

Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять з дисципліни
"Динаміка і міцність металургійних машин"
для студентів спеціальності 133
"Галузеве машинобудування"

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні кафедри
"Автоматизовані металургійні машини та
обладнання "
Протокол №1 від 29.08.2019 р

УДК 621.771

Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни "Динаміка і міцність металургійних машин" для студентів спеціальності 133 "Галузеве машинобудування" / Укл. Е.П. Грибків. – Краматорськ : ДДМА, 2019. – 16 с.

Розглянуто питання з розрахунку динамічних навантажень деталей та вузлів металургійних машин. Наведені приклади вирішення практичних задач з розробки фізичної моделі механізму, розрахунку динамічних навантажень та міцності деталей.

Укладач:

Е.П. Грибков

ЗМІСТ

| | |
|--|----|
| 1 Складання розрахункових схем приводів, правила зведення мас, жорсткостей та навантажень..... | 4 |
| 2 Розрахунок динамічних навантажень в лініях приводів, зведених до двомасової системи..... | 11 |
| Перелік використаних джерел..... | 16 |

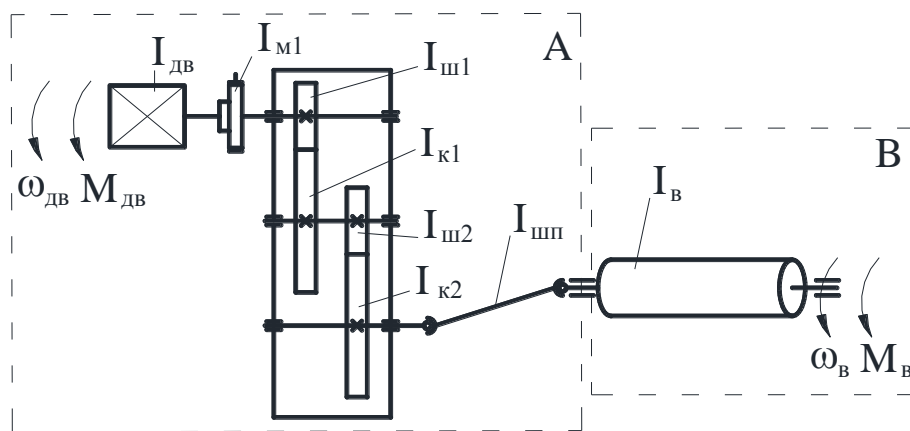
1 СКЛАДАННЯ РОЗРАХУНКОВИХ СХЕМ ПРИВОДІВ, ПРАВИЛА ЗВЕДЕННЯ МАС, ЖОРСТКОСТЕЙ ТА НАВАНТАЖЕНЬ

Розрахунок динамічних навантажень в приводних лініях механізмів, в тому числі й металургійних машин, містить такі основні етапи:

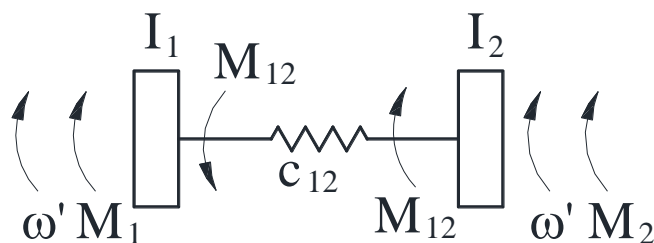
- 1 Складання розрахункових (або еквівалентних) схем механізмів.
- 2 Встановлення величини та характеру зміни зовнішніх навантажень.
- 3 Складання диференціальних рівнянь руху мас системи.
- 4 Встановлення частот власних коливань системи.
- 5 Встановлення величин пружних сил (моментів) в елементах приводу.

