено результати проведення експерименту. Відповідно до плану було проведено 4 серії дослідів, у кожному поєднанні рівнів факторів проводилося по 3 паралельні досліді. Вимірювалися значення відгуку функції $V_{\text{охл}}$ – швидкість охолодження пластини (у таблиці 3.7 наведено середні значення по трьох паралельних дослідіх значень швидкості охолодження $V_{\text{охл}}$).

Таблиця 3.7 – Умови та результати дослідів

№	$V_{\text{св}}$	T_0	$V_{\text{охл.}}$
1	0,3	290	13
2	1	290	70
3	0,3	530	3
4	1	530	40

Варіант 6

Побудувати математичну лінійну модель впливу швидкості зварювання $V_{\text{св}}$, мм/с, температури попереднього підігрівання T_0 , К, на твердість металу зварного шва HRC. Виконувалося наплавлення порошковим дротом діаметром 3 мм. З технологічних міркувань обрано таку область досліджень: $V_{\text{св}} = 0,3 \dots 1$ мм/с; $T_0 = 290 \dots 530$ К.

Для досліджень застосовуємо факторний план проведення експерименту 2^2 . У таблиці 3.8 наведено результати проведення експерименту. Відповідно до плану було проведено 4 серії дослідів, у кожному поєднанні рівнів факторів проводилося по 3 паралельні дослідів. Вимірювалися значення відгуку функції HRC – твердість металу зварного шва (у таблиці 3.8 наведено середні значення по трьох паралельних дослідів значень HRC).

Таблиця 3.8 – Умови та результати дослідів

№	$V_{\text{св}}$	T_0	HRC
1	0,3	290	40
2	1	290	55
3	0,3	530	30
4	1	530	52

Варіант 7

Побудувати математичну лінійну модель впливу струму зварювання $I_{\text{св}}$, А, швидкості зварювання $V_{\text{св}}$, мм/с, на глибину проплавлення шва b , мм, при зварюванні під флюсом. З технологічних міркувань обрано таку область досліджень: $I_{\text{св}} = 150 \dots 250$ А; $V_{\text{св}} = 0,34 \dots 0,54$ мм/с.

Для досліджень застосовуємо факторний план проведення експерименту 2^2 . У таблиці 3.9 наведено результати проведення експерименту. Відповідно до плану було проведено 4 серії дослідів, у кожному поєднанні рівнів факторів проводилося по 3 паралельні дослідів. Вимірювалися значення відгуку функції b – глибина проплавлення зварного шва (у таблиці 3.9 наведено середні значення по трьох паралельних дослідів значень глибини проплавлення b).

Таблиця 3.9 – Умови та результати дослідів

№	$I_{\text{св}}$	$V_{\text{св}}$	b , мм
1	150	0,34	2,1
2	250	0,34	1,8
3	150	0,54	3,6
4	250	0,54	3,3

Варіант 8

Побудувати математичну лінійну модель впливу швидкості зварювання $V_{\text{св}}$, мм/с, струму зварювання $I_{\text{св}}$, А, на ширину наплавленого валика b , мм, при зварюванні в середовищі захисних газів. З технологічних міркувань обрано таку область досліджень: $V_{\text{св}} = 0,34 \dots 0,54$ мм/с; $I_{\text{св}} = 150 \dots 250$ А.

Для досліджень застосовуємо факторний план проведення експерименту 2^2 . У таблиці 3.10 наведено результати проведення експерименту. Відповідно до плану було проведено 4 серії дослідів, у кожному поєднанні рівнів факторів проводилося по 3 паралельні досліді. Вимірювалися значення відгуку функції b – ширина наплавленого валика (у таблиці 3.10 наведено середні значення по трьох паралельних дослідіх значень b).

Таблиця 3.10 – Умови та результати досліді

№	$V_{\text{св}}$	$I_{\text{св}}$	b , мм
1	0,34	150	11
2	0,54	150	9,9
3	0,34	250	15,2
4	0,54	250	14,2

Варіант 9

Побудувати математичну лінійну модель впливу швидкості зварювання $V_{\text{св}}$, мм/с, напруги на дузі $U_{\text{д}}$, В, на ширину наплавленого валика b , мм, при зварюванні в середовищі захисних газів. З технологічних міркувань обрано таку область досліджень: $U_{\text{д}} = 32 \dots 36$ В; $V_{\text{св}} = 0,34 \dots 0,54$ мм/с

Для досліджень застосовуємо факторний план проведення експерименту 2^2 . У таблиці 3.11 наведено результати проведення експерименту. Відповідно до плану було проведено 4 серії дослідів, у кожному поєднанні рівнів факторів проводилося по 3 паралельні досліді. Вимірювалися значення відгуку функції b – ширина наплавленого валика (у таблиці 3.11 наведено середні значення по трьох паралельних дослідіх значень b).

Таблиця 3.11 – Умови та результати досліді

№	$U_{\text{д}}$	$V_{\text{св}}$	b , мм
1	32	0,34	13,1
2	36	0,34	15,3
3	32	0,54	14,1
4	36	0,54	9,5

Варіант 10

Побудувати математичну лінійну модель впливу щільності струму j , А/мм², часу протікання струму t , с, на температуру нагрівання оболонки порошкового електрода T , °С. Виконувалося ручне дугове зварювання. З технологічних міркувань обрано таку область досліджень: $j = 20 \dots 40$ А/мм²; $t = 10 \dots 20$ с.

Для досліджень застосовуємо факторний план проведення експерименту 2^2 . У таблиці 3.12 наведено результати проведення експерименту. Відповідно до плану було проведено 4 серії дослідів, у кожному поєднанні рівнів факторів проводилося по 3 паралельні досліди. Вимірювалися значення відгуку функції T , °C – температура нагрівання оболонки порошкового електрода (у таблиці 3.12 наведено середні значення по трьох паралельних дослідах значень температури нагрівання).

Таблиця 3.12 – Умови та результати дослідів

№	J	t	T , C
1	20	10	210
2	40	10	370
3	20	20	620
4	40	20	950

4 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 4

ПРОГНОЗ НА ПІДСТАВІ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЇ. ТОЧНІСТЬ ПРОГНОЗУ

4.1 Короткі теоретичні відомості

Рівняння лінійної регресії $y = b_0 + b_1x$ знаходиться за даними вибірки методом найменших квадратів. На рисунку 4.1 це похила пряма, зображена лінією. Точна лінійна залежність між x і y : $y = \beta_0 + \beta_1x + \varepsilon$, де ε – випадковий член, невідома. Можна тільки стверджувати, що вона з імовірністю γ розташована в довірчій області, обмеженій лініями гіперболи (рис. 4.1).

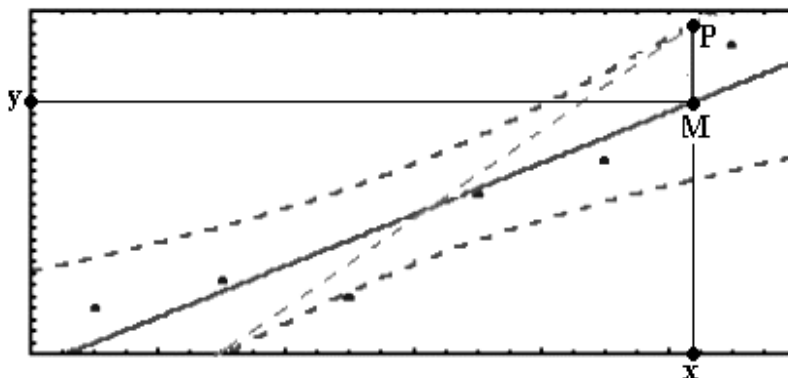


Рисунок 4.1

Імовірність γ називається *рівнем довіри*. Звичайно $\gamma = 0,95$ або $\gamma = 0,99$. Точна лінія регресії $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$ зображена на рисунку 4.1 пунктирною прямою. Прогноз y в точці x роблять за рівнянням $y = b_0 + b_1 x$. Точне значення прогнозу може з імовірністю γ відповідати будь-якій точці довірчого інтервалу PQ (рис. 4.2).

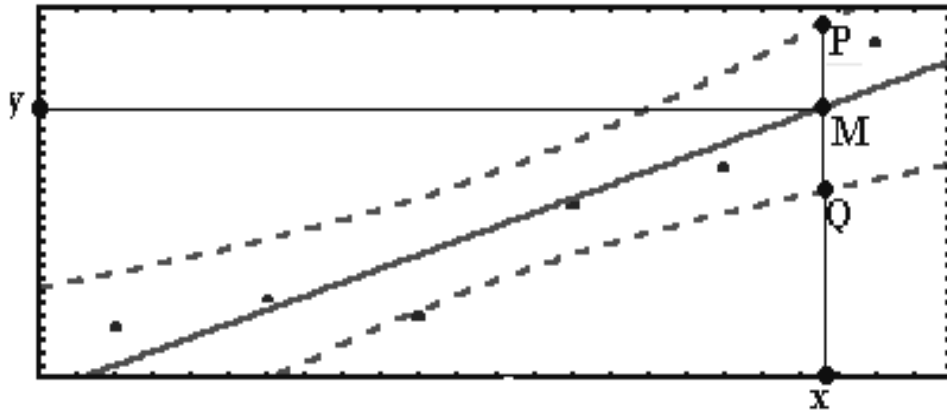


Рисунок 4.2

Напівширина довірчого інтервалу $\delta = MP = MQ$ обчислюється за формулою

$$\delta = \sigma_{\varepsilon} t_{\gamma} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x - x_{cp})^2}{\sum_i (x - x_{cp})^2}},$$

де σ_{ε} – середньоквадратична помилка залишків;
 t_{γ} – критична точка розподілу Стюдента, що відповідає рівню довіри γ (рис. 4.3, площа виділеної області дорівнює рівню довіри γ);
 n – обсяг вибірки;
 x_{cp} – середнє значення фактора x .

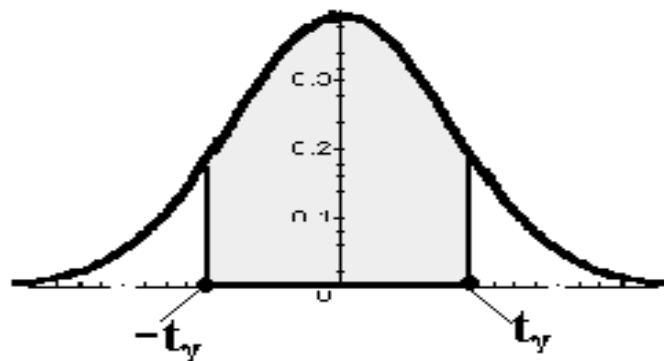


Рисунок 4.3

4.2 Мета лабораторної роботи

Мають бути набуті такі вміння:

- 1) будування довірчого інтервалу для прогнозу; пояснення розходження в ширині довірчих областей у залежності від рівня довіри;
- 2) розрахунку максимальної відносної помилки прогнозу.

Мають бути засвоєні такі поняття: довірча область, довірчий інтервал, рівень довіри, напівширина довірчого інтервалу, формула напівширини довірчого інтервалу, зміст параметрів, що входять до формули.

4.3 Завдання до лабораторної роботи

Використовуючи дані з додатку Б (фактор X_1 , показник Y) відповідно до свого варіанта, виконати такі завдання:

- 1) знайти рівняння лінійної регресії;
- 2) побудувати графіки лінії регресії з 80, 95 і 99 %-ми довірчими областями;
- 3) розрахувати напівширину довірчого інтервалу для всіх точок вибірки, а також для двох будь-яких точок з області прогнозів для всіх трьох значень коефіцієнта довіри (80, 95 і 99 %);
- 4) оцінити максимальну відносну помилку прогнозу (у відсотках) для всіх трьох значень коефіцієнта довіри (80, 95 і 99 %).

4.4 Зміст звіту

Звіт про лабораторну роботу повинен містити:

- 1) тему роботи, завдання;
- 2) роздруковки таблиць і графіків;
- 3) пояснення отриманих значень коефіцієнтів з погляду економетрії;
- 4) прогноз для двох точок з області прогнозу для всіх трьох коефіцієнтів довіри і висновок про зміну помилки прогнозу в залежності від коефіцієнта довіри.

4.5 Приклад виконання лабораторної роботи в пакеті Statistica 6

Вихідна таблиця даних (рис. 4.4).

Виконання завдання

1 Побудова графіків лінійної регресії з 80, 95 і 99 % довірчими областями. *Graphs* – *2D Graphs* – *Scatterplots* – *Variables (X, Y)* – *Ok* – далі на вкладці *Advanced* (рис. 4.5) відмітити опції *Regular* – *Linear* – *Confidence level* – *0,8* – *Ok* (Графіки – 2D-графіки – Графіки розсіювання – Змінні (X, Y) – *Ok*, Регулярний – Лінійний – Рівень довіри – 0,8 – *Ok*).

	1	2
	X	Y
1	1,033	1,83
2	0,012	0,58
3	0,045	1,34
4	0,243	1,34
5	0,266	1,64
6	0,302	1,65
7	0,451	1,91
8	1,041	1,96
9	1,423	2,08
10	1,914	2,18

Рисунок 4.4

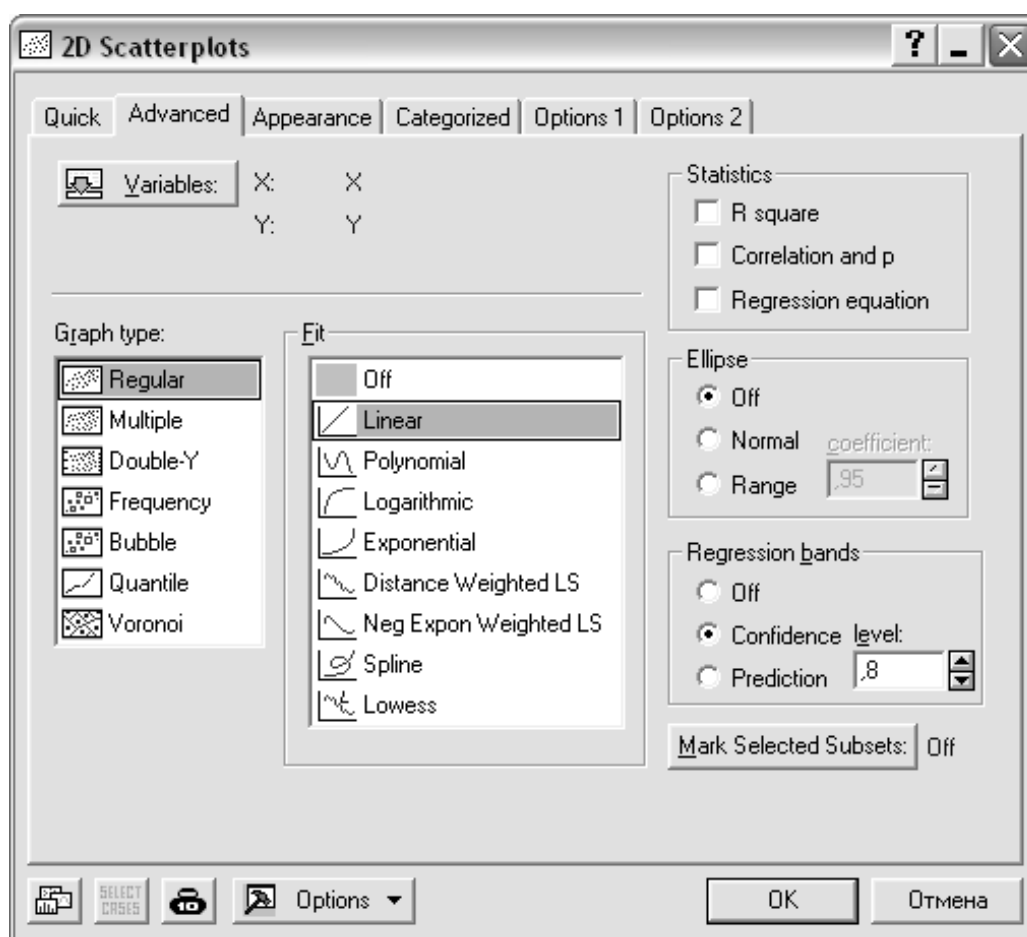


Рисунок 4.5

Аналогічно будуємо довірчі області з рівнями довіри 0,95 і 0,99. Одержимо три графіки. Рівень довіри 80 % (рис. 4.6).

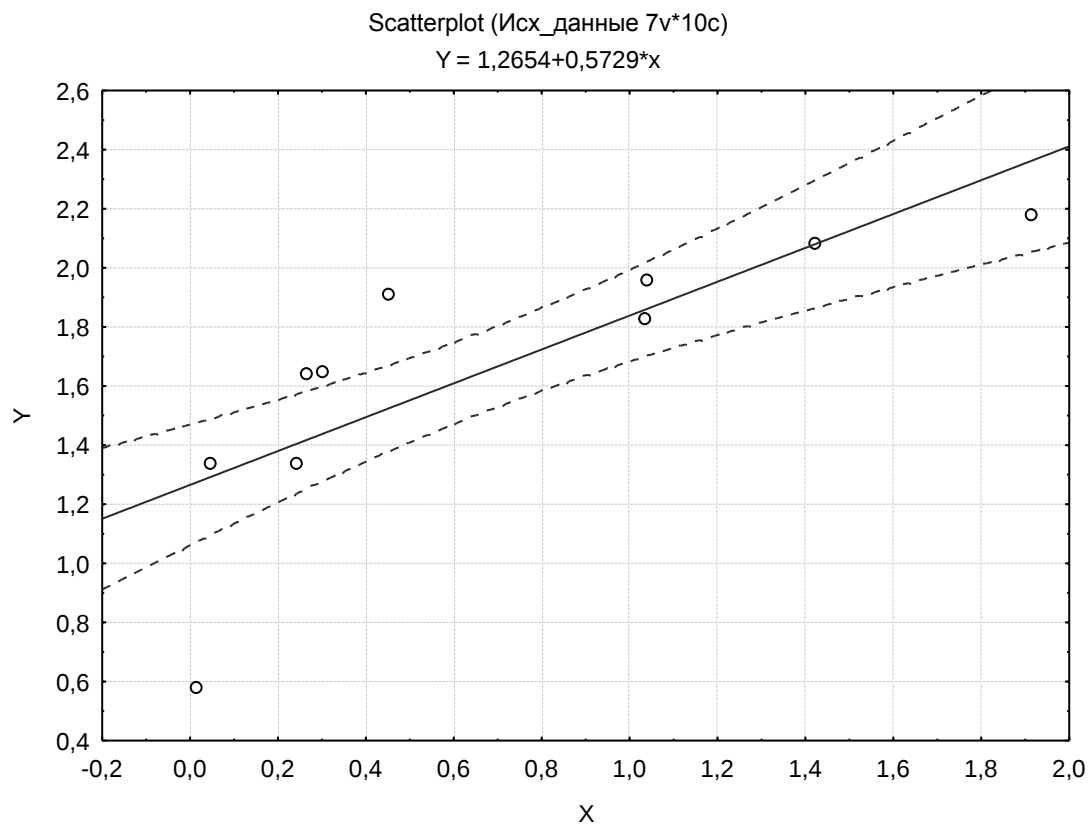


Рисунок 4.6

Рівень довіри 95 % (рис. 4.7).

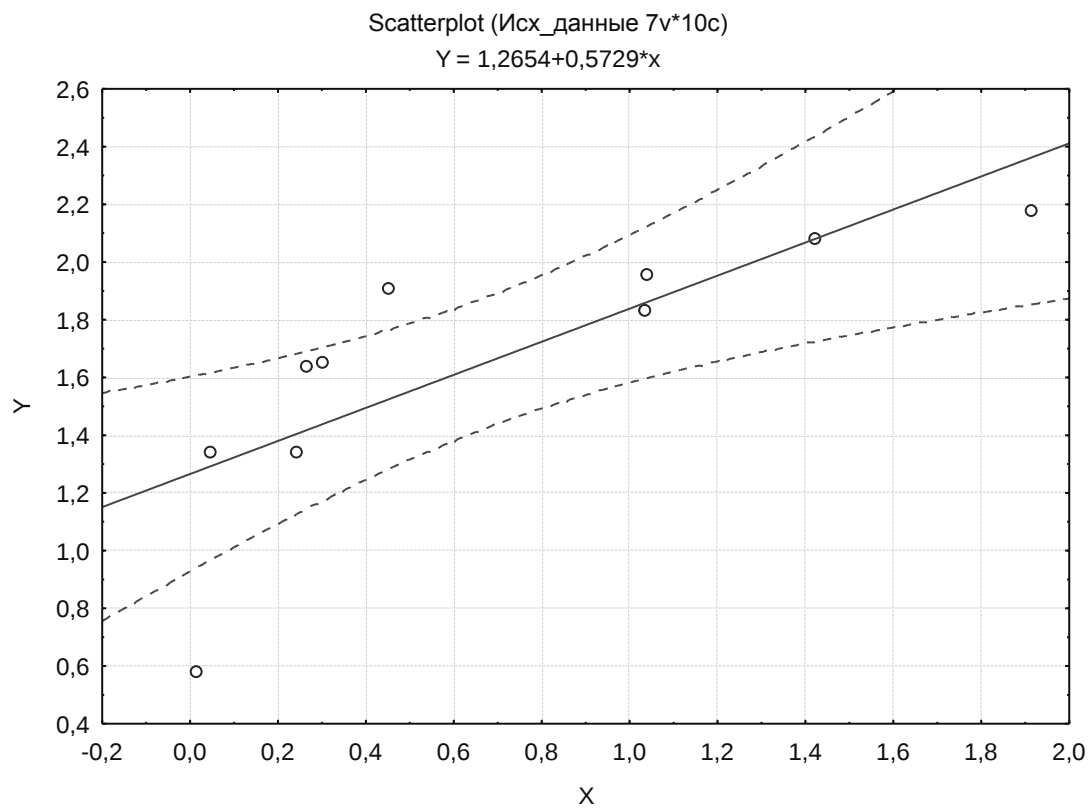


Рисунок 4.7

Рівень довіри 99 % (рис. 4.8).

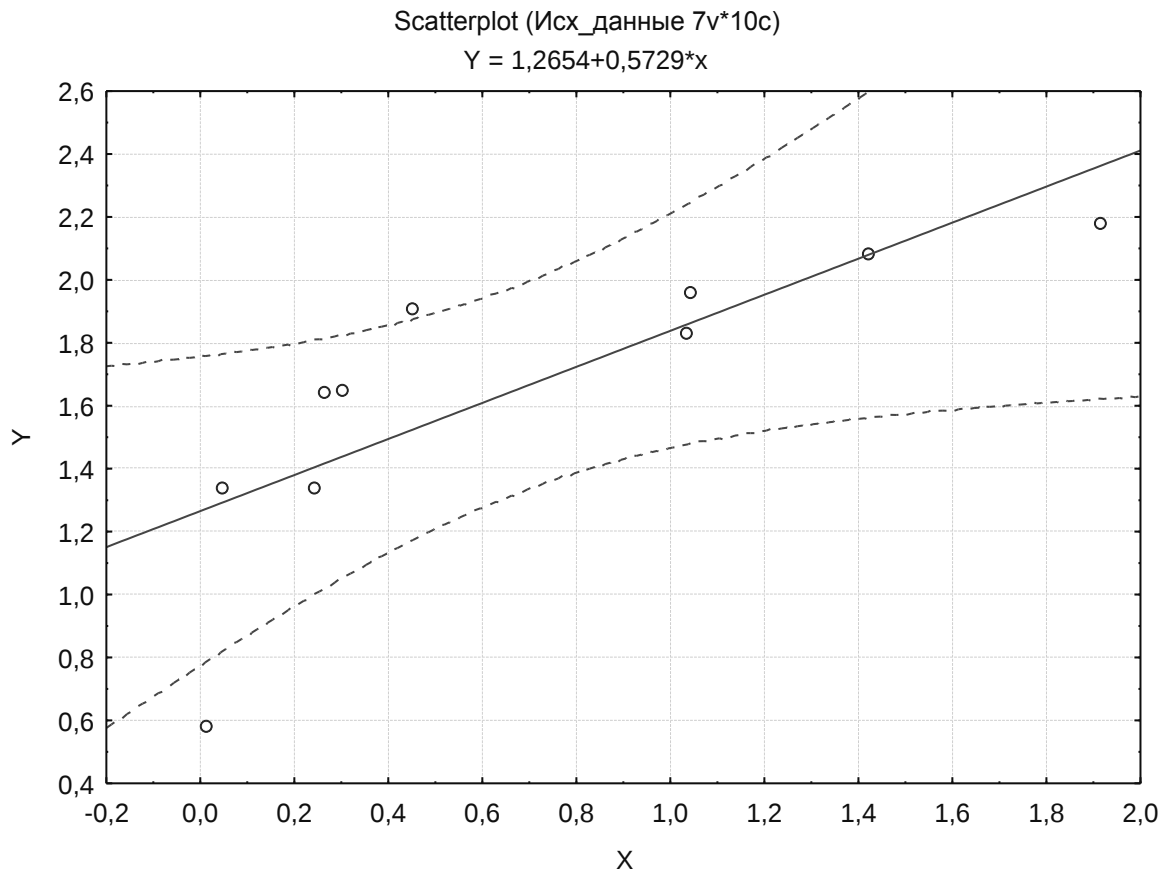


Рисунок 4.8

2 Визначаємо величини параметрів, необхідних для розрахунку напівширини довірчого інтервалу в точці x .

Напівширина δ довірчого інтервалу в точці x розраховується за формулою

$$\delta = \sigma_{\varepsilon} t_{\gamma} \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x - x_{cp})^2}{\sum_i (x_i - x_{cp})^2}}.$$

Визначаємо величину параметрів, що входять до формули для напівширини довірчого інтервалу:

2.1 t_{γ} – критична точка розподілу Стюдента, що відповідає рівню довіри γ (рис. 4.9) *Statistics – Probability Calculator – Distributions – t (Student)* (статистика – імовірнісний калькулятор – розподілу – t-розподіл).

