

Міністерство освіти та науки України  
Донбаська державна машинобудівна академія

Автори:

**Е. П. Грибков**

# **ДИНАМІКА ТА МІЦНІСТЬ МЕТАЛУРГІЙНИХ МАШИН**

## **Навчальний посібник**

для студентів  
спеціальності 133  
«Галузеве машинобудування»

До друку пр..  
Перший проректор  

---

\_\_\_\_\_ А. М. Фесенко

Затверджено  
на засіданні вченої ради  
Протокол №\_ від \_\_\_.\_\_.20\_\_ р.

Краматорськ  
ДДМА  
2019

УДК 621.771

Навчальний посібник з дисципліни “Динаміка та міцність металургійних машин” для студентів спеціальності 133 “Галузеве машинобудування”/ Укл. Е. П. Грибков. – Краматорськ : ДГМА, 2019. – 68 с.

Розглянуто основні положення прикладної динаміки машин, питання теоретичного дослідження динамічних процесів у механічних системах металургійного обладнання, наведені оцінки статистичних характеристик експлуатаційного навантаження,сталосної міцності та довговічності деталей металургійних машин.

Укладач

Е. П. Грибков, доц.

## ЗМІСТ

<b>1 ЛЕКЦІЯ 1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ДИНАМІЧНІ НАВАНТАЖЕННЯ МЕТАЛУРГІЙНИХ МАШИН .....</b>	<b>5</b>
1.1 Історія розвитку науки про динаміку .....	5
1.2 Загальні відомості про динамічні навантаження металургійних машин .....	6
1.2.1 Перевантажувальні грейферні козлові крани (рудні двори доменних цехів) .....	6
1.2.2 Механізм повороту кисневих конвертерів.....	7
1.2.3 Безперервні прокатні стани .....	7
1.2.4 Обтискні стани.....	8
1.3 Загальні властивості металургійних машин .....	8
1.4 Основні напрямки зниження динамічності металургійних машин .....	9
<b>2 ЛЕКЦІЯ 2. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ПРИКЛАДНОЇ ДИНАМІКИ МАШИН .....</b>	<b>10</b>
2.1 Коливання й удар в елементах конструкцій металургійних машин .....	10
2.1.1 Механічні коливання.....	10
2.1.2 Механічний удар.....	10
2.2 Основні закони динаміки .....	11
2.3 Схематизація механічної системи.....	12
2.4 Число ступенів свободи механічної системи.....	13
2.5 Класифікація сил.....	18
2.5.1 Позиційні сили .....	18
2.5.2 Дисипативні сили.....	18
2.5.3 Сили, що змушують .....	19
2.5.4 Закони зміни сил, що змушують .....	19
2.5.5 Сили змішаного характеру .....	20
<b>3 ЛЕКЦІЯ 3. СКЛАДАННЯ РІВНЯНЬ РУХУ СИСТЕМИ. ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ. СТІЙКІСТЬ СТАНІВ РІВНОВАГИ Й РУХИ.....</b>	<b>21</b>
3.1 Способи складання рівнянь руху .....	21
3.1.1 Прямий спосіб .....	21
3.1.2 Зворотний спосіб .....	21
3.2 Основне рівняння вільних коливань лінійної системи.....	21
3.3 Стійкість станів рівноваги й режимів руху.....	24
<b>4 ЛЕКЦІЯ 4. ДИНАМІЧНІ НАВАНТАЖЕННЯ І ЇХНІЙ ВПЛИВ НА ГОЛОВНУ ЛІНІЮ ПРИВОДУ Й РОБОЧУ КЛІТЬ ПРОКАТНОГО СТАНУ .....</b>	<b>25</b>
4.1 Нестійкий процес прокатки і його динамічні впливи на головну лінію прокатного стану.....	25
4.2 Коливання низької частоти.....	26

4.3 Автоколивання, близькі до гармонійних .....	28
4.4 Релаксаційні автоколивання .....	30
4.5 Вплив динамічного навантаження на зміну пружної	
деформації робочої кліті й точність прокату .....	31
<b>5 ЛЕКЦІЯ 5. ДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ В БЕЗПЕРЕВНИХ</b>	
ПРОКАТНИХ СТАНАХ .....	36
<b>6 ЛЕКЦІЯ 6. СПОСОБИ ЗНИЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ</b>	
НАВАНТАЖЕНЬ .....	41
6.1 Принципи дії віброізоляторів, поглиначів (демпферів) і	
амортизаторів .....	41
6.2 Віброізолятори .....	42
6.3 Поглиначі коливань (демпфери) .....	44
6.4 Амортизатори .....	45
<b>7 ЛЕКЦІЯ 7. ОСНОВНІ ПЕРЕДУМОВИЙ МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ</b>	
НА МІЦНІСТЬ. РОЗРАХУНОК НА МІЦНІСТЬ ПРИ СТАТИЧНИХ	
НАВАНТАЖЕННЯХ. МАЛОЦІКЛОВА ВТОМА .....	46
7.1 Види руйнувань й основні механічні властивості матеріалів.....	46
7.2 Розрахунок на міцність за коефіцієнтами запасу міцності .....	48
7.3 Розрахунок на міцність при статичних навантаженнях .....	49
<b>8 ЛЕКЦІЯ 8. ОЦІНКА РОЗРАХУНКОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОПОРУ</b>	
УТОМИ Й ЕКСПЛУАТАЦІЙНОГО НАВАНТАЖЕННЯ МАШИН.....	51
8.1 Фактори, що впливають на опір втоми .....	51
8.2 Концентрація напружень .....	51
8.3 Масштабний фактор .....	52
8.4 Фретинг-корозія.....	53
8.5 Якість обробки поверхні .....	54
8.6 Корозія .....	54
8.7 Технологічні методи поверхневого зміщення.....	54
<b>9 ЛЕКЦІЯ 9. РОЗРАХУНКИ НА МІЦНІСТЬ І ДОВГОВІЧНІСТЬ ПРИ</b>	
НАПРУЖЕННЯХ, ЗМІННИХ У ЧАСІ .....	57
9.1 Розрахунки на міцність при регулярних режимах навантаження .....	57
9.1.1 Розрахунок за коефіцієнтами запасу міцності.....	57
9.1.2 Розрахунок імовірності втомлюального руйнування при	
регулярному багатоцикловому навантаженні .....	58
9.1.3 Розрахунок на міцність і довговічність при нерегулярних	
режимах навантажень.....	60
9.1.4 Розрахунок на міцність при нерегулярному змінному	
навантаженні за коефіцієнтами запасу міцності .....	62
<b>ДОДАТОК А. ВИЗНАЧЕННЯ ПОДАТЛИВОСТЕЙ ЕЛЕМЕНТІВ</b>	
РОБОЧОЇ КЛІТІ .....	64
<b>РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА .....</b>	66

# ЛЕКЦІЯ 1

## ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ДИНАМІЧНІ НАВАНТАЖЕННЯ МЕТЛУРГІЙНИХ МАШИН

Металургійні машини характеризуються безперервним характером роботи із числом включень до 2500 у годину й динамічним, близьким до ударного, характером навантаження.

Крім того, багато вузлів і механізмів піддаються впливу високих швидкозмінних температур, а також мають швидкозношувані фрикційні пари, що приводить до швидкопрогресуючих зазорів з більшими ударами при замиканні.

Крім цього на довговічність істотно впливають явища, що виникають при підвищенні швидкості зіткнень деталей до 15...20 м/с: при інтенсивному зіткненні деталей з більшими швидкостями відбувається їхнє руйнування поза залежністю від запасів міцності, закладених у них при розрахунку.

Кінетостатичні методи в цьому випадку є неефективними:

$$[\sigma] = \sigma_b / n, \quad (1.1)$$

де  $[\sigma]$  – допустимі напруження, Н/мм<sup>2</sup>;

$\sigma_b$  – межа міцності матеріалу (у деяких випадках використається границя текучості), Н/мм<sup>2</sup>;

$n$  – коефіцієнт запасу міцності, що призначається залежно від умов роботи, температури навколошнього середовища, ступеня відповідальності деталі.

Найчастіше коефіцієнт запасу міцності призначається на підставі експериментальних даних і досвіду експлуатації аналогічного встаткування. Але часто цей шлях неприйнятний для принципово нових машин, що працюють із навантаженнями або швидкостями, що істотно відрізняються від існуючих.

Згідно дослідженням до 90 % всіх руйнувань носять втомний характер або викликані динамічними навантаженнями.

Вищесказане приводить до виводу про зростання ролі спеціальних методів розрахунку, що дозволяють визначати дійсний рівень навантажень, що діють у деталях і вузлах металургійних машин, тобто динамічних методів розрахунку.

### 1.1 Історія розвитку науки про динаміку

Багато вчених внесли вагомий вклад у розвиток й удосконалювання методів динамічних розрахунків.

Необхідно підкреслити особливу роль у розвитку науки про динамічні коливальні навантаження відомого академіка І. І. Артоболевського. Він проаналізував завдання, пов'язані з рухом машин, включаючи питання коливань у машинах, пневмо, гідро- і електросистемах, а також питання, що стосуються екстремальної динаміки машин.

Перші роботи з вивчення навантажень на тіла з урахуванням переміщень, швидкостей і прискорень з'явилися ще в XVII столітті. В 20-х роках XIX століття вперше з'явилися роботи Навье й Коріоліса з розрахунку махових мас.

Далі слід зазначити роботи Віттенбауера, що вивів рівняння кінетичної енергії шляхом побудови діаграми енергія-маса:  $T=m^{2/2}$ ;  $T=I\omega^{2/2}$ . Перші роботи з динаміки російською мовою були написані Жуковським і Мерцаловим.

## 1.2 Загальні відомості про динамічні навантаження металургійних машин

Як уже говорилося, рівень динаміки при роботі металургійних машин досить високий, однак кожен тип машин має свої специфічні особливості з погляду характеру й режимів навантаження.

Розглянемо умови експлуатації типових металургійних машин і характер їх навантаження.

*1.2.1 Перевантажувальні грейферні козлові крани (рудні двори доменних цехів).* Технічні характеристики: вантажопідйомність – до 30 т; ємність грейфера – до 6 м<sup>3</sup>; загальна маса з вантажем – до 960 т.

Міст крана встановлений на двох опорах – твердої й гнуточкої, кожна з яких опирається за допомогою балансирів на двовісні візок. Число ходових коліс – 32, механізм пересуванняожної опори має 4 індивідуальних приводи, що складаються з асинхронного електродвигуна потужністю до 30 кВт кожний і триступінчастий редуктор.

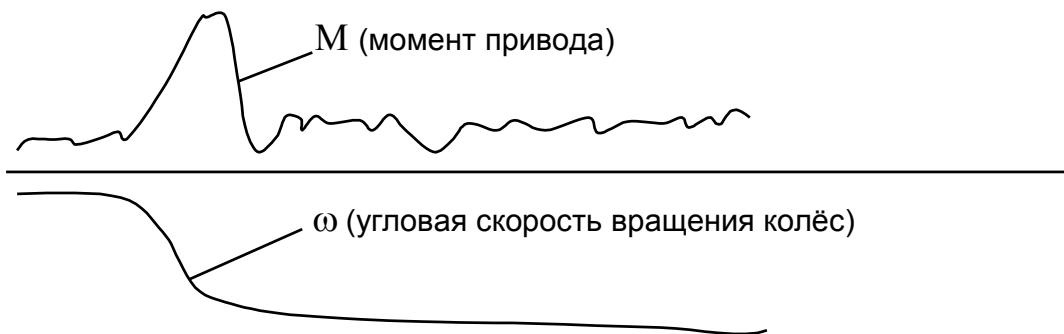
Пуск крана відбувається, як правило, за 4 з і супроводжується більшими динамічними навантаженнями в приводних валах механізму.

Ходові колеса під час пуску роблять приблизно півобороту, причому протягом 1 з від початку включення двигуна (що відповідає повороту ходових коліс на 20...25°) швидкості приводів малі й носять коливальний характер. Потім швидкість руху різко зростає, починається розгин крана.

Статичні навантаження від сил опору пересуванню крана малі стосовно номінальних моментів двигунів.

Порівняння динамічних і статичних навантажень показує, що максимальне відношення моментів сил пружності при сталому періоді до статичного моменту доходить до 10. Це відношення, безумовно, не може характеризувати завантаженість двигунів й їхню несучу здатність, але проте во-

но показує наскільки велике розходження між фактичними й статичними навантаженнями тільки від сил опору (рис. 1.1).



*Рисунок 1.1 – Приклад осцилограми механізму пересування козлового крану*

**1.2.2 Механізм повороту кисневих конвертерів.** Цей механізм є одним з найбільш відповідальних, до яких пред'являються найвищі вимоги по надійності й безвідмовності в роботі.

Для конвертерів ємністю 100...160 т застосовують 6...8-руховий привод, для 300...400 т – 12-руховий двосторонній привод. Застосовуються двигуни фланцеві постійного току з убудованими дисковими гальмами, які надають руху швидкохідним редукторам, постачені пружинними демпферами, розташованими в корпусі редуктора. Пружинні демпфери й гідрравлічні амортизатори дозволили значною мірою знизити динамічні навантаження й розгойдування корпуса.

У стаціонарних приводах 100-тонного конвертера залежно від кінематичних схем спостерігається більша нерівномірність розподілу навантажень між валами редукторів (коєфіцієнт нерівномірності перебуває в діапазоні від 2 до 3), інтенсивні коливальні процеси в приводі й коливання корпуса конвертера, які можна спостерігати візуально (амплітуда таких коливань досягає 100 мм).

**1.2.3 Безперервні прокатні стани.** Характерною рисою безперервних смугових станів є те, що при навантаженні однієї із клітей динамічні процеси через смугу передаються на попередні кліті з появою навантажень, порівнянних з навантаженнями при захваті, а динамічні навантаження в головних лініях клітей при захваті металу можуть перевищувати момент прокатки у два рази.

При порушенні рівності обсягів металу, що проходить через кліті стана, відбувається перевантаження головної лінії будь якої кліті й виникає пробуксовка валків. У цьому випадку в приводах збуджуються крім звичайних загасаючих коливань коливання з постійними амплітудами – автоколивання.

#### *1.2.4 Обтискні стани.* Особливості роботи обтискних станів:

- динамічний додаток навантажень у період захвата металу валками;
- буксування валків;
- удари злитків про валки;
- удари в зазорах головної лінії;
- різке підвищення технологічних навантажень внаслідок зменшення температури металу, упору заготовки, що прокатується, у лінійки, помилкове підвищення ступеню обтиснення.

Основна причина руйнувань – навантаження коливального характеру. Найбільш частим руйнуванням піддаються робітники валки, сполучні шпинделі, підшипники.

Іноді поломки шпинделя приводять до зриву з фундаменту шестеренної кліті й навіть головного електродвигуна через дію більших осьових сил, що виникають при косому зламі шпинделя.

### **1.3 Загальні властивості металургійних машин**

Незалежно від призначення й конструктивних особливостей всі машини й, зокрема, металургійні машини, мають загальні властивості – пружністю ланок і здатністю за певних умов до порушення коливальних процесів. Тому теоретичні методи дослідження динамічних явищ у всіх машинах є загальними.

Привод будь-якої машини складається з елементів, які можна привести до зосереджених мас (ротор електродвигуна, маховики, що рухаються маси робочих органів машини й т.д.) і пружним зв'язкам (вали, муфти, зубчасті передачі, шпинделі й т.д.). Під дією зовнішніх навантажень (моменти електродвигунів і гальм, опір робочої машини) пружні елементи деформуються, а зосереджені маси обертаються з різними миттєвими швидкостями, і кожна з мас у деякі моменти часу випереджає або відстає від сусідньої. Пружні ланки між ними періодично закручуються й розкручуються зі збільшенням або зменшенням моменту сил пружності щодо переданого середнього моменту.

Змінна складова моменту від крутильних коливань може бути настільки велика, що сумарне миттєве значення періодично, моментів, що змінюються, сил пружності значно перевищить статичні й інерційні навантаження й може привести до перевантажень і поломок деталей машини. Вплив змінних напруг, крім того, є однією з основних причин втомленого руйнування деталей. Близько 90 % руйнувань деталей машин носять втомлений характер і відбуваються під дією змінних динамічних навантажень.

## **1.4 Основні напрямки зниження динамічності металургійних машин**

- Максимально можливе спрощення кінематичних схем.
- Раціональне розміщення приводів окремих механізмів у машинах з мінімальною довжиною приводних ліній.
  - Спрощення конструкцій механізмів шляхом застосування індивідуальних приводів на кожен механізм, крім трансмісій і муфт включення; впровадження компактних приводів типу двигун-редуктор; використання планетарних, хвильових і тому подібних передач; використання безредукторних приводів.
  - Більше широке впровадження гідро- і пневмоприводів, застосування комбінованих електрогідро- і пневмоприводів.
  - Застосування багатодвигунових приводів, що поліпшують динамічні характеристики й підвищують надійність.
  - Вибір на ЕОМ ще в стадії проектування оптимальних динамічних параметрів систем механізмів і машин.
  - Розробка нових кінематичних схем і приводів.