Привод металургійних машин складається з достатньо великої кількості зосереджених та розподілених мас, внаслідок чого вивчення таких систем стає важким. Тому реальну систему замінюють простою зведеною розрахунковою схемою з невеликою кількістю мас, яка забезпечує потрібну точність розрахунку. Але під час складання зведених розрахункових схем необхідно брати до уваги те, що зведені зосереджені маси рухаються з однаковими швидкостями, тому навантаження, які діють на них, а також й сама величина мас будуть відрізнятися від реальних за їх динамічними характеристиками, бо з системи виключено знижувальні або підвищувальні передачі.

Розглянемо розрахункову схему, що наведено на рисунку 1.1, а.



а



б

Рисунок 1.1 – Розрахункова (а) та зведена (б) схеми приводу робочого валку прокатного стана

На рисунку представлено схему приводу робочого валка, при цьому система має такі основні характеристики:

$M_{дв}$, $M_{пр}$ – моменти на двигуні та на валку відповідно;

I_i – моменти інерції відповідно ротора двигуна, муфти, зубчатих колес, шпінделя та робочого валка.

Для здійснення аналізу динамічних характеристик системи замінимо лінію приводу двома зосередженими масами (рисунок 1.1, б). при цьому у вигляді першої маси подамо елементи приводу (зона А), а у вигляді другої – саме робочий валок (зона Б). Зведемо маси та навантаження до розрахункової схеми (див. рис. 1.1, б).

1.1 Правило зведення зовнішніх навантажень

Зовнішні навантаження, які діють у системі, зводяться за правилом рівності потужностей зведеного навантаження та того, що зводиться [1].

На першу масу діє момент двигуна $M_{дв}$. Виконуємо зведення його до розрахункової схеми (див. рис. 1, б):

$$N_1 = N_{дв}, \quad (1.1)$$

де N_1 – потужність,

$$N_1 = M_1 \omega, \quad (1.2)$$

де ω – кутова швидкість обертання зведеної схеми (швидкість зведення),

$$N_{дв} = M_{дв} \omega_{дв}, \quad (1.3)$$

тоді

$$M_1 \omega = M_{дв} \omega_{дв}; \quad (1.4)$$

$$M_1 = M_{дв} \frac{\omega_{дв}}{\omega}. \quad (1.5)$$

Як правило, зведення здійснюють до одного з основних елементів приводу – до двигуна або до виконавчого механізму. Частиш зведення здійснюють до вала двигуна.

Тоді $\omega = \omega_{дв}$, а це означає:

$$M_1 = M_{дв}. \quad (1.6)$$

Тепер виконуємо зведення моменту на валку до другої зосередженої маси зведеної схеми

$$M_2 = M_{в}. \quad (1.7)$$

Але тут необхідно врахувати втрати потужності у передавальних механізмах приводу, тобто ввести у рівняння (1.7) к.к.д η :

$$N_2 = N_B / \eta; \quad (1.8)$$

$$N_2 = M_2 \omega; \quad (1.9)$$

$$N_B = M_{\text{пр}} \omega_B; \quad (1.10)$$

$$M_2 \omega = M_{\text{пр}} \omega_B / \eta; \quad (1.11)$$

$$M_2 = M_{\text{пр}} \frac{\omega_B}{\eta \omega_{\text{дв}}}. \quad (1.12)$$

Під час зведення до валу двигуна $\omega = \omega_{\text{дв}}$, а це означає, що $\omega_B / \omega = 1/i$, де i – передаточне число системи приводу. Тоді

$$M_2 = M_{\text{пр}} \frac{\omega_B}{\eta i}. \quad (1.13)$$

Таким чином, виконано зведення навантаження у схемі (рис. 1.1) до валу двигуна (1.6), (1.13).

Розглянемо тепер варіант приводу, у якому елементи виконують як оберտальний, так і поступальний рух. При цьому слід сказати, що зведена схема може мати елементи тільки з одним типом руху – або з поступальним, або с оберտальним.

Наприклад, зведемо привод робочого валка (див. рис. 1.1, а) до розрахункової схеми з поступальним рухом (рис. 1.2).