У віконце df внести число ступенів волі «= $n - 2$ і у віконце p внести рівень значущості, який дорівнює 0,05, натиснути *Compute*.

Для рівнів довіри $\gamma = 0,95$ і $\gamma = 0,99$ □ аналогічно:

$t(8) = 1,396815$; $p = 0,8$;

$t(8) = 2,306004$; $p = 0,95$;

$t(8) = 3,355385$; $p = 0,99$.

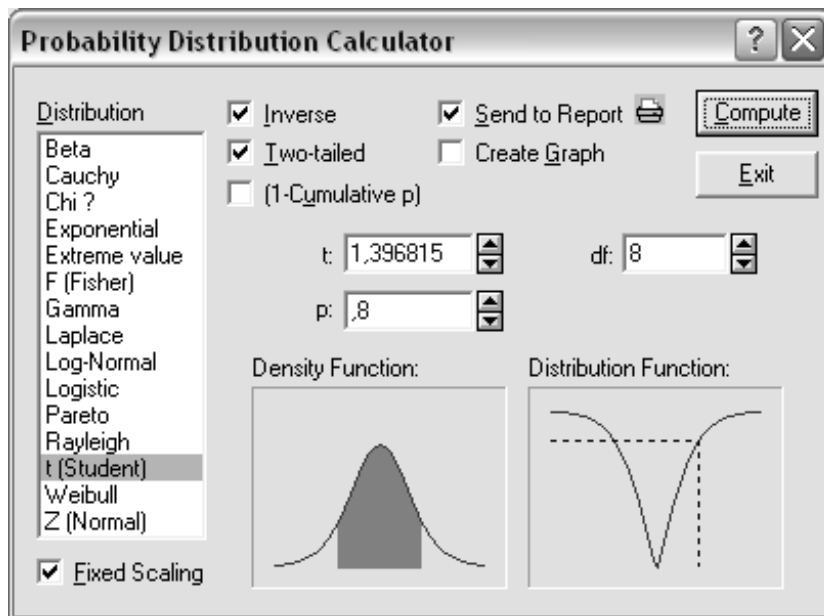


Рисунок 4.9

2.2 Значення σ_{ε} (середньоквадратична похибка залишків) беремо з таблиці *Regression Summary* (підсумки регресійного аналізу) (див. лабораторну роботу 3 – *Std.Error of estimate* = σ_{ε} = 0,31).

2.3 n – обсяг вибірки: $n = 10$.

2.4 Значення x_{cp} (середнє значення фактора x) було знайдено в лабораторній роботі 1: $x_{cp} = 0,673$.

Для кожного значення фактора x знаходимо квадрат відхилення від середнього значення $(x - x_{cp})^2$. Для цього додаємо новий стовпець: подвійним клацанням по заголовку входимо у вікно властивостей, даємо заголовок, наприклад KV, у вікні *Long Name* уводимо формулу « $= (x - 0,673)^2$ » (x – незалежний фактор, 0,673 – середнє значення).

Знаходимо суми значень $(x - x_{cp})^2$ (суми значень стовпця KV): *Statistics – Basic Statistics / Tables – Descriptive Statistics – Variables (KV) – Ok* – на вкладці *Advanced* – залишити прапорець тільки в опції *Sum – Summary* (рис. 4.10).

Descriptive Statistics (Исх_данные)	
Variable	Sum
KV	3,736384

Рисунок 4.10

Отже, $\Sigma ((x - x_{cp})^2) = 3,73$.

3 Знаходимо прогноз у точках вибірки і двох додаткових точках. До вихідної таблиці додамо дві точки з області прогнозів: наприклад, 0,6 і 1,8. Для цього додаємо два випадки, використовуючи кнопку *Cases*. Також додаємо стовпці: *Y_REGR* – прогноз за моделлю (див. лабораторну роботу 1), *DELTA* – напівширина довірчого інтервалу і *POGR* – максимальна

помилка прогнозу. Для кожного рівня довіри ($\gamma = 0,80$, $\gamma = 0,95$, $\gamma = 0,99$) розраховуємо окрему таблицю.

Для розрахунку *DELTA* при $\gamma = 0,80$ у вікно *Long Name* вводим формулу « $= 1,397 * 0,31 * (1 + 1 / 10 + KV / 3,73) ^ 0,5$ ».

4 Оцінюємо максимальну відносну помилку прогнозу (у відсотках) для всіх трьох значень коефіцієнта довіри (80, 95 і 99 %).

Максимальна помилка прогнозу *POGR* у відсотках розраховується за формулою « $= DELTA / abs (Y_REGR) * 100$ ». Для $\gamma = 0,80$ отримаємо таблицю, наведену на рисунку 4.11.

	1 X	2 Y	3 Y_REGR	4 KV	5 DELTA	6 POGR
1	1,033	1,830	1,857	0,130	0,461	24,844
2	0,012	0,580	1,272	0,437	0,478	37,565
3	0,045	1,340	1,291	0,394	0,476	36,841
4	0,243	1,340	1,404	0,185	0,464	33,066
5	0,266	1,640	1,417	0,166	0,463	32,685
6	0,302	1,650	1,438	0,138	0,462	32,110
7	0,451	1,910	1,523	0,049	0,457	29,993
8	1,041	1,960	1,861	0,135	0,462	24,800
9	1,423	2,080	2,080	0,562	0,484	23,281
10	1,914	2,180	2,362	1,540	0,533	22,554
11	0,600		1,6088	0,005	0,455	28,251
12	1,800		2,2964	1,270	0,520	22,634

Рисунок 4.11

Потім перераховуємо стовпець *DELTA* для $\gamma = 0,95$: $= 2,306 * 0,31 * (1 + 1 / 10 + KV / 3,73) ^ 0,5$ (для перерахування максимальної помилки прогнозу) *Vars – Recalculate – All variables* (змінні – перерахування – всі змінні). Вносимо отриману таблицю до автозвіту.

Для $\gamma = 0,95$ отримаємо таблицю, наведену на рисунку 4.12.

	1 X	2 Y	3 Y_REGR	4 KV	5 DELTA	6 POGR
1	1,033	1,830	1,857	0,130	0,762	41,009
2	0,012	0,580	1,272	0,437	0,789	62,008
3	0,045	1,340	1,291	0,394	0,785	60,812
4	0,243	1,340	1,404	0,185	0,766	54,582
5	0,266	1,640	1,417	0,166	0,765	53,953
6	0,302	1,650	1,438	0,138	0,762	53,004
7	0,451	1,910	1,523	0,049	0,754	49,510
8	1,041	1,960	1,861	0,135	0,762	40,936
9	1,423	2,080	2,080	0,562	0,799	38,430
10	1,914	2,180	2,362	1,540	0,879	37,230
11	0,600		1,6088	0,005	0,750	46,633
12	1,800		2,2964	1,270	0,858	37,362

Рисунок 4.12

Аналогічно перераховуємо стовпець DELTA для $\gamma = 0,99$:
 $= 3,36 * 0,31 * (1 + 1 / 10 + KV / 3,73) ^ 0,5$.

Для $\gamma = 0,99$ отримаємо таблицю, як на рисунку 4.13.

	1 X	2 Y	3 Y REGR	4 KV	5 DELTA	6 POGR
1	1,033	1,830	1,857	0,130	1,110	59,753
2	0,012	0,580	1,272	0,437	1,149	90,350
3	0,045	1,340	1,291	0,394	1,144	88,608
4	0,243	1,340	1,404	0,185	1,117	79,529
5	0,266	1,640	1,417	0,166	1,114	78,613
6	0,302	1,650	1,438	0,138	1,111	77,231
7	0,451	1,910	1,523	0,049	1,099	72,139
8	1,041	1,960	1,861	0,135	1,110	59,647
9	1,423	2,080	2,080	0,562	1,165	55,996
10	1,914	2,180	2,362	1,540	1,281	54,247
11	0,600		1,6088	0,005	1,093	67,948
12	1,800		2,2964	1,270	1,250	54,439

Рисунок 4.13

4.6 Висновки

Побудовано довірчі області для лінійної регресії $y = 1,265 + 0,573 x$ для трьох рівнів довіри 80, 95 і 99 %. Розраховано прогноз за лінійною регресією у всіх точках вибірки і у двох додаткових точках з області прогнозів $x = 0,6$ і $x = 1,8$, а також розраховано відносні помилки прогнозів.

З порівняння відносних похибок прогнозів видно, що підвищення рівня довіри з 80 до 99 % знижує точність прогнозу. Оцінюємо приблизно, у скільки разів знижується точність прогнозу. Для цього можна порівняти відносні похибки для того самого x , наприклад $x = 1,800$: $POGR_{80} = 27,166$; $POGR_{95} = 44,843$; $POGR_{99} = 65,242$.

З наведених значень помилок видно, що підвищення рівня довіри з 80 до 99 % знижує точність прогнозу в 2,4 разу.

5 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 5

ПЕРЕВІРКА ФАКТОРІВ НА МУЛЬТИКОЛІНЕАРНІСТЬ. ВИБІР МОДЕЛІ БАГАТОФАКТОРНОЇ РЕГРЕСІЇ

5.1 Короткі теоретичні відомості

Нехай ми маємо n спостережень для трифакторної регресійної моделі $Y = F(X_1, X_2, X_3)$, де X_1, X_2, X_3 – фактори, y – відклик. Спостереження зведені в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1

№ з/п	X_1	X_2	X_3	Y
1	x_{11}	x_{21}	x_{31}	y_1
2	x_{12}	x_{22}	x_{32}	y_2
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
n	x_{1n}	x_{2n}	x_{3n}	y_n

Числа, записані у стовпцях, можна витлумачувати як координати n -вимірних векторів:

$$\bar{X}_i = \begin{pmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ \dots \\ x_{in} \end{pmatrix}, \quad i=1,2,3; \quad \bar{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}.$$

Колінеарність двох векторів означає, що один з них можна виразити через інший множенням на постійний, відмінний від нуля множник: наприклад, $\bar{X}_1 = k \bar{X}_2, k \neq 0$.

Мультиколінеарність декількох векторів означає, що один з них можна виразити через лінійну комбінацію інших: наприклад, $\bar{X}_1 = k_2 \bar{X}_2 + k_3 \bar{X}_3$, причому не всі множники k_i дорівнюють нулю.

Колінеарність двох векторів $\bar{X}_i$ і $\bar{X}_j$ перевіряється за модулем коефіцієнта їхньої кореляції r_{ij} : якщо $r_{ij} = 1$, то вектори колінеарні. У випадку колінеарності двох векторів рівняння лінійної регресії за методом найменших квадратів знайти неможливо. На практиці звичайно зустрічається неточна колінеарність, коли r_{ij} близьке до одиниці. У випадку неточної колінеарності двох векторів рівняння лінійної регресії за методом найменших квадратів знайти можна, але точність визначення його коефіцієнтів є низькою. Крім того, критерії Фішера і Стюдента в цьому випадку працюють погано.

Мультиколінеарність за коефіцієнтами парної кореляції r_{ij} перевірити не можна. Застосовують інші, більш складні, методи перевірки. Але наслідки мультиколінеарності такі самі, як і при колінеарності.

5.2 Мета лабораторної роботи

Мають бути набуті такі вміння:

1) будування лінійної і нелінійної моделей для багатofакторної регресії;

2) перевірка факторів на колінеарність і мультиколінеарність;

3) знаходження еластичності відносно кожного з факторів.

Мають бути засвоєні такі поняття: колінеарність і мультиколінеарність, їхні наслідки; часткова еластичність, її економічний зміст.

5.3 Завдання до лабораторної роботи

Використовуючи дані з додатка Б (фактори X_1 та X_2 , показник Y) відповідно до свого варіанта виконати такі завдання:

1) перевірити фактори x_1 і x_2 на мультиколінеарність;

2) побудувати дві моделі: лінійну і степеневу модель Кобба-Дугласа; при рівні значущості $\alpha = 0,05$ перевірити коефіцієнти рівнянь на значущість; перевірити моделі на адекватність;

3) за мінімумом суми квадратів залишків вибрати оптимальну модель;

4) знайти еластичність моделі відносно змінних x_1 і x_2 і пояснити її економічний зміст.

5.4 Зміст звіту

Звіт про лабораторну роботу повинен містити:

1) тему роботи, завдання;

2) роздруківки таблиць і графіків;

3) пояснення отриманих значень коефіцієнтів з погляду економетрики;

4) пояснення вибору моделі й змісту еластичності.

5.5 Приклад виконання лабораторної роботи у пакеті Statistica6

Реальний обсяг випуску продукції (Y, млн т) і рівні факторів, що її формують: капітальних витрат (X1, млн грн) і питомої ваги простоїв устаткування (X2, %) по металургійних підприємствах країни за минулий рік задані в таблиці 5.2.

Таблиця 5.2

№	X1	X2	Y
1	1,033	1,45	1,83
2	0,012	4,295	0,58
3	0,045	3,553	1,34
4	0,243	1,568	1,34
5	0,266	1,52	1,64
6	0,302	0,512	1,65
7	0,451	0,457	1,91
8	1,041	1,822	1,96
9	1,423	0,442	2,08
10	1,914	0,498	2,18

Вихідна таблиця даних (рис. 5.1) вставляється у звіт так само, як у попередніх роботах.

Виконання завдання

1 Перевіряємо фактори на мультиколінеарність.

Оскільки факторів всього два, їх варто перевіряти на колінеарність за значенням парного коефіцієнта кореляції $r_{x_1x_2}$. Для цього створюємо кореляційну таблицю (рис. 5.2): активуємо таблицю даних – *Statistics – Basic Statistics / Tables – Correlation matrices – Ok – Two lists(rect.matrix) – X1 – X2 – Ok – Summary: Correlation matrix.*

	1 X1	2 X2	3 Y
1	1,033	1,45	1,830
2	0,012	4,295	0,580
3	0,045	3,553	1,340
4	0,243	1,568	1,340
5	0,266	1,52	1,640
6	0,302	0,512	1,650
7	0,451	0,457	1,910
8	1,041	1,822	1,960
9	1,423	0,442	2,080
10	1,914	0,498	2,180

Рисунок 5.1

Correlations (lab5)	
Marked correlations are significant at p < ,05000	
N=10 (Casewise deletion of missing data)	
Variable	X2
X1	-0,581

Рисунок 5.2

Парний коефіцієнт кореляції $r_{x_1x_2} = -0,58$. Визначимо за допомогою критерію Стюдента, чи є це значення коефіцієнта статистично значущим. Знаходимо спостережуване значення критерію Стюдента $t_{\text{набл}} = r_{x_1x_2} ((n-2)/(1-r_{x_1x_2}^2))^{0,5} = -2,014$. Критичне значення $t_{\text{кр}}$ визначається за допомогою ймовірнісного калькулятора при рівні значущості $\alpha = 0,05$ і числі ступенів волі $n-2 = 8$ (див. лаб. роботу 3): $t(8) = 2,306004$; $p = 0,05$. Отже, $t_{\text{кр}} = 2,3$.

Оскільки $abs(t_{\text{спост}}) < t_{\text{кр}}$, коефіцієнт кореляції статистично не значущий. Отже, фактори x_1 і x_2 неколінеарні.

2 Будуємо дві моделі: лінійну $y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2$ і степеневу модель Кобба-Дугласа $y = A X_1^{a_1} X_2^{a_2}$. Перевіримо коефіцієнти рівнянь на значущість. Перевіримо моделі на адекватність.

Спочатку знайдемо рівняння лінійної регресії.

Для оцінювання коефіцієнтів лінійної регресії b_0 , b_1 і b_2 треба виділити таблицю даних: *Statistics – Multiple Regression* (Множинна регресія) – *Variables – (dependent Y – independent X1, X2) – Ok – Ok – Summary: Regression results* (вибір змінних Y, X1, X2 – Ok – Ok – Підсумки регресійного аналізу) (рис. 5.3).

Regression Summary for Dependent Variable: Y (lab5) R= ,91924017 R?= ,84500249 Adjusted R?= ,80071749 F(2,7)=19,081 p<,00147 Std.Error of estimate: ,21039						
N=10	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(7)	p-level
Intercept			1,768423	0,184378	9,59128	0,000028
X1	0,440721	0,182668	0,322369	0,133614	2,41269	0,046589
X2	-0,590613	0,182668	-0,207469	0,064167	-3,23327	0,014387

Рисунок 5.3

У стовпці B таблиці, що з'явилася, взяти параметри b_0 , b_1 і b_2 .

Перевіримо параметри b_0 , b_1 і b_2 на значущість. Для цих параметрів значення спостережуваного критерію Стюдента задані в стовпці $t(7)$: $t_{\text{спост}}(b_0) = 9,59128$, $t_{\text{спост}}(b_1) = 2,41269$, $t_{\text{спост}}(b_2) = -3,23327$. Критичне значення критерію Стюдента при рівні значущості $\alpha = 0,05$ і числі ступенів вільності $k = 7$ знаходимо за допомогою ймовірнісного калькулятора (див. лаб. роботу 3): $t_{\text{кр}}(7) = 2,364624$. Оскільки для всіх трьох коефіцієнтів b_0 , b_1 і b_2 $abs(t_{\text{спост}}) > t_{\text{кр}}$, усі три коефіцієнти значущі. Лінійне рівняння регресії: $y = 1,768 + 0,322 x_1 - 0,207 x_2$.

Для перевірки рівняння на адекватність у шапці таблиці зчитуємо значення спостережуваного критерію Фішера: $F_{\text{спост}} = F(2,7) = 19,081$, число ступенів вільності критерію Фішера: $k_1 = 2$ і $k_2 = 7$. $F_{\text{кр}}$ знаходимо при рівні значущості $\alpha = 0,05$, використовуючи ймовірнісний калькулятор: $F_{\text{кр}} = F(2; 7) = 4,737416$ (див. лабораторну роботу 3). Оскільки $F_{\text{спост}} > F_{\text{кр}}$, рівняння лінійної регресії є адекватним.

Знайдемо рівняння нелінійної (степеневі) регресії.

Щоб знайти рівняння степеневі моделі, потрібно:

а) зробити лінеаризацію вибірки за формулами: $V = \ln(Y)$, $U1 = \ln(X1)$, $U2 = \ln(X2)$;

б) знайти рівняння лінійної регресії для змінних: V , $U1$, $U2$;

в) повернутися до вихідних змінних: Y , $X1$, $X2$.

Лінеаризуємо вибірку. Додаємо нові змінні й обчислюємо їхні значення за наведеними формулами (рис. 5.4). У пакеті Statistica натуральний логарифм $\ln(x)$ записується: $\log(x)$.

	1 X1	2 X2	3 Y	4 U1	5 U2	6 V
1	1,033	1,45	1,830	0,032	0,372	0,604
2	0,012	4,295	0,580	-4,423	1,457	-0,545
3	0,045	3,553	1,340	-3,101	1,268	0,293
4	0,243	1,568	1,340	-1,415	0,450	0,293
5	0,266	1,52	1,640	-1,324	0,419	0,495
6	0,302	0,512	1,650	-1,197	-0,669	0,501
7	0,451	0,457	1,910	-0,796	-0,783	0,647
8	1,041	1,822	1,960	0,040	0,600	0,673
9	1,423	0,442	2,080	0,353	-0,816	0,732
10	1,914	0,498	2,180	0,649	-0,697	0,779

Рисунок 5.4

Будування рівняння лінійної регресії для змінних V , $U1$, $U2$ виконується так само, як для змінних Y , $X1$, $X2$: виділити таблицю даних – *Statistics – Multiple Regression* (Множинна регресія) – *Variables – (dependent V – independent U1, U2) – Ok – Ok – Summary: Regression results* (вибір змінних Y , $X1$, $X2$ – *Ok – Ok – Підсумки регресійного аналізу*) (рис. 5.5).

У стовпці B (рис. 5.5), що з'явився, взяти параметри b_0 , b_1 і b_2 .

Regression Summary for Dependent Variable: V (lab5) R= ,92416891 R²= ,85408818 Adjusted R²= ,81239908 F(2,7)=20,487 p<,00119 Std.Error of estimate: ,16738						
N=10	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(7)	p-level
Intercept			0,683253	0,071070	9,613774	0,000028
U1	0,846927	0,213443	0,204528	0,051545	3,967924	0,005407
U2	-0,101413	0,213443	-0,045885	0,096574	-0,475127	0,649163

Рисунок 5.5

Два коефіцієнти b_0 і b_1 значущі при рівні значущості $\alpha = 0,05$, тому що для них $abs(t_{\text{спост}}) > t_{\text{кр}}$: $9,613774 > 2,364624$, $3,967924 > 2,364624$, а коефіцієнт b_2 не значущий, тому що для нього $abs(t_{\text{набл}}) < t_{\text{кр}}$: $0,475127 < 2,364624$. Проте, якщо рівняння лінійної регресії $V = 0,683 + 0,204 U1 - 0,045 U2$ адекватне, член $-0,045 U2$ в цьому рівнянні варто зберегти, тому що вилученням доданка $-0,045 U2$ може порушитися специфікація моделі.

Перевіряємо лінеаризовану модель на адекватність. Значення спостережуваного критерію Фішера: $F_{\text{спост}} = 20,487$, число степенів вільності критерію Фішера: $k_1 = 2$ і $k_2 = 7$. $F_{\text{кр}}$ знаходимо при рівні значущості $\alpha = 0,05$, використовуючи ймовірнісний калькулятор: $F(2;7) = 4,737416$.

Оскільки $F_{\text{спост}} > F_{\text{кр}}$, лінеаризована модель є адекватною.

Повертаємося до вихідних змінних: $A = e^{b_0}$, $b_1 = a_1$, $b_2 = a_2$,
 $y = 1,97X_1^{0,204} X_2^{-0,045}$.

3 Виберемо оптимальну модель за мінімумом суми квадратів залишків.

Суму квадратів залишків лінійної моделі знаходимо, як у лабораторній роботі 2: *Analysis of Variance* (аналіз залишків) і в таблиці, що з'явилася (рис. 5.6), у рядку Residual (залишок) вибираємо суму квадратів залишків 0,309854.

Analysis of Variance; DV: Y (lab5)					
Effect	Sums of Squares	df	Mean Squares	F	p-level
Regress.	1 689236	2	0,844618	19,08'01	0,001466
Residual	0 309854	7	0,044265		
Total	1 999090				

Рисунок 5.6

Для розрахунку квадратів залишків для степеневій моделі доповнюємо таблицю двома стовпцями: $Y_{\text{NELIN}} = 1,97 * X_1^{0,204} * X_2^{(-0,046)}$ і $KV_OST_NELIN = (Y_{\text{NELIN}} - Y)^2$ (рис. 5.7).

	1 X1	2 X2	3 Y	4 U1	5 U2	6 V	7 Y_NELIN	8 KV_OST_NELIN
1	1,033	1,45	1,830	0,032	0,372	0,673	1,960	0,017
2	0,012	4,295	0,580	-4,423	1,457	-0,285	0,752	0,030
3	0,045	3,553	1,340	-3,101	1,268	-0,007	0,993	0,120
4	0,243	1,568	1,340	-1,415	0,450	0,374	1,454	0,013
5	0,266	1,52	1,640	-1,324	0,419	0,394	1,483	0,025
6	0,302	0,512	1,650	-1,197	-0,669	0,469	1,598	0,003
7	0,451	0,457	1,910	-0,796	-0,783	0,556	1,743	0,028
8	1,041	1,822	1,960	0,040	0,600	0,664	1,943	0,000
9	1,423	0,442	2,080	0,353	-0,816	0,792	2,207	0,016
10	1,914	0,498	2,180	0,649	-0,697	0,847	2,332	0,023

Рисунок 5.7

Суму квадратів залишків степеневій моделі знаходимо, як у лабораторній роботі 2: *Statistics – Basic Statistics/Tables – Descriptive Statistics – Advanced* – залишити прапорець тільки в опції *Sum* – виділити змінну *KV_OST_NELIN* – *Summary* (рис. 5.8).

Variable	Descriptive Statistics (lab5)
	Sum
KV_OST_NELIN	0,274381

Рисунок 5.8

Для степеневій моделі сума квадратів залишків менше, ніж для лінійної: $0,27 < 0,31$. Отже, вибираємо степеневу модель.

4 Визначаємо еластичність моделі.

Еластичність моделі Y відносно змінних розраховується за формулами: $E_{x_1} = \frac{x_1}{y} y'_{x_1}$; $E_{x_2} = \frac{x_2}{y} y'_{x_2}$.

Додаємо до таблиці дві змінні: $Ex1$ і $Ex2$. Знаходимо вираз для еластичності і вписуємо розрахункові формули в поле *Long Name* для кожної змінної (рис. 5.9).

11 $Ex1$	12 $Ex2$
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046
0,204	-0,046

Рисунок 5.9

5.6 Висновки

Оскільки факторів всього два, перевірку на колінеарність виконуємо за значенням парного коефіцієнта кореляції $r_{x_1x_2}$. Парний коефіцієнт кореляції $r_{x_1x_2} = -0,58$. За допомогою критерію Стюдента визначаємо статистичну значущість коефіцієнта: при рівні значущості $\alpha = 0,05$ $abs(t_{\text{спост}}) = 2,01$.

Оскільки $abs(t_{\text{спост}}) < t_{\text{кр}}$, коефіцієнт кореляції статистично не значущий. Отже, фактори x_1 і x_2 неколінеарні.

Побудовано дві моделі: лінійну $y = 1,768 + 0,322 X_1 - 0,207 X_2$ і степеневу модель Кобба-Дугласа $y = 1,97 X_1^{0,204} X_2^{-0,046}$.

Коефіцієнти обох моделей перевірено на статистичну значущість. При рівні значущості $\alpha = 0,05$ усі коефіцієнти лінійної моделі статистично значущі. Для моделі Кобба-Дугласа $y = A X_1^{a1} X_2^{a2}$ коефіцієнти $A = 1,97$ і $a1 = 0,204$ статистично значущі, а коефіцієнт $a2 = -0,046$ статистично не значущий.