*Література [1, с.350-403]; [2, с. 71-73, 87-89].*

## **2 ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ ПРИКЛАДНОЇ ДИНАМІКИ МАШИН**

### **2.1 Коливання й удар в елементах конструкцій металургійних машин**

У курсі «Динаміка та міцність машин» будуть розглядатися переважно механічні коливання.

*2.1.1 Механічні коливання* – коливання в часі яких-небудь механічних величин: кінематичних (координат крапок тіла або деформацій) або динамічних (сил, моментів, напруг).

Коли мова йде про коливання механічних величин, часто користуються терміном вібрація. При цьому звичайно мають на увазі переміщення крапок коливального тіла, що обумовлено деформаціями й мало в порівнянні з розмірами тіла. Нерідке подання про вібрації також зв'язують із відносно високою частотою коливального процесу.

*2.1.2 Механічний удар* – сукупність швидкоплинних явищ, що виникають через короткочасну дію досить більших сил. Для удару характерні різкі зміни швидкостей крапок тіла.

Проблеми, пов'язані з механічними ударами й коливаннями, виникають у безлічі різних практичних ситуацій. Однак між зовні різними ситуаціями існує їхня внутрішня спільність, що є основою для єдиних теоретичних підходів.

Теоретичні підходи вказують шляхи для зниження шкідливого впливу коливань й ударів на працездатність машин.

Можна виділити наступні основні типи явищ:

- вільні коливання – коливання, чинені механічною системою, позбавленої припливу енергії ззовні, якщо система виведена зі стану стійкої рівноваги, а потім надана самої собі;
- критичні стани, пов'язані із втратою стійкості рівноважного стану при певних значеннях параметрів системи (наприклад, що обертаються пружні вали при певних кутових швидкостях);
- змушенні коливання – коливання, що виникають внаслідок дії на механічну систему зовнішніх сил, заданим образом мінливих у часі незалежно від руху системи (сил, що змушують);
- параметричні коливання – коливання, що відбуваються поблизу рівноважного стани системи внаслідок заданої періодичної зміни її параметрів;
- автоколивання – стійкі коливальні процеси, підтримувані за рахунок джерел енергії не коливального характеру, при цьому сили, які пі-

дводяться до системи від таких джерел, міняються в часі залежно від руху системи й при відсутності руху вони дорівнюють нулю;

- ударні швидкоплинні явища – кінематика їх характеризується різкими змінами швидкостей, а динаміка – виникненням, а потім зникненням досить більших ударних сил.

Також можна додатково виділити вид коливальних явищ у механічній системі, названий перехідним процесом. Перехідні процеси спостерігаються при несталих режимах роботи, таких як запуск двигуна, додаток і скидання навантаження, а також переходи з одного сталого процесу на іншій.

## 2.2 Основні закони динаміки

Динаміка – розділ теоретичної механіки, у якому вивчаються рухи матеріальних тіл залежно від сил, їх зухвалих.

У статиці вивчаються завдання про приведення системи сил до найпростішого виду й відносному спокої матеріальних тел.

У кінематиці розглядаються завдання про геометричні характеристики механічного руху.

В основі динаміки лежать фізичні закони, підтвердженні багаторічовою практичною діяльністю людини.

Закон I (закон інерції) – ізольована матеріальна крапка зберігає свою швидкість незмінної по абсолютній величині й по напрямку.

Цей закон затвержує існування інерційних систем.

Система відліку називається інерційною, якщо ізольована матеріальна крапка стосовно цієї системи перебуває в спокої або рухається прямолінійно й рівномірно.

Ізольованої крапки вважається, коли діями на неї всіх інших матеріальних крапок можна зневажити.

Інертність - властивість матеріального тіла, що проявляється в збереженні руху, чиненого їм при відсутності діючих сил, і в поступовій зміні цього руху із часом, коли на тіло починають діяти сили.

Закон II (основний закон динаміки) – прискорення, повідомлюване матеріальній крапці прикладеної до неї силою, має напрямок сили й по модулі пропорційно силі:  $F = ma$ .

Сила – кількісна міра впливів матеріальних тіл.

Сили характеризуються не швидкостями крапок, а зміною швидкостей (прискоренням) а. З аналізу основного закону динаміки треба, що при  $F=0$  прискорення відсутнє.

Маса  $m$  характеризує ступінь опірності матеріальної крапки зміні її швидкості, тобто є мірою інертності матеріальної крапки.

Закон III (закон рівності дії й протидії) – сили, з якими два тіла діють один на один, рівні по модулю й спрямовані в протилежні сторони по одній прямій.

Закон IV (закон незалежності дії сил) – при одночасній дії декількох сил прискорення матеріальної крапки а дорівнює векторній сумі прискорень, які мала б ця крапка при дії кожної із сил окремо:

$$a = a_1 + a_2 + \dots + a_n, \quad (2.1)$$

де  $a_1 = F_1 / m$ ;  $a_2 = F_2 / m$ ; ...;  $a_n = F_n / m$ .

### 2.3 Схематизація механічної системи

Важливим етапом, що передує теоретичному вивчення динамічних процесів, що відбуваються в реальній механічній системі, є схематизація цієї системи.

Схематизація реальної механічної системи полягає у виборі ідеалізованої фізичної моделі, що правильно відображає поводження цієї системи при вивченні певного класу явищ.

Розрізняють два види фізичних моделей: динамічні й статистичні.

При дослідженні фізичних процесів на основі динамічних моделей зневажають всіма статистичними явищами в досліджуваній системі:

- всі параметри динамічної моделі мають фіксовані, цілком певні значення;
- математичним залежностям (динамічним законам), одержуваним на основі динамічної моделі, надається зміст достовірних кількісних характеристик стану системи.

Статистичні моделі використаються для обліку випадкових процесів, що відбуваються в механічній системі. Їх одержують безпосередньо на основі динамічної моделі відповідної системи.

Облік всіх факторів, що впливають на динамічні властивості системи, приводить до динамічної моделі такої складності, що математичний опис такої системи нездійснено. Тому на практиці реальну механічну систему спрощують і враховують лише фактори, що роблять найбільш істотний вплив на динамічні властивості системи. Спрощення динамічної моделі зв'язують із поняттям коректності моделі.

Коректна модель – максимально припустима по простоті модель, що правильно відображає тієї особливості динамічного поводження реальної системи, які підлягають вивченю.

Допустимість прийнятих ідеалізацій оцінюється зіставленням результатів теоретичних й експериментальних досліджень.

Досвід експериментально-теоретичних досліджень динамічних процесів у механічних системах металургійного устаткування показав, що для цих систем задовільними є два види схематизації:

1) динамічні моделі або схеми із зосередженими параметрами (дискретні моделі);

2) динамічні моделі або схеми з розподіленими параметрами (безперервні моделі).

Перший вид схематизації має на увазі можливість таких ідеалізацій: зосереджена маса – матеріальна крапка, що має кінцеві масу або масовий момент інерції; зосереджена сила – сила, що діє в крапці; пружний механічний зв'язок – зв'язок, представлений у вигляді безінерційного з'єднання.

Другий вид схематизації заснований на допустимості ідеалізованого подання реальної механічної системи у вигляді одне-, дво- або тривимірних упругоінерційних суцільних середовищ, властивості якої визначаються методами теорії пружності й пластичності.

Суцільне середовище – якась субстанція, що безупинно заповнює обсяг досліджуваної механічної системи. Суцільне середовище зберігає основні властивості системи, крім атомарної будови, мікро- і макроструктури.

Така ідеалізація дозволяє використати диференціальне й інтегральне вирахування.

При дослідженні динамічних процесів у приводах металургійного устаткування, як правило, використається схематизація першого виду.

При дослідженні суцільних середовищ (балкові, рамкові конструкції, оболонки й т.п.) використовується схематизація другого виду.

Процеси в механічній системі на основі динамічної моделі описуються за допомогою диференціальних рівнянь, система яких являє собою математичну модель реальної механічної системи.

Математична й динамічна моделі завжди однозначно відповідають один одному.

Залежно від лінійності або нелінійності математичної моделі розрізняють відповідно лінійні й нелінійні динамічні моделі.

Нелінійність динамічних моделей обумовлена в основному:

- пружними характеристиками елементів системи;
- нелінійними динамічними характеристиками двигунів;
- дисипативними (розсіюючими) силами, що мають складний характер (нелінійний) залежності від параметрів руху системи.

## 2.4 Число ступенів свободи механічної системи

Складність теоретичного аналізу коливань залежить від числа ступенів свободи механічної системи, тобто від найменшого числа кінематичних

величин (узагальнених координат), однозначно визначальне положення всіх крапок.

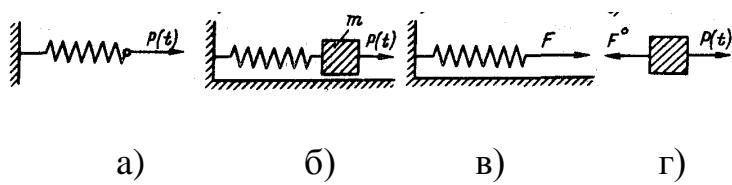
У динамічному завданні про коливання положення всіх крапок перебуває у функціональній залежності від часу, тобто узагальнені координати є не постійними числами, а функціями від часу. Основне завдання динамічного дослідження складається саме в знаходженні цих функцій, тобто у визначенні закону руху системи.

Після рішення цього завдання без праці можуть бути знайдені деформації, напруги й внутрішні сили у зв'язках системи.

У теорії пружності матеріал повністю займає весь обсяг тіла, що деформується, тобто розрахункова схема (модель) містить нескінченно багато матеріальних крапок з нескінченно малими масами й представляє в ідеалі систему з нескінченно більшим числом ступенів свободи. При рішенні практичних завдань використають спрощені схеми з кінцевим числом ступенів свободи. У таких розрахункових схемах деякі найбільш легкі частини системи вважаються безмасовими й представляються у вигляді безінерційних зв'язків. Наприклад, при динамічному аналізі приводів металургійного устаткування такими частинами представляють проміжні вали, муфти, зуби й ін. Інші тіла, за яких визнана властивість інерції вважаються математичними крапками або абсолютно твердими тілами.

Рух таких систем повністю описується декількома узагальненими координатами. Для однієї й тієї ж механічної системи узагальнені координати можна вибрати по різному. Найбільш удалий вибір визначає зручну структуру рівнянь. Але при спрощенні схеми зневага абсолютно всіма інерційними властивостями системи неприпустимо, тому що в цьому випадку завдання буде не динамічною.

Розглянемо, наприклад, безмасову лінійно-пружну пружину (рис. 2.1, а), до кінця якої прикладена сила  $P(t)$ , задана у вигляді функції часу  $t$ . Позначимо через  $\dot{x}$  коефіцієнт твердості пружини, тобто статичну силу, що викликає одиничне подовження пружини.



*Рисунок 2.1 – Розрахункові схеми для одномасової механічної системи*

Тоді переміщення  $x$  її кінця визначається звичайною статичною формулою:

$$x = P/c. \quad (2.2)$$

Така постановка завдання, по суті, не є динамічною, хоча знайдене переміщення не постійне, а являє собою деяку функцію часу. Справжня динаміка процесів у реальних механічних системах зв'язана із властивістю інерції, і ця властивість у тім або іншому виді повинна бути відбите в розрахунковій схемі.

Найпростіший приклад динамічної системи представлений на рис. 2.1, б, де з кінцем пружини зв'язаний вантаж масою  $m$ . Тут уже не можна обійтися чисто статичними співвідношеннями. Зокрема, треба мати на увазі, що сила  $F$ , що діє на пружину (рис. 2.1, в) не дорівнює зовнішній силі  $P$ .

Згідно рис. 2.1, г диференціальне рівняння руху вантажу в проекції на вісь має вигляд

$$F^{\circ}x - P = mx, \quad (2.3)$$

де  $F^{\circ}x = -z x$  — проекція реакції пружини  $F^{\circ}$  на вісь  $x$ .

Таким чином,

$$m\ddot{x} + cx = P(t). \quad (2.4)$$

На відміну від виразу (2.2), яке слугує формuloю для безпосереднього обчислення  $x$ , співвідношення (2.4) являє собою диференціальне рівняння щодо функції  $x$ . Для визначення цієї функції необхідно проінтегрувати рівняння (2.4), підкоривши рішення тим або іншим заданим початковим умовам. Після рішення рівняння (2.4) по функції переміщення знаходять внутрішні зусилля, напруги й т. п.

Можна сказати, що в розглянутому прикладі однією функцією  $x$  повністю визначається деформований стан у будь-який момент часу. Подібні системи володіють одним ступенем свободи.

Кілька інших характерних прикладів систем з одним ступенем свободи показано на рис. 2.2.

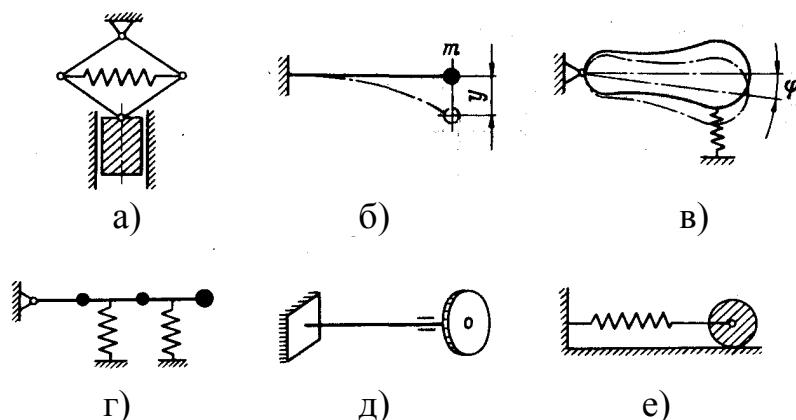


Рисунок 2.2 – Приклади систем з одним ступенем свободи

У першій системі (рис. 2.2, а) всі елементи підвіски – стрижні, що утворять ромб, і пружна пружина – покладаються безмасовими, так що єдиною узагальненою координатою служить ордината будь якої крапки вантажу (скажемо, його центра мас). Відзначимо, що відлік узагальнених координат завжди зручніше вести від стану рівноваги системи: цей природний вибір початку відліку забезпечує найбільш компактний запис відповідних рівнянь.

Друга система (рис. 2.2, б) являє собою пружну безмасову консоль, на кінці якої закріплений крапковий вантаж з кінцевою масою  $m$ . Якщо, як звичайно, вертикальні переміщення крапок системи малі, то їхніми горизонтальними переміщеннями взагалі можна знебажити. Тоді єдиною узагальненою координатою служить прогин кінця балки в (вертикальне відхилення кінцевого вантажу). Звичайно, і в цьому випадку зручніше за все відраховувати динамічні переміщення від статичного рівня розташування вантажу.

Третя система (рис. 2.2, в) являє собою пружно підвішене тверде тіло, здатне повертатися навколо шарнірно-нерухомої опори. Тут найбільше зручно й природно прийняти за узагальнену координату кут повороту тіла навколо осі шарніра  $\varphi$ . Теж ставиться до четвертої системи (рис. 2.2, г), якщо вважати балку абсолютно твердою (зрозуміло, число безмасових пружин, на яких підвішена балка, не впливає на число ступенів свободи системи). Від третьої й четвертої систем принципово не відрізняється п'ята система (рис. 2.2, д), що складається з масивного диска, закріпленого на пружному валу, що закручується при коливаннях.

Для того щоб установити число ступенів свободи останньої системи (рис. 2.2, е), необхідно чітко сформулювати умови кочення пружно закріпленого циліндричного котка. Якщо кочення відбувається без ковзання, то система має один ступінь свободи (горизонтальне переміщення осі котка однозначно визначає й кут його повороту навколо осі); якщо ж кочення супроводжується ковзанням, то система володіє двома ступенями свободи.

На рис. 2.3 представлено кілька систем із двома ступенями свободи.

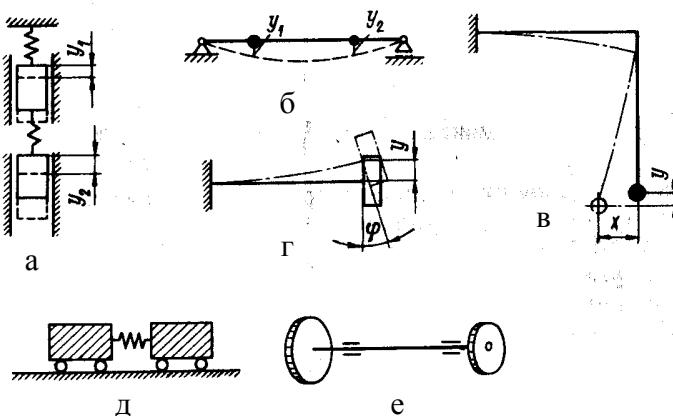


Рисунок 2.3 – Приклади систем із двома ступенями свободи

У першій системі (рис. 2.3, а) за узагальнені координати можна прийняти показані на рисунку вертикальні відхилення вантажів від стану рівноваги  $v_1$  й  $v_2$ , але не позбавлений змісту й інший вибір – наприклад, прийняти за узагальнені координати абсолютне відхилення верхнього вантажу й відносне (стосовно верхнього вантажу) відхилення нижнього вантажу.