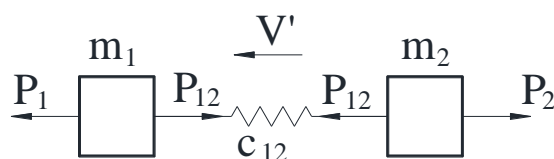


Рисунок 1.2 – Зведена двома сова система з поступальним рухом мас

Тоді

$$N_1 = N_{\text{дв}}; \quad (1.14)$$

$$N_1 = P_1 V; \quad (1.15)$$

$$N_{\text{дв}} = M_{\text{дв}} \omega_{\text{дв}}; \quad (1.16)$$

$$P_1 V = M_{\text{дв}} \omega_{\text{дв}}; \quad (1.17)$$

$$P_1 = M_{\text{дв}} \frac{\omega_{\text{дв}}}{V}. \quad (1.18)$$

Аналогічно збудемо:

$$P_2 = M_{\text{пр}} \frac{\omega_{\text{в}}}{V\eta}. \quad (1.19)$$

Таким чином, закон постійності (рівності) зведеної потужності та тієї, що зводиться – основний принцип під час створення розрахункових схем з точки зору їх силових характеристик.

1.2 Правило зведення мас

Маси системи зводяться до зведення розрахункової схеми на підставі рівності кінематичних енергій зведеної маси та тієї, що зводиться [1]:

$$K_{\text{реальне}} = K_{\text{екв}}. \quad (1.20)$$

Розглянемо розрахункову схему на рис. 1.1,а. Лінія приводу (двигун, редуктор, муфта, шпindel) подана в зведеній схемі у вигляді першої зосередженої маси, а у вигляді другої – робочий валок.

Розглянемо спочатку другу зосереджену масу:

$$K_2 = K_{\text{в}}; \quad (1.21)$$

$$K_2 = \frac{I_2 \omega^2}{2}; \quad (1.22)$$

$$K_{\text{в}} = \frac{I_{\text{в}} \omega_{\text{в}}^2}{2}. \quad (1.23)$$

Тоді

$$I_2 = I_{\text{в}} \frac{\omega_{\text{в}}^2}{\omega^2 \eta^2}. \quad (1.24)$$

Під час зведення до валу двигуна $\omega = \omega_{\text{дв}}$

$$\frac{\omega_{\text{в}}}{\omega} = \frac{1}{i}, \text{ тобто } \frac{\omega_{\text{в}}^2}{\omega^2} = \frac{1}{i^2}.$$

Тоді

$$I_2 = I_B \frac{1}{i^2 \eta^2}, \quad (1.25)$$

де i – передаточне співвідношення редуктора;

η – к.к.д передач.

Розглянемо першу масу. В лінії приводу, поданого однією зосередженою масою, у наявності достатньо велика кількість елементів. Очевидно, що зведена маса I буде дорівнюватися сумі зведених мас елементів приводу:

$$K_1 = K_\Sigma / \eta^2; \quad (1.26)$$

$$K_\Sigma = \frac{I_{дв} \omega_{дв}^2}{2} + \frac{I_{М1} \omega_{М1}^2}{2} + \frac{I_{ш1} \omega_{ш1}^2}{2} + \frac{I_{к1} \omega_{к1}^2}{2} + \frac{I_{ш1} \omega_{ш1}^2}{2} + \frac{I_{ш2} \omega_{ш2}^2}{2} + \frac{I_{к2} \omega_{к2}^2}{2} + \frac{I_{М2} \omega_{М2}^2}{2} + \frac{I_{шп} \omega_{шп}^2}{2}. \quad (1.27)$$