При рівні значущості $\alpha = 0,05$ обидва рівняння адекватні.

Суми квадратів залишків для лінійної й степеневій моделей дорівнюють, відповідно, $0,31$ і $0,27$. Оскільки для степеневій моделі сума квадратів залишків менша, ніж для лінійної ($0,27 < 0,31$), оптимальною є степенева модель.

Для степеневій моделі Кобба-Дугласа часткова еластичність відносно кожного з факторів дорівнює показнику степеня при відповідній змінній: $E_{x_1} = 0,204$, $E_{x_2} = -0,046$. Отже, при збільшенні капітальних витрат

(X_1 , млн грн) на 1 % випуск продукції (Y , млн т) по металургійних підприємствах країни збільшиться на 0,204 %, а при збільшенні питомої ваги простоїв устаткування (X_2 , %) на 1 % випуск продукції (Y , млн т) по металургійних підприємствах країни зменшиться на 0,046 %. Незначний вплив ваги простоїв устаткування на випуск продукції впливає також з результатів статистичного аналізу коефіцієнтів рівняння Кобба-Дугласа: показник $a_2 = -0,046$ при змінній x_2 статистично не значущий.

6 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 6 АНАЛІЗ ЧАСОВИХ РЯДІВ

6.1 Короткі теоретичні відомості

Часовий ряд – ряд послідовних значень, що характеризують зміну показника за часом.

Лаг – економічний показник, що відбиває відставання в часі одного економічного показника в порівнянні з іншим, пов'язаним з ним. Якщо показник x відстає на s періодів, то він записується x_{t-s} . *Дистрибутивно-лагові моделі* економічних процесів, що протікають у часі, мають вигляд:

$$y_t = a_0 + b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + b_2 x_{t-2} + \dots + u_t,$$

де u_t – випадковий член.

Модель є *авторегресійною*, якщо вона містить відклик із запізнюванням. Авторегресійні моделі можуть мати вигляд:

$$\begin{aligned} y_t &= a_0 + b_0 x_t + b_1 y_{t-1} + u_t, \\ y_t &= a_0 + b_1 y_{t-1} + u_t, \\ y_t &= a_0 + b_0 y_t + b_1 y_{t-1} + b_2 y_{t-2} + \dots + u_t. \end{aligned}$$

Дистрибутивно-лагові моделі можна перетворити на авторегресійні. Дистрибутивно-лагові й авторегресійні моделі описують часові ряди.

Тренд – тривала тенденція зміни економічних показників. Це основна складова прогнозованого часового ряду, на яку накладаються сезонні коливання. Якщо сезонні коливання сумуються з трендом, то модель називається *дистрибутивною*. Якщо сезонні коливання перемножуються з трендом, то модель називається *мультиплікативною*.

Методи ковзного середнього і експоненціального згладжування застосовуються при аналізі часових рядів. *Метод ковзного середнього* полягає в тому, що кілька значень часового ряду, які йдуть один за одним, замінюються їхнім середнім значенням: наприклад, $(x_t + x_{t-1} + \dots + x_{t-2})/3$. Потім

усереднюються доданки, починаючи з x_{t-1} і т. д. Метод експоненціального згладжування також полягає в тому, що усереднюються кілька значень часового ряду, які йдуть один за одним, але з вагами ($w_1 x_t + w_2 x_{t-1} + w_3 x_{t-2}$), $w_1 + w_2 + w_3 = 1$. Ваги w_1, w_2, w_3 беруться у вигляді експоненціальних функцій.

У пакеті Statistica використовуються два методи припасування моделі часового ряду: *ARIMA* і *Exponential Smoothing & Forecasting*. Метод *ARIMA* використовує ковзні середні, метод *Exponential Smoothing & Forecasting* – експоненціальне згладжування. При методі *ARIMA* контроль за якістю моделі відбувається автоматично, при методі *Exponential Smoothing & Forecasting* контроль за якістю моделі дослідник повинен робити сам за графіками залишків. Метод *Exponential Smoothing & Forecasting* (експоненціальне згладжування і прогноз) не будує довірчих інтервалів для зробленого прогнозу. Отже, неможливо розрахувати ризик при використанні прогнозу. Контроль якості прогнозу ведеться непрямими методами. Для того щоб прогноз мав 90 %-й довірчий інтервал, необхідно, щоб залишки задовольняли трьом вимогам:

1 У графіку залишків не має бути розгойдування (тобто систематичного зростання амплітуди), як на рисунку 6.1.

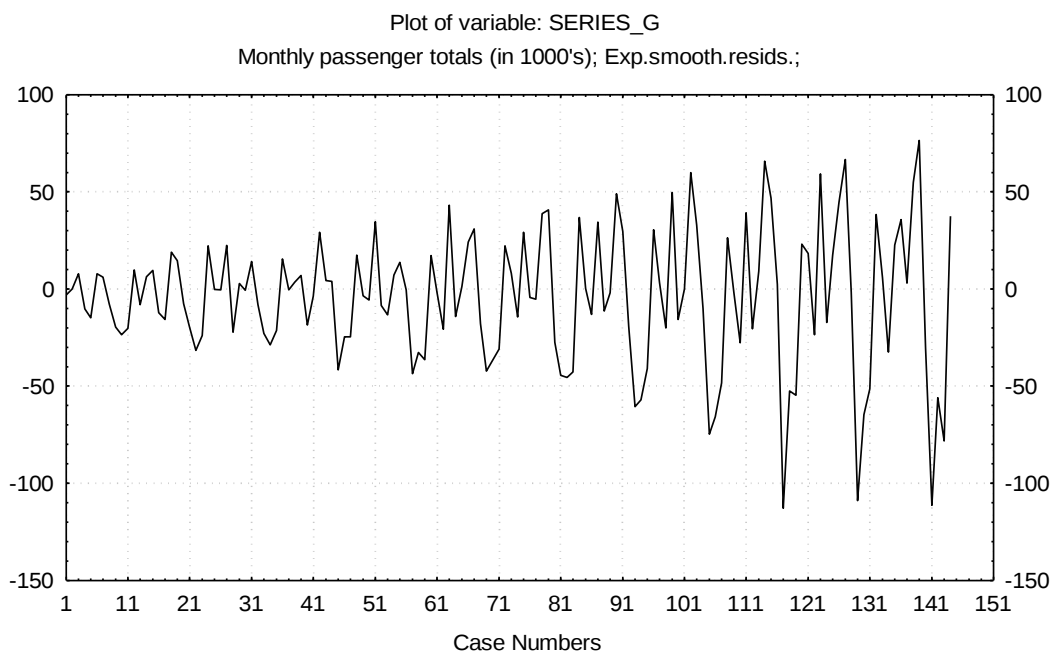


Рисунок 6.1

2 Між залишками не має бути залежності (залишки не повинні корелювати один з одним). При кореляції залишків за групою негативних залишків впливає група позитивних залишків, потім знову група негативних залишків і т. д. (рис. 6.2).

При правильно припасованій моделі графік автокореляції залишків повинен мати вигляд, як на рисунку 6.3: знаки залишків випадково чергуються, і графік автокореляції не виходить за межі вертикальних пунктирних ліній.

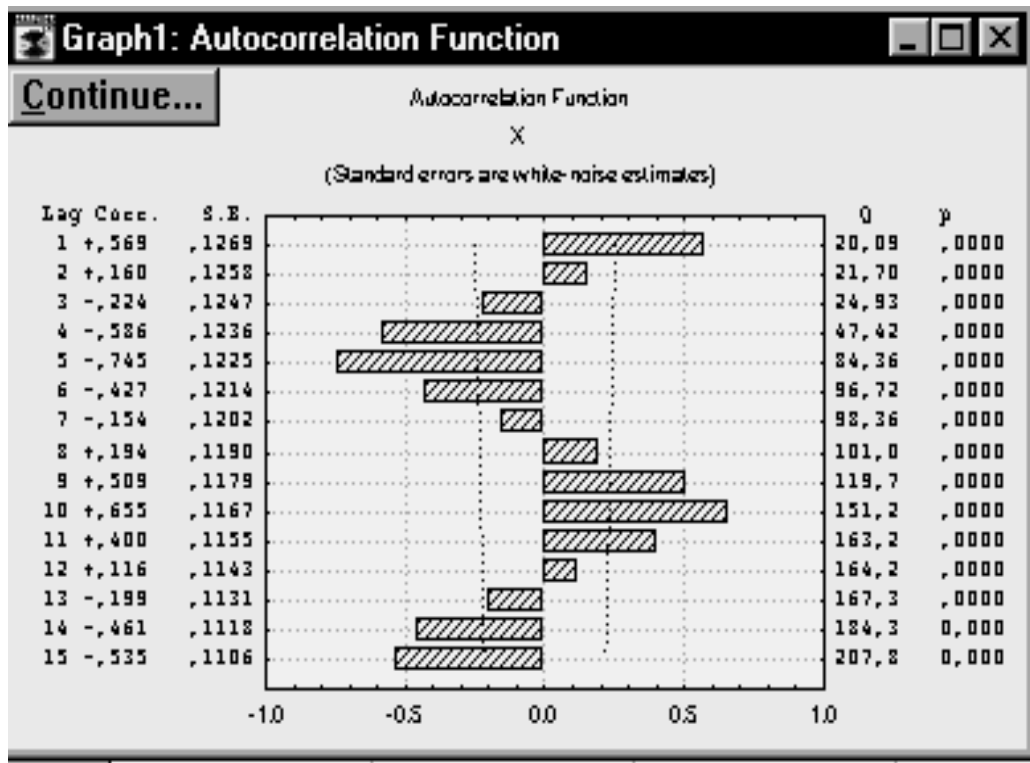


Рисунок 6.2

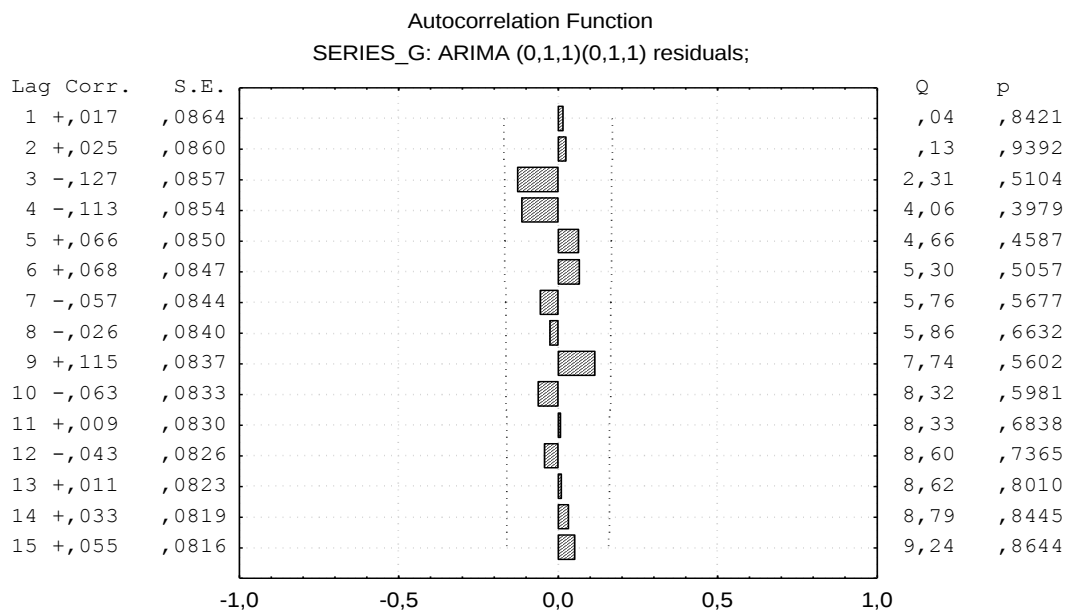


Рисунок 6.3

3 Залишки повинні мати нормальний розподіл: нормально розподілені залишки на ймовірнісному папері лягають на пряму лінію, як показано на рисунку 6.4.

Прогноз за моделлю, припасованою методом ARIMA, можливий на будь-яку кількість пунктів уперед із заданим рівнем довіри. На графіку прогнозу показані довірчі інтервали.

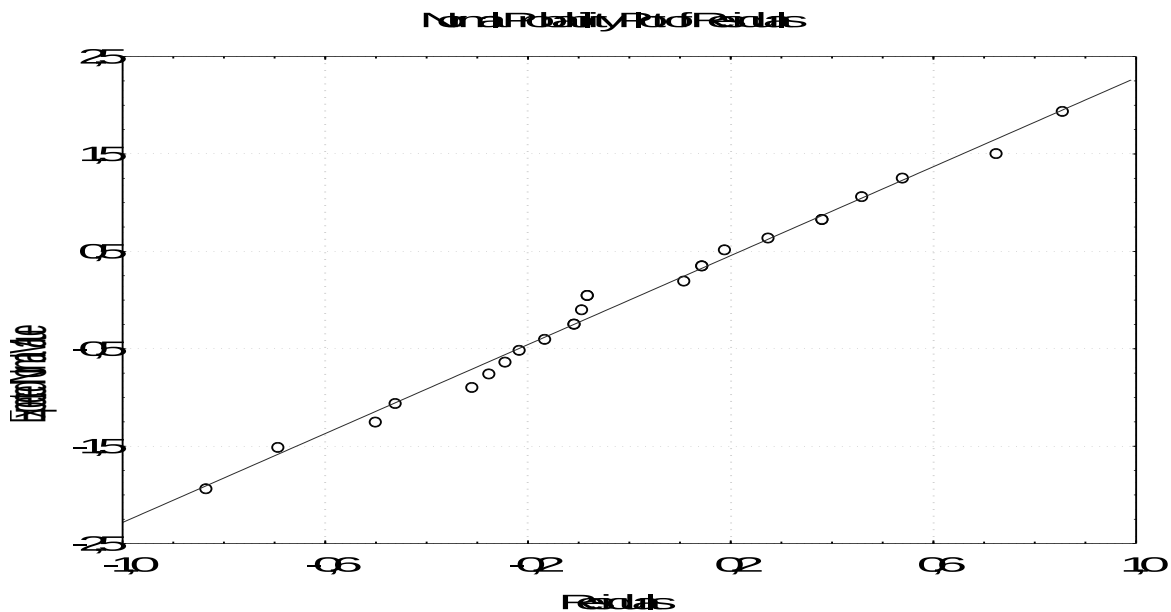


Рисунок 6.4

Прогноз за моделлю, припасованою методом *Exponential Smoothing & Forecasting*, робиться завжди на 10 пунктів уперед. На графіку прогнозу довірчі інтервали не показано.

Більш якісний прогноз за методом *ARIMA* вимагає більш великих обсягів вибірки: мінімальний обсяг вибірки – 97. Для прогнозу за методом *Exponential Smoothing & Forecasting* досить мати вибірку, що містить 61 точку. *Exponential Smoothing & Forecasting* – метод першого, досить грубого наближення. Його застосовують або при першому дослідженні, або в тому разі, коли інші методи застосувати не можна.

6.2 Мета лабораторної роботи

Мають бути набуті такі вміння:

1) за даними файла даних визначити, яка часова модель може бути використана для прогнозу;

2) з декількох припустимих моделей вибрати кращу на підставі аналізу графіків залишків, графіка автокореляції залишків і графіка залишків на нормальному папері;

3) за остаточно обраною моделлю зробити прогноз і оцінити довірчий інтервал для нього.

Мають бути засвоєні такі поняття: часовий ряд, лаг, дистрибутивно-лагові моделі, авторегресійні моделі, тренд, дистрибутивні і мультиплікативні моделі, метод ковзного середнього, метод експоненціального згладжування, методи припасування моделі часового ряду в пакеті Statistica, їхня порівняльна характеристика, аналіз залишків, прогноз.

6.3 Завдання до лабораторної роботи

1 За даними таблиці (додаток В) визначити, яка часова модель може бути використана для прогнозу.

2 З попередньо обраних моделей вибрати кращу на підставі аналізу трьох графіків: графіку залишків, графіку автокореляції залишків і графіку залишків на нормальному папері.

3 На підставі обраної моделі зробити прогноз на півроку вперед. Узяти лаг часового ряду таким, що дорівнює 12 місяцям.

6.4 Зміст звіту

Звіт про лабораторну роботу повинен містити:

- 1) тему роботи, завдання;
- 2) роздруковки таблиць і графіків;
- 3) пояснення вибору моделі з погляду економетрики;
- 4) прогноз.

6.5 Приклад виконання лабораторної роботи в пакеті Statistica6

Відомості про щомісячні перевезення вугілля за період із січня 1995 р. по січень 2000 р.(млн т/міс.) задані в таблиці 6.1.

Таблиця 6.1

№	x	№	x	№	x	№	x
1	14	17	45	33	58	49	92
2	28	18	66	34	42	50	132
3	25	19	66	35	62	51	131
4	17	20	54	36	67	52	125
5	31	21	29	37	76	53	139
6	44	22	10	38	89	54	160
7	44	23	36	39	77	55	168
8	32	24	41	40	79	56	133
9	15	25	46	41	114	57	107
10	14	26	74	42	125	58	76
11	14	27	59	43	138	59	97
12	11	28	68	44	106	60	100
13	22	29	74	45	87	61	84
14	37	30	95	46	68		
15	31	31	95	47	90		
16	21	32	80	48	92		

За даними треба визначити, яка часова модель може бути використана для прогнозу, зробити прогноз на півроку за обраною моделлю.

Оскільки обсяг вибірки недостатній для використання методу *ARIMA*, застосовуємо метод *Exponential Smoothing & Forecasting*.

Таблицю початкових даних вставляємо до звіту (1 змінна, 61 випадок).

Модель знаходимо методом експоненціального згладжування.

Виконання завдання

1 Вибір групи моделей. Щоб вибрати модель, потрібно побудувати графік вихідних даних: *Statistics* (Статистика) – *Advanced Linear / Nonlinear Models* (Додатково лінійні / нелінійні моделі) – *Time Series / Forecasting* (Часові ряди / Прогноз) – потім натискати кнопку в правому верхньому куті діалогових вікон, що послідовно з'являються, – *Ok (transformations, autocorrelations, ...plots)*, *Ok (Transform selected series)*. З'явиться графік змінної $X + 0.000$ (рис. 6.5).

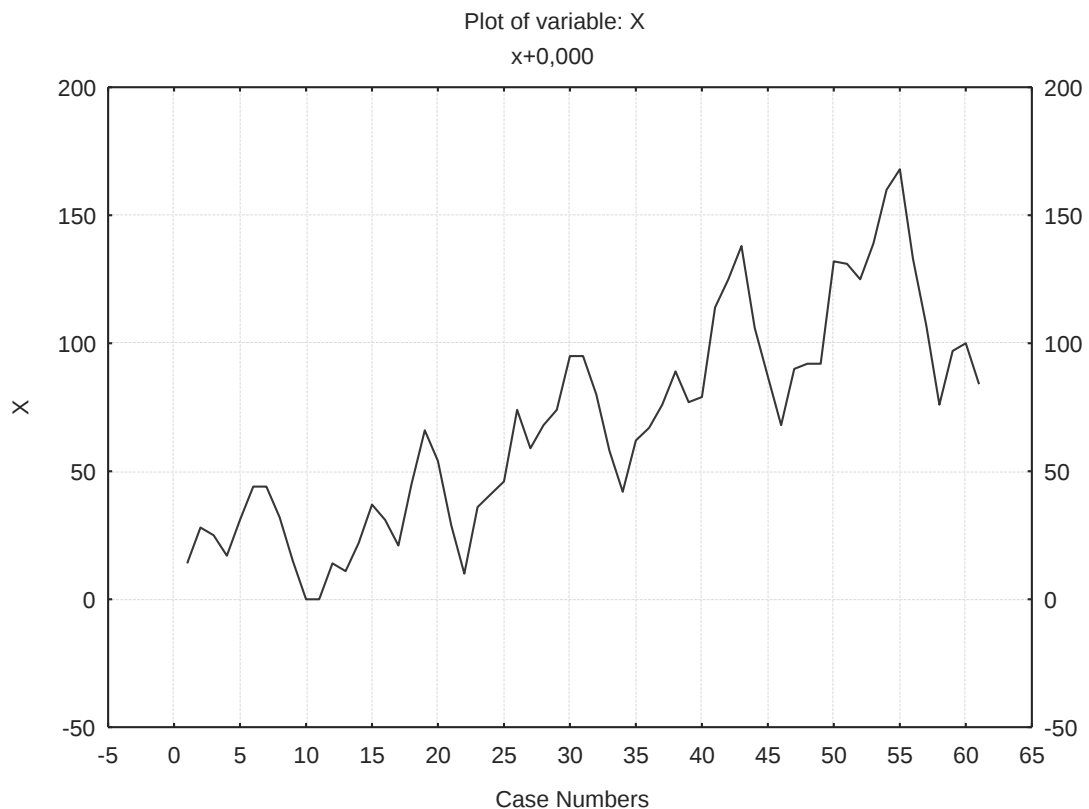


Рисунок 6.5

Повертаємося у вікно *Time series Analysis:...*, вибираємо кнопку *Exponential smoothing & forecasting*, вкладку *Advanced* на стартовій панелі і порівнюємо вид цього графіка із пропонованими моделями. У діалоговому вікні, що з'явилося, пропонується 12 моделей часових рядів.

З порівняння рисунків моделей із графіком змінної видно, що можуть підійти 4 моделі: дві адитивні з лінійним і експонентним трендом і дві мультиплікативні з лінійним і експонентним трендом.

2 Вибір кращої моделі із групи моделей. Перевірка обраних моделей за залишками.

Щоб перевірити за залишками якість обраної моделі, потрібно виконати такі дії:

1) *Statistics* (Статистика) – *Advanced Linear / Nonlinear Models* (Додатково лінійні /нелінійні моделі) – *Time Series / Forecasting* (Прогноз / серія часу) – *Exponential smoothing & forecasting* – *Advanced*.

2) Вибрати потрібну модель. Для нашої задачі встановити лаг, який дорівнює 12 (опція праворуч угорі над рисунками моделей (див. рис. 6.7)).

3) Натиснути кнопку *Grid search*.

4) У вікні, що з'явилося, *Seasonal and Non-Seasonal Exponential Smoothing*, натиснути кнопку *Perform grid search*. Statistica 6 розрахує три параметри (*Alpha*, *Delta*, *Gamma*), необхідні для будування прогнозу. У таблиці, що з'явилася, вони займають верхній рядок (рис. 6.6).

Model Number	Parameter grid search (Smallest abs. errors are highlighted) (lab_6)								
	Model: Linear trend, add.season (12); SO=9,542 TO=2,076								
	Alpha	Delta	Gamma	Mean Error	Mean Abs Error	Sums of Squares	Mean Squares	Mean % Error	Mean Abs % Error
487	0,700000	0,100000	0,100000	-0,723808	6,633651	4911,390	80,51459	-0,000000	-0,000000
568	0,800000	0,100000	0,100000	-0,660097	6,784163	4952,425	81,18729	-0,000000	-0,000000
406	0,600000	0,100000	0,100000	-0,807494	6,727871	4952,531	81,18904	-0,000000	-0,000000
649	0,900000	0,100000	0,100000	-0,610889	7,035930	5054,889	82,86703	-0,000000	-0,000000
577	0,800000	0,200000	0,100000	-0,664250	6,867598	5062,114	82,98547	-0,000000	-0,000000
496	0,700000	0,200000	0,100000	-0,729406	6,735157	5064,980	83,03246	-0,000000	-0,000000
407	0,600000	0,100000	0,200000	-0,735348	6,842459	5077,036	83,23011	-0,000000	-0,000000
488	0,700000	0,100000	0,200000	-0,646265	6,878996	5099,700	83,60164	-0,000000	-0,000000
658	0,900000	0,200000	0,100000	-0,613270	7,076913	5114,272	83,84052	-0,000000	-0,000000
325	0,500000	0,100000	0,100000	-0,916076	6,998098	5117,252	83,88937	-0,000000	-0,000000

Рисунок 6.6

5) Значення *Alpha* = 0,7, *Delta* = 0,1, *Gamma* = 0,1 потрібно ввести у відповідні віконця у вікні *Seasonal and Non-Seasonal Exponential Smoothing*, вкладка *Advanced* (рис. 6.7).

6) Натиснути праву верхню кнопку *Summary: Exponential smoothing*. Statistica 6 роздрукує прогноз і залишки в таблиці *Exp. Smoothing* (експонентний прогноз), а також графік, на якому суцільною лінією нанесені вихідні дані, пунктирною – прогноз, а точковою – графік залишків.