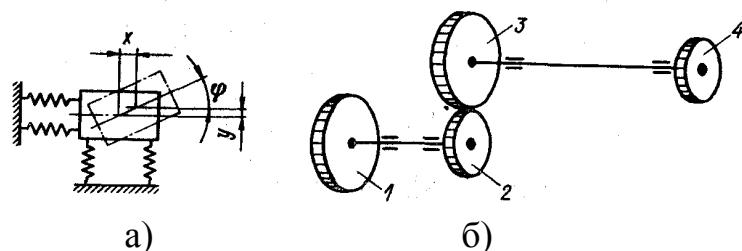
Для другої системи (рис. 2.3, б) найбільше природно прийняти за узагальнені координати прогини двох крапкових вантажів  $v_1$  й  $v_2$  і вести відлік прогинів від стану рівноваги системи.

Крапковий вантаж, закріплений на кінці Г-образного пружного стрижня (рис. 2.3, в) має можливість переміщатися як по вертикалі (у), так і по горизонталі (х), причому ці переміщення мають одинаковий порядок малості.

Особливістю четвертої системи (рис. 2.3, г) є кінцевка розмірів вантажу, що робить плоский рух і пов'язаного із пружною балкою. У цьому випадку за узагальнені координати зручно прийняти прогин кінця балки в і кут його повороту  $\varphi$ .

Рух п'ятої системи (рис. 2.3, д) визначається двома горизонтальними переміщеннями вантажів, однак пружні коливання визначаються однією функцією – зміною відстані між вантажами, тобто подовженням пружини. У цьому змісті система має тільки одну (коливальну) ступінь свободи. Теж ставиться їй до останньої системи (рис. 2.3, е), де пружні коливання визначаються відносним (взаємним) кутом повороту дисків.

Системи, які представлені на рис. 2.4, володіють трьома ступенями свободи.



а –

*Рисунок 2.4 – Приклади систем із трьома ступенями свободи*

До першої схеми (рис. 2.4, а) приводяться багато практичних завдань про плоскі коливання, наприклад, фундаментів під машини.

За три узагальнені координати другої системи (рис. 2.4, б) можна прийняти, наприклад, кути повороту дисків (коліс) 1, 2 й 4 (кут повороту колеса 3 безпосередньо визначається через кут повороту диска 2 за допомогою передатного відношення). Тут важливо відзначити, що пружні коливання системи визначаються всього двома величинами: взаємним поворотом дисків 1, 2 і взаємним поворотом дисків 3, 4.

У всіх розглянутих прикладах число ступенів свободи виявилося кінцевим завдяки допущенням, що частини механічних систем, які дефор-

мують, позбавлені маси (безінерційні пружні зв'язки), а тіла, що володіють масою, зовсім недеформуємі.

## 2.5 Класифікація сил

Сили, що діють зовні на механічну систему, а також внутрішні сили, що розвиваються в її зв'язках, досить різноманітні як по своїй природі, так і по тій ролі, що вони грають у коливальному процесі. Опишемо властивості різних типів сил, в основному стосовно до систем з одним ступенем свободи.

*2.5.1 Позиційні сили.* Позиційні – це такі сили, які визначаються миттєвою конфігурацією системи, її відхиленнями від деякого обраного положення, найчастіше від положення рівноваги.

Якщо механічна система має один ступінь свободи  $q$  — узагальнена координата, то узагальнена позиційна сила записується у вигляді  $F^o = F^o(q)$ . У випадку, коли знаки  $F^o$  і  $q$  протилежні, тобто напрямок сили протилежно відхиленню системи, така позиційна сила називається відновлюальною. Зокрема, до що відновлюють ставляться сили пружності, обумовлені деформаціями пружних зв'язків – зовнішніх або внутрішніх. У практичних завданнях ці деформації найчастіше досить малі і для процесу деформування можна думати справедливим закон Гука. При цьому сила, що відновлює, лінійно пов'язана з координатою  $q$  і може бути записана у вигляді  $F = -cq$  (див., наприклад, рис. 2.1, г). Коефіцієнт пропорційності з найчастіше називають коефіцієнтом твердості (іноді користуються термінами узагальнений коефіцієнт твердості, коефіцієнт пружності). В інших випадках виникнення сил, що відновлюють, не зв'язано із властивістю пружності, вони мають іншу природу. Це можуть бути сила плавучості, сила ваги або змішана сила.

Характеристикою твердості (пружності, квазіпружності) механічної системи називають залежність  $F = -F^o(q)$ , де  $F$  відрізняється від сили, що відновлює,  $F$  тільки знаком. Величину  $F$  можна тлумачити як зовнішню силу, що при її статичному додатку викликає відхилення  $q$ . Для лінійних систем характеристика являє собою пряму в координатах  $q$ ,  $F$ .

*2.5.2 Дисипативні сили.* При коливаннях механічних систем крім сил, що відновлюють, неминуче розвиваються сили опору  $R^o$ , зв'язані зі швидкостями крапок системи. Найчастіше вони роблять необоротну негативну роботу, що приводить до дисипації (розсіювання) механічної енергії. До таких сил ставляться сили тертя\_в опорах і зчленуваннях механічної системи, сили опору середовища (рідкі або газоподібної), у якій відбуваються коливання, сили внутрішнього тертя\_в матеріалі елементів системи й, нарешті, сили, що виникають при деформуванні спеціальних поглиначів енергії (демпферів).

Якою би не була природа тертя, напрямок дисипативних сил у будь-який момент процесу руху протилежно швидкості руху, а величини цих сил, як правило, тим або іншим способом зв'язані зі значеннями швидкості.

Дисипативні властивості механічних систем з одним ступенем свободи описуються за допомогою характеристик тертя – криві залежності узагальненої сили опору  $R^\circ$  від узагальненої швидкості  $\dot{q}$ . Варто мати на увазі, що при побудові характеристик тертя по осі ординат прийнято відкладати значення сили  $R = -R^\circ(q)$ , прикладеної до елемента тертя

У механічних системах з декількома ступенями свободи сила лінійного опору може бути представлена у вигляді

$$R^\circ = -b\dot{q}, \quad (2.5)$$

де  $R^\circ$  – вектор сил опору;

$\dot{q}$  – вектор узагальнених швидкостей;

$b$  – коефіцієнт опору.

**2.5.3 Сили, що змушують.** Характеристики, що відновлюють і дисипативних сил визначаються винятково властивостями механічної системи, а самі сили не тільки впливають на рух, але, можна сказати, і управляються цим рухом, оскільки залежать від переміщень і швидкостей.

Другу важливу категорію утворять сили, що змушують, тобто сили, задані у вигляді явних функцій часу й тому не залежні від руху системи, до якої вони прикладені:

$$\mathbf{P} = \begin{vmatrix} P_1(t) \\ P_2(t) \\ \dots \\ P_n(t) \end{vmatrix}. \quad (2.6)$$

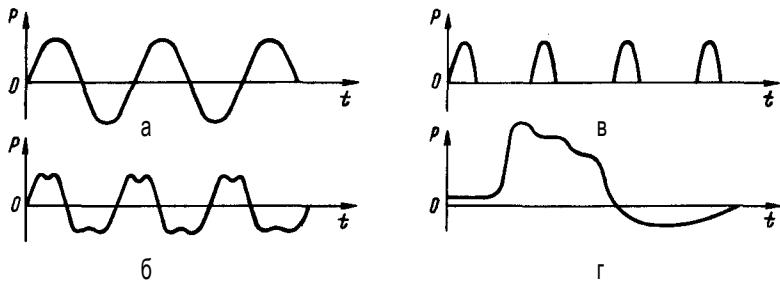
Прикладом можуть служити сили, що передаються від обертового неврівноваженого ротора на фундамент машини. Такі сили є причиною змущених коливань системи, на якій установлена машина. Цей вид порушення називається інерційним. В інших випадках сили, що змушують, можуть розвиватися внаслідок інших причин, наприклад періодичних змін тиску в циліндрах двигунів внутрішнього згоряння, періодичної зміни сил притягання електромагнітів, що харчують змінним струмом, (в електровібраціонах) і ін.

**2.5.4 Закони зміни сил, що змушують,** у часі досить різноманітні.

Найбільш розповсюджені закони:

- гармонійна сила, що змушує (рис. 2.5, а) – у машинах з рівномірно обертовими, не цілком урівноваженими роторами;

- періодична сила, що змушує (рис. 2.5, б) – у машинах із кри-  
вошипно-шатунними механізмами;
- періодичні короткочасні імпульси (рис. 2.5, в) – у вібраційно-  
ударних формувальних машинах; у деяких випадках тривалість окремих  
імпульсів настільки мала, що їх можна вважати миттєвими (кувальні  
штампувальні молоти, копрові пристрой й т.п.);
- неперіодичні сили, що змушують (рис. 2.5, г) – у двигунах про-  
катного стана при одному з перших проходів й ін.



*Рисунок 2.5 – Закони зміни сил, що змушують*

У деяких випадках сили, що змушують, не є заданими детермінованими функціями часу, а являють собою випадковий процес (наприклад, вплив дороги на автомобіль, що рухається, навантаження на виконавчі органи гірських виїмкових машин і т.п.).

**2.5.5 Сили змішаного характеру.** У складних механічних системах можуть розвиватися сили змішаного характеру, не розкладені на суму типу

$$F^\circ(q) + R^\circ(\dot{q}) + P(t).$$

Тобто в цих силах неможливо виділити що відновлює, дисипативну або змушує складові.

*Література [1, с.7-13]; [2, с.74-75]; [3, с.4-17].*

## **З СКЛАДАННЯ РІВНЯНЬ РУХУ СИСТЕМІ. ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ. СТІЙКІСТЬ СТАНІВ РІВНОВАГИ Й РУХИ**

### **3.1 Способи складання рівнянь руху**

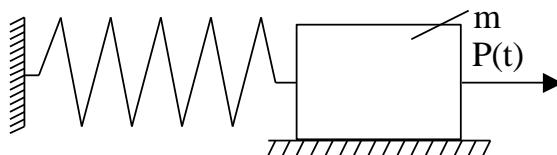
*3.1.1 Пряний спосіб.* По цьому способі маси подумки відокремлюють від безмасового силового каркаса (пружного кістяка) системи й для кожної з них записують диференціальні рівняння руху, причому дія відкинутих пружних зв'язків замінюють їхніми реакціями. Цей спосіб зручний у тих випадках, коли реакції зв'язків (сили пружності й в'язкості) не занадто складно виражаються через характерні переміщення й швидкості.

*3.1.2 Зворотний спосіб.* Ідея полягає в тому, що всі маси системи відокремлюють від її безмасового силового каркаса й аналізують його деформації під дією заданих зовнішніх сил (пара) і сил інерції (моментів сил інерції) відділених мас.

Зворотний спосіб зручний при аналізі вільних і змушених коливань багатомасових систем.

### **3.2 Основне рівняння вільних коливань лінійної системи**

Розглянемо найпростіший випадок, типовий для системи з одним ступенем свободи без дисипації енергії (рис. 3.1).



*Рисунок 3.1 – Розрахункова схема лінійної системи*

Допустимо, що збудлива сила  $P(t)$  відсутня, але стан рівноваги будь яким способом було порушене й потім система була надана самої собі. Рух, що відбувається в таких умовах, і являє собою вільні коливання.

Для визначення руху необхідно задатися початковим зсувом  $x_0$  і початковою швидкістю  $V_0$  (початковими умовами):

$$x = x_0; \quad V = V_0 \quad \text{при} \quad t=0. \quad (3.1)$$

У будь-який момент руху на вантаж  $m$  діє горизонтальна реакція пружини –  $-cx$ .

Диференціальне рівняння руху

$$m\ddot{x} + cx = P(t) \quad (3.2)$$

приймає вид

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + cx = 0; \quad \ddot{x} + (c/m)x = 0; \\ \ddot{x} + p^2x = 0, \end{aligned} \quad (3.3)$$

де  $p$  – постійна, залежна від властивостей системи:

$$p = \sqrt{c/m}. \quad (3.4)$$

Рішення рівняння (3.3) можна представити у вигляді

$$x = C_1 \sin(pt) + C_2 \cos(pt) \quad (3.5)$$

або  $x = A \sin(pt + \alpha)$ . (3.6)

Постійні  $C_1$  й  $C_2$  визначаються з початкових умов:

$$C_1 = V_0 / p; \quad C_2 = x_0,$$

так що  $x = x_0 \cos(pt) + (V_0 / p) \sin(pt)$ . (3.7)

Аналогічно

$$A = \sqrt{x_0^2 + (V_0 / p)^2}; \quad \alpha = \arctg(px_0 / V_0), \quad (3.8)$$

де  $A$  – амплітуда коливань;

$\alpha$  – початкова фаза коливань.

Із закону руху (3.6) видно, що рух являє собою гармонійні коливання (рис. 3.2).

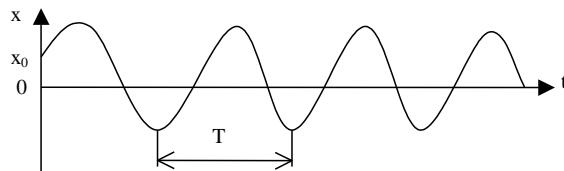


Рисунок 3.2 – Приклад осцилограми гармонійних коливань

Гармонійні коливання характеризуються тим, що повторення процесу починається після такого проміжку часу  $T$  (період коливань), після закінчення якого аргумент  $(pt + \alpha)$  (фаза коливань) збільшиться на  $2\pi$ . Звідси

$$T = 2\pi / p.$$

Тоді число коливань в одиницю часу, тобто частота коливань,  $f = 1/T = p/2\pi$ , а фізичний зміст постійної  $p$  – число коливань в  $2\pi$  одиницю часу (кутова частота коливань).

З виразу (3.4) видно, що частота  $p$  залежить від параметрів системи й не залежить від характеру початкового збурювання, що викликали коливальний процес. За цією ознакою кутову частоту вільних коливань називають власною частотою.

У загальному випадку власна частота системи визначається по формулі

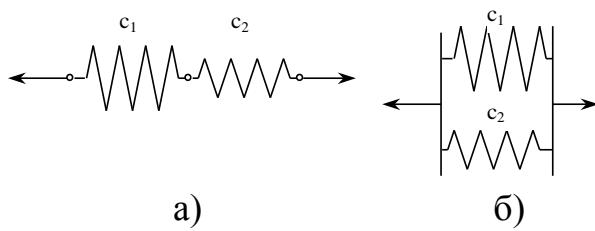
$$p = \sqrt{c/a}, \quad (3.9)$$

де  $a$  – коефіцієнт інерції (іноді називають наведеною масою);

$c$  – узагальнений коефіцієнт твердості.

Якщо пружний зв'язок утворений декількома пружинами, то загальний коефіцієнт твердості підвісу для схем з послідовним розташуванням пружин (рис. 3.3, а).

$$c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} \quad (3.10)$$



а –

Рисунок 3.3 – Приклади систем з різним розташуванням пружин

Для схем з паралельним розташуванням пружин (рис. 3.3, б)

$$c = c_1 + c_2. \quad (3.11)$$

Коефіцієнти твердості з визначають методами теорії опору матеріалів.

### 3.3 Стійкість станів рівноваги й режимів руху

Розрізняють стійкий і нестійкий стан рівноваги системи. Для рішення питання про стійкість стану потрібно досліджувати наслідок можливості порушення цього стану, тобто вивчити загальні властивості руху, що виникає після яких-небудь малих початкових збурювань стану рівноваги. Такий стан називається обуреним.

Нестійкий стан – стан, при якому система, роблячи обурений рух, віддаляється від стану рівноваги.

Стан вважається стійким, якщо при обуреному русі система залишається в безпосередній близькості від рівноважного стану або поступово до нього наближається.

У механічних системах часто нормальним станом є стаціонарний режим руху. Для таких систем стійкість визначається загасаючим характером додаткового руху, викликаного миттєвими збурюваннями. Якщо додатковий рух веде систему від стаціонарного режиму руху, то режим уважається нестійким.

Для консервативних механічних систем з кінцевим числом ступенів свободи стійкість визначається по теоремі Лагранжа-Дірихле. Відповідно до цієї теореми система стійка, якщо в стані рівноваги її потенційна енергія має мінімум.

Стосовно до консервативних систем з одним ступенем свободи ознакою мінімуму потенційної енергії є позитивність коефіцієнта твердості  $c$ .

Для консервативних систем зі ступенем свободи більше одиниці мінімуму потенційної енергії відповідає система нерівностей (критерій Сильвестра):

$$c_{11} > 0; \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{vmatrix} > 0; \dots; \begin{vmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{vmatrix} > 0. \quad (3.12)$$

Якщо система не має властивості консервативності, то для дослідження стійкості необхідно досліджувати характер обуреного руху. Звичайно для перевірки стійкості немає необхідності вивчати обурений рух у всіх подробицях. Досить обмежитися аналізом початку процесу обуреного руху (коли у зв'язку з малістю відхилень рівняння лінійно).

*Література [1, с.13-50]; [3, с. 22-46; 124-131].*

## **4 ДИНАМІЧНІ НАВАНТАЖЕННЯ І ЇХНІЙ ВПЛИВ НА ГОЛОВНУ ЛІНІЮ ПРИВОДА Й РОБОЧУ КЛІТЬ ПРОКАТНОГО СТАНА**

### **4.1 Нестійкий процес прокатки і його динамічні впливи на головну лінію прокатного стана**

При прокатці у валках найчастіше виникає явище буксування. При цьому буксування буває частковим або повним.