Тоді маємо:

$$I_1 = \frac{I_{дв} \omega_{дв}^2}{\omega^2} + \frac{I_{М1} \omega_{М1}^2}{\omega^2 \eta_{М1}^2} + \frac{I_{ш1} \omega_{ш1}^2}{\omega^2 \eta_{ш1}^2} + \frac{I_{к1} \omega_{к1}^2}{\omega^2 \eta_{к1}^2} + \frac{I_{ш2} \omega_{ш2}^2}{\omega^2 \eta_{ш2}^2} + \frac{I_{к2} \omega_{к2}^2}{\omega^2 \eta_{к2}^2} + \frac{I_{М2} \omega_{М2}^2}{\omega^2 \eta_{М2}^2} + \frac{I_{шп} \omega_{шп}^2}{\omega^2 \eta_{шп}^2}. \quad (1.28)$$

Під час зведення до валу двигуна $\omega = \omega_{дв}$

$$I_1 = I_{дв} + \frac{I_{М1}}{i_{М1}^2 \eta_{М1}^2} + \frac{I_{ш1}}{i_{ш1}^2 \eta_{ш1}^2} + \frac{I_{к1}}{i_{к1}^2 \eta_{к1}^2} + \frac{I_{ш2}}{i_{ш2}^2 \eta_{ш2}^2} + \frac{I_{к2}}{i_{к2}^2 \eta_{к2}^2} + \frac{I_{М2}}{i_{М2}^2 \eta_{М2}^2} + \frac{I_{шп}}{i_{шп}^2 \eta_{шп}^2}, \quad (1.29)$$

де i – передаточне співвідношення елемента, що зводиться, від електродвигуна;

η – к.к.д лінії передач до елемента, що зводиться.

Розглянемо випадок, коли зводяться маси з неоднаковими типами руху. Зведемо масу робочого валка до поступального руху (рис. рис. 1.2):

$$K_2 = K_B / \eta^2; \quad (1.30)$$

$$K_2 = m_2 V_2^2 / 2. \quad (1.31)$$

$$K_B = \frac{I_B \omega_B^2}{2}. \quad (1.32)$$

Тоді маємо

$$m_2 = \frac{I_B \omega_B^2}{V^2 \eta^2}. \quad (1.33)$$

Таким чином можна сформулювати загальні рівняння для зведення до розрахункових схем навантажень та мас для будь-яких типів руху.

Зведення навантажень:

$$M' = \sum_{i=1}^n \left[M_i \frac{\omega_i}{\omega' \eta_i} + P_i \frac{V_i}{\omega' \eta_i} \right]; \quad (1.34)$$

$$P' = \sum_{i=1}^n \left[M_i \frac{\omega_i}{V' \eta_i} + P_i \frac{V_i}{V' \eta_i} \right]. \quad (1.35)$$

Зведення мас:

$$I' = \sum_{i=1}^n \left[I_i \frac{\omega_i^2}{(\omega')^2 \eta_i^2} + m_i \frac{V_i^2}{(\omega')^2 \eta_i^2} \right]; \quad (1.36)$$

$$m' = \sum_{i=1}^n \left[I_i \frac{\omega_i^2}{(V')^2 \eta_i^2} + m_i \frac{V_i^2}{(V')^2 \eta_i^2} \right], \quad (1.37)$$

де m', I' – відповідно зведена маса та момент інерції;

P', M' – відповідно зведена сила та момент;

ω', V' – відповідно кутова та лінійна швидкості зведення.

Саме розрахункові формули для встановлення величини моментів інерції різноманітних конструктивних елементів досить широко подані в науково-технічній літературі [2].

1.3 Правило зведення жорсткостей

Реальні механізми мають деяку небезмежну жорсткість зв'язків, внаслідок чого миттєві значення переміщень елементів системи (зосереджених мас) на рівні одне одному, а це, в свою чергу, викликає коливальні процеси в лінії приводу.

Піддатливість – величина, обернена жорсткості.

Під час встановлення узагальнених показників жорсткості системи необхідно знати не тільки значення жорсткостей (або піддатливостей) окремих елементів, а і правила зведення жорсткостей.