7) Щоб одержати можливість надрукувати потрібні нам графіки для залишків, повернемося у вікно *Seasonal and Non-Seasonal Exponential Smoothing* (сезонне й несезонне експонентне згладжування). Вибираємо змінну *x* *Exp.smooth.resids*, після чого можна побудувати кожний з потрібних графіків:

а) щоб побудувати графік залишків, натиснути *Review series*, верхню кнопку *Plot* (графік) (рис. 6.8);

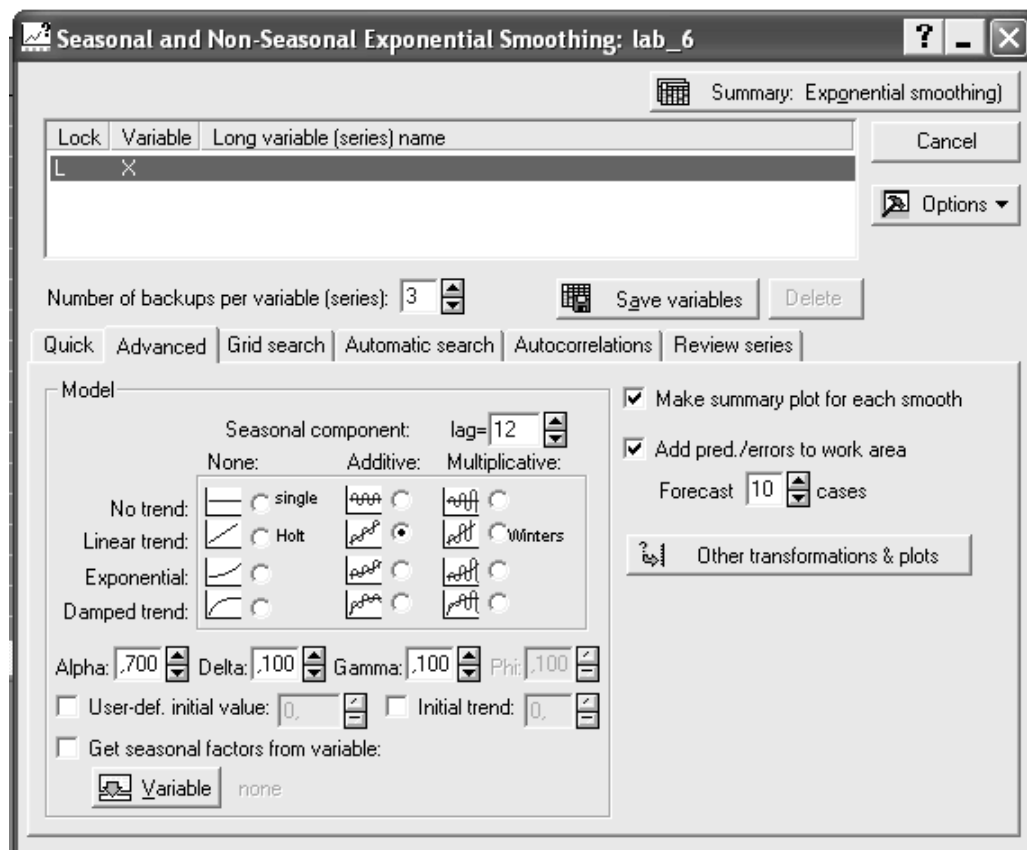


Рисунок 6.7

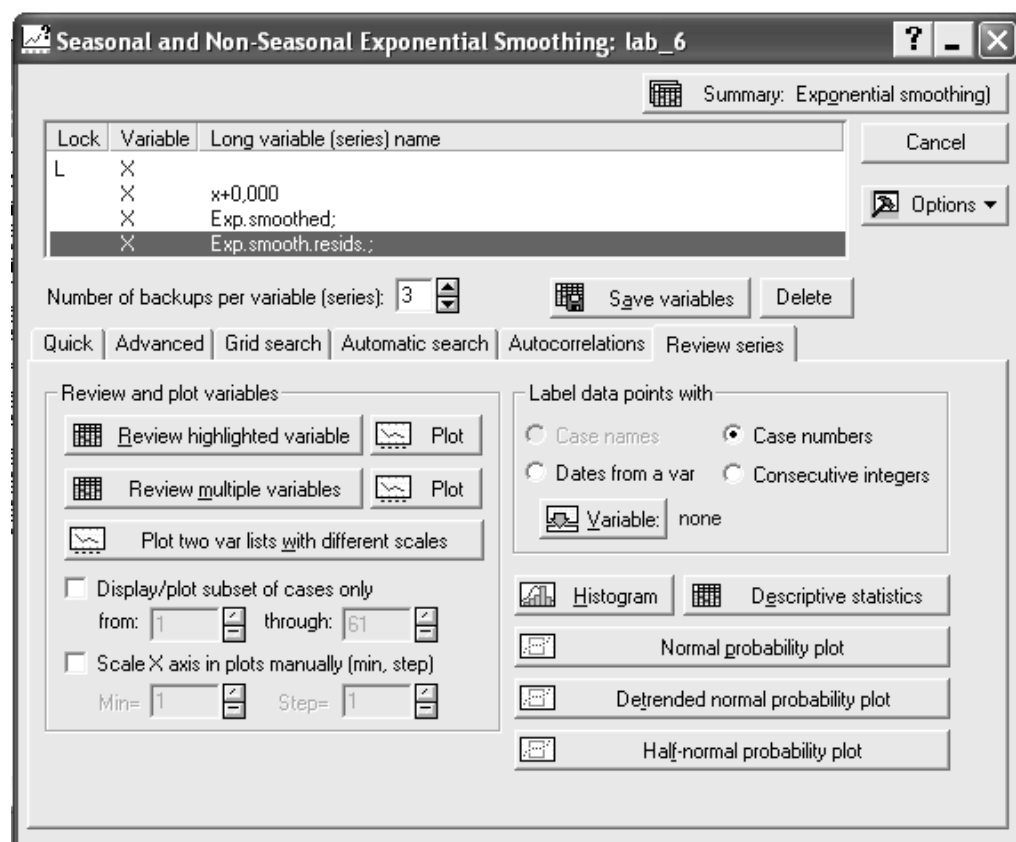


Рисунок 6.8

б) щоб побудувати графік автокореляції, натиснути кнопки *Autocorrelations* (автокореляція), *Autocorrelations* (рис. 6.9);

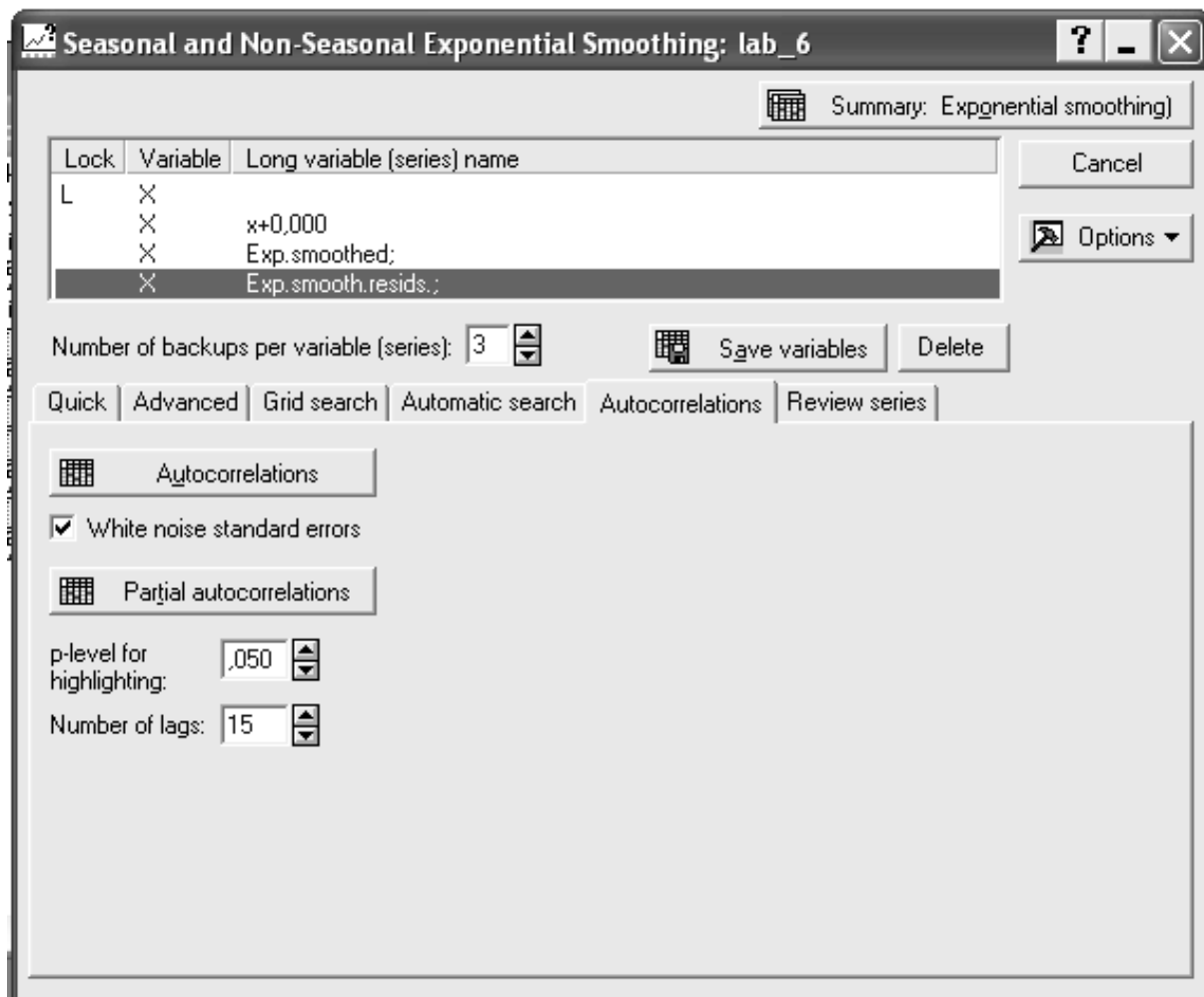


Рисунок 6.9

в) щоб побудувати графік на нормальному папері, натиснути кнопки *Review series*, *Normal probability plot* (нормальний графік) (див. рис. 6.3).

У такий спосіб потрібно перевірити кожну із чотирьох моделей, проходячи заново шлях .1)...7).

Перевірка обраних моделей 1...4 за графіками залишків

Модель 1: адитивна, тренд лінійний, зростаючий.

Графік залишків показаний на рисунку 6.10.

Графік автокореляційної функції показаний на рисунку 6.11.

Графік **на нормальному папері** показаний на рисунку 6.12.

Модель 2: адитивна, тренд експонентний, зростаючий.

Графік залишків показаний на рисунку 6.13.

Графік автокореляційної функції показаний на рисунку 6.14.

Графік на нормальному папері показаний на рисунку 6.15.

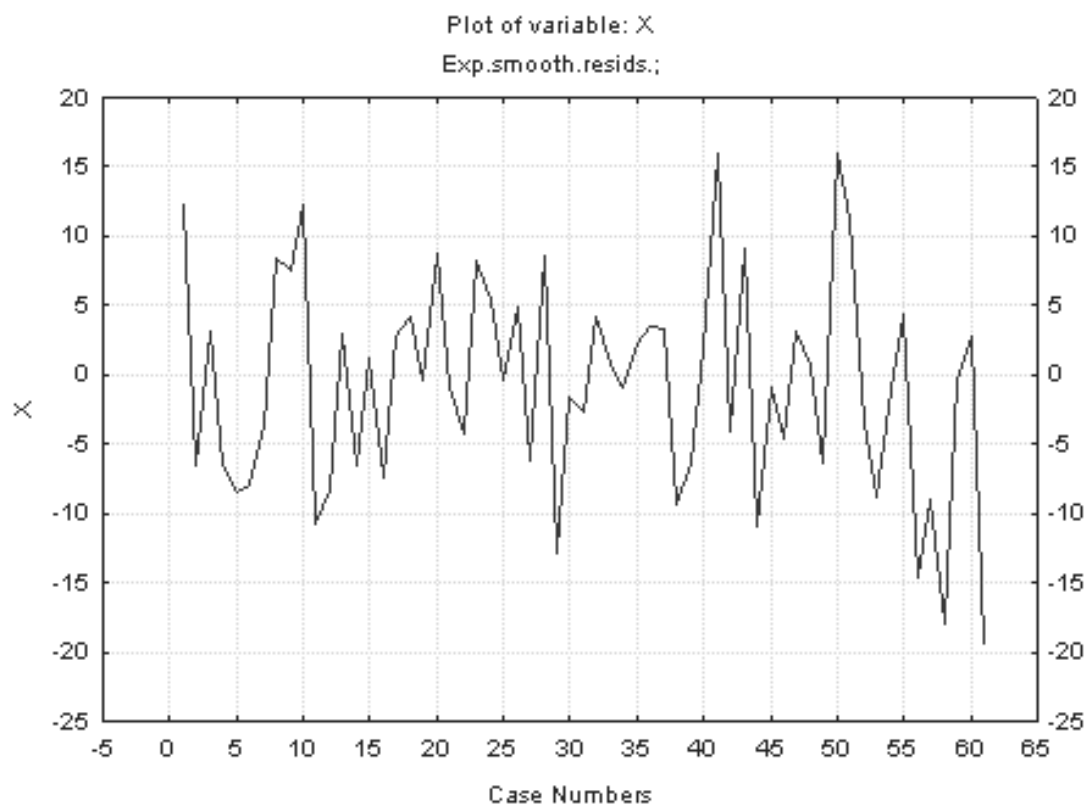


Рисунок 6.10

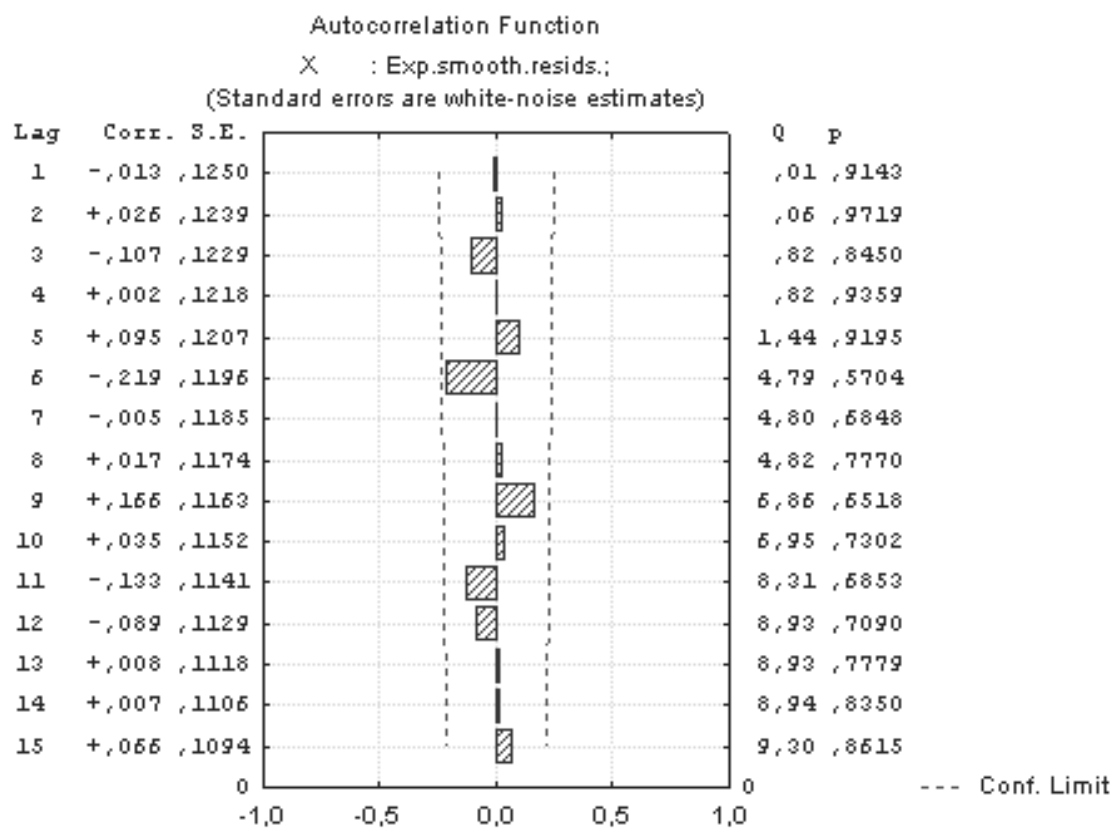


Рисунок 6.11

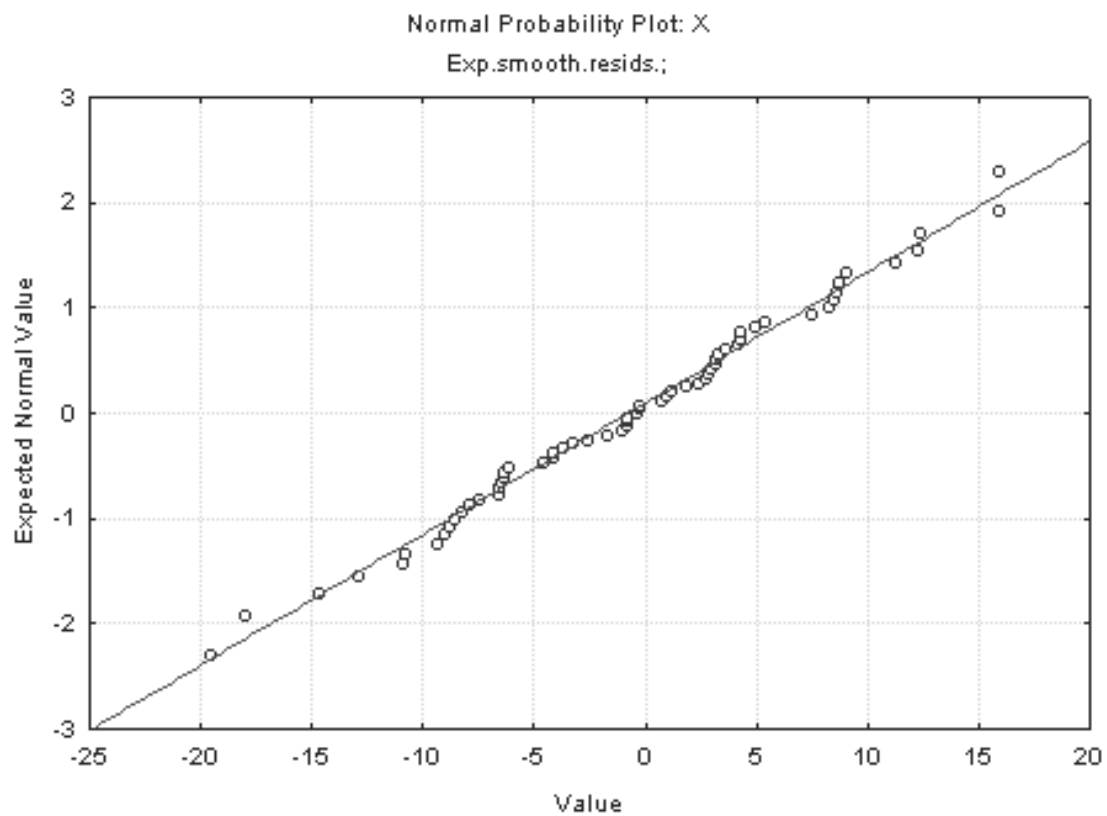


Рисунок 6.12

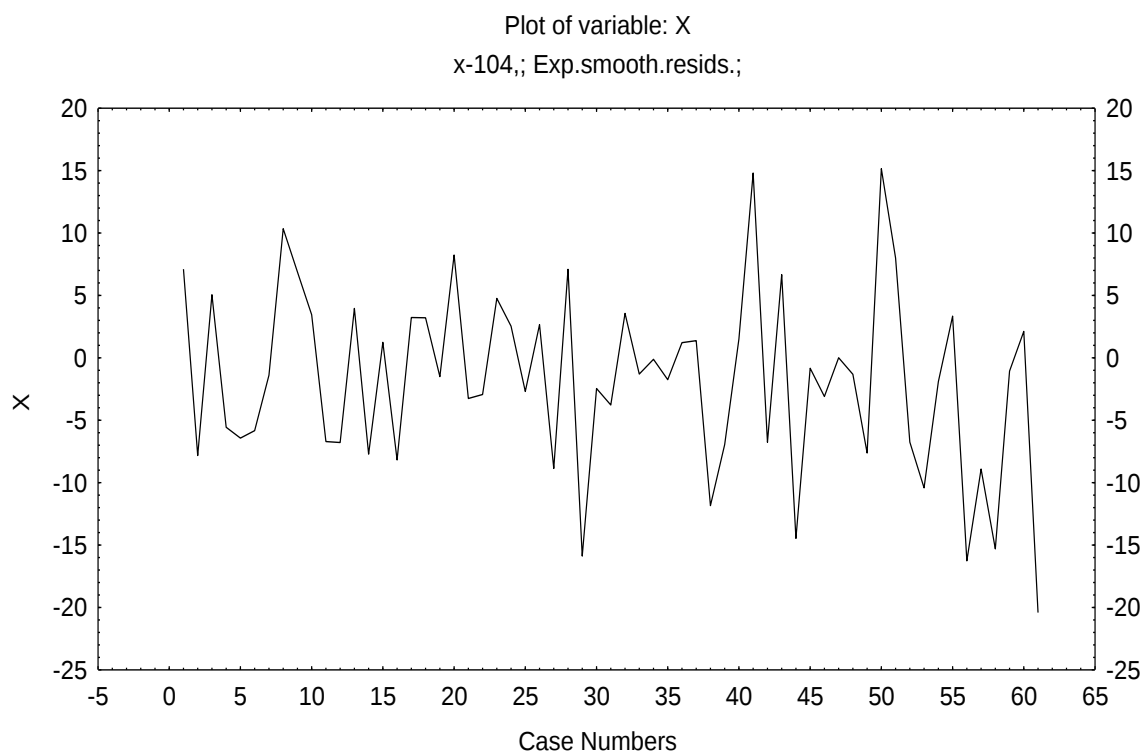


Рисунок 6.13

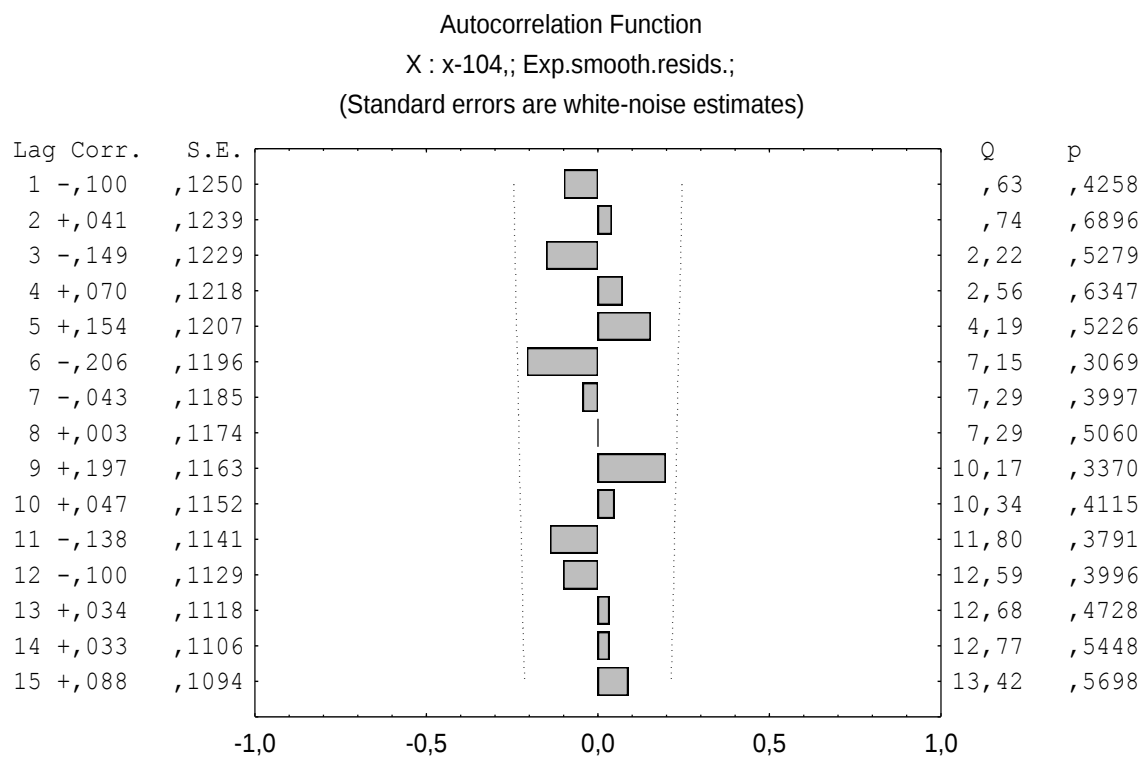


Рисунок 6.14

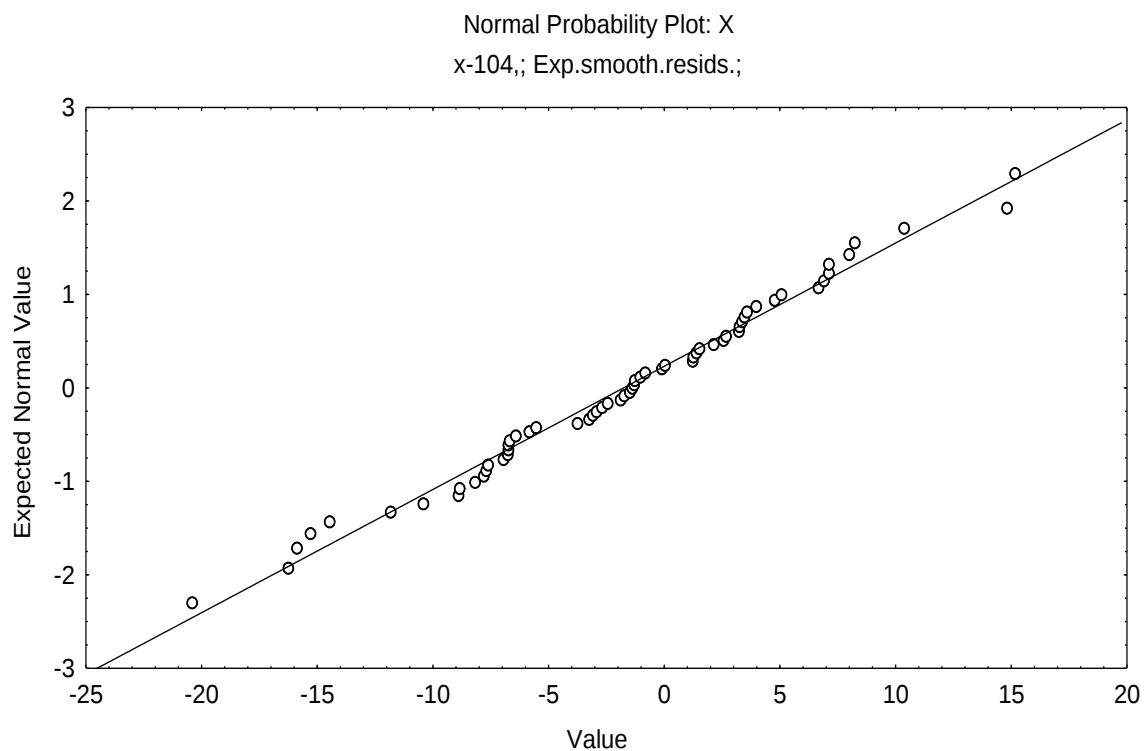


Рисунок 6.15

Модель 3: мультиплікативна, тренд лінійний, зростаючий.
 Графік залишків показаний на рисунку 6.16.
 Графік автокореляційної функції показаний на рисунку 6.17.
 Графік на нормальному папері показаний на рисунку 6.18.