Прийнято розрізняти наступні типи буксування:

- короткочасні, з наступним переходом до стійкого процесу прокатки;
- інтенсивні, із часто, що чергаються захватами, металу й проковуваннями;
- повні, із припиненням пластичної деформації металу і його зупинкою при обертових валках.

Як правило, при буксуванні на поверхні металу залишаються сліди, однак поверхня може залишатися й гладкою.

Основна причина нестійкого процесу прокатки (буксування) – це зниження величини коефіцієнта тертя на контактних поверхнях між робочими валками й прокочуючим металом, що.

Які ж фактори впливають на величину коефіцієнта тертя? В основному це наступне:

- окалина на поверхні металу;
- стан поверхні валків і матеріал, з якого вони виготовлені;
- окружна швидкість обертання валків;
- величина обтиснення в проході;
- температура нагрівання металу;
- хімічний склад металу, що прокочує;
- питомий тиск (при холодній прокатці);
- недотримання закону сталості обсягу між кліттями (для безперевних станів).

Розглянемо більш докладно вплив, наприклад, окалини.

Окалина утвориться на металі при високій температурі й зберігається на злитку при його транспортуванні. Окалина повністю віддаляється тільки після декількох проходів.

Процес руйнування окалини відбувається поступово, тому по довжині розкату стан і кількість окалини неоднаково. Внаслідок цього коефіцієнт тертя в різних місцях заготовки буде різним, що й приводить до виникнення пробуксовок із захватами, що чергаються.

Часткова короткочасна пробукsovка валків може бути пояснена тим, що в міру повороту валків окалина руйнується, змінюється характеристика поверхні металу, збільшується коефіцієнт тертя, а виходить, підвищується сила зчеплення металу з валками й пробукsovка закінчується.

Припинення процесу буксування, як правило, домагаються шляхом зниження швидкості прокатки.

Буксування досить небезпечно, його виникнення приводить до наступного:

- збуджує динамічні навантаження в головній лінії стана;
- сприяє швидкому зношуванню валків;
- зменшує продуктивність стана;
- порушує цикл прокатки, що утрудняє автоматизацію стана.

Очевидно, що при буксуванні виникають більші динамічні навантаження, тому що буксування приводить до наступного:

- зміні швидкості плину металу;
- періодичному захватові;
- зміні (зменшенню) корисного опору машини;
- виникненню переходних процесів в електродвигунах привода стана.

Для прокатних станів особливо небезпечні динамічні навантаження, що проходять через нуль і змінюють свій напрямок. При цьому відбувається розкриття зазорів у приводних лініях з періодичними пружними ударами й різким підвищеннем загальної напруженості приводної лінії.

Характер коливальних процесів у головній приводній лінії при нестійкому процесі прокатки визначається характером зміни крутних моментів на валках, що залежить від наявності й характеру пробуксовки, а також деяких інших факторів (биття валків, розкид механічних властивостей, різновагливість і т.д.).

Як показують експериментальні дослідження, при пробуксовці можна виділити наступні характерні випадки коливальних процесів у приводних лініях:

- коливання низької частоти;
- автоколивання, близькі до гармонійного;
- релаксійні автоколивання.

## 4.2 Коливання низької частоти

Коливання низької частоти виникають в основному при наявності на підкаті грубої окалини, коли її руйнування відбувається в міру повороту валків.

По теорії О. П. Чекмарьова відновлення контактної поверхні відбувається пропорційно куту повороту валка (і закінчується при куті повороту (рівному куті захвата).

Тобто при (=) буде новий зрив.

При цьому тиск металу на валки буде змінюватися від мінімального (близького до нуля) значення до максимального (близького до тиску при сталому процесі), а потім тиск знову зменшиться.

У процесі руйнування окалини відбувається чергування захватів і зривів, тому при пробуксовці зміна моменту сил опору спрощено можна представити у вигляді функції кута повороту:

$$M_2 = M_c + M_{\text{пр}} \varphi_B / \alpha, \quad (4.1)$$

де  $M_c$  – початковий момент (дуже невеликий по величині й витрачається на холосте обертання робочих валків);

$M_{\text{пр}}$  – момент прокатки;

$\varphi_B$  – кут повороту робочого валка;

$\alpha$  – кут захвата металу валками.

Складемо двомасову систему, приводячи її до робочих валянь, тоді  $\varphi_2 = \varphi_B$ .

Диференціальні рівняння руху якоря електродвигуна й робочих валків будуть мати вигляд:

$$\begin{cases} I_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_1; \\ I_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_c + M_{\text{пр}} \frac{\varphi_2}{\alpha}. \end{cases} \quad (4.2)$$

Будемо розглядати відношення  $M_{\text{пр}}/\alpha$  як додатковий пружний зв'язок системи (тобто в нашої двомасової системі буде не одна, а два пружні зв'язки). Назовемо відношення  $M_{\text{пр}}/\alpha$  технологічною твердістю при захваті:

$$c_{\text{п}} = M_{\text{пр}}/\alpha. \quad (4.3)$$

Рішення системи (4.2) (тримасова система) зведеться до рішення системи двох диференціальних неоднорідних рівнянь, одне з яких містить додатковий член, що містить у собі час (кут повороту). Крім того, слід зауважити, що в нашому випадку буде також дві власних частоти коливань:  $p_1$  (головна) і  $p_2$  (друга), оскільки пружних зв'язків дві.

Рішення системи рівнянь за умови мнимих (комплексних) корінь бі kvadratного частотного рівняння буде мати вигляд (стосовно переміщення валків)

$$\varphi_2 = C_1 \cos p_1 t + C_2 \sin p_1 t + C_3 \cos p_2 t + C_4 \sin p_2 t + (M_1 - M_c)/c_{12}. \quad (4.4)$$

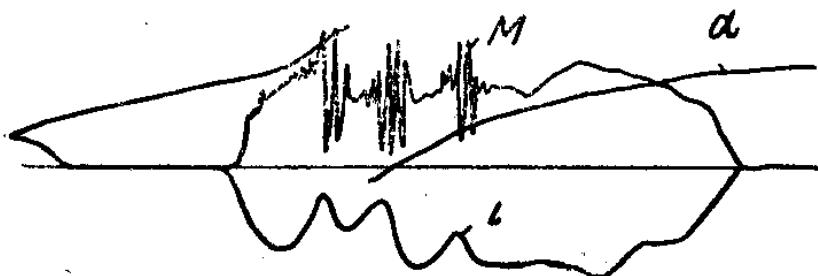
Нехай  $M_1 - M_c = M_a$ , тоді рівняння моментів сил пружності буде виглядати в такий спосіб:

$$M_{12} = M_a - M_a \left( \frac{p_2^2}{p_2^2 - p_1^2} \right) \left( 1 - \frac{I_2 p_1^2}{c_n} \right) \cos p_1 t + \\ + M_a \left( \frac{p_1^2}{p_2^2 - p_1^2} \right) \left( 1 - \frac{I_2 p_2^2}{c_n} \right) \cos p_2 t, \quad (4.5)$$

де частоти  $p_1$  й  $p_2$  можна знайти, використовуючи наступні залежності:

$$\left( \frac{p_{1,2}}{p_0} \right)^2 = \frac{1}{2} \left[ (1 - n_1 \gamma) \mp \sqrt{(1 - n_1 \gamma)^2 + 4 n_1 n_2 \gamma} \right]; \\ n_1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2}; n_2 = \frac{I_2}{I_1 + I_2}; p_0 = \sqrt{\frac{c_{12}(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}}; \gamma = \frac{c_n}{c_{12}}. \quad (4.6)$$

При буксуванні лінії стана в ній збуджуються двочастотні коливання – з низькою й високою частотами (рис. 4.1), які залежать від коефіцієнтів розподілу твердості  $\gamma$  і мас системи  $n_1$  й  $n_2$ .



$M$  – момент сил пружності в універсальному шпинделі;  
 $i$  – струм електродвигуна;  $\alpha$  – кутові переміщення шпинделя

Рисунок 4.1 – Приклад осцилограмами складних коливань пружних моментів із двома частотами при буксуванні

Миттєві динамічні навантаження в системі можуть приймати максимальні позитивні, максимальні негативні або нульові значення, що, як уже говорилося, може приводити до розшикання зазорів і динамічних ударів і може служити причиною руйнування машини.

### 4.3 Автоколивання, близькі до гармонійних

Експериментальні дослідження показали, що в машинах, зокрема в приводах прокатних станів, можуть виникати коливальні процеси з постій-

ними амплітудами при стаціонарних режимах навантаження й відсутності періодичних зовнішніх сил.

Таке явище прийняте називати автоколиваннями.

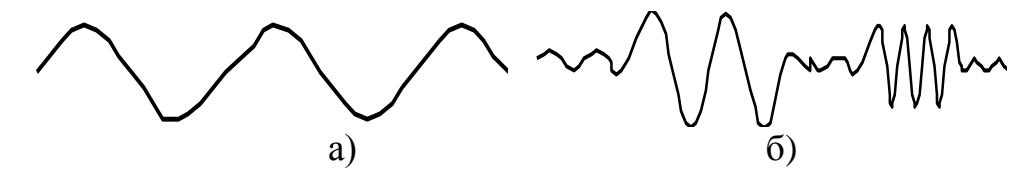
Автоколивання мають наступні характерні риси:

- постійною незатухаючою амплітудою коливань, підтримуваною зовнішніми силами;
- поповнення витраченої енергії на коливання відбувається за рахунок постійного джерела енергії (у нашому випадку електродвигуна);
- величина амплітуд залежить від коливальних характеристик системи й не залежить від початкових умов;
- період коливань, як й амплітуда, визначається власними характеристиками системи;
- немає періодичної зміни зовнішніх сил, тобто періодичний характер коливань створюється за рахунок неперіодичного джерела зовнішніх сил;
- автоколивання зникають відразу ж після зникнення причин, що їх викликають.

Додаткові навантаження від автоколивань, як показують дослідження, можуть досягати значних величин й їх варто враховувати при розрахунку деталей приводів на втомлювальну витривалість.

Спостерігається два основних види автоколивань:

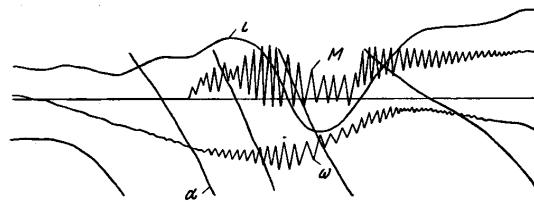
- гармонійні (або близькі до них) (рис. 4.2, а);
- релаксаційні (розвривний характер) (рис. 4.2, б).



а –

*Рисунок 4.2 – Приклади осцилограм гармонійних і релаксаційних коливань*

При невеликій зміні сил тертя в системі збуджуються коливання, близькі до синусоїdalьних, із частотою, що мало відрізняється від власної частоти коливань системи (рис. 4.3).



$M$  – момент сил пружності в універсальному шпинделі;  $i$  – струм електродвигуна;  $\omega$  – швидкість обертання електродвигуна;  $\alpha$  – кутові переміщення шпинделя

Рисунок 4.3 – Приклад осцилограми автоколивань, близьких до гармонійних

Якщо змінне тертя значне, то виникають автоколивання релаксаційні (або розривні), що істотно відрізняються від гармонійних. Частота цих коливань більше, ніж власна частота системи (рис. 4.4).

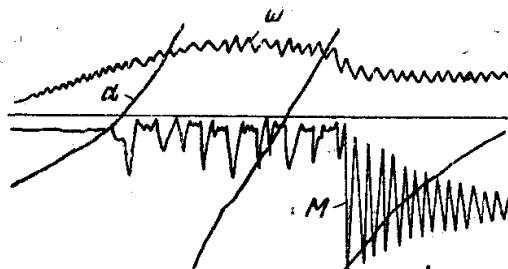


Рисунок 4.4 – Приклад осцилограми релаксаційних автоколивань блюмінга 950

Єдиної чіткої теорії про причину виникнення автоколивань у цей час немає. Основними з таких теорій є наступні:

теорія Н. Л. Кайдашевського і С. Э. Хайніна – автоколивання викликаються падаючою характеристикою сил тертя залежно від відносної швидкості ковзання;

теорія А. Ю. Ішлинського та І. В. Каргельського – причина виникнення автоколивань полягає в залежності сил тертя від тривалості нерухомого контакту тертьових поверхонь.

Жодна з теорій не дає повної картини й точного пояснення. Як прийнято говорити, теорії доповнюють одна одну.

Незалежно від прийнятої теорії причина виникнення автоколивань укладена в природі сил тертя.

#### 4.4 Релаксаційні автоколивання

Виникнення їх можна описати так:

- моменти в лінії зростають при відсутності відносного руху між валками й металом;
- момент сил пружності досягає величини моменту тертя спокою, відбувається зрив валків;
- під дією сил пружності й тертя відбуваються коливання валків;
- між металом і валками з'являється змінна відносна швидкість;

- відразу після зриву валки рухаються в напрямку моменту електродвигуна;
- швидкість міняється, а зі зміною її змінюються й швидкість ковзання й момент сил тертя. Коли вони стануть рівні ( $M_{12}$  і  $M_{tp}$ ) – знову стіп і новий цикл.

Аналітичний опис цього процесу практично неможливо – немає опису тертя, а використання експериментальних даних має локальний характер.

#### **4.5 Вплив динамічного навантаження на зміну пружної деформації робочої кліті й точність прокату**

Точність геометричних характеристик готового металопрокату визначається під час прокатки. Зміна розмірів смуги відбувається внаслідок зміни пружних деформацій навантажених частин робочої кліті, які є результатами зміни тиску металу на валки й динамічного навантаження пружної системи робочої кліті.

Фактори, що впливають на зміну тиску при прокатці, а отже, пружної деформації кліті:

- зміна температури металу;
- неоднорідність металу (хімічний склад і структура);
- мінливість розмірів підкату;
- натяг смуги;
- тертя між валками й смugoю;
- биття валків і т.д.

Отже, всі причини, що викликають зміну тиску металу на валки, будуть одночасно впливати й на зміну деформації робочої кліті, а отже, і на точність геометричних характеристик підкату.

При звичайних розрахунках величини пружини кліті не враховують характер зміни навантаження в часі, тобто завдання розглядають як статичну.

Однак у реальності перехідні й несталі процеси, що мають місце при прокатці, можуть використатися для статичних розрахунків тільки з дуже більшим допущенням.

Розглянемо робочу кліті прокатного стана.

Система є досить складною, однак її можна представити у вигляді одномасової розрахункової схеми (рис. 4.5).

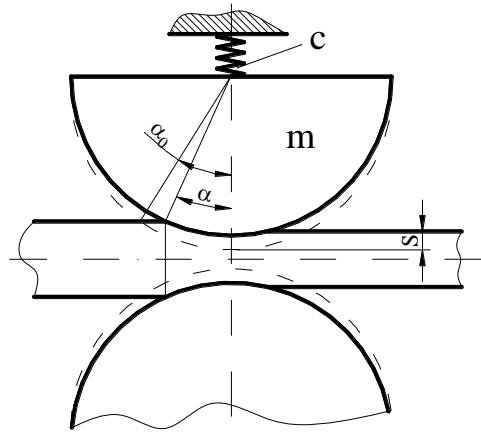


Рисунок 4.5 – Розрахункова схема для визначення пружної деформації робочої кліті

Диференціальне рівняння руху маси такої системи буде мати такий вигляд:

$$m \frac{d^2S}{dt^2} + cS = F(\tau), \quad (4.7)$$

де  $m$  – наведена маса валків з подушками, що врівноважує механізму й інших елементів;

$S$  – пружна деформація робочої кліті;

$c$  – твердість зв'язку (кліті);

$F(\tau)$  – сила, що обурює, що змінюється в часі.

Розглянемо процес захвата металу валками. У початковий момент часу ( $t = 0$ ) навантаження відсутні. У цьому випадку рішення рівняння буде мати вигляд

$$S = \frac{1}{mp_0} \int_0^t F(\tau) \sin p(t - \tau) d\tau, \quad (4.8)$$

де ( $-$  змінна, що змінюється від 0 до  $t$ ;

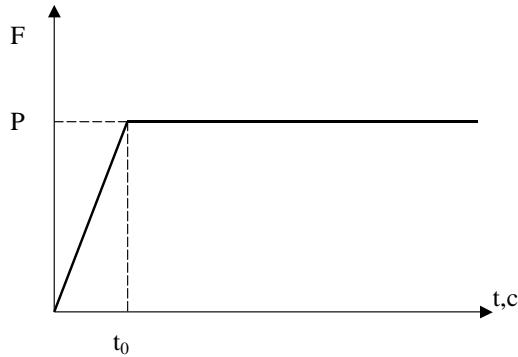
$p$  – власна частота коливань пружної системи робочої кліті.

Для аналізу процесу захвата металу валками приймемо лінійний характер наростання навантаження в системі (тиск металу на валки) (рис. 4.6):

$$\begin{aligned} F(\tau) &= P \frac{t}{t_0} && \text{при } t = 0 \dots t_0; \\ F(\tau) &= P && \text{при } t > t_0, \end{aligned} \quad (4.9)$$

де  $P$  – повна сила прокатки;

$t_0$  – час захвата металу валками.