При послідовному з'єднанні елементів системи її результуюча жорсткість (піддатливість) встановлюється як:

$$\frac{1}{c_{\Sigma}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} + \dots + \frac{1}{c_i}; \quad (1.38)$$

$$e_{\Sigma} = e_1 + e_2 + e_3 + \dots + e_i. \quad (1.39)$$

При паралельному з'єднанні елементів системи її результуюча жорсткість (піддатливість) встановлюється як:

$$c_{\Sigma} = c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_i; \quad (1.40)$$

$$\frac{1}{e_{\Sigma}} = \frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2} + \frac{1}{e_3} + \dots + \frac{1}{e_i}, \quad (1.41)$$

де c – жорсткість системи (елементів);

e – піддатливість системи (елементів).

Якщо пружний елемент рухається у реальній системі із швидкістю, яка відрізняється від швидкості його руху у зведеній схемі (див. рис. 1.1), тоді зведена жорсткість встановлюється так [1]:

$$c_{12} = c_{\Sigma} \frac{\omega^2}{\omega'^2}, \quad (1.42)$$

або при зведенні до валу двигуна:

$$c_{12} = c_{\Sigma} i^2, \quad (1.43)$$

де i – передаточне число редуктора.

Таким чином, ми встановили головні правила зведення навантажень, мас та жорсткостей під час складання зведених розрахункових схем для здійснення динамічних розрахунків.

2 РОЗРАХУНОК ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ В ЛІНІЯХ ПРИВОДІВ, ЗВЕДЕНИХ ДО ДВОМАСОВОЇ СИСТЕМИ

Під час розрахунку динамічних навантажень в лініях приводів з метою спрощення розрахунку замінюють реальну систему на зведену розрахункову схему, визначення характеристик якої здійснюється на підставі правил зведення мас, навантажень та жорсткостей.

Розглянемо систему, яка зведена до двох мас, зв'язаних пружним зв'язком (рис. 2.1).

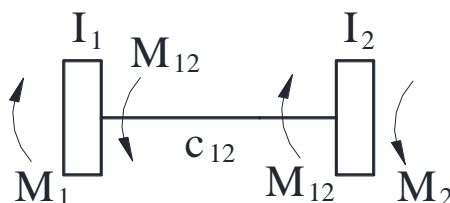


Рисунок 2.1 – Двомасова розрахункова схема з обертальним рухом

Система (див. рис. 2.1) буде характеризуватися навантаженням M_1 та M_2 , які діють на зосереджені маси, що описані її моментами інерції I_1 та I_2 , а також величиною жорсткості пружного зв'язку c_{12} .

Розглянемо рух системи. Очевидно, що під час оберту першої маси I_1 на кут φ_1 , друга маса обернеться на кут φ_2 , при цьому величина цих кутів буде різною внаслідок скінченної величини жорсткості пружного зв'язку c_{12} . У самому ж зв'язку виникне реактивний момент пружних сил M , обумовлений пружною обертаючою деформацією.

Жорсткість пружного зв'язку під час обертальних деформацій встановлюється:

$$c = \frac{M_{кр}}{\varphi}, \quad (2.1)$$

де $M_{кр}$ – крутний момент;

φ – кут оберту, рад.

Очевидно, що в новому випадку, виходячи з умов відомого розміру жорсткості c_{12} та кутів оберту φ_1 , φ_2 момент пружних сил буде встановлюватися:

$$M_{12} = c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (2.2)$$

Якщо розглядати рух системи (рис. рис. 2.1) у часі, то нерівність кутів оберту φ_1 , φ_2 приведе до появи коливального процесу у системі.

Динамічний аналіз систем здійснюється на підставі аналізу рівнянь руху мас системи. При цьому основною метою аналізу є встановлення максимальних значень моментів сил пружності, коефіцієнта динамічності, частотних характеристик системи, перевірка на резонанс та таке інше.