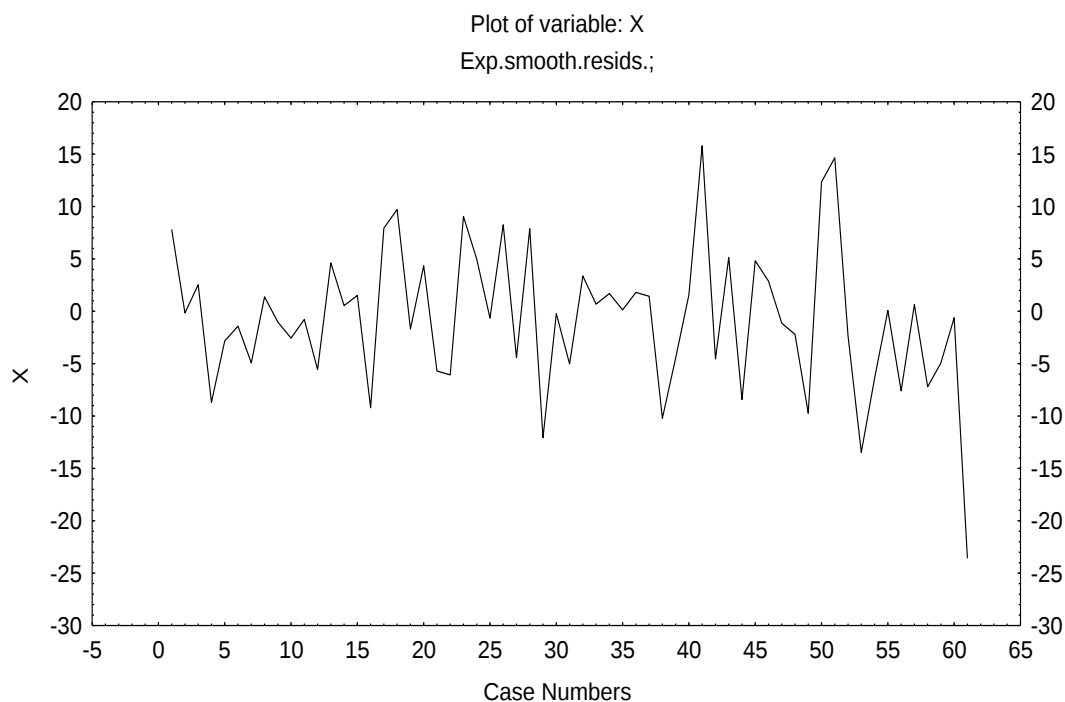


Рисунок 6.16

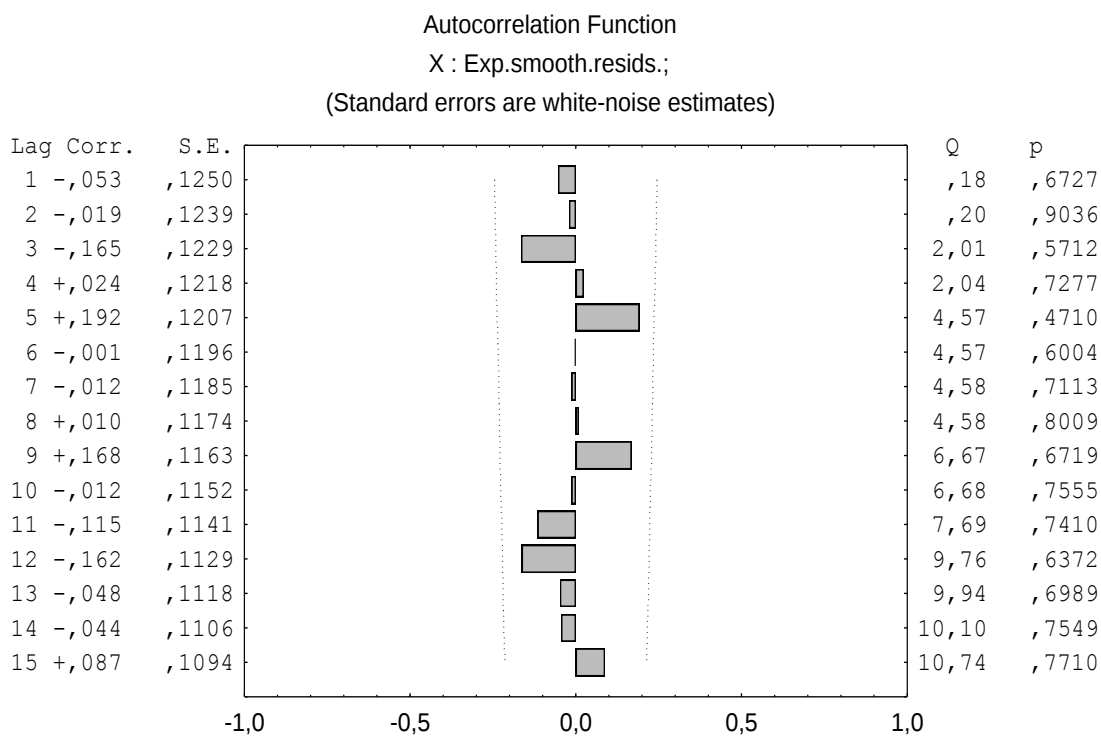


Рисунок 6.17

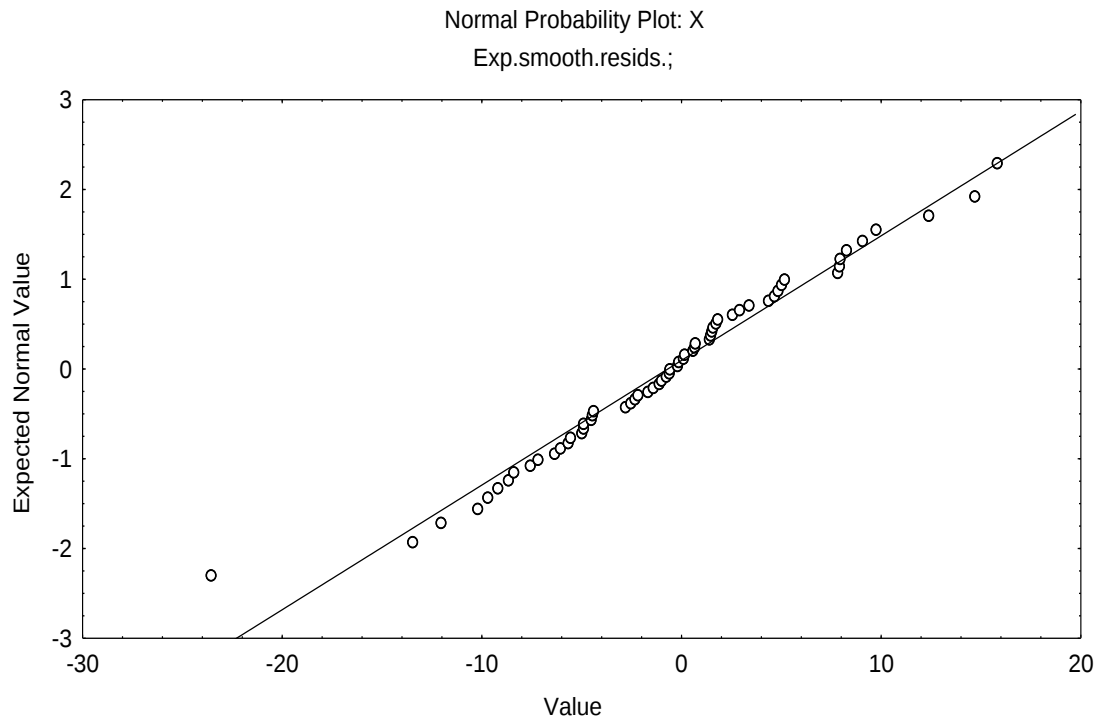


Рисунок 6.18

Модель 4: мультиплікативна, тренд експонентний, зростаючий.
 Графік залишків показаний на рисунку 6.19.
 Графік автокореляційної функції показаний на рисунку 6.20.
 Графік на нормальному папері показаний на рисунку 6.21.

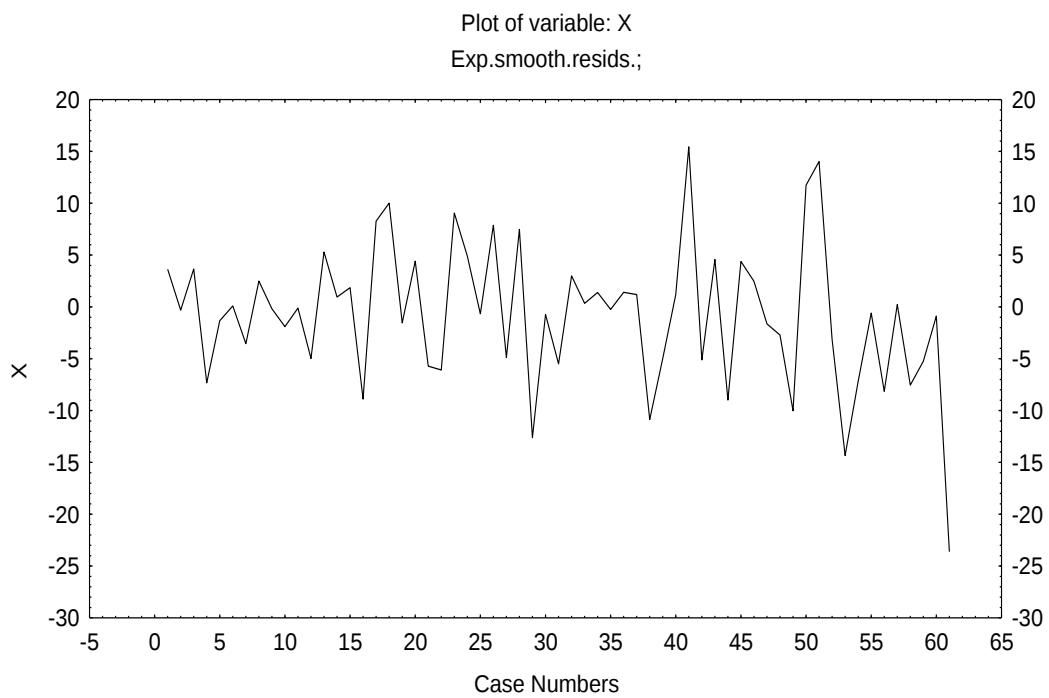


Рисунок 6.19

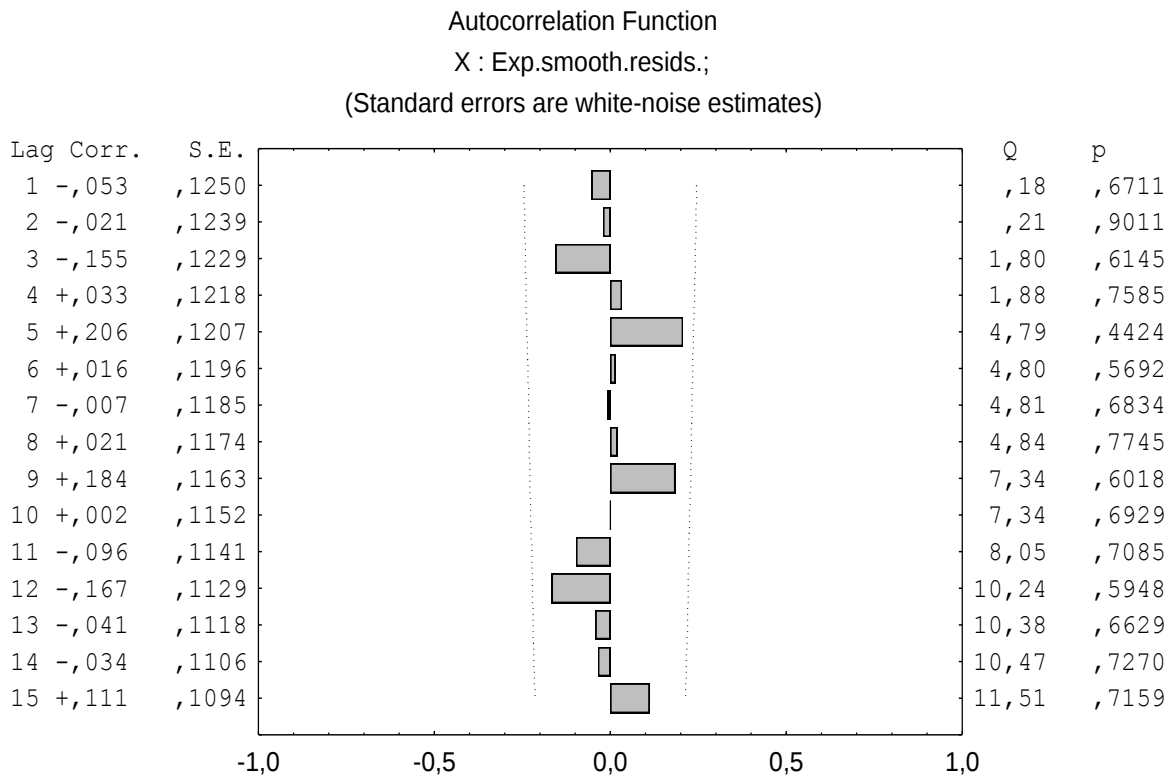


Рисунок 6.20

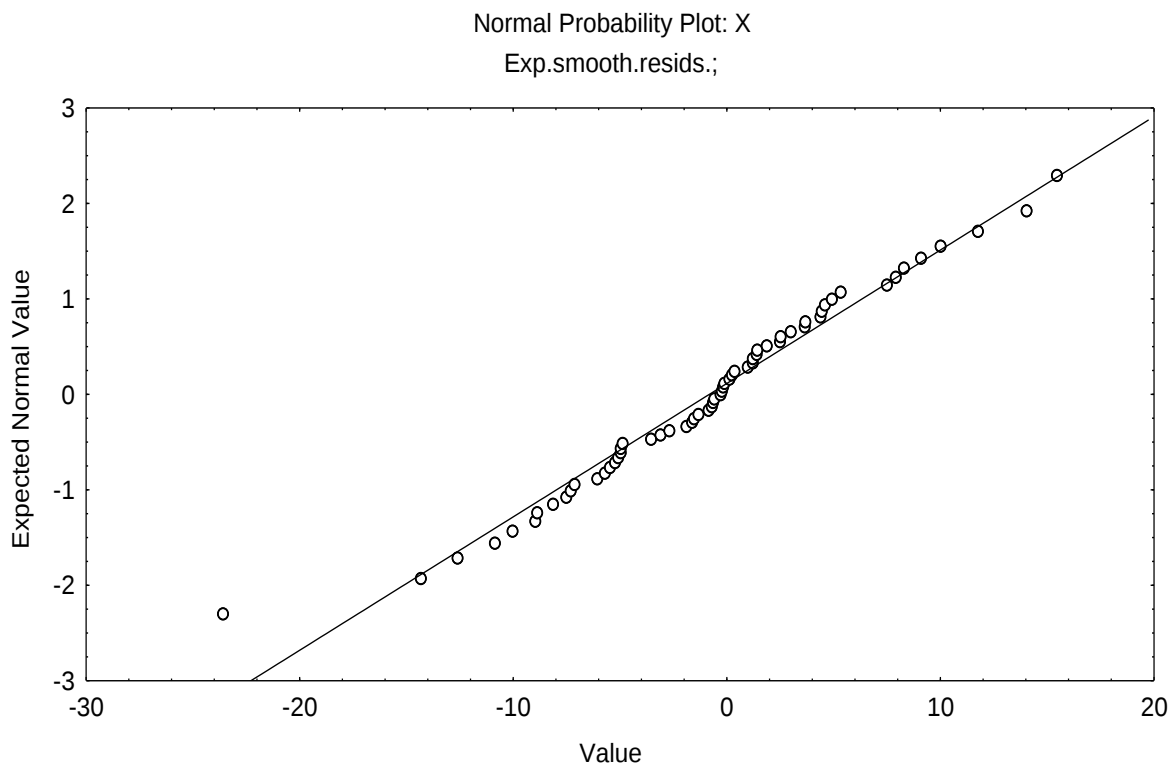


Рисунок 6.21

У моделях 3 і 4 амплітуда залишків незначно зростає, тому для подальшого аналізу залишаємо тільки моделі 1 і 2.

Перевірка моделей 1 і 2 за автокореляційними функціями

Моделі 1 і 2 мають практично однакові автокореляційні функції, які не виходять за пунктирну смугу, що не дає можливості зробити вибір між цими двома моделями.

Перевірка моделей 1 і 2 на нормальність розподілу залишків

В обох моделях точки досить добре лягають на пряму, але в 2-й моделі відхилення від нормального розподілу на деяких ділянках більше, ніж в 1-й.

Вибираємо 1-шу модель – адитивну з лінійним трендом.

3 Прогноз за обраною моделлю. Після вибору моделі беремо з автозвіту таблицю з прогнозом. У першому стовпці перебувають значення x , у другому – прогноз за експонентним згладжуванням, у третьому – залишки y у четвертому – сезонний компонент (табл. 6.2).

Таблиця 6.2

	X	Smoothed	Resids	Seasonal		X	Smoothed	Resids	Seasonal
1	14,0000	1,0014	12,9986	-11,6288	37	76,0000	72,8617	3,1383	
2	28,0000	34,4843	-6,4843	9,7878	38	89,0000	98,3632	-9,3632	
3	25,0000	21,8544	3,1456	-0,8163	39	77,0000	83,3406	-6,3406	
4	17,0000	23,6231	-6,6231	-3,9830	40	79,0000	77,1321	1,8679	
5	31,0000	39,4235	-8,4235	14,1837	41	114,0000	97,8610	16,1390	
6	44,0000	51,9781	-7,9781	30,9545	42	125,0000	129,0799	-4,0799	
7	44,0000	47,9402	-3,9402	31,3795	43	138,0000	129,0773	8,9227	
8	32,0000	23,6613	8,3387	9,0128	44	106,0000	116,9161	-10,9161	
9	15,0000	7,6614	7,3386	-14,2538	45	87,0000	87,9337	-0,9337	
10	0,0000	-4,7166	4,7166	-33,7122	46	68,0000	70,0305	-2,0305	
11	14,0000	19,1085	-5,1085	-15,4622	47	90,0000	88,8750	1,1250	
12	11,0000	17,4485	-6,4485	-15,4622	48	92,0000	91,8832	0,1168	
13	22,0000	18,6224	3,3776		49	92,0000	98,5529	-6,5529	
14	37,0000	43,5198	-6,5198		50	132,0000	116,0523	15,9477	
15	31,0000	29,8852	1,1148		51	131,0000	119,7666	11,2334	
16	21,0000	28,5284	-7,5284		52	125,0000	128,2649	-3,2649	
17	45,0000	42,1668	2,8332		53	139,0000	147,6285	-8,6285	
18	66,0000	61,9282	4,0718		54	160,0000	160,9693	-0,9693	
19	66,0000	66,6035	-0,6035		55	168,0000	163,8177	4,1823	
20	54,0000	45,4195	8,5805		56	133,0000	147,6948	-14,6948	
21	29,0000	29,9665	-0,9665		57	107,0000	116,0540	-9,0540	
22	10,0000	11,5227	-1,5227		58	76,0000	91,5524	-15,5524	
23	36,0000	30,0751	5,9249		59	97,0000	99,1984	-2,1984	
24	41,0000	36,2602	4,7398		60	100,0000	97,7895	2,2105	
25	46,0000	46,5058	-0,5058		61	84,0000	103,8108	-19,8108	
26	74,0000	69,0612	4,9388		62		109,8628		
27	59,0000	65,1521	-6,1521		63		98,3140		
28	68,0000	59,4159	8,5841		64		93,7693		
29	74,0000	86,7385	-12,7385		65		110,7414		
30	95,0000	96,6414	-1,6414		66		126,4398		
31	95,0000	97,7819	-2,7819		67		126,2770		
32	80,0000	75,8007	4,1993		68		102,5232		
33	58,0000	57,1399	0,8601		69		78,2296		
34	42,0000	40,2313	1,7687		70		57,3963		
35	62,0000	61,8149	0,1851		71		74,9437		
36	67,0000	64,0485	2,9515						

Відповідно до умови задачі випадки 1...61 відповідають періоду із січня 1995 р. по січень 2000 р. Отже, випадки 62...67 відповідають періоду з лютого 2000 р. по липень 2000 р.

Прогноз на лютий – липень 2000 р., рівень довіри 90 % (установлено з порівняння результатів аналізу методами *ARIMA* і *Exponential Smoothing & Forecasting*), даний у таблиці 6.3.

Таблиця 6.3

Лютий	109,8628
Березень	98,3140
Квітень	93,7693
Травень	110,7414
Червень	126,4398
Липень	126,2770

Відомо, що для часових рядів довірчий інтервал практично симетричний щодо прогнозу. Його напівширина для рівня довіри 90 % становить 20...30 % від прогнозу. Беручи напівширину довірчого інтервалу такою, що дорівнює 25 % від прогнозу, одержуємо, наприклад, на липень такий прогноз: перевезення вугілля буде укладене в межах $126,27 * (1 - 0,25) \dots 126,27 * (1 + 0,25)$, що дає 94,70...157,83 млн т.

Графік прогнозу показаний на рисунку 6.22.

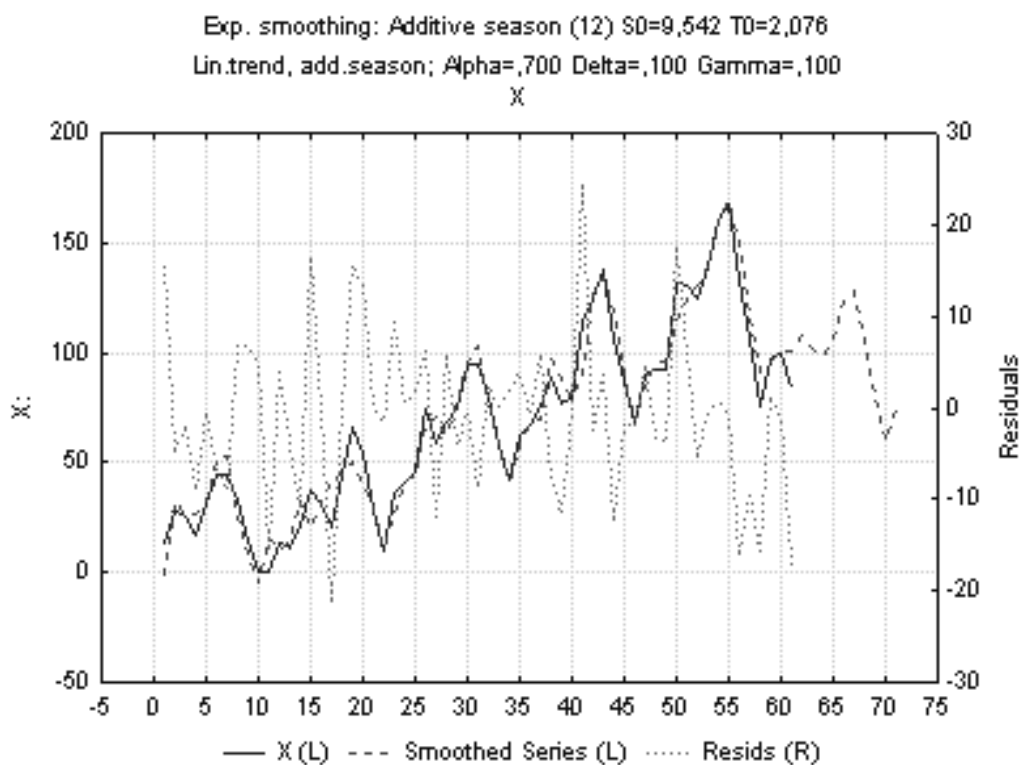


Рисунок 6.22

На цьому графіку суцільною лінією показаний графік часового ряду, пунктирною лінією – графік прогнозу, точковою лінією – графік залишків. Масштаб для графіків часового ряду й прогнозу заданий на лівій вертикальній осі, масштаб для графіка залишків – на правій вертикальній осі. З порівняння графіків часового ряду й прогнозу видно їхній гарний збіг на всьому протязі графіка часового ряду.

6.6 Висновки

На підставі аналізу залишків часового ряду для припасування моделі обрана лінійна дистрибутивна модель. Прогноз на підставі цієї моделі наведений у таблиці 6.4.

Таблиця 6.4

Місяць	Прогноз	90 % довірчий інтервал
Лютий	109,8628	82,3971...137,328
Березень	98,3140	73,74...122,89
Квітень	93,7693	70,33...117,21
Травень	110,7414	83,06...138,43
Червень	126,4398	94,83...158,05
Липень	126,2770	94,71...157,85

7 САМОСТІЙНА РОБОТА ВИБІР НЕЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ ОДНОФАКТОРНОЇ РЕГРЕСІЇ. ПРОГНОЗ І ДОВІРЧИЙ ІНТЕРВАЛ ДЛЯ НЕЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ. ЕЛАСТИЧНІСТЬ

7.1 Мета самостійної роботи

Мають бути набуті такі вміння:

- 1) будування нелінійної моделі;
- 2) перевірки адекватності нелінійної моделі;
- 3) будування довірчого інтервалу для прогнозу за нелінійною моделлю.