Малюнок 4.6 – Закон наростання навантаження при захвату металу валками

Підставивши значення  $F(t)$ , маємо:

$$S = \frac{P}{mp^2} - \frac{P}{mp^2} \frac{\sin pt_0}{pt_0} \cos pt_0 + \frac{P}{mp^2} \frac{1 - \cos pt_0}{pt_0} \sin pt_0. \quad (4.10)$$

Виразивши через одну тригонометричну функцію, будемо мати:

$$S = S_{ct} + S_{ct} \frac{\sin \pi \lambda}{\pi \lambda} \sin(pt + \gamma), \quad (4.11)$$

де  $S_{ct} = P / mp^2$  – статична деформація робочої кліті;

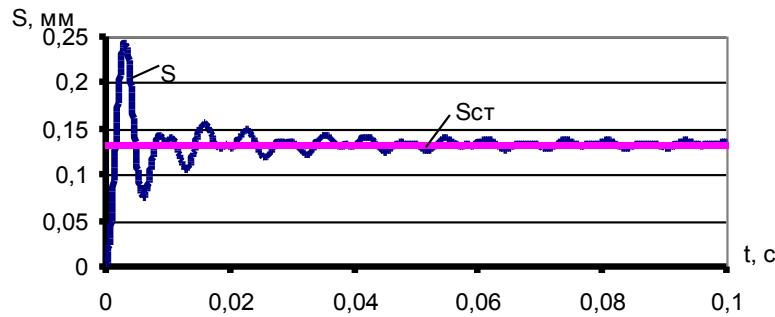
$\lambda = \frac{t_0}{T}$  – відношення часу захвата до періоду коливань пружної системи кліті;

$p = \sqrt{c/m}$  – частота власних коливань системи;

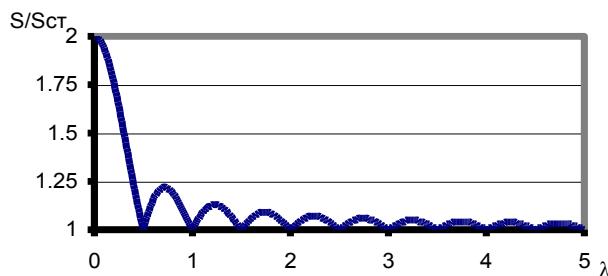
$\gamma = -\arctg \frac{\sin 2\pi \lambda}{1 - \cos 2\pi \lambda}$  – допоміжний параметр;

$T = p / 2\pi$  – частота коливань системи.

З виразу (4.11) треба, що в загальному випадку при динамічному захваті пружна деформація робочої кліті складається зі статичної деформації та динамічної складової (рис. 4.7). Амплітуда коливань деформацій залежить від параметра  $\lambda$ : чим менше  $\lambda$ , тим більше динамічна амплітуда та загальна деформація кліті в момент захвата (рис. 4.8). При ( $>= 5$ ) динамічна складова деформації не перевищує 5 % від статичної.



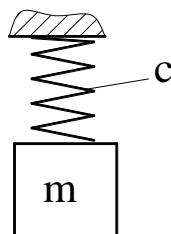
*Рисунок 4.7 – Характер зміни пружної деформації кліті при захвату металу валками*



*Рисунок 4.8 – Залежність динамічної складової деформації від параметра її навантаження*

Коливання сумарної пружної деформації робочої кліті можуть позначитися на точності розмірів прокату, особливо при порівняно більших деформаціях і малій товщині смуги. Відповідно переміщенню  $S$  будуть змінюватися напруги й зусилля в пружних зв'язках робочої кліті, що необхідно враховувати при розрахунках.

Як приклад розглянемо кліті кварто безперервного стана холодної прокатки 500/1300×1200. Пружну систему робочої кліті можна представити у вигляді одномасової розрахункової схеми, представленої на рис. 4.9, де  $m$  – наведена маса робочого валка,  $c$  – сумарна твердість станини робочої кліті (твердість кліті) і контакту робочого й опорного валків.



*Рисунок 4.9 – Еквівалентна схема пружної системи кліті*

Твердість окремих елементів станини зручно виразити через зворотну величину – піддатливість.

Для розглянутого стана:  
наведена твердість

$$c = \frac{1}{e_1 + e_2 + \dots + e_7} = 9,75 \times 10^9 \text{ Н/м},$$

де  $e_1 \dots e_7$  – піддатливості основних елементів кліті (додаток А);  
наведена маса

$$m = 23150 \text{ Нс}^2 / \text{м}.$$

Відповідно частота й період коливань системи:

$$\rho = \sqrt{c/m} = 650 \text{ с}^{-1}; \quad T = 2\pi/\rho = 0,0097 \text{ с.}$$

Мінімальна тривалість захвата металу валками останньої кліті (за умови рівної крайки листа, що задають, для станів холодної прокатки) при швидкості прокатки 15 м/с і довжині дуги контакту 5 мм дорівнює 0,00033 с. Тоді мінімальна величина параметра додатка навантаження складе  $\lambda_{min}=0,034$ . При цьому відповідно до графіка  $S/S_{CT}=f(\lambda)$  (див. рис. 4.8) дійсна деформація кліті дорівнює в перший період захвата металу валками подвоєному значенню статичної деформації. Потім коливання загасають і деформація наближається до статичного. Для інших клітей з меншою швидкістю захвата й більшою довжиною осередку деформації відношення  $t_0/T$  зменшується й при  $\lambda > 3$  динамічна складова пружної деформації кліті не перевищує 10 % від статичної.

*Література [1, с.84-106; 232-238]; [4, с. 26-50].*

## 5 ДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ В БЕЗПЕРЕВНИХ ПРОКАТНИХ СТАНАХ

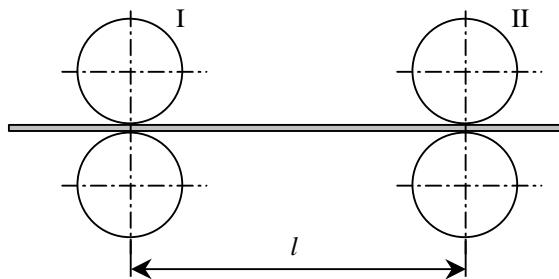
У безперервних групах клітей сусідні кліті зв'язані між собою кінематичним (яка рухається) зв'язком – смugoю, що прокатується. При цьому порушення роботи однієї кліті приводить до порушення роботи всієї лінії приводу стану.

Істотну роль у формуванні характеру цих коливань грає пружний зв'язок смуги, що прокатується.

При комплексному вивчені коливань системи привода стана й смуги необхідно враховувати наступні основні фактори:

- підатливість смуги й головної лінії клітей безперервного стана;
- характер навантаження робітників клітей;
- взаємозв'язок механічних коливань із електродвигунами й т.д.

Розглянемо схему двох клітей, зв'язаних між собою пружною смugoю (рис. 5.1).



*Рисунок 5.1 – Розрахункова схема безперервного прокатного стана*

Допустимо, різко збільшується момент у другій кліті. При цьому смуга між кліттями буде випробовувати додаткову деформацію (натяг). Причому величина додаткового натягу смуги

$$T = c_1 \varphi_2, \quad (5.1)$$

де  $c_1$  – коефіцієнт твердості смуги між кліттями (технологічна твердість), Н/радий:

$$c_1 = \frac{EFR}{F},$$

$E$  – модуль пружності матеріалу смуги, Н/мм<sup>2</sup>;

$F$  – площа поперечного перерізу смуги, мм<sup>2</sup>;

$R$  – радіус робочих валків, мм;  
 $l$  – відстань між сусідніми кліттями, мм;  
 $\varphi_2$  – кут повороту другої кліті, радий.

У другій кліті поява додаткового натягу викличе перехідний процес, при цьому величина додаткового моменту від натягу

$$M_2^1 = TR . \quad (5.2)$$

З огляду на обертання валків,

$$T = c_1(\varphi_2 - \varphi_1) = c_1(\varphi_2 - \omega_1 t), \quad (5.3)$$

де  $\omega_1$  – кутова швидкість валків у першій кліті, радий/з;  
 $t$  – час повороту валків, с.

Таким чином, додатковий момент

$$M_2^1 = R c_1 (\varphi_2 - \omega_1 t). \quad (5.4)$$

У перехідному процесі швидкості руху металу на виході з першої й вході у другу кліті неоднакові, тому що при зміні величини натягу змінюється й величина випередження металу.

Для спрощення рішення приймаємо величину випередження постійною.

Визначимо загальний момент сил опору на валках другої кліті:

$$M_2 = M_c + M_2^1, \quad (5.5)$$

де  $M_c$  – статичний момент на валках при стаціональному процесі прокатки, Нм.

Перехідні процеси привода, що виникають внаслідок динамічних коливань системи, супроводжуються значними коливаннями струму в якорі електродвигуна.

Запишемо рівняння балансу електрорушійних сил у ланцюзі якоря електродвигуна:

$$U = L \frac{di}{dt} + Ri + e, \quad (5.6)$$

де  $U$  – напруга, що приводить до якоря, В;  
 $L$  – коефіцієнт самоіндукції ланцюга якоря;  
 $i$  – сила струму, А;  
 $R$  – опір ланцюга якоря, Ом;  
 $e$  – протиелектрорушійна сила якоря, В.

Для системи керування «генератор-двигун» можна записати:

$$\frac{dU}{dt} = L \frac{d^2i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{de}{dt}. \quad (5.7)$$

З огляду на, що  $M_1 = c_M i$  й  $e = c_e \omega$ , диференціальне рівняння моменту електродвигуна можна записати в наступному виді:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{L}{c_M} \frac{d^2M_1}{dt^2} + \frac{R}{c_M} \frac{dM_1}{dt} + c_e \frac{d\omega}{dt}, \quad (5.8)$$

де  $c_M, c_e$  – постійні електродвигуна;  $d\omega/dt = d^2\varphi/dt^2$ .

Складемо диференціальне рівняння руху двомасової системи (однієї кліті):

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_1; \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_2. \end{cases} \quad (5.9)$$

Динамічні процеси в системі привода з урахуванням дії електродвигуна й пружної смуги між кліттями описуються наступною системою рівнянь:

$$\begin{cases} I_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_1; \\ \frac{L}{c_M} \frac{d^2M_1}{dt^2} + \frac{R}{c_M} \frac{dM_1}{dt} + c_e \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} = \frac{dU}{dt}; \\ I_2 \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} - c_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_2; \\ M_2 = M_c + c_n(\varphi_2 - \omega_1 t). \end{cases} \quad (5.10)$$

Зневажаючи індуктивністю ланцюга якоря електродвигуна ( $L=0$ ) і приймаючи прямолінійний характер зміни напруги, яка підводиться до електродвигуна, одержимо

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\phi}_1 + c_{12}(\phi_1 - \phi_2) = M_1; \\ \frac{R}{c_M} \dot{M}_1 + c_e \ddot{\phi}_1 = \dot{U}; \\ I_2 \ddot{\phi}_2 - c_{12}(\phi_1 - \phi_2) = M_2; \\ M_2 = M_c + c_n(\phi_2 - \omega_1 t). \end{cases} \quad (5.11)$$

Вирішуючи систему відносно  $\phi_1$  одержимо

$$\begin{aligned} \frac{d^5 \phi_1}{dt^5} + \frac{c_e c_M}{RI_1} \frac{d^4 \phi_1}{dt^4} + \left( c_{12} \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} - \frac{c_n}{I_2} \right) \frac{d^3 \phi_1}{dt^3} + \frac{c_e c_M (c_{12} - c_n)}{RI_1 I_2} \frac{d^2 \phi_1}{dt^2} - \\ - \frac{c_{12} c_n}{I_1 I_2} \frac{d \phi_1}{dt} = \frac{c_M}{RI_1 I_2} (c_{12} - c_n) \frac{U_H}{t_p} - \frac{c_{12} c_n \omega_1}{I_1 I_2}, \end{aligned} \quad (5.12)$$

де  $U_H$  – номінальна напруга якоря електродвигуна, В;  
 $t_p$  – час розгону електродвигуна.

При цьому співвідношення  $dU/dt = U_H/t_p$  описує лінійний закон зміни напруги в часі.

У підсумку маємо диференціальне однорідне рівняння п'ятого порядку. Для спрощення форми запису рівняння приймемо:

$a = c_e c_M / R$  (кутовий коефіцієнт механічної характеристики електродвигуна);  $a_0 = a/I_1$ ;  $f^2 = p^2 - c_n/I_2$ ;  $n = a(c_{12} - c_n)/(I_1 I_2)$ ;  $d = c_{12} c_n / (I_1 I_2)$ ,

де  $p$  – частота власних коливань двомасової системи головної лінії.

Характеристичне рівняння, отримане з диференціального однорідного, буде мати такий вигляд:

$$\lambda^5 + a\lambda^4 + f^2\lambda^3 + n\lambda^2 - d\lambda = 0. \quad (5.13)$$

Очевидно, що одне з корінь цього рівняння дорівнює нулю. У цьому випадку стан робить рух як тверда система.

Коливальна система з рівнянням частот четвертого ступеня буде стійкою за умови, що всі коефіцієнти позитивні й виконується умова

$$a_0 n f^2 > n^2 - a_0^2 d, \quad (5.14)$$

де  $f$  – частота коливань системи;

$n$  – коефіцієнт загасання;

$a_0$  – нахил характеристик електродвигуна;

$d$  – коефіцієнт зв'язку між характеристиками електродвигуна й силами опору машини.

Загальне рішення рівняння (5.12):

$$\varphi_1 = e^{\tau_1 t} (C_1 \cos p_1 t + C_2 \sin p_1 t) + e^{\tau_2 t} (C_3 \cos p_2 t + C_4 \sin p_2 t) + \left( \frac{c_m (c_{12} - c_n)}{R c_{12} c_n} \frac{U_h}{t_p} - \omega_1 \right) t, \quad (5.15)$$

де  $\tau_1, \tau_2$  – дискримінанти рішення корінь біквадратного рівняння.

Слід зазначити, що власних частот у системи буде дві, тому є два пружні зв'язки із твердостями  $c_{12}$  й  $c_n$ .

Рівняння моменту  $M_1$ , виходячи з рішення рівняння руху,

$$M_1 = M_c + M', \quad (5.16)$$

де  $M'$  – відповідна зміна величини моменту привода залежно від зміни кутової швидкості.

В самому загальному випадку, момент електродвигуна складається із двох складових - постійного статичного моменту й додаткових коливальних складових із двома різними частотами:

- низкою (коливання пружної смуги між валками);
- високою (ця частота трохи нижче власної частоти коливань лінії стана без смуги).

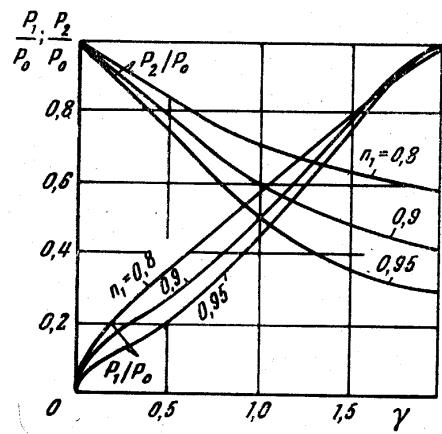
У цілому динамічні навантаження в лінії стана (у приводі) залежать від багатьох технологічних й електромеханічних факторів:

- розмірів і пружних властивостей смуги;
- відстані між кліттями;
- діаметра валків;
- твердості ланок головної лінії;
- розподілу мас у системі;
- величини електромеханічних постійних двигуна привода.

Експериментально встановлено, що в перехідний період натяг смуги змінюється за гармонійним законом із загасаючими амплітудами. Характер зміни струмів у якорі двигуна повністю повторює зміни натягу смуги.

За інших рівних умов значення частот коливань системи залежать від твердості смуги. Чим менше твердість смуги, тим нижче перша частота  $p_1$ . Друга частота прагне до власної частоти коливань системи без смуги  $p_2 \rightarrow p$ . При відсутності смуги  $p_1 = 0, p_2 = p$ .

Розглянемо графіки залежності частот власних коливань системи від відношення твердостей системи для різних значень розподілу мас  $n_1 = I_1 / (I_1 + I_2)$  (рис. 5.2).



*Рисунок 5.2 – Графіки частот коливань головної лінії стана при наявності пружного зв'язку між кліттями*

Дослідження дозволяють зробити висновок: неврахування пружного зв'язку між кліттями або зневага підатливостю елементів головної лінії можуть спотворити фізичну картину переходних процесів у механічній системі й привести до помилкових результатів у розрахунках динамічних навантажень.

*Література:* [1, с.226-232]; [4, с.52-54].

## **6 СПОСОБИ ЗНИЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ**

Завдання, рішення яких дозволяє знизити ймовірність поломок металургійного встаткування:

В області технологій:

- одержання більше точних імовірнісних залежностей для розрахунку середніх, максимальних й еквівалентних технологічних динамічних навантажень на робочі органи машин з урахуванням розсіювання технологічних параметрів процесу й нерівномірності розподілу силових потоків у трансмісіях.

