В монографии представлены результаты исследования ассимптотического поведения точных верхних граней уклонений повторных средних арифметических сумм Фурье на классах периодических аналитических функций одной вещественной переменной. Для специалистов по математическому анализу, преподавателей, аспирантов и студентов, которые изучают дисциплины математического профиля, а также для инженеров и исследователей, изучающих вопросы колебательного характера.



Ольга Ровенская

# Приближение периодических аналитических функций

Исследование суммами Валле Пуссена

## Ольга Ровенская

Ровенская Ольга Геннадиевна, кандидат физикоматематических наук, старший научный сотрудник Донбасского государственного педагогического университета, г. Славянск, Украина.



978-3-659-29534-8

# Ольга Ровенская

# **Приближение периодических** аналитических функций

Исследование суммами Валле Пуссена

**LAP LAMBERT Academic Publishing** 

### Impressum / Выходные данные

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Alle in diesem Buch genannten Marken und Produktnamen unterliegen warenzeichen, marken- oder patentrechtlichem Schutz bzw. sind Warenzeichen oder eingetragene Warenzeichen der jeweiligen Inhaber. Die Wiedergabe von Marken, Produktnamen, Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen u.s.w. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutzgesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Библиографическая информация. Немецкой Национальной изданная Библиотекой. Немецкая Национальная Библиотека включает данную публикацию Немецкий Книжный Каталог: C подробными библиографическими данными можно ознакомиться в Интернете по адресу http://dnb.d-nb.de.

Любые названия марок и брендов, упомянутые в этой книге, принадлежат торговой марке, бренду или запатентованы и являются брендами соответствующих правообладателей. Использование названий брендов, названий товаров, торговых марок, описаний товаров, общих имён, и т.д. даже без точного упоминания в этой работе не является основанием того, что данные названия можно считать незарегистрированными под каким-либо брендом и не защищены законом о брендах и их можно использовать всем без ограничений.

Coverbild / Изображение на обложке предоставлено: www.ingimage.com

Verlag / Издатель: LAP LAMBERT Academic Publishing ist ein Imprint der / является торговой маркой AV Akademikerverlag GmbH & Co. KG Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Deutschland / Германия Email / электронная почта: info@lap-publishing.com

Herstellung: siehe letzte Seite /

Напечатано: см. последнюю страницу

ISBN: 978-3-659-29534-8

Copyright / ABTOPCKOE ПРАВО © 2012 AV Akademikerverlag GmbH & Co. KG Alle Rechte vorbehalten. / Все права защищены. Saarbrücken 2012

# Содержание

Bı	едение	7
1.	Историческая справка и основные сведения	9
2.	Приближение аналитических функций повторными сумма-	
	ми Валле Пуссена	14
	2.1 Интегральные представления уклонений повторных сумм Вал-	
	ле Пуссена на классах аналитических функций	
	2.2 Приближение классов $C^q_{\beta,\infty}$	25
	2.2 Приближение классов $C^q_{\beta,\infty}$	35
3.	Приближение <i>r</i> -повторными суммами Валле Пуссена клас-	
	$\cos C^q_{eta  \infty}$ и $C^q_{eta  H_{\omega}}$	72
	3.1 Йнтегральные представления уклонений $r$ -повторных сумм Валле Пуссена на классах $C^q_{\beta,\infty}$ и $C^q_\beta H_\omega$	72
	3.2 Исследование асимптотического поведения величин $\mathcal{E}(C^q_{eta,\infty};V^{(r)}_{n,\overline{p}})$	
	и $\mathcal{E}(C^q_eta H_\omega; V^{(r)}_{n,\overline{p}})$	77
Bı	воды	94
Пј	оиложение	96
	Новиков О.А., Ровенская О.Г., Обухов А.Н. Спектральный анализ	
	периодического сигнала	96
Лı	птература	103

# Введение

В монографии рассмотрены вопросы приближения периодических функций тригонометрическими полиномами в равномерной метрике. Большинство представленных результатов касается исследования асимптотического поведения верхних граней уклонений тригонометрических полиномов, которые порождаются линейными методами суммирования рядов Фурье, на классах аналитических функций одной переменной.

Вопросы приближения классов интегралов Пуассона тригонометрическими полиномами изучались С.М. Никольским, С.Б. Стечкиным, А.И. Степанцом и другими выдающимися специалистами в области теории функций.

Монография состоит из трех разделов. В первом разделе определены основные объекты и аппарат приближения, приведены сведения, касающиеся приближения в равномерной метрике периодических функций тригонометрическими полиномами, которые порождаются линейными методами суммирования рядов Фурье. Также в этом разделе дана историческая справка по вопросам получения решения известной задачи Колмогорова—Никольского на классах аналитический периодических функций.

Во втором разделе изучены вопросы приближения классов интегралов Пуассона тригонометрическими полиномами, которые порождаются повторным применением метода суммирования Валле Пуссена, указаны условия, при которых полученные асимптотические соотношения для верхних граней уклонений повторных сумм Валле Пуссена на указанных классах, обеспечивают решение соответствующей задачи Колмогорова—Никольского.

Аппроксимативные свойства r-повторных сумм Валле Пуссена на классах интегралов Пуассона  $C^q_{\beta,\infty}$  и  $C^q_\beta H_\omega$  являются предметом исследования третьего раздела.

Разделы разделены на параграфы. В пределах всей работы использована сквозная нумерация формул. Теоремы и другие утверждения пронумерованы тремя числами: первое — номер раздела, второе — номер параграфа, третье — номер утверждения в параграфе.

В заключении монографии приведена статья, опубликованная в журнале «Научный вестник Донбасской государственной машиностроительной академии», в которой наглядно иллюстрируются преимущества использования в практических задачах тригонометрических повторных сумм вместо традиционных частичных сумм ряда Фурье при построении приближений периодической функции.

Большая часть результатов, представленные в монографии, получены в течении последних лет и ранее в монографии не включались. Исключение составляют отдельные сведения первого раздела, при их изложении указаны ссылки на оригинальные работы.

Монография рассчитана на специалистов—математиков, которые занимаются теорией приближения периодических функций, и на подготовленных читателей, которые владеют основами теорий приближения и рядов Фурье. В связи с этим основные понятия этих теорий используются без определений и дополнительных пояснений. Автор надеется что книга окажется также доступной и полезной специалистам в смежных дисциплинах, которые изучают процессы колебательного характера.

В заключение автор выражает благодарность рецензентам работы — д. ф.-м. н. Чуйко С.М. и к. ф.-м. н. Новикову О.А. за внимательное, доброжелательное отношение, ряд полезных указаний и замечаний.