Мають бути засвоєні такі поняття: лінеаризація, перевірка нелінійної моделі на адекватність, прогноз і довірчий інтервал для нелінійної моделі, причина несиметричності довірчої області, еластичність.

7.2 Завдання до самостійної роботи

Використовуючи дані з додатка Б (фактор X_2 , показник Y) відповідно до свого варіанта виконати такі завдання:

- 1 За видом кореляційного поля вибрати модель із трьох моделей: степеневі $y = Ax^b$, показові $y = Ae^{bx}$ чи логарифмічної $y = A + b \ln x$.
- 2 Лінеаризувати вибірку відповідно до обраної нелінійної моделі.
- 3 Знайти рівняння лінійної регресії для лінеаризованої вибірки.
- 4 Перевірити лінійну регресію на адекватність з рівнем значущості $\alpha = 0,05$.
- 5 Знайти з рівнем довіри 95 % напівширину довірчих інтервалів для лінеаризованої моделі.
- 6 Знайти прогнозовані значення y і довірчі інтервали в точках вибірки.
- 7 Нанести на графік вибіркові точки, прогноз для них і кінці довірчих інтервалів.
- 8 Обчислити максимальну відносну помилку прогнозу в точках вибірки; пояснити значення спостережуваних помилок.
- 9 Обчислити коефіцієнт еластичності в кожній точці вибірки.
- 10 Зробити висновки за отриманими результатами.

7.3 Зміст звіту

Звіт за лабораторною роботою повинен містити:

- 1) тему роботи, завдання;
- 2) роздруківки таблиць і графіків;
- 3) пояснення отриманих таблиць і графіків з погляду економетрики.

7.4 Приклад виконання самостійної роботи в пакеті Statistica6

У якості вихідних даних беремо наступні дані в таблиці (рис. 7.1).

Виконання завдання:

- 1 Вибрати модель. Будуємо кореляційне поле: **Graphs – Scatterplots – Variables – (X,Y) – Ok – Advanced – Regular – Off – Ok** (рис. 7.2).

Виберемо залежність виду $y = A + b \ln x$.

- 2 Лінеаризуємо вибірку відповідно до обраної нелінійної моделі.

Для даної моделі перехід до нових змінних виконується за формулами: $U = \ln(x)$, $V = y$.

	1	2
	x	y
1	309,95	37,7
2	260	23,7
3	264,03	26,8
4	306,74	28,4
5	288,72	43,2
6	287,5	38
7	267,34	33,9
8	444,84	61,1
9	287,77	29,8
10	456,84	62
11	255,8	19,6
12	413,8	53,8
13	271,71	27,4
14	351,94	53,6
15	499,39	62,1

Рисунок 7.1

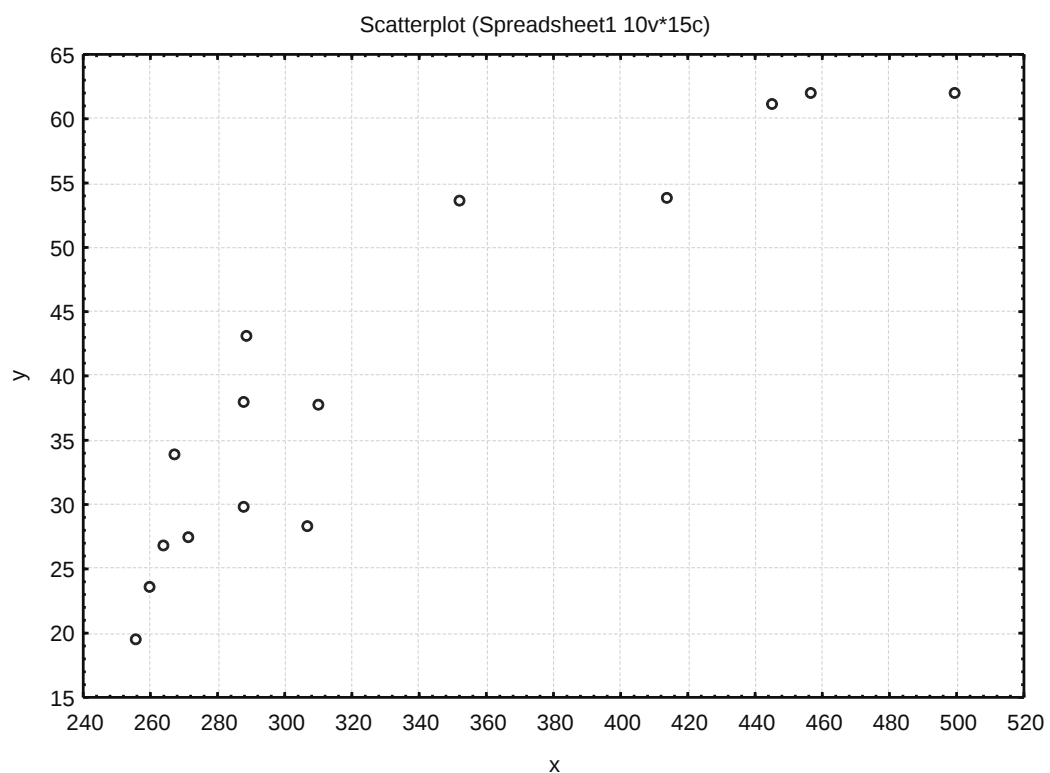


Рисунок 7.2

Додамо до таблиці дві змінні: U і V . Виділимо U подвійним клацанням і у вікні *Long Name* впишемо формулу « $\ln(x)$ ». Так само для змінної V у вікні *Long Name* впишемо формулу « $= y$ » (рис. 7.3).

	1 x	2 y	3 U	4 V
1	309,95	37,7	5,736411	37,7
2	260	23,7	5,560682	23,7
3	264,03	26,8	5,576063	26,8
4	306,74	28,4	5,726	28,4
5	288,72	43,2	5,665457	43,2
6	287,5	38	5,661223	38
7	267,34	33,9	5,588521	33,9
8	444,84	61,1	6,097715	61,1
9	287,77	29,8	5,662162	29,8
10	456,84	62	6,124333	62
11	255,8	19,6	5,544396	19,6
12	413,8	53,8	6,025383	53,8
13	271,71	27,4	5,604735	27,4
14	351,94	53,6	5,863461	53,6
15	499,39	62,1	6,213387	62,1

Рисунок 7.3

3 Знайдемо рівняння лінійної регресії для лінеаризованої вибірки.

Будуємо графік лінійної моделі (див. лаб. роботу 1): *Graphs – Scatterplots – Variables – (U, V) – Ok – Advanced – Regular – Linear – Ok.*

Над графіком записане рівняння лінійної регресії для змінних (U, V)
 $V = -311,737 + 60,9 * U$ (рис. 7.4).

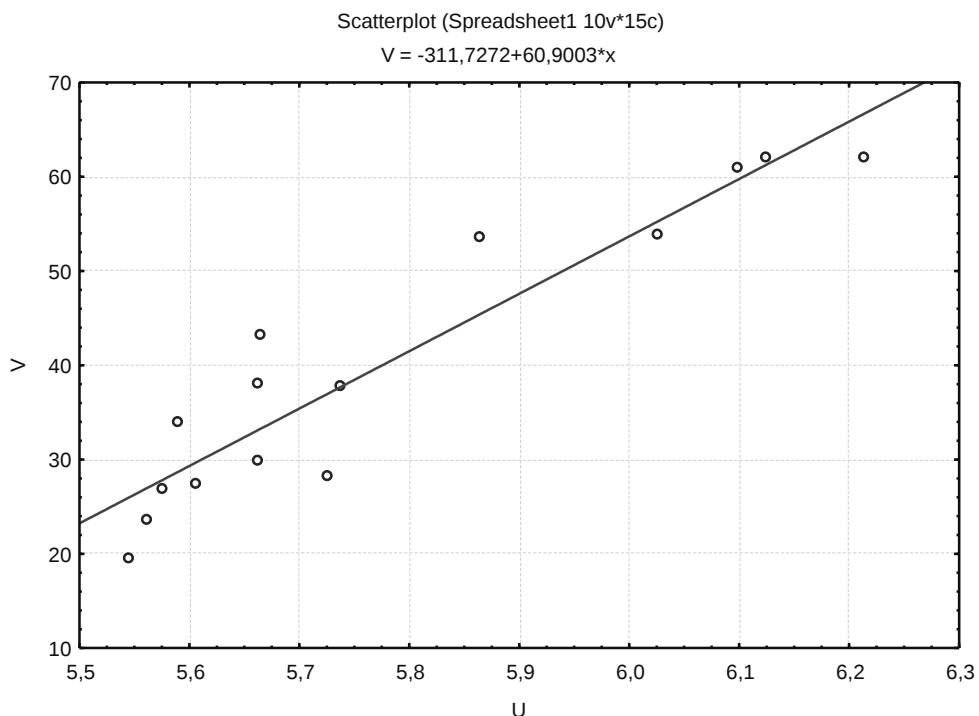


Рисунок 7.4

4 Перевіримо лінійну регресію на адекватність.

Statistics – Multiple Regression (Множинна регресія) – *Variables – (dependent V – independent U) – Ok – Ok – Regression Summary* (вибір змінних U, V – Ok – Ok – Підсумки регресійного аналізу) (рис. 7.5).

N=15		Regression Summary for Dependent Variable: V (sam_rab_24) R= ,93589879 R?= ,87590654 Adjusted R?= ,86636089 F(1,13)=91,760 p<,00000 Std.Error of estimate: 5,4426				
		Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(13) p-level
Intercept				-311,727	36,75260	-8,48177 0,000001
U		0,935899	0,097702	60,900	6,35760	9,57913 0,000000

Рисунок 7.5

Коефіцієнт кореляції $r_{uv} \approx 0,94$, коефіцієнт детермінації $R^2 \approx 0,876$, значення спостережуваного критерію Фішера $F_{набл} = 91,76$, число степенів вільності критерію Фішера $k_1 = 1$ і $k_2 = 13$.

Знайдемо критичне значення критерію Фішера з рівнем значущості 0,05: $F(1;13) = 4,667$, $p = 0,05$.

5 У точках вибірки знайдемо напівширину довірчого інтервалу для лінеаризованої моделі з рівнем довіри 0,95 (див. лаб. роботу 4).

t_γ – критична точка розподілу Стюдента: $t(13) = 2,16$ $p = 0,95$.

σ_e – середньоквадратична помилка залишків:

$Std.Error\ of\ estimate = \sigma_e = 5,4426$.

n – обсяг вибірки: $n = 10$.

$\bar{u}$ – середнє значення фактора U: $\bar{U} = 5,777$ (рис. 7.6).

Для кожного значення фактора U знаходимо квадрат відхилення від середнього значення

$(u_i - \bar{u})^2$. Додаємо новий стовпець, подвійним клацанням по заголовку входимо у вікно властивостей, даємо заголовок, наприклад KV, у вікні Long Name вводимо формулу « $= (u - 5,777) \wedge 2$ ».

Знаходимо значення суми $\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2$, це су-

ма значень стовпця KV (рис. 7.7).

Отже, сума дорівнює 0,733.

До вихідної таблиці додаємо стовпці: V_REGR

– прогноз за моделлю в точках вибірки, $DELTA$ – напівширина довірчого інтервалу. У вікно Long Name стовпця $DELTA$ вводимо формулу: « $= 5,443 * 2,16 * (1 + 1 / 15 + KV / 0,733) \wedge 0,5$ » (рис.7.8).

Variable	Descriptiv
	Mean
U	5,77666

Рисунок 7.6

Variable	Descriptiv
	Sum
KV	0,73285

Рисунок 7.7

	1	2	3	4	5	6
	x	y	U	V	KV	DELTA
1	309,95	37,7	5,736411	37,7	0,00162	12,15413
2	260	23,7	5,560682	23,7	0,046648	12,49851
3	264,03	26,8	5,576063	26,8	0,04024	12,45008
4	306,74	28,4	5,726	28,4	0,002567	12,16147
5	288,72	43,2	5,665457	43,2	0,012366	12,2372
6	287,5	38	5,661223	38	0,013326	12,24459
7	267,34	33,9	5,588521	33,9	0,035397	12,41336
8	444,84	61,1	6,097715	61,1	0,103075	12,91711
9	287,77	29,8	5,662162	29,8	0,01311	12,24293
10	456,84	62	6,124333	62	0,120875	13,04638
11	255,8	19,6	5,544396	19,6	0,053948	12,55345
12	413,8	53,8	6,025383	53,8	0,061862	12,61274
13	271,71	27,4	5,604735	27,4	0,029559	12,36894
14	351,94	53,6	5,863461	53,6	0,007534	12,19992
15	499,39	62,1	6,213387	62,1	0,190729	13,54174

Рисунок 7.8

6 Знайдемо прогнозовані значення Y і довірчі інтервали в точках вибірки.

Зворотне перетворення для цієї моделі: $y = V$.

Параметри моделі: $A = b_0 = -311,727$, $b = b_1 = 60,9$.

Вид отриманої моделі: $y = -311,727 + 60,9 \ln x$.

Таблицю доповнюємо стовпцями: $V_MAX (= V_REGR + DELTA)$, $V_MIN (= V_REGR - DELTA)$, $Y_REGR = V_REGR$, $Y_MIN = V_MIN$, $Y_MAX = V_MAX$ (рис. 7.9).

7	8	9	10	11	12
V_REGR	V_MIN	V_MAX	Y_REGR	Y_MIN	Y_MAX
37,62043	25,4663	49,77456	37,62043	25,4663	49,77456
26,91851	14,42	39,41702	26,91851	14,42	39,41702
27,85522	15,40514	40,3053	27,85522	15,40514	40,3053
36,98643	24,82496	49,1479	36,98643	24,82496	49,1479
33,29935	21,06215	45,53656	33,29935	21,06215	45,53656
33,04147	20,79688	45,28607	33,04147	20,79688	45,28607
28,61394	16,20059	41,0273	28,61394	16,20059	41,0273
59,62382	46,70671	72,54094	59,62382	46,70671	72,54094
33,09864	20,85571	45,34157	33,09864	20,85571	45,34157
61,24489	48,19851	74,29127	61,24489	48,19851	74,29127
25,92671	13,37326	38,48016	25,92671	13,37326	38,48016
55,21881	42,60607	67,83155	55,21881	42,60607	67,83155
29,60138	17,23244	41,97032	29,60138	17,23244	41,97032
45,35776	33,15784	57,55768	45,35776	33,15784	57,55768
66,66829	53,12655	80,21003	66,66829	53,12655	80,21003

Рисунок 7.9

7 Наносимо на графік вибіркові точки, прогноз для них і кінці довірчих інтервалів: *Graphs – 2D Graphs – Scatterplots – Variables: (x – y, Y_REGR, Y_MIN, Y_MAX) – Ok – Advanced – Multiple – Distance Weighted LS – Ok* (рис. 7.10).

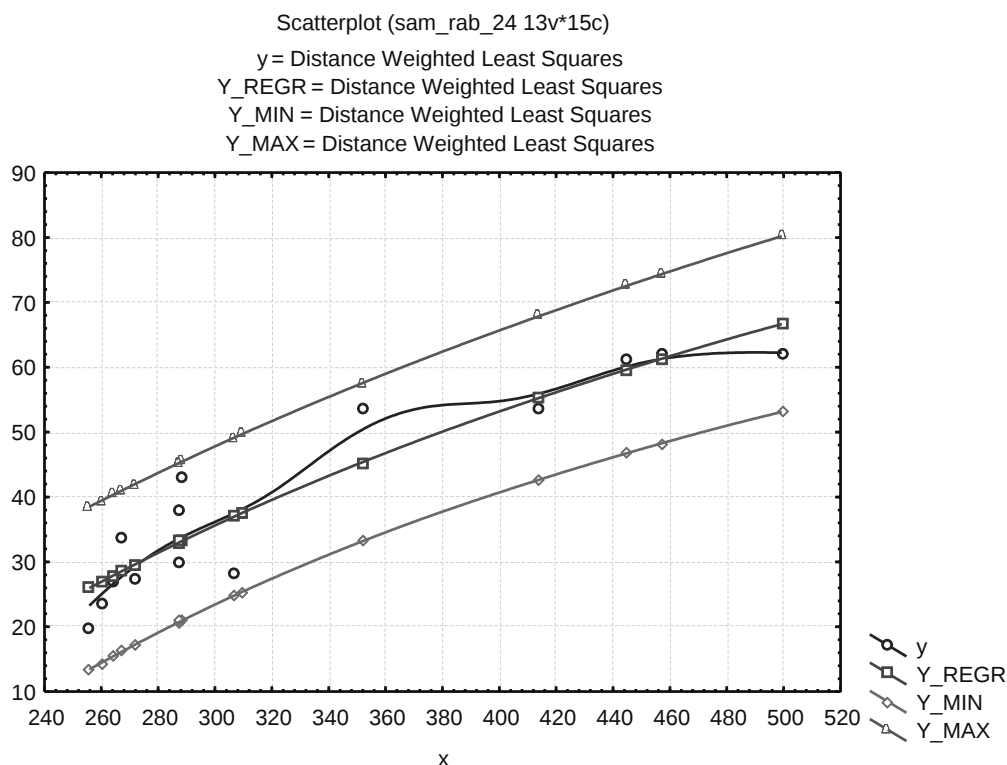


Рисунок 7.10

Графік можна відкоригувати у вікні *stg*, клацнувши двічі на потрібному об'єкті. Лінія $\hat{Y}$, що апроксимує точки вибірки, не потрібна. Тому у вікні *Workbook* виділяємо її, клацнувши на ній двічі мишею. У вікні, що з'явиться (рис. 7.11), клацнути кнопку *Delete*, потім – *Ok*.

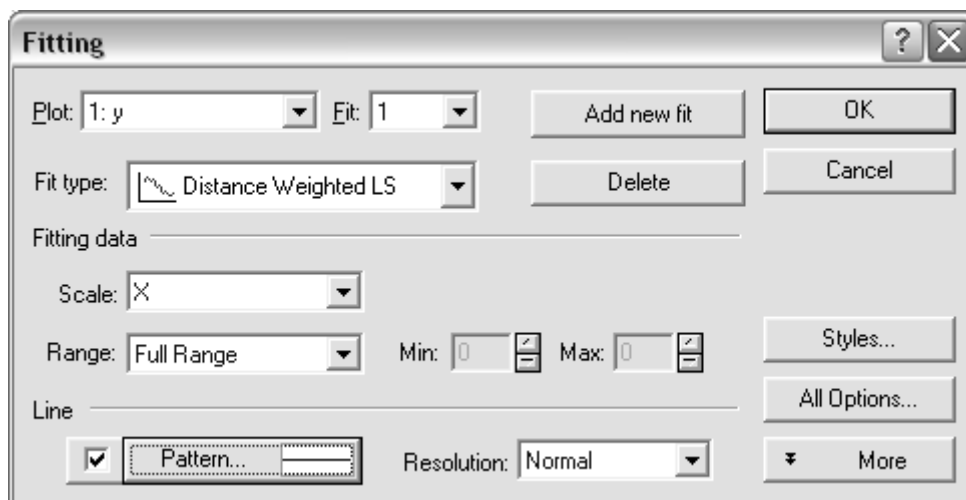


Рисунок 7.11

Отримали графік довірчої області (рис. 7.12). Кінці довірчих інтервалів розташовані на лініях Y_MIN і Y_MAX .

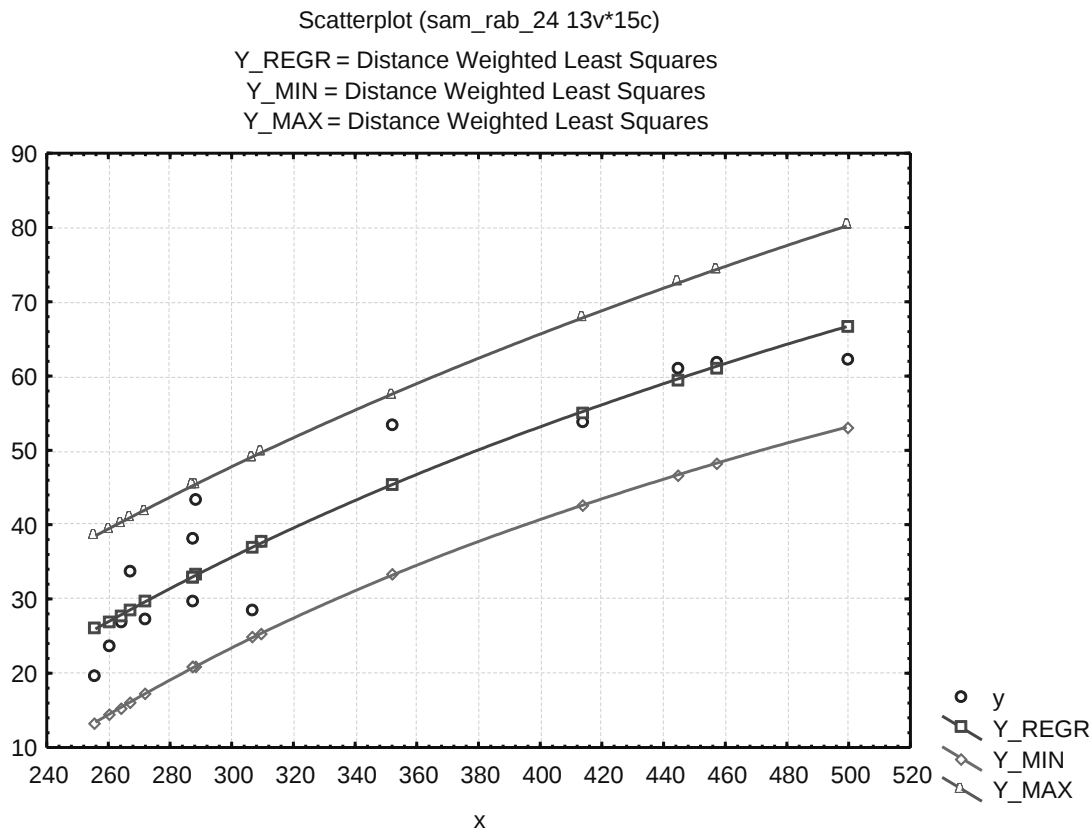


Рисунок 7.12

8 Обчислимо максимальну відносну похибку прогнозу в точках вибірки.

Для цього доповнюємо таблицю $POGR$. Максимальну помилку у відсотках розраховуємо за формулою $POGR = (Y_MAX - Y_REGR) / Y_REGR * 100$ (рис. 7.13).

9 Обчислимо коефіцієнт еластичності в кожній точці вибірки.

Знаходимо формулу для розрахунку коефіцієнта еластичності для моделі $y = -311,727 + 60,9 \ln x$.

$$E_x = \frac{x}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{x}{-311,727 + 60,9 \ln x} \cdot (-311,727 + 60,9 \ln x)' = \frac{x}{-311,727 + 60,9 \ln x} \cdot \left(\frac{60,9}{x} \right) = \frac{60,9}{-311,727 + 60,9 \ln x}$$

14 POGR
32,30727
46,4309
44,69569
32,88091
36,74907
37,05826
43,3822
21,66435
36,98923
21,30199
48,41898
22,84139
41,78501
26,89709
20,31211

Рисунок 7.13

Додаємо стовпець $E_x = \frac{60,9}{Y_REGR}$. Результат – у таблиці (рис. 7.14).

13 Ex
1,618801
2,262384
2,186305
1,64655
1,828864
1,843138
2,128333
1,021404
1,839955
0,994369
2,348929
1,102885
2,057336
1,342659
0,913478

Рисунок 7.14

Будуємо графік еластичності: *Graphs – Scatterplots – Variables: (x – Ex) – Ok – Advanced – Regular – Distance Weighted LS – Ok* (рис. 7.15).

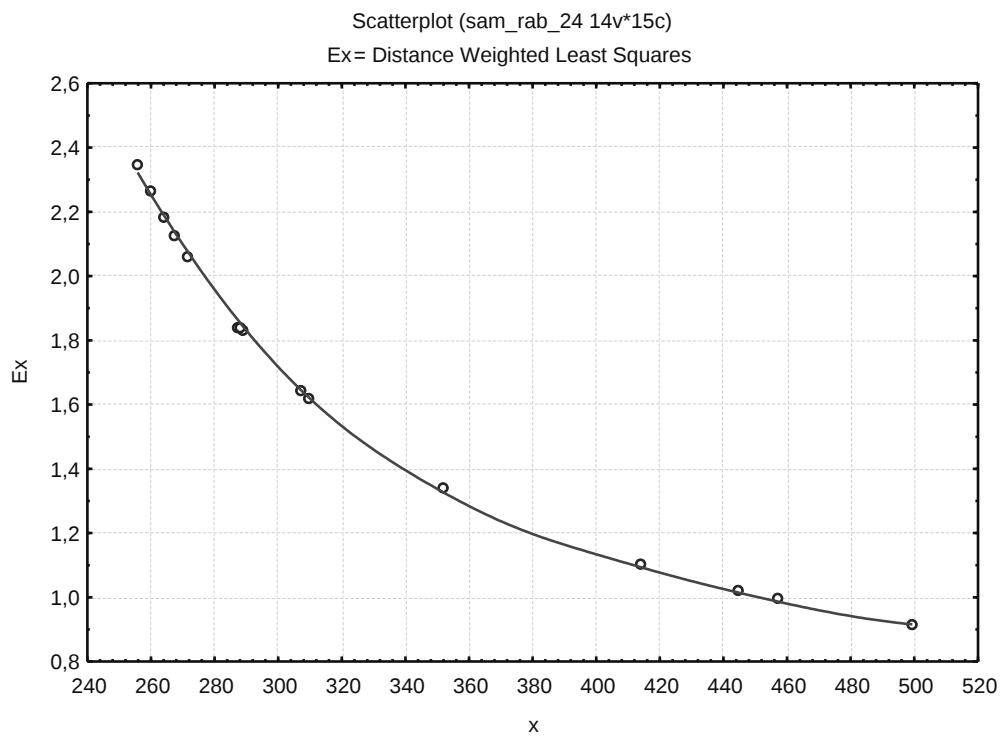


Рисунок 7.15

7.5 Висновки (для цього прикладу)

1 Для отриманої моделі довірча область майже симетрична щодо лінії регресії.