В області встаткування:

- створення розрахункових схем і методів розрахунків механізмів і машин, що відповідають реальним умовам їх нагружения в стаціонарних і переходних режимах;
- проектування машин зі статичними обумовленими схемами й мінімальним наведеним моментом інерції, виключення надлишкових зв'язків і циркуляції потужності в системі «робочий орган - трансмісія - привод»;
- створення швидкодіючих запобіжних й амортизаційних пристрій і визначення місця їхньої установки в кінематичному ланцюзі.

В області автоматизації:

- розробка надійних швидкодіючих датчиків технологічних навантажень, температури, швидкості, прискорення й т.д.;
- створення алгоритмів розрахунку технологічних навантажень по параметрах, що піддається визначенню й контролю на вході металургійного агрегату;
- створення автоматизованих систем діагностики встаткування й визначення його стану.

### **6.1 Принципи дії віброізоляторів, поглиначів (демпферів) і амортизаторів**

В основі даних пристрій лежать наступні теоретичні положення:

- амплітуди змушених коливань можуть бути досить малими, якщо власна частота системи значно менше частоти порушення;
- тертя приводить до поглинання коливальної енергії, і змушенні коливання відбуваються з меншими амплітудами, чим при відсутності тертя (цей ефект особливо помітний у резонансній області);
- завдяки силам тертя вільні коливання поступово загасають.

На першому положенні базуються віброізолятори, тобто пружні елементи, для захисту, що вводять спеціально в механічну систему, від коливань шляхом значного зниження власної частоти.

Друге положення лежить в основі дії поглиначів коливань (демпферів). Головною частиною будь-якого поглинача є елемент тертя.

Для захисту від поштовхів й ударів застосовуються амортизатори – пристрою, які являють собою комбінації віброізоляторів і поглиначів.

## 6.2 Віброізолятори

Розрізняють активні й пасивні системи віброізоляції.

В активній системі віброізолятори встановлюють між джерелом вібрації й підставою для захисту підстави від сил, що змушують,  $P(t)$  (рис. 6.1, а).

Пасивна система, навпаки, служить для захисту об'єктів (приладів, верстатів) від впливу коливання підстави  $f(t)$ , тобто від кінематичного порушення (рис. 6.1, б).

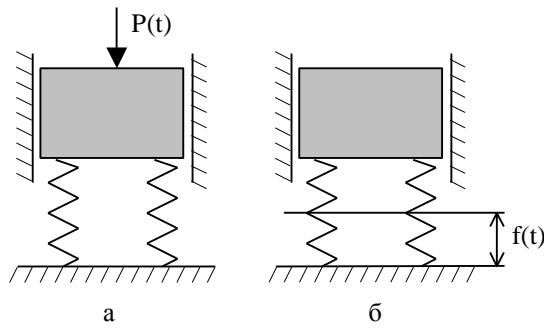


Рисунок 6.1 – Типи віброізоляторів

У всіх випадках необхідний розрахунок віброізоляції. Застосовувати віброізоляційні пристрої неприпустимо без розрахунку, тому що випадкова, необґрунтована установка пружних елементів може принести шкоду.

При активній віброізоляції швидкохідних машин потрібно, щоб відношення частоти змушених коливань до частоти власних коливань системи  $\omega/p > 4$ , при цьому  $K_d < 1,5$ , а тихохідних (з  $\omega < 500$  про/хв) –  $\omega/p > 3$  й  $K_d < 0,125$ .

На практиці застосовують принципово рівноцінні варіанти установки віброізоляторів: опорний (рис. 6.2, а); підвісний на стиск (рис. 6.2, б) і розтягання (рис. 6.2, в). Якщо в ізольованій машині переважають горизонтальні сили, що змушують, то використається маятникова підвіска (рис. 6.2, г).

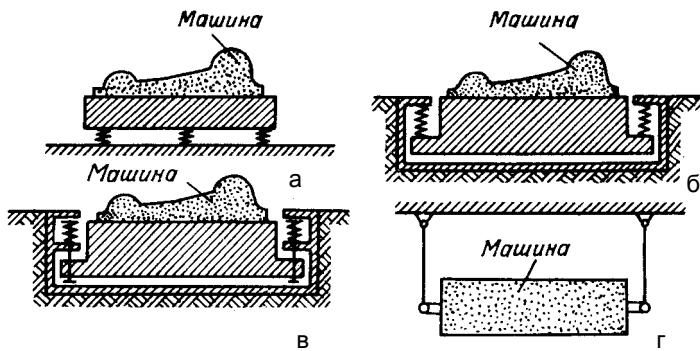
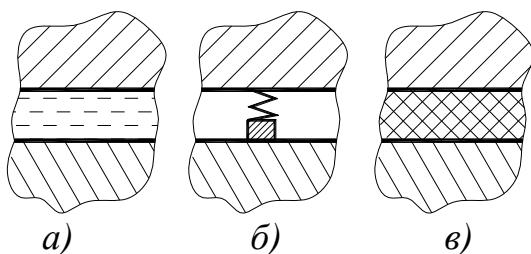


Рисунок 6.2 – Приклади установки віброізоляторів

### 6.3 Поглиначі коливань (демпфери)

У деяких випадках поглиначі коливань застосовуються в чистому виді, без паралельно включених пружинних елементів. Так, існують різні схеми поглиначів: рідинного тертя, сухого тертя й гістерезисного типу.

У поглиначах рідинного тертя демпфірування створюється силами в'язкості, що виникають при відносних переміщеннях двох деталей, між якими є деякий зазор, заповнений грузлою рідиною (наприклад, силіконом) (рис. 6.3, а).



а –

Рисунок 6.3 – Види поглиначів коливань

У поглиначах сухого тертя демпфірування створюється силами тертя, що виникають при проковзуванні однієї деталі щодо іншої при певній силі підтиснення, що створюється системою пружин (рис. 6.3, б). Якщо сила підтиснення, буде занадто велика, то обидві деталі будуть рухатися разом і через відсутність проковзування енергія не буде розсіюватися. Якщо ж підтиснення буде дуже слабким, то розсіювання механічної енергії буде мало через незначну силу тертя. Тому такі конструкції вимагають вибору оптимальної сили підтиснення.,

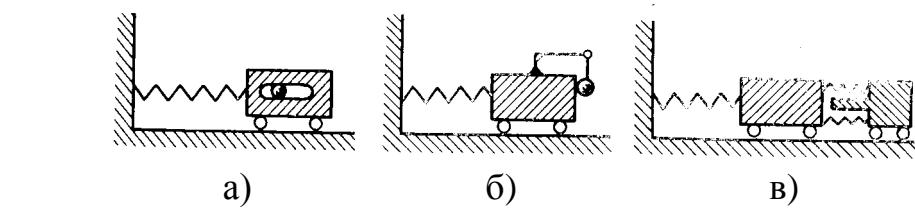
У поглиначах гістерезисного типу (внутрішнього тертя) при коливаннях відбувається інтенсивне розсіювання енергії в прокладці між деталями, що передають навантаження (рис. 6.3, в). Прокладку виконують із матеріалу з більшим внутрішнім тертям (типу гуми).

Коливання можуть бути зменшені або повністю усунуті за допомогою поглиначів ударної дії.

Плаваючий ударний демпфер являє собою додатковий вантаж, що вільно, з деяким зазором міститься в демпфуючий об'єкт (рис. 6.4, а). Використається для гасіння коливань тяг органів керування машинами.

Маятниковий ударний демпфер (рис. 6.4, б) призначений для гасіння коливань висотних конструкцій (баштових споруджень, труб).

Ударні пружинні демпфери в різному конструктивному виконанні використають для усунення високочастотних вібрацій і для зменшення коливань віброзользованих машин при проходженні через резонанс (рис. 6.4, в).



а –

Рисунок 6.4 – Поглиначі ударної дії

#### 6.4 Амортизатори

Як правило, у металургійних машинах роль амортизаторів виконують гумові, пневматичні й пружинні буфери. Але вони мають ряд недоліків, тому що в процесі роботи накопичують енергію, приводять до виникнення зростаючих сил гальмування з більшими піковими значеннями. У цей час як амортизатори застосовуються більше ефективні гідравлічні гальмові циліндри, у яких для підвищення плавності ходу амортизатора використовуються замість одного дросельового отвору трохи. У результаті такого технічного рішення виникаючий перед поршнем динамічний напір зберігається постійним під час повного ходу, а виходить, зберігається постійної протидіюча сила.

Література [4, с.198-219].

## **7 ОСНОВНІ ПЕРЕДУМОВИ Й МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НА МІЦНІСТЬ. РОЗРАХУНОК НА МІЦНІСТЬ ПРИ СТАТИЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ. МАЛОЦІКЛОВА УТОМА**

### **7.1 Види руйнувань й основні механічні властивості матеріалів**

Вид руйнування деталей машин залежить від типу матеріалу, характеру зміни навантаження в часі, форми й розмірів деталі, температури, зовнішнього середовища й інших факторів.

Навантаження ділять на статичні, змінні й ударні.

Статичні навантаження – навантаження, які повільно змінюються від нуля до свого кінцевого значення й потім не змінюються або змінюються незначно протягом усього строку експлуатації.

Ударні навантаження – навантаження, які характеризуються високими швидкостями їхнього зростання.

Змінні навантаження – навантаження, що змінюються під час експлуатації по якому або законі.

Основні параметри, використовувані при аналізі змінних навантажень:

- $\sigma_{\max}, \sigma_{\min}$  – максимальне й мінімальне за алгебраїчним значенням напруги циклу;
- $\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2$  – амплітуда напруг циклу;
- $\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2$  – середнє значення напруг циклу;
- $R = \sigma_{\max} / \sigma_{\min}$  – коефіцієнт асиметрії циклу навантаження.

Розрізняють наступні види законів зміни змінних навантажень:

1 Симетричний цикл:  $\sigma_{\max} = \sigma_{\min} = \sigma_a$ ;  $R = -1$  (підкоряються зміни нормальних напруг у валах й осях).

2 Отнулевий (пульсаціонний):  $\sigma_m = \sigma_a = \sigma_{\max} / 2$ ;  $\sigma_{\min} = 0$ ;  $R = 0$  (zmіни згинаючих напруг у кореня зуба шестірні).

3 Асиметричний цикл (zmіни напруг, що розтягають, у затягнутих болтах, напруг у клапанних пружинах).

4 Випадковий процес зміни навантаження (zmіна моменту в головній лінії при запуску прокатного стана).

При однократному додатку статичного навантаження може виникати грузле, тендітне або квазікрихке руйнування.

Грузле – руйнування, якому передує більша пластична деформація й на яке затрачається більша робота.

Тендітне – руйнування, що протікає практично без помітних пластичних деформацій при малих витратах енергії.

Квазікрихке – руйнування, що займає проміжне положення між грузлим і тендітним, тобто яке протікає з деякою невеликою пластичною деформацією й з витратою певної енергії на руйнування.

Період роботи машини (години, роки й т.п.) від моменту виникнення першої макроскопічної тріщини утоми (звичайно довжиною 0,1...0...0,5мм) до остаточного руйнування називається живучістю.

При вивчені росту тріщин використовують методи й поняття механіки руйнування.

Для визначення живучості конструкції необхідно знати залежність між довжиною тріщини й залишковою міцністю.

Під залишковою міцністю розуміють навантаження або напруги, які приводять до руйнування деталі із заданою тріщиною при їхньому однократному додатку.

Для оцінки характеристик опору матеріалу й деталей втомленому руйнуванню проводять втомлені випробування лабораторних зразків, моделей і деталей натурних розмірів на спеціальних втомлених машинах, які розрізняють по виду навантаження (вигин в одній площині, вигин при обертанні, крутіння, розтягання-стиск, складне навантаження). Типи випробуваних зразків, методи випробувань й обробка результатів регламентуються ДЕРЖСТАНДАРТ. Число випробуваних зразків повинне бути не менш 15.

Границею витривалості при симетричному циклі навантаження називається те найбільше значення амплітуди змінної напруги, нижче якого зразки не руйнуються до бази випробування. База випробування  $N_B$  – число циклів, при досягненні якого випробування припиняють, якщо зразок не зруйнувався. Для вуглецевих і низьколегованих сталей  $N_B = 10^7$  циклів. Крива утоми (крива Велера) представлена на рис. 7.1.

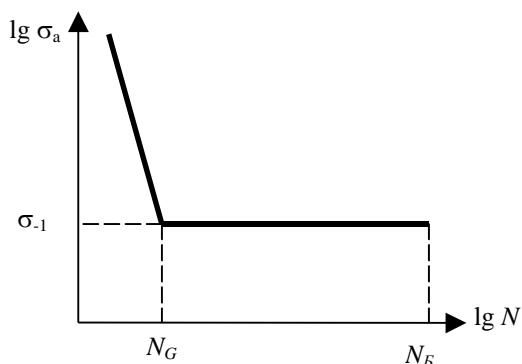


Рисунок 7.1 – Результати втомлених випробувань при симетричному циклі навантаження

Для сталей руйнування зразків звичайно спостерігається при кількості циклів  $N_G = 1 \dots 3 \times 10^6$ .

Рівняння кривої утоми:

$$\begin{aligned}\sigma_a^m N &= \sigma_{-1}^m N_G && \text{при } \sigma_a \geq \sigma_{-1}; \\ N &= \infty && \text{при } \sigma_a < \sigma_{-1},\end{aligned}\quad (7.1)$$

де показник ступеня  $m$  характеризує нахил лівої галузі кривої утоми.

## 7.2 Розрахунок на міцність за коефіцієнтами запасу міцності

У цей час все більше поширення одержують методи розрахунку на міцність із використанням коефіцієнтів запасу міцності по напругах  $n_\sigma$ , по граничних навантаженнях  $n_Q$  і по довговічності  $n_L$ .

1 Розрахунок коефіцієнта запасу міцності по напругах:

$$n_\sigma = \sigma_{lim} / \sigma_{ekv} \geq [n_\sigma], \quad (7.2)$$

де  $\sigma_{lim}$  – гранична напруга;

$\sigma_{ekv}$  – еквівалентна напруга, обумовлена по одній з теорій міцності.

2 Розрахунок по граничних навантаженнях:

$$n_Q = Q_{lim} / Q_{rab} \geq [n_Q], \quad (7.3)$$

де  $Q_{lim}$  – граничне навантаження, при якій відбувається втрата працездатності;

$Q_{rab}$  – робоча (експлуатаційна) навантаження.

3 Розрахунок по довговічності:

$$n_L = L_{lim} / L_{rab} \geq [n_L], \quad (7.4)$$

де  $L_{lim}$  – граничний наробіток деталі в ході експлуатації, по досягненні якої наступає втрата її працездатності;

$L_{rab}$  – робочий або нормативний наробіток, прийнятий у якості пропусимої при експлуатації.

Нормативні коефіцієнти запасу міцності  $[n_\sigma]$ ,  $[n_Q]$ ,  $[n_L]$  встановлюються на основі досвіду розрахунків і проектування машин і зіставлення їхніх значень із результатами спостережень за поводженням машин у ході експлуатації.

Ці значення залежать від відповідальності конструкції, рівня технології виготовлення, однорідності властивостей матеріалу, виду навантаження та іншої.

жень, характеру й ступеня небезпеки руйнування, точності визначення навантажень і характеристик міцності й ряду інших факторів.

У деяких підручниках рекомендується диференціальний метод визначення нормативного коефіцієнта запасу міцності, відповідно до якого ця величина представляється у вигляді добутку коефіцієнтів, кожний з яких враховує окремий фактор і вибирається також у деяких межах. При довільному виборі коефіцієнтів у заданих межах можна одержати більші коливання величини нормативного коефіцієнта запасу міцності. У результаті отримане значення нормативного коефіцієнта запасу міцності може не відповідати оптимальному.

### 7.3 Розрахунок на міцність при статичних навантаженнях

При статичних навантаженнях розрахунок на міцність деталей із пластичних матеріалів виробляється по границі текучості матеріалу. Напруги, що допускають, у цьому випадку

$$[\sigma] = \sigma_T / [n_T], \quad (7.5)$$

де  $[n_T] = 1,5 \dots 2,5$  (невеликі значення нормативного коефіцієнта запасу міцності порозуміваються тим, що досягнення робочими напругами границі текучості не приводить до руйнування деталі, а приводить до появи пластичної деформації частини її обсягу й можливих залишкових змін форми й розмірів).

Якщо буде потреба розрахунок ведуть по граничних навантаженнях, що обчислюють із урахуванням допуску певних пластичних деформацій.

Варто мати на увазі, що зростом розмірів деталі границя текучості знижується внаслідок погіршення якості металу через зниження ступеня пластичної деформації при заготівельних операціях, погіршення умов термічної обробки, підвищення неоднорідності металу.

Якщо границя текучості визначена на зразках, вирізаних із заготовок малих розмірів і немає даних про вплив масштабного фактора, можна визначити границю текучості по наближеній формулі:

$$\sigma_T = K_1 \sigma'_T, \quad (7.6)$$

де  $\sigma'_T$  – границя текучості, певний на зразках;

$K_1$  – масштабний фактор.

Для вуглецевих сталей  $K_1 = 1$ , а для легованих:

$K_1 = 1 - 0,21g(d/7,5)$  – при діаметрі деталі  $d \leq 150$  мм;

$K_1 = 0,74$  – при діаметрі деталі  $d > 150$  мм.