Складемо рівняння руху мас системи (див. рис. 2.1).

Складання рівнянь руху здійснюється на підставі формули Лагранжа [1, 3]. Наприклад, для першої маси

$$I_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + \frac{1}{2} \frac{dI_1}{d\varphi_1} \left(\frac{d\varphi_1}{dt} \right)^2 = M_1 - b \left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt} \right) - M_{12},$$

де I_1 – зведений момент інерції першої маси;

φ_1 – кут оберту першої маси;

M_1 – зведений момент;

M_{12} – момент сил пружності;

b – коефіцієнт загасання коливань.

Але величина коефіцієнта загасання коливань може бути встановлена тільки на підставі експериментальних досліджень, а частіше невідома зовсім. Крім того, частіше усього величина моменту інерції маси є незмінною в часі.

Тому через невідомість параметрів та з метою спрощення розрахунків загасання коливань, зміну мас не враховують.

Розглянемо першу масу [3]

$$I_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = M_1 - M_{12}, \quad (2.3)$$

де $\frac{d^2\varphi_1}{dt^2}$ – кутове прискорення руху першої маси.

Для другої маси

$$I_{21} \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} = M_{12} - M_2. \quad (2.4)$$

Рівняння руху мас для їх вирішення необхідно з'єднати у систему, бо M_{12} залежить від φ_1 та φ_2 , тоді маємо:

$$\begin{cases} I_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = M_1 - M_{12}, \\ I_2 \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} = M_{12} - M_2. \end{cases} \quad (2.5)$$

Система рівнянь (2.6) є основною під час аналізу руху двомасової системи. На підставі вирішення рівнянь (2.5) можливе отримання функцій кутів обертю φ_1 та φ_2 . Але С. М. Кожевніков запропонував варіант вирішення, який дозволяє зменшити кількість рівнянь та отримувати результат не відносно кутів обертю мас системи, а відносно діючих моментів сил пружності.

Візьмемо другу похідну від рівняння моменту сил пружності:

$$\frac{d^2 M_{12}}{dt^2} = c_{12} \left(\frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} - \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} \right). \quad (2.6)$$

Підставимо з системи (2.5) значення кутових прискорень мас в рівняння (2.6)

$$\frac{d^2 M_{12}}{dt^2} = c_{12} \left(\frac{M_1 - M_{12}}{I_1} - \frac{M_{12} - M_2}{I_1} \right). \quad (2.7)$$

Таким чином, рівняння буде складатися з аналізу одного нелінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку, а результат буде отримано відносно моменту сил пружності M_{12} , який саме й являє найбільший інтерес під час аналізу системи:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 M_{12}}{dt^2} &= c_{12} \left(\frac{M_1 I_2 + M_2 I_1}{I_1 I_2} - \frac{M_{12} (I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) = \\ &= c_{12} \left(\frac{M_1 I_2 + M_2 I_1}{I_1 I_2} - c_{12} \frac{M_{12} (I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right). \end{aligned}$$

Якщо поглянути на результат наших перетворень, то ми бачимо, що момент пружних сил M_{12} описаний диференціальним рівнянням. Зведемо його до традиційного вигляду:

$$\frac{d^2 M_{12}}{dt^2} + c_{12} \frac{M_{12} (I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = c_{12} \frac{M_1 I_2 + M_2 I_1}{I_1 I_2}.$$

Знайдемо загальне рівняння цього неоднорідного рішення:

$$\frac{d^2 M_{12}}{dt^2} + c_{12} \frac{M_{12} (I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = 0.$$