2 Максимальна відносна похибка 48,42 % відповідає $x = 255,8$, мінімальна відносна похибка 20,31 % відповідає $x = 499,39$.

3 Еластичність моделі позитивна, тобто підвищення рівня фактора x приводить до підвищення відгуку y . Максимальна за модулем еластичність 2,35 % у точці $x = 255,8$, мінімальна еластичність 0,91 % у точці $x = 499,39$.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Шенк, Х. Теория инженерного эксперимента / Ч. Шенх. - М. : Мир, 1972. – 374 с.
- 2 Агемян, Т. А. Основы теории ошибок для астрономов и физиков / Т. А. Агемян. -М. : Наука, 1972. – 172 с.
- 3 Горски, В. Г. Планирование промышленных экспериментов (модели динамики) / В. Г. Горский, Ю. П. Адлер, А. М. Талалай. – М. : Металлургия, 1978. – 112 с.
- 4 Кокрен, У. Методы выборочного исследования / У. Кокрен – М. : Статистика, 1976. – 440 с.
- 5 Боровиков, В. Statistica: искусство анализа данных на компьютере / В. Боровиков.– СПб. : Питер, 2001. – 656 с.
- 6 Справочное пособие по приближенным методам решения задач высшей математики / Л. И. Борович [и др.]. – Мн. : Выш. шк., 1986. – 189 с.
- 7 Фомичев, Н. И. Автоматизированные системы научных исследований : учеб. пособ. / Н. И. Фомичев. – Ярославль : Яросл. гос. ун-т, 2001. – 112 с.
- 8 Картышев, П. К. Эконометрика. Начальный курс : учебник / Я. Р. Магнус, П. К. Катышев, А. А. Пересецкий. – 4-е изд. –М. : Дело, 2000. – 400 с.
- 9 Васильєва, Л. В. Регресійні моделі та аналіз часових рядів : навч. посіб. / Л. В. Васильєва, О. А. Кльованик. - Краматорськ : ДДМА, 2010. – 176 с. – ISBN 978-966-379-453-2.
- 10 Гавриш, П. А. Математичне моделювання систем і процесів : навч. посіб. для студентів спеціальності 7.092301 «Технологія та устаткування зварювання» / Гавриш П. А., Васильєва Л. В. – Краматорськ : ДДМА, 2006. – 100 с. – ISBN 978-966-379-127-2.
- 11 Васильєва, Л. В. Використання автоматизованих систем наукових досліджень в аналізі динамічних даних / Л. В. Васильєва, Л. В. Гетьман // Інформатика та системні науки (ІСН-2015) : матеріали VI Всеукраїнської науково-практичної конференції за міжнародною участю. – Полтава : ПУЕТ, 2015. – Режим доступу : <http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/2391>.

Додаток А

Початок роботи в системі Statistica

А.1 Структура пакета Statistica v 6.0

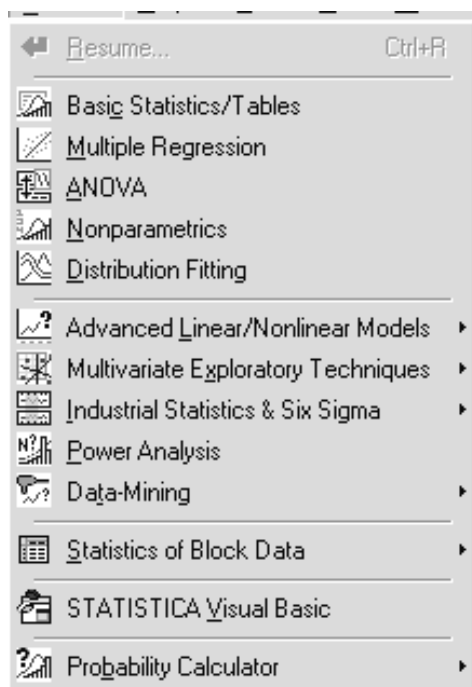


Рисунок А.1

Програма *Statistica* містить кілька модулів, що працюють незалежно і відкриваються за допомогою пункту меню *Statistics* (рис. А.1).

У кожному модулі зібрано логічно пов'язані між собою статистичні процедури. Працювати можна відразу з декількома модулями. Кнопки цих модулів знаходяться в нижній частині екрана. Переходити між ними можна стандартним чином, клацнувши лівою клавiшею миші по відповідній кнопці.

А.2 Створення нової таблиці даних

Для цього необхідно вибрати пункт меню *File – New – Ok*. Відкриється порожня електронна таблиця розміром 10×10

(рис. А.2). У стовпцях розміщені змінні (*Vars*), у рядках – спостереження або випадки (*Cases*).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Var1	Var2	Var3	Var4	Var5	Var6	Var7	Var8	Var9	Var10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Рисунок А.2

А.3 Видалення і додавання нових змінних і випадків

Виконується командами *Delete* (видалити) і *Add* (додати). Після виділення рядка або стовпця натиснути кнопку *Vars*, якщо видаляються або додаються змінні, і вказати, скільки елементів видаляється або додається, *Ok*. Для випадків – аналогічно, але з кнопкою *Cases*.

А.4 Коригування таблиць

Коригування таблиці полягає в коригуванні найменувань змінних, змісту стовпців цілком і окремих елементів. Для цього виконуються клацання по імені стовпця, по кнопці *Vars* (змінні), по пункту меню *Current Specs* (поточні специфікації). Після цього можна задавати нове ім'я стовпця в полі *Name* (ім'я) і нове значення спостережень за допомогою формули в полі *Long name* (повне ім'я) (рис. А.3). Також можна змінити подання числа (автоматично – 8 позицій (*Column width*), число позицій після коми (*Decimals*) – 3). Коригування числових значень в окремих чарунках виконується, як в Excel.

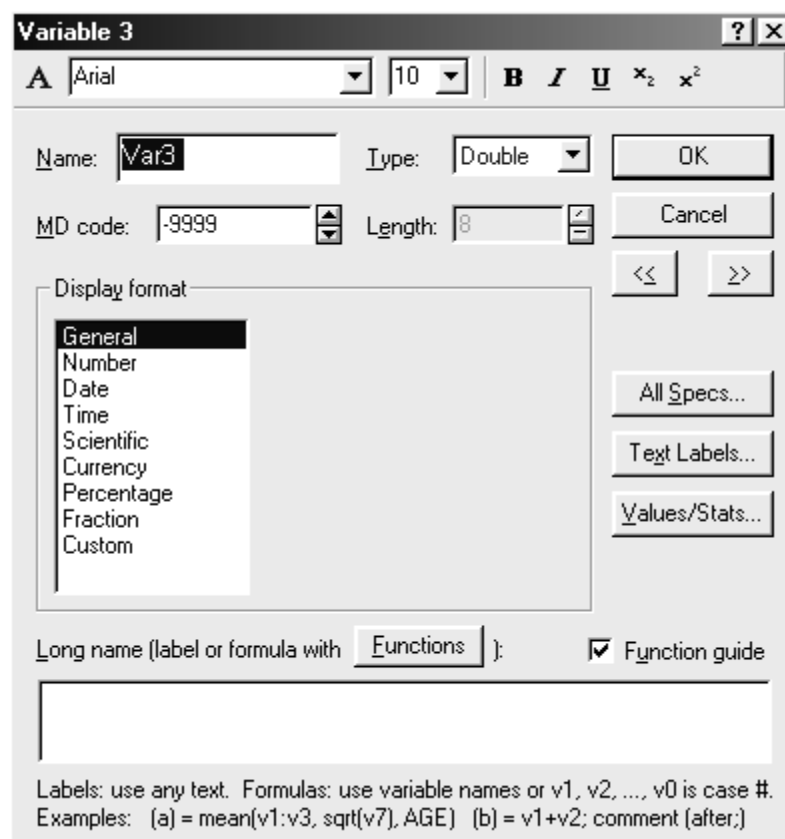


Рисунок А.3

А.5 Обчислення статистичних характеристик для значень змінних (наприклад, максимальне, мінімальне, середнє значення, дисперсія і тощо)

Активувати таблицю даних, потім викликати пункт меню *Statistics – Basic Statistics / Tables – Descriptive Statistics* – вкладка *Advanced* (Статистики – описові статистики – всі статистики) (рис. А.4), виділити змінні, для яких знаходять характеристики (кнопка *Variables*), *Ok*, вибрати зі списку потрібні статистичні характеристики (наприклад, *Min* – мінімальне значення, *Max* – максимальне значення, *Valid N* – обсяг вибірки, *Mean* – середнє значення, *Standard Deviation* – середньоквадратичне відхилення, кнопка *Summary*). На екрані з'явиться таблиця з потрібними характеристиками.

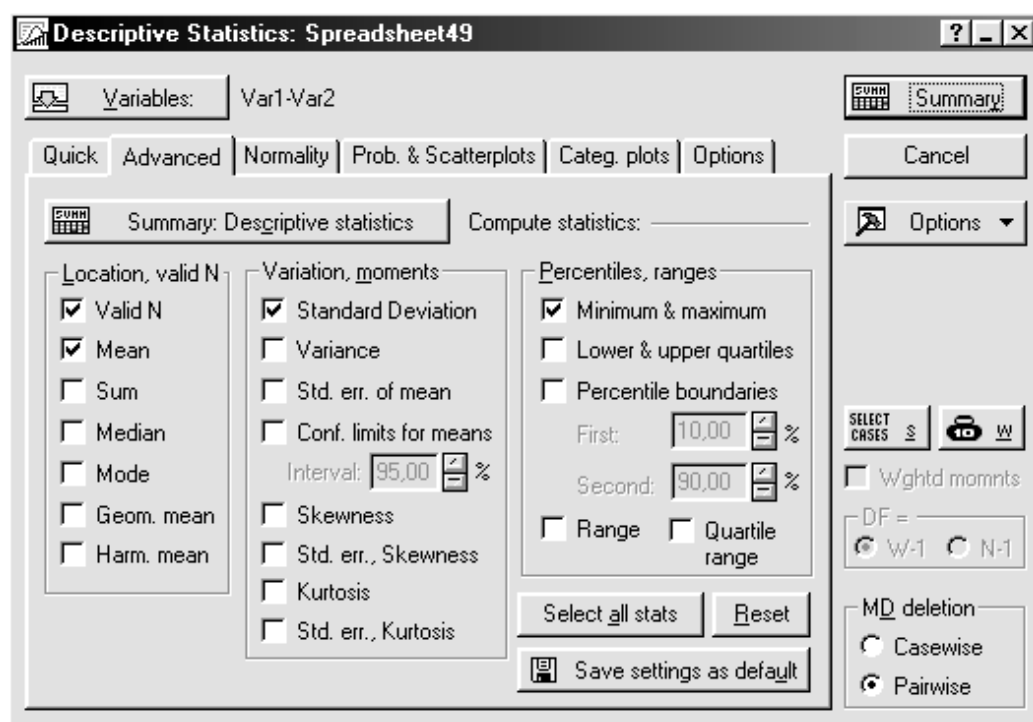


Рисунок А.4

А.6 Отримання графіка і рівняння лінійної регресії

Активувати таблицю. Вибрати пункт меню *Crapphs, 2D Crapphs, Scatterplots*, вкладка *Advanced* (графіки, статистичні 2-вимірні графіки, точковий графік), вибрати змінні *Variables* (для аргументу – X і функції – Y), *Ok*, вибрати опції *Regular, Linear* (регулярний, лінійний), *Ok* (рис. А.5).

З'явиться графік лінійної регресії, над яким записано рівняння регресії (рис. А.6).

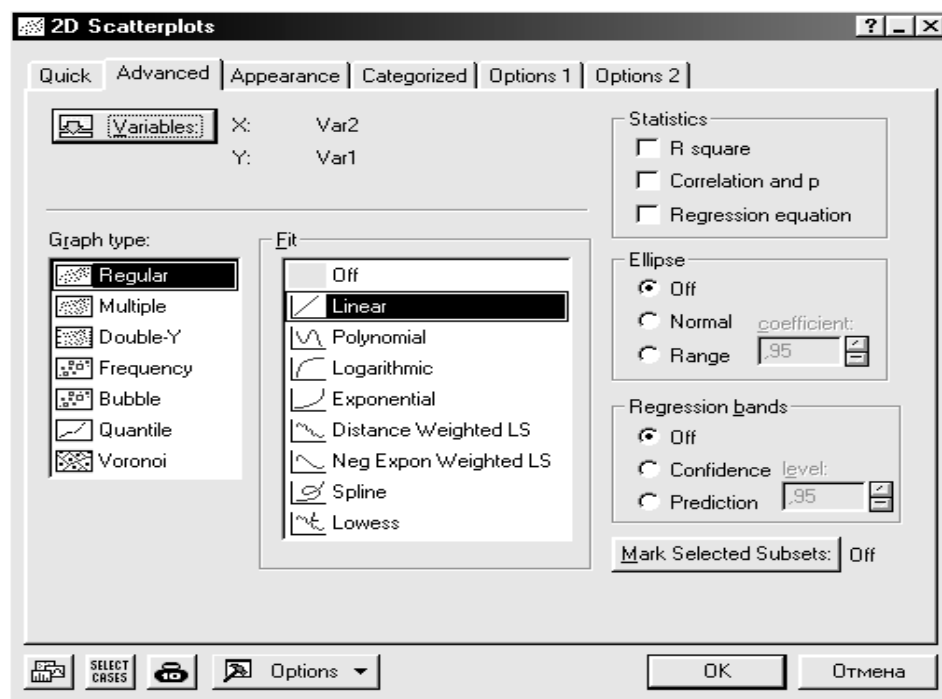


Рисунок А.5

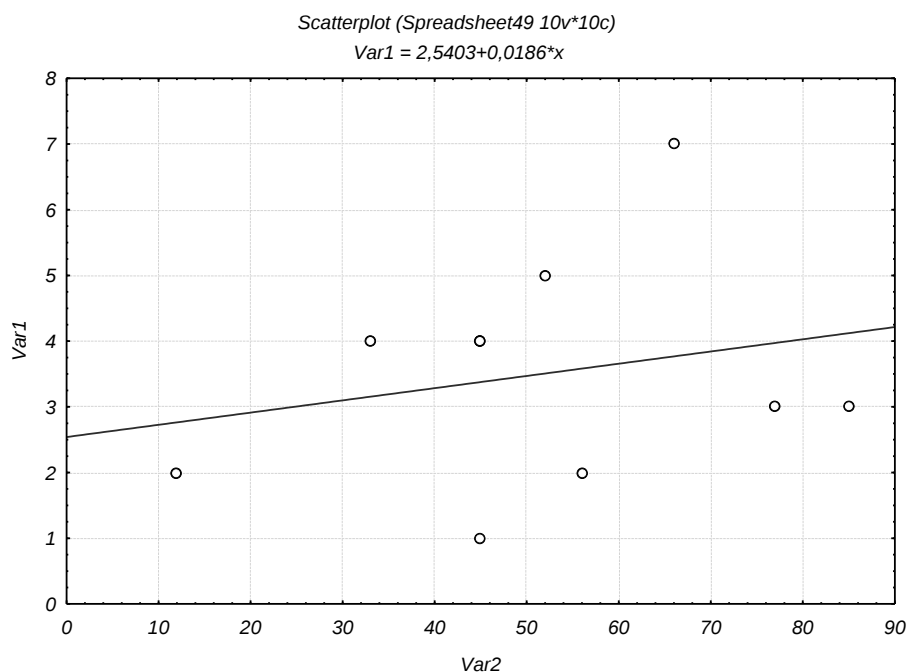


Рисунок А.6

А.7 Типи файлів у системі Statistica

Типи файлів: *.sta – дані; *.stw – результати оброблення даних, *Workbook*; *.str або *.rtf – звіт.

Довжина імені файлу, як і будь-якого іншого ідентифікатора, що не більше за 8 символів.

А.8 Створення автозвіту

Автозвіт бажано створювати при кожному сеансі роботи з пакетом для того, щоб усі результати роботи (таблиці та графіки) запам'ятовувалися в автозвіті.

Для створення короткого автозвіту викликаємо пункт меню *File, Output Manager*. З'явиться багатосторінкове меню.

На сторінці *Output Manager* потрібно відзначити такі опції: *Single Workbook, Place results in Workbook automatically, Also send to Report Window, Single Report* (рис. А.7).

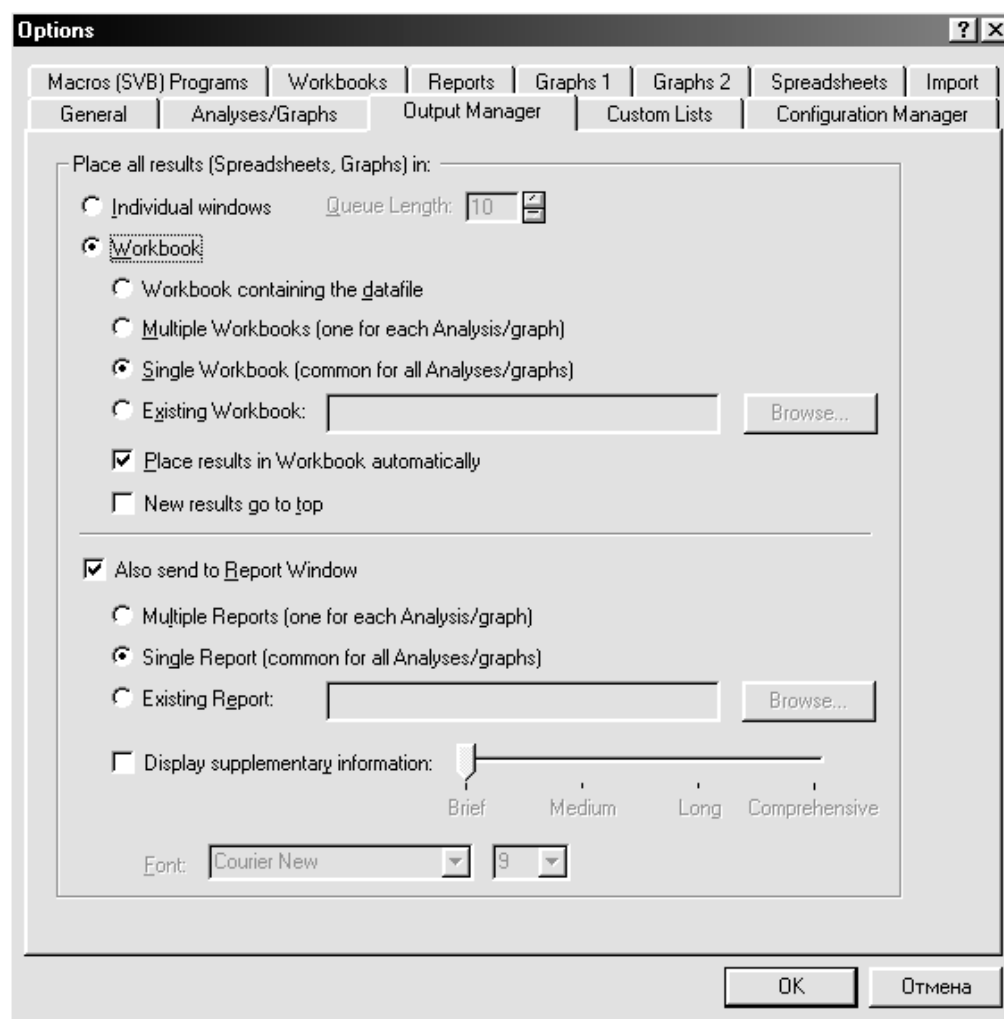


Рисунок А.7

На сторінці *Workbook*, крім вже заданих опцій, у полі *Add to Workbook performs* відзначити опцію *Copy*. На сторінці *Report*, крім вже заданих опцій, у поле *Add to Report performs* відзначити опцію *Copy*. Після цього натиснути *Ok*. Тепер всі розрахункові таблиці та графіки автоматично заносяться до звіту.

Файл звіту потрібно зберегти з розширенням **.rtf*. Тепер його можна редагувати у *Word*.

Додаток Б
Індивідуальні завдання до лабораторних робіт 4, 5
і самостійної роботи

Варіант 1

Таблиця Б.1

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	8540	1,24	38,34
2	2911	0,63	44,69
3	6630	1,18	39,4
4	8492	1,12	38,93
5	2901	0,44	46,96
6	5410	1,19	39,48
7	1920	0,48	46,07
8	2569	0,65	43,5
9	3520	0,26	50,11
10	2340	0,75	42,79
11	6921	1,03	40,15
12	7671	0,89	40,44
13	1586	0,16	60,76
14	3223	0,67	42,99
15	7224	0,9	40,69

Варіант 2

Таблиця Б.2

Номер району	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
	Середньодобовий приріст, грн	Собівартість 1 ц, грн	Рівень збитковості, %
1	249	138,99	37,7
2	231	105,86	29,7
3	245	114,19	26,8
4	242	131,73	28,4
5	250	139,86	43,2
6	190	141,52	48
7	283	118,9	33,9
8	273	133,26	29,1
9	290	143,7	29,8
10	150	221,88	66
11	294	102,4	19,6
12	196	149,06	48,8
13	241	135,5	27,4
14	214	178,17	53,6
15	188	229,36	62,1

Варіант 3

Таблиця Б.3

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	1,12	7343	20,1
2	1,05	3991	20
3	0,99	5760	18
4	0,7	3000	11,7
5	0,98	5241	17,9
6	1,04	4500	16,8
7	1,03	4300	15,6
8	1,35	7500	24,3
9	1,03	6743	18,1
10	0,89	5234	17,8
11	0,78	2500	13
12	0,87	3930	14,2
13	1,43	7433	24,2
14	1,03	6980	20
15	1,05	6740	19,3

Варіант 4

Таблиця Б.4

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	33,4	3447	14,3
2	29,1	3710	14,7
3	25,3	2827	11,9
4	27,1	2933	12,1
5	43,3	5428	22,3
6	47,2	5001	23,1
7	49,3	6432	24,3
8	35,7	4743	18,3
9	45,8	7321	27,6
10	52,4	6432	25,3
11	42,1	6003	25,1
12	40,1	5342	20,2
13	33,3	4341	15,7
14	41,2	5040	19,9
15	39,7	4493	17,2

Варіант 5

Таблиця Б.5

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	64	84	4300
2	61	83	4150
3	49	68	3000
4	52	67	3300
5	53	69	3300
6	54	78	4300
7	57	77	4280
8	61	81	4100
9	56	77	3700
10	52	72	3500
11	60	74	4000
12	59	85	4450
13	63	83	4270
14	50	70	3300
15	65	81	4500

Варіант 6

Таблиця Б.6

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	9,17	14789	6,9
2	6,5	21100	11,1
3	6,81	19343	10,2
4	7,89	17646	8,9
5	7,01	18172	8,3
6	8,91	17477	7,8
7	6,17	22110	13,1
8	10,11	14331	4,9
9	5,98	24111	13,3
10	6,1	19393	10,7
11	5,9	25445	13,4
12	6,13	19378	10,8
13	9,01	13137	4,7
14	10,41	13177	3,9
15	8,13	17010	7,6

Варіант 7

Таблиця Б.7

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	35	37	152,2
2	33	40	180,33
3	37	43	204,2
4	39	57	229,95
5	37	42	204,37
6	41	42	199,8
7	49	44	220,11
8	38	48	218,33
9	58	67	263,3
10	43	49	222,72
11	56	63	239,39
12	47	46	217,01
13	44	47	223,4
14	55	62	237,87
15	54	62	234,2

Варіант 8

Таблиця Б.8

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	5,46	3842,9	37,6
2	5,53	3457,7	37,9
3	7,05	3066,4	32,1
4	7,29	3011,9	32,1
5	7,4	3013,3	31,9
6	7,1	3164,3	33,4
7	6,25	3289,1	31,3
8	8,64	4320,3	39,3
9	5,18	2829,3	29,8
10	1,81	2562,2	20
11	2,3	2402,6	25,5
12	5,53	3636,7	37,6
13	2,22	2227,8	20,3
14	3,54	2725,8	29,1
15	3,23	2710,8	27,7

Варіант 9

Таблиця Б.9

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	80	20	20
2	87,2	12,8	37,5
3	90,8	9,2	43,4
4	94,7	11,3	45,6
5	81,4	18,6	23,4
6	79,2	10,8	25
7	71,3	28,7	17,2
8	86,2	13,8	33,3
9	71,4	28,6	15
10	77,7	22,9	18,7
11	75,4	14	24,8
12	77,9	13	34,5
13	87,2	12,8	33,1
14	68,1	25	19,2
15	86,2	13,8	31,8

Варіант 10

Таблиця Б.10

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	25,2	20,5	11,8
2	58,2	28,4	19,8
3	42,2	20,4	14,8
4	46,8	29,1	19,4
5	60,5	30,9	21,4
6	66,1	31,4	20,4
7	26,5	24,1	15,4
8	59,9	28,1	20,7
9	43,2	24,6	16,4
10	47,8	25,7	18,4
11	61,8	28,7	19,7
12	68,1	32,4	22,4
13	32	20,1	13,7
14	60,2	27,1	22,4
15	44,2	23,4	16,7

Варіант 11

Таблиця Б.11

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	1,25	5396	9,2
2	2,32	10583	13,7
3	1,71	8675	11,3
4	1,64	7392	10
5	1,38	3088	6,1
6	1,18	5138	9,1
7	1,44	5867	9,8
8	1,17	4154	6,4
9	1,72	13182	14,2
10	2,21	12351	13,8
11	1,64	13000	13,2
12	1,73	9519	11,4
13	1,17	4286	8,1
14	1,39	5000	9
15	2,07	7419	11,1