Розрахунок на міцність при статичних навантаженнях деталей з тендітних матеріалів виробляється по межі міцності при розтяганні й стиску. При цьому допускають напруження

$$[\sigma_b] = \sigma_b K_{ds} / ([n_b] K_s), \quad (7.7)$$

де  $[n_b] = 2,5 \dots 4 \dots 4,0$  – коефіцієнт запасу міцності по межі міцності для деталей з тендітних матеріалів;

$K_{ds} = (\sigma_b)_d / (\sigma_b)_{10}$  – коефіцієнт впливу діаметра зразка на межу міцності тендітних матеріалів;

$(\sigma_b)_d$  – межа міцності матеріалу деталі натурних розмірів без концентраторів напруг;

$(\sigma_b)_{10}$  – межа міцності матеріалу гладкого зразка діаметром 10 мм;

$K_s = (\sigma_b)_d / (\sigma_b)_D$  – ефективний коефіцієнт концентрації напруг при статичних навантаженнях для тендітних матеріалів;

$(\sigma_b)_D$  – межа міцності матеріалу деталі натурних розмірів з концентраторами напруг.

Для деталей, що перебувають у тендітному стані, нормативний коефіцієнт запасу міцності вибирають завищеним, з огляду на раптовість такого руйнування при досягненні напругами граничного рівня й більше істотне розсіювання характеристик міцності тендітних матеріалів.

Література: [2, с.89-101]; [5, с.23-34].

## **8 ОЦІНКА РОЗРАХУНКОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОПОРУ УТОМИ Й ЕКСПЛУАТАЦІЙНОГО НАВАНТАЖЕННЯ МАШИН**

### **8.1 Фактори, що впливають на опір утоми**

У результаті проведення численних експериментів по визначеню опору утоми  $\sigma_{-1}$  для деталей натурних розмірів виявилося, що опір утоми для деталей натурних розмірів  $\sigma_{-1D}$  звичайно в 2...6...6 раз менше, ніж для гладкого лабораторного зразка малого діаметра (близько 7,5 мм).

Для оцінки цієї різниці використається коефіцієнт ДО, що враховує вплив всіх факторів, властивих деталі натурних розмірів, що працює в певних умовах, на опір утоми:

$$K = \sigma_{-1} / \sigma_{-1D}.$$

У загальному випадку на опір утоми впливають наступні фактори:

- концентрація напруг;
- масштабний фактор (вплив розмірів поперечного переріза);
- якість обробки поверхні;
- експлуатаційні фактори (вплив температури, корозії, частоти зміни навантаження й ін.);
- технологічні методи поверхневого зміщення деталей (поверхневе пластичне деформування, хіміко-термічні методи, поверхневе загартування й ін.).

У зварених з'єднаннях істотну роль грають також дефекти зварювання (непровари, підрізи, тріщини, включення) і залишкові напруги.

### **8.2 Концентрація напружень**

Якщо перетин деталі міняється в якому-небудь місці (наприклад, у місці східчастого переходу, у канавці, різьбленні, у крайки отвору, у шпонкового паза), то максимальні напруги в цьому місці будуть перевищувати номінальні напруги, обумовлені по традиційних формулах опори матеріалів:

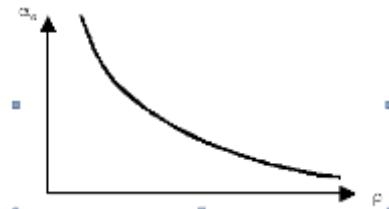
$$\sigma_{\text{изг}} = M_{\text{изг}} / W_{\text{изг}}; \sigma_{p(\text{сж})} = P / F; \tau_{kp} = M_{kp} / W_{kp}.$$

Явище місцевого перевищення напруг у порівнянні з номінальними в зонах різкої зміни розмірів й обрисів деталі називають концентрацією напруг.

Для характеристики цієї різниці в напругах уводиться теоретичний коефіцієнт концентрації напруг:

$$\alpha_{\sigma} = \sigma_{\max} / \sigma_{\text{ном}} . \quad (8.1)$$

Величини  $\alpha_{\sigma}$  для різних деталей знаходять або методами теорії пружності, або спеціальними експериментальними методами. Коефіцієнт  $\alpha_{\sigma}$  істотно залежить від плавності переходів при зміні перетинів  $\rho$  (рис. 8.1).



*Рисунок 8.1 – Залежність коефіцієнта концентрації напруг  $\alpha_{\sigma}$  від радіуса кривизни поверхні  $\rho$*

Фактичне зниження границі витривалості деталі внаслідок концентрації напруг характеризується ефективним коефіцієнтом концентрації напруг:

$$K_{\sigma} = \sigma_{-1d} / \sigma_{-1D} , \quad (8.2)$$

де  $\sigma_{-1d}$  – границя витривалості зразка без концентрації напруг з розмірами поперечного переріза, рівними розмірам поперечного переріза деталі (для відділення впливу масштабного фактора).

### 8.3 Масштабний фактор

Вплив масштабного фактора проявляється у впливі абсолютнох розмірів поперечного переріза гладких зразків на границю витривалості. Для характеристики цього впливу використається коефіцієнт

$$K_{d\sigma} = \sigma_{-1d} / \sigma_{-1} . \quad (8.3)$$

Основними причинами прояву масштабного ефекту є металургійний, технологічний і статистичний фактори.

Металургійний фактор зв'язаний зі зниженням механічних властивостей матеріалу з ростом розмірів виливка або кування. При збільшенні діаметра заготівлі з 10 до 500 мм границя витривалості для вуглецевих сталей знижується на 10 %, а для легованих – на 15...20 %. Це зниження границі витривалості зв'язано зі зниженням деформації при куванні, погіршенням

умов термічної обробки більших заготовок, підвищенням неоднорідності металу.

Для границі витривалості вплив металургійного фактора в ДЕРЖСТАНДАРТ 25504-82 оцінюється коефіцієнтом  $K_1$ :  $\sigma_{-1} = K_1 \sigma'_{-1}$ .

Для вуглецевих сталей  $K_1 = 1$ , а для легованих:

$$K_1 = 1 - 0,2 \lg(d/d_0) \text{ — при } d \leq 150 \text{ мм;} \\ K_1 = 0,74 \text{ — при } d > 150 \text{ мм,} \quad (8.4)$$

де  $d_0 = 7,5$  мм.

Для деталей із сірого чавуну вплив металургійного фактора більш істотно. Так, при збільшенні діаметра заготовки або товщини стінки до 50 мм межа міцності й границя витривалості зменшуються на 50...80...80 %

Технологічний фактор. Його вплив пов'язане з тим, що при механічній обробці в поверхневому шарі зразків створюються наклеп і залишкові напруги.

Статистичний фактор. З підвищенням постійної варіації напруг, що характеризує чутливість матеріалу до концентрації напруг і масштабному факторові, масштабний ефект збільшується.

Вплив цього фактора, як і вплив концентрації напруг і виду навантаження, порозумівається статистичною теорією подоби втомлюваного руйнування, заснованої на використанні статистичної теорії міцності «найбільш слабкої ланки» Вейбулла. Зміст останньої зводиться до того, що зростом числа ланок, тобто розміру ланцюга, імовірність руйнування ланцюга зростає при незмінній ймовірності руйнування однієї ланки.

## 8.4 Фретинг-корозія

У місцях запресування на вал або вісь деталей (шестірні, підшипники, втулки) і в ряді інших випадків контакту деталей, що сполучають, виникає різке зниження (в 3...6 разів) границі витривалості. Для таких сполучень зародження втомлюальної тріщини виникає в краю напресованої деталі.

Після розпресування з'єднання на поверхні контакту можна виявити сліди корозії у вигляді затемнених плям, а при контакті сталевих деталей — і червоний порошок, що складається з окислів заліза. Дане явище називається фретинг-корозією.

Причинами зниження границі витривалості при фретинг-корозії є концентрація напруг у краю контакту й складні механічні й фізико-хімічні процеси, що протікають на стику двох деталей, що сполучають, при малих

взаємних циклічних проковзуваннях внаслідок пружних деформацій деталей.

Для валів з напресованою деталлю, що передають силу й момент, відношення  $K_{\sigma}/K_{d\sigma}$ , що характеризує зниження границі витривалості внаслідок концентрації напруг і масштабного фактора, може бути розраховано:

$$K_{\sigma}/K_{d\sigma} = \sigma_{-1}/\sigma_{-1D} = (K_{\sigma}/K_{d\sigma})_0 \xi' \xi'', \quad (8.5)$$

де відповідні співвідношення й коефіцієнти можна знайти:

$$(K_{\sigma}/K_{d\sigma})_0 = 0,38 + 1,48 \lg d - \text{при } d < 150 \text{ мм};$$

$$(K_{\sigma}/K_{d\sigma})_0 = 3,6 - \text{при } d \geq 150 \text{ мм};$$

$$\xi' = 0,305 + 0,00139 \sigma_b;$$

$$\xi'' = 0,65 + 0,014 \sigma_b - \text{при } p \leq 25 \text{ МПа}; \quad \xi'' = 1 - \text{при } p > 25 \text{ МПа};$$

$p$  – тиск посадки (при напресуванні кільця визначається по формулі Ляме).

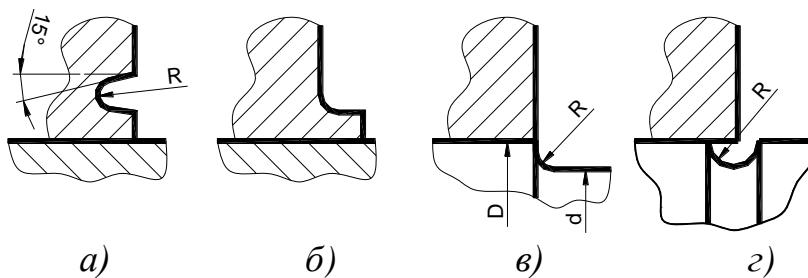
Якщо в з'єднанні навантаження відсутні, то вираз (8.5) необхідно помножити на 0,85.

Для зменшення впливу фретинг-корозії на границю витривалості застосовують різні конструктивні й технологічні заходи.

Конструктивні заходи

- 1 виточення, що розвантажує, на торці (рис. 8.2, а).
- 2 Поясок на торці (рис. 8.2, б).
- 3 Стовщення подступничної частини (рис. 8.2, в).
- 4 виточення, що розвантажує, у вала нанесена накаткою (рис. 8.2, г).

К технологічним заходам ставляться різні методи поверхневого змінення.



а –

Рисунок 8.2 – Конструктивні заходи по зниженню впливу фретинг-корозії на границю витривалості

## 8.5 Якість обробки поверхні

Мікронерівності на поверхні, що залишаються після механічної обробки, є джерелами концентрації напруг, що знижують границя витривалості, причому тим більшою мірою, чим вище межа міцності стали. Це пов'язане з тим, що з ростом межі міцності збільшується чутливість сталі до концентрації напруг. Коефіцієнт впливу якості обробки поверхні:

$$K_{F\sigma} = \sigma_{-1Rz} / \sigma_{-1Rz \leq 1} = 1 - 0,22 \lg Rz [\lg(\sigma_b / 20) - 1] \quad \text{при } Rz > 1 \text{ мкм}; \\ K_{F\sigma} = 1 \quad \text{при } Rz \leq 1 \text{ мкм}. \quad (8.6)$$

## 8.6 Корозія

Корозія при одночасній дії змінних напруг підсилює інтенсивність утворення й розвитку втомлювальних тріщин. Це явище називається корозійною утому. Крива корозійної утому не має горизонтальної ділянки. Границя витривалості при цьому постійно знижується із часом.

Вплив корозії на границю витривалості гладких зразків ураховується коефіцієнтом

$$K_{kor} = \sigma_{-1kor} / \sigma_{-1}, \quad (8.7)$$

де  $\sigma_{-1kor}$ ,  $\sigma_{-1}$  – границі витривалості гладких лабораторних зразків в умовах корозії й на повітрі відповідно.

Ефективними методами підвищення опору корозійної утому є застосування технологічних методів поверхневого зміцнення.

## 8.7 Технологічні методи поверхневого зміцнення

У машинобудуванні знайшли широке застосування методи поверхневого зміцнення, які дозволяють в 1,5...3 рази підвищити границя витривалості й в 5...10 разів – довговічність.

До зазначених методів ставляться:

- поверхнево-пластичне деформування (обкатування роликами, обдування дробом, карбування й ін.);
- хіміко-термічні методи (азотування, цементація, ціанування);
- поверхневе загартування нагріванням струмами високої частоти або променем лазера;
- комбіновані методи (цементація з наступним обдуванням дробом і т.п.);
- інші методи, які застосовуються у виняткових випадках (плазменне напилювання, поверхневе легування й т.д.).

Вплив поверхневого зміцнення враховується коефіцієнтом

$$K_v = \sigma_{-1D_{\text{уп}}}/\sigma_{-1D}, \quad (8.8)$$

де  $\sigma_{-1D_{\text{уп}}}$  – границя витривалості деталі зі зміщеною поверхнею.

*Література [5, с.47-132].*

## 9 РОЗРАХУНКИ НА МІЦНІСТЬ І ДОВГОВІЧНІСТЬ ПРИ НАПРУЖЕНЯХ, ЗМІННИХ У ЧАСІ

### 9.1 Розрахунки на міцність при регулярних режимах навантаження

Методи розрахунку на міцність при змінних напругах засновані на критерії появі першої макроскопічної тріщини утоми довжиною до 0,5...1 мм.

*9.1.1 Розрахунок за коефіцієнтами запасу міцності.* Нехай у деталі виникають нормальні напруги, що змінюються по асиметричному циклі з амплітудою  $\sigma_a$  й середніми напругами  $\sigma_m$  при числі циклів за термін служби  $N > N_G$ , де  $N_G = 2 \cdot 10^6$  циклів – абсциса крапки перелому кривої утоми.

Експериментально встановлено, що по дії, що ушкоджує, такий цикл напруг еквівалентний симетричному циклу з амплітудою

$$\sigma_{ae} = \sigma_a + \psi_{\sigma D} \sigma_m, \quad (9.1)$$

де  $\psi_{\sigma D} = \psi_{\sigma} / K$  – коефіцієнт впливу асиметрії циклу навантаження для деталі натурних розмірів з концентраторами напруги.

Границя витривалості деталі при симетричному циклі навантаження  $\sigma_{-1D} = \sigma_{-1} / K$  є граничною напругою у формулі

$$n_{\sigma} = \sigma_{lim} / \sigma_{ekv}. \quad (9.2)$$

Тому коефіцієнт запасу міцності при лінійному напруженому стані визначається по формулі

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1D}}{\sigma_{ae}} = \frac{\sigma_{-1} / K}{\sigma_a + (\psi_{\sigma} / K) \sigma_m} = \frac{\sigma_{-1}}{K \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m}. \quad (9.3)$$

Якщо в деталі виникають тільки дотичні напруження, то

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1D}}{\tau_{ae}} = \frac{\tau_{-1}}{K \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m}. \quad (9.4)$$

Якщо діють і нормальні, і дотичні напруги, то відповідно до гіпотези максимальних дотичних напружень умова міцності буде виглядати в такий спосіб:

$$\sqrt{\sigma_{ae}^2 + 4\tau_{ae}^2} = \sigma_{-1D} / n. \quad (9.5)$$

Перетворивши це рівняння одержимо

$$\frac{\sigma_{a\alpha}^2 + (2\tau_{a\alpha})^2}{\sigma_{-1D}^2} = \frac{1}{n^2}; \quad \frac{\sigma_{a\alpha}^2}{\sigma_{-1D}^2} + \frac{(2\tau_{a\alpha})^2}{\sigma_{-1D}^2} = \frac{1}{n^2}; \\ \frac{1}{(\sigma_{-1D}/\sigma_{a\alpha})^2} + \frac{1}{(\sigma_{-1D}/2\tau_{a\alpha})^2} = \frac{1}{n^2}. \quad (9.6)$$

Якщо врахувати, що по цій гіпотезі  $\sigma_{-1D}/2 = \tau_{-1D}$ , а також з огляду на рівняння (9.3) і (9.4), одержимо

$$\frac{1}{n_\sigma^2} + \frac{1}{n_\tau^2} = \frac{1}{n^2}; \quad \frac{n_\sigma^2 + n_\tau^2}{n_\sigma^2 n_\tau^2} = \frac{1}{n^2}; \\ n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} \geq [n] = 1,5 \dots 2,5. \quad (9.7)$$

Формули (9.3), (9.4) і (9.7) були запропоновані Серенсеном і Кинашвили в сорокових роках і використаються в цей час.

Якщо кількість циклів за термін служби деталі менше базового, то може бути враховано розраховуючи на міцність деяке підвищення граничних амплітуд напруг у лівій частині кривої утоми в порівнянні із границею витривалості  $\sigma_{-1D}$ . З рівняння кривої утоми деталі можна одержати значення граничної амплітуди симетричного циклу  $\sigma_{-1DN}$ , що відповідає числу циклів  $N$ :

$$\sigma_{-1DN} = \sigma_{-1D} \sqrt[m]{N_G / N}.$$

У цьому випадку у формулах варто використати замість значення  $\sigma_{-1D}$  значення  $\sigma_{-1DN}$ .