Складемо характеристичне рівняння, замінивши множник біля M_{12} на

$$p^2 = c_{12} \frac{(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}.$$

Маємо

$$\begin{aligned}\lambda^2 + p^2 &= 0. \\ \lambda &= \sqrt{-p^2}.\end{aligned}$$

А це означає, що загальне рішення рівняння M_{12} має вигляд

$$M'_{12} = A \cos(pt) + B \sin(pt).$$

Окремо ж рішення цього рівняння буде мати вигляд

$$M''_{12} = c_{12} \frac{M_1 I_2 + M_2 I_1}{I_1 I_2}.$$

Цілком наявно, що повне рішення буде мати вигляд

$$M_{12} = A \cos(pt) + B \sin(pt) + c_{12} \frac{M_1 I_2 + M_2 I_1}{I_1 I_2}.$$

Установимо початкові умови: $t=0$; $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$, а на їх підставі установимо значення постійних інтегрування A та B :

$$A = -\frac{M_1 I_2 + M_2 I_1}{I_1 I_2}, \quad B = 0.$$

Тобто, вирішивши рівняння, отримали:

$$M_{12} = \frac{M_1 I_2 + M_2 I_1}{I_1 + I_2} (1 - \cos(pt)), \quad (2.8)$$

де t – час;

p – кругова частота власних коливань системи.

$$p = \sqrt{\frac{c_{12}(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}}. \quad (2.9)$$

Кругова частота власних коливань системи p є величиною, яка характеризує кількість коливань за 2π секунди.

Реальну частоту та період власних коливань системи можна встановити, Гц:

$$f = \frac{p}{2\pi}, \quad T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{p}. \quad (2.10)$$

Власна частота коливання системи є досить важливою характеристикою динамічних властивостей системи. Жорсткі системи механізмів з високою частотою та малим періодом коливань називають високочастотними, а пружні системи з малою частотою та великим періодом коливань – низькочастотними.

Тепер повернемося до розгляду рівняння (2.8). Позначимо постійну складову моменту сил пружності (його амплітуду) як M_a :

$$M_a = \frac{M_1 I_2 + M_2 I_1}{I_1 + I_2} \quad (2.11)$$

тоді

$$M_{12} = M_a (1 - \cos(pt)). \quad (2.12)$$

Очевидно, що M_{12} буде мати найбільше значення за умовою, що $\cos(pt) = -1$. Згідно з рівнянням (2.9) величина моменту сил пружності не залежить від частоти власних коливань системи.

Для характеристики динамічності навантаження часто використовують коефіцієнт динамічності системи, який визначають відношенням максимального моменту сил пружності до його амплітуди, тобто

$$K_d = \frac{M_{12 \max}}{M_a}. \quad (2.13)$$

Найбільше значення коефіцієнта динамічності K_d для двомасової системи дорівнює 2 при наявності зазорів у з'єднаних приводній лінії коефіцієнт K_d можна досягти більших значень. Внаслідок внутрішніх та зовнішніх сил тертя коливальні складові моментів через деякий час загасають та у приводній лінії машини діють тільки статичні навантаження. Оскільки для розрахунків на міцність необхідно знати максимальні значення навантажень, а також з метою спрощення розрахунків процеси загасання коливань не розглядаються.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Андреев В. П. Основы электропривода / В. П. Андреев, Ю. А. Сабинин. – М. : Госэнергоиздат, 1963. – 772 с.
2. Казак С. А. Усилия и нагрузки в действующих машинах / С. А. Казак. – М. : Машгиз, 1960. – 168 с.
3. Когаев В. П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени / В. П. Когаев. – М. : Машиностроение, 1977. – 232 с.
4. Машины и агрегаты металлургических заводов. В 3 т. Т.3. Машины и агрегаты для производства и отделки проката : учебник для вузов / Целиков А. И. [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Металлургия, 1988. – 680 с.
5. Гребеник В. М. Усталостная прочность и долговечность металлургического оборудования / В. М. Гребеник. – М. : Машиностроение, 1969. – 256 с.
6. Соболев И. М. Численные методы Монте-Карло / И. М. Соболев. – М. : Наука, 1973. – 301 с.
7. Калиткин Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – М. : Наука, 1978. – 512 с.