Варіант 12

Таблиця Б.12

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	52,8	31,84	31,4
2	72,6	32,3	30,9
3	50,4	32,21	37,1
4	33,4	48,95	45,7
5	31,5	42,48	57,7
6	54,6	35,38	46,7
7	54,3	29,11	33,3
8	36,6	67,06	63,8
9	15,6	65,52	68,8
10	73,2	21,26	29,8
11	65,9	31,29	39,4
12	44,6	33,63	46,2
13	23,7	73,35	68,8
14	64,6	40,12	34
15	25,6	43,63	47,6

Варіант 13

Таблиця Б.13

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	93,2	2,3	8,8
2	65,9	26,8	39,4
3	44,6	22,8	26,2
4	18,7	56,6	78,8
5	64,6	16,4	34
6	25,6	26,5	47,6
7	47,2	26	43,7
8	48,2	12,4	23,6
9	64,1	10	19,9
10	30,3	41,7	50
11	28,4	47,9	63,1
12	47,8	32,4	44,2
13	101,3	20,2	11,2
14	31,4	39,6	52,8
15	67,6	18,4	20,2

Варіант 14

Таблиця Б.14

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	52,8	31,84	31,4
2	72,6	32,3	20,9
3	50,4	32,21	37,1
4	33,4	48,95	45,7
5	31,5	42,48	57,7
6	54,6	35,38	46,7
7	54,3	29,11	33,3
8	36,6	67,06	63,8
9	15,6	65,52	68,8
10	73,2	21,26	12,8
11	65,9	31,29	39,4
12	44,6	33,63	26,2
13	23,7	73,35	68,8
14	64,6	40,12	34
15	25,6	43,63	47,6

Варіант 15

Таблиця Б.15

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	21,26	73,2	10,8
2	31,29	65,9	29,4
3	33,63	44,6	26,2
4	73,35	23,7	68,8
5	40,12	64,6	31,1
6	43,63	25,6	47,6
7	32,2	47,2	43,7
8	49,85	38,2	43,6
9	39,02	64,1	25,9
10	41,7	30,3	50
11	49,53	28,4	43,1
12	38	47,8	34,2
13	17,14	101,3	8,2
14	44,17	41,4	52,8
15	31,4	67,6	20,2

Варіант 16

Таблиця Б.16

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	31,84	1549	31,4
2	32,3	1694	40,9
3	32,21	1807	47,1
4	48,95	1615	45,7
5	52,48	1926	57,7
6	35,38	1542	46,7
7	20,11	1309	13,3
8	67,06	2093	63,8
9	63,52	1836	58,8
10	21,26	1449	22,8
11	31,29	1601	39,4
12	23,63	1560	26,2
13	73,35	2213	68,8
14	40,12	2028	63
15	65,52	2136	68,8

Варіант 17

Таблиця Б.17

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	27	17,2	3,62
2	29	20,74	2,02
3	24	17,73	2,77
4	21	21,2	2,01
5	33	16,56	4,33
6	28	17,01	4,01
7	23	19,77	2,12
8	28	17,1	3,73
9	30	16,35	3,92
10	25	18,34	2,87
11	22	22,2	2,11
12	34	16,06	4,39
13	31	16,1	4,11
14	22	18,7	2,13
15	29	17,4	3,2

Варіант 18

Таблиця Б.18

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	31,84	21,83	31,4
2	32,3	19,09	40,9
3	32,21	20,26	37,1
4	48,95	20,57	45,7
5	42,48	17,96	57,7
6	35,38	15,32	46,7
7	29,11	29,19	13,3
8	67,06	11,26	63,8
9	65,52	10,47	68,8
10	21,26	29,67	12,8
11	31,29	18,95	39,4
12	33,63	24,81	26,2
13	73,35	12,92	68,8
14	40,12	26,49	34
15	43,63	22,83	47,6

Варіант 19

Таблиця Б.19

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	52	67	3300
2	65	81	4500
3	49	68	3000
4	64	84	4300
5	53	69	3300
6	50	70	3300
7	57	77	4280
8	61	81	4100
9	56	77	3700
10	52	72	3500
11	60	74	4000
12	59	85	4450
13	63	83	4270
14	54	78	4300
15	61	83	4150

Варіант 20

Таблиця Б.20

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	7,89	17646	8,9
2	10,41	13177	3,9
3	6,81	19343	10,2
4	9,17	14789	6,9
5	7,01	18172	8,3
6	8,91	17477	7,8
7	6,17	22110	13,1
8	10,11	14331	4,9
9	5,98	24111	13,3
10	6,1	19393	10,7
11	5,9	25445	13,4
12	8,13	17010	7,6
13	9,01	13137	4,7
14	6,5	21100	11,1
15	6,13	19378	10,8

Варіант 21

Таблиця Б.21

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	249	138,99	37,7
2	231	105,86	29,7
3	245	114,19	26,8
4	242	131,73	28,4
5	250	139,86	43,2
6	190	141,52	48
7	283	118,9	33,9
8	273	133,26	29,1
9	290	143,7	29,8
10	150	221,88	66
11	294	102,4	19,6
12	196	149,06	48,8
13	241	135,5	27,4
14	214	178,17	53,6
15	188	229,36	62,1

Варіант 22

Таблиця Б.22

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	1,12	7343	20,1
2	1,05	3991	20
3	0,99	5760	18
4	0,7	3000	11,7
5	0,98	5241	17,9
6	1,04	4500	16,8
7	1,03	4300	15,6
8	1,35	7500	24,3
9	1,03	6743	18,1
10	0,89	5234	17,8
11	0,78	2500	13
12	0,87	3930	14,2
13	1,43	7433	24,2
14	1,03	6980	20
15	1,05	6740	19,3

Варіант 23

Таблиця Б.23

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	5,46	3842,9	37,6
2	5,53	3457,7	37,9
3	7,05	3066,4	32,1
4	7,29	3011,9	32,1
5	7,4	3013,3	31,9
6	7,1	3164,3	33,4
7	6,25	3289,1	31,3
8	8,64	4320,3	39,3
9	5,18	2829,3	29,8
10	1,81	2562,2	20
11	2,3	2402,6	25,5
12	5,53	3636,7	37,6
13	2,22	2227,8	20,3
14	3,54	2725,8	29,1
15	3,23	2710,8	27,7

Варіант 24

Таблиця Б.24

Номер	Фактор X_1	Фактор X_2	Показник Y
1	1,25	5396	9,2
2	2,32	10583	13,7
3	1,71	8675	11,3
4	1,64	7392	10
5	1,38	3088	6,1
6	1,18	5138	9,1
7	1,44	5867	9,8
8	1,17	4154	6,4
9	1,72	13182	14,2
10	2,21	12351	13,8
11	1,64	13000	13,2
12	1,73	9519	11,4
13	1,17	4286	8,1
14	1,39	5000	9
15	2,07	7419	11,1

Додаток В
Індивідуальні завдання до лабораторної роботи 6

Варіант 1

Попит на бензин (січень 2010 – січень 2015 р.), тис. т/міс.

Таблиця В.1

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	112	16	135	31	199	46	191
2	118	17	125	32	199	47	172
3	132	18	149	33	184	48	194
4	129	19	170	34	162	49	196
5	121	20	170	35	146	50	196
6	135	21	158	36	166	51	236
7	148	22	133	37	171	52	235
8	148	23	114	38	180	53	229
9	136	24	140	39	193	54	243
10	119	25	145	40	181	55	264
11	104	26	150	41	183	56	272
12	118	27	178	42	218	57	237
13	115	28	163	43	230	58	211
14	126	29	172	44	242	59	180
15	141	30	178	45	209	60	201
						61	204

Варіант 2

Витрата електроенергії (січень 2010 – січень 2015 р.), тис. кВт/год.

Таблиця В.2

№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата
1	148	16	133	31	171	46	235
2	148	17	114	32	180	47	229
3	136	18	140	33	193	48	243
4	119	19	145	34	181	49	264
5	104	20	150	35	183	50	272
6	118	21	178	36	218	51	237
7	115	22	163	37	230	52	211
8	126	23	172	38	242	53	180
9	141	24	178	39	209	54	201
10	135	25	199	40	191	55	204
11	125	26	199	41	172	56	188
12	148	27	184	42	194	57	235
13	170	28	162	43	196	58	227
14	170	29	145	44	196	59	234
15	158	30	166	45	236	60	264
						61	302

Варіант 3

Попит на карамель (серпень 2010 – серпень 2015 р.), т/міс.

Таблиця В.3

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	118	16	178	31	218	46	273
2	115	17	163	32	230	47	211
3	126	18	172	33	242	48	180
4	141	19	178	34	209	49	201
5	135	20	199	35	191	50	204
6	125	21	199	36	172	51	188
7	149	22	184	37	194	52	235
8	170	23	162	38	196	53	227
9	170	24	146	39	196	54	234
10	158	25	166	40	236	55	264
11	133	26	171	41	235	56	302
12	114	27	180	42	229	57	293
13	140	28	193	43	243	58	259
14	145	29	181	44	264	59	229
15	150	30	183	45	272	60	203
						61	229

Варіант 4

Обсяг залізничних перевезень (січень 2010 – січень 2015 р.),
млн. т/міс.

Таблиця В.4

№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг
1	278	16	356	31	435	46	463
2	284	17	348	32	491	47	407
3	277	18	355	33	505	48	362
4	317	19	422	34	404	49	405
5	313	20	465	35	359	50	417
6	318	21	467	36	310	51	391
7	374	22	404	37	337	52	419
8	413	23	347	38	360	53	461
9	405	24	305	39	342	54	472
10	355	25	336	40	406	55	535
11	306	26	340	41	396	56	622
12	271	27	318	42	420	57	606
13	306	28	362	43	472	58	508
14	315	29	348	44	548	59	461
15	301	30	363	45	559	60	390
						61	432

Варіант 5

Витрата газу в котельні (листопад 2009 – листопад 2014 р.),
тис. м³/міс.

Таблиця В.5

№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата
1	274	16	315	31	348	46	548
2	237	17	301	32	363	47	559
3	278	18	356	33	435	48	463
4	284	19	348	34	491	49	407
5	277	20	355	35	505	50	362
6	317	21	422	36	404	51	405
7	313	22	465	37	359	52	417
8	318	23	467	38	310	53	391
9	374	24	404	39	337	54	419
10	413	25	347	40	360	55	461
11	405	26	305	41	342	56	472
12	355	27	336	42	406	57	535
13	306	28	340	43	396	58	622
14	271	29	318	44	420	59	606
15	306	30	362	45	472	60	508
						61	461

Варіант 6

Обсяг автомобільних перевезень між двома містами (травень 2010 – травень 2015 р.), т·км/міс.

Таблиця В.6

№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг
1	270	16	405	31	305	46	342
2	315	17	355	32	336	47	406
3	364	18	306	33	340	48	396
4	347	19	271	34	318	49	420
5	312	20	306	35	362	50	472
6	274	21	315	36	348	51	548
7	237	22	301	37	363	52	559
8	278	23	356	38	435	53	463
9	284	24	348	39	491	54	407
10	277	25	355	40	505	55	362
11	317	26	422	41	404	56	405
12	313	27	465	42	359	57	417
13	318	28	467	43	310	58	391
14	374	29	404	44	337	59	419
15	413	30	347	45	360	60	461
						61	472

Варіант 7

Виробництво молока молочними фермами області (липень 2010 – липень 2015 р.), т/міс.

Таблиця В.7

№ п/п	Вироб-ництво	№ п/п	Вироб-ництво	№ п/п	Вироб-ництво	№ п/п	Вироб-ництво
1	302	16	274	31	315	46	348
2	293	17	237	32	301	47	363
3	259	18	278	33	356	48	435
4	229	19	284	34	348	49	491
5	203	20	277	35	355	50	505
6	229	21	317	36	422	51	404
7	242	22	313	37	465	52	359
8	233	23	318	38	467	53	310
9	267	24	374	39	404	54	337
10	269	25	413	40	347	55	360
11	270	26	405	41	305	56	342
12	315	27	355	42	336	57	406
13	364	28	306	43	340	58	396
14	347	29	271	44	318	59	420
15	312	30	306	45	362	60	472
						61	548

Варіант 8

Витрати на будівництво і модернізацію автодорожних об'єктів (січень 2010 – січень 2015 р.), тис. грн/міс.

Таблиця В.8

№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата
1	229	16	317	31	422	46	404
2	242	17	313	32	465	47	359
3	233	18	318	33	467	48	310
4	267	19	374	34	404	49	337
5	269	20	413	35	347	50	360
6	270	21	405	36	305	51	342
7	315	22	355	37	336	52	406
8	364	23	306	38	340	53	396
9	347	24	271	39	318	54	420
10	312	25	306	40	362	55	472
11	274	26	315	41	348	56	548
12	237	27	301	42	363	57	559
13	278	28	356	43	435	58	463
14	284	29	348	44	491	59	407
15	277	30	355	45	505	60	362
						61	405

Варіант 9

Замовлення на цеглу (серпень 2008 – серпень 2013 р.), млн шт./міс.

Таблиця В.9

№ п/п	Замов- лення	№ п/п	Замов- лення	№ п/п	Замов- лення	№ п/п	Замов- лення
1	293	16	237	31	301	46	363
2	259	17	278	32	356	47	435
3	229	18	284	33	348	48	491
4	203	19	277	34	355	49	505
5	229	20	317	35	422	50	404
6	242	21	313	36	465	51	359
7	233	22	318	37	467	52	310
8	267	23	374	38	404	53	337
9	269	24	413	39	447	54	360
10	270	25	405	40	305	55	342
11	315	26	355	41	336	56	406
12	364	27	306	42	340	57	396
13	447	28	271	43	318	58	420
14	312	29	306	44	362	59	472
15	274	30	315	45	348	60	548
						61	559

Варіант 10

Попит на лісоматеріали (січень 1995 – січень 2000р.), тис. м³/міс.

Таблиця В.10

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	204	16	269	31	412	46	347
2	188	17	270	32	405	47	305
3	235	18	315	33	355	48	336
4	227	19	364	34	306	49	340
5	234	20	347	35	271	50	318
6	264	21	312	36	306	51	362
7	302	22	274	37	315	52	348
8	293	23	237	38	301	53	363
9	259	24	278	39	256	54	435
10	229	25	284	40	348	55	491
11	203	26	277	41	355	56	505
12	229	27	317	42	422	57	404
13	242	28	313	43	465	58	359
14	233	29	318	44	467	59	310
15	267	30	374	45	404	60	337
						61	360

Варіант 11

Споживання газу в місті (серпень 2010 – серпень 2015 р.), тис. м³/міс.

Таблиця В.11

№ п/п	Спожи- вання	№ п/п	Спожи- вання	№ п/п	Спожи- вання	№ п/п	Спожи- вання
1	293	16	273	31	301	46	363
2	259	17	278	32	356	47	435
3	229	18	284	33	348	48	491
4	203	19	277	34	355	49	505
5	229	20	317	35	422	50	404
6	242	21	313	36	465	51	359
7	233	22	318	37	467	52	310
8	267	23	374	38	404	53	337
9	269	24	413	39	347	54	360
10	270	25	405	40	305	55	342
11	315	26	355	41	336	56	406
12	364	27	306	42	340	57	396
13	347	28	271	43	318	58	420
14	312	29	306	44	362	59	472
15	274	30	315	45	348	60	548
						61	559

Варіант 12

Попит на телевізійний кабель (травень 2010 – травень 2015 р.), тис. м/міс.

Таблиця В.12

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	229	16	293	31	237	46	301
2	243	17	259	32	278	47	356
3	264	18	229	33	284	48	348
4	272	19	203	34	277	49	355
5	237	20	229	35	317	50	422
6	211	21	242	36	313	51	465
7	180	22	233	37	318	52	467
8	201	23	267	38	374	53	404
9	204	24	269	39	413	54	347
10	188	25	270	40	405	55	305
11	235	26	315	41	355	56	336
12	227	27	364	42	306	57	340
13	234	28	347	43	271	58	318
14	264	29	312	44	306	59	362
15	302	30	274	45	315	60	348
						61	363

Варіант 13

Попит на мазут (січень 2007 – січень 2012 р.), тис. т/міс.

Таблиця В.13

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	196	16	227	31	364	46	306
2	196	17	234	32	347	47	271
3	236	18	264	33	312	48	306
4	235	19	302	34	274	49	315
5	229	20	293	35	237	50	301
6	243	21	259	36	278	51	356
7	264	22	229	37	284	52	348
8	272	23	203	38	277	53	355
9	237	24	229	39	317	54	422
10	211	25	242	40	313	55	465
11	180	26	233	41	318	56	467
12	201	27	267	42	374	57	404
13	204	28	269	43	413	58	347
14	188	29	270	44	405	59	305
15	235	30	315	45	355	60	336
						61	340

Варіант 14

Попит на цукор (липень 2009 – липень 2014 р.), тис. т/міс.

Таблиця В.14

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	264	16	229	31	284	46	348
2	272	17	203	32	277	47	355
3	237	18	229	33	317	48	422
4	211	19	242	34	313	49	465
5	180	20	233	35	318	50	467
6	201	21	267	36	374	51	404
7	204	22	269	37	413	52	347
8	188	23	270	38	405	53	305
9	235	24	315	39	355	54	336
10	227	25	364	40	306	55	340
11	234	26	347	41	271	56	318
12	264	27	312	42	306	57	362
13	302	28	274	43	315	58	348
14	293	29	237	44	301	59	363
15	259	30	278	45	356	60	435
						61	491

Варіант 15

Попит на солярку (січень 2010 – січень 2015 р.), тис. т/міс.

Таблиця В.15

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	113	16	135	31	199	46	191
2	119	17	125	32	199	47	172
3	133	18	149	33	184	48	194
4	130	19	170	34	162	49	196
5	121	20	170	35	146	50	196
6	135	21	158	36	166	51	236
7	148	22	133	37	171	52	235
8	148	23	114	38	180	53	229
9	136	24	140	39	193	54	243
10	119	25	145	40	181	55	264
11	104	26	150	41	183	56	272
12	118	27	178	42	218	57	237
13	115	28	163	43	230	58	211
14	126	29	172	44	242	59	180
15	141	30	178	45	209	60	201
						61	204

Варіант 16

Витрата електроенергії (січень 2006 – січень 2011 р.), тис. кВт/год.

Таблиця В.16

№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата
1	149	16	133	31	171	46	235
2	148	17	114	32	180	47	229
3	137	18	140	33	193	48	243
4	120	19	145	34	181	49	264
5	104	20	150	35	183	50	272
6	118	21	178	36	218	51	237
7	115	22	163	37	230	52	211
8	126	23	172	38	242	53	180
9	141	24	178	39	209	54	201
10	135	25	199	40	191	55	204
11	125	26	199	41	172	56	188
12	148	27	184	42	194	57	235
13	170	28	162	43	196	58	227
14	170	29	145	44	196	59	234
15	158	30	166	45	236	60	264
						61	302

Варіант 17

Попит на цукор (серпень 2009 – серпень 2014 р.), т/міс.

Таблиця В.17

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	118	16	178	31	218	46	273
2	115	17	163	32	230	47	211
3	126	18	172	33	242	48	180
4	141	19	178	34	209	49	201
5	135	20	199	35	191	50	204
6	125	21	199	36	172	51	188
7	149	22	184	37	194	52	235
8	170	23	162	38	196	53	227
9	170	24	146	39	196	54	234
10	158	25	166	40	236	55	264
11	133	26	171	41	235	56	302
12	114	27	180	42	229	57	293
13	140	28	193	43	243	58	259
14	145	29	181	44	264	59	229
15	150	30	183	45	272	60	203
						61	229

Варіант 18

Обсяг залізничних перевезень (січень 2006 – січень 2011 р.),
млн. т/міс.

Таблиця В.18

№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг
1	279	16	356	31	435	46	463
2	285	17	348	32	491	47	407
3	278	18	355	33	505	48	362
4	316	19	422	34	404	49	405
5	313	20	465	35	359	50	417
6	318	21	467	36	310	51	391
7	374	22	404	37	337	52	419
8	413	23	347	38	360	53	461
9	405	24	305	39	342	54	472
10	355	25	336	40	406	55	535
11	306	26	340	41	396	56	622
12	271	27	318	42	420	57	606
13	306	28	362	43	472	58	508
14	315	29	348	44	548	59	461
15	301	30	363	45	559	60	390
						61	432

Варіант 19

Витрата газу в котельні (листопад 2006 – листопад 2011 р.),
тис. м³/міс.

Таблиця В.19

№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата
1	273	16	315	31	348	46	548
2	236	17	301	32	363	47	559
3	279	18	356	33	435	48	463
4	285	19	348	34	491	49	407
5	277	20	355	35	505	50	362
6	317	21	422	36	404	51	405
7	313	22	465	37	359	52	417
8	318	23	467	38	310	53	391
9	374	24	404	39	337	54	419
10	413	25	347	40	360	55	461
11	405	26	305	41	342	56	472
12	355	27	336	42	406	57	535
13	306	28	340	43	396	58	622
14	271	29	318	44	420	59	606
15	306	30	362	45	472	60	508
						61	461

Варіант 20

Обсяг автомобільних перевезень між двома містами (травень 2006 – травень 2011 р.), т·км/міс.

Таблиця В.20

№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг	№ п/п	Обсяг
1	271	16	405	31	305	46	342
2	316	17	355	32	336	47	406
3	365	18	306	33	340	48	396
4	348	19	271	34	318	49	420
5	312	20	306	35	362	50	472
6	274	21	315	36	348	51	548
7	237	22	301	37	363	52	559
8	278	23	356	38	435	53	463
9	284	24	348	39	491	54	407
10	277	25	355	40	505	55	362
11	317	26	422	41	404	56	405
12	313	27	465	42	359	57	417
13	318	28	467	43	310	58	391
14	374	29	404	44	337	59	419
15	413	30	347	45	360	60	461
						61	472

Варіант 21

Виробництво молока молочними фермами області (липень 2010 – липень 2015 р.), т/міс.

Таблиця В.21

№ п/п	Вироб- ництво	№ п/п	Вироб- ництво	№ п/п	Вироб- ництво	№ п/п	Вироб- ництво
1	300	16	274	31	315	46	348
2	295	17	237	32	301	47	363
3	258	18	278	33	356	48	435
4	229	19	284	34	348	49	491
5	203	20	277	35	355	50	505
6	229	21	317	36	422	51	404
7	242	22	313	37	465	52	359
8	233	23	318	38	467	53	310
9	267	24	374	39	404	54	337
10	269	25	413	40	347	55	360
11	270	26	405	41	305	56	342
12	315	27	355	42	336	57	406
13	364	28	306	43	340	58	396
14	347	29	271	44	318	59	420
15	312	30	306	45	362	60	472
						61	548

Варіант 22

Витрати на будівництво і модернізацію автодорожних об'єктів (березень 2006 – березень 2011 р.), тис. грн/міс.

Таблиця В.22

№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата	№ п/п	Витрата
1	228	16	317	31	422	46	404
2	241	17	313	32	465	47	359
3	235	18	318	33	467	48	310
4	267	19	374	34	404	49	337
5	269	20	413	35	347	50	360
6	270	21	405	36	305	51	342
7	315	22	355	37	336	52	406
8	364	23	306	38	340	53	396
9	347	24	271	39	318	54	420
10	312	25	306	40	362	55	472
11	274	26	315	41	348	56	548
12	237	27	301	42	363	57	559
13	278	28	356	43	435	58	463
14	284	29	348	44	491	59	407
15	277	30	355	45	505	60	362
						61	405

Варіант 23

Замовлення на цеглу (липень 1995 – липень 2000 р.), млн шт./міс.

Таблиця В.23

№ п/п	Замов- лення	№ п/п	Замов- лення	№ п/п	Замов- лення	№ п/п	Замов- лення
1	292	16	237	31	301	46	363
2	260	17	278	32	356	47	435
3	229	18	284	33	348	48	491
4	203	19	277	34	355	49	505
5	229	20	317	35	422	50	404
6	242	21	313	36	465	51	359
7	233	22	318	37	467	52	310
8	267	23	374	38	404	53	337
9	269	24	413	39	447	54	360
10	270	25	405	40	305	55	342
11	315	26	355	41	336	56	406
12	364	27	306	42	340	57	396
13	447	28	271	43	318	58	420
14	312	29	306	44	362	59	472
15	274	30	315	45	348	60	548
						61	559

Варіант 24

Попит на лісоматеріали (лютий 1995 – лютий 2000р.), тис. м³./міс.

Таблиця В.24

№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит	№ п/п	Попит
1	205	16	269	31	412	46	347
2	189	17	270	32	405	47	305
3	235	18	315	33	355	48	336
4	227	19	364	34	306	49	340
5	234	20	347	35	271	50	318
6	264	21	312	36	306	51	362
7	302	22	274	37	315	52	348
8	293	23	237	38	301	53	363
9	259	24	278	39	256	54	435
10	229	25	284	40	348	55	491
11	203	26	277	41	355	56	505
12	229	27	317	42	422	57	404
13	242	28	313	43	465	58	359
14	233	29	318	44	467	59	310
15	267	30	374	45	404	60	337
						61	360

Навчальне видання

ВАСИЛЬЄВА Людмила Володимирівна,
ГЕТЬМАН Ірина Анатоліївна

АВТОМАТИЗОВАНІ СИСТЕМИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Посібник

**для студентів вищих навчальних закладів
спеціальності «Інформаційні технології проектування»**

Редагування, комп'ютерне верстання О. М. Болкова

60/2015. Формат 60 × 84/16. Ум. друк. арк. 6,74.
Обл.-вид. арк. 5,99. Тираж 100 пр. Зам. № 6.

Видавець і виготівник
Донбаська державна машинобудівна академія
84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 1633 від 24.12.2003