*9.1.2 Розрахунок ймовірності втомлюального руйнування при регулярному багатоцикловому навантаженні.* Амплітуда напруг при регулярному режимі навантаження може мати розсіювання на безлічі всіх деталей типу, що розраховує, внаслідок чого повинна розглядатися як випадкова величина. Границя витривалості деталі також є випадковою величиною. У цьому випадку можна говорити про ймовірності руйнування до  $N = N_G$ , що дорівнює ймовірності здійснення нерівності

$$M = \sigma_{-1D} - \sigma_a < 0. \quad (9.8)$$

Обчислення цієї ймовірності здійснюється легко, якщо величини  $\sigma_{-1D}$  та  $\sigma_a$  нерелірованы (тобто при зміні однієї з величин –  $\sigma_{-1D}$  або  $\sigma_a$  – закон розподілу другої величини не міняється) і розподілені за нормальним законом із середніми значеннями  $\bar{\sigma}_{-1D}$ ,  $\bar{\sigma}_a$  і коефіцієнтами варіації  $v_{\sigma_{-1D}}$ ,  $v_{\sigma_a}$ .

В цьому випадку величина  $M$  також розподілена за нормальним законом із середнім значенням  $\bar{M}$  і дисперсією  $S_M^2$  (дисперсія характеризує ступінь розсіювання випадкової величини щодо свого середнього значення):

$$\bar{M} = \bar{\sigma}_{-1D} - \bar{\sigma}_a; \quad (9.9)$$

$$S_M^2 = S_{\sigma_{-1D}}^2 + S_{\sigma_a}^2. \quad (9.10)$$

Величина  $M$  може бути представлена у вигляді

$$M = \bar{M} + u_p S_M, \quad (9.11)$$

де  $u_p$  – квант (або квантиль) нормального розподілу, що відповідає ймовірності  $p$ .

Величина  $u_p$  є нормованим відхиленням випадкової величини. Величина  $p(\%)$  є ймовірністю того, що випадкова величина не перевищує задане число.

Імовірність руйнування деталі дорівнює ймовірності здійснення нерівності (9.8) і відповідає квантили  $u_p$  в рівнянні

$$M = \bar{M} + u_p S_M = 0. \quad (9.12)$$

Звідси з урахуванням виразів (9.9) і (9.10)

$$u_p = -\frac{\bar{M}}{S_M} = -\frac{\bar{\sigma}_{-1D} - \bar{\sigma}_a}{S_M}.$$

Увівши позначення  $n = \bar{\sigma}_{-1D}/\bar{\sigma}_a$  (умовний коефіцієнт запасу за середнім значенням),  $v_{\sigma_{-1D}} = S_{\sigma_{-1D}}/\bar{\sigma}_{-1D}$ ,  $v_{\sigma_a} = S_{\sigma_a}/\bar{\sigma}_a$ , одержуємо:

$$u_p = -\frac{n-1}{\sqrt{v_{\sigma_{-1D}}^2 n^2 + v_{\sigma_a}^2}}. \quad (9.13)$$

Обчислене значення  $u_p$  відповідає ймовірності руйнування  $p(%)$ , що знаходять у таблицях за знайденим значенням  $u_p$ .

**9.1.3 Розрахунок на міцність і довговічність при нерегулярних режимах навантажень.** Найпоширенішим типом нерегулярної напруги є випадкове. При використанні методів схематизації випадкового процесу реальне навантаження замінюють блоковим, еквівалентним по ступені внесеного втомлювального ушкодження.

Розглянемо блокове навантаження разом із кривою утоми деталі, отриманої при регулярному (наприклад, гармонійному) навантаженні (рис. 9.1).

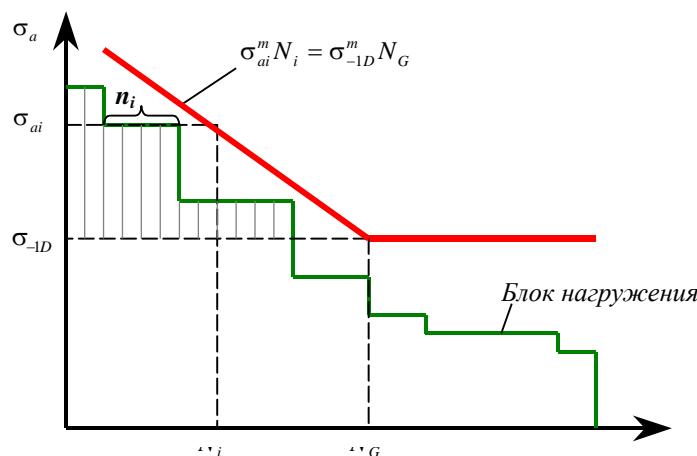


Рисунок 9.1 – Розрахункова схема

В одному блоці навантаження, що відповідає наробітку при експлуатації  $l_6$  (годинники, технологічні цикли), амплітуди напруг  $\sigma_{ai}(i=1\dots r)$  повторюються  $v_{i6}$  раз (циклів). Терміну служби деталі до появи втомлюальної тріщини відповідає  $\lambda$  блоків навантаження. Повний наробіток за термін служби  $L = \lambda l_6$ .

Кількість циклів за термін служби, що відповідає амплітуді  $\sigma_{ai}$ , має бути, становить:  $n_i = v_{i6} \lambda$ .

У 1945 р. Решетовим, Петрусевичем, Серенсеном була запропонована лінійна гіпотеза підсумування втомлюальних ушкоджень при нерегулярному навантаженні.

Відповідно до цієї гіпотези втомлюальне ушкодження, внесене амплітудами  $\sigma_{ai}$ , становить частку  $n_i / N_i$  від повній, відповідній появі втомлюальної тріщини,

де  $N_i$  – число циклів по кривої утоми деталі при регулярному навантаженні, що відповідає амплітуді  $\sigma_{ai}$ .

З рівняння кривої утоми виходить:

$$N_i = \sigma_{-1D}^m N_G / \sigma_{ai}^m - \text{при } \sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D}; \quad N_i = \infty - \text{при } \sigma_{ai} < \sigma_{-1D}. \quad (9.14)$$

Тріщина утоми відповідно до гіпотези повинна з'явитися тоді, коли сума часток  $n_i / N_i$  по всіх амплітудах стане рівній одиниці, тобто

$$\sum_{i=1}^r n_i / N_i = 1. \quad (9.15)$$

У виразі (9.14) підсумовування поширюється тільки на амплітуди, що перевищують границю витривалості, тобто  $\sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D}$ .

Перевірка лінійної гіпотези здійснювалася, починаючи з 50-х років. Одержання однозначного результату утрудняється тим, що втомлювальні довговічності  $n_i$  і  $N_i$  є випадковими величинами, тому що втомлювальне руйнування має статистичну природу.

Узагальнення великої кількості експериментальних даних з урахуванням розсіювання  $n_i$  й  $N_i$  показало, що експериментально певні суми відносних довговічностей  $a_3 = \sum \bar{n}_i / \bar{N}_i$  у більшості випадків лежать у межах  $0.1 < a_3 < 1$ . При цьому було встановлено, що величина  $a_3$  має тенденцію до зменшення зі зменшенням площи під кривій розподілу амплітуд у відносних координатах  $\sigma_{ai} / \sigma_{a \max} - \sum t_i$  (рис. 9.2).

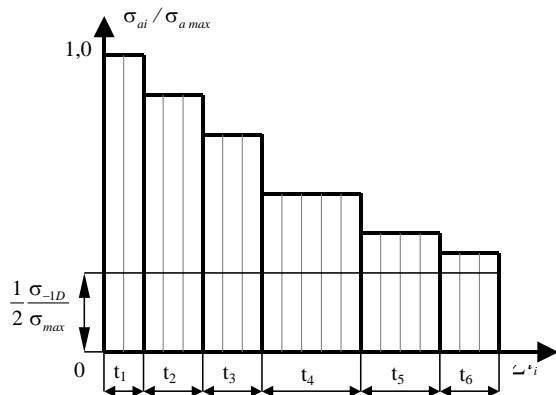


Рисунок 9.2 – Крива розподілу амплітуд у відносних координатах

За винятком амплітуд  $\sigma_{ai} < 0,5\sigma_{-1D}$ , що як не впливають на нагромадження втомлювальних ушкоджень, ця площа дорівнює:

$$\gamma = \sum_{i=1}^{r_1} \frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{a \max}} t_i (\sigma_{ai} > 0,5\sigma_{-1D}), \quad (9.16)$$

де  $r_1$  – число щаблів у блоці після відкидання щаблів  $\sigma_{ai} < 0,5\sigma_{-1D}$ .

З обліком цього корегована лінійна гіпотеза підсумовування втомлювальних ушкоджень (для кривої утоми із правою горизонтальною ділянкою):

$$\sum_{i=1}^r \bar{n}_i / \bar{N}_i = a_p; \quad (9.17)$$

$$a_p = (\sigma_{a \max} \gamma - 0,5\sigma_{-1D}) / (\sigma_{a \ max} - 0,5\sigma_{-1D}) - \text{при } a_p \geq 0,1; \\ a_p < 0,1 - \text{при } a_p = 0,1. \quad (9.18)$$

Аналогічно можна одержати рівняння корегованої лінійної гіпотези у випадку кривої утоми із двома похилими ділянками. У цьому випадку при підрахунку  $a_p$  варто використати всі амплітуди, тому що необмежена границя витривалості при  $N \rightarrow \infty$  приймається рівним нулю.

*9.1.4 Розрахунок на міцність при нерегулярному змінному навантаженні за коефіцієнтами запасу міцності.* Розглянемо випадок кривої утоми, що має горизонтальну ділянку. Підставляючи початкові умови  $N_i = (\sigma_{-1D}^m N_G) / \sigma_{ai}^m$ ,  $n_i = v_{i\beta} \lambda$  у вираження (9.17), одержимо

$$\sum_{(\sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D})} \frac{\lambda v_{i\beta} \sigma_{ai}^m}{\sigma_{-1D}^m N_G} = a_p. \quad (9.19)$$

Звідси одержуємо формулу для розрахунку втомлюальної довготривалості, вираженої числом блоків до появи першої втомлюальної тріщини

$$\lambda = \frac{a_p \sigma_{-1D}^m N_G}{\sum_{(\sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D})} \sigma_{ai}^m v_{i\beta}}. \quad (9.20)$$

Одночасно можна виконати розрахунок на міцність, використовуючи концепцію запасу міцності. Умова (9.16) є граничним, при якому з'являється втомлюальна тріщина. Для запобігання цього необхідно, щоб всі амплітуди напруг були менше граничних у  $n_\sigma$  раз. Із цією метою в умову (9.16) необхідно підставити добуток  $n_\sigma \sigma_{ai}$  замість  $\sigma_{ai}$ :

$$\sum_{(n_\sigma \sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D})} \frac{\lambda v_{i\beta} (n_\sigma \sigma_{ai})^m}{\sigma_{-1D}^m N_G} = a_p. \quad (9.21)$$

Із цього вираження можна записати

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1D}}{\sigma_{EKV}} \geq [n], \quad (9.22)$$

$$\text{де } \sigma_{EKV} = m \sqrt{\frac{\lambda}{a_{p\sigma} N_{G\sigma}} \sum_{(n_{\sigma} \sigma_{ai} \geq \sigma_{-1D})} \sigma_{ai}^{m_{\sigma}} v_{i\sigma}}. \quad (9.23)$$

Аналогічно для дотичних напружень:

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1D}}{\tau_{EKV}} \geq [n]; \quad (9.24)$$

$$\tau_{EKV} = m \sqrt{\frac{\lambda}{a_{p\tau} N_{G\tau}} \sum_{(n_{\tau} \tau_{ai} \geq \tau_{-1D})} \tau_{ai}^{m_{\tau}} v_{i\tau}}. \quad (9.25)$$

При виникненні в деталі й нормальних, і дотичних напруг

$$n = n_{\sigma} n_{\tau} / \sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2} \geq [n] = 1,5 \dots 2,5. \quad (9.26)$$

Величини нормальних і дотичних еквівалентних напруг доводиться знаходити за допомогою послідовних наближень у зв'язку з тим, що вони залежать від коефіцієнтів запасу міцності, що визначають межі підсумовування в залежностях (9.23) і (9.25).

*Література [4, с.54-62]; [5, с.161-211].*

## ДОДАТОК А

### ВИЗНАЧЕННЯ ПОДАТЛИВОСТЕЙ ЕЛЕМЕНТІВ РОБОЧОЇ КЛІТІ

Піддатливість станини від дії згинальних моментів

$$e_1 = \frac{l_{\pi}^2}{8EI_{\pi}} \left[ \frac{l_{\pi}I_c + 4l_cI_{\pi}}{12(l_{\pi}I_c + l_cI_{\pi})} \right], \quad (A.1)$$

де  $l_{\pi}, l_c$  – довжина поперечки й стійок;

$I_{\pi}, I_c$  – моменти інерції перетинів поперечки й стійок;

$E$  – модуль пружності.

Піддатливість станини від дії поперечних і поздовжніх сил

$$e_2 = \frac{1}{2} \left( k \frac{l_{\pi}}{GF_{\pi}} + \frac{l_c}{EF_c} \right), \quad (A.2)$$

де  $F_{\pi}, F_c$  площині перетинів поперечки й стійок;

$G$  – модуль зрушень;

$K = 1,2$  – коефіцієнт форми перетину поперечки.

Піддатливість натискного гвинта

$$e_3 = \frac{2}{\pi Ed^2} \left[ 2h + \frac{t(n^2 - 1)}{h_1} \right], \quad (A.3)$$

де  $d$  – внутрішній діаметр натискного гвинта;

$h$  – висота вільної частини гвинта;

$h_1$  – висота гайки;

$t$  – крок різьблення;

$n$  – число витків гайки.

Піддатливість підп'ятника натискного гвинта й підкладки під підп'ятник

$$e_4 = 4h_{\pi} / (\pi d_{\pi}^2 E), \quad (A.4)$$

де  $h_{\pi}$ ,  $d_{\pi}$  – висота й діаметр підп'ятника.

Піддатливість подушок валків

$$e_5 = h / (EF), \quad (A.5)$$

де  $h$ ,  $F$  – висота й площа перетину подушки в напрямку деформації.  
Підатливість гайки натискного гвинта

$$e_6 = \frac{4h_1}{\pi [E(d_{H,1}^2 - d_{B,1}^2) + E_1(d_{H,1}^2 - d_{B,1}^2)]}, \quad (A.6)$$

де  $h_1$  – висота гайки;  $d_H$ ,  $d_B$ ,  $d_{H,1}$ ,  $d_{B,1}$  – відповідно зовнішній і внутрішній діаметри сталевої й бронзової частин гайки.

Контактна підатливість робочого й опорного валків, а також роликових підшипників кочення

$$e_7 = \delta / P, \quad (A.7)$$

де  $P$  – повний тиск металу на валки; ( - зближення центрів контактуючих поверхонь (сплющення):

для опорного й робітника валків –

$$\delta = q \frac{\ln 3,51 \cdot 10^6 (D_1 + D_2) / q}{3,63 \cdot 10^6}, \quad (A.8)$$

де  $q=P/L$  – розподілене навантаження по довжині бочки валка;  $D_1$ ,  $D_2$  – діаметри робочого й опорного валків;

для роликовых підшипників –

$$\delta = 61 \cdot 10^{-8} q_1 \left[ 15,7 + \lg \frac{1}{q (2/d_p + 1/R_B) (2/d_p - 1/R_H)} \right], \quad (A.9)$$

де  $q_1=P/l_p$  – розподілене навантаження по довжині ролика;  $d_p$  – діаметр ролика;  $R_B$ ,  $R_H$  – внутрішній і зовнішній радіуси кільця підшипника.

## **РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА**

- 1 Динаміка й міцність прокатного устаткування / Ф. К. Іванченко, П. И. Полухін, М. А. Тилкін, В. П. Полухін. – М. : Металургія, 1970. – 486 с.
- 2 Машини й агрегати металургійних заводів. В 3 т. Т. 3. Машини й агрегати для виробництва й обробки прокату: підручник для вузів / А. І. Целіков [та ін.]. – 2-е видав., перероб. і доп. – М. : Металургія, 1988. – 680 с.
- 3 Пановко Я. Г. Основи теорії коливань й удару / Я. Г. Пановко. – 4-е видав., перероб. і доп. – Л. : Політехніка, 1990. – 272 с.
- 4 Іванченко Ф. К. Розрахунок машин і механізмів прокатних цехів : навчальний посібник / Ф. К. Іванченко, В. М. Гребеник, В. І. Ширяєв. – К. : Вища школа, 1995. – 455 с.
- 5 Когаєв В. П. Розрахунки на міцність при напругах, змінних у часі / В. П. Когаєв. – М. : Машинобудування, 1977. – 232 с.

*Навчальне видання*

**ГРИБКОВ Едуард Петрович**

# **ДИНАМІКА ТА МІЦНІСТЬ МАШИН**

## **КУРС ЛЕКЦІЙ**

Редактор                            I. I. Дьякова

Комп'ютерна верстка   O. P. Ордіна

45/2016   Формат 60 x 84/8. Ум. друк. арк. 8,60.  
Обл.-вид. арк. 9,18. Тираж   пр. Зам. № .

Видавець і виготовник  
Донбаська державна машинобудівна академія  
84313, м. Краматорськ, вул. Академічна, 72.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
ДК № 1633 від 24.12.